Mit diesen Werthen erhält man aus (16) den Auflagerdruck auf der einen Seite $A_1$ zu:

$$R_1 = 2000 \frac{4}{4} + 800 \frac{2{,}4^3}{4^3} + 3 \frac{3157{,}4}{4} = 4541 \text{ kg},$$

und aus ($16^a$) auf der anderen Seite $A_3$:

$$R_3 = 2000 + 1000 \frac{27}{64} + 3 \frac{3199{,}3}{4} = 4822 \text{ kg},$$

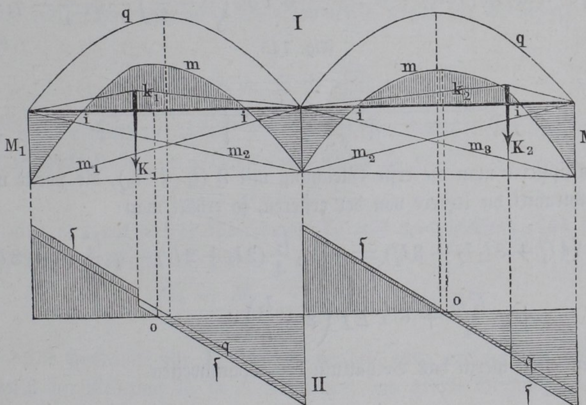
folglich ist der Druck auf die Mittelstütze:

$$R_2 = 2000 \,.\, 8 + 800 + 1000 - 4541 - 4822 = 8437 \text{ kg}.$$

Das Biegungsmoment über der Mittelstütze ergiebt sich endlich aus (18) zu

$$M_2 = 2000 \frac{16}{2} + 800 \,.\, 2{,}4 + 3157{,}4 - 4541 \,.\, 4 = 2912 \text{ mkg}.$$

Fig. 144.




Um das Biegungsmoment und die Scheerkraft an jeder Stelle zu finden, sind in Fig. 144 I und II die Diagramme entworfen, indem die Curven $m$ und ſ für die resultirenden Momente und Schubkräfte durch Vereinigung der Diagramme gezeichnet wurden, welche der gleichförmigen Belastung $q$, den concentrirten Kräften $K$ und den negativen Stützenmomenten $M_1$, $M_2$ und $M_3$ zukommen, welche Diagramme durch die entsprechenden Bezeichnungen $q$, q, $k$ und $m_1$, $m_2$, $m_3$ unterschieden sind. Man ersieht daraus die Inflexionspunkte $i$ und die Stellen, wo die Zwischenmomente [$M$] die größten Werthe haben, d. h. wo die Schubkräfte Null werden.

**Balken auf vier Stützen.** Es soll ein continuirlicher Brückenträger $A_1 A_4$, Fig. 145 (a. f. S.), über drei Oeffnungen angenommen werden, von welchen jede der äußeren die gleiche Weite $l_1 = l_3$ und die mittlere die Weite $l_2$ haben soll. Die Endstützen $A_1$ und $A_4$ sollen in einer Hori- §. 39.

zontalen liegen, unter welche jede der beiden mittleren Stützpunkte um die Größe $f_2 = f_3 = f$ gesenkt sein soll, so daß man $y_1 - y_2 = y_4 - y_3 = f$ hat. Die Belastung durch das Eigengewicht sei überall pro 1 m Länge mit $p$, diejenige durch die Verkehrslast mit $k$ und die gesammte Belastung wieder mit $q = p + k$ bezeichnet.

Wegen der freien Auflagerung der Enden hat man wieder für die Momente daselbst

$$M_1 = M_4 = 0$$

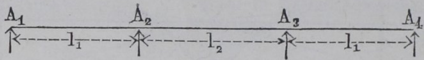
und erhält daher hiermit aus (19), §. 37 die beiden Ausdrücke für $A_2$:

$$0 + 2\,M_2\,(l_1 + l_2) + M_3\,l_2 = -\,6\,TE\left(-\frac{f}{l_1} + 0\right) - q_1\frac{l_1^3}{4} - q_2\frac{l_2^3}{4}$$

und für $A_3$:

$$M_2\,l_2 + 2\,M_3\,(l_2 + l_1) + 0 = -\,6\,TE\left(0 - \frac{f}{l_1}\right) - q_2\frac{l_2^3}{4} - q_3\frac{l_1^3}{4}.$$

Fig. 145.




Multiplicirt man die erste Gleichung mit $2\,(l_1 + l_2)$, die zweite mit $l_2$ und subtrahirt die letztere von der ersteren, so erhält man:

$$M_2\,(4\,l_1^2 + 8\,l_1\,l_2 + 3\,l_2^2) = -\,q_1\frac{l_1^3}{4}(2\,l_2 + 2\,l_1) - q_2\frac{l_2^3}{4}(l_2 + 2\,l_1)$$

$$+\,q_3\frac{l_1^3\,l_2}{4} + 6\,TEf\left(2 + \frac{l_2}{l_1}\right).$$

Wenn man hierin das Verhältniß der Spannweiten

$$\frac{l_2}{l_1} = m, \text{ und } 4\,l_1^2 + 8\,l_1\,l_2 + 3\,l_2^2 = (2\,l_1 + l_2)(2\,l_1 + 3\,l_2)$$

$$= l_1^2(2 + m)\,(2 + 3\,m),$$

sowie die ganze Länge

$$L = 2\,l_1 + l_2 = l_1\,(2 + m)$$

setzt, so wird:

$$M_2\,l_1^2(2 + m)\,(2 + 3\,m) = \frac{l_1^4}{4}\Bigg(-\,q_1\,(2 + 2\,m) - q_2\,m^3(2 + m) + q_3\,m$$

$$+\,\frac{24}{l_1^4}\,TEf\,(2 + m)\Bigg),$$

oder:

$$M_2 = \frac{L^2}{4}\,\frac{-\,q_1\,(2 + 2\,m) - q_2\,m^3(2 + m) + q_3\,m + u\,(2 + m)}{(2 + m)^3\,(2 + 3\,m)}, \;.\;.\;(1)$$

wenn der Kürze wegen

$$\frac{24}{l_1^4} TEf = u$$

gesetzt wird.

Wegen der symmetrischen Anordnung kann diese Gleichung auch für die Stütze $A_3$ gelten, sobald man darin $q_3$ mit $q_1$ vertauscht. Man erhält dann:

$$M_3 = \frac{L^2}{4} \frac{-q_3(2+2m) - q_2 m^3(2+m) + q_1 m + u(2+m)}{(2+m)^3(2+3m)} \quad . \; . \; (1^a)$$

Nunmehr findet man auch die Reaction $R_1$ der Endstütze $A_1$ aus der Gleichung (22) in §. 37, worin man die Verticalkraft $V_1'$ unmittelbar links von $A_1$ gleich Null anzunehmen hat, zu

$$R_1 = q_1 \frac{l_1}{2} + \frac{M_2}{l_1}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (2)$$

und dem entsprechend hat man der Symmetrie wegen für die andere Endstütze $A_4$:

$$R_4 = q_3 \frac{l_1}{2} + \frac{M_3}{l_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (2^a)$$

Aus der Verticalkraft $R_1 = V_1''$ unmittelbar rechts neben $A_1$ ergiebt sich die Schubkraft $V_2'$ unmittelbar links neben $A_2$ zu

$$V_2' = R_1 - q_1 l_1, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (3)$$

so daß man nun mit diesem Werthe von $V_2'$ aus der Gleichung (22), §. 37 auch die Reaction $R_2$ in $A_2$ zu

$$R_2 = \frac{M_3 - M_2}{l_2} + q_2 \frac{l_2^2}{2} - V_2' \quad . \; . \; . \; . \; . \; (4)$$

erhält. Die Ausdrücke für $V_3'$ und $R_3$ werden ganz analoge sein müssen. Vermittelst der Reaction $R_1$ in $A_1$ folgt nun das größte Biegungsmoment zwischen $A_1$ und $A_2$ zu

$$[M_1] = \frac{R_1^2}{2q_1} = \frac{q_1}{2}\left(\frac{l_1}{2} + \frac{M_2}{l_1 q_1}\right)^2, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (5)$$

welches sich bekanntlich in dem Abstande von $A_1$

$$x_0 = \frac{R_1}{q_1} = \frac{l_1}{2} + \frac{M_2}{l_1 q_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (6)$$

einstellt, wo die Verticalkraft gleich Null ist.

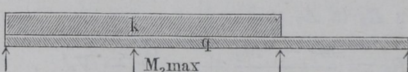
Außerdem findet sich noch ein Maximalmoment in dem mittleren Felde, welches bei symmetrischer Anordnung und Belastung in der Mitte des Trägers eintritt, und dessen Betrag unter dieser Voraussetzung aus der Gleichung (25) in §. 37 sich ergiebt zu:

$$[M_2] = M_2 + \frac{q_2}{2}\left(\frac{l_2}{2} + \frac{M_3 - M_2}{l_2 q_2}\right)^2 = M_2 + q_2 \frac{l_2^2}{8} \quad . \; . \; (7)$$

weil für $q_1 = q_3$ auch $M_2 = M_3$ ist. Es werden also an drei Stellen jeder Balkenhälfte die relativ größten Momente auftreten, nämlich in der Mitte $[M_2]$, über der Zwischenstütze $M_2$, und im Abstande $x_0$ von dem Endauflager $[M_1]$. Es wird daher von Interesse sein, diejenigen Verhältnisse zu prüfen, unter denen die Bruchgefahr für den Träger an allen diesen Stellen die nämliche wird, d. h. unter denen die absolute Größe dieser Maximalmomente denselben Werth annimmt. Es muß hierbei bemerkt werden, daß der Werth jedes dieser Momente wesentlich von der Art der Belastung, d. h. von dem Verhältnisse der Größen $q_1$, $q_2$ und $q_3$ abhängig ist, und daß die gedachten Momentenmaxima $M_2$, $[M_1]$ und $[M_2]$ keineswegs bei einer und derselben Belastungsweise gleichzeitig ihre absolut größten Werthe annehmen, wie aus dem Folgenden hervorgeht.

Aus der Gleichung (1) ersieht man zunächst, daß der absolute Werth des (negativen) Momentes $M_2$ über der Zwischenstütze $A_2$ um so größer wird, je größer die Belastungen $q_1$ und $q_2$ der benachbarten Felder sind und je kleiner die Belastung $q_3$ des dritten Feldes ist. Man wird daher den absolut größten Werth, welchen $M_2$ überhaupt annehmen kann, dann erhalten, wenn man für die beiden benachbarten Felder $A_1 A_2$ und $A_2 A_3$ die größte Verkehrslast $k$ annimmt, während das abgewandte Feld $A_3 A_4$ einer zufälligen Belastung gar nicht, sondern nur seinem Eigengewichte $p$ unterworfen ist, wie Fig. 146 anzeigt.

Fig. 146.




Man erhält diesen größten Werth von $M_2$ daher, wenn man

$$q_1 = q_2 = p + k = q \text{ und } q_3 = p$$

in die Gleichung (1) einsetzt, zu

$$M_{2\,max} = \frac{L^2}{4} \frac{-q(2+2m)(1+m^3) + pm + u(2+m)}{(2+m)^3(2+3m)} \quad \ldots (8)$$

Um auch den ungünstigsten Werth von $[M_1]$ zu bestimmen, berechnet sich der Werth von $R_1$ aus (2), wenn man für $M_2$ den Werth aus (1) einsetzt zu

$$R_1 = \frac{L}{4} \frac{q_1(6+14m+6m^2) - q_2 m^3(2+m) + q_3 m + u(2+m)}{(2+m)^2(2+3m)}.$$

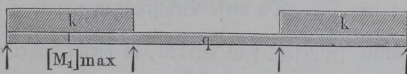
Man erkennt hieraus, daß dieser Ausdruck den größten Werth für $R_1$ liefert, wenn man $q_1$ und $q_3$ möglichst groß, also gleich $p + k = q$, wenn man $q_2$ möglichst klein, also gleich $p$ wählt, Fig. 147, und damit erhält man:

$$R_{1max} = \frac{L}{4}\,\frac{q\,(3 + 6\,m) - p\,m^3 + u}{(2 + m)\,(2 + 3\,m)}.$$

Daher ergiebt sich für diesen größten Auflagerdruck auch der größte Werth für $[M_1]$ zu:

$$[M_1]_{max} = \frac{R_1^2}{2\,q} = \frac{L^2}{32\,q}\left(\frac{q\,(3 + 6\,m) - p\,m^3 + u}{(2 + m)\,(2 + 3\,m)}\right)^2 \quad \ldots . \,(9)$$

Fig. 147.




Das Maximalmoment $[M_2]$ in der mittleren Strecke berechnet sich nach (7), wenn man in dem Werthe für $M_2$ in (1) die Belastung $q_1 = q_3$ setzt zu

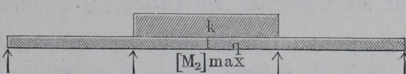
$$[M_2] = \frac{L^2}{4}\,\frac{-\,q_1(2+2m-m) - q_2 m^3(2+m) + u(2+m)}{(2+m)^3(2+3\,m)} + \frac{m^2\,L^2}{8(2+m)^2}\,q_2$$

$$= \frac{L^2}{8}\,\frac{-\,2\,q_1 + q_2\,(2+m)\,m^2 + 2\,u}{(2+m)^2\,(2+3\,m)}.$$

Dasselbe erhält seinen größten Werth, wenn $q_2$ möglichst groß, also gleich $q$, und $q_1 = q_3$ möglichst klein, also gleich $p$ ist, Fig. 148, und daher erhält man diesen größten Werth zu

$$[M_2]_{max} = \frac{L^2}{8}\,\frac{q\,(2 + m)\,m^2 - 2\,p + 2\,u}{(2 + m)^2\,(2 + 3\,m)} \quad . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; (10)$$

Fig. 148.




Hieraus ergiebt sich, daß die drei Maximalmomente $M_2$, $[M_1]$ und $[M_2]$ nicht zugleich, sondern bei den durch die Figuren 146 bis 148 dargestellten Belastungsarten eintreten, und es folgt daraus, daß bei der vollen Belastung der ganzen Brücke durch $q$ keineswegs der ungünstigste Zustand vorhanden ist, indem hierbei nicht ein einziges der drei Maximalmomente seinen größten Werth annimmt.

Will man daher die gestellte Bedingung erfüllen, wonach an den gedachten drei Stellen gleiche Bruchgefahr stattfindet, so ergeben sich aus den drei Ausdrücken (8), (9) und (10) die Bedingungsgleichungen:

$$M_{2\,max} = [M_1]_{max} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

und

$$M_{2\,max} = [M_2]_{max} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Damit diese beiden Gleichungen erfüllt werden können, genügt es nicht, eine entsprechende Senkung der mittleren Stützen vorzunehmen, sondern man muß noch für eine zweite Größe eine gewisse Annahme zulassen, etwa für das Verhältniß der Oeffnungsweiten $m = \frac{l_2}{l_1}$, oder für das Verhältniß der Belastungen $v = \frac{p}{q}$. Da diese Belastungen $p$ und $q$ von vornherein durch die Verhältnisse festgesetzt sein werden, so bleibt daher nur übrig, das Verhältniß der Oeffnungsweiten $m = \frac{l_2}{l_1}$ und die Senkung $f$ so zu bestimmen, daß den beiden Bedingungen (11) und (12) Genüge geschieht. Man erhält daher $f$ und $m$ durch Auflösung dieser Gleichungen in einem vorliegenden Falle, d. h. für eine gegebene Spannweite $L$ und gegebene Belastungen $p$ und $q$. Die Ausführung dieser weitläufigen Rechnung soll hier nicht vorgenommen werden, es möge statt dessen im Folgenden nur die Tabelle angeführt werden, welche von Mohr auf Grund dieser zuerst von ihm geführten Untersuchung dieses Falles berechnet worden ist. Diese Tabelle giebt für verschiedene Belastungsverhältnisse $v = \frac{p}{q}$ zwischen 0 und 1 diejenigen Werthe von $m$ und von $\frac{u}{q} = \frac{24\,TE}{q\,l_1^4}\,f$, d. h. also auch diejenigen der Senkung $f$, welche zu wählen sind, um, wie vorstehend angenommen, gleich große Werthe für die Bruchmomente $M_{2\,max}$, $[M_1]_{max}$ und $[M_2]_{max}$ zu erhalten. Der Werth dieses Momentes selbst ist in der vierten Zeile der Tabelle als Procentsatz des Betrages $q\,\frac{L^2}{72}$ angegeben, welchen letzteren das Biegungsmoment in der Mitte der Oeffnungen in demjenigen Falle annehmen würde, in welchem man die Spannweite $L$ in drei gleiche Oeffnungen zerlegen und jede dieser Oeffnungen durch einen einfachen Träger von der Länge $\frac{L}{3}$ überdecken würde. Die in dieser vierten Zeile angegebenen Coefficienten von $q\,\frac{L^2}{72}$ lassen daher ein Urtheil zu über denjenigen Procentsatz, um welchen durch die Anordnung des continuirlichen Trägers gegenüber der Aufstellung von Einzelträgern das Biegungsmoment, also auch der Materialaufwand verringert wird. Dieser Gewinn schwankt der Tabelle zufolge zwischen 18 Proc. für $v = 0$, d. h. für kleine Brücken, deren Eigengewicht unerheblich ist im Vergleich zur Belastung, und 39 Proc. für die größten Spannweiten, für welche das Eigengewicht $p$ vorherrscht. Ebenso erkennt man aus der Tabelle, daß die mittlere Oeffnungsweite $l_2$ für alle Belastungsverhältnisse größer zu nehmen ist, als die der Seitenöffnungen und zwar um 13 bis 17 Proc. In der Ausführung pflegt man dieses Verhältniß $\frac{l_2}{l_1}$ in der Regel zu 1,2 bis 1,25 zu wählen.

## Tabelle von Mohr
### über das Verhältniß der Oeffnungen und die Senkung der Mittelstützen bei continuirlichen Trägern auf vier Stützen.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $v = \frac{p}{q} = \frac{\text{Eigenlast}}{\text{Totallast}}$ . . . . . . . . | 0 | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 1,0 |
| $m = \frac{l_2}{l_1} = \frac{\text{Mittelöffnung}}{\text{Seitenöffnung}}$ . . . . . . . | 1,13 | 1,14 | 1,15 | 1,16 | 1,165 | 1,17 |
| $\frac{u}{q} = \frac{24\,TE}{q\,l_1^4} f$; $f =$ Senkung d. Mittelstützen | 0,40 | 0,47 | 0,53 | 0,59 | 0,65 | 0,72 |
| $M_{max} = \frac{q\,L^2}{72}$ mal . . . . . . . . . . | 0,82 | 0,78 | 0,74 | 0,69 | 0,65 | 0,61 |

Aus den Resultaten dieser Tabelle folgert Mohr die empirischen Formeln:

$$m = 1{,}13 + 0{,}04\,\frac{p}{q}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (13)$$

$$u = 0{,}40\,q + 0{,}32\,p \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (14)$$

und

$$M_{max} = \frac{L^2}{72}\,(0{,}82\,q - 0{,}21\,p) \quad . \; . \; . \; . \quad (15)$$

Da hier $u = \frac{24\,TE}{l_1^4} f$ angenommen wurde, so ist auch:

$$f = \frac{l_1^4}{60\,TE}\,(q + 0{,}80\,p) \quad . \; . \; . \; . \quad (16)$$

**Beispiel.** Für eine Eisenbahnbrücke sollen zwei über drei Oeffnungen gespannte, 4 m hohe continuirliche Träger von $L = 120$ m Länge angeordnet werden. Die Verhältnisse sind mit Rücksicht darauf zu ermitteln, daß die Verkehrslast pro laufenden Meter der Brücke 4000 kg beträgt und für das Material eine höchstens zulässige Faserspannung von 6 kg pro Quadratmillimeter, sowie ein Elasticitätsmodul von $E = 20\,000$ angenommen werden kann.

Nimmt man das Eigengewicht der ganzen Brücke zu 2400 kg pro 1 m Länge, also die dadurch bewirkte Belastung für jeden der beiden Längsträger gleich der Hälfte zu $p = 1200$ kg an, so hat man das Verhältniß der beiden Belastungen

$$v = \frac{p}{q} = \frac{1200}{1200 + 2000} = 0{,}375.$$

Hiermit erhält man aus (13):

$$m = 1{,}13 + 0{,}04 \,.\, 0{,}375 = 1{,}145,$$

folglich wird jede Seitenöffnung eine Weite

$$l_1 = \frac{L}{2+m} = \frac{120}{3{,}145} = 38{,}1 = rot\ 38\,\mathrm{m},$$

und die Mittelöffnung eine solche von

$$l_2 = 120 - 2 \,.\, 38 = 44\,\mathrm{m}$$

zu erhalten haben.

Das größte Biegungsmoment bestimmt sich nach (15) zu

$$M_{max} = \frac{3{,}2 \,.\, 120^2}{72}\left(0{,}82 - 0{,}21\,\frac{1{,}2}{3{,}2}\right) = 640 \,.\, 0{,}741 = 474 \text{ Metertonnen.}$$

Um die Senkung der Mittelstützen zu berechnen, bestimmt man zunächst das Trägheitsmoment $T$ mit Rücksicht darauf, daß das Biegungsmoment $M_{max} = 474\,000$ mkg eine Spannung $s = 6$ kg in der äußersten Faser erzeugt, und daß diese äußerste Faser um die halbe Trägerhöhe

$$\frac{h}{2} = \frac{4}{2} = 2\,\mathrm{m}$$

von der neutralen Axe absteht, nach der Grundformel I des §. 35 durch

$$M_{max} = s\,\frac{T}{e} \text{ zu } T = \frac{e\,M_{max}}{s},$$

also hier, wenn die Längen in Metern, die Kräfte in Kilogrammen ausgedrückt werden:

$$T = \frac{2 \,.\, 474\,000}{6000\,000} = 0{,}158.$$

Mit diesem Werthe erhält man dann aus (16) die Senkung der mittleren Stützen

$$f = \frac{3200 \,.\, 38^4}{60 \,.\, 0{,}158 \,.\, 20\,000 \,.\, 1000^2}\,(1 + 0{,}80 \,.\, 0{,}375) = 0{,}0458\,\mathrm{m} \text{ oder rund } 46\,\mathrm{mm}.$$

Aus den vorstehenden Untersuchungen erkennt man, daß die Anordnung continuirlicher Träger, im Vergleiche mit der Anwendung von Einzelträgern für jede Brückenöffnung, mit einem gewissen Gewinne verbunden ist, indem bei den ersteren die Inanspruchnahme und somit der Materialaufwand geringer ausfällt, als bei isolirten Trägern. Die Größe dieses Gewinnes ist insbesondere aus den Coefficienten zu erkennen, mit welchen nach der vorstehenden Tabelle der Werth des Momentes für Einzelträger $\frac{q\,L^4}{72}$ zu multipliciren ist, um das größte Moment $M_{max}$ des continuirlichen Trägers zu erhalten. Diese Coefficienten zeigen, daß der besagte Vortheil um so größer ist, je mehr sich das Verhältniß $v = \frac{p}{q}$ der Einheit nähert, d. h. je größer die lichten Spannweiten sind, und daß er bei Trägern auf vier Stützen bis zu 39 Proc. anwachsen kann. So groß nun auch dieser Vortheil, insbesondere bei schweren Trägern oder großen Spannweiten ist, so hat doch die Anwendung continuirlicher Träger gewichtige praktische Bedenken, wie sich aus dem Folgenden ergiebt.

Aus der Rechnung erkennt man, daß es sich meist um sehr geringe Höhenunterschiede der Auflager handelt, durch deren Einfluß die Verringerung der Anspannung des Trägers herbeigeführt wird; so genügte in dem vorstehend berechneten Beispiele schon eine Senkung der Mittelstützen um noch nicht 46 mm, um das Moment $M_{max}$ in dem Verhältnisse $1 : 0{,}741$ zu verringern, eine Senkung, die im Verhältnisse zu der Trägerlänge von 120 m sehr gering erscheinen muß.

Wenn man nun auch bei sorgfältiger Ausführung diese Höhenlagen der Stützen genau erzeugen kann, so muß man doch befürchten, daß im Laufe der Zeit, etwa durch ungleichmäßiges Setzen der Brückenpfeiler, diese gegenseitige Lage der Stützpunkte sich verändern könne, und es ist leicht einzusehen, daß unter einer solchen Voraussetzung der Zustand des Trägers ein sehr ungünstiger wird. Denkt man sich z. B., daß bei einem auf drei Stützen ruhenden Träger mit entsprechend tiefer gelegtem Mittelauflager, wie er im vorhergehenden Paragraphen berechnet wurde, die Außenpfeiler sich um so viel senken würden, daß sämmtliche Stützpunkte in eine Horizontale zu liegen kämen, so würde dadurch das Moment, wofür der Träger berechnet ist, und welches ursprünglich an den gefährdeten Stellen $\frac{q L^2}{32} (1 - u)$ betrug, zu dem Betrage $\frac{q L^2}{32}$ gewachsen sein.

Diese Senkung würde für den im Beispiel 1 des vorigen Paragraphen berechneten Träger von 40 m Länge nur 12 mm zu betragen haben, um das Maximalmoment in dem Verhältnisse $1 : 1 - u = \frac{1}{0{,}799} = 1{,}25$ zu steigern.

Würde die Höhenveränderung noch größer werden, so würde eine weitere Vergrößerung des Bruchmomentes veranlaßt werden, und das letztere würde den äußersten Betrag $\frac{q L^2}{8}$, also mehr als das Vierfache desjenigen, wonach der Träger construirt ist, erlangen, wenn die Außenstützen sich so tief gesenkt hätten, daß der Träger nur noch in der Mitte $A_2$ aufruhen würde, Fig. 149 (a. f. S.) Es würde derselbe Betrag $\frac{q L^2}{8}$ des Maximalmomentes auch eintreten, wenn etwa die mittlere Stütze $A_2$ sich um so viel gesenkt hätte, daß der Träger nur an beiden Enden $A_1$ und $A_3$ aufruhen würde, Fig. 150. Die hierzu erforderliche Höhendifferenz zwischen der Mittelstütze und den äußeren Auflagern müßte für diese äußersten Fälle offenbar den Betrag der Durchbiegungen erreichen, um welche der Träger unter Einfluß der Belastung $q$ sich an den Enden resp. in der Mitte durchbiegen würde. Man erhielt diese Durchsenkung für den durch Fig. 149 dargestellten Zustand nach §. 35, 2 zu

Fig. 149.

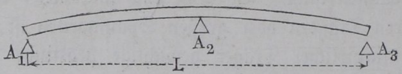
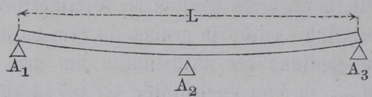



Fig. 150.




$$f = \frac{q\,l^4}{8\,TE} = \frac{q\,L^4}{16\,.\,8\,TE} = 0{,}167\,\mathrm{m},$$

und für den Zustand der Fig. 150 nach §. 35, 4 durch

$$f = \frac{5}{384}\,\frac{q\,L^4}{TE} = 0{,}278\,\mathrm{m}.$$

Wenn nun auch eine so beträchtliche Veränderung der Auflagerhöhen nicht zu befürchten sein mag, so erkennt man doch zur Genüge aus den vorstehenden Zahlenwerthen, in welcher erheblichen Weise die Sicherheit continuirlicher Träger durch zufällige und unvermeidliche Veränderungen der Auflager beeinflußt werden kann.

Hierzu tritt der ungünstige Umstand, daß auch schon bei der Herstellung des eisernen Trägers Abweichungen von der richtigen Form leicht vorkommen können, welche nur durch Anwendung besonderer Sorgfalt sich vermeiden lassen. Die vorstehende Theorie ist nämlich immer von der Voraussetzung ausgegangen, daß die Unterkante des Trägers im unbelasteten Zustande eine gerade Linie sei, oder daß doch wenigstens sämmtliche Auflagerstellen desselben ursprünglich in einer Geraden liegen, so lange der Träger noch nicht durch eine Belastung, also auch nicht durch sein Eigengewicht angegriffen ist. Denkt man sich etwa den Träger nach seiner Fertigstellung, bei welcher er auf hoher Kante zu stehen pflegt, umgekantet, so daß sein Eigengewicht nunmehr nicht auf eine Durchbiegung in der Trägerebene wirkt, so müssen in dieser Lage des Trägers die sämmtlichen Auflagerstellen genau in einer geraden Linie liegen. Wenn dies nicht der Fall ist, wenn z. B. die mittlere Auflagerstelle um eine gewisse Größe $a$ von der geraden

Verbindungslinie der äußeren Auflagerflächen abwiche, wie dies unter anderem sicher der Fall sein wird, wenn diese Auflagerstellen bei der Zusammensetzung des Trägers in aufrechter Stellung in einer Geraden befindlich gewesen sein sollten, so ist diese Abweichung von der richtigen Trägerform offenbar in ihrem Einflusse gleichbedeutend mit einer Höhenabweichung der mittleren Stütze von der Verbindungslinie der äußeren Auflager um eben dieselbe Größe $a$. Man ersieht hieraus, wie durch ein möglicherweise in ungünstiger Art stattfindendes Zusammentreffen der nie ganz zu vermeidenden Ungenauigkeiten der Anfertigung mit denen der Aufstellung die Sicherheit continuirlicher Träger in hohem Grade gefährdet erscheint, und daß eine stete Ueberwachung des betreffenden Zustandes unerläßlich ist.

Diese Gründe sind denn auch hauptsächlich die Veranlassung, weshalb man neuerdings mehr und mehr von der Anwendung continuirlicher Brückenträger zurückgekommen ist, und den isolirten Trägern über die einzelnen Oeffnungen den Vorzug giebt, trotzdem dieselben nach den vorstehenden Rechnungen einen größeren Materialaufwand zu ihrer Ausführung erfordern. Es ist leicht ersichtlich, daß bei der Anordnung von Einzelträgern eine Veränderung der Auflagerhöhen, wie sie etwa durch ungleichmäßiges Setzen der Pfeiler eintritt, so bedenkliche Wirkungen für die Sicherheit nicht im Gefolge hat, wie sie vorstehend für die continuirlichen Träger erkannt wurden.

Es mag hier noch die sinnreiche, ebenfalls von Mohr angegebene Aufstellungsart angeführt werden, welche den Zweck hat, die gedachten Uebelstände zu beseitigen, welche aus den unvermeidlichen Fehlern der Anfertigung und Aufstellung der continuirlichen Träger herrühren. Mohr schlägt zu dem Ende vor, continuirliche Träger in den Einzelstrecken der verschiedenen Oeffnungen getrennt anzufertigen und aufzustellen, und nach ihrer Aufstellung die Enden der auf den Mittelpfeilern zusammentreffenden Einzelträger nachträglich durch Vernietung mit einander zu verbinden. Ist dies geschehen, so hat man eine nachträgliche Senkung der mittleren Auflager durch Entfernung von besonderen zu dem Zwecke untergelegten Platten zu bewirken. Die Stärke dieser Platten, d. h. die Größe der entsprechenden Senkung, ist natürlich nicht direct durch die vorstehend entwickelten Formeln zu berechnen, sondern mit Rücksicht darauf zu bestimmen, daß der Träger in dem Zustande, wo er nur sein Eigengewicht zu tragen hat, auf Stützen ruht, welche solche Höhenlage zu einander haben, daß die Momente über den Mittelstützen gleich Null sind, wie es offenbar vor der Zusammenkuppelung der Einzelträger der Fall war, und woran die Vereinigung nichts ändern konnte. Von diesem Zustande ausgehend ist dann die nachträglich zu bewirkende Senkung der Innenstützen so zu berechnen, daß die verschiedenen Maximalmomente für die ungünstigsten Belastungsfälle einander gleich werden. Hinsichtlich der Ausführung dieser Rechnungen muß hier auf die benutzte Quelle*) verwiesen werden.

§. 40. **Die elastische Linie als Seilcurve.** Die Berechnung der continuirlichen Träger führt, wie aus dem Vorstehenden sich ergiebt, zu verwickelten und umständlichen Rechnungen, sobald die Anzahl der Stützen eine größere und die Belastungsart nicht eine sehr einfache ist. Um diese Schwierigkeiten zu vermeiden, kann man sich daher auch hier graphischer Methoden bedienen, welche eine für die Praxis genügende Genauigkeit gewähren. Im Folgenden soll die von Mohr**) herrührende, durch ihre Anschaulichkeit und Einfachheit ausgezeichnete Methode näher angegeben werden. Aus der für die elastische Linie geltenden Gleichung

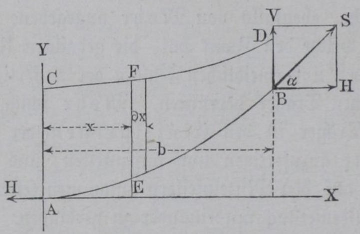
$$M = TE\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

oder

$$E\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{M}{T} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

läßt sich wie folgt nachweisen, daß die elastische Linie zu den sogenannten Seilcurven gehört. Man denke sich zu dem Zwecke in $AB$, Fig. 151, ein Seilstück, dessen tiefster Punkt $A$ ist, so daß daselbst die Tangente des Seiles horizontal ausfällt, und dessen Belastung in bekannter Weise der Belastungslinie $CFD$ gemäß derart angenommen ist, daß die Ordinate $EF$ in dem beliebigen Punkte $E$ daselbst die specifische Belastung $q$ nach einem gewissen willkürlich gewählten Maßstabe darstellt. In dem Punkte $B$ wirkt auf das Seilstück eine Zugspannung $S$, deren horizontale Componente gleich dem überall constanten Werthe $H$ ist, während die verticale Componente $V$ übereinstimmt mit der zwischen dem Scheitel $A$ und dem Punkte $B$ angebrachten Belastung. Diese letztere ist nach dem Begriffe der Belastungsfläche durch das Flächenstück $ACDB$ dargestellt.

Fig. 151.




Nimmt man den Scheitel $A$ der Seilcurve zum Anfang rechtwinkeliger Coordinaten an, deren X-Axe horizontal gerichtet ist, und ist $\alpha$ der Winkel

*) S. Zeitschr. d. Archit.- u. Ing.-Ver. für Hannover, 1860.
**) S. Zeitschr. d. Archit.- u. Ing.-Ver. für Hannover, 1868.