und indem wir für V den oben bezeichneten Werth setzen und entwickeln:

$$195\text{d}) \quad f = \frac{(K - kQ) \cdot (\sin\beta + \mu \cdot \cos\beta)}{M + \frac{J_{\prime}}{R^2} + \left(M_{\prime\prime} + \frac{J_{\prime\prime}}{a^2}\right) \cdot \frac{R + x}{R}}.$$

worin f das Aenderungsmaaſs der Geschwindigkeit ist, mit welcher das System K abwärts gleitet;

$K = Mg$ das Gewicht dieses Systems;

$Q = M_{\prime\prime} g$ das Gewicht des Wagens mit den Rädern;

$J_{\prime}$ das Trägheitsmoment, R der Halbmesser der Rolle;

$J_{\prime\prime}$ das Trägheitsmoment, a der Halbmesser der Wagenräder;

β der stumpfe Winkel, welchen die geneigte Ebene auf der K gleitet, mit der Horizontalen macht;

k das Verhältniſs des Gewichtes, welches auf der Seite von K wirksam sein muſs, um das ganze System in den Grenzzustand des Gleitens nach K hin zu bringen, zu dem Gewicht des Wagens Q (Gleichung 190), endlich

x die Vergröſserung des Hebelsarms der Last vermöge der Steifheit des Seils (Gleichung 185a).

Prinzip der Uebertragung der Arbeit.

§ 108. Kehren wir zu den Betrachtungen des § 92 zurück. Wir denken wiederum zwei feste Systeme, welche wir mit I und II bezeichnen wollen. Das System I kann auf dem System II sich verschieben, aber das System II bewegt sich dabei gleichzeitig nach irgend einer gegebenen Richtung. Wir haben gesehen, daſs dann nach dieser Richtung das erste System auf das zweite einen Druck ausübt, welcher durch Gleichung 162):

$$K = M^{I} \cdot (f^{I} - f^{II})$$

zu bestimmen ist, wenn M^{I} die Masse des ersten (gleitenden) Systems, f^{I} das Aenderungsmaaſs des auf dieses System einwirkenden Drucks für die Richtung der gemeinschaftlichen Bewegung, und f^{II} das Aenderungsmaaſs der Geschwindigkeit des zweiten (ausweichenden) Systems bezeichnen. Wenn während der gemeinschaftlichen Bewegung in der Richtung dieser Bewegung das Wegelement da durchlaufen wird, so ist die Leistung dieses Druckes

$$K \cdot da = M^{I} \cdot (f^{I} - f^{II}) \cdot da.$$

Wenn das ausweichende System sich allein bewegte, ohne daſs eine Einwirkung des gleitenden Systems statt fände, so würde bei Durchlaufung des Wegelementes da nun die Leistung $da \cdot K^{II}$ verrichtet worden sein, durch die Einwirkung des gleitenden Systems aber ist nach dieser Richtung noch die Arbeit $K \cdot da$ hinzugekommen, und wir nennen diese Arbeit $K \cdot da$, daher die von dem gleitenden System auf das ausweichende System **übertragene Arbeit.**

Es bezeichne U die übertragene Arbeit, so besteht die Gleichung:

$$196) \quad dU = M^I \cdot (f^I - f^{II}) \cdot da = K \cdot da.$$

Die übertragene Arbeit ist gleich Null, entweder wenn da gleich Null ist, oder wenn $f^I - f^{II} = 0$ ist, der erste Fall setzt voraus, dafs überhaupt kein Wegelement von beiden Systemen gemeinschaftlich durchlaufen wird, dafs folglich das System II ein fixes System sei, der andere Fall setzt voraus, dafs das ausweichende System mit derselben Geschwindigkeit ausweicht, welche auch durch den Druck der auf das gleitende System wirkenden Kräfte nach dieser Richtung bedingt werden würde. Zwischen diesen beiden Grenzen kann es Werthe von f^{II} und da geben, welche die übertragene Arbeit zu einem Maximum machen; die Bestimmung dieser Werthe ist von der Natur des vorliegenden Falles abhängig.

Die Gleichung für U kann auch so geschrieben werden:

$$dU = (M^I f^I - M^I f^{II}) \cdot da.$$

Nun ist aber $M^I f^I$ die Komponente der Resultirenden aller auf das System angebrachten Kräfte für die Richtung der Bewegung, f^{II} dagegegen das Aenderungsmaafs der Geschwindigkeit, mit welcher das System sich nach dieser Richtung wirklich bewegt, folglich $M^I f^{II}$ die Komponente des Druckes, welcher die Bewegung des Systems wirklich bedingt, d. i. nach dem vorigen Paragraphen die Komponente der reservirten Kraft für diese Richtung, daher ist $M^I f^I - M^I f^{II}$ nichts anderes als die Komponente der verlornen Kraft des beweglichen Systems, und daher $dU = (M^I f^I - M^I f^{II}) \cdot da$ nichts anderes, als die Arbeit der verlornen Kraft. Hierin liegt der Satz:

> Wenn zwei materielle Systeme sich bewegen, so dafs das eine auf dem andern sich verschiebt, so ist die Arbeit der verlornen Kraft des einen Systems für die Richtung der gemeinschaftlichen Bewegung gleich der an das andere System übertragenen Arbeit.

Von der absoluten Bewegung.

Verzeichnung des absoluten Weges.

§ 109. Wenn zwei feste Systeme sich gemeinschaftlich bewegen, während das eine sich auf dem andern verschiebt, so ist die absolute Bewegung dieses verschiebbaren Systems die Resultirende aus der Bewegung in der Richtung der Verschiebung, und aus der Bewegung in der Richtung des Ausweichens. Kennt man in jedem Zeitelement die Geschwindigkeiten dieser beiden Bewegungen, so läfst sich der absolute Weg des verschiebbaren Systems leicht konstruiren. Ist umgekehrt der absolute Weg bekannt, und die Richtung, in welcher das ausweichende System sich bewegt, so kann man, wenn man in jedem Augenblicke die Geschwindigkeiten kennt, die Bahn des Gleitens konstruiren, indem man die Bedingung festhält, dafs die Systeme fortwährend in Berührung sein sollen.

Wir werden bei einer spätern Veranlassung auf die Methoden der Verzeichnung des absoluten Weges, und der Bahn des Gleitens näher eingehen.

Stofs fester Systeme.

Grundgesetze des Stofses.

§ 110. Wenn zwei feste Systeme, die sich nicht berühren, sich so bewegen, dafs sie in irgend einem Augenblick sich treffen, so übt das eine System auf das andere eine gewisse Wirkung aus, indem es im Allgemeinen der Geschwindigkeit des andern Systems eine Aenderung ertheilt. Erfolgt diese Aenderung plötzlich, so nennen wir die Einwirkung des einen Systems auf das andere einen Stofs. Die Wirkung des Stofses ist also immer als die Wirkung einer momentan wirkenden Kraft anzusehen (§ 10).

Wir nennen das eine von beiden Systemen das stofsende, das andere das gestofsene, wobei es gleichgiltig ist, welches von beiden Systemen wir als das stofsende und welches als das gestofsene betrachten wollen.

Nun nennen wir die Masse des stofsenden Systems M^I und die Geschwindigkeit, mit welcher dasselbe sich vor dem Stofse bewegt c, diejenige nach dem Stofse $c_{\prime}$; ferner möge M^{II} die Masse des gestofsenen Systems, und v und $v_{\prime}$ die Geschwindigkeiten desselben vor und nach dem Stofse sein. Zerlegen wir die Geschwindigkeiten c u. $c_{\prime}$ v u. $v_{\prime}$ nach der Richtung dreier angenommenen Koordinatenaxen, und bezeichnen wir die Komponenten durch entsprechende Marken, so ist offenbar die Leistung, welche in dem gestofsenen System hervorgebracht werden mufs, indem dasselbe aus der Geschwindigkeit c in die Geschwindigkeit $c_{\prime}$ übergeht, für die Richtung der drei Axen, da man es hier mit momentan wirkenden Kräften zu thun hat, nach Gleichung 45):

$$M^I.(c_{\prime}^I - c^I); \quad M^I.(c_{\prime}^{II} - c^{II}); \quad M^I.(c_{\prime}^{III} - c^{III}).$$