und damit aus (8) den Erddruck für jede Mauerfläche von 1 m Länge:

$$P = \frac{1600 \,.\, 25}{2} \frac{\sin 118^0}{\sin^2 93^0}\, 0{,}595^2 = 20000 \,.\, 0{,}885 \,.\, 0{,}354 = 6260 \text{ kg},$$

welcher Druck unter einem Winkel von $3^0 + 25^0 = 28^0$ gegen den Horizont in einer Höhe $a = {}^5\!/_3 = 1{,}667$ m über dem Fußpunkte der Mauer wirkt. Zur Bestimmung des Neigungswinkels β der Gleitfläche hat man zunächst nach (10):

$$tang\, \mu = \frac{\sin 60^0}{0{,}595 - \cos 60^0} = 9{,}116,$$

womit $\mu = 83^0\,44'$ und nach (11):

$$\beta = 93^0 + 35^0 + 25^0 - 180^0 + 83^0\,44' = 56^0\,44'$$

folgt.

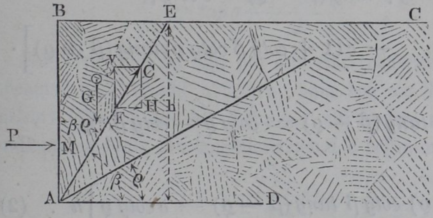
Cohäsion lockerer Massen. Bei den bisherigen Ermittelungen §. 9.
wurde die Cohäsion ganz außer Acht gelassen, welche gewisse, besonders lehmhaltige Massen ihrer Trennung entgegensetzen. Da diese Kraft indessen bei festgestampfter Erde und bei gewöhnlichem Boden oft nicht unbedeutend ist, so soll hier noch die Untersuchung mit Berücksichtigung der Cohäsion geführt werden. Während die Reibung proportional mit dem Normaldrucke, jedoch unabhängig von der Berührungsfläche ist, hat man dagegen die Cohäsion als von dem Drucke unabhängig und mit der Größe der Trennungsfläche im directen Verhältnisse stehend anzunehmen. Als Maß oder Modul der Cohäsion möge diejenige Kraft c angenommen werden, welche erforderlich ist, um den Zusammenhang der Erdmasse in einer Trennungsfläche gleich 1 Quadratmeter aufzuheben.

Um nun den Druck der durch eine horizontale Ebene BC, Fig. 23, begrenzten Erdmasse gegen die verticale Stützwand AB zu ermitteln, sei wieder vorausgesetzt, daß ein keilförmiges Prisma ABE vom Gewichte G auf der schiefen Ebene AE vom Neigungswinkel

$$EAD = \beta$$

herabzugleiten strebe, und durch die von der Futtermauer AB ausgeübte Reaction P daran verhindert werde. Außer den beiden Kräften G und P und der Reibung auf der schiefen Ebene wirkt nun hier noch in AE die Cohäsionskraft

Fig. 23.



$$C = c \,.\, AE = c \frac{h}{\sin \beta},$$

welche in gleichem Sinne wie die Reibung eine Bewegung zu hindern strebt, also im vorliegenden Falle aufwärts gerichtet ist. Die Cohäsionskraft C läßt sich nun in zwei Componenten, horizontal und vertical, zerlegen, von denen die erstere

$$H = C \cos \beta = c h \operatorname{cotg} \beta$$

in gleichem Sinne mit dem Drucke P der Futtermauer wirkt, während die verticale Componente

$$V = C \sin \beta = c h$$

dem Gewichte G des Erdprismas direct entgegenwirkt. Man kann daher für den vorliegenden Fall die bekannte Gleichung der schiefen Ebene

$$K = Q \operatorname{tang} (\beta - \varrho)$$

anwenden, wenn man für die vertical wirkende Last Q hier $G - V$ und für die horizontale Kraft K die Summe $P + H$ einführt. Hierdurch erhält man:

$$P + H = (G - V) \operatorname{tang} (\beta - \varrho),$$

oder, wenn man hierin für H und V die obigen Werthe und

$$G = \frac{\gamma h^2}{2} \operatorname{cotg} \beta$$

setzt:

$$P = \frac{\gamma h^2}{2} \operatorname{cotg} \beta \operatorname{tang} (\beta - \varrho) - c h \operatorname{tang} (\beta - \varrho) - c h \operatorname{cotg} \beta \quad (1)$$

Nun hat man wieder denjenigen Werth von β zu ermitteln, für welchen P ein Maximum wird, um den activen Erddruck zu erhalten. Um der Gleichung (1) zu dem Zwecke die geeignete Form zu ertheilen, addire und subtrahire man $c h \operatorname{cotg} \varrho \operatorname{cotg} \beta \operatorname{tang} (\beta - \varrho)$, so erhält man:

$$P = h \left[\left(\frac{\gamma h}{2} + c \operatorname{cotg} \varrho \right) \operatorname{cotg} \beta \operatorname{tang} (\beta - \varrho) - c \operatorname{cotg} \beta \right.$$
$$\left. - c (1 + \operatorname{cotg} \beta \operatorname{cotg} \varrho) \operatorname{tang} (\beta - \varrho) \right].$$

Nun folgt aber leicht

$$(1 + \operatorname{cotg} \beta \operatorname{cotg} \varrho) \operatorname{tang} (\beta - \varrho) = \operatorname{cotg} \varrho - \operatorname{cotg} \beta\ {}^{*}),$$

folglich erhält man auch:

$$P = \left[\left(\frac{\gamma h}{2} + c \operatorname{cotg} \varrho \right) \operatorname{cotg} \beta \operatorname{tang} (\beta - \varrho) - c \operatorname{cotg} \varrho \right] h \quad . \quad (2)$$

*) Man erhält diesen Ausdruck durch:

$$\operatorname{tang} (\beta - \varrho) = \frac{\operatorname{tang} \beta - \operatorname{tang} \varrho}{1 + \operatorname{tang} \beta \operatorname{tang} \varrho} = \frac{\operatorname{tang} \beta - \operatorname{tang} \varrho}{1 + \operatorname{tang} \beta \operatorname{tang} \varrho} \, \frac{\operatorname{cotg} \beta \operatorname{cotg} \varrho}{\operatorname{cotg} \beta \operatorname{cotg} \varrho}$$
$$= \frac{\operatorname{cotg} \varrho - \operatorname{cotg} \beta}{\operatorname{cotg} \beta \operatorname{cotg} \varrho + 1}.$$

Um nun das Maximum von P zu finden, setzt man $\frac{\partial P}{\partial \beta} = 0$, und erhält dadurch:

$$\frac{cotg\,\beta}{cos^2\,(\beta - \varrho)} = \frac{tang\,(\beta - \varrho)}{sin^2\,\beta},$$

woraus

$$sin\,2\,\beta = sin\,2\,(\beta - \varrho),$$

also

$$2\,\beta = 180^0 - 2\,(\beta - \varrho),$$

d. i.

$$\beta = \frac{90^0 + \varrho}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

folgt.

Die unter diesem Winkel β gegen den Horizont geneigte Gleitfläche bildet also mit der natürlichen Böschung und der Wand gleiche Winkel $\frac{90^0 - \varrho}{2}$.

Setzt man diesen Werth für β in die Gleichung (1), so erhält man, da hierfür $cotg\,\beta = tang\,(\beta - \varrho) = tang\,\frac{90^0 - \varrho}{2}$ ist, die Größe des activen Erddruckes zu:

$$P = \frac{\gamma h^2}{2}\,tang^2\,\frac{90^0 - \varrho}{2} - 2\,c\,h\,tang\,\frac{90^0 - \varrho}{2} \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Diese Kraft wird gleich Null für

$$\frac{\gamma h}{2}\,tang\,\frac{90^0 - \varrho}{2} = 2\,c,$$

d. h. für die Höhe:

$$h_0 = \frac{4\,c}{\gamma\,tang\,\frac{90^0 - \varrho}{2}} = \frac{4\,c}{\gamma}\,tang\,\frac{90^0 + \varrho}{2} \quad . \quad . \quad (5)$$

Auf diese Höhe h_0 läßt sich also eine cohärente Erdmasse, deren Cohäsionsmodul c ist, senkrecht abstechen, ohne daß ein Nachrollen erfolgt, und umgekehrt läßt sich aus der Höhe h_0, auf welche man eine Erdmasse senkrecht anschneiden kann, der Cohäsionsmodul c bestimmen durch:

$$c = \frac{\gamma\,h_0}{4}\,tang\,\frac{90^0 - \varrho}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Führt man noch diesen Werth für c in die Gleichung (4) ein, so erhält man auch:

$$P = \frac{\gamma h}{2}\,(h - h_0)\,tang^2\,\frac{90^0 - \varrho}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Bei Sand, Getreide, Schrot, sowie bei aufgelöster und frisch gegrabener Erde ist h_0 nahezu gleich Null, bei zusammengedrückter oder feucht gewesener

Erde jedoch ist die Höhe h_0 oft beträchtlich, und zwar geringer bei Gartenerde, größer bei thoniger und lehmiger Erdmasse. Für lockere, etwas feuchte Dammerde z. B. fand Martony $h_0 = 0{,}9$ Fuß (0,285 m), dagegen bei ganz mit Wasser durchweichter Erde $h_0 = 0$. Dichte Pflanzenerde läßt sich höchstens bis 2 m, thonige Erde dagegen etwa 3 bis selbst 4 m hoch senkrecht abgraben. In den meisten Fällen der Anwendung, insbesondere bei angeschütteter Erde, ist es rathsam, die Cohäsionskraft unbeachtet zu lassen.

Zur Bestimmung des passiven Erddruckes hat man in den vorstehenden Formeln nur ϱ und c mit entgegengesetzten Vorzeichen behaftet einzuführen, da sowohl die Reibung, wie die Cohäsion für diesen Fall in entgegengesetzter Richtung wirken. Man erhält daher für den passiven Erddruck oder Erdwiderstand:

$$P' = \frac{\gamma h^2}{2} \, tang^2 \frac{90^0 + \varrho}{2} + 2 c h \, tang \frac{90^0 + \varrho}{2},$$

oder:

$$P' = \frac{\gamma h}{2} (h + h') \, tang^2 \frac{90^0 + \varrho}{2} \quad . \; . \; . \; . \quad (8)$$

wenn man noch:

$$h' = \frac{4 c}{\gamma \, tang \frac{90^0 + \varrho}{2}} = \frac{4 c}{\gamma} \, tang \frac{90^0 - \varrho}{2} = h_0 \, tang^2 \frac{90^0 - \varrho}{2} \quad (9)$$

setzt.

Durch die Cohäsion der Erdmasse wird nicht nur die Größe, sondern auch der Angriffspunkt der Kraft oder deren Moment verändert. Der Erddruck

$$P = \frac{\gamma h}{2} (h - h_0) \, tang^2 \frac{90^0 - \varrho}{2}$$

besteht aus zwei Theilen, nämlich aus:

$$P_1 = \frac{\gamma h^2}{2} \, tang^2 \frac{90^0 - \varrho}{2},$$

dessen Angriffspunkt, wie oben mehrfach gezeigt, um die senkrechte Höhe $^2/_3 \, h$ unter der Oberfläche der Erdmasse liegt, und aus:

$$P_2 = - \frac{\gamma h h_0}{2} \, tang^2 \frac{90^0 - \varrho}{2},$$

dessen Angriffspunkt, entsprechend der in der Mitte F von AE angreifend zu denkenden Cohäsionskraft um $\frac{h}{2}$ unter der oberen Mauerkante B gelegen ist. Man hat folglich das Moment des ganzen Erddruckes in Bezug auf den Mauerfuß A durch

$$P.AM = \frac{h}{3}\frac{\gamma h^2}{2} tang^2 \frac{90^0 - \varrho}{2} - \frac{h}{2}\frac{\gamma h h_0}{2} tang^2 \frac{90^0 - \varrho}{2}$$
$$= \frac{\gamma h^2}{2} tang^2 \frac{90^0 - \varrho}{2}\left(\frac{h}{3} - \frac{h_0}{2}\right).$$

Dividirt man diese Gleichung durch den Werth von P in (7), so folgt für den Abstand des Erddruckes von A:

$$AM = a = \frac{h\left(\frac{h}{3} - \frac{h_0}{2}\right)}{h - h_0} = \frac{2h - 3h_0}{h - h_0}\frac{h}{6} \quad \ldots \quad (9)$$

oder annähernd, wenn h_0 klein gegen h ist,

$$a \sim \left(1 - \frac{3}{2}\frac{h_0}{h}\right)\frac{h}{3} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (9\,a)$$

Durch die Cohäsion der Erdmasse wird also der active Erddruck verringert und der Angriffspunkt desselben tiefer gerückt. Für den Erdwiderstand erhält man den Abstand a' des Angriffspunktes vom Fußpunkte der Mauer, ebenso, wenn man die Zeichen von ϱ und c umkehrt, und wieder

$$h' = \frac{4c}{\gamma\, tang \frac{90^0 + \varrho}{2}}$$

setzt. Dadurch wird

$$P'a' = \frac{\gamma h^2}{2} tang^2 \frac{90^0 + \varrho}{2}\left(\frac{h}{3} + \frac{h'}{2}\right)$$

und

$$a' = \frac{2h + 3h'}{h + h'}\frac{h}{6} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

oder annähernd:

$$a' \sim \left(1 + \frac{3}{2}\frac{h'}{h}\right)\frac{h}{3} \quad \ldots \ldots \quad (10\,a)$$

Durch die Cohäsion wird also der passive Erddruck vergrößert und sein Angriffspunkt höher gerückt.

Beispiel. Man soll für eine Höhe von 5 m die Größe und den Angriffspunkt des Druckes einer Erdmasse bestimmen, deren Reibungswinkel 40^0, und deren specifisches Gewicht $\gamma = 2000$ kg beträgt, und welche sich, ohne nachzustürzen, 1,2 m hoch senkrecht abstechen läßt.

Ohne Rücksicht auf Cohäsion ist der active Erddruck für die Mauerfläche von 1 m Breite:

$$P = \frac{\gamma h^2}{2} tang^2 \frac{90^0 - \varrho}{2} = \frac{5\,.\,5\,.\,2000}{2} tang^2\, 25^0 = 5435\,\text{kg},$$

und der passive Erddruck:

$$P_1 = \frac{5 \,.\, 5 \,.\, 2000}{2} \, tang^2 \, 65^0 = 114\,972 \text{ kg},$$

dagegen erhält man mit Rücksicht auf Cohäsion den activen Erddruck, da $h_0 = 1{,}2$ m ist:

$$P = \frac{\gamma h}{2} (h - h_0) \, tang^2 \frac{90^0 - \varrho}{2} = \frac{5 \,.\, 2000}{2} (5 - 1{,}2) \, tang^2 \, 25 = 4130 \text{ kg}.$$

Der passive Erddruck folgt, da $h' = h_0 \, tang^2 \, 25^0 = 0{,}260$ m ist, zu

$$P_1 = \frac{\gamma h}{2} (h + h') \, tang^2 \, 65^0 = \frac{5 \,.\, 2000}{2} \, 5{,}26 \,.\, 4{,}599 = 120\,950 \text{ kg}.$$

Wenn man von der Cohäsion absieht, kann man den Angriffspunkt des activen wie des passiven Erddruckes um $\frac{h}{3} = 1{,}667$ m über dem Fuße der Mauer wirkend annehmen. Mit Berücksichtigung der Cohäsion jedoch erhält man für diese Höhe bezw.:

$$a = \frac{2h - 3h_0}{h - h_0} \, \frac{h}{6} = \frac{10 - 3{,}6}{5 - 1{,}2} \, \frac{5}{6} = 1{,}403 \text{ m}$$

für den activen Erddruck, und

$$a_1 = \frac{2h + 3h'}{h + h'} \, \frac{h}{6} = \frac{10 + 3 \,.\, 0{,}260}{5{,}260} \, \frac{5}{6} = 1{,}707 \text{ m}$$

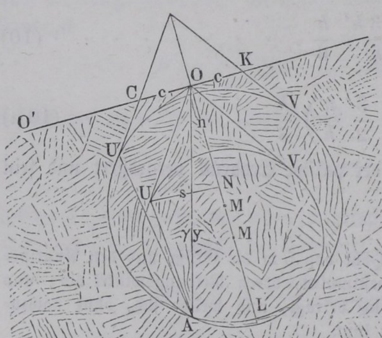
für den passiven Erddruck.

Die Cohäsionskraft der Erde pro 1 qm Trennungsfläche berechnet sich im vorliegenden Falle zu

$$c = \frac{2000 \,.\, 1{,}2}{4} \, tang \, 25^0 = 280 \text{ kg}.$$

Wenn man sich zur Bestimmung des Erddruckes des graphischen Verfahrens bedient, so kann man nach Mohr die Cohäsion der Erdmasse in folgender Art berücksichtigen. Nach §. 4 hat man, um die Druckspannungen p für irgend einen Punkt A, dessen Tiefe oder normaler Abstand von der Oberfläche gleich y ist, auf der Verticalen OA, Fig. 24, nach einem gewissen Kräftemaßstabe $OA = \gamma y$ zu machen, durch O die Gerade OO' parallel zur Oberfläche und OL senkrecht zu OO' zu ziehen. Trägt man dann den Winkel

Fig. 24.



$$\varrho = UOL = VOL$$

an, so erhält man in dem durch A gehenden, die beiden Geraden OU und OV berührenden Kreise M die Darstellung des unteren Grenzzustandes für eine cohäsionslose Erdmasse. Die größte Abweichung ϱ des Druckes von der Normalen findet hiernach in der Ebene AU statt, in welcher die Spannung durch $p = OU$ ausgedrückt ist, während die normale Componente nach dem Früheren durch $ON = n$ und die tangentiale Componente durch $UN = s$ dargestellt ist.

Während nun für cohäsionslose Massen die Bedingungsgleichung für den Grenzzustand

$$max \frac{s}{n} = tang\ \varrho = \varphi$$

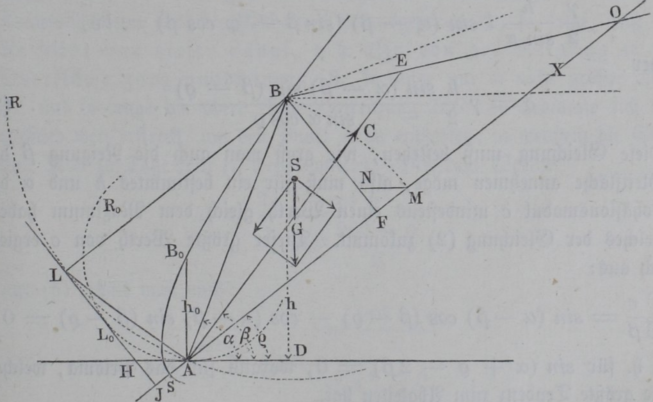
gilt, ist diese Bedingung in dem Falle, in welchem durch die Cohäsion von der Schubspannung s direct ein gewisser Theil bis zum Betrage c neutralisirt wird, durch

$$max \frac{s - c}{n} = tang\ \varrho = \varphi$$

gegeben. Demzufolge ergiebt sich die Construction dahin, daß man $OC = OK = c$ zu machen und durch C und K die Geraden CU' parallel mit OU und KV' parallel mit OV zu ziehen hat, um in dem durch A gehenden Kreise M', welcher CU' und KV' berührt, die graphische Darstellung für die Spannungen der einzelnen Flächen in dem Punkte A zu erhalten. Für die Ebene AU' ist dann die Spannung durch $OU' = OC + CU'$ ausgedrückt, von welcher die Componente $OC = c$ durch die Cohäsionskraft direct neutralisirt wird, während die Componente CU' von der Fläche wegen deren Reibungsfähigkeit noch aufgenommen werden kann.

Böschung cohärenter Erdmassen. Während eine cohäsionslose, durch eine Futtermauer nicht gestützte Masse nach dem Vorstehenden nur bei einem Abhange im Gleichgewichte sein kann, welcher den natürlichen Böschungswinkel ϱ nicht übersteigt, können mit Cohäsion begabte Massen auch bei steileren Böschungen im Gleichgewichte sein, ohne einer Stützung §. 10.

Fig. 25.



gegen Abgleiten zu bedürfen. Schon im Vorstehenden wurde gefunden, daß eine Erdmasse vom Cohäsionsmodul c auf eine Höhe

$$h_0 = \frac{4c}{\gamma}\ tang\ \frac{90^0 + \varrho}{2}$$