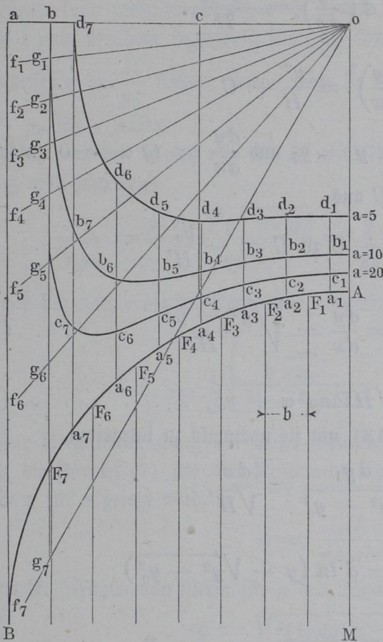
Kräftemaßstabe dar. Wenn man nun für diesen Kräftemaßstab die Breite b der einzelnen Gewölbstreifen als Basis annimmt, so ergiebt sich die dem Kräftepolygone $o\,b\,g_7$ zugehörige Belastungslinie in der Curve $b_1\,b_2\,b_3 \ldots$, welche man erhält, wenn man in den Mitten $a_1\,a_2\,a_3 \ldots$ der Bogenelemente die verticalen Ordinaten $a_1 b_1 = b\,g_1$, $a_2 b_2 = g_1 g_2, a_3 b_3 = g_2 g_3 \ldots$ aufträgt. Der Beweis für die Richtigkeit dieser Construction ergiebt sich einfach aus der Bemerkung, daß das angegebene Verfahren im Wesentlichen nur eine Umkehrung des zur Construction der Stützlinie für eine vorgeschriebene Belastungslinie angegebenen ist, und es folgt daraus, daß die Construction gültig bleibt, auch wenn man anstatt des Kreisbogens MAB eine beliebige Curve als Stützlinie voraussetzt. Es läßt sich daher ebensowohl für jede angenommene Stützlinie die Vertheilung der Last ermitteln, wie umgekehrt aus jeder Belastungslinie die zugehörige Stützlinie sich ergiebt. In der Figur ist der Punkt b in solchem Abstande von o gewählt, daß $b\,g_1 = {}^1\!/_{10}\, MA$ ist, daher wird die Linie $b_1\,b_2\,b_3 \ldots$ einem Modul des Gewölbes $a = 10$ entsprechen. Die Verticale durch c, welcher Punkt in der Mitte zwischen o und b angenommen ist, giebt folglich die dem Modul 20 zukommende Belastungslinie $c_1\,c_2\,c_3 \ldots$ während ebenso für die Construction der dem Modul $a = 5$ zukommenden Belastungslinie $d_1\,d_2\,d_3 \ldots$ eine Verticale angenommen wurde, welche vom Pole o einen doppelt so großen Abstand hat, als $b\,g_7$.

Fig. 72.



Horizontal begrenzte Belastung. In derselben Weise, wie im vorhergehenden Paragraphen zu einer bestimmt angenommenen Stützlinie die zugehörige Belastungslinie ermittelt worden ist, läßt sich, wie schon bemerkt wurde, auch umgekehrt für eine vorgeschriebene Belastung die zugehörige Stützlinie bestimmen. Es möge der häufige Fall vorausgesetzt werden, daß die Belastungslinie des Gewölbes durch eine horizontale Gerade dargestellt ist, so hat man für diesen Fall einfach in den Gleichungen des vorhergehenden Paragraphen überall y für z zu setzen, und erhält daher zunächst aus (5) §. 23.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{y}{H} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Multiplicirt man diese Gleichung beiderseits mit $2\,dy$, so erhält man die zur Integration geeignete Form

$$2\,\frac{dy}{dx}\,d\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{2\,y\,dy}{H},$$

woraus

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \frac{y^2}{H} + C$$

folgt, und da für $x = 0$ hier $y = y_0$ und $\frac{dy}{dx} = tg\,\alpha = 0$ zu setzen ist, ergiebt sich die Constante C aus

$$0 = \frac{y_0^2}{H} + C \text{ zu } C = -\frac{y_0^2}{H},$$

folglich ist:

$$tang\,\alpha = \frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{y^2 - y_0^2}{H}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

und hieraus

$$y = \sqrt{H\,tang^2\,\alpha + y_0^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Schreibt man die Gleichung (13), um sie nochmals zu integriren,

$$\frac{dy}{\sqrt{y^2 - y_0^2}} = \frac{dx}{\sqrt{H}},$$

so erhält man, da

$$\frac{dy}{\sqrt{y^2 - y_0^2}} = d\,ln\left(y + \sqrt{y^2 - y_0^2}\right)$$

ist,

$$ln\left(y + \sqrt{y^2 - y_0^2}\right) + C = \frac{x}{\sqrt{H}}.$$

Da hier $x = 0$ und $y = y_0$ zusammengehörige Werthe sind, so folgt $C = -\,ln\,y_0$, folglich erhält man

$$ln\,\frac{y + \sqrt{y^2 - y_0^2}}{y_0} = \frac{x}{\sqrt{H}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

als die Gleichung für die gesuchte Stützlinie.

Diese Gleichung, welche zuerst von Hagen*) aufgestellt worden ist, kann dazu dienen, die Ordinaten y für jeden horizontalen Abstand x vom Scheitel zu bestimmen, wenn die Ordinate y_0 der Belastung im Scheitel und der Halbmesser r daselbst, oder, was auf dasselbe hinauskommt, der Modulus

*) Hagen, Ueber Form und Stärke gewölbter Bogen. Berlin, 1862.

$a = \frac{r}{y_0}$ gegeben sind, denn der Horizontalschub H bestimmt sich nach (8) und (9), wenn man y_0 anstatt z_0 einführt, zu

$$H = r y_0 = a y_0^2.$$

Ebenso kann man, wenn außer der Scheitelbelastung y_0 etwa die Spannweite l und Pfeilhöhe h gegeben sind, die Größe H, also auch den Scheitelhalbmesser $r = \frac{H}{y_0}$ finden, wenn man in Gleichung (15) $\frac{l}{2}$ für x und $h + y_0$ für y einsetzt.

Führt man den Werth $r y_0$ für H in (15) ein, so kann man diese Gleichung auch schreiben:

$$e^{\frac{x}{\sqrt{r y_0}}} = \frac{y + \sqrt{y^2 - y_0^2}}{y_0} = \frac{y}{y_0} + \sqrt{\left(\frac{y}{y_0}\right)^2 - 1},$$

woraus sich nach einfacher Umformung ergiebt

$$\frac{y}{y_0} = \frac{1}{2}\left(e^{\frac{x}{\sqrt{r y_0}}} + e^{-\frac{x}{\sqrt{r y_0}}}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

Zur Veranschaulichung der dieser Belastungsart zugehörigen Stützlinien kann die Formel (7) für den Krümmungshalbmesser dienen, welche, wenn darin y für z gesetzt wird, in

$$\varrho = \frac{H}{y \cos^3 \alpha}$$

übergeht. Führt man hierin für y den Werth aus (14)

$$y = \sqrt{H \tang^2 \alpha + y_0^2}$$

ein, und setzt

$$H = a y_0^2,$$

so erhält man

$$\varrho = \frac{a y_0^2}{\cos^3 \alpha \sqrt{a y_0^2 \tang^2 \alpha + y_0^2}} = \frac{a y_0}{\cos^3 \alpha \sqrt{a \tang^2 \alpha + 1}} \quad . \quad (17)$$

Schreibt man diese Gleichung

$$\cos^3 \alpha \sqrt{a \tang^2 \alpha + 1} = \frac{a y_0}{\varrho}$$

und differentiirt, so erhält man weiter:

$$\frac{\cos^3 \alpha \, . \, a \tang \alpha}{\cos^2 \alpha \sqrt{a \tang^2 \alpha + 1}} - 3 \cos^2 \alpha \sin \alpha \sqrt{a \tang^2 \alpha + 1} =$$

$$- \frac{a y_0}{\varrho^2} \frac{d \varrho}{d \alpha},$$

oder, hierin nach (17)

$$\sqrt{a \, tang^2 \, \alpha + 1} = \frac{a y_0}{\varrho \cos^3 \alpha}$$

gesetzt:

$$\frac{\varrho \cos^4 \alpha \, tang \, \alpha}{y_0} - 3 a y_0 \frac{tang \, \alpha}{\varrho} = - \frac{a y_0}{\varrho^2} \frac{d \varrho}{d \alpha},$$

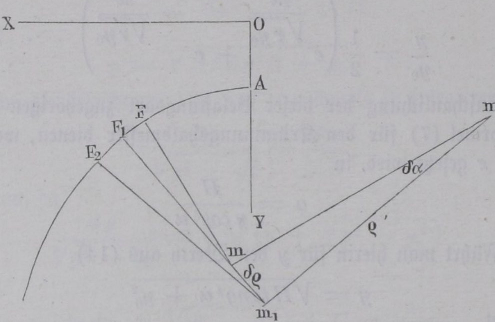
woraus endlich

$$\frac{d \varrho}{d \alpha} = \varrho \, tang \, \alpha \left(3 - \frac{\varrho^2 \cos^4 \alpha}{a y_0^2} \right) = \varrho' \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

folgt.

Der hier entwickelte Werth $\frac{d \varrho}{d \alpha}$ hat bekanntlich die geometrische Bedeutung, den Krümmungshalbmesser für die Evolute der betrachteten Curve darzustellen, wie man am einfachsten aus Fig. 73 ersieht. Ist hier F

Fig. 73.



irgend ein Punkt der betrachteten Stützlinie mit den Coordinaten x, y und F_1 der unendlich nahe liegende Punkt der Curve mit den Ordinaten $x + dx$ und $y + dy$, also $F F_1$ das Curvenelement $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$, so schneiden sich die beiden in F und F_1 auf der Curve daselbst errichteten Normalen in dem Krümmungsmittelpunkte m des Elementes $F F_1$, und ebenso ist der Schnittpunkt m_1 der Normalen in F_1 und F_2 der Krümmungsmittelpunkt des Elementes $F_1 F_2$, und man hat daher $Fm = \varrho$, und da $m m_1 = d \varrho$ ist, so stellt $m m_1$ das zugehörige Element der Evolute für die Curve AF vor. Die Normalen zu den Krümmungshalbmessern in m und m_1, welche sich in m' schneiden mögen, schließen denselben Winkel $d\alpha$ mit einander ein, wie die Krümmungshalbmesser Fm und $F_1 m_1$ oder die Tangenten der Stützlinie in F und F_1. Bezeichnet man daher den

Krümmungshalbmesser $mm' = m_1 m'$ der Evolute in mm_1 mit ϱ', so hat man $\varrho' d\alpha = mm_1 = d\varrho$, d. h. $\frac{d\varrho}{d\alpha} = \varrho'$.

Setzt man nun den in (18) für $\frac{d\varrho}{d\alpha}$ gefundenen Werth gleich Null, so erhält man in den zugehörigen Werthen von α diejenigen Winkel, für welche ϱ ein Maximum oder Minimum wird, und offenbar entspricht diesen Punkten der Stützlinie eine Spitze oder ein Rückkehrpunkt der Evolute. Die mit $\frac{d\varrho}{d\alpha} = 0$ aus (18) entstehende Gleichung

$$0 = \varrho \, tang \, \alpha \left(3 - \frac{\varrho^2 \cos^4 \alpha}{a y_0^2}\right)$$

wird nun erfüllt erstens durch $tang \, \alpha_1 = 0$, d. h. für $\alpha_1 = 0$ im **Scheitel** des Gewölbes, welchem daher stets eine Spitze der Evolute entspricht, und zweitens durch $3 a y_0^2 = \varrho^2 \cos^4 \alpha$. Aus dieser Gleichung und (17) folgt:

$$3 a y_0^2 = \frac{a^2 y_0^2 \cos^4 \alpha}{\cos^6 \alpha \, (a \, tang^2 \alpha + 1)}$$

oder

$$3 = \frac{a}{\cos^2 \alpha \, (a \, tang^2 \alpha + 1)} = \frac{a \, (tang^2 \alpha + 1)}{a \, tang^2 \alpha + 1},$$

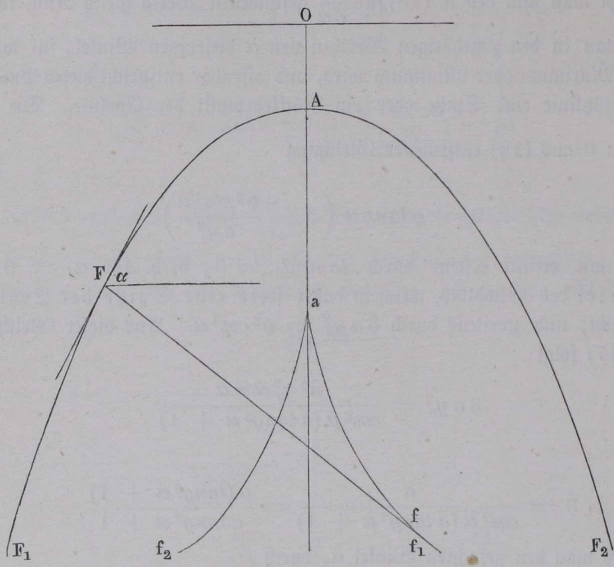
woraus man den gesuchten Winkel α_2 durch

$$tang \, \alpha_2 = \sqrt{\frac{a - 3}{2a}} \quad \ldots \ldots \quad (19)$$

erhält.

Dieser Gleichung gemäß hat man wieder die Stützlinien zu unterscheiden in zwei Arten, je nachdem der Modulus a kleiner oder größer ist als 3. Für $a < 3$ führt die Gleichung (19) zu imaginären Werthen, ein Anzeichen dafür, daß in diesem Falle die Größe $\frac{d\varrho}{d\alpha} = \varrho'$ nur einmal zu Null wird, nämlich für den Scheitel d. h. für $\alpha = 0$, und zwar ist daselbst der Krümmungsradius $\varrho = a y_0 = r$ ein **Minimum**, indem ϱ nach (17) um so größer ausfällt, je größer man α annimmt. Die Evolute der Stützlinie hat daher hier nur einen Rückkehrpunkt a, Fig. 74 (a. f. S.), von welchem aus zwei Curvenzüge af_1 und af_2 symmetrisch zur Verticalen durch den Scheitel ausgehen, derart, daß der Evolutenzweig af_1 die Krümmungsmittelpunkte für die halbe Stützlinie AF_1 aufnimmt, z. B. stellt f den Krümmungsmittelpunkt für die Stützlinie in F vor, woselbst die Tangente von der Horizontalen um den Winkel α abweicht. Es ist hieraus ersichtlich, daß alle diese Stützlinien, für welche $a < 3$ ist, eine **überhöhete** oder eiförmige Gestalt zeigen müssen.

Fig. 74.



Setzt man dagegen voraus, daß $a > 3$ sei, so liefert die Gleichung (19) für α zwei gleiche entgegengesetzte Werthe α_2, welchen nunmehr ein Minimalwerth von ϱ_2 angehört, der sich aus (19) und (17) zu

$$\varrho_2 = \frac{a\, y_0 \sqrt{1 + tang^2 \alpha}^{\,3}}{\sqrt{a\, tang^2 \alpha + 1}} = \frac{a\, y_0 \sqrt{1 + \frac{a-3}{2a}}^{\,3}}{\sqrt{\frac{a-3}{2} + 1}} = \frac{a\, y_0 \sqrt{\frac{3}{2a}(a-1)}^{\,3}}{\sqrt{\frac{a-1}{2}}}$$

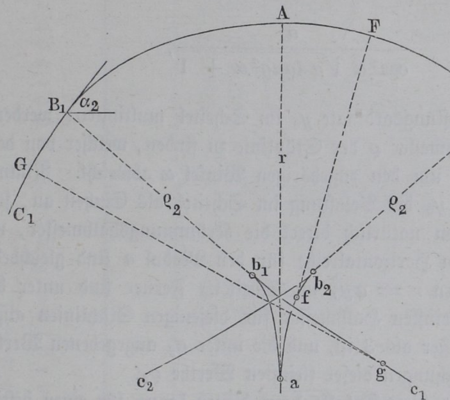
$$= \frac{3}{2} \sqrt{3} \, . \, y_0 \, \frac{a-1}{\sqrt{a}} = 2{,}6\, y_0 \, \frac{a-1}{\sqrt{a}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (20)$$

berechnet. Der Werth $\varrho_1 = r$ für $\alpha = 0$ entspricht in diesem Falle einem relativen Maximum des Krümmungshalbmessers, welcher vom Scheitel aus bei allmäliger Zunahme von $\alpha = 0$ bis $\alpha = \alpha_2$ zunächst seinen Werth auf $\varrho_2 = 2{,}6\, y_0 \, \frac{a-1}{\sqrt{a}}$ vermindert, um dann bei weiterer Zunahme von

α bis ins Unendliche zu wachsen, so daß die Schenkel der Stützlinie sich verticalen geraden Linien nähern.

Der Verlauf der Stützlinien und ihrer Evoluten für den Fall $\alpha > 3$ ist aus Fig. 75 ersichtlich. Während für den Scheitel A der Stützlinie der

Fig. 75.



Mittelpunkt in der Spitze a der Evolute liegt, wandert bei allmäliger Zunahme von α der Krümmungsmittelpunkt von a nach b_1 bezw. b_2, und erreicht diese Ecken, sobald in B der Winkel der Stützlinie gegen den Horizont nach (19) den Werth $\alpha_2 = arc\ tang \sqrt{\frac{a-3}{2a}}$ erlangt hat, in welchem Falle der Krümmungshalbmesser von $aA = r$ im Scheitel auf $b_1 B_1 = b_2 B_2 = \varrho_2$ herabgegangen ist. Bei noch weiterer Vergrößerung von α wandert der Krümmungsmittelpunkt der Stützlinie den Zweigen $b_1 c_1$ und $b_2 c_2$ der Evolute entlang bis ins Unendliche, indem nunmehr der Krümmungshalbmesser fortwährend wächst. Für den Punkt F z. B. ist f und für den Punkt G ist g der Krümmungsmittelpunkt. Es ist hieraus ersichtlich, daß die Stützlinien dieser Gruppe (für $a > 3$) gedrückte Gestalt nach Art der Korblinien zeigen werden.

Mittelst der Formel (17)

$$\varrho = \frac{a y_0}{cos^3 \alpha \sqrt{a\ tang^2 \alpha + 1}}$$

kann man nun für irgend ein Gewölbe, dessen Modul $\frac{r}{y_0} = a$ gegeben ist, für jeden beliebigen Winkel α den Krümmungshalbmesser ϱ berechnen, und damit die Stützlinie selbst mit beliebig großer Annäherung verzeichnen. Zur Erleichterung dieser Aufgabe soll hier die von Schwedler berechnete Tabelle der Krümmungshalbmesser für Winkel von 5^0 zu 5^0 wachsend, angeführt werden. Diese Tabelle enthält für die in der obersten Horizontalreihe angegebenen Modul a zwischen 0,1 und 25 in den Verticalreihen die Coefficienten

$$\frac{a}{cos^3 \alpha \sqrt{a\, tang^2 \alpha + 1}},$$

mit denen die Belastungsordinate y_0 im Scheitel multiplicirt werden muß, um denjenigen Halbmesser ϱ der Stützlinie zu finden, welcher von der Verticalen im Scheitel um den zugehörigen Winkel α abweicht. Nimmt man dabei die Ordinate y_0 der Belastung im Scheitel als Einheit an, so geben die gedachten Zahlen natürlich direct die Krümmungshalbmesser, und die Werthe der obersten Horizontalreihe für den Modul a sind gleichbedeutend mit den Halbmessern $r = a y_0$ im Scheitel. Ferner sind unter der Bezeichnung ϱ_2 die kleinsten Halbmesser für diejenigen Stützlinien angeführt, deren Modul a größer als 3 ist, und die unter α_2 angegebenen Werthe entsprechen den Abweichungen dieser kleinsten Werthe ϱ_2.

In welcher Weise diese Tabelle dazu dienen kann, für einen bestimmten Fall die Stützlinie zu verzeichnen, ist aus Fig. 76 zu ersehen, welche die dem Modul $a = 25$ zugehörige Stützlinie darstellt. Hier ist auf der durch den Scheitel A gezogenen Verticallinie die Strecke $A a = 25$ Einheiten des zu Grunde gelegten Maßstabes abgetragen, und um a mit dem Halbmesser $a A = r = 25$ ein Bogen $A A_1$ von $2{,}5^0$ nach jeder Seite gezeichnet. Nunmehr ist auf dem Radius $A_1 a$ die Strecke $A_1 a_1$ gleich dem aus der Tabelle für $\alpha = 5^0$ zu entnehmenden Radius $\varrho = 23{,}2$ angetragen und a_1 als Mittelpunkt für das Bogenelement $A_1 A_2$ von 5^0 Erstreckung benutzt. Ebenso ist auf $A_2 a_1$ die Strecke $A_2 a_2 = 19{,}8$ angetragen, entsprechend dem Werthe ϱ für $\alpha = 10^0$, und von a_2 der Bogen $A_2 A_3$ gezeichnet u. s. w. Auf diese Weise erhält man in der Aufeinanderfolge der Bogen von je 5^0 eine Curve, welche sich der wirklichen Stützlinie sehr nahe anschließt, während die einzelnen Mittelpunkte $a\, a_1\, a_2 \ldots$ die Ecken eines Polygons darstellen, welches der Evolute der Stützlinie eingeschrieben ist. Wollte man die Annäherung an die genaue Stützlinie noch weiter treiben, so hätte man nur die obige Tabelle in der Art zu erweitern, daß man die Intervalle des Winkels α kleiner annimmt und die entsprechenden Zwischenwerthe von ϱ noch berechnet. Der damit gezeichnete Zug von Kreisbögen wird sich dann der wirklichen Stützlinie um so mehr nähern, je kleiner man die Intervalle von α annimmt. Diese genauere Construction, welche übrigens keine besonderen Schwierigkeiten darbietet, wird

Tabelle der Krümmungshalbmesser

$$\varrho = \frac{a}{\cos^3 \alpha \sqrt{a \, tang^2 \alpha + 1}} \, y_0$$

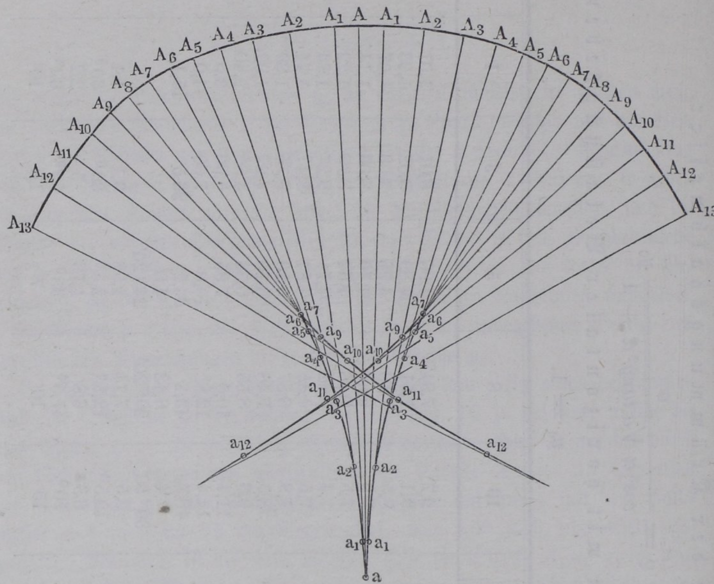
für Stützlinien mit horizontaler Belastungsebene

$y_0 = 1.$

$a = r =$	25	20	15	10	8	5	3	1	0,5	0,1
$\alpha = 5^0$	23,2	18,7	14,3	9,7	7,84	4,96	3,01	1,01	0,51	0,10
10^0	19,8	16,6	13,1	9,1	7,51	4,89	3,02	1,03	0,52	0,10
15^0	16,7	14,4	11,6	8,5	7,10	4,78	3,03	1,07	0,55	0,11
20^0	14,6	12,6	10,5	7,9	6,68	4,70	3,06	1,14	0,58	0,12
25^0	13,4	11,6	9,7	7,5	6,48	4,64	3,13	1,22	0,64	0,13
30^0	12,5	11,1	9,4	7,4	6,42	4,7	3,27	1,34	0,71	0,15
35^0	12,5	11,1	9,4	7,5	6,55	4,84	3,47	1,41	0,82	0,18
40^0	12,8	11,4	9,8	7,8	6,87	5,19	3,75	1,69	0,96	0,21
45^0	13,8	12,2	10,5	8,5	7,48	5,70	4,22	1,99	1,15	0,27
50^0	15,5	13,8	11,9	9,3	8,55	6,56	4,89	2,40	1,43	0,35
55^0	18,4	16,2	14,1	11,4	10,0	7,85	5,90	3,0	1,85	0,48
60^0	23	20,5	17,7	14,4	12,8	10,0	7,60	4,0	2,53	0,70
75^0	76,1	68,8	59,5	48,7	43,1	34,2	26,5	15,1	10,2	3,70
$\varrho_2 =$	12,5	11,1	9,4	7,4	6,42	4,6				
$\alpha_2 =$	$33^0 30'$	33^0	$32^0 20'$	$30^0 30'$	$29^0 20'$	$24^0 20'$				
$r_1 =$	22,2	18,1	14	9,5	7,74	4,98	3,1	1,1	0,56	0,12
$\alpha' =$	$12,5^0$	$12,5^0$	$12,5^0$	$12,5^0$	$12,5^0$	$12,5^0$	30^0	30^0	30^0	30^0
$r_2 =$	14,4	12,7	10,35	8,3	6,8	4,73	5	2,2	1,3	0,33
$\alpha'' =$	55^0	55^0	50^0	50^0	$47,5^0$	35^0	60^0	60^0	60^0	60^0
$r_3 =$	23	20	17	15	10	7	17	10	10	3

aber nur in den seltensten Fällen nöthig werden; im Gegentheil wird man sich für gewöhnlich einer weiteren Vereinfachung in der Construction der Stützlinie bedienen können, darin bestehend, daß man die Stützlinie durch eine Vereinigung von einigen wenigen Kreisbögen ersetzt, deren Halbmesser

Fig. 76.



und Mittelpunkte so gewählt werden, daß die einzelnen Bögen nicht nur wie bei den bekannten Korbbögen ohne Knick in einander übergehen, sondern sich auch in ihrem Verlaufe der exacten Stützlinie möglichst nahe anschließen. Zur Bestimmung der geeignetsten Halbmesser für diese einzelnen Kreisbogensegmente giebt Schwedler folgenden Weg an.

Der relativ größte Halbmesser ist unter der Voraussetzung $a > 3$ nach dem Vorhergehenden der Scheitelhalbmesser r, in Fig. 76 durch $Aa = 25$ gegeben, während der kleinste Halbmesser der Stützlinie zu $\varrho_2 = 12{,}5$ entsprechend einem Winkel $\alpha = 33^0\,30'$ aus der Tabelle zu entnehmen ist, und in der Figur einem Punkte zwischen A_6 und A_7 angehört. Der mittlere Halbmesser zwischen beiden ist also durch $\frac{1}{2}\,(25 + 12{,}5) = 18{,}75$ ausgedrückt, welcher einem Punkte der Stützlinie zwischen A_2 und A_3 zukommt. Denkt man sich nun von sämmtlichen Krümmungshalbmessern zwischen demjenigen r im Scheitel A und diesem mittleren Werthe $\frac{r+\varrho_2}{2}$ zu beiden Seiten des Scheitels das arithmetische Mittel genommen, welches durch $\mathfrak{r}_1$ ausgedrückt sein mag, so kann man dieses Mittel als den Halbmesser eines Kreissegmentes annehmen, welches sich auf einen Winkel erstreckt, der gleich ist der Summe aller der Winkel, die den einzelnen Radien zukommen, von denen $\mathfrak{r}_1$ das arithmetische Mittel ist. So z. B. ergiebt sich im vorliegenden Falle für $a = 25$ nach der Tabelle das arithmetische Mittel aller Radien zu beiden Seiten des Scheitels, die zwischen $r = 25$ und $^1/_2\,(r + \varrho_2) = 18{,}75$ gelegen sind, zu:

$$\mathfrak{r}_1 = \frac{19{,}8 + 23{,}2 + 25 + 23{,}2 + 19{,}8}{5} = 22{,}2,$$

und der Centriwinkel, welcher allen diesen Radien zukommt, zu $5\,.\,5 = 25^0$. Folglich wird man mit dem Radius $\mathfrak{r}_1 = 22{,}2$ ein Kreissegment von 25^0 oder zu jeder Seite des Scheitels von $12{,}5^0$ als angenäherte Form für die Stützlinie anwenden können. In derselben Weise ergiebt sich nun das arithmetische Mittel $\mathfrak{r}_2$ aller der zwischen dem kleinsten Werthe $\varrho_2 = 12{,}5$ und jenem mittleren Werthe $^1/_2\,(r + \varrho_2) = 18{,}75$ gelegenen Radien nach der Tabelle zu:

$$\mathfrak{r}_2 = \frac{16{,}7+14{,}6+13{,}4+12{,}5+12{,}5+12{,}8+13{,}8+15{,}5+18{,}4}{9} = 14{,}4,$$

und der zu diesem Radius zugehörige Centriwinkel ist $9\,.\,5 = 45^0$. Will man die Stützlinie über den Winkel $12{,}5 + 45^0 = 57{,}5^0$ hinaus verlängern, so kann man der Tabelle zufolge den Halbmesser $\varrho = 23$ für $\alpha = 60^0$ anwenden u. s. w. In der Tabelle finden sich in den mit $\mathfrak{r}_1$, $\mathfrak{r}_2$, $\mathfrak{r}_3$ bezeichneten Horizontalreihen diese mittleren Halbmesser und unter α', α'' die zugehörigen Winkelabstände vom Scheitel angegeben, so zwar, daß man mit dem Halbmesser $\mathfrak{r}_1$ einen Bogen vom Scheitel aus zu jeder Seite im Betrage α' zu zeichnen, daran in jeder Gewölbhälfte je einen Bogen mit dem Halbmesser $\mathfrak{r}''$ vom Winkelbetrage $\alpha'' - \alpha'$ zu schließen hat u. s. w. In ähnlicher Weise würde man die mittleren Halbmesser bestimmen können, wenn man behufs engeren Anschlusses der Korblinie an die wirkliche Stützlinie für die erstere eine größere Anzahl (ungerade) von Bogensegmenten anwenden wollte.

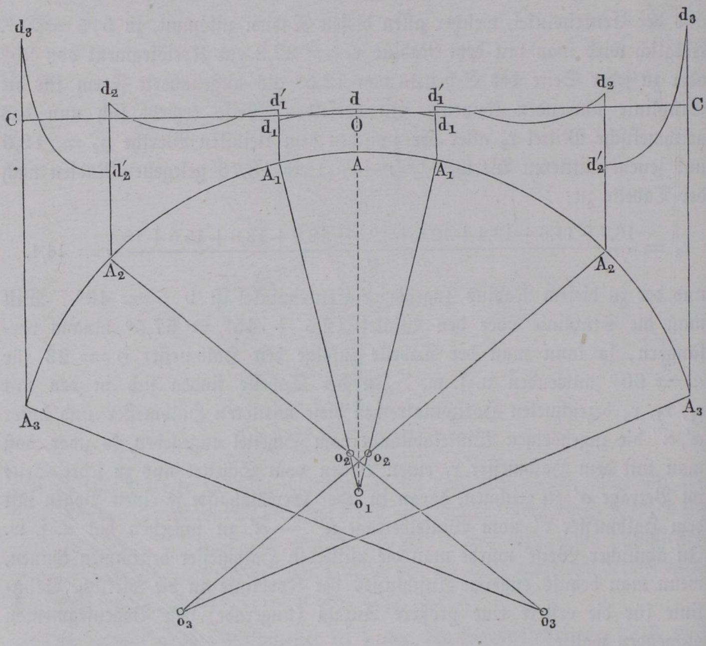
Eine in der vorstehenden Art aus verschiedenen Kreisbögen zusammengesetzte Korblinie kann natürlich nur als angenäherte Form der wirklichen Stützlinie gelten, und man wird bei der Annahme dieser Korblinie gewisse Fehler begehen, von deren Größe man sich leicht in jedem Falle Rechenschaft geben kann. Es sei zu dem Zwecke beispielsweise in Fig. 77 (a. f. S.) die Korblinie aus fünf Mittelpunkten $o_1\,o_2\,o_3$ gezeichnet, welche der obigen Tabelle gemäß der Stützlinie für den Modulus $a = 10$ entspricht, indem die Radien und Bögen

$$r_1 = A o_1 = 9{,}5; \quad \alpha' = A o_1 A_1 = 12{,}5^0,$$
$$r_2 = A_1 o_2 = 8{,}3; \quad \alpha'' = A A_1 A_2 = 50^0,$$
$$r_3 = A_2 o_3 = 15; \quad \alpha''' = A A_1 A_2 A_3 = 60^0$$

gewählt sind.

Man kann sich nun jedes der fünf verschiedenen Kreissegmente als eine exacte Stützlinie vorstellen, wenn man nämlich voraussetzt, daß die Belastung jedes einzelnen Theiles genau so vorgenommen werde, wie es nach dem vorigen Paragraphen für die zugehörige kreisförmige Stützlinie er-

Fig. 77.



forderlich ist. Wenn dann, wie hier, die einzelnen Segmente in den vier Vereinigungspunkten A_1 und A_2 ohne Knick in einander übergehen, und man ferner die für jede Stützlinie geltende Bedingung eines überall gleichen Horizontalschubes H für alle Segmente stellt, so kann man auch die Vereinigung der fünf Segmente, d. h. die ganze Korblinie als eine exacte Stützlinie ansehen, für welche die Belastung durch die Vereinigung der auf die einzelnen Theile entfallenden Belastungen gegeben ist. Natürlich ist dann diese Belastung nicht mehr durch eine horizontale Ebene, sondern durch fünf verschiedene Belastungsflächen von der Art der in Fig. 71 gezeichneten dargestellt. Der Horizontalschub des Bogens ist nach Gleichung (8) allgemein durch $H = r z_0$ ausgedrückt, unter r den Halbmesser im Scheitel und unter z_0 die Belastung daselbst verstanden, folglich hat man für die vorliegende Korblinie die Bedingung

$$H = \mathfrak{r}_1 z_0' = \mathfrak{r}_2 z_0'' = \mathfrak{r}_3 z_0''',$$

wenn z_0', z_0'', z_0''' die betreffenden Scheitelbelastungen der einzelnen Kreisgewölbe bedeuten. Dieser Horizontaldruck H ist nun auch gleich demjenigen des Gewölbes mit horizontal abgeglichener Belastung vom Modul $a = 10$ zu setzen, für dessen Stützlinie die Korblinie ein Ersatz sein soll, und da für dieses Gewölbe, wenn $AO = y_0$ gleich der Einheit angenommen wird,

$$H = r y_0 = a y_0{}^2 = 10$$

ist, so findet man ohne Weiteres die Scheitelbelastungen der einzelnen Gewölbtheile zu

$$z_0' = \frac{H}{\mathfrak{r}_1} = \frac{10}{9{,}5} = 1{,}05 \quad \text{für } A_1 A A_1,$$

$$z_0'' = \frac{H}{\mathfrak{r}_2} = \frac{10}{8{,}3} = 1{,}205 \quad \text{für } A_1 A_2,$$

$$z_0''' = \frac{H}{\mathfrak{r}_3} = \frac{10}{15} = 0{,}667 \quad \text{für } A_2 A_3.$$

Mit diesen Scheitelbelastungen findet man nun durch die für Kreisgewölbe im vorigen Paragraphen gefundene Formel (11) $z = \frac{z_0}{\cos^3 \alpha}$ die Belastungshöhen für die Endpunkte A_1, A_2 und A_3 jedes Bogenstückes, wenn man für α die entsprechenden Werthe $\alpha' = 12{,}5^0$, $\alpha'' = 50^0$, $\alpha''' = 66^0$ einführt. Auf diese Weise hat man die Belastungsordinaten für

1) das mittlere Bogenstück $A_1 A_2$ im Scheitel:

$$z_0' = 1{,}05 = Ad,$$

an den Enden A_1:

$$z_0' \sec^3 12{,}5^0 = 1{,}13 = A_1 d_1;$$

2) das Gewölbstück $A_1 A_2$ jederseits in A_1:

$$z_0'' \sec^3 12{,}5^0 = 1{,}30 = A_1 d_1',$$

in A_2:

$$z_0'' \sec^3 50^0 = 4{,}54 = A_2 d_2;$$

3) das Gewölbstück $A_2 A_3$ jederseits in A_2:

$$z_0''' \sec^3 50^0 = 2{,}51 = A_2 d_2',$$

in A_3:

$$z_0''' \sec^3 66^0 = 9{,}94 = A_3 d_3.$$

Berechnet man auch noch für Zwischenpunkte die Ordinaten z, so erhält man als Belastungslinie die gebrochene Curve $d\, d_1\, d_1'\, d_2\, d_2'\, d_3$. Nach dieser Linie müßte folglich die Belastung über dem Gewölbe ausgebreitet sein, wenn die Korblinie eine exacte Stützlinie sein sollte. Soll dagegen die Korblinie nur als angenäherte Stützlinie für ein Gewölbe mit horizontal abgeglichener Belastung gelten, so hat man die Anordnung, d. h. die Halbmesser und Winkel für die Korblinie, so zu wählen, daß die horizontale Belastungslinie $C\,O\,C$ die Belastungscurve jedes einzelnen Gewölbtheiles derart schneidet, daß die Flächentheile oberhalb der Geraden gleich denjenigen unterhalb werden. In welcher Weise man, falls dies nicht der Fall sein sollte, eine entsprechende Correctur der Korblinie vornehmen kann, ist leicht zu erkennen, denn wenn man z. B. den Halbmesser $r_2 = A_1\, o_2$ entweder kleiner oder größer wählt, so wird dadurch das Curvenstück $d_1'\, d_2$ im ersten Falle gehoben, im zweiten gesenkt.

Aus dem Vorstehenden dürfte wohl von selbst hervorgehen, in welcher Weise man zu verfahren haben wird, um die Belastungsvertheilung zu ermitteln, vermöge deren eine bestimmt vorliegende Gewölbeform zur Stützlinie wird. In der Ausführung hat man dann in geeigneter Weise, z. B. bei Brückengewölben, durch Herstellung von Hohlräumen, Zwischengewölben, Mauerkörpern ꝛc. dafür zu sorgen, daß die wirkliche Belastung des Gewölbes der gefundenen entspricht. Wo eine derartige Freiheit in der Belastung indessen nicht möglich ist, die letztere vielmehr von vornherein nahezu feststeht, wird man durch entsprechende Wahl der Gewölbeform diese zu einer Stützlinie machen können.

Es mag hier noch bemerkt werden, daß in der Praxis meistens nicht der Modulus oder der Halbmesser im Scheitel, sondern in der Regel die Spannweite l und die Pfeilhöhe, d. h. die Höhe h des Scheitels über den Kämpfern, sowie auch die Belastung im Scheitel y_0 gegeben ist. In diesem Falle hat man nur nöthig, in der Formel (15) für x den Werth $\frac{l}{2}$ und für y die Summe $y_0 + h$ einzuführen, um daraus die horizontale Schubkraft H und folglich auch den Scheitelhalbmesser $r = \frac{H}{y_0}$ und den Modulus $a = \frac{r}{y_0} = \frac{H}{y_0^2}$ zu erhalten.

§. 24. **Die Stützlinie für Erddruck.** Wenn die Belastung des Gewölbes durch Sand, Erde oder überhaupt lockere Massen dargestellt wird, wie dies z. B. bei den Durchlässen unter Dammschüttungen der Fall ist, so hat man außer dem Gewichte dieser Massen auch deren Horizontalschub gegen das