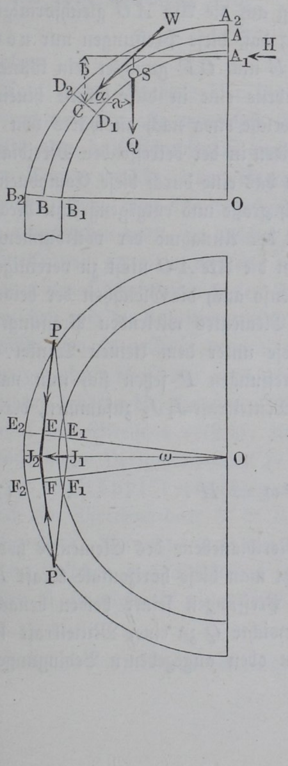
Querschnitte $A D D_1 A_1$ und solcher Dicke, daß das Stabilitätsmoment für beide Mauern in Bezug auf $A D$ als Drehkante gleich groß ist. Auch kann man, wenn man sich mit dieser Annäherung nicht begnügen will, das resultirende Umsturzmoment aller einzelnen Streifen wie $F F_1$ von A bis D bilden und danach die Querdimensionen der Mauer bestimmen.

Kuppelgewölbe. Die zur Ueberdeckung von Räumen kreisförmigen Grundrisses dienenden Kuppelgewölbe sind dadurch gekennzeichnet, daß die beiden Leibungen durch zwei Rotationsflächen dargestellt sind, deren gemeinsame Axe im Mittelpunkte des kreisförmigen Grundrisses senkrecht steht. Die Erzeugungs- oder Meridianlinien dieser Rotationsflächen sind häufig Kreisbögen, so daß die Wölbflächen kugelförmig ausfallen, doch kommen auch anders gestaltete Meridianlinien vor. Ein solches Kuppelgewölbe ist entweder ein geschlossenes, d. h. bis zum Scheitelpunkte fortgesetztes, oder ein offenes im Scheitel durch eine kreisförmige Oeffnung unterbrochenes. Die letztere Anordnung findet sich häufig aus dem Grunde, um die centrale Oeffnung behufs der Beleuchtung als Oberlicht (Laterne) wirken zu lassen. §. 30.

Fig. 98.



Die Belastung der Kuppeln besteht fast immer nur in ihrem Eigengewichte, bezw. ihrer Bekleidung, und zwar ist diese Belastung in allen Fällen als ganz gleichförmig um die Axe herum vertheilt anzunehmen, wenigstens soll auf eine einseitige Belastung, wie sie z B. durch Schneedruck herbeigeführt werden kann, im Folgenden nicht Rücksicht genommen werden. Um die Stabilitätsverhältnisse dieser Gewölbe zu prüfen, denke man sich durch Fig. 98 ein halbes Kuppelgewölbe dargestellt, für welches $A O$ die Axe und $A C B$ die Mittellinie der Meridianfläche sein mag. Denkt man sich aus diesem Gewölbe durch zwei verticale Axenebenen $O E$ und $O F$, welche unter einem kleinen Winkel $E O F = \omega$ gegen einander geneigt sind, ein streifenförmiges Element herausgeschnitten, dessen Mittelebene durch $A_1 A_2 B_2 B_1$ dargestellt ist, so kann man in Bezug auf dieses Element ganz ähnliche Betrachtungen anstellen, wie bei den Tonnengewölben. Zieht man nämlich in dem Meridianschnitte AB durch einen beliebigen Punkt C der Mittellinie ACB eine auf der letzteren senkrechte Gerade $D_1 D_2$, so kann man den Kegelmantel, dessen Axe AO ist, und dessen Seite durch diese Gerade $D_1 D_2$ gebildet wird, als die Lagerfuge für alle die unendlich vielen elementaren Streifen ansehen, in welche sich der oberhalb $D_1 D_2$ befindliche Theil der Kuppel zerlegen läßt. Für jedes derartige Element, wie $A_1 A_2 D_2 D_1$, gilt nun wieder die allgemeine Bedingung, daß das Gleichgewicht nur möglich ist, wenn die Resultirende aller auf das Element wirkenden äußeren Kräfte die Lagerfuge innerhalb des Gewölbmaterials $D_1 D_2$ trifft und von der Normalen zu $D_1 D_2$ um weniger als den betreffenden Reibungswinkel abweicht. Als äußere, auf das Element wirkende Kraft hat man zunächst das Gewicht Q des Elementes und seiner etwaigen Belastung anzusehen, welches in dem bezüglichen Schwerpunkte S wirksam zu denken ist. Außerdem wirken noch auf die beiden verticalen Seitenflächen des Elementes, welche in den Meridianebenen OE und OF enthalten sind, gewisse Reactionen oder Pressungen P, die von den benachbarten Elementen ausgeübt werden. Aus der vorausgesetzten in Bezug auf die Axe AO gleichförmigen Gestalt und Belastung ergiebt sich sogleich, daß diese Pressungen nur normal zu den verticalen Meridianebenen OE und OF gerichtet sein können, denn würde die Pressung einer solchen Ebene eine in diese Ebene hineinfallende tangentiale Componente haben, welche etwa nach auswärts von O nach E gerichtet wäre, so würde von den beiden in der betreffenden Meridianebene zusammenstoßenden Gewölbelementen das eine durch diese Componente nach außen und das andere durch die gleich große und entgegengesetzte Reaction nach innen gedrückt werden, was mit der Annahme der vollkommenen Gleichmäßigkeit aller Verhältnisse rings um die Axe AO nicht zu vereinigen wäre. Aus dieser Gleichförmigkeit folgt ebenso auch die Gleichheit der beiden auf die Seitenebenen OE und OF des Elementes wirkenden Pressungen, welche jede mit P bezeichnet werde. Diese unter dem kleinen Winkel ω gegen einander wirkenden horizontalen Pressungen P setzen sich nun nach dem Parallelogramm der Kräfte zu einer Mittelkraft $J_1 J_2$ zusammen, deren Größe wegen der Kleinheit von ω durch

$$J_1 J_2 = 2 P \sin \frac{\omega}{2} = P \omega = H \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

gegeben ist, und welche in der mittleren Meridianebene des Elementes horizontal von innen nach außen wirkt. Setzt man diese horizontale Kraft H, welcher das betrachtete Element durch die Pressungen seiner beiden benachbarten Elemente ausgesetzt ist, mit dem Gewichte Q zu einer Mittelkraft W zusammen, so muß diese Resultirende den oben angegebenen Bedingungen entsprechen, gerade so wie die Stützkraft W bei den bisher betrachteten Tonnengewölben. Die Analogie mit den letzteren fällt überhaupt ins Auge, und der wesentliche Unterschied besteht nur darin, daß, während bei den Tonnengewölben der Horizontalschub H in der Scheitelfuge durch die Reaction der benachbarten Gewölbhälfte ausgeübt wird, bei dem Kuppelgewölbe dieser Horizontalschub H unterhalb des Scheitels gelegen ist. Dies geht daraus hervor, daß hier der Horizontalschub als die Resultirende aus den Wirkungen angesehen werden muß, welche die beiderseits benachbarten Gewölbtheile auf die Meridianflächen ausüben, in denen sie mit dem betrachteten Elemente in Berührung sind. Wenn nun die durch Zusammensetzung von Q und H sich ergebende Stützkraft W durch irgend einen Punkt etwa C der Lagerfuge $D_1 D_2$ geht, so hat man für diesen Punkt C als Mittelpunkt der Momente die Gleichung

$$Qa = Hb \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

unter a und b die Abstände des Stützpunktes C von dem Gewichte Q, bezw. von der Horizontalkraft H verstanden. Ebenso ist die Stützkraft in C wie bei den Tonnengewölben durch

$$W = \sqrt{Q^2 + H^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

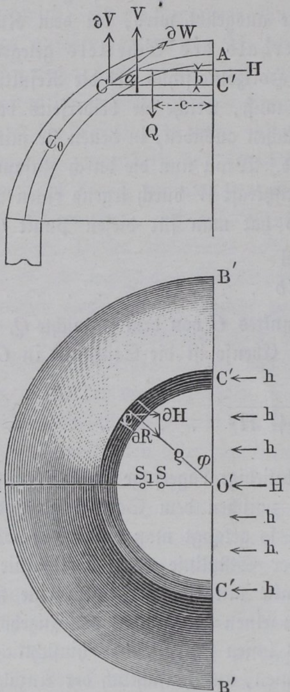
gegeben.

Denkt man sich diese hier für die beliebige Lagerfuge $D_1 D_2$ angestellte Betrachtung für alle möglichen Fugen zwischen dem Scheitel A und der Basis oder dem Kämpfer B angestellt, so gelangt man auch hier, wie bei dem Tonnengewölbe, zum Begriffe der Stützlinie oder Mittellinie des Druckes, wenn man alle diejenigen Punkte mit einander durch eine stetige Linie verbunden denkt, in welcher die einzelnen Fugen von den zugehörigen Mittelkräften getroffen werden, und es lassen sich offenbar hinsichtlich der allgemeinen Eigenschaften dieser Stützlinien, und hinsichtlich der Anzahl der möglichen und der Unbestimmtheit der wirklichen Stützlinien die für Tonnengewölbe gemachten Bemerkungen leicht auf Kuppelgewölbe übertragen. Die Horizontalkraft H ist hier nicht wie bei den Tonnengewölben für alle Fugen constant, sondern dieselbe nimmt, da sie aus den Reactionen auf die Seitenflächen des Streifens entsteht, allmälig nach unten hin zu. Um für die Größe dieses Horizontaldruckes H einen allgemeinen Ausdruck zu erhalten, sei der von Föppl*) eingeschlagene Weg befolgt, indem zunächst die Kuppel durch eine Meridianebene $B' O' B'$, Fig. 99 (a. f. S.), in zwei gleiche Theile zerlegt wird. Betrachtet man von einer solchen Hälfte diejenige halbe Calotte, welche zwischen dem Scheitel A und der kegelförmigen Fuge $C' C C'$ enthalten ist, so wirkt auf dieses Stück außer dessen Eigengewicht Q die Summe

*) A. Föppl, Theorie der Gewölbe. Leipzig 1880.

aller in dem Halbkreise $C' C C'$ gleichmäßig vertheilten Stützkräfte w und außerdem die Summe aller der nach dem Vorstehenden horizontalen Reactionen h, mit welchen die weggeschnitten gedachte Hälfte gegen den Meridianschnitt $C' O' C'$ wirkt. Diese letzteren Reactionen liefern eine horizontale Mittelkraft H, welche in der $C' C'$ senkrechten Symmetrieebene $O' M$ des Kuppelstückes wirkt, und zwar in einer noch unbekannten Höhe b über dem mittleren Kreise $C C'$ der Lagerfuge.

Fig. 99.



Wegen der symmetrischen Form und Belastung der Kuppel wird die Stützreaction w der Lagerfuge in derselben nach allen Meridianebenen gleichförmig vertheilt sein, und es ist aus demselben Grunde auch klar, daß diese Reaction für irgend welchen Punkt der Lagerfuge in der Meridianebene desselben liegen, und für alle Punkte unter demselben Winkel α gegen den Horizont geneigt sein muß. Wenn also diese Reaction w in irgend einem Meridianschnitte in dem Punkte C vom Halbmesser $O' C = \varrho$ angreift, so kann man sich den gesammten Widerstand der Lagerfuge in der Kreislinie $C' C C'$ vom Halbmesser $O' C = \varrho$ wirksam denken. Bezeichnet man daher mit w den mittleren Stützdruck auf die Längeneinheit dieser Kreislinie, so erhält man für irgend ein Element ∂L derselben den Stützdruck

$$\partial W = w \partial L.$$

Zerlegt man den elementaren Stützdruck ∂W in irgend welchem Punkte C in seine verticale Componente ∂V und die horizontale, also radial gerichtete Componente ∂R, so hat man

$$\partial V = \partial W \sin\alpha = w \sin\alpha \, \partial L \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Offenbar ist die Summe aller verticalen Componenten gleich dem Gewichte Q des betrachteten Kuppelstückes, so daß man hat

$$V = Q = w \sin\alpha \, L = w \sin\alpha \, \pi \varrho \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Die radiale Componente dagegen findet man zu

$$\partial R = \partial W \cos\alpha = w \cos\alpha \, \partial L \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Wenn man dieselbe wiederum zerlegt in eine Componente senkrecht und eine parallel zur Begrenzungsebene $C' O' C'$ des betrachteten Kuppelstückes, so erhält man die erstere zu

$$\partial H = \partial R \sin\varphi = w \cos\alpha \, \partial L \sin\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

wenn φ den Winkel $C O' C'$ bedeutet, welchen die Meridianebene von C mit der Grenzebene $C' O' C'$ bildet. Summirt man auch diese Componenten für alle Werthe von $\varphi = 0$ bis $\varphi = \pi$, so erhält man, da $\partial L \sin\varphi$ gleich der Projection des Kreisbogenelementes ∂L auf den Durchmesser $C' C'$ ist, die gesammte Horizontalkraft

$$H = w \cos\alpha \, 2\varrho \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

und durch Division in (5):

$$\tang \alpha = \frac{2}{\pi} \frac{Q}{H} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Die andere Componente von ∂R, welche parallel mit der Begrenzungsebene $C' C'$ und durch

$$\partial R \cos\varphi$$

gegeben ist, liefert bei der Summirung ein Resultat gleich Null, da diese Componenten für je zwei zu $O' M$ symmetrisch gelegene Elemente gleich und entgegengesetzt sind.

Die verticale Resultirende V hat man sich in dem Schwerpunkte S_1 der als materiell gedachten halben Kreislinie $C' C C'$ angreifend zu denken, welcher Schwerpunkt von der Ebene $C' C'$ bekanntlich den Abstand $O S_1 = \frac{2}{\pi} \varrho$ hat, während die Schwerkraft Q der halben Kuppelschale in dem Schwerpunkte S wirkt, dessen Abstand von $C' O' C'$ durch c ausgedrückt sein mag. Bezeichnet man noch den verticalen Abstand der Horizontalkraft H von dem Kreise $C' C$ mit b, so hat man zur Bestimmung von b die Momentengleichung

$$Q \, . \, S S_1 = Q \left(\frac{2}{\pi} \varrho - c \right) = H b \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

welche, wenn man darin aus (9)

$$H = \frac{2 Q}{\pi \tang \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

einführt,

$$b = \left(\varrho - \frac{\pi}{2} c \right) \tang \alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

liefert.

Aus der Gleichung (11):

$$H = \frac{2}{\pi} \, Q \, cotg \, \alpha$$

erkennt man leicht, daß der Horizontalschub H des Kuppelgewölbes für einen gewissen Winkel α, d. h. für eine gewisse Stelle der Kuppel einen größten Werth annimmt. Man findet hierfür die Bedingung durch

$$\frac{\partial H}{\partial \alpha} = 0,$$

welche, mit Rücksicht darauf, daß das Gewicht Q von α abhängt, die Gleichung liefert:

$$\frac{\partial H}{\partial \alpha} = \frac{2}{\pi} \left(cotg \, \alpha \, \frac{\partial Q}{\partial \alpha} - \frac{Q}{sin^2 \, \alpha} \right) = 0,$$

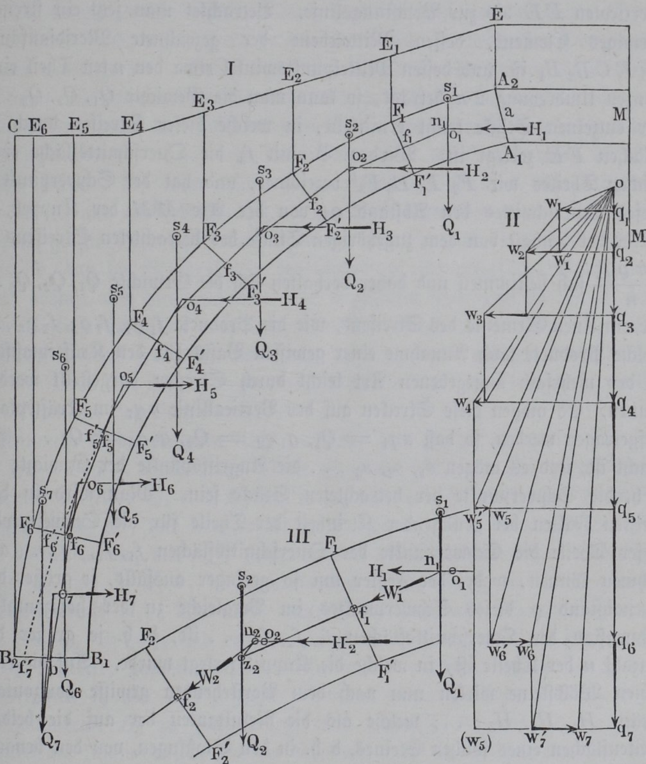
oder

$$\frac{\partial Q}{Q} = 2 \, \frac{\partial \alpha}{sin \, 2 \, \alpha} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (13)$$

Sei etwa C_0 der Punkt des Meridianschnittes, für welchen diese Bedingung (13) erfüllt ist, für welchen also der Horizontalschub H den größten Werth annimmt, so wird für alle tiefer liegenden Punkte der Kuppel der Horizontalschub H, d. h. also die Pressung in dem Meridianschnitte $B' O' B'$ kleiner. Dies könnte nur dadurch möglich werden, daß in dem Meridianschnitte unterhalb dieses Punktes C_0 nicht mehr rückwirkende Pressungen, sondern absolute Spannungen stattfänden. Da man aber annehmen muß, daß der Mörtel in den Fugen Zugspannungen nicht zu übertragen vermag, so wird unterhalb des gedachten Punktes C_0 in den Meridianschnitten überhaupt keine Reactionswirkung ausgeübt werden, indem man sich zu denken hat, daß sämmtliche verticale Stoßfugen von dem durch C_0 gelegten Horizontalschnitte aus nach unten hin sich öffnen. Der Horizontalschub hat daher für alle Punkte des Kuppelgewölbes unterhalb C_0 einen constanten Werth gleich dem dem Punkte C_0 zukommenden Maximum von H. Es ist daraus auch ersichtlich, daß unterhalb dieses Punktes C_0 die Stützlinie zufolge des Horizontaldruckes H_{max} mehr nach außen gedrängt wird, als es der Fall sein würde, wenn der Mörtel in den einzelnen Steinkränzen Zugspannungen auszuüben vermöchte, weil in Folge einer solchen Eigenschaft der Horizontalschub um so mehr sich verringern müßte, je mehr das betreffende Kuppelstück unterhalb des durch C_0 gedachten Ringes herabreicht.

In der That hat man vielfach bei Kuppeln den einzelnen Steinkränzen im unteren Theile die Fähigkeit, Zugspannungen aufzunehmen, dadurch ertheilt, daß man die Kuppeln direct über dem Auflager mit eisernen Ringen umgürtete, wie dies z. B. bei der berühmten Kuppel der St. Peterskirche in Rom nachträglich geschehen ist. In welcher Weise die Anordnung eines solchen Ringes, der durch seine Zugspannung den Horizontalschub für den unteren Theil der Kuppel von dem größten Werthe H_{max} wieder herabzieht, und dadurch die Stützlinie entsprechend nach innen drängt, zu treffen, und wie der Einfluß desselben auf die Stabilität des Kuppelgewölbes und ins-

Fig. 100.



besondere der Widerlagsmauer zu beurtheilen ist, dürfte nach dem Vorhergegangenen deutlich sein.

Auch bei den Kuppelgewölben wird man sich am bequemsten einer graphischen Methode zur Ermittelung des Horizontaldruckes und der Pressung in jedem Querschnitte bedienen, um danach die erforderliche Stärke des Gewölbes und Widerlagers zu bestimmen. Dies kann in folgender Weise geschehen. Es sei $A_1 A_2 B_2 B_1$, Fig. 100, der Meridianschnitt eines Kuppelgewölbes, welches in der Mitte mit einer Lichtöffnung MA_1A_2 versehen sein mag, und dessen Belastung in bekannter Weise durch die Belastungslinie CE dargestellt sein soll. Man theile dann den Gewölbequerschnitt durch Ebenen wie F_1F_1', F_2F_2' ... nach der Richtung der Lagerfugen in eine beliebige Anzahl von Theilen, welche als Gewölbsteine aufgefaßt werden können, und ziehe durch die oberen Kanten F_1F_2 ... dieser Fugen die Verticalen FE bis zur Belastungslinie. Betrachtet man jetzt ein streifenförmiges Element, dessen Mittelebene der gezeichnete Meridianschnitt $A_1ECB_2B_1$ ist, und dessen Mittelpunktswinkel etwa den $n$ten Theil einer ganzen Umdrehung 2π beträgt, so kann man die Gewichte Q_1, Q_2, Q_3 ... der einzelnen Stücke leicht ermitteln, in welche dieser Streifen durch die Flächen FE zerlegt ist. Wird z. B. mit f_3 die Querschnittsfläche eines solchen Theiles wie $F_2'E_2E_3F_3'$ bezeichnet, und hat der Schwerpunkt s_3 dieses Querschnittes den Abstand ϱ_3 von der Axe MM der Kuppel, so würde der Inhalt von dem zugehörigen Stücke des betrachteten Streifens zu $\frac{2\pi\varrho f_3}{n}$ sich bestimmen und daher verhalten sich die Gewichte Q_1, Q_2, Q_3... der einzelnen Elemente des Streifens, wie die Producte $f_1\varrho_1, f_2\varrho_2, f_3\varrho_3$..., welche Producte nach Annahme einer gewissen Basis für den Kräftemaßstab in der mehrfach angegebenen Art leicht durch Strecken dargestellt werden können. Es mögen diese Strecken auf der Verticallinie oq_7 im Kräfteplane aufgetragen werden, so daß $oq_1 = Q_1$, $q_1q_2 = Q_2$, $q_2q_3 = Q_3$ ... gemacht ist, und es mögen s_1, s_2, s_3 ... die Angriffspunkte der Gewichte Q, d. h. die Schwerpunkte der betrachteten Stücke sein. Man wird in den meisten Fällen bei genügender Kleinheit der Theile für die Schwerpunkte dieser Theile die Schwerpunkte der Querschnittsflächen f_1, f_2, f_3 ... annehmen können, wobei der Fehler um so geringer ausfällt, je größer der Axenabstand ϱ dieses Schwerpunktes im Vergleiche zu der horizontalen Dimension der Querschnittsflächen f_1, f_2, f_3 ... ist, d. h. je größer die Anzahl n der Theile ist, in welche die Kuppel zerlegt wurde. Auf die einzelnen Wölbsteine wirken nun nach dem Vorstehenden gewisse horizontale Kräfte H_1, H_2, H_3 ..., welche als die Resultanten der auf die beiden Seitenflächen eines solchen Steines, d. h. in den Stoßfugen, von den benachbarten Steinen ausgeübten Reactionen angesehen werden müssen. Für den Angriffspunkt dieser Horizontalkräfte nimmt Scheffler entsprechend dem Princip des kleinsten Widerstandes die oberste Kante jedes Wölbsteines an, also A_2 für die Horizontalkraft H_1 des obersten Steines A_2F_1', F_1 für die Horizontalkraft H_2 des folgenden Steines F_1F_2' u. s. w., wogegen Andere*) den Schwerpunkt der Querschnittsfläche eines Wölbsteines als Angriffspunkt

*) S. Föppl, Theorie der Gewölbe.

der Horizontalkraft annehmen. Diese letztere Annahme soll auch hier gemacht und daher vorausgesetzt werden, daß H_1 im Schwerpunkte o_1 von $A_2 F_1'$, H_2 im Schwerpunkte o_2 von $F_1 F_2'$ angreife u. s. f.

Um nun die Horizontalkräfte selbst zu bestimmen, muß in Bezug der zugehörigen Stützlinie eine entsprechende Annahme gemacht werden. Es ist nämlich hier wie bei den Tonnengewölben leicht ersichtlich, daß es in einem stabilen Kuppelgewölbe eine unendlich große Anzahl von möglichen Stützlinien geben wird, welche sich von einander durch die Größe des Horizontalschubes unterscheiden. Welche von diesen möglichen Stützlinien die wirkliche ist, wird, wie schon bei den Tonnengewölben angeführt wurde, sich nur angeben lassen, wenn die Elasticitätsverhältnisse der Gewölbe genügend untersucht sein werden. Man wird daher auch hier die Untersuchung derartig führen können, daß man prüft, ob innerhalb des Kerns eine Stützlinie möglich ist, und wird ebenso, wie bei den Tonnengewölben gezeigt wurde, die möglich größte Sicherheit erlangen, wenn das Gewölbe so geformt und belastet ist, daß die Mittellinie des Gewölbes eine mögliche Stützlinie wird, womit auch hier wiederum von vornherein noch nicht gesagt ist, daß diese mögliche Stützlinie auch unter allen Umständen die wirkliche sei. Mit Rücksicht hierauf soll denn untersucht werden, unter welchen Verhältnissen diejenige Linie $a f_1 f_2 f_3 \ldots b$ zu einer Stützlinie des Gewölbes wird, welche die Mitten der Lagerfugen enthält.

Nunmehr ist die Aufgabe leicht zu lösen, denn da die Stützkraft W_1 für die Fuge $F_1 F_1'$ durch deren Mitte f_1 gehen soll, und die beiden Componenten derselben Q_1 und H_1 sich in n_1 schneiden, so giebt $n_1 f_1$ die Richtung von W_1 an, und man erhält im Kräftepolygone, wenn man durch o eine Parallele $o w_1$ mit $n_1 f_1$ zieht, in $o w_1$ die Stützkraft W_1 für die erste Fuge F_1 und in $q_1 w_1$ die den obersten Stein $A_1 F_1$ in o_1 ergreifende Horizontalkraft H_1. Die in f_1 angreifende Stützkraft $W_1 = o w_1$ muß nun mit $Q_2 = q_1 q_2$ und der noch unbekannten Horizontalkraft H_2, welche in o_2 angreift, zusammen eine Resultirende ergeben, welche durch den Mittelpunkt f_2 von $F_2 F_2'$ geht. Um aus dieser Bedingung die gesuchte Horizontalkraft H_2 zu finden, setzt man zunächst W_1 mit Q_2 zu einer Mittelkraft zusammen, welche die Richtung $o w_1'$ im Kräfteplane hat, und durch den Punkt z_2 hindurchgeht, in welchem die Kraft Q_2 von der Richtung $n_1 f_1$ der Stützkraft W_1 geschnitten wird (s. auch die in größerem Maßstabe gezeichnete Figur III). Legt man daher durch diesen Schnittpunkt z_2 eine Parallele zu $o w_1'$, so erhält man in deren Schnittpunkte n_2 mit der Richtung von H_2 einen Punkt, durch welchen die Stützkraft W_2 geht, welche die Fuge F_2 in deren Mitte f_2 treffen soll. Man hat daher nur noch $n_2 f_2$ zu ziehen und damit eine Parallele durch o im Kräfteplane zu zeichnen, welche in $o w_2$ die Stützkraft W_2 und in $q_2 w_2$ die Summe $H_1 + H_2$, also in

$w_1' w_2$ die Horizontalkraft H_2 liefert. Fährt man in dieser Weise in der Construction fort, indem man jede gefundene Stützkraft W zunächst mit dem Gewichte Q des folgenden Gewölbsteines zu einer Mittelkraft und diese mit der Horizontalkraft dieses Steines zu einer Resultirenden zusammensetzt, welche die Mitte der nächsten Fuge trifft, so erhält man, der Stützlinie $a f_1 f_2 f_3 \ldots b$ entsprechend, den Kräfteplan $o w_1 w_2 w_3 \ldots w_7 q_7$, in welchem die von o aus nach den Eckpunkten w gezogenen Strahlen die betreffenden Stützkräfte für die Fugen der Richtung und Größe nach darstellen. Desgleichen giebt der horizontale Abstand $w q$ irgend eines Punktes w von der durch o gehenden Verticallinie die gesammte Horizontalkraft H an, welche auf den oberhalb der zugehörigen Fuge gelegenen Theil des Gewölbes wirkt. Man ersieht hieraus, daß die Horizontalkraft für den Punkt w_4 entsprechend der Fuge F_4 ein Maximum ist, und daß daher, wenn die Stützlinie den hier vorausgesetzten Verlauf $f_4 f_5 f_6 b$ wirklich annehmen soll, auf die unterhalb $F_4 F_4'$ gelegenen Gewölbtheile negative, d. h. nach innen gerichtete Horizontalkräfte wirken müssen. Hiernach müßte auf den Gewölbtheil $F_4 F_5'$ eine Kraft $H_5 = w_5' w_5$, auf den Theil $F_5 F_6'$ eine Kraft $H_6 = w_6' w_6$ und auf den untersten Theil $F_6 B_1$ eine Kraft $H_7 = w_7' w_7$ wirksam sein. Dieses Verhalten stimmt mit dem oben durch die Rechnung gefundenen überein, und man erkennt, daß, um die Stützlinie wirklich auch unterhalb f_4 in die Mittellinie zu bringen, die betreffenden negativen Pressungen H_5, H_6, H_7 durch die Zugspannungen eines eisernen Ringes oder mehrerer solcher erzeugt werden müßten. Bezeichnet man diese gesammte negative Horizontalkraft $H_5 + H_6 + H_7 = (w_5) w_7$ mit H_0, so ergiebt sich die absolute Spannung P im Umfange des Ringes nach Gleichung (1) durch

$$P = \frac{H_0}{\omega},$$

wenn $\omega = \frac{2\pi}{n}$ den kleinen Mittelpunktswinkel des der Construction zu Grunde gelegten Gewölbstreifens bedeutet. Aus P würde man den erforderlichen Querschnitt F dieses Ringes einfach durch $F = \frac{P}{s}$ erhalten, wenn s die zulässige Materialspannung des Schmiedeeisens pro Quadrateinheit bedeutet.

Wenn die Anwendung eines eisernen Ringes nicht stattfinden soll, so muß man, da der Mörtel Zugspannungen nicht aufnehmen kann, voraussetzen, daß der Horizontaldruck von der Fuge F_4, in welcher H seinen größten Werth $q_4 w_4$ erreicht, diesen größten Werth auch unterhalb F_4 überall beibehält, indem die Stoßfugen unterhalb F_4 sich öffnen. Man erhält dann mit Hülfe des Kräfteplans $o w_1 w_2 w_3 w_4 (w_5)$ die Stützlinie $a f_1 f_2 f_3 f_4 f_5' f_6' f_7'$, welche sich bei f_4 von der Mittellinie nach außen entfernt, und man hat zu prüfen, ob dieser Zweig der Stützlinie überall noch innerhalb des Kerns verbleibt. Sollte dies nicht der Fall sein, die Stützlinie vielmehr über B_2 die äußere Kerngrenze des Gewölbes durchsetzen, so könnte man eine neue Stützlinie zeichnen, indem man den Angriffspunkt in der obersten Fuge F_1 so tief senkt, daß daselbst die Stützlinie bis in die innere Kerngrenze hineinrückt. Dieser neuen Stützlinie entspricht, wie aus der dann steileren Richtung von $n_1 f_1$ ersichtlich ist, ein geringerer Horizontalschub, demzufolge der untere Theil der Stützlinie bei B_2 mehr nach innen gerückt wird. Sollte daselbst die Stützlinie trotzdem noch die äußere Kerngrenze schneiden, so gäbe es überhaupt für die Kuppel keine Stabilität und man hätte die Form und Gewölbstärke bezw. die Belastung zu ändern.

Was die Prüfung der Kuppel gegen Gleiten anbetrifft, so hat man nur zu bemerken, daß die Strahlen ow des Kräfteplans die Richtungen der resultirenden Stützkräfte angeben, so daß man sich in einfacher Art überzeugen kann, wie groß die Winkel dieser Strahlen gegen die Normalen der Fugen sind, und man würde nöthigenfalls durch geänderte Fugenrichtung einem zu befürchtenden Gleiten vorbeugen können.

Die Strahlen ow geben durch ihre Längen, welche die Größe der Stützkräfte darstellen, ebenfalls für jede Lagerfuge FF' ein Maß für die Pressung, wenn man die Kraft W durch den Flächeninhalt der bezüglichen Lagerfuge dividirt. Hierbei muß aber noch bemerkt werden, daß, während in den unterhalb F_4 gelegenen Fugen die aus der Stützkraft W hervorgehende Pressung die einzige Anstrengung des Materials ist, in den darüber gelegenen Gewölbtheilen noch die zu den Stoßfugen normale Pressung P hinzukommt. Diese Pressung wird besonders nach dem Scheitel der Kuppel hin groß ausfallen und hat z. B. für den Wölbstein $A_1 A_2 F_1 F_1'$ nach Gleichung (1) für jede Seitenfläche den Werth

$$P_1 = \frac{H_1}{\omega},$$

worin $H_1 = q_1 w_1$ den Horizontaldruck dieses Steines und $\omega = \frac{2\pi}{n}$ den Mittelpunktswinkel desselben bedeutet. Bei der Bestimmung der mit Rücksicht auf die Festigkeit erforderlichen Gewölbstärke ist hierauf besondere Rücksicht zu nehmen.

In welcher Weise der weitere Verlauf der Stützlinie unterhalb der Kämpferfuge $B_1 B_2$ im Widerlager bestimmt werden kann, ist aus dem Früheren deutlich und bedarf hier keiner Wiederholung.

Schiefe Gewölbe. Bei den bisher betrachteten cylindrischen oder Tonnengewölben war immer stillschweigend vorausgesetzt, daß die Stirn- §. 31.