linie erkennen, deren Construction mit Hülfe des zugehörigen Kräfteplanes nach dem Vorhergegangenen keine Schwierigkeiten bieten dürfte. Als Beispiel hierzu ist noch in Fig. 92 die Stützlinie für den oberen Theil eines mittleren Zwischenpfeilers entworfen, wie derselbe bei dem Göltzschthalviaducte (s. §. 16) zur Ausführung gekommen ist. Hier ist AB die Hälfte des mittleren Gewölbes von 30,87 m Spannweite und mehr als 70 m Höhe des Scheitels über der Thalsohle. An den Pfeiler, von welchem hier nur der Theil FE zwischen der zweiten und vierten Etage gezeichnet wurde, schließen sich bei C_1 und C_2 die halbkreisförmigen Bogen D_1C_1 und D_2C_2 an. Zeichnet man in bekannter Weise die Stützlinien mit Hülfe der Kräftepläne od_1q_1 für D_1C_1, g_2aq für den Hauptbogen AB und $g_3d_2q_2$ für D_2C_2, und stellt man das Gewicht des Pfeilerstückes $EE_1C'_1C_1$ durch q_1g_1, dasjenige von C_1B durch g_1g_2, ferner das von BC_2 durch qg_3 und des unteren Stückes C_2F_1 durch q_2g_4 dar, so erhält man in $od_1q_1g_1g_2aqg_3d_2q_2g_4$ das Kräftepolygon, welches in der mehrbesprochenen Art die Stützlinie des Pfeilers $SS_1S_2S_3S_4S_5S_6S_7$ liefert. Daß diese Stützlinie in jeder Lagerfuge durch einen der Kämpfer C_1, B und C_2 eine Stetigkeitsunterbrechung zeigen muß, wurde schon im Vorhergehenden gelegentlich der Fig. 89 besprochen. So ist z. B. auch hier der Punkt S_4 der Angriffspunkt für die Mittelkraft aus der in B wirkenden Gewölbreaction g_2q und der in S_3 angreifenden Resultirenden og_2, und man erhält diesen Punkt S_4, wenn man durch den Schnittpunkt s jener in B und S_3 wirkenden Kräfte eine Parallele zur resultirenden Strecke oq im Kräftepolygon zieht, u. s. w.

Anmerkung. Zuweilen ist man durch lokale oder andere Rücksichten gehindert, den Widerlagern eines Gewölbes die zur Stabilität erforderliche Dicke zu geben und hilft sich dann wohl durch Einlegung eines eisernen Ankers, wodurch man die beiderseitigen Widerlager verbindet. Dieser horizontale Anker wird durch den Gewölbeschub auf Zug in Anspruch genommen, und man hat, um die Stabilitätsverhältnisse der Construction zu untersuchen, ganz in der vorstehenden Art zu verfahren, nur daß man außer den bisher in Betracht gezogenen Kräften Q, G und H noch die dem Gewölbeschube H entgegengesetzt gerichtete Zugkraft Z des Ankers in die Rechnung, bezw. in die Construction einführt. Ist nun die Dicke, welche man dem Widerlager geben kann, bekannt, so findet man für einen gleichfalls anzunehmenden Stabilitätscoefficienten σ die Größe der von dem Anker auszuübenden Zugkraft Z und hieraus nach den aus dem folgenden Capitel sich ergebenden Regeln den Querschnitt des eisernen Ankers.

Kreuz- und Klostergewölbe. Denkt man sich einen im Grundrisse rechteckigen Raum $ABCD$, Fig. 93 (a. f. S.), dessen Seiten a und b sein mögen, durch ein Tonnengewölbe von der Spannweite $AB = b$ und der Pfeilhöhe $ME = f$ überspannt, und schneidet dieses Gewölbe durch zwei Verticalebenen nach den Diagonalen AC und BD, so erhält man vier cylindrische §. 29.

Stücke K und L, von denen je zwei gegenüberliegende wie K_1 und K_2 oder L_1 und L_2 zu einander symmetrisch sind. Man denke sich ferner von diesen zwei Paaren K und L das eine, etwa L, entfernt und nach Fig. 94 ersetzt durch zwei andere cylindrische Stücke K_3 und K_4, welche dadurch entstanden gedacht werden können, daß man eine horizontale, mit AB parallele Erzeugungsgerade so bewegt, daß sie mit jeder der beiden elliptischen Schnittlinien AC und BD einen Punkt gemein hat und dabei stets mit AB parallel bleibt. Auf diese Weise entsteht über dem Raume AC eine Decke, die durch zwei sich rechtwinkelig durchschneidende horizontale Tonnengewölbe gebildet wird, welche gleiche Pfeilhöhe f und gleich hoch gelegene Kämpferfugen haben, und deren Spannweiten bezw. a und b sind.

Fig. 93.

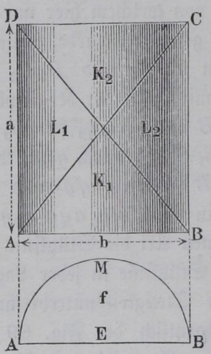
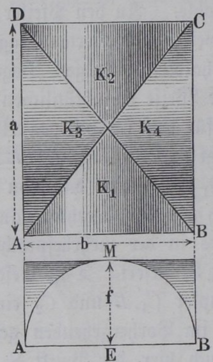


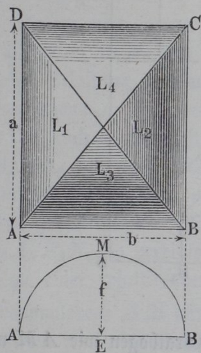
Fig. 94.



Es ist leicht zu erkennen, daß, wenn das eine Gewölbe $K_1 K_2$ nach einem Kreisbogen, etwa nach einem Halbkreise AMB gebildet ist, das andere Gewölbe $K_3 K_4$ in dem Falle durch denselben Kreisbogen begrenzt sein wird, in welchem $a = b$, d. h. wenn der überdeckte Raum quadratisch ist. Ist dagegen b von anderer Größe als a, so muß der Querschnitt des Gewölbes $K_3 K_4$ durch einen Ellipsenbogen von der Sehne b und Pfeilhöhe f dargestellt werden, welcher in eine Halbellipse übergeht, sobald AMB ein Halbkreis ist. Ein solches Gewölbe nennt man ein Kreuzgewölbe, die vier einzelnen Stücke K heißen Kappen und die diagonalen Vereinigungslinien AC und BD nennt man die Grate, man spricht daher von Gratbögen, wenn nach der Richtung dieser Schnittlinien besondere Bögen ausgeführt worden sind, gegen welche sich die Kappen lehnen. Oft läßt man die Gratbögen aber auch fort, indem alsdann die Kappen sich direct gegen einander stemmen. Es ist aus dem Vorstehenden sogleich zu erkennen, daß, während das Tonnengewölbe, Fig. 93, sich gegen zwei Seitenmauern AD und BC als Widerlager stützt, bei dem Kreuzgewölbe, Fig. 94, die Stützkräfte lediglich durch die vier Ecken ABC und D ausgeübt werden müssen, in welchen Ecken daher entsprechend starke Pfeiler aufzuführen sind. Man hat sich diese Pfeiler als die Widerlager der beiden Gratbögen vorzustellen, auf welchen letzteren die Kappen gewissermaßen lasten. Aus diesem Grunde wendet man Kreuzgewölbe hauptsächlich da an, wo es sich darum handelt, die Last der Decke auf einzelne Säulen oder Pfeiler zu übertragen, z. B. in Kirchen, Kellern ꝛc.

Anstatt in dem Tonnengewölbe Fig. 93, die beiden Stücke L_1 und L_2, welche die Kämpferfugen in sich aufnehmen, durch andere zu ersetzen, kann man aber auch die Stücke K_1 und K_2, welche die Gewölbstirnen enthalten, beseitigen, und durch solche cylindrische Stücke L_3 und L_4, Fig. 95, ersetzt denken, welche in derselben schon angegebenen Weise durch Bewegung einer mit AB parallel bleibenden erzeugenden Geraden entstehen, die auf den beiden Gratlinien AC und BD entlang geführt wird. Auf diese Weise erhält man über dem Raume eine Decke, welche gleichfalls aus zwei sich rechtwinklig kreuzenden Tonnengewölben von der gemeinsamen Pfeilhöhe f und den Spannweiten a bezw. b sich zusammensetzt. Man ersieht aus der Figur, daß bei diesem Gewölbe, welches den Namen **Klostergewölbe** führt, sämmtliche vier Umfassungsmauern als Widerlager auftreten, weshalb derartige Gewölbe hauptsächlich zum Ueberdecken einzelner von allen Seiten abgeschlossener Räume sich eignen.

Fig. 95.



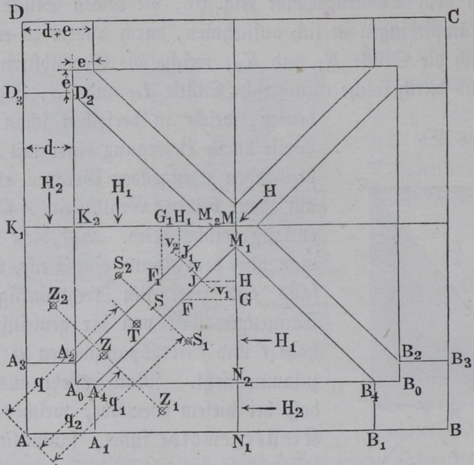
Aus dem Vorstehenden ist auch ersichtlich, daß die Untersuchung der Stabilitätsverhältnisse der Kreuz- und Klostergewölbe sich ebenfalls auf diejenige der Tonnengewölbe zurückführen läßt, aus welchem sie bestehen. Es sei $ABCD$, Fig. 96 (a. f. S.), ein der Einfachheit wegen quadratisch vorausgesetzter Grundriß eines Kreuzgewölbes, für welches besondere Gratbögen AC und BD ausgeführt sein sollen. Ebenso werde vorausgesetzt, daß zwischen die Pfeiler in den umfassenden Verticalebenen die Gurtbögen AB, BC, CD und DA von der Breite d gespannt seien.

Bezeichnet zunächst Q das Gewicht eines halben Gratbogens AM sammt der **direct** auf dem Gratbogen ruhenden Belastung, und ist a der Abstand dieses Gewichtes, welches im Schwerpunkte T wirken möge, von der Innenkante A_0 des Pfeilers, so hat man den Horizontalschub H jedes Gratbogens gegen einen Pfeiler wie bei einem Tonnengewölbe zu

$$H = \frac{Qa}{f},$$

wenn f die Höhe bedeutet, um welche der Scheitel der Stützlinie in M über deren Kämpfer in A_0 gelegen ist. Dieser Horizontalschub H wirkt in der Diagonalebene AM, und zwar in einer Höhe $h + f$ über dem Fuße des Pfeilers A, wenn der letztere unter dem Kämpferpunkte die Höhe h hat.

Fig. 96.



Außer durch sein Eigengewicht ist nun jeder halbe Gratbogen wie AM noch durch zwei halbe Kappengewölbe $A_4 M_1 N_2$ und $A_2 M_2 K_2$ belastet. Diese Belastung kann man folgenderart bestimmen.

Denkt man sich eine halbe Kappe z. B. $A_4 M_1 N_2$ durch verticale Ebenen parallel AB in einzelne Gewölbstreifen wie z. B. $FGHJ$ zerlegt, so entsprechen diese Streifen ebenso vielen halben Tonnengewölben, deren Spannweite um so geringer ist, je näher die Schnittebenen der Mitte M gelegen sind. Die Spannweite dieser Gewölbstreifen hat ihren größten Werth in $A_4 B_4$, und man hat dem Kappengewölbe die dieser Spannweite und der entsprechenden Belastung zukommende Gewölbstärke zu geben. Irgend ein solcher Streifen der halben Kappe habe ein Eigengewicht ΔQ, und es sei mit ΔH der Horizontalschub desselben verstanden. Zu jedem solchen Streifen wie $FGHJ$ der halben Kappe $A_4 M_1 N_2$ giebt es einen symmetrisch zum Grat AM gelegenen Streifen wie $F_1 G_1 H_1 J_1$ der Kappe $A_2 M_2 K_2$, und es ist deutlich, daß je zwei solcher Streifen wie FH und $F_1 H_1$ in ihrer vereinigten Wirkung auf den Gratbogen AM eine Verticalkraft gleich $2 \Delta Q$ und einen Horizontalschub in der Ebene der Diagonale AM von der Größe $\Delta H \sqrt{2}$ ausüben. Dieser letztere Horizontalschub ist in der Höhe des Scheitels M, also in der Höhe $h + f$ über dem Fuße des Pfeilers angreifend zu denken, während die Richtungslinie der verticalen Kraft $2 \varDelta Q$ durch die Durchschnittslinie v gegeben ist, in welcher die Diagonalebene AM von der gemeinschaftlichen Schwerebene $v_1 v_2$ der beiden Streifengewichte $\varDelta Q$ geschnitten wird. Bezeichnet man nun mit Q_1 das Gewicht jeder der beiden halben Kappen $A_4 M_1 N_2$ und $A_2 M_2 K_2$, und mit H_1 den Horizontaldruck derselben, so erkennt man, daß der halbe Gratbogen AM durch die besagten beiden halben Kappen einem weiteren Horizontaldrucke im Scheitel von der Größe $H_1 \sqrt{2}$ in der Diagonalebene AM und einer ferneren Belastung durch das Gewicht $2\,Q_1$ ausgesetzt ist. Diese verticale Belastung $2\,Q_1$ hat man sich ebenfalls in der Diagonalebene AM und zwar so vertheilt vorzustellen, wie oben angegeben wurde, so nämlich, daß der Schwerpunkt dieser Belastung in S erhalten wird, wenn man die Schwerpunkte S_1 und S_2 der beiden halben Kappen $A_4 M_1 N_2$ und $A_2 M_2 K_2$ durch eine Gerade $S_1 S_2$ verbindet. Aus dieser Belastung hat man nun nach dem Vorhergehenden die Stärke des Gratbogens AM zu bestimmen.

Um auch die Stabilität der Pfeiler zu untersuchen, hat man noch zu berücksichtigen, daß jeder Pfeiler, wie A, noch durch zwei Gurtbögen wie $A_1 B_1$ und $A_3 D_3$ gedrückt wird. Bezeichnet man mit H_2 den Horizontalschub jedes dieser Bögen und mit Q_2 das Gewicht einer Bogenhälfte wie $A_1 A_4 N_2 N_1$, so vereinigt sich die Wirkung der beiden Gurte auf den Pfeiler A zu einer resultirenden ebenfalls in der Scheitelhöhe $h + f$ und in der Diagonalebene AM wirkenden Horizontalkraft $H_2 \sqrt{2}$ und zu einer resultirenden verticalen Belastung $2\,Q_2$, deren Angriffspunkt in Z erhalten wird, wenn man die Schwerpunkte Z_1 und Z_2 der beiden Gurtbogenhälften durch eine Gerade verbindet. Unter Berücksichtigung dieser Kräfte läßt sich nun in der mehrfach besprochenen Art die Gleichung für die Widerstandsfähigkeit des Pfeilers A angeben. Derselbe wird durch die in der Diagonalebene AM in der Höhe $h + f$ über dem Fuße angreifenden Kräfte

$$H + (H_1 + H_2) \sqrt{2}$$

auf Umkippen um die Kante A angegriffen, und widersteht dem Umkanten außer durch sein Eigengewicht G noch durch das Moment der Belastungen Q des halben Gratbogens, $2\,Q_1$ der beiden Kappenhälften und $2\,Q_2$ der beiden halben Gurtbögen. Bezeichnet man mit

$$F = (d + e)^2 - e^2 = d^2 + 2de$$

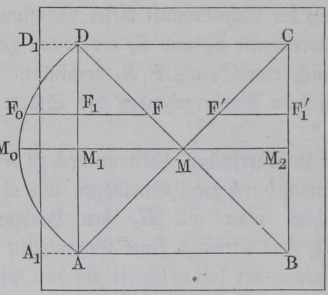
den Querschnitt des Pfeilers, dessen Schwerpunkt von der Kante A den leicht zu ermittelnden Abstand s haben möge, und sind unter q, q_1 und q_2 die Abstände der Verticalkräfte Q, $2\,Q_1$ und $2\,Q_2$ ebenfalls von der Kante A verstanden, so findet man für einen geforderten Stabilitätscoefficienten σ die Gleichung

$$\sigma \left[H + (H_1 + H_2) \sqrt{2} \right] (h + f) = F h \gamma s + Q q + 2\,Q_1 q_1 + 2\,Q_2 q_2,$$

woraus man nach Feststellung der Verhältnisse der Bogen und Kappen die Größe des Querschnitts F d. h. die Stärken d und e ermitteln kann. Eine weitere Ausführung der betreffenden Rechnung soll hier unterbleiben, dieselbe dürfte in jedem speciellen Falle ohne besondere Schwierigkeiten durchführbar sein.

In ähnlicher Weise läßt sich auch die Untersuchung des Klostergewölbes über dem rechteckigen Raume $ABCD$, Fig. 97, auf diejenige der Tonnengewölbe zurückführen. Denkt man sich auch hier die einzelnen Kappen in Streifen durch verticale Ebenen wie $M_1 M M_2$, und $F_1 F$ zerlegt, so erkennt man, daß der mittlere Gewölbstreifen $M_1 M M_2$ mit einem Tonnengewölbe von der Spannweite AB und der Pfeilhöhe f übereinstimmt, daher auch für diesen Streifen die Gewölbestärke nach den oben für Tonnengewölbe angegebenen Regeln zu bestimmen ist. Diese Gewölbstärke pflegt man meistens für die Kappen in allen übrigen Punkten beizubehalten. Irgend ein Streifen einer Kappe wie $F_1 F$ stützt sich in F_1 mit seiner Stützkraft

Fig. 97.



$$W = \sqrt{Q^2 + H^2}$$

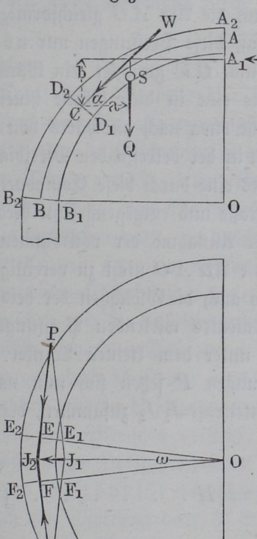
auf die Widerlagsmauer, der Grat MD dagegen erhält in F keine Belastung durch den Streifen $F_1 F$, da dessen Wirkung sich durch die Kappe DMC auf den gegenüberliegenden Streifen $F' F_1'$ der Kappe CMB fortsetzt, und daher die Horizontalschübe von FF_1 und $F' F_1'$ sich aufheben. Daher pflegt man bei den Klostergewölben auch in der Regel das Einwölben besonderer Gratbögen zu unterlassen.

Als Widerlager treten, wie schon oben angeführt wurde, bei den Klostergewölben alle vier Umfassungsmauern auf. Um deren Stärke zu bestimmen, denke man sich für jeden Gewölbstreifen wie z. B. FF_1 entsprechend dessen Spannweite und Belastung die erforderliche Dicke $F_1 F_0$ des Widerlagers ermittelt. Offenbar erhält man alsdann in der Mitte M, wo die Spannweite $M_1 M_1'$ den größten Werth hat, auch die größte Stärke $M_1 M_0$ der Widerlagsmauer, während diese Stärke aus der Rechnung für die Ecken A und D gleich Null hervorgeht. Die Theorie würde daher eine Widerlagsmauer von der segmentförmigen Grundrißgestalt $AM_0 D$ ergeben. In der Ausführung wählt man hierfür meistens eine Mauer von dem rechteckigen

Querschnitte ADD_1A_1 und solcher Dicke, daß das Stabilitätsmoment für beide Mauern in Bezug auf AD als Drehkante gleich groß ist. Auch kann man, wenn man sich mit dieser Annäherung nicht begnügen will, das resultirende Umsturzmoment aller einzelnen Streifen wie FF_1 von A bis D bilden und danach die Querdimensionen der Mauer bestimmen.

Kuppelgewölbe. Die zur Ueberdeckung von Räumen kreisförmigen Grundrisses dienenden Kuppelgewölbe sind dadurch gekennzeichnet, daß die beiden Leibungen durch zwei Rotationsflächen dargestellt sind, deren gemeinsame Axe im Mittelpunkte des kreisförmigen Grundrisses senkrecht steht. Die Erzeugungs- oder Meridianlinien dieser Rotationsflächen sind häufig Kreisbögen, so daß die Wölbflächen kugelförmig ausfallen, doch kommen auch anders gestaltete Meridianlinien vor. Ein solches Kuppelgewölbe ist entweder ein geschlossenes, d. h. bis zum Scheitelpunkte fortgesetztes, oder ein offenes im Scheitel durch eine kreisförmige Oeffnung unterbrochenes. Die letztere Anordnung findet sich häufig aus dem Grunde, um die centrale Oeffnung behufs der Beleuchtung als Oberlicht (Laterne) wirken zu lassen. §. 30.

Fig. 98.



Die Belastung der Kuppeln besteht fast immer nur in ihrem Eigengewichte, bezw. ihrer Bekleidung, und zwar ist diese Belastung in allen Fällen als ganz gleichförmig um die Axe herum vertheilt anzunehmen, wenigstens soll auf eine einseitige Belastung, wie sie z. B. durch Schneedruck herbeigeführt werden kann, im Folgenden nicht Rücksicht genommen werden. Um die Stabilitätsverhältnisse dieser Gewölbe zu prüfen, denke man sich durch Fig. 98 ein halbes Kuppelgewölbe dargestellt, für welches AO die Axe und ACB die Mittellinie der Meridianfläche sein mag. Denkt man sich aus diesem Gewölbe durch zwei verticale Axenebenen OE und OF, welche unter einem kleinen Winkel $EOF = \omega$ gegen einander geneigt sind, ein streifenförmiges Element herausgeschnitten, dessen Mittelebene durch $A_1A_2B_2B_1$ dargestellt ist, so kann man in Bezug auf dieses Element ganz ähnliche Be-