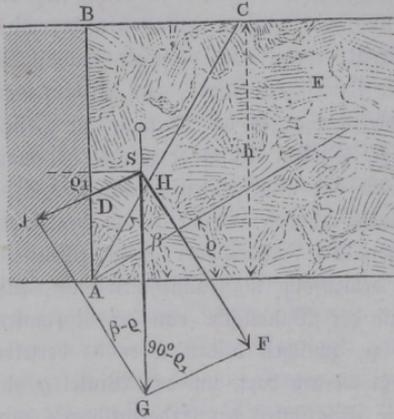


läufig ist, und für welche man den Wanddruck nach der Theorie von dem Prisma des größten Erddruckes wird bestimmen müssen.

- §. 6. Das Prisma des grössten Erddruckes. Es sei in Fig. 18 eine Erd-

Fig. 18.



masse  $E$  durch eine verticale Futtermauer  $AB$  gestützt und vorausgesetzt, daß die letztere dem Erddrucke nicht genügenden Widerstand entgegensetzen kann, sondern nach der Seite ausweiche, so wird eine gewisse Erdmasse  $ABC$  herabgleiten. Ueber die Form dieser abgleitenden Masse ist nun etwas Bestimmtes nicht anzugeben, und man begnügt sich bei der folgenden Untersuchung damit, anzunehmen, daß die Erdmasse in einer ebenen Trennungsebene  $AC$  abgleite. Zu dieser Annahme ist man veranlaßt, um die an sich schon sehr verwickelten Rechnungen überhaupt durchführen zu können, obwohl, wie oben bereits erwähnt wurde, die

Wahrscheinlichkeit eine viel größere ist, daß die Trennung der Erdmasse in einer gekrümmten Fläche erfolgt.

Setzt man eine ebene Trennungsebene in  $AC$  voraus, so wird also ein dreiseitiges Prisma  $ABC$  auf der als feste Ebene zu denkenden Erdmasse  $E$  abrutschen und man kann dieses abgleitende Stück vom Gewichte  $G$  wie einen Keil ansehen, welcher einen gewissen Druck auf die Gleitfläche  $AC$  sowohl wie gegen die Wandfläche  $AB$  ausübt. Bei der gedachten Bewegung stellen sich Reibungswiderstände ebenfalls an beiden Flächen  $AC$  und  $AB$  ein, und man hat sich dann zu denken, daß die resultirende Druckkraft gegen jede dieser Flächen für den Zustand der beginnenden Bewegung um den entsprechenden Reibungswinkel von der Normalen zur Fläche abweicht. Für die Gleitfläche  $AC$  hat man den natürlichen Böschungswinkel  $\varrho$  der Erdmasse als Reibungswinkel anzunehmen, während der Winkel  $\varphi_1$  für die Wand  $AB$  dem Reibungscoefficienten zwischen der Erde und der Mauerfläche entspricht. Dieser Winkel  $\varphi_1$  wird von verschiedenen Autoren verschieden angegeben. Während nach den Versuchen von Audé für die Reibung von Sand an einer hölzernen Bekleidungswand

$$\varphi_1 = \tan \varphi_1 = 0,6, \text{ also } \varphi_1 = 31^\circ$$

angenommen wird, ist nach Poncelet für grob behauenen Stein und verschiedene Erdarten  $\varphi_1$  zwischen 0,51 und 0,34 schwankend. Jedenfalls darf

$\varphi_1$  niemals größer als  $\varphi$  in Rechnung gestellt werden, denn wenn die Reibung zwischen der Erde und der Wandfläche größer ist, als diejenige zwischen Erde und Erde, so wird der letztere Widerstand überwunden, indem man sich zu denken hat, daß an der Mauerfläche eine unendlich dünne Erdschicht haften wird, an welcher das Erdprisma gleitet. Aus diesem Grunde wird von Rehbann und Scheffler der Reibungscoefficient  $\varphi_1$  gleich demjenigen  $\varphi$  für die Erdmasse angenommen. Für den gedachten Grenzzustand, d. h. für ein beginnendes Abgleiten des Prismas  $ABC$  vom Gewichte  $G$  müssen die beiden Reactionen  $R$  der Gleitfläche  $AC$  und  $P$  der Wandfläche  $AB$  mit diesem Gewichte  $G$  im Gleichgewichte sein. Setzt man diese drei Kräfte, von denen also  $R$  und  $P$  um die Reibungswinkel  $\varphi$  und  $\varphi_1$  von den Normalen der Gleitflächen abweichen, zu dem Dreiecke  $SFG$  zusammen, in welchem nach der Figur

$$SGF = GSJ = 90^\circ - \varphi_1$$

und

$$FSG = \beta - \varphi$$

ist, so erhält man:

$$\frac{P}{G} = \frac{\sin(\beta - \varphi)}{\sin(90 - \varphi_1 + \beta - \varphi)} = \frac{\sin(\beta - \varphi)}{\cos[\beta - (\varphi + \varphi_1)]},$$

also den Druck gegen die Wand:

$$P = G \frac{\sin(\beta - \varphi)}{\cos[\beta - (\varphi + \varphi_1)]} = \frac{\gamma h^2}{2} \cotg \beta \frac{\sin(\beta - \varphi)}{\cos[\beta - (\varphi + \varphi_1)]}, \quad (1)$$

da man das Gewicht des Erdprismas

$$G = \gamma \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{\gamma h^2}{2} \cotg \beta$$

zu setzen hat, unter  $\gamma$  wie früher das Gewicht einer Raumeinheit Erde verstanden, und eine Länge des Prismas senkrecht zur Bildebene gleich der Einheit vorausgesetzt.

Der in (1) gefundene Werth für den Wanddruck  $P$  ist mit dem Winkel  $\beta$  veränderlich, unter welchem die vorausgesetzte Gleitfläche gegen den Horizont geneigt ist. Jedes von den unzählig vielen Prismen  $ABC$ , welche man erhält, wenn man der Ebene  $AC$  alle möglichen Lagen ertheilt denkt, wird in dem Bestreben, abzugleiten, einen gewissen von  $\beta$  abhängigen Druck  $P$  auf die Wand ausüben, welchem Drucke die letztere widerstehen muß, wenn sie das gedachte Prisma an dem Abgleiten verhindern soll. Damit nun von allen diesen möglichen Prismen kein einziges abgleite, ist es nöthig, daß die Wandfläche einen Gegendruck  $-P$  gegen die Erdmasse ausübe, welcher gleich dem größten aller derjenigen Erddrucke ist, die von den verschiedenen Erdprismen auf die Wand ausgeübt werden. Dieses Prisma

nennt man das Prisma des größten Erddruckes, und daher läuft die Bestimmung des Erddruckes gegen die Wandfläche auf die Aufgabe hinaus, in jedem speciellen Falle denjenigen Winkel  $\beta$  für die Neigung der Gleitfläche zu ermitteln, für welchen der Druck  $P$  ein Maximum wird.

Diese Bestimmung führt, wenn sie analytisch vorgenommen wird, im Allgemeinen zu verwickelten und wenig übersichtlichen Formeln, so daß man in neuerer Zeit in der Praxis meistens den bequemeren Weg der graphischen Ermittlung einschlägt. Um indessen den Gang des analytischen Verfahrens zu zeigen, soll dasselbe zunächst für den der Fig. 18 zu Grunde gelegten Fall durchgeführt werden, d. h. für eine verticale Wandfläche und horizontale Erdbegrenzung.

Hierfür fand sich die Größe des Erddruckes gegen die Wand zu

$$P = \frac{\gamma h^2}{2} \cotg \beta \frac{\sin(\beta - \varrho)}{\cos[\beta - (\varrho + \varrho_1)]},$$

welcher Ausdruck umgeformt werden möge in:

$$\begin{aligned} \frac{\gamma h^2 \cos \beta}{2 \sin \beta} \frac{\sin \beta \cos \varrho - \cos \beta \sin \varrho}{\cos \beta \cos(\varrho + \varrho_1) + \sin \beta \sin(\varrho + \varrho_1)} \\ = \frac{\gamma h^2}{2} \frac{\sin \varrho}{\sin(\varrho + \varrho_1)} \frac{\cotg \varrho - \cotg \beta}{\cotg(\varrho + \varrho_1) + \tang \beta} \dots (2) \end{aligned}$$

Setzt man, um  $P_{max}$  zu finden, den Differentialquotienten nach  $\beta$  gleich Null, so erhält man:

$$\frac{\cotg(\varrho + \varrho_1) + \tang \beta}{\sin^2 \beta} = \frac{\cotg \varrho - \cotg \beta}{\cos^2 \beta} \dots (3)$$

oder

$$\cotg(\varrho + \varrho_1) + \tang \beta = \tang^2 \beta \cotg \varrho - \tang \beta,$$

d. i.

$$\tang^2 \beta - 2 \tang \varrho \tang \beta = \tang \varrho \cotg(\varrho + \varrho_1).$$

Diese quadratische Gleichung liefert den Neigungswinkel  $\beta$  für die Gleitfläche des Prismas vom größten Drucke:

$$\tang \beta = \tang \varrho [1 + \sqrt{1 + \cotg \varrho \cotg(\varrho + \varrho_1)}] \dots (4)$$

und man erhält durch Einsetzen des so gefundenen Werthes von  $\beta$  in die Gleichung (1) für  $P$  den Erddruck, welchen die Wandfläche mindestens aushalten muß, wofür nach einigen Umformungen

$$P = \frac{\gamma h^2}{2} \frac{\sin \varrho}{\cos^2(\varrho + \varrho_1)} \left[ \sqrt{\frac{\cos \varrho_1}{\sin \varrho}} - \sqrt{\sin(\varrho + \varrho_1)} \right]^2 \dots (5)$$

folgt\*).

\*) Dieser Ausdruck ermittelt sich wie folgt: Man findet aus Gleichung (4) auch

Diese Kraft  $P$  ist unter dem Winkel  $\varrho_1$  gegen die Normale zu der Wandfläche geneigt, und greift in einem Punkte  $D$  an, welcher von dem Fußpunkte  $A$  um die Höhe  $DA = \frac{1}{3} h$  entfernt ist. Hiervon überzeugt man sich leicht, wenn man den obigen Werth von  $P$  aus (5) durch  $P = \gamma \frac{h^2}{2} A$  ausdrückt, unter  $A$  den constanten nur von  $\varrho$  und  $\varrho_1$  abhängigen Factor verstanden. Für einen beliebigen Punkt der Wandfläche, welcher um  $y$  unter  $B$  gelegen ist, hat man dann

$$P = \frac{\gamma A}{2} y^2,$$

und daher erhält man den Druck auf ein Element daselbst von der Höhe  $\partial y$  zu

$$\partial P = \gamma A y \partial y.$$

Diese elementare Druckkraft hat für den Punkt  $B$  als Drehpunkt ein statisches Moment

$$\partial P y \cos \varrho_1 = \gamma A \cos \varrho_1 y^2 \partial y,$$

folglich erhält man das Moment  $M$  des gesammten Erddruckes auf die Wand  $BA$  durch Integration zu

$$M = \gamma A \cos \varrho_1 \int_0^h y^2 \partial y = \frac{\gamma A}{3} \cos \varrho_1 h^3 \quad . . . \quad (6)$$

Dieses Moment ist nun aber auch, wenn  $b = BD$  den Abstand des Angriffspunktes  $D$  des Erddruckes von  $B$  bezeichnet, durch

$$M = P \cos \varrho_1 b = \frac{\gamma h^2}{2} A \cos \varrho_1 b \quad . . . \quad (7)$$

$$\cotg \beta = \frac{\sqrt{1 + \cotg \varrho \cotg (\varrho + \varrho_1)} - 1}{\cotg (\varrho + \varrho_1)},$$

und aus Gleichung (3)

$$\cotg^2 \beta = \frac{\cotg \varrho - \cotg \beta}{\cotg (\varrho + \varrho_1) + \tan \beta},$$

folglich wird nach (2)

$$\begin{aligned} P &= \frac{\gamma h^2}{2} \frac{\sin \varrho}{\sin (\varrho + \varrho_1)} \frac{\cotg \varrho - \cotg \beta}{\cotg (\varrho + \varrho_1) + \tan \beta} \\ &= \frac{\gamma h^2}{2} \frac{\sin \varrho}{\sin (\varrho + \varrho_1)} \left[ \frac{\sqrt{1 + \cotg \varrho \cotg (\varrho + \varrho_1)} - 1}{\cotg (\varrho + \varrho_1)} \right]^2 \\ &= \frac{\gamma h^2}{2} \frac{\sin \varrho}{\cos^2 (\varrho + \varrho_1)} \left[ \frac{\sqrt{\frac{\sin (\varrho + \varrho_1) \sin \varrho + \cos (\varrho + \varrho_1) \cos \varrho}{\sin \varrho}} - \sqrt{\sin (\varrho + \varrho_1)}}{\sin \varrho} \right]^2 \\ &= \frac{\gamma h^2}{2} \frac{\sin \varrho}{\cos^2 (\varrho + \varrho_1)} \left[ \frac{\sqrt{\frac{\cos \varrho_1}{\sin \varrho}} - \sqrt{\sin (\varrho + \varrho_1)}}{\sin \varrho} \right]^2. \end{aligned}$$

ausgedrückt, so daß man durch Gleichsetzung der beiden Ausdrücke (6) und (7)

$$b = \frac{2}{3}h = \frac{2}{3}AB$$

erhält.

Wenn man, wie dies häufig geschieht, auf die Reibung der Erde an der Futtermauer keine Rücksicht nehmen will, wodurch man den Erddruck größer, das Bauwerk daher entsprechend sicherer erhält, so hat man in obigen Formeln  $\varphi_1 = 0$  zu setzen, und erhält dann aus (5):

$$P = \frac{\gamma h^2}{2} \frac{1 - \sin \varrho}{1 + \sin \varrho} = \frac{\gamma h^2}{2} \operatorname{tang}^2 \frac{90^\circ - \varrho}{2},$$

und aus (4):

$$\operatorname{tang} \beta = \frac{1 + \sin \varrho}{\cos \varrho} = \operatorname{tang} \frac{90^\circ + \varrho}{2},$$

woraus man ersieht, daß unter dieser Voraussetzung die Trennungsebene  $AC$  den Winkel zwischen der Wand  $AB$  und der natürlichen Böschung  $AE$  halbirt.

In ähnlicher Art, wie im Vorstehenden der active Erddruck gegen Futtermauern durch die Ermittlung des Prismas vom größten Drucke bestimmt worden ist, läßt sich auch der passive Erddruck oder der Widerstand bestimmen, welchen die Erdmasse einem gegen dieselbe ausgeübten Schube entgegensezt, indem man von allen verschiedenen Prismen, welche hierbei möglicher Weise fortgeschoben werden können, dasjenige ermittelt, welches seiner Verschiebung den kleinsten Widerstand entgegensezt. In diesem Sinne spricht man von einem Prisma des kleinsten Widerstandes, bei dessen Ermittlung man selbstredend die Reibungswiderstände in einer der oben vorausgesetzten entgegengesetzten Richtung, d. h. ebenfalls in einem der angestrebten Verschiebung entgegenwirkenden Sinne anzunehmen hat. Die Formeln für den activen Erddruck gelten ohne Weiteres auch für den passiven Schub, sobald man darin  $\varphi = -\varphi$  und  $\varphi_1 = -\varphi_1$  einführt.

Beispiel. Wie groß ist der active Erddruck gegen eine 3 m hohe verticale Futtermauer, hinter welcher die Erde horizontal abgeglichen ist, wenn das spezifische Gewicht der Erdmasse zu 1,5, der natürliche Böschungswinkel zu  $\varrho = 36^\circ$  und der Reibungswinkel zwischen der Erde und der Mauerfläche zu  $\varphi_1 = 25^\circ$  angenommen wird?

Man erhält den Druck  $P$  gegen eine Mauer von 1 m Länge nach (5) zu:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1500 \cdot 3 \cdot 3}{2} \frac{\sin 36^\circ}{\cos^2 61^\circ} \left( \sqrt{\frac{\cos 25^\circ}{\sin 36^\circ}} - \sqrt{\sin 61^\circ} \right)^2 \\ &= 6750 \frac{0,5878}{0,4848^2} (V1,542 - V0,8746)^2 \\ &= 6750 \cdot 2,501 \cdot 0,0942 = 1590 \text{ kg.} \end{aligned}$$

Für den Gleitwinkel  $\beta$  findet sich aus (4):

$$\begin{aligned} \tan \beta &= \tan 36^\circ (1 + \sqrt{1 + \cot^2 36^\circ \cot^2 61^\circ}) \\ &= 0,7265 (1 + \sqrt{1 + 1,3764 \cdot 0,5543}) \\ &= 0,7265 \cdot 2,326 = 1,6898 = \tan 59^\circ 23'. \end{aligned}$$

Ohne Berücksichtigung der Reibung an der Wand hätte man:

$$\beta_0 = \frac{90^\circ + 36^\circ}{2} = 63^\circ$$

und den Erddruck:

$$P_0 = \frac{1500 \cdot 9}{2} \tan^2 \frac{90^\circ - 36^\circ}{2} = 6750 \cdot 0,5095^2 = 1752 \sim 1750 \text{ kg,}$$

also um 162 kg größer als mit Berücksichtigung der Reibung. Von dem gesunden Erddrucke  $P$  wirkt die horizontale Componente

$$H = P \cos 25^\circ = 1590 \cdot 0,9063 = 1441 \text{ kg}$$

auf Umstürzen der Mauer, während die verticale Seitenkraft

$$V = P \sin 25^\circ = 1590 \cdot 0,4226 = 672 \text{ kg}$$

die Mauer belastet und dadurch die Stabilität erhöht.

Der passive Erdschub würde sich, wenn man die Reibung an der Wandfläche vernachlässigt, zu

$$P = \frac{1500 \cdot 9}{2} \tan^2 \frac{90^\circ + 36^\circ}{2} = 6750 \cdot 1,9626^2 = 26000 \text{ kg}$$

berechnen, entsprechend einem Gleitwinkel

$$\beta = \frac{90^\circ - 36^\circ}{2} = 27^\circ.$$

**Graphische Druckermitteilung.** Die im vorhergehenden Para- §. 7. graphen unter den beschränkenden Voraussetzungen einer verticalen Stützwand und einer horizontalen Erdoberfläche angegebene rechnerische Bestimmung des Erddruckes führt für den allgemeinen Fall einer beliebig geneigten Futtermauer und einer beliebig begrenzten Erdoberfläche zu so verwickelten Formeln, daß es für alle Fälle der Praxis jedenfalls vorzüglicher erscheint, zu dieser Druckermitteilung sich graphischer Methoden zu bedienen, welche in vergleichsweise einfacher Art in fast allen vorkommenden Fällen zum Ziele führen. Deshalb soll hier noch das von Poncelet\*) angegebene Verfahren angeführt werden.

Zu dem Behufe sei  $AB$ , Fig. 19 (a. f. S.), die stützende Fläche einer unter dem beliebigen Winkel  $\alpha$  gegen den Horizont  $AT$  geneigten Futtermauer, welche einer Erdmasse zu widerstehen hat, deren ebene Oberfläche  $BO$  unter dem Winkel  $\omega$  gegen den Horizont geneigt ist, wobei  $\omega$  ebenfalls beliebig groß, wenn nur kleiner als der Böschungswinkel  $\varrho$  der Erdmasse

\*) Ueber die Stabilität der Erdbekleidungen und deren Fundamente, von Poncelet, übersetzt von W. Lahmeyer. Braunschweig 1844.