steht dann vor dem vordern Bockgerüst, an welchem man auch die zur Gradführung der Kolbenstange dienenden Maschinentheile befestigt. Man kann auch den Cylinder zwischen zwei solcher Bocklager stellen und eine Krummaxe anwenden. In allen Fällen mufs aber der Cylinder mit den beiden Böcken auf ein und derselben Fundamentplatte stehen. Endlich kann man noch die Anordnung so treffen, dafs man nur eines der beiden Lager der Kurbelwelle durch ein Bockgerüst, das andere aber durch eine Begrenzungsmauer des Maschinengerüstet unterstützt; indessen ist es auch für diesen Fall rathsam, das Bockgerüst gegen die Mauer mit Hilfe der Ansätze xx durch eiserne Stangen abzustreben.

Berechnung und Verhältnisse der Bocklager.

§ 132. Die Bocklager (§ 116. S. 278) wendet man an, wenn man Zapfenlager unmittelbar von unten her zu unterstützen hat, und wenn die Entfernung von dem Niveau der Aufstellungsebene so beträglich wird, dafs man mit der einfachen Höhe des Lagerkörpers nicht mehr ausreicht. Man stellt in solchem Falle das Zapfenlager auf ein Gerüst, das Lagergerüst, oder Bockgerüst, auch der Lagerbock genannt, welches seinerseits auf dem Fundament befestigt ist. Bei gröfsern Höhen des Lagermittels über dem Niveau der Aufstellungsebene kann man die Lagergerüste auch durch Säulen ersetzen, und die Konstruktion geht dann in diejenige über, welche wir in den beiden letzten Paragraphen bereits besprochen haben.

Der Körper des Zapfenlagers ist entweder mit dem Bockgerüst in einem Stück gegossen, oder man setzt das Zapfenlager, welches die früher erörterte einfache Form hat (§ 124. S. 323) als besonderen Theil auf den Lagerbock auf, richtet es so ein, dafs es durch Keile verstellbar ist, und durch Schrauben befestigt werden kann. Die auf Tafel 37 dargestellten Bocklager zeigen durchweg die erstgenannte Anordnung, bei welcher das Lager mit dem Bockgerüst in einem Stück gegossen ist.

Die Form der Bockgerüste wird durch die Bedingungen, welche sie etwa noch aufser derjenigen, dafs sie das Zapfenlager tragen sollen, zu erfüllen haben, bedingt, oft werden an dem Bockgerüst noch Gradführungen, Hebel etc. angebracht, oft mufs zwischen den Füfsen des Bockgerüstes noch hinreichender Platz bleiben, um für ein Rad, oder einen andern Maschinentheil den nöthigen Raum zur Bewegung zu gestatten, oft endlich dient ein und dasselbe Bockgerüst zur Unterstützung von mehr als einem Zapfenlager (kombinirte Bocklager). Nach allen diesen Rücksichten, und auch nach der Gefälligkeit der äufsern Erscheinung ist die Form des Bocklagers zu bemessen, und dabei noch ganz besonders zu beachten, nach welcher Richtung der resultirende Druck, und das resultirende Kräftepaar, aus allen auf das Bocklager angebrachten Kräften wirksam sind. Diesen Richtungen entsprechend mufs die Form des Bocklagers, sowie die Dimensionen desselben so gewählt werden, dafs es mit möglichster Oekonomie an Material hinreichende Widerstandsfähigkeit gewährt.

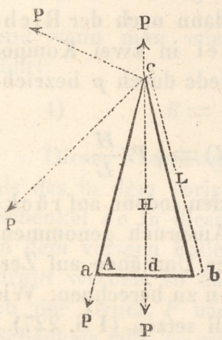
Man übersieht leicht, dafs es nach Maafsgabe dieser Bedingungen, die sich aufserordentlich kompliciren können, eine unendliche Mannigfaltigkeit in der Anordnung der Bocklager geben könne. Man wird, wenn man ein Bocklager zu konstruiren hat, und dabei mit einer gewissen Gründlichkeit verfahren will, im Allgemeinen in folgender Art zu operiren haben:

Zuerst reduzirt man die sämmtlichen auf das System wirkenden Kräfte auf den Mittelpunkt des Zapfens, den man als fixen Punkt betrachtet, wobei die in den §§ 79 und 80, sowie in § 91 der „Grundlehren der Mechanik" gegebenen Regeln zur Anwendung kommen, alsdann hat man die Dimensionen des Gerüstes so zu bestimmen, und die Formen desselben so zu wählen, dafs, indem man das Fundament als fixes System betrachtet, und das Gerüst als bewegliches System ansieht, weder ein Kippen, noch ein Gleiten, noch eine Trennung beider Systeme (§ 93 u. f.) möglich ist, und dafs auch das System selbst keine bleibende Formveränderung erleiden kann.

Dies würde das Verfahren sein, welches anzuwenden ist, wenn man ein Bockgerüst für einen bestimmten Fall zu konstruiren hat. Allein die Oekonomie in den Gufsmodellen, welche eine Maschinenfabrik vorräthig zu halten hat, bedingt auch hier ähnliche Rücksichten, wie wir sie bereits in § 123 bei Gelegenheit der Konstruktion der einfachen Zapfenlager näher entwickelt haben. Man begnügt sich oft damit, Bockgerüste zu konstruiren, welche für möglichst viele Fälle brauchbar sind, und welche man daher ein für alle Male für die ungünstigste Lage des Druckes stark genug macht. Indem wir den in § 123. S. 322 für die Zapfenlager ausgesprochenen Grundsatz auch hier gelten lassen, wollen wir die Dimensionen der Bocklager unter der Voraussetzung zu ermitteln suchen:

dafs sämmtliche Theile des Bockgerüstes in Bezug auf ihre Festigkeit dieselbe Widerstandsfähigkeit gewähren, welche auch der Zapfen selbst darbietet, selbst wenn sie durch die gröfsten Drucke, die der Zapfen mit gehöriger Sicherheit auszuhalten vermag, auf die ungünstigste Weise in Anspruch genommen werden.

In den meisten Fällen läfst sich das Bockgerüst ansehen als eine Konstruktion, deren Grundform in der Vertikalebene ein gleichschenkliges Dreieck bildet, welches mit seiner Basis ab auf dem Fundament befestigt ist, während seine Spitze c den Zapfen trägt. (Vergl. den nebenstehenden Holschnitt.) Der auf Verschiebung und auf Formveränderung dieses Systems wirkende Druck ist kein anderer, als der auf den Zapfen bei c wirkende resultirende Druck, und wenn wir, zufolge des oben wiederholt aufgestellten Grundsatzes, annehmen, dafs alle Theile des Gerüstes dieselbe Widerstandsfähigkeit haben sollen, wie der Zapfen, so müssen sie die Einflüsse des gröfsten Druckes, den der Zapfen auszuhalten vermag, mit genügender Sicherheit ertragen können.



Den gröfsten Druck, welchen ein Zapfen von gegebenem Durchmesser mit genügender Sicherheit auszuhalten vermag, haben wir bereits in § 123. S. 322 und 323 bestimmt. Bezeichnen wir diesen Druck in Pfunden mit P; den Durchmesser des schmiedeeisernen Zapfens mit d, so ist, wenn die Länge des Zapfens $\frac{4}{3}\,d$ beträgt

$$\mathbf{P = 736{,}5\ d^2}$$

(S. 323 und I. S. 265).

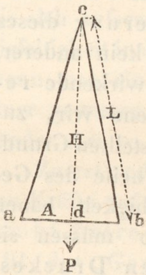
Nun sind aber die Einflüsse dieses Druckes auf die einzelnen Theile des Bockgerüstes sehr verschieden, je nach der **Richtung**, welche dieser in dem Punkte c angebrachte Druck hat. — Um diese Einflüsse zu untersuchen, wollen wir verschiedene Richtungen, die der Druck P annehmen kann betrachten, indem wir zuerst seine Richtung vertikal abwärts annehmen, sodann den Druck aus dieser Lage in verschiedene andere Richtungen gedreht denken, und zwar beispielsweise von rechts nach links herum, bis er die zur ersten Lage entgegengesetzte vertikal aufwärts gehende Richtung annimmt. Es genügt die

Betrachtung innerhalb dieser Grenzen, weil, wenn wir die Richtung des Druckes noch weiter gedreht denken, die Einflüsse auf die beiden Schenkel des Gerüstes sich nur umkehren, in absoluter Beziehung aber dieselben bleiben, wie innerhalb der angenommenen Grenzen:

Es bezeichne:

$A = ab$ die Länge der Grundlinien des Gerüstes,
$H = cd$ die Höhe des Gerüstes,
$L = ab = ac$ die Länge eines Schenkels des Gerüstes.

1) Der Druck P ist vertikal abwärts gerichtet.



Der Druck läfst sich sodann nach der Richtung der beiden Schenkel in zwei Komponenten zerlegen, von denen jede durch p bezeichnet werde. Es ist alsdann

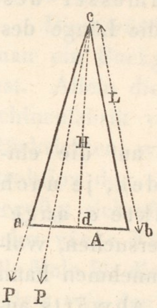
$$p = \tfrac{1}{2} P . \cos \sphericalangle (acd) = \tfrac{1}{2} P . \frac{H}{L}.$$

Die beiden Schenkel werden sodann auf rückwirkende Festigkeit in Anspruch genommen, und sind nach Bewandnifs der Umstände auf Zerdrücken, oder auf Zerknicken zu berechnen. Wir müssten für diesen letzten Fall setzen (I S. 227).

$$p = \frac{B . E}{L^2} = \tfrac{1}{2} \frac{P . H}{L} = \tfrac{1}{2}\, 736{,}5\, d^2 \frac{H}{L}.$$

$$1) \qquad B = \frac{368}{E} d^2 H . L$$

worin B das Biegungsmoment des Querschnittes; E den Elasticitätsmodul des Materials bezeichnet. Für Gufseisen ist $E = 17\,000\,000$, folglich hat man



$$2) \quad B = \frac{d^2}{46200} . H . L = \frac{d^2}{46200} . H . \sqrt{(H^2 + \tfrac{1}{4} A^2)}.$$

Ein Bestreben auf Kippen, Gleiten, oder Abheben des Systems findet in diesem Falle nicht statt.

2) Der Druck P wird aus dieser Lage (No. 1) immer weiter nach links gedreht, bis er endlich in die Richtung ac fällt.

Sobald der Druck die vertikal abwärts gehende Richtung verläfst, und sich dem Schenkel ac mehr nähert, wird die Komponente nach ac immer gröfser, diejenige nach bc immer kleiner. Es kann daher der Schenkel bc in seinen Dimensionen schwächer werden, der Schenkel ac mufs aber stärker werden, da er in immer höherem Maafse auf rückwirkende Festigkeit in Anspruch genommen wird. In dem Augenblick, wo der Druck P mit der Richtung ac zussmmenfällt ist die Komponente nach $bc = 0$, und man hat für den Widerstand gegen Zerknicken (I. S. 227).

$$P = \frac{B \cdot E}{L^2},$$

folglich

$$3) \qquad B = \frac{P \cdot L^2}{E} = \frac{736{,}5\, d^2 \cdot L^2}{E}$$

und wenn man wieder den Elasticitätsmodul des Gufseisens einführt:

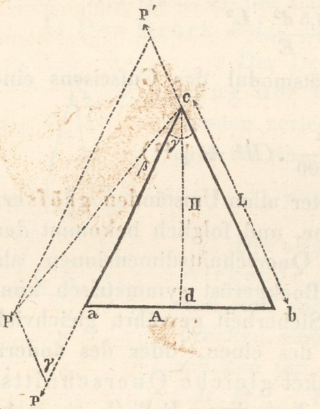
$$4) \qquad B = \frac{d^2}{23100} \cdot L^2 = \frac{d^2}{23100} \cdot (H^2 + \tfrac{1}{4} A^2).$$

Dieses Biegungsmoment ist unter allen Umständen gröfser, als das in dem vorigen Falle gefundene, und folglich bekommt der Schenkel ac in diesem Falle gröfsere Querschnittsdimensionen, als in dem vorigen Falle. Soll nun das Bockgerüst symmetrisch konstruirt werden, so dafs es genügende Sicherheit gewährt, gleichviel, ob der Druck P nach der Richtung des einen, oder des andern Schenkels fällt, so müssen beide Schenkel gleiche Querschnittsdimensionen bekommen, und es ist dann dieser Fall als ein mehr ungünstiger, als der vorige (No. 1) anzusehen.

Sobald aber die Richtung des Druckes die Vertikale cd verläfst, tritt ein Bestreben auf Gleiten ein, und es ist dann zu untersuchen, ob die Reibung allein diesem Bestreben genügenden Wi derstand leistet, oder, ob noch besondere Vorkehrungen durch die Befestigung des Gerüstes auf der Unterlage getroffen werden müssen, die hinreichende Widerstandsfähigkeit gegen gleitende Verschiebung darbieten. (Vergl. § 97. S. 201 und I. § 5. S. 7 und I. § 43. S. 84.) Man hat die Richtung des Druckes P da wo sie die Basis ab schneidet, in eine horizontale Komponente, die auf Verschieben wirkt, und in eine vertikale Komponente, welche Reibung erzeugt, zu zerlegen.

3) Die Richtung des Druckes P verläfst die Richtung des Schenkels ac, und fällt aufserhalb des Gerüstes.

In diesem Falle läfst sich die Richtung von P stets in zwei Komponenten nach der Richtung der Schenkel ac und bc zerlegen; die Komponente nach ac nimmt diesen Schenkel auf rückwirkende Festigkeit; die andere Komponente nimmt den Schenkel bc auf absolute Festigkeit in Anspruch. Nennt man



γ den Winkel acd, d. i. der Winkel, den die beiden Schenkel einschliefsen,

β den Winkel, welchen die Richtung von P mit der Richtung des Schenkels ac macht,

p den Werth der Komponente nach ac,

p' den Werth der Komponente nach bc,

so ist nach Gleichung 58 (S. 34 und § 33. S. 36)

$$\frac{P}{p} = \frac{\sin\gamma}{\sin(\beta+\gamma)};\quad \frac{P}{p'} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}$$

folglich:

$$p = P.\frac{\sin(\beta+\gamma)}{\sin\gamma};\quad p' = P.\frac{\sin\beta}{\sin\gamma}.$$

Wenn der Winkel γ gegeben ist, so nehmen die Drucke p und p' die gröfsten Werthe an, wenn für den Druck p der

$$\sin(\beta+\gamma) = 1$$

und für den Druck p' $\quad\sin\beta = 1$

ist; das heifst:

> Die **rückwirkende** Festigkeit des, der Druckrichtung zunächst liegenden Schenkels wird am stärksten in Anspruch genommen, wenn der auf den Zapfen wirkende resultirende Druck auf der Richtung des andern Schenkels normal ist, und die **absolute Festigkeit** des von der Druckrichtung entfernter liegenden Schenkels wird am stärksten in Anspruch genommen, wenn die Richtung des auf den Zapfen wirkenden resultirenden Druckes auf dem dieser Richtung zunächst liegenden Schenkel normal ist.

In beiden Fällen drückt sich die auf die Schenkel wirkende Komponente aus durch

$$p = p' = \frac{P}{\sin\gamma}.$$

Es ist aber:

$$\sin\gamma = 2\sin\tfrac{1}{2}\gamma\cos\tfrac{1}{2}\gamma$$
$$= 2\,.\,\tfrac{1}{2}\,\frac{A}{L}\,.\,\frac{H}{L} = \frac{A\,.\,H}{L^2}$$

folglich

5) $$\boldsymbol{p = p' = \frac{P\,.\,L^2}{A\,.\,H} = 736{,}5\,\frac{d^2\,.\,L^2}{A\,.\,H}}.$$

Wenn nun das Bockgerüst für eine möglichst vielfache Verwendung konstruirt werden soll, so werden wir es im Allgemeinen für diese beiden ungünstigsten Fälle zu konstruiren haben, dann ist es stark genug, dem gröfsten Druck, welchen der Zapfen mit Sicherheit auszuhalten vermag gehörig zu widerstehen, sowohl

a) wenn dieser Druck in der ungünstigsten Richtung auf **Zerreifsen** des einen Schenkels wirkt, als auch

b) wenn dieser Druck in der ungünstigsten Richtung auf **Zerknicken** des andern Schenkels wirkt:

dann hat das Bockgerüst auch genügende Widerstandsfähigkeit, für alle günstigeren Richtungen des Druckes.

Der Druck, welchem das Bockgerüst genügenden Widerstand leisten soll, drückt sich in beiden Fällen aus nach Gleichung 5) und ist folglich seinem Werthe nach abhängig von dem Verhältnifs zwischen Grundlinie und Höhe des Bockgerüstes, nennt man nämlich dieses Verhältnifs α, also:

$$\frac{\text{Grundlinie des Bockgerüstes}}{\text{Höhe des Bockgerüstes}} = \frac{A}{H} = \alpha$$

so hat man

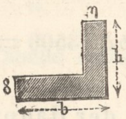
6) $$A = \alpha H$$
$$L^2 = H^2 + \tfrac{1}{4}A^2 = H^2\left(1 + \tfrac{1}{4}\alpha^2\right)$$

und nach Gleichung 5)

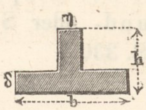
7) $$p = p' = P\,.\,\frac{1 + \frac{1}{4}\alpha^2}{\alpha} = 736{,}5\,d^2\,.\,\frac{1 + \frac{1}{4}\alpha^2}{\alpha}.$$

Die am häufigsten vorkommenden Querschnittsformen der Schenkel für Bockgerüste sind folgende:

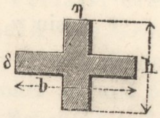
1) der L-förmige Querschnitt



2) der T-förmige Querschnitt



3) der kreuzförmige Querschnitt



Diese Querschnitte werden durch je zwei Rippen gebildet, deren gröfste Dimensionen b und h normal zu einander sind; die kleinsten Dimensionen der Rippen, δ und η wollen wir die Dicke der Rippen nennen, während wir b und h die Breite der Rippen nennen.

Die Dimensionen b, h, δ, η, müssen nun so bestimmt werden, dafs der auf Zerreifsen in Anspruch genommene Schenkel selbst bei der ungünstigsten Richtung des Druckes p' gehörigen Widerstand leiste, und dafs andererseits der auf Zerknicken in Anspruch genommene Schenkel, selbst bei der ungünstigsten Richtung des Druckes keinerlei Biegung erleiden könne (I. S. 227).

a) Berechnung des Bockgerüstes auf Abreifsen.

Es sei F der Flächeninhalt des Querschnittes, so ist zu setzen:

$$F \,.\, k = p'$$

wenn $k = 3500$ Pfund die Belastung ist, welche das Gufseisen pro Quadratzoll mit Sicherheit gegen Zerreifsen tragen kann.

Gewöhnlich sieht man diejenige Rippe, deren Breite mit der Axe des Zapfenlagers parallel ist, als Hauptrippe an, die andere aber als Verstärkungsrippe, und man pflegt dann wohl nur den Querschnitt der Hauptrippe in Betracht zu ziehen, wenn es sich um die Berechnung auf absolute Festigkeit handelt. — Es möge b die Dimension sein, welche mit der Axe des Lagers parallel ist, dann hat man

$$8)\qquad b\delta \,.\, 3500 = p' = 736{,}5\, d^2 \,.\, \frac{1 + \frac{1}{4}\alpha^2}{\alpha}.$$

Die Breite der Hauptrippe b kann man passend gleich der Breite der Grund- oder Sohlplatte des Lagers machen, und diese ist nach S. 330

$$b = \frac{7}{6}\, d$$

folglich hat man

$$\delta = \frac{736{,}5}{3500 \cdot \frac{7}{6}} \cdot d \cdot \frac{1 + \frac{1}{4}\alpha^2}{\alpha}$$

$$\text{9)} \qquad \boldsymbol{\delta = \frac{1}{5{,}54}\, d \cdot \frac{1 + \frac{1}{4}\alpha^2}{\alpha}}.$$

Differenziirt man den Ausdruck $\frac{1 + \frac{1}{4}\alpha^2}{\alpha}$ nach α und setzt man die erste Ableitung gleich 0, so folgt

$$\partial\, \frac{1 + \frac{1}{4}\alpha^2}{\alpha} = \frac{\frac{1}{4}\alpha^2 - 1}{\alpha^2} = 0$$

folglich, wenn man α entwickelt

$$\text{9a)} \qquad \boldsymbol{\alpha = 2}.$$

Dieser Werth von α liefert für δ ein Minimum; da nun aber ein gleichschenkliges Dreieck, bei welchem die Basis gleich der doppelten Höhe ist, nur stattfinden kann, wenn der Winkel in der Spitze ein rechter ist, so folgt aus dieser Entwickelung folgender Satz:

> Die Form eines Bockgerüstes, welches einem in ungünstigster Richtung auf **Zerreifsen** wirkenden Drucke mit dem geringsten Querschnitt, also auf die vortheilhafteste Weise genügenden Widerstand leistet, ist ein gleichschenkliges Dreieck, dessen Basis gleich der doppelten Höhe ist, dessen Winkel an der Spitze also einen Rechten beträgt.

Für verschiedene Werthe von α geht nun der Werth von

$$\delta = d \cdot \frac{1}{5{,}54} \cdot \frac{1 + \frac{1}{4}\alpha^2}{\alpha}$$

in diejenigen über, welche folgende Tabelle enthält.

Tabelle
über die Dicken der Hauptrippen von Bockgerüsten, welche auf die ungünstigste Weise auf Zerreifsen in Anspruch genommen werden.

(Die Breite der Hauptrippe beträgt $\frac{7}{6}$ d).

$\alpha =$ $\frac{\text{Grundlinie}}{\text{Höhe}}$	$\frac{1 + \frac{1}{4}\alpha^2}{\alpha}$	Winkel in der Spitze γ	Dicke der Hauptrippe δ
$\frac{1}{2}$	2,125	28° —	0,384d
$\frac{5}{8}$	1,750	34° 40′	0,316d
$\frac{3}{4}$	1,521	41° —	0,274d
$\frac{7}{8}$	1,361	47° 20′	0,245d
1	1,250	53° —	0,226d
$\frac{23}{20} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$	1,155	60° —	0,209d
$\frac{5}{4}$	1,113	64° —	0,201d
$\frac{10}{7} = \sqrt{2}$	1,060	70° 40′	0,191d
$\frac{3}{2}$	1,042	73° 40′	0,188d
$\frac{7}{4}$	1,009	82° 20′	0,182d
2	1,000	90° —	0,180d

Es sei z. B. ein Bockgerüst auf den Widerstand gegen Zerreifsen zu berechnen, wenn der Durchmesser des Zapfens 4 Zoll beträgt, und wenn die Basis $\frac{3}{4}$ von der Höhe des Gerüstes beträgt:

Die Hauptrippe bekommt folgende Dimensionen.

Breite (parallel mit der Axe des Zapfens) $= \frac{7}{6} \cdot 4 = 4\frac{2}{3}''$.
Dicke $0{,}274 \cdot 4 = 1{,}096 = 1{,}1''$.

Ist das Verhältnifs der Grundlinie zur Höhe $\frac{23}{20}$, welches stattfindet, wenn das Gerüst ein gleichseitiges Dreieck bildet, so würde sein:

Breite (wie vorhin) $= 4\frac{2}{3}''$.
Dicke $= 0{,}226 \cdot 4 = 0{,}9''$.

Es kann die Aufgabe gestellt werden:

Bei gegebener Höhe dasjenige Verhältnifs zwischen Grundlinie und Höhe des Bockgerüstes zu bestimmen, welches, wenn das Gerüst genügenden Widerstand gegen **Zerreifsen**, selbst bei der ungünstigsten Richtung des Druckes gewährt, gleichwohl den **geringsten Aufwand** an Material erfordert.

Der Querschnitt des Bockgerüstes drückt sich aus durch

$$b\,\delta = \frac{7}{6}\,d\,.\,d\,.\,\frac{1}{5{,}54}\,.\,\frac{1+\frac{1}{4}\alpha^2}{\alpha}$$

multipliciren wir mit der Länge des Schenkels L so ist $b\delta\,.\,L$ das Volum eines Schenkels, oder, da $L = H\sqrt{1+\frac{1}{4}\alpha^2}$ nach Gleichung b, so ist das Volum:

$$b\,\delta\,.\,L = \frac{7}{6\;\;5{,}54}\,d^2.\,H\,\frac{1+\frac{1}{4}\alpha^2}{\alpha}\,.\,\sqrt{1+\frac{1}{4}\alpha^2}.$$

Der Ausdruck

$$\frac{1+\frac{1}{4}\alpha^2}{\alpha}\,.\,\sqrt{1+\frac{1}{4}\alpha^2} = \frac{(1+\frac{1}{4}\alpha^2)^{\frac{3}{2}}}{\alpha}$$

ist also zu einem Minimum zu machen, indem man nach α die Ableitung nimmt, und diese gleich Null setzt.

Es ist

$$\partial\,\frac{(1+\frac{1}{4}\alpha^2)^{\frac{3}{2}}}{\alpha} = \frac{\alpha\,.\,\frac{3}{2}\,(1+\frac{1}{4}\alpha^2)^{\frac{1}{2}}\,\frac{1}{2}\alpha - (1+\frac{1}{4}\alpha^2)^{\frac{3}{2}}}{\alpha^2}$$

woraus folgt:

$$\tfrac{3}{4}\,\alpha^2 - (1+\tfrac{1}{4}\alpha^2) = 0$$

10) $$\alpha = \sqrt{2}.$$

Daher findet unter den Bedingungen der obigen Aufgabe der geringste Aufwand an Material statt, wenn sich die Grundlinie zur Höhe verhält wie

$$\sqrt{2} : 1 \text{ oder nahe wie } 10 : 7.$$

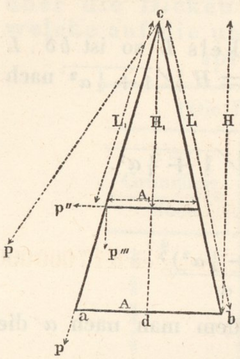
b) Berechnung des Bockgerüstes auf Zerknicken.

Nach dem Obigen wird der eine Schenkel des Bockgerüstes auf die ungünstigste Weise auf Zerknicken in Anspruch genommen, wenn die Richtung des auf den Zapfen reducirten Druckes normal ist zu der Richtung des andern Schenkels.

Die Gröſse dieses Druckes ist dann nach Gleichung 7)

$$p = P\,.\,\frac{1+\frac{1}{4}\alpha^2}{\alpha} = 736{,}5\,d^2\,.\,\frac{1+\frac{1}{4}\alpha^2}{\alpha}.$$

Dieser Druck darf nicht so groſs sein, daſs unter seiner Einwirkung eine Ausbauchung des Bockgerüstes stattfinden kann. Da die Gefahr des Ausbauchens mit dem Quadrat der freistehenden Länge des Schenkels wächst, so ist es zweckmäſsig bei gröſseren Längen dem Gerüste Querrippen zu geben, wodurch der anf Zerknicken in Anspruch genommene Schenkel an den andern Schenkel angehängt wird. Den Punkt nun wo der auf Zerknicken in Anspruck genommene Schenkel durch eine solche Querrippe festgehalten wird, sehen wir als festen Stützpunkt an, und betrachten nur die freie Länge L' als diejenige, welche bei dem Widerstand gegen Zerknicken in Rechnung zu stellen ist.



In dem Angriffspunkt der Querrippe läfst sich der Druck p in zwei andere zerlegen, von denen der eine p'' nach der Richtung der Querrippe wirkt, und diese auf Zerreifsen in Anspruch nimmt, der andere p''' aber normal zur Querrippe ist, und auf Verschiebung derselben wirkt. Diese beiden Drucke kommen nur zur Geltung, wenn wirklich der Schenkel grade an dieser Stelle sich ausbauchen wollte; welches Bestreben nicht nothwendig eintritt; ist ein solches Bestreben nun nicht vorhanden, so wird der ganze Druck p auf den untern Theil des Schenkels weiter übertragen, und es ist daher der untere Theil des Schenkels auf denselben Druck p gegen Zerknicken zu berechnen, welcher auch für den obern Theil des Schenkels gilt.

Die Drucke p'' p''' ergeben sich gewöhnlich so gering, dafs die Dimensionen, welche man aus konstruktiven Gründen der Querrippe geben mufs, viel beträchtlicher sind, als die, welche aus der Berechnung dieser Drucke sich ergeben würden.

Setzen wir nunmehr die Gleichung an, welche (nach I. S. 227) den Druck ergiebt, den der freistehende Theil des Schenkels, dessen

Länge $= L$,
Biegungsmoment $= B$,
Elasticitätsmodul $= E$,

sein mag, mit Sicherheit gegen Zerknicken tragen kann, so ergiebt sich

$$p = \frac{B \, . \, E}{L^2}$$

und mit Hilfe der Gleichung 7 folgt:

$$11) \qquad B = \frac{736{,}5\,d^2}{E} \, . \, \frac{1 + \frac{1}{4}\alpha^2}{\alpha} \, . \, L^2.$$

Bezeichnen wir mit

$A_{\prime}$ die Länge der Querrippe,

$H_{\prime}$ der Abstand derselben vom Scheitel des Gerüstes,

so ist offenbar

$$12 \left\{ \begin{array}{l} \frac{A_{\prime}}{H_{\prime}} = \frac{A}{H} = \alpha \text{ und} \\ L_{\prime}^2 = H_{\prime}^2 \left(1 + \frac{1}{4}\alpha^2\right) \end{array} \right.$$

folglich hat man

$$B = \frac{736{,}5}{E} \,.\, d^2 \,.\, H_{\prime}^2 \,\frac{\left(1 + \frac{1}{4}\alpha^2\right)^2}{\alpha}$$

und wenn man den Elasticitätsmodulus des Gufseisens gleich **17000000** Pfund nimmt, so ist

$$13) \qquad B = \frac{d^2}{23100} \,.\, H_{\prime}^2 \,.\, \frac{\left(1 + \frac{1}{4}\alpha^2\right)^2}{\alpha}.$$

Will man denjenigen Werth von α bestimmen, für welchen B, das Biegungsmoment, also auch die Dimensionen des Querschnittes ein Minimum werden, so hat man nach α zu differenziiren. Es ergiebt sich:

$$d\,\frac{\left(1 + \frac{1}{4}\alpha^2\right)^2}{\alpha} = \frac{\alpha^2\left(1 + \frac{1}{4}\alpha^2\right) - \left(1 + \frac{1}{4}\alpha^2\right)^2}{\alpha^2} = 0$$

woraus folgt:

$$\tfrac{3}{4}\alpha^2 = 1$$

$$14) \qquad \alpha = \sqrt{\tfrac{4}{3}} = \tfrac{2}{3}\sqrt{3} = \text{nahe } \tfrac{23}{20}.$$

Dieses Verhältnifs ist kein anderes, als welches zwischen Grundlinie und Höhe des gleichseitigen Dreiecks besteht, und es folgt daher der Satz:

> Die Form des Bockgerüstes, welches einem in ungünstigster Richtung auf **Zerknicken** wirkenden Drucke mit dem geringsten Biegungsmoment, also auf die vortheilhafteste Weise genügenden Widerstand leistet, ist ein gleichseitiges Dreieck.

Um nun die Dimensionen des Querschnitts zu berechnen, müssen wir in Gleichung 14 die Werthe der Biegungsmomente, wie sie in Theil I. S. 208 zusammengestellt sind einsetzen. Wir gestatten uns jedoch hier folgende, zur Vereinfachung der Rechnung beitragende Voraussetzung:

Wir nehmen an, dafs die Hauptrippe sowohl, als die Verstärkungsrippe für sich allein stark genug sein sollen, um den ganzen Druck, der auf Zerknicken wirkt mit Sicherheit aufzunehmen, dafs aber die gegenseitige Wirkung der beiden Rippen auf einander darin bestehe, dafs jede Rippe verhindert, dafs die andere nach der Richtung ihrer kleinsten Dimension ausgebaucht werde. Unter dieser Voraussetzung werden wir nicht wie es sonst bei der Bestimmung des Biegungsmoments bei der Berechnung auf Zerknicken geschehen mufste, die kleinste Dimension jeder Rippe, sondern deren gröfsere Dimension in der höheren Potenz einzuführen haben.

Wir haben also zu setzen

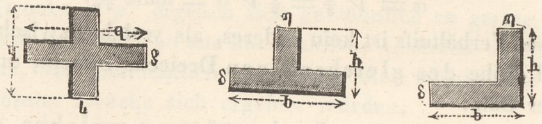
$$B = \tfrac{1}{12}\,\delta b^3 = \tfrac{1}{12}\,\eta h^3$$

woraus folgt:

$$15)\qquad \frac{\delta}{\eta} = \frac{h^3}{b^3}$$

das heifst:

Wenn das Bockgerüst sowohl nach der Richtung der Breite als nach der Richtung der Dicke der Hauptrippe gleiche Widerstandsfähigkeit gegen Zerknicken besitzen soll, so müssen sich die Dicken der beiden Rippen umgekehrt verhalten, wie die Kuben ihrer Breiten, oder es müssen sich die Breiten der Rippen umgekehrt verhalten, wie die Kubikwurzeln aus den Dicken derselben.



Es sei wieder

b die Breite der Hauptrippe $= \frac{7}{6}\,d$

$\frac{h}{b} = q$ das Verhältnifs der Breiten der beiden Rippen,

folglich: $\qquad h = \frac{7}{6}\,d \,.\, q$

$$\eta = \frac{\delta}{q^3}.$$

Man hat also nach Gleichung 13

$$\tfrac{1}{12}\,\delta b^3 = \tfrac{1}{12}\left(\frac{7}{6}\right)^3 \delta d^3 = \frac{d^2}{23100}\,.\,H_{\prime}^{\,2}\,.\,\frac{(1+\frac{1}{4}\alpha^2)^2}{\alpha}$$

und daraus

$$16)\ \delta = \frac{1}{3000}\,\frac{H_{\prime}^{2}}{d}\cdot\frac{(1+\frac{1}{4}\alpha^2)^2}{\alpha} = \frac{d}{3000}\cdot\left(\frac{H_{\prime}}{d}\right)^2\cdot\frac{(1+\frac{1}{4}\alpha^2)^2}{\alpha}.$$

Vergleichen wir diesen Werth für die Dicke der Hauptrippe mit dem in Gleichung 9) bei der Berechnung auf Zerreifsen gefundenen, und untersuchen wir, unter welchen Umständen beide Werthe gleich grofs werden, und wann sich der eine gröfser als der andere findet. Zu diesem Zwecke setzen wir die Werthe für δ aus den Gleichungen 9 und 16 einander gleich:

$$\frac{d}{3000}\cdot\frac{H_{\prime}^{2}}{d^2}\cdot\frac{(1+\frac{1}{4}\alpha^2)^2}{\alpha} = \frac{d}{5{,}54}\cdot\frac{1+\frac{1}{4}\alpha^2}{\alpha}$$

daraus folgt

$$\frac{H_{\prime}^{2}}{d^2} = \frac{3000}{5{,}54}\cdot\frac{1}{1+\frac{1}{4}\alpha^2}$$

$$17)\ \frac{H_{\prime}}{d} = 23{,}27\cdot\sqrt{\frac{1}{1+\frac{1}{4}\alpha^2}} = 46{,}54\cdot\sqrt{\frac{1}{4+\alpha^2}}.$$

Die Berechnung auf Zerreifsen, und diejenige auf Zerknicken liefern also gleiche Resultate für die Stärke der Rippe, wenn die vertikale Höhe des freistehenden Theils des Schenkels das $\left[\frac{46{,}54}{\sqrt{4+\alpha^2}}\right]$fache des Zapfendurchmessers ist; wenn diese Höhe gröfser ist, so liefert die Berechnung auf Zerknicken gröfsere Resultate, ist dagegen diese Höhe geringer, so liefert die Berechnung auf Zerreifsen gröfsere Resultate.

Für verschiedene Werthe von α ergeben sich nach Gleichung 17 folgende Beziehungen:

Die Berechnungen auf Zerreifsen und auf Zerknicken geben gleiche Resultate für die Dicke der Hauptrippe.

Für ein Verhältnifs $\frac{\text{Grundlinie}}{\text{Höhe}}$.	Wenn die Höhe des freistehenden Theils des Schenkels gleich ist.
$\alpha = \frac{1}{2}$	$H_{\prime} = 22{,}6\,d$
$\alpha = \frac{5}{8}$	$H_{\prime} = 22{,}1\,d$
$\alpha = \frac{3}{4}$	$H_{\prime} = 21{,}8\,d$
$\alpha = \frac{7}{8}$	$H_{\prime} = 21{,}3\,d$

Für ein Verhältnifs $\frac{\text{Grundlinie}}{\text{Höhe}}$.	Wenn die Höhe des freistehenden Theils des Schenkels gleich ist.
$\alpha = 1$	$H_{\prime} = 20{,}8\,d$
$\alpha = \frac{23}{20} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$	$H_{\prime} = 20{,}1\,d$
$\alpha = \frac{5}{4}$	$H_{\prime} = 19{,}8\,d$
$\alpha = \frac{10}{7} = \sqrt{2}$	$H_{\prime} = 19{,}0\,d$
$\alpha = \frac{3}{2}$	$H_{\prime} = 18{,}6\,d$
$\alpha = \frac{7}{4}$	$H_{\prime} = 17{,}5\,d$
$\alpha = 2$	$H_{\prime} = 16{,}4\,d$

Ist also die Höhe des freiliegenden Theils eines Gerüstschenkels gröfser als etwa das 16,4fache, beziehlich das 22,6fache des Zapfendurchmessers, so hat man die Dicke der Hauptrippe nach der Gleichung 16 zu berechnen:

$$\delta = \frac{d}{3000} \cdot \left(\frac{H'}{d}\right)^2 \cdot \frac{(1 + \frac{1}{4}\alpha^2)^2}{\alpha}.$$

Den Coëfficienten

$$\frac{(1 + \frac{1}{4}\alpha^2)^2}{\alpha}$$

für verschiedene Werthe von α ausgerechnet, giebt folgende Tabelle.

$\frac{\text{Grundlinie}}{\text{Höhe}}$.	Werth von $\frac{(1 + \frac{1}{4}\alpha^2)^2}{\alpha}$
$\alpha = \frac{1}{2}$	2,2578
$\alpha = \frac{5}{8}$	1,9278
$\alpha = \frac{3}{4}$	1,7347
$\alpha = \frac{7}{8}$	1,6222
$\alpha = 1$	1,5633
$\alpha = \frac{23}{20} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$	**1,5396** Minimum
$\alpha = \frac{5}{4}$	1,5471
$\alpha = \frac{10}{7} = \sqrt{2}$	1,5750
$\alpha = \frac{3}{2}$	1,6276
$\alpha = \frac{7}{4}$	1,8325
$\alpha = 2$	2,0000

Auch hier kann die Aufgabe gestellt werden:

Bei gegebener Höhe, dasjenige Verhältnifs zwischen Grundlinie und Höhe eines Bockgerüstes zu bestimmen, welches, wenn das Gerüst genügenden Widerstand gegen **Zerknicken** *selbst bei der ungünstigsten Richtung des Druckes gewährt, gleichwohl den* **geringsten Aufwand an Material** *erfordert.*

Da sich der Querschnitt des Bockgerüstes ausdrückt durch

$$b\delta = \frac{7}{6} d \cdot \frac{d}{3000} \cdot \left(\frac{H_1}{d}\right)^2 \cdot \frac{(1 + \frac{1}{4}\alpha^2)^2}{\alpha}$$

so ist, wenn L die Länge des Schenkels bezeichnet: (abgesehen von der Verstärkungsrippe)

$$b\delta \,.\, L$$

das Volum des Gerüstschenkels, und da $L = H\sqrt{1 + \frac{1}{4}\alpha^2}$ ist, so ist das Volum des Gerüstschenkels

$$b\delta \,.\, L = \frac{7}{6} d \cdot \frac{d}{3000} \cdot \left(\frac{H_1}{d}\right)^2 \cdot H \frac{(1 + \frac{1}{4}\alpha^2)^2}{\alpha} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{4}\alpha^2}.$$

Differenziiren wir nach α, so ergiet sich

$$\partial_{(\alpha)} \frac{(1 + \frac{1}{4}\alpha^2)^{\frac{5}{2}}}{\alpha} = \frac{\frac{5}{4}\alpha^2 (1 + \frac{1}{4}\alpha^2)^{\frac{3}{2}} - (1 + \frac{1}{4}\alpha^2)^{\frac{5}{2}}}{\alpha^2} = 0$$

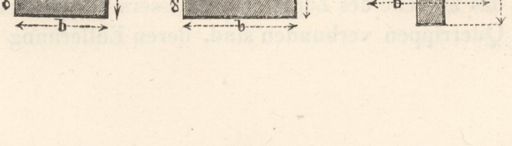
$$\frac{5}{4}\alpha^2 - (1 + \frac{1}{4}\alpha^2) = 0$$

18) $$\alpha = 1.$$

Daher findet unter den Bedingungen der obigen Aufgabe, der geringste Aufwand an Material statt, wenn die Grundlinie gleich der Höhe ist.

c) Konstruktion der Verstärkungsrippe.

Wir haben gesehen, dafs die üblichen *Querschnittsformen* für Bockgerüste, die nachstehenden sind:



Die Rippe, deren Breite mit der Axe des Zapfens parallel ist, haben wir als Hauptrippe bezeichnet; ihre Breite ist

$$b = \frac{7}{6} d .$$

ihre Dicke δ ist nach den Gleichungen 9 und 16 zu bestimmen. Die zweite Rippe, deren Dimensionen h und η sind, gilt als Verstärkungsrippe. Da die Hauptrippe nach den obigen Berechnungen für sich allein einen genügend grofsen Querschnitt bekommen soll, um die nöthige Sicherheit gegen Zerreifsen des betreffenden Schenkels darzubieten, so können wir bei der Konstruktion der Verstärkungsrippe von dem Widerstande gegen Abreifsen ganz absehen, und haben nur nöthig derselben diejenige Form zu geben, welche dem Widerstande gegen Zerknicken am passendsten entspricht. Die Verstärkungsrippe kann daher auch als Körper von gleicher Widerstandsfähigkeit konstruirt werden, indem man gewöhnlich ihre Dicke konstant, und etwa gleich der Dicke der Hauptrippe macht, während man die Breite derselben von unten nach oben hin nach einer entsprechenden Kurve abnehmen läfst.

d) Resultate.

Betrachten wir nur die Werthe von $\alpha = \frac{\text{Grundlinie}}{\text{Höhe}}$, welche zwischen den Grenzen $\frac{1}{2}$ und 2 liegen, aus denen man bei der Konstruktion von Lagergerüsten nicht hinaus zu gehen pflegt, so wird man folgende Regeln zu beachten haben.

1) Beträgt die Höhe des Gerüstes weniger als das 16fache des Zapfendurchmessers so sind die Dimensionen des Gerüstes stets nach der Gleichung 9 auf Zerreifsen zu berechnen.

2) Beträgt die Höhe des Gerüstes mehr als das 16fache, aber weniger als das 23fache des Zapfendurchmessers, so entscheidet die Gleichung 17 und die daraus berechnete Tabelle (S. 369), ob bei dem angenommenen Verhältnifs zwischen Grundlinie und Höhe, die Dicke der Hauptrippe auf Zerreifsen (Gl. 9) oder auf Zerknicken (Gl. 16) zu berechnen sei.

3) Die unter 1 und 2 angegebenen Bedingungen gelten auch, wenn die Höhe des Gerüstes zwar gröfser ist, als das 16fache, beziehlich das 22fache des Zapfendurchmessers, wenn aber die Schenkel durch Querrippen verbunden sind, deren Entfernung vom Schei-

tel des Gerüstes das 16fache, beziehlich das 22fache des Zapfendurchmessers nicht übersteigt.

4) Wird das Gerüst auf Zerreifsen berechnet, so bekommt man die geringste Dicke der Hauptrippe, wenn die Schenkel einen rechten Winkel einschliefsen (Gl. 9a), und man bekommt den geringsten Aufwand an Material, wenn sich die Grundlinie des Gerüstes zu dessen Höhe vertheilt, wie die Diagonale eines Quadrats zur Seite desselben Quadrats (Gl. 10).

5) Wird das Gerüst auf Zerknicken berechnet, so bekommt man die geringste Dicke der Hauptrippe, wenn die Schenkel einen Winkel von 60 Grad einschliefsen (Gl. 14), und man bekommt den geringsten Aufwand an Material, wenn die Grundlinie gleich der Höhe ist (Gl. 18).

6) Die nachfolgende Tabelle giebt die Verhältnisse der Dicke der Hauptrippe zum Durchmesser des Zapfens für verschiedene Werthe des Verhältnisses $\frac{\text{Grundlinie}}{\text{Höhe}} = \alpha$ und für verschiedene Werthe des Verhältnisses $\frac{\text{freie Höhe der Hauptrippe}}{\text{Zapfendurchmesser}}$. Unter freier Höhe der Hauptrippe ist die vertikale Entfernung des Zapfenmittelpunktes von der Mittellinie der Querrippe verstanden.

Ta-

über das Verhältniſs $\left\{\frac{\text{Durchmesser des Zapfens}}{\text{Dicke der Hauptrippe}}\right\}$ für Bockgerüste, genommen werden, der gleich demjenigen ist, den ein schmiede-
heit aus-

Verhältniſs: $\left\{\frac{\text{Freie Höhe des Gerüstes}}{\text{Zapfendurchmesser}}\right\} = \frac{H_{\prime}}{d}$	(Die Breite der Hauptrippe gleich Verhältniſs $\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$
$\frac{H_{\prime}}{d} = 16$ (und weniger)	0,384	0,316	0,274	0,245
$\frac{H_{\prime}}{d} = 17$	0,384	0,316	0,274	0,245
18	0,384	0,316	0,274	0,245
19	0,384	0,316	0,274	0,245
20	0,384	0,316	0,274	0,245
21	0,384	0,316	0,274	0,245
22	0,384	0,316	0,283	0,277
23	0,398	0,340	0,306	0,286
24	0,434	0,370	0,333	0,311
25	0,470	0,402	0,361	0,338
26	0,509	0,434	0,391	0,366
27	0,549	0,469	0,422	0,394
28	0,590	0,504	0,453	0,424
29	0,633	0,540	0,486	0,455
30	0,677	0,578	0,521	0,487
31	0,723	0,618	0,556	0,520
32	0,770	0,658	0,592	0,553
33	0,820	0,700	0,630	0,589
34	0,870	0,793	0,669	0,625
35	0,922	0,787	0,708	0,662
36	0,975	0,833	0,750	0,700
37	1,030	0,880	0,792	0,740
38	1,087	0,928	0,835	0,781
39	1,145	0,976	0,880	0,822
40	1,204	1,028	0,925	0,865

belle

welche auf die ungünstigste Weise durch einen Druck in Anspruch eiserner Zapfen von gegebenem Durchmesser mit genügender Sicherhalten kann.

$\frac{7}{6}$ vom Zapfendurchmesser.)

$\left\{\frac{\text{Grundlinie}}{\text{Höhe}}\right\}$ des Gerüstes $= \alpha$.

1	$\frac{23}{20}=\frac{2}{3}\sqrt{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{10}{7}=\sqrt{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{4}$	2
0,226	0,209	0,201	0,191	0,188	0,182	0,180
0,226	0,209	0,201	0,191	0,188	0,182	0,193
0,226	0,209	0,201	0,191	0,188	0,198	0,216
0,226	0,209	0,201	0,191	0,196	0,221	0,241
0,226	0,209	0,206	0,210	0,217	0,244	0,267
0,230	0,226	0,227	0,232	0,239	0,269	0,294
0,255	0,251	0,253	0,257	0,266	0,299	0,327
0,276	0,272	0,273	0,278	0,287	0,323	0,353
0,300	0,296	0,297	0,302	0,313	0,352	0,384
0,326	0,321	0,322	0,328	0,339	0,382	0,417
0,352	0,347	0,349	0,355	0,367	0,413	0,451
0,380	0,374	0,376	0,383	0,396	0,445	0,486
0,408	0,402	0,404	0,412	0,425	0,479	0,523
0,438	0,432	0,433	0,441	0,456	0,514	0,561
0,469	0,462	0,464	0,473	0,488	0,550	0,600
0,500	0,493	0,496	0,504	0,521	0,587	0,641
0,534	0,526	0,528	0,538	0,556	0,626	0,683
0,567	0,559	0,562	0,572	0,591	0,665	0,726
0,602	0,593	0,596	0,607	0,627	0,706	0,771
0,638	0,629	0,632	0,643	0,665	0,748	0,817
0,675	0,665	0,668	0,680	0,703	0,792	0,864
0,713	0,703	0,706	0,719	0,743	0,836	0,913
0,752	0,741	0,745	0,758	0,782	0,882	0,963
0,792	0,781	0,784	0,799	0,824	0,929	1,014
0,834	0,821	0,823	0,840	0,866	0,978	1,067

Anmerkung: Die stärker gezogenen Linien geben die Grenze an, zwischen der Berechnung der Dicke der Hauptrippe auf Zerreifsen, und auf Zerknicken.

Beispiel: Für einen Zapfen von 6 Zoll Durchmesser, soll ein 12 Fufs hohes Gerüst konstruirt werden; die Basis des Gerüstes soll 8 Fufs messen.

Es ist

$$\frac{H_{\prime}}{d} = \frac{12 \cdot 12}{6} = 24$$

ferner ist

$$\alpha = \frac{8}{12} = \frac{3}{4}$$

folglich, wenn man keine Querrippe giebt ist

die Breite der Hauptrippe $b = \frac{7}{6} d = 7$ Zoll,

die Dicke der Hauptrippe $\delta = 0{,}333 d = 2$ Zoll,

giebt man aber eine Querrippe, welche nicht über $21 d$, d. h. nicht über $10\frac{1}{2}$ Fufs vom Zapfenmittelpunkt entfernt ist, so wird zwar die Breite der Hauptrippe wie vorhin 7 Zoll, aber die Dicke der Hauptrippe $\delta = 0{,}274 d = 1{,}644$ oder etwa $1\frac{5}{8}$ Zoll.

Die Länge jedes Schenkels ist $\sqrt{(12^2 + 4^2)} = 12{,}65$ Fufs oder 151,80 Zoll, folglich das Volum jedes Schenkels bei einer Breite der Rippe von 7 Zoll

bei 2 Zoll Dicke: $7 \cdot 2 \cdot 151{,}8 = 7 \cdot 303{,}6$ Kubikzoll,
bei $1\frac{5}{8}$ Zoll Dicke: $7 \cdot 1 \cdot \frac{5}{8} \cdot 151{,}8 = 7 \cdot 216{,}7$ Kubikzoll.

Wollte man dem Gerüst die geringste Dicke der Hauptrippe geben, wenn es keine Querrippe hat, so müfste es ein gleichseitiges Dreieck werden, folglich würde bei 12 Fufs Höhe, die Basis $\frac{23}{20} \cdot 12 = 13{,}8$ Fufs $= 165{,}6$ Zoll; die Dicke der Hauptrippe würde sodann nach der Tabelle, weil $\frac{H_{\prime}}{d}$ nach wie vor $= 24$ ist

$$\delta = 0{,}296 \cdot 6 \cdot = 1{,}776 \text{ Zoll},$$

folglich das Volum eines Schenkels

$$7 \cdot 1{,}776 \cdot 165{,}6 = 7 \cdot 294{,}1 \text{ Kubikzoll}.$$

Wenn dagegen unter derselben Voraussetzung, dafs das Gerüst keine Querrippe haben soll, das Gewicht des Schenkels möglichst klein ausfallen soll, so wird die Basis gleich der Höhe, nämlich 12 Fufs = 144 Zoll, und man findet, da $\frac{H_{\prime}}{d}$ wie vorhin = 24 ist, in diesem Falle n. d. Tabelle

$$\delta = 0{,}300 \,.\, 6 = 1{,}8 \text{ Zoll.}$$

Da nun hier die Länge des Schenkels $= \sqrt{12^2 + 6^2} =$ 13,416 Fufs = 161 Zoll ist, so ist das Volum des Schenkels

$$7 \,.\, 1{,}8 \,.\, 161 = 7 \,.\, 289{,}8 \text{ Kubikzoll.}$$

Giebt man dem Gerüst eine Querrippe, die nicht über 21d = 10½ Fufs von dem Scheitel entfernt ist, so ist es auf Zerreifsen zu berechnen, und man findet dann für diejenige Form, welche die geringste Dicke der Rippe liefert $\alpha = 2$, folglich nach der Tabelle

$$\delta = 0{,}180 \,.\, 6 = 1{,}08 \text{ Zoll}$$

und da hier die Länge des Schenkels $= \sqrt{2 \,.\, 12^2} = 16{,}97$ Fufs = 203,64 Zoll, so ist das Volum des Schenkels

$$7 \,.\, 1{,}08 \,.\, 203{,}64 = 7 \,.\, 219{,}9 \text{ Kubikzoll.}$$

Um nun schliefslich noch das kleinste Volum des Schenkels zu finden, wenn man eine Querrippe anwendet, müfste man das Verhältnifs zwischen Höhe und Basis $= \sqrt{2}$ machen; für diesen Fall ist die Dicke der Hauptrippe

$$\delta = 0{,}191 \,.\, 6 \text{ Zoll} = 1{,}146 \text{ oder } 1{,}15 \text{ Zoll}$$

und als Volum, da die Basis $= 12 \,.\, \sqrt{2}$ folglich die Länge des Schenkels $= \sqrt{12^2 + 2 \,.\, 6^2} = 14{,}70$ Fufs = 176,4 Zoll

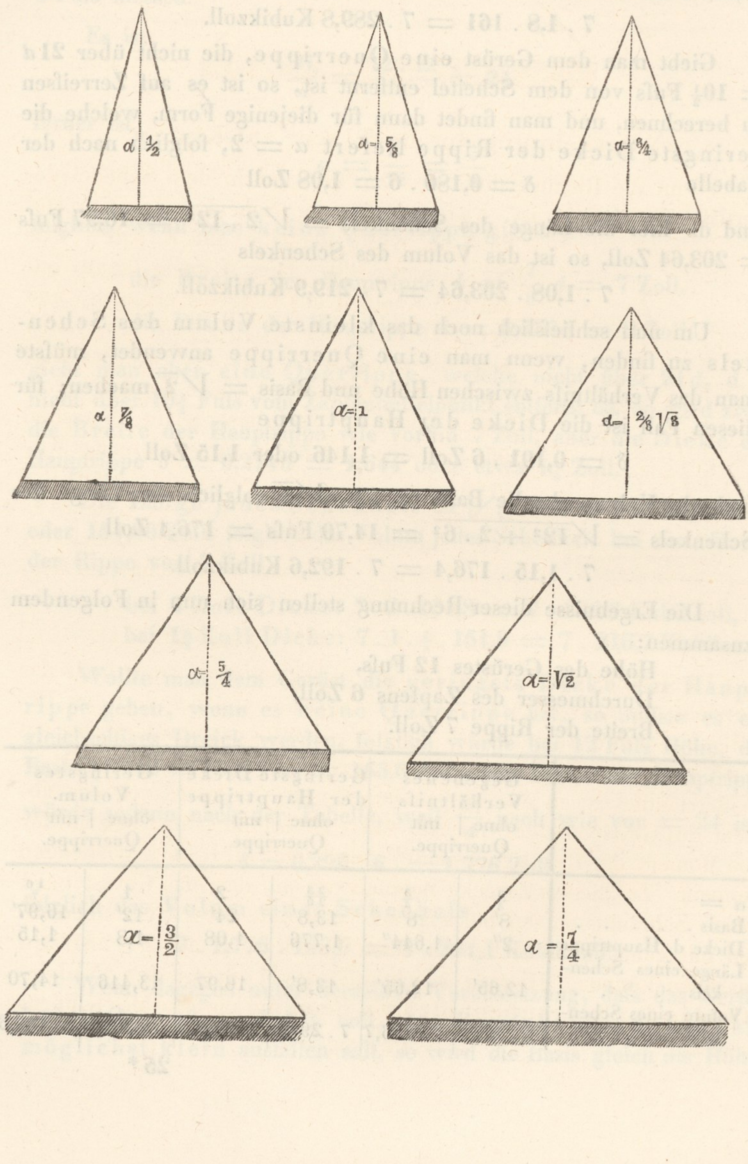
$$7 \,.\, 1{,}15 \,.\, 176{,}4 = 7 \,.\, 192{,}6 \text{ Kubikzoll.}$$

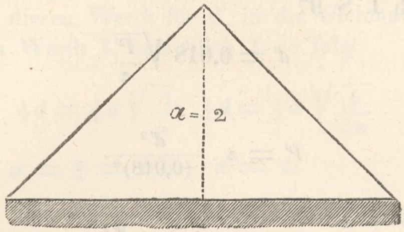
Die Ergebnisse dieser Rechnung stellen sich nun in Folgendem zusammen:

Höhe des Gerüstes 12 Fufs,
Durchmesser des Zapfens 6 Zoll,
Breite der Rippe 7 Zoll.

	Gegebenes Verhältnifs ohne Querrippe	Gegebenes Verhältnifs mit Querrippe	Geringste Dicke der Hauptrippe ohne Querrippe	Geringste Dicke der Hauptrippe mit Querrippe	Geringstes Volum. ohne Querrippe	Geringstes Volum. mit Querrippe
$\alpha =$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{23}{20}$	2	1	$\frac{10}{7}$
Basis	8′	8′	13,8′	24′	12′	16,97′
Dicke d. Hauptrippe	2″	1,644″	1,776	1,08	1,8	1,15
Länge eines Schenkels	12,65′	12,65′	13,8′	16,97	13,416	14,70
Volum eines Schenkels	7 . 303,6	7 . 216,7	7 . 294,1	7 . 219,9	7 . 289,8	7 . 192,6

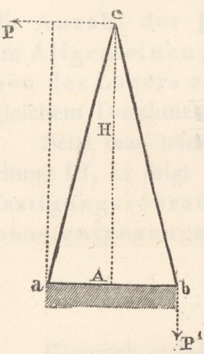
Um die Verhältnisse, welche das Bockgerüst bekommt bei den verschiedenen Werthen von α, welche die Tabelle enthält anschaulich zu machen, folgt hier eine Zusammenstellung der verschiedenen Formen, in denen überall die Höhe gleich grofs angenommen worden ist:





e) Berechnung der Bocklager auf Kippen.

Wenn die Richtungslinie des Druckes, der in dem Scheitel des Gerüstes angebracht ist, aufserhalb der Schenkel des Gerüstes fällt, so wirkt derselbe auf Kippen des Systems (§ 99). Dies Kippen kann nur um die Kante a des Gerüstes erfolgen, und der Hebelarm der auf Kippen wirkenden Kraft ist offenbar die von der Axe des Kippens a auf die Richtung der Kraft P gezogenen Normale. Wie sich leicht übersehen läfst, ist das auf Kippen wirkende Moment am gröfsten, wenn der Druck P parallel mit der Basis des Gerüstes ist. In diesem Falle ist der Hebelsarm gleich H und das Moment, welches auf Kippen wirkt ist



$$P \,.\, H = 736{,}5 \,.\, d^2 \,.\, H \text{ (S. 371).}$$

Die Kräfte, welche dem Kippen entgegenwirken sind theils das Gewicht des Gerüstes, theils der Widerstand, welcher von den Befestigungsmitteln herrührt, die man zur Befestigung des Gerüstes auf der Unterlage angebracht hat. Da man stets einen Ueberschufs an Widerständen gegen das Kippen haben mufs, so lassen wir das Moment des Gewichtes des Gerüstes aufser Berechnung, und setzen nur das Moment der Befestigungsmittel gleich dem auf Kippen wirkenden Moment. Zu diesem Zwecke nehmen wir an, dafs das Gerüst bei b durch Schraubenbolzen befestigt sei, und dafs diese Schraubenbolzen mit genügender Sicherheit einen Druck $= P'$ auf Zerreifsen aushalten können. Hieraus ergiebt sich das Moment des Widerstandes der Schraubenbolzen in Bezug auf die Axe des Kippens

$$A \,.\, P'$$

und wenn z Schraubenbolzen, jeder vom Durchmesser d' vorhanden sind, so ist nach I. S. 97

$$d' = 0{,}018 \sqrt{\frac{P'}{z}}$$

folglich

$$P' = z \cdot \frac{d'^2}{(0{,}018)^2}$$

und man hat

$$AP' = Az \cdot \frac{d'^2}{(0{,}018)^2}.$$

Setzen wir das auf Kippen wirkende Moment gleich dem Moment des Widerstandes der Schraubenbolzen, so hat man

$$PH = AP'$$

$$763{,}5\, d^2 \cdot H = Az \cdot \frac{d'^2}{(0{,}018)^2}$$

folglich

$$d' = d \cdot 0{,}018 \sqrt{\frac{736{,}5}{z}} \cdot \sqrt{\frac{H}{A}}.$$

Nun ist (S. 371)

$$\frac{A}{H} = \alpha,$$

folglich hat man

$$d' = 0{,}49\, d \cdot \sqrt{\frac{1}{\alpha \cdot z}}$$

wofür wir rund setzen:

19) $$d' = \tfrac{1}{2} d \cdot \sqrt{\frac{1}{\alpha \cdot z}}$$

Die Schraubenbolzen, welche zur Befestigung des Bocklagers gegen Kippen dienen, müssen aber auch für den Fall hinreichend stark sein, wenn der Druck P' von unten nach oben wirkend, die Schraubenbolzen auf Abreifsen in Anspruch nimmt. Für diesen Fall sind die Schraubenbolzen lediglich nach den auf S. 326, 327 und 329 angegebenen Verhältnissen zu berechnen. Man hat daher auf jeder Seite des Lagergerüstes wenigstens

entweder eine Schraube deren Durchmesser $= \frac{1}{3} d$
oder zwei Schrauben - - $= \frac{1}{4} d$

ist anzuordnen, und zwar gilt die erste Anordnung bei Zapfendurchmessern bis zu 4 Zoll, die letzte bei Zapfendurchmessern über 4 Zoll.

Setzt man diesen Werth für d' in die Gleichung 19, und zugleich für z den Werth 1, beziehlich 2, so folgt

$$\tfrac{1}{3}d = \tfrac{1}{2}d\sqrt{\frac{1}{\alpha}};\quad \tfrac{1}{4}d = \tfrac{1}{2}d\sqrt{\frac{1}{2\alpha}}$$

$$\alpha = \tfrac{9}{4} = 2{,}25;\quad \alpha = 2.$$

Es werden also die gewöhnlichen Befestigungsschrauben, welche an Zahl und Durchmesser gleich den Deckelschrauben des Lagers gemacht werden, dem Bestreben zu Kippen nur dann genügenden Widerstand darbieten, wenn das Verhältnifs zwischen Grundlinie und Höhe des Gerüstes $= 2\frac{1}{4}$, beziehlich gleich 2 ist.

Da nun dies Verhältnifs gewöhnlich nicht erreicht wird, so ist die Anzahl der Befestigungsschrauben des Bockgerüstes im Allgemeinen gröfser, als die Anzahl der Deckelschrauben des Lagers zu machen, wenn man sämmtliche Schrauben von gleichem Durchmesser macht.

Setzt man nämlich für d' die Werthe $\frac{1}{3}d$ und $\frac{1}{4}d$ in die Gleichung 19, so folgt durch leichte Umformung die Anzahl der Befestigungsschrauben, welche auf der, der Axe des Kippens entgegengesetzten Seite anzuordnen sind

$$20)\qquad z = \frac{9}{4\,\alpha} \text{ und } z = \frac{4}{\alpha}.$$

Hiernach ergiebt sich für verschiedene Werthe von α, und für verschiedene Durchmesser des Zapfens folgende Anzahl von Schrauben.

Tabelle

über die Anzahl und den Durchmesser von Befestigungsschrauben, zur Befestigung von Bockgerüsten gegen das Bestreben und Kippen.

(Die angegebene Anzahl von Schrauben ist zwar nur auf der Seite erforderlich, welche der Axe des Kippens gegenüber liegt, während auf der anderen Seite nicht mehr Schrauben erforderlich sind, als das Lager auf derselben Seite Deckelschrauben besitzt, allein, man pflegt der Sicherheit wegen auf beiden Seiten des Gerüstes gleich viel, nämlich die gröfste Anzahl von Schrauben zu wählen.)

Durchmesser des Zapfens in Zollen.	Durchmesser der Befestigungsschrauben in Linien.	Anzahl der Deckelschrauben auf jeder Seite.	Anzahl der Befestigungsschrauben für verschiedene Werthe von $\left\{\frac{\text{Grundlinie}}{\text{Höhe}}\right\}$ des Gerüstes.										
			$\alpha = \frac{1}{2}$	$\alpha = \frac{5}{8}$	$\alpha = \frac{3}{4}$	$\alpha = \frac{7}{8}$	$\alpha = 1$	$\alpha = \frac{23}{20} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$	$\alpha = \frac{5}{4}$	$\alpha = \frac{10}{7} = \sqrt{2}$	$\alpha = \frac{3}{2}$	$\alpha = \frac{7}{4}$	$\alpha = 2$
1	4	1	5	4	3	3	3	2	2	2	2	2	2
$1\frac{1}{2}$	6	1	5	4	3	3	3	2	2	2	2	2	2
2	8	1	5	4	3	3	3	2	2	2	2	2	2
$2\frac{1}{2}$	10	1	5	4	3	3	3	2	2	2	2	2	2
3	12	1	5	4	3	3	3	2	2	2	2	2	2
$3\frac{1}{2}$	14	1	5	4	3	3	3	2	2	2	2	2	2
4	16	1	5	4	3	3	3	2	2	2	2	2	2
$4\frac{1}{2}$	13,5	2	8	7	6	5	4	4	4	3	3	3	2
5	15	2	8	7	6	5	4	4	4	3	3	3	2
$5\frac{1}{2}$	16,5	2	8	7	6	5	4	4	4	3	3	3	2
6	18	2	8	7	6	5	4	4	4	3	3	3	2

Formgebung der Bockgerüste — Beschreibung einiger Beispiele von Bockgerüsten.

§ 133. Nachdem wir im vorigen Paragraphen die Berechnung der Bockgerüste erörtert haben, ist noch Einiges über die Formgebung derselben hinzuzufügen:

Nicht immer sind die Schenkel des Bockgerüstes geradlinig; man ist oft veranlafst sie mehr oder weniger in geschweiften und