

Ferner ist

$$AN = EA - EN = EA - \sqrt{EH \cdot EA} = EA \left(1 - \sqrt{\frac{EH}{EA}} \right) \quad (4)$$

Nun folgt aus dem Dreiecke ABE :

$$\begin{aligned} EA &= AB \frac{\sin EBA}{\sin AEB} = AB \frac{\sin(\alpha - \omega)}{\sin(\alpha - \omega + \varrho + \varrho_1)} \\ &= \frac{h}{\sin \alpha} \frac{\sin(\alpha - \omega)}{\sin(\alpha - \omega + \varrho + \varrho_1)} \quad \dots \quad (5) \end{aligned}$$

und

$$\frac{EH}{EA} = \frac{EH \cdot EB}{EB \cdot EA} = \frac{\sin(\varrho - \omega) \sin(\varrho + \varrho_1)}{\sin(\alpha + \varrho_1) \sin(\alpha - \omega)} \quad \dots \quad (6)$$

Mit den Werthen von (5) und (6) erhält man aus (4):

$$\begin{aligned} AN &= \frac{h}{\sin \alpha} \cdot \frac{\sin(\alpha - \omega)}{\sin(\alpha - \omega + \varrho + \varrho_1)} \left(1 - \sqrt{\frac{\sin(\varrho - \omega) \sin(\varrho + \varrho_1)}{\sin(\alpha + \varrho_1) \sin(\alpha - \omega)}} \right) \\ &= c \frac{h}{\sin \alpha} \quad \dots \quad (7) \end{aligned}$$

wenn man den Coefficienten von $\frac{h}{\sin \alpha}$ der Kürze wegen mit c bezeichnet.

Daher wird schließlich nach (1) und (3) der Erddruck:

$$\begin{aligned} P &= \frac{\gamma h^2 \sin(\alpha + \varrho_1)}{2} \frac{\sin^2(\alpha - \omega)}{\sin^2(\alpha - \omega + \varrho + \varrho_1)} \left(1 - \sqrt{\frac{\sin(\varrho - \omega) \sin(\varrho + \varrho_1)}{\sin(\alpha + \varrho_1) \sin(\alpha - \omega)}} \right)^2 \\ &= \frac{\gamma h^2 \sin(\alpha + \varrho_1)}{2} \frac{\sin^2(\alpha - \omega)}{\sin^2 \alpha} c^2 = k \gamma \frac{h^2}{2} \quad \dots \quad (8) \end{aligned}$$

wenn man

$$\frac{\sin(\alpha + \varrho_1)}{\sin^2 \alpha} c^2 = k \quad \dots \quad (9)$$

setzt.

Dieser Ausdruck für P , welcher allgemein für alle Fälle gilt, in denen die Oberfläche der Erdmasse durch eine Ebene begrenzt ist, läßt die Analogie des Erddruckes mit dem Drucke einer Flüssigkeit erkennen. Da der Werth k nur von den Winkeln α , ω , ϱ und ϱ_1 abhängig ist, also für alle Punkte im Innern der Erdmasse derselbe ist, so kann man der Gleichung (8) zufolge den Druck der Erde gegen die Wandfläche wie den hydrostatischen Druck einer Flüssigkeit ansehen, welche das Gewicht $k\gamma$ pro Cubikeinheit hat. Dem entsprechend wird auch der Angriffspunkt des resultirenden Erddruckes wie bei Flüssigkeiten in $\frac{1}{3}$ der Höhe h über dem Fußpunkte A der gedrückten Wandfläche AB gelegen sein, wie dies auch schon früher gefunden wurde.

Aus der Fig. 19 kann man auch einen analytischen Ausdruck für den Winkel $\beta = MAT$ entnehmen, welchen die Gleitfläche MA mit dem Horizonte bildet. Bezeichnet man zu dem Zwecke mit μ den Winkel BNA , welchen die Richtung der Gleitfläche mit der unter der Neigung $\varrho + \varrho_1$ gegen die Wandfläche gezogenen Geraden AE bildet, so ersieht man aus dem Dreiecke ABN , daß

$$\operatorname{tang} \mu = \frac{AB \sin (\varrho + \varrho_1)}{AN - AB \cos (\varrho + \varrho_1)} \text{ ist.}$$

Setzt man hierin $AB = \frac{h}{\sin \alpha}$ und nach Gleichung (7) $AN = c \frac{h}{\sin \alpha}$ ein, so folgt:

$$\operatorname{tang} \mu = \frac{\sin (\varrho + \varrho_1)}{c - \cos (\varrho + \varrho_1)} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (10)$$

Da nun aber nach der Figur, wenn NC horizontal ist, $\mu = BNA = BNC + CNA = \beta + 180^\circ - (\alpha + \varrho + \varrho_1)$ ist, so hat man auch:

$$\beta = \alpha + \varrho + \varrho_1 - 180^\circ + \mu,$$

und mit Bezug auf (10):

$$\beta = \alpha + \varrho + \varrho_1 - 180^\circ + \operatorname{arc} . \operatorname{tang} \frac{\sin (\varrho + \varrho_1)}{c - \cos (\varrho + \varrho_1)} \quad (11)$$

worin man für c den aus (7) zu entnehmenden Werth:

$$c = \frac{\sin (\alpha - \omega)}{\sin (\alpha - \omega + \varrho + \varrho_1)} \left(1 - \sqrt{\frac{\sin (\varrho - \omega) \sin (\varrho + \varrho_1)}{\sin (\alpha + \varrho_1) \sin (\alpha - \omega)}} \right) \quad (12)$$

einzuführen hat.

Es mögen noch die obigen Formeln auf einige besondere, häufiger vorkommende Fälle angewendet werden.

Setzt man, wie in §. 6, eine verticale Wandfläche und eine horizontale Oberfläche, also $\alpha = 90^\circ$ und $\omega = 0$ voraus, so erhält man, wenn man auch die Reibung an der Wand vernachlässigt, also mit $\varrho_1 = 0$, aus (12):

$$c = \frac{1 - \sin \varrho}{\cos \varrho} = \operatorname{tang} \frac{90^\circ - \varrho}{2},$$

und aus (8):

$$P = \frac{\gamma h^2}{2} \operatorname{tang}^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2}.$$

Ferner ist nach (10):

$$\begin{aligned} \operatorname{tang} \mu &= \frac{\sin \varrho}{c - \cos \varrho} = \frac{\sin \varrho \cos \varrho}{1 - \sin \varrho - \cos^2 \varrho} = \frac{\cos \varrho}{\sin \varrho - 1} \\ &= - \operatorname{cotg} \frac{90^\circ - \varrho}{2}, \end{aligned}$$

daher folgt:

$$\mu = 90^\circ + \frac{90^\circ - \varrho}{2},$$

und aus (11):

$$\beta = \frac{90^\circ + \varrho}{2},$$

wie schon früher gefunden.

Setzt man ϱ_1 nicht gleich Null, so wird in diesem Falle:

$$c = \frac{1}{\cos(\varrho + \varrho_1)} \left(1 - \sqrt{\frac{\sin \varrho \sin(\varrho + \varrho_1)}{\cos \varrho_1}} \right),$$

und damit

$$k = \left(\frac{\sqrt{\cos \varrho_1} - \sqrt{\sin \varrho \sin(\varrho + \varrho_1)}}{\cos(\varrho + \varrho_1)} \right)^2.$$

Nimmt man ferner bei ebenfalls verticaler Wandfläche $\omega = \varrho$ und $\varrho_1 = 0$ an, so erhält man aus (12) $c = \cos \varrho$, und damit aus (8):

$$P = \frac{\gamma h^2}{2} \cos^2 \varrho;$$

ferner aus (10) $\tan \mu = \infty$, also:

$$\mu = 90^\circ \quad \text{und} \quad \beta = \varrho.$$

Würde man im letzteren Falle den Reibungswinkel ϱ_1 für die Wandfläche gleich dem ϱ der Erdmasse annehmen, so erhielte man:

$$c = 1 \quad \text{und} \quad P = \frac{\gamma h^2}{2} \cos \varrho,$$

während auch dann $\beta = \varrho$ bleibt. Diese Resultate stimmen mit den für denselben Fall nach der Mohr'schen Theorie des Erddruckes in §. 4 gefundenen überein, wie es auch in der Natur der Sache ist, da in diesem Falle (s. Fig. 10) die eine Gleitfläche der Erdmasse, in welcher der Druck um den Winkel ϱ gegen die Normale zur Fläche abweicht, mit der Wandfläche zusammenfällt.

Beispiel. Es soll der Druck einer Erdmasse gegen eine 5 m hohe Mauer gefunden werden, deren dem Erddrucke ausgesetzte Fläche einen Anlauf von $\frac{1}{20}$ hat, wenn die Erdoberfläche unter dem Winkel $\omega = 20^\circ$ gegen den Horizont geneigt ist, wenn ferner der Reibungswinkel für die Erde $\varrho = 35^\circ$ und derjenige für die Mauerfläche $\varrho_1 = 25^\circ$ ist, und 1 Cubikmeter Erde 1600 kg wiegt?

Man hat hier für die überhängende Mauerfläche

$$\alpha = 90^\circ + \text{arc tang } 0,05 = 93^\circ \quad \text{und} \quad \omega = 20^\circ.$$

Mit diesen Werthen erhält man zunächst aus (12):

$$c = \frac{\sin 73^\circ}{\sin 133^\circ} \left(1 - \sqrt{\frac{\sin 15^\circ \sin 60^\circ}{\sin 125^\circ \sin 73^\circ}} \right) = 1,317 \cdot 0,4546 = 0,595,$$

und damit aus (8) den Erddruck für jede Mauerfläche von 1 m Länge:

$$P = \frac{1600 \cdot 25}{2} \frac{\sin 118^\circ}{\sin^2 93^\circ} 0,595^2 = 20000 \cdot 0,885 \cdot 0,354 = 6260 \text{ kg,}$$

welcher Druck unter einem Winkel von $3^\circ + 25^\circ = 28^\circ$ gegen den Horizont in einer Höhe $a = \frac{5}{3} = 1,667 \text{ m}$ über dem Fußpunkte der Mauer wirkt. Zur Bestimmung des Neigungswinkels β der Gleitfläche hat man zunächst nach (10):

$$\tan \mu = \frac{\sin 60^\circ}{0,595 - \cos 60^\circ} = 9,116,$$

womit $\mu = 83^\circ 44'$ und nach (11):

$$\beta = 93^\circ + 35^\circ + 25^\circ - 180^\circ + 83^\circ 44' = 56^\circ 44'$$

folgt.

Cohäsion lockerer Massen. Bei den bisherigen Ermittlungen §. 9.

wurde die Cohäsion ganz außer Acht gelassen, welche gewisse, besonders lehmhaltige Massen ihrer Trennung entgegensetzen. Da diese Kraft indessen bei festgestampfter Erde und bei gewöhnlichem Boden oft nicht unbedeutend ist, so soll hier noch die Untersuchung mit Berücksichtigung der Cohäsion geführt werden. Während die Reibung proportional mit dem Normaldrucke, jedoch unabhängig von der Berührungsfäche ist, hat man dagegen die Cohäsion als von dem Drucke unabhängig und mit der Größe der Trennungsfäche im directen Verhältnisse stehend anzunehmen. Als Maß oder Modul der Cohäsion möge diejenige Kraft c angenommen werden, welche erforderlich ist, um den Zusammenhang der Erdmasse in einer Trennungsfäche gleich 1 Quadratmeter aufzuheben.

Um nun den Druck der durch eine horizontale Ebene BC , Fig. 23, begrenzten Erdmasse gegen die verticale Stütz wand AB zu ermitteln, sei wieder vorausgesetzt, daß ein keilförmiges Prisma ABE vom Gewichte G auf der schiefen Ebene AE vom Neigungswinkel

$$EAD = \beta$$

herabzugleiten strebe, und durch die von der Futtermauer AB ausgeübte Reaction P daran verhindert werde. Außer den

beiden Kräften G und P und der Reibung auf der schiefen Ebene wirkt nun hier noch in AE die Cohäsionskraft

$$C = c \cdot AE = c \frac{h}{\sin \beta},$$

Fig. 23.

