Für den Gleitwinkel β findet sich aus (4):

$$tang\,\beta = tang\,36^0\,(1 + \sqrt{1 + cotg\,36^0\,cotg\,61^0})$$
$$= 0{,}7265\,(1 + \sqrt{1 + 1{,}3764\,.\,0{,}5543})$$
$$= 0{,}7265\,.\,2{,}326 = 1{,}6898 = tang\,59^0\,23'.$$

Ohne Berücksichtigung der Reibung an der Wand hätte man:

$$\beta_0 = \frac{90^0 + 36^0}{2} = 63^0$$

und den Erddruck:

$$P_0 = \frac{1500\,.\,9}{2}\,tang^2\,\frac{90^0 - 36^0}{2} = 6750\,.\,0{,}5095^2 = 1752 \sim 1750\,\mathrm{kg},$$

also um 162 kg größer als mit Berücksichtigung der Reibung. Von dem gefundenen Erddrucke P wirkt die horizontale Componente

$$H = P\,cos\,25^0 = 1590\,.\,0{,}9063 = 1441\,\mathrm{kg}$$

auf Umstürzen der Mauer, während die verticale Seitenkraft

$$V = P\,sin\,25^0 = 1590\,.\,0{,}4226 = 672\,\mathrm{kg}$$

die Mauer belastet und dadurch die Stabilität erhöht.

Der passive Erdschub würde sich, wenn man die Reibung an der Wandfläche vernachlässigt, zu

$$P = \frac{1500\,.\,9}{2}\,tang^2\,\frac{90^0 + 36^0}{2} = 6750\,.\,1{,}9626^2 = 26000\,\mathrm{kg}$$

berechnen, entsprechend einem Gleitwinkel

$$\beta = \frac{90^0 - 36^0}{2} = 27^0.$$

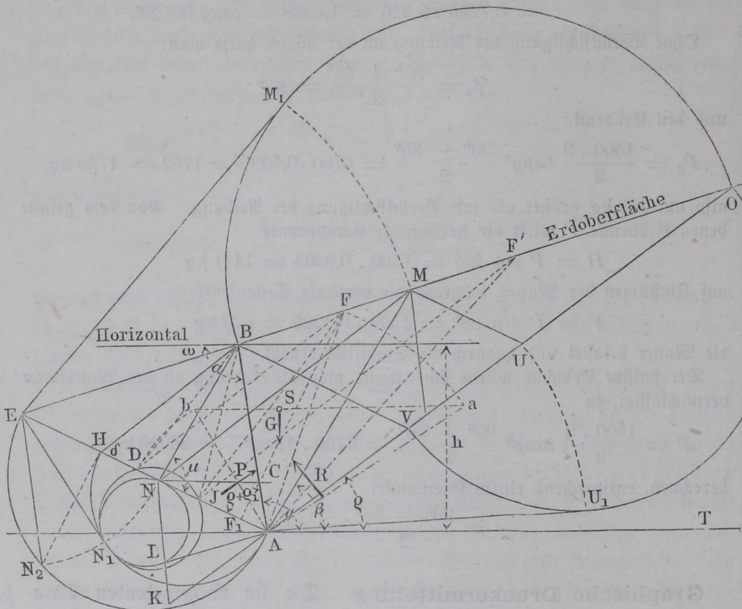
Graphische Druckermittelung. Die im vorhergehenden Paragraphen unter den beschränkenden Voraussetzungen einer verticalen Stützwand und einer horizontalen Erdoberfläche angegebene rechnerische Bestimmung des Erddruckes führt für den allgemeinen Fall einer beliebig geneigten Futtermauer und einer beliebig begrenzten Erdoberfläche zu so verwickelten Formeln, daß es für alle Fälle der Praxis jedenfalls vorzüglicher erscheint, zu dieser Druckermittelung sich graphischer Methoden zu bedienen, welche in vergleichsweise einfacher Art in fast allen vorkommenden Fällen zum Ziele führen. Deshalb soll hier noch das von Poncelet*) angegebene Verfahren angeführt werden. §. 7.

Zu dem Behufe sei AB, Fig. 19 (a. f. S.), die stützende Fläche einer unter dem beliebigen Winkel α gegen den Horizont AT geneigten Futtermauer, welche einer Erdmasse zu widerstehen hat, deren ebene Oberfläche BO unter dem Winkel ω gegen den Horizont geneigt ist, wobei ω ebenfalls beliebig groß, wenn nur kleiner als der Böschungswinkel ϱ der Erdmasse

*) Ueber die Stabilität der Erdbekleidungen und deren Fundamente, von Poncelet, übersetzt von W. Lahmeyer. Braunschweig 1844.

sein kann. Es werde als Gleitfläche eine beliebige Ebene AF angenommen, so hat man sich im Schwerpunkte S des dreiseitigen Prismas ABF das

Fig. 19.



Gewicht G der abrutschenden Erdmasse zu denken. Durch dieses Gewicht G werden Reactionen R und P der Gleitfläche AF und der Mauerfläche AB erzeugt, welche mit G im Gleichgewichte sein müssen. Von den Richtungen dieser Reactionen muß man annehmen, daß sie im Momente des Abgleitens um die Reibungswinkel ϱ bezw. ϱ_1 von den Normalen der Gleitfläche bezw. der Wandfläche abweichen. Würde man diese Kräfte der Richtung und Größe nach an einander antragen, so erhielte man als Kräftepolygon ein geschlossenes Dreieck, dessen Seiten den Kräften verhältnißgleich sind. Es ist auch deutlich, daß man ein mit diesem Kräftedreieck ähnliches Dreieck erhalten wird, wenn man irgendwo zu den Kraftrichtungen senkrechte Gerade zieht; ein solches Dreieck ist z. B. Aab, worin Aa senkrecht zu R, Ab senkrecht zu P und ab senkrecht zu G, also horizontal gezogen ist. Offenbar sind auch die Seiten dieses Dreiecks mit den Kräften proportional, und zwar jede Seite mit derjenigen Kraft, auf welcher sie senkrecht steht, z. B. stellt Ab die Kraft P nach demjenigen Maßstabe vor, nach welchem das Gewicht G durch ab ausgedrückt ist. Von dem Dreiecke Aab bildet ferner die Seite Aa mit der Gleitfläche AF ebenso den Winkel ϱ, wie die entsprechende Kraft R mit ihrer Flächennormale, und wenn man daher dem besagten Dreiecke Aab eine Linksdrehung um A im Winkelbetrage ϱ ertheilt denkt, so fällt die Seite Aa in die Gleitfläche AF hinein, und zwar trifft a nach F, wenn man von vornherein die willkürliche Länge $Aa = AF$ machte. Die das Gewicht G darstellende horizontale Seite ab gelangt durch die Drehung um ϱ in eine Lage FD parallel zur natürlichen Böschung der Erdmasse, während die dritte Seite Ab, welche zuvor den Winkel ϱ_1 mit der Wandfläche AB bildete, nach der Drehung mit der Wandfläche AB offenbar den Winkel $BAD = \varrho + \varrho_1$ einschließt. Das Dreieck AFD repräsentirt also in seinen Seitenlängen die Größen der Kräfte R, G und P, wenn man einen Kräftemaßstab von solcher Eintheilung zu Grunde legt, daß die Länge FD danach dem Gewichte des dreiseitigen Erdprismas ABF entspricht, dabei immer eine Dimension des Prismas senkrecht zur Bildebene gleich 1 m vorausgesetzt. Daher folgt ohne Weiteres die Größe des Erddruckes auf die Wandfläche:

$$P = G \frac{AD}{DF} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Um das Gewicht G des Erdprismas ABF zu bestimmen, kann man, wenn BJ parallel FA geführt wird, anstatt des Dreiecks ABF das flächengleiche Dreieck AJF setzen, dessen Inhalt durch

$$\tfrac{1}{2} AJ \,.\, FF_1 = \tfrac{1}{2} AJ \,.\, DF \sin\delta$$

gefunden wird, wenn FF_1 die senkrechte Höhe zur Grundlinie AJ und δ der Winkel FDA ist. Man hat daher, unter γ das Gewicht von 1 cbm Erde verstanden, das Gewicht des Prismas:

$$G = \tfrac{1}{2} \gamma \sin\delta \,.\, AJ \,.\, DF,$$

und daher den Wanddruck nach (1):

$$P = G \frac{AD}{DF} = \tfrac{1}{2} \gamma \sin\delta \,.\, AJ \,.\, AD \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Man hat also, um das Prisma vom größten Drucke zu erhalten, die Lage der Gleitfläche AF so zu wählen, daß das Product $AJ \,.\, AD$ zu einem Maximum wird. Um zu erkennen, unter welcher Bedingung dies der Fall ist, ziehe man noch durch den obersten Punkt B der Wandfläche die Gerade BH parallel zu FD, also unter dem Winkel ϱ gegen den Horizont, alsdann hat man wegen des Parallelismus der beiden von B und F ausgehenden Linienpaare

$$EH : ED = EB : EF = EJ : EA,$$

folglich auch

$$ED \,.\, EJ = EH \,.\, EA = Const.$$

Die beiden Punkte D und J, welche sich in vorstehender Art für irgend eine angenommene Gleitfläche AF ergaben, haben also die Eigenschaft, daß das Product ihrer Abstände $ED \,.\, EJ$ von dem bekannten Punkte E eine constante Größe, nämlich gleich $EH \,.\, EA = EN_1^2$ ist, wenn EN_1 die von E aus an den über AH gezeichneten Halbkreis gezogene Tangente bedeutet. Aus den bekannten Eigenschaften des Kreises geht nunmehr hervor, daß ein Kreis, welcher durch die drei Punkte D, J und N_1 gelegt wird, in N_1 ebenfalls von der Geraden EN_1 berührt werden muß. Zieht man nun von A aus an diesen letztgedachten Kreis die Tangente AL, so hat man:

$$AL^2 = AJ \,.\, AD,$$

also auch nach (2) in AL^2 ein Maß für den gefundenen Erddruck:

$$P = \tfrac{1}{2} \gamma \sin \delta \,.\, AJ \,.\, AD.$$

Es ist nun aber ersichtlich, daß von allen möglichen Kreisen $N_1 L$, welche die Gerade EN_1 in N_1 berühren und durch zwei Punkte D und J der Geraden AH gehen, derjenige die größte von A aus gezogene Tangente AL hat, welcher AH ebenfalls berührt, d. h. für welchen die beiden Punkte D und J zusammenfallen. Dieser fragliche Kreis berührt offenbar die Gerade AE in einem Punkte N, für welchen $EN = EN_1$ ist, und man findet durch die Tangente AN an diesen Kreis von A aus und zwar in $\overline{AN^2}$ das Maximum von $AJ \,.\, AD$, und daher das Maß für den größten Erddruck. Es ist nun leicht zu erkennen, daß man das diesem größten Erddrucke entsprechende Prisma erhält, wenn man durch N die Gerade NM parallel mit DF oder HB, d. h. parallel zur natürlichen Böschung der Erdmasse legt, und M mit A verbindet. Man hat dann in ABM das Prisma des größten Druckes erhalten, für welches die Ebene AM als Bruchfläche anzusehen ist. Es ist übrigens leicht ersichtlich, daß diese Gleitfläche AM auch parallel mit NB ausfällt, so daß man auch N mit B verbinden und in der durch A zu NB parallelen Geraden AM die Gleitfläche construiren kann. Ebenso ergiebt sich, wenn man noch AO parallel zu HB legt, daß auch $EB \,.\, EO = \overline{EM^2}$ sein muß, woraus eine andere Construction von M folgt, indem man EM gleich der mittleren Proportionale EM_1 zwischen EB und EO aufträgt. Selbstredend würde man den Punkt N auch dadurch bestimmen können, daß man in H eine zu AE senkrechte Gerade bis zum Durchschnitte N_2 mit dem über AE beschriebenen Halbkreise zeichnet und $EN = EN_2$ anträgt. Ebenso ist es ersichtlich, daß man zu dem Punkte M gelangt, wenn man BV parallel zu AE zieht, und zu AV und AO die mittlere Proportionale AU_1 sucht, dieselbe nach AU überträgt und durch U eine Parallele zu AE zieht, denn es gilt auch die Gleichung $\overline{AU^2} = AV \,.\, AO$ u. s. f. Man wird von diesen verschiedenen Constructionen zur Ermittelung von N oder M in jedem besonderen Falle die bequemste auswählen.

Wenn man ferner noch durch J eine Parallele zu AO zieht, so findet man einen Punkt F', von welchem sofort zu erkennen ist, daß das durch die Ebene AF' begrenzte Prisma ABF' denselben Wanddruck P erzeugen muß, wie das Prisma ABF, denn für beide gilt die Beziehung

$$P = \tfrac{1}{2}\gamma \sin\delta \,.\, AJ \,.\, AD.$$

Von dem Erddrucke $P = \tfrac{1}{2}\gamma \sin\delta \,.\, \overline{AN^2}$ giebt die Figur ebenfalls eine Darstellung in dem Dreiecke ANK, welches man erhält, wenn man OA rückwärts um $AK = AN$ verlängert, denn der Inhalt dieses Dreiecks NAK ist dann offenbar durch $\tfrac{1}{2} \sin\delta \,.\, \overline{AN^2}$ ausgedrückt, und es verhält sich daher der Erddruck P zu dem Gewichte des abgleitenden Prismas BAM wie der Inhalt des Dreiecks NAK zu demjenigen des Dreiecks BAM.

Man kann bemerken, daß es außer dem gezeichneten Kreise NN_1 noch einen zweiten solchen giebt, welcher AE auf der Verlängerung über E hinaus berührt, und es ist ersichtlich, daß diesem Kreise von allen denjenigen, welche EN_1 in N_1 berühren, und die Verlängerung von AE in zwei Punkten schneiden, die kleinste von A aus gezogene Tangente zukommt, deren Größe durch $AE + EN$ sich ausdrückt. Dieser Kreis entspricht dem oberen Grenzzustande und ist daher zu benutzen, wenn es sich um die Ermittelung des Prismas vom kleinsten Widerstande behufs Bestimmung des passiven Erddruckes handelt.

Nach dem Vorhergehenden ist es nun leicht, die Construction anzugeben, vermöge deren in irgend einem vorliegenden Falle der Erddruck, bezw. der Erdwiderstand in Hinsicht auf eine Futtermauer gefunden wird.

Es sei zu dem Ende AB, Fig. 20 und 21 (a. f. S.), die betreffende Mauerfläche und EO die ebene, beliebig gegen den Horizont geneigte Oberfläche der Erde, deren Druck (Fig. 20) bezw. Widerstand (Fig. 21) zu ermitteln ist. Hierzu lege man durch den Fußpunkt A die beiden Geraden AO unter dem natürlichen Böschungswinkel ϱ gegen den Horizont AH, und AE unter dem Winkel $BAE = \varrho + \varrho_1$ gegen die Mauerfläche, und zwar zur Ermittelung des Erddruckes (Fig. 20) von der Mauerfläche AB nach außen und zur Bestimmung des Erdwiderstandes (Fig. 21) nach der Erdmasse hin gerichtet. Zieht man dann an den über OB gezeichneten Halbkreis die Tangente EM_1 und trägt $EM = EM_1$ auf, so erhält man in AM die Gleitfläche, und wenn man MN parallel der natürlichen Böschung AO führt, so liefert die Strecke AN ein Maß für den Druck auf die Wandfläche, welcher durch

$$P = \tfrac{1}{2} \sin\delta \,.\, \overline{AN^2}$$

ausgedrückt und durch das Dreieck ANK dargestellt ist, in welchem

$AK = AN$ gemacht ist. Es ist nach dem Vorhergehenden deutlich, daß man anstatt des Halbkreises über OB auch denjenigen über AB_1 benutzen kann, nachdem man durch B die zu AO parallele Gerade BB_1 gezogen hat.

Fig. 20.

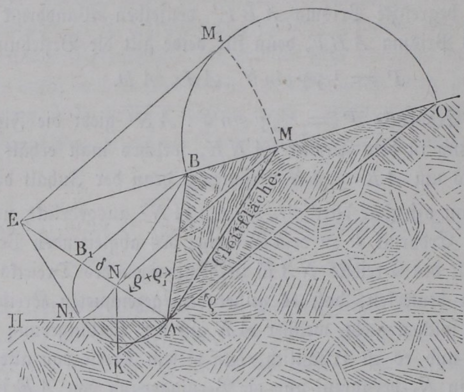
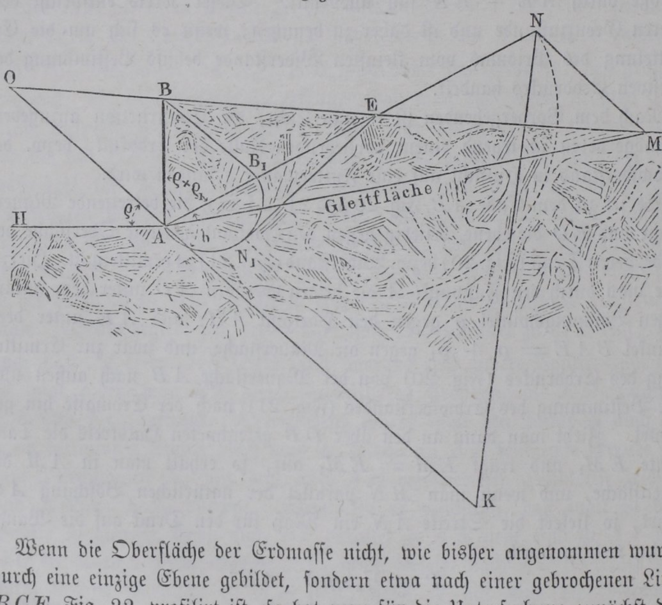


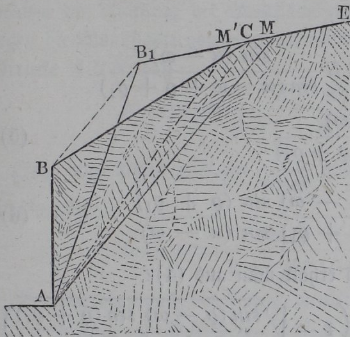
Fig. 21.



Wenn die Oberfläche der Erdmasse nicht, wie bisher angenommen wurde, durch eine einzige Ebene gebildet, sondern etwa nach einer gebrochenen Linie BCE, Fig. 22, profilirt ist, so hat man für die Untersuchung zunächst das

Profil $ABCM$ in ein dreieckiges AB_1M zu verwandeln, dessen Spitze in A und dessen Basis B_1M in die verlängerte Terrainfläche EC hineinfällt, in welcher muthmaßlich die Bruchfläche AM zu Tage tritt. Hierauf ist obiges Verfahren so anzuwenden, daß nunmehr B_1 als obere Kante der Mauer angesehen wird. Wenn sich hierbei herausstellen würde, daß die Bruchfläche nicht zwischen C und E, sondern zwischen B_1 und C, etwa in M', die Ebene CE schneidet, so hätte man die Construction nur unter Berücksichtigung des Profils ABC zu wiederholen, indem die Begrenzung CE hinterhalb der Gleitfläche alsdann ohne Einfluß auf den Wanddruck ist. Den Punkt B_1 findet man leicht in dem Durchschnitte der verlängerten Terrainlinie EC mit einer von B aus zu AC gezogenen Parallelen.

Fig. 22.



Wenn ferner die Oberfläche der Erdmasse durch eine gleichmäßig vertheilte Belastung gedrückt wird, so hat man sich diese Last wie eine parallel zur Oberfläche begrenzte Erderhöhung zu denken, deren Höhe so bemessen ist, daß sie dasselbe Gewicht repräsentirt, wie die vorhandene Belastung, der Wanddruck wird dadurch natürlich entsprechend vergrößert, in der Neigung der Bruchfläche und der Richtung des Druckes wird durch die zusätzliche Belastung nichts geändert, wohl aber wird, wie in §. 5 bereits gezeigt wurde, dadurch der Angriffspunkt des Erddruckes höher gerückt.

Formeln für den Erddruck. Vermittelst der im vorigen Paragraphen angegebenen Construction ist es nun leicht, für die Größe des Erddruckes eine allgemeine Formel aufzustellen, da es nur darauf ankommt, in der daselbst für den Erddruck gefundenen Gleichung §. 8.

$$P = \tfrac{1}{2}\gamma \sin\delta \,.\, \overline{AN^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

die Strecke AN durch die gegebenen Größen auszudrücken. Der Winkel $\delta = MNA = NAK$, Fig. 19, bestimmt sich zunächst nach der Figur durch

$$\delta + \varrho + \varrho_1 + \alpha - \varrho = 180^0 \text{ zu } \delta = 180^0 - (\alpha + \varrho_1) \quad . \quad (2)$$

so daß man hat

$$\sin\delta = \sin(\alpha + \varrho_1) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$