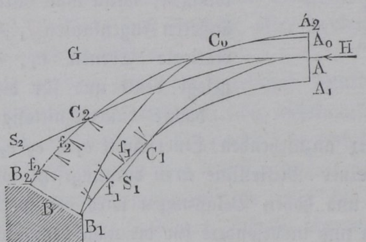
$$g'g \,.\, ge \sin\gamma = gf \sin\gamma \, \frac{1}{2} f'g,$$

d. h. das Dreieck $f'gf$ ist annähernd gleich dem Trapez $g'gee'$, folglich sind auch nach Abzug von $gf'ne$ die schraffirten Flächenstücke annähernd gleich groß.

§. 19. **Mögliche Stützlinien.** Von den unendlich vielen Stützlinien, welche sich nach dem Vorhergehenden für ein Gewölbe zeichnen lassen, indem man der Schubkraft H alle möglichen Größen von 0 bis ∞ ertheilt denkt und ihren Angriff A im Scheitel beliebig annimmt, werden nur gewisse Stützlinien mit der Stabilität und Widerstandsfähigkeit des Gewölbes verträglich sein. Zunächst ist es klar, daß eine Stützlinie, welche einem Gleichgewichtszustande des Gewölbes entsprechen soll, in ihrem ganzen Verlaufe zwischen dem Scheitel und den Kämpferfugen gänzlich im Innern der Gewölbedicke verbleiben muß, denn sobald die Stützlinie irgendwo die innere oder äußere Leibung durchschnitte, würde dadurch bedingt sein, daß eine Bewegung einzelner Gewölbtheile um die betreffende Schnittlinie stattfinden müßte. Würde z. B. für ein Gewölbe AB, Fig. 52, eine in A beginnende Stützlinie AS_1 die innere Leibung bei C_1 schneiden, so müßte das zwischen C_1 und A befindliche Gewölbstück nicht nur um die Kante C_1 eine Rechtsdrehung annehmen und herabfallen, sondern es würden auch alle zwischen C_1 und dem Widerlager B befindlichen Gewölbtheile herabstürzen, indem die inneren Kanten f_1 der Fugen als Drehkanten anzusehen wären, diese Fugen sich daher außen öffneten. Wollte man, um dieses Herabstürzen zu verhindern, der Horizontalkraft H einen größeren Werth geben, so würde nach dem Vorhergehenden dadurch die Stützlinie der Horizontallinie genähert, also gehoben und sie würde, wenn sie etwa nach AB fiele, einem möglichen Gleichgewichtszustande des Gewölbes entsprechen können. Daß die gedachte Vergrößerung von H und die damit verbundene Erhebung der Stützlinie gewisse Grenzen nicht überschreiten darf, lehrt gleichfalls die Zeichnung, denn wenn die Stützlinie in Folge vergrößerter Horizontalkraft H etwa wie AS_2 in C_2 die äußere Leibung schnitte, so würde die Hori-

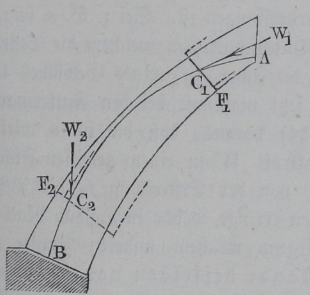
Fig. 52.



zontalkraft H nicht nur das Gewölbstück $C_2 A$ um die Kante C_2 linksum drehen, sondern auch sämmtliche Wölbsteine zwischen C_2 und B um ihre äußeren Fugenkanten f_2 überkanten, die Fugen würden sich in diesem Falle nach innen öffnen. In beiden Fällen würde also das Gewölbe zusammenstürzen, und mit Rücksicht auf die Stabilität des Gewölbes in Bezug auf Kippen oder Kanten gilt daher für die Stützlinie die Bedingung, daß dieselbe in ihrem ganzen Verlaufe innerhalb des Gewölbequerschnittes verbleiben muß. Höchstens darf daher mit Rücksicht auf diese Bedingung die Stützlinie durch einen der Punkte A_1 und A_2 der Scheitelfuge sowie B_1 und B_2 der Widerlagsfuge gehen, und wenn sie sonst wie z. B. $A_0 C_0 B_0$ einen Punkt mit der äußeren oder inneren Wölbfläche gemein haben sollte, so darf die letztere daselbst von der Stützlinie nur berührt, nicht geschnitten werden.

Da nun aber die Standfähigkeit eines Gewölbes, ähnlich wie die einer Futtermauer ebensowohl durch Gleiten wie durch Kippen gefährdet werden kann, so tritt zu der vorerwähnten ersten Bedingung noch eine zweite, wonach die Druckrichtung in keinem Punkte der Stützlinie von der Normallinie zur Fugenfläche dieses Punktes um einen größeren Winkel abweichen darf, als der Reibungswinkel des Gewölbmaterials angiebt. Würde z. B. in dem Punkte C_1 oder C_2 einer Stützlinie AB, Fig. 53, die Richtung der Stützkraft W_1 oder W_2 mit den Fugenflächen F_1 und F_2 Winkel bilden, welche kleiner als $90^0 - \varrho$ wären, unter ϱ den gedachten Reibungswinkel verstanden, so würde das Gewölbstück $C_1 A$ auf der Fugenfläche F_1 nach außen und der Gewölbtheil $C_2 A$ auf der Fuge F_2 nach innen gleiten, wie in der Figur durch Punktirung angedeutet ist. Das Gewölbe müßte daher in diesem Falle durch Gleiten einstürzen, welchem sich dann auch ein Drehen beigesellen würde. Die Richtungen der Stützkräfte W_1 und W_2 fallen nach dem im Vorhergehenden Gesagten nicht genau mit der Tangente an die Stützlinie zusammen, sondern werden durch die von C_1 bezw. C_2 aus an die Drucklinie gezogenen Tangenten angegeben. Bei der geringen Abweichung, welche indessen bei den gewöhnlichen Gewölben zwischen der Stützlinie und Drucklinie besteht, wird man in den meisten Fällen die Stützkraft annähernd in der Richtung der Stützlinie wirkend annehmen

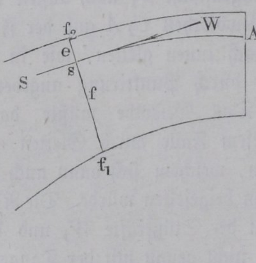
Fig. 53.



dürfen. Bei dem meist bedeutenden Reibungscoefficienten, welcher für die Gewölbsteine gilt, und wegen der mehr oder minder großen Adhärenz des Mörtels, welcher die einzelnen Steine verbindet, wird ein Gewölbebruch durch Gleiten in der Regel nicht zu besorgen sein. Auch kann man einem Gleiten, sollte dasselbe dennoch befürchtet werden, durch einen geeigneten Fugenschnitt wirksam begegnen, wie bereits gelegentlich des Gleitens der Futtermauern in §. 13 angeführt worden ist.

Wenn nun in einem Gewölbe sich eine Stützlinie angeben läßt, welche den vorgedachten beiden Bedingungen entspricht, so würde zwar für das Gewölbe den Erfordernissen der Stabilität Genüge gethan sein, aber offenbar nur dann, wenn die Widerstandsfähigkeit des Gewölbsteinmaterials eine unbeschränkte wäre. Denn wenn die Stützlinie durch irgend welchen Punkt der inneren oder äußeren Wölbfläche hindurchginge, so müßte an dieser Stelle der betreffende Stein den ganzen Stützdruck in seiner Kante, d. h. also in einer Fläche von unendlich geringer Breite aufnehmen, d. h. die specifische Pressung würde daselbst unendlich groß werden. Da nun auch die festesten Bausteine nur eine begrenzte Widerstandsfähigkeit besitzen, und, wie alle festen Körper unter Einfluß von Pressungen zusammengedrückt werden, so muß man annehmen, daß derjenige Punkt, in welchem der resultirende Druck W eine Fuge trifft, nicht allein diesem Drucke widersteht, sondern daß auch die ihn benachbarten Fugenelemente gewissen Pressungen ausgesetzt sind. Diese Pressungen hat man dann in solcher Weise über die gedrückte Fläche vertheilt anzunehmen, daß der besagte Durchschnittspunkt der Stützlinie der Mittelpunkt aller parallelen Elementarpressungen ist. Sei z. B. s, Fig. 54, der Durchschnitt, in welchem die Stützlinie AS die Fuge $f_1 f_2$ eines Gewölbes trifft, und setzt man wie bei den Futtermauern, (§. 14) voraus, daß die in s wirkende Druckkraft W in einem gewissen Flächenstücke von der Erstreckung f_2 bis f Pressungen erzeuge, welche in f gleich Null und in irgend welchem anderen Punkte dem Abstande desselben von f proportional, also in der Kante f_2 am größten sind, so hat man s als den Schwerpunkt eines Dreiecks von der Basis ff_2, also

Fig. 54.



$f_2 s = \frac{1}{3} ff_2$ anzunehmen. Diese Erstreckung ff_2 der gepreßten Fläche hängt, außer von dem Drucke W, von der Widerstandsfähigkeit oder Preßbarkeit des Gewölbematerials ab, und bestimmt sich, unter p die äußerste noch zulässige Pressung in f_2 verstanden, bekanntlich durch die Beziehung:

$$W = \frac{1}{2} p \cdot ff_2,$$

woraus

$$ff_2 = 2 \frac{W}{p}$$

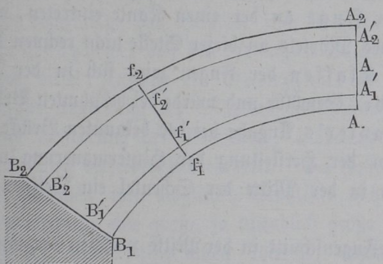
und

$$f_2 s = e = \frac{2}{3} \frac{W}{p}$$

folgt.

Wenn man daher, den vorstehenden Betrachtungen gemäß, für jede Fuge, wie $f_1 f_2$ eines Gewölbes, Fig. 55, aus der höchstens zulässigen Pressung p des Materials und aus dem Stützdrucke W, der sich nach Obigem als Resultirende der Schubkraft H und des Gewichtes G_1 vom Gewölbestück $f_1 f_2 A$ ergiebt, den Abstand

Fig. 55.



$$e = \frac{2}{3} \frac{W}{p}$$

bestimmt, und diesen Abstand von der inneren und äußeren Kante

$$e = f_1 f_1' = f_2 f_2'$$

anträgt, so erhält man dadurch zwei ideale Flächen bezw. Durchschnittslinien $A_1' f_1' B_1'$ und $A_2' f_2' B_2'$, welche im Innern des Gewölbes einen gewissen Raum, den sogenannten Kern begrenzen, innerhalb dessen die Stützlinie enthalten sein muß, wenn sowohl die Bedingung der Stabilität gegen Kanten erfüllt, als auch die gehörige Rücksicht auf die Festigkeit des Materials genommen werden soll. Es ist natürlich, daß hinsichtlich des Gleitens die früher angeführte Bedingung bestehen bleibt, wonach die Druckrichtung mit keiner Fuge einen Winkel, kleiner als $90^0 - \varrho$, bilden darf.

Was die Größe des hier mit e bezeichneten Abstandes betrifft, in welchem die Begrenzung des Kerns von den Wölbflächen anzunehmen ist, so sind die Angaben hierüber ziemlich verschieden. Meistens nimmt man für e einen gewissen Bruchtheil der nach der Fugenrichtung $f_1 f_2$ gemessenen Gewölbdicke d an, was der Annahme entsprechend ist, daß diese Gewölbstärke in den einzelnen Fugen dem auf diese übertragenen Drucke W proportional gemacht sei. Dieser Abstand e wird von Vielen zu $\frac{1}{3} d$ angenommen, so daß also für den Kern ebenfalls die Breite $\frac{1}{3}\,d$ verbleibt, während von Anderen, z. B. von Scheffler angegeben wird, daß bei Kalk- und Sandsteinen der Kern sich den Leibungen viel mehr nähern könne, und daß nur bei weichem Materiale, wie Ziegelmauerwerk für den Abstand e etwa $^1/_4\,d$ zu setzen sei. Nimmt man den Abstand $e = \frac{1}{3}\,d$, so würde nach dem im vorigen Capitel über Futtermauern Gesagten, in einer Fuge, in welcher die Stützlinie die Grenze des Kerns erreicht, die ganze Fugenfläche gepreßt werden, und zwar würde die Spannung an der inneren oder äußeren Kante gerade Null sein, je nachdem die Stützlinie die äußere oder die innere Schale des Kernes trifft. Bei einem geringeren Abstande, also für $e < \frac{1}{3}\,d$ dagegen wird ein Oeffnen der Fuge an der einen Kante eintreten, wenn man auf eine Zugspannung des Mörtels an dieser Stelle nicht rechnen darf. Ein solches Oeffnen oder Klaffen der Fugen zeigt sich in der That öfter nach dem Ausrüsten der Gewölbe und wurde bei berühmten Brücken beobachtet, wie z. B. nach Navier's Augabe bei der bekannten Brücke von Neuilly, deren Korbbögen vor der Herstellung der Hintermauerung innen im Scheitel und außen etwa in der Mitte der Schenkel ein Oeffnen der Fugen zeigten.

Wenn die Stützlinie einen Fugenschnitt in der Mitte zwischen der inneren und äußeren Wölbung trifft, so vertheilt sich der Stützdruck W daselbst gleichförmig über die ganze Fugenfläche, wodurch natürlich die Maximalspannung in diesem Querschnitte den möglich kleinsten Werth annimmt. Man hat sich daher vielfach bemüht, Gewölbe so zu construiren, daß ihre Mittellinie eine Stützlinie ist, unter welcher Bedingung natürlich die Gewölbeform und Belastungslinie nicht mehr beliebig, sondern in bestimmter, unten näher zu besprechender Art von einander abhängig sind. Diese Construction, auf welche später noch specieller eingegangen werden soll, liefert nach dem vorstehend Bemerkten Gewölbe von verhältnißmäßig großer Stabilität, da unter Zugrundelegung der Mittellinie als Stützlinie die specifischen Pressungen den relativ kleinsten Werth annehmen. Daher pflegen denn auch die bedeutendsten Brückenconstructeure diese Methode vielfach anzuwenden. Es würde jedoch unberechtigt sein, wenn man daraus, daß die Mittellinie des Gewölbes eine von den vielen möglichen Stützlinien ist, die sich in dasselbe einzeichnen lassen, schließen wollte, daß diese Mittellinie nun auch die wirkliche Stützlinie sei, welche bei der gewöhnlichen Belastung des Gewölbes für die Druckübertragung maßgebend ist. Dies wird im allgemeinen nicht der Fall sein, wie sich aus dem folgenden Paragraphen ergeben wird, welcher sich mit der wirklichen Stützlinie beschäftigen soll, d. h. derjenigen, für deren Auftreten unter den vielen möglichen Stützlinien die größte Wahrscheinlichkeit besteht.

Die wirkliche Stützlinie. Aus den vorhergehenden Betrachtungen haben sich die Bedingungen ergeben, denen die Stützlinie eines Gewölbes genügen muß, welche dem Zustande des Gleichgewichtes entspricht. Wenn eine diese Bedingungen erfüllende Stützlinie sich nicht zeichnen läßt, so ist es sicher, daß das betreffende Gewölbe nicht stabil sein kann und einstürzen muß. Wenn sich dagegen eine Stützlinie der verlangten Art angeben läßt, so liegt kein Grund vor, ein Einstürzen des Gewölbes zu befürchten, denn zum Gleichgewichte ist es nur erforderlich, daß der dieser Stützlinie zukommende Horizontalschub H von den Widerlagern ausgeübt werde, was immer möglich ist, wenn diese Widerlager selbst hinreichend fest sind, worüber in einem folgenden Paragraphen eine nähere Untersuchung angestellt werden soll. Es würde demzufolge das Gewölbe auch noch stabil sein, wenn nur eine einzige Stützlinie von den verlangten Eigenschaften sich angeben ließe, doch würde dieser Zustand ein Grenzzustand sein, welchen aufzuheben die geringste Aenderung der Stützlinie im Stande wäre, wie sie etwa durch zufällige Aenderung der Belastung, insbesondere durch eine unsymmetrische Vertheilung derselben sich einstellt. Bei stabilen Gewölben wird dieser Fall einer einzigen nur möglichen Stützlinie nicht vorkommen, man wird bei ihnen vielmehr eine große, ja unendlich große Anzahl von Stützlinien innerhalb des Kerns einzeichnen können, welche sich nach §. 18 entweder durch die Höhenlage des Scheitelangriffes A, oder durch die Größe des Horizontalschubes H, oder nach beiden Hinsichten von einander unterscheiden. Es ist nach dem Vorstehenden klar, daß jede dieser Stützlinien dem Gleichgewichtszustande entspricht, denn für jede ist die zugehörige Horizontalkraft H im Stande, das Kanten oder Gleiten unbeschadet der Festigkeit des Materials zu verhüten. Die Frage, welche von diesen unendlich vielen möglichen Stützlinien in Wirklichkeit dem belasteten Gewölbe zukommt, ist demnach eine unbestimmte, welche mit Sicherheit zu bestimmen, man nur würde hoffen können, wenn die Elasticitätsverhältnisse der Gewölbe gehörig berücksichtigt werden könnten, in ähnlicher Art etwa, wie man über die Auflagerdrucke und Anspannungen eines auf drei oder mehr Stützen ruhenden continuirlichen Balkens nur durch Berücksichtigung der Elasticitätsverhältnisse Aufschluß erlangen kann. Einer derartigen auf die Elasticitätslehre begründeten Lösung der Frage ist man zwar in der neuesten Zeit durch die vortrefflichen Arbeiten von Winkler, Steiner *), Culmann, Föppel **) §. 20.

*) Förster'sche Bauztg. 1874 und 1878.
**) Theorie der Gewölbe von A. Föppel. Leipzig 1880.