Wenn sämmtliche Berührungselemente in ein und derselben Ebene liegen, oder wenn sie auch in verschiedenen Ebenen liegen, die aber sämmtlich denselben Neigungswinkel λ mit der Richtung des Reibung erzeugenden Druckes bilden, so ist $\sin\lambda$ in Gleichung 164) konstant, und man hat $A = F . \sin\lambda$, folglich geht die Gleichung 164) über in

$$164a)\quad dQ = \frac{Q}{F} . dF,$$

für diesen Fall ist also der Druckantheil jedes Elementes gleich dem Druck auf die Einheit der ganzen Berührungsfläche, multiplizirt mit der Gröfse des Flächenelementes.

Widerstände gegen fortschreitendes Gleiten; Reibungswinkel.

§ 97. Da die Widerstände der Reibung immer nur dem Gleiten entgegenwirken, so kommen sie überhaupt nur zur Geltung, wenn ein Gleiten, sei es ein fortschreitendes oder drehendes Gleiten möglich ist. Wir haben in § 93 gesehen, dafs die berührenden Oberflächen nur unter gewissen Voraussetzungen die Möglichkeit des Gleitens zulassen. Die folgenden Betrachtungen setzen nun überall die Möglichkeit des Gleitens voraus, und unter diesen Voraussetzungen wollen wir sowohl die Resultirende der Widerstände des fortschreitenden Gleitens, als auch das statische Moment der Widerstände des drehenden Gleitens bestimmen.

Die Richtung des fortschreitenden Gleitens sei gegeben, und die Gröfse und Richtung der Resultirenden aus allen auf das bewegliche System angebrachten Kräften sei bestimmt; der Werth derselben sei Q, und der Winkel, welchen ihre Richtung mit einer Ebene bildet, die normal zu der Richtung des Gleitens ist, sei φ. Wenn wir nun Q nach zwei Richtungen zerlegen, von denen eine nach der gegebenen Richtung des Gleitens, und die andere normal dazu, fällt, so ergeben sich die Komponenten: $Q . \sin\varphi$ und $Q . \cos\varphi$. Nun mufs die Komponente $Q . \cos\varphi$ die in der Richtung normal zur Richtung des Gleitens liegt durch den Widerstand des fixen Systems aufgehoben werden (§ 94.) und folglich bildet diese Komponente den Reibung erzeugenden Druck. Ist nun μ der Reibungs-Koeffizient, so ist die Gröfse des Reibungswiderstandes, welchen wir jetzt und künftig immer mit Θ bezeichnen:

$$165)\quad \Theta = \mu . Q . \cos\varphi,$$

und da der Reibungswiderstand immer der auf Verschieben wirkenden

Komponente entgegenwirkt, so bleibt für den auf fortschreitendes Verschieben wirkenden Druck noch übrig:

165a) $P = Q.\sin\varphi - \Theta = Q.(\sin\varphi - \mu.\cos\varphi) = Q.\cos\varphi.(\mathrm{tang}\,\varphi - \mu)$.

Hierin liegt folgendes Gesetz:

Wenn ein bewegliches System auf einem fixen System nach irgend einer Richtung fortschreitend gleiten kann, so ist der auf Gleiten wirkende Druck gleich derjenigen Komponenten der Resultirenden aller auf das bewegliche System angebrachten Kräfte, welche in einer zur Richtung des Gleitens normalen Ebene liegt, multiplizirt mit der Differerenz zwischen der Tangente des Neigungswinkels der Resultirenden gegen diese normale Ebene und dem Reibungs-Koeffizienten.

Dieser Druck ist also vollkommen unabhängig:

1) von der Gröfse der Berührungsfläche;

2) von der Form der Berührungsfläche.

Bei Gradführungen in Koulissen ist es z. B. unter sonst gleichen Verhältnissen in Bezug auf die Reibungswiderstände gleichgiltig, ob diese Koulissen prismatisch, cylindrisch oder flach gestaltet sind.

Ist der Reibungswiderstand Θ gröfser; als der auf Gleiten wirkende Druck, so findet kein Gleiten statt (§ 94. No. 1). Wir sagen dann, das bewegliche System befinde sich innerhalb des Gleichgewichts gegen Gleiten.

Wenn der Reibungswiderstand kleiner ist, als der auf Verschieben wirkende Druck, so findet Gleiten statt, und zwar ist das Aenderungsmaafs der Geschwindigkeit, mit der das bewegliche System in diesem Augenblick gleitet (§ 86. Gleichung 154b), S. 160):

$$165\text{b)}\quad f = \frac{\text{Druck}}{\text{Masse}} = \frac{Q}{M}\,.\,(\sin\varphi - \mu\,.\cos\varphi),$$

wenn M die Masse des beweglichen Systems bezeichnet.

Wir sagen in diesem Fall, das bewegliche System befinde sich aufserhalb des Gleichgewichts gegen Gleiten.

In dem Falle endlich, wo der Reibungswiderstand gleich dem auf Verschieben wirkenden Druck ist, findet zwar auch noch Gleichgewicht gegen Gleiten statt, allein jede Verminderung des Reibungswiderstandes bringt das System aufserhalb, und jede Vermehrung desselben innerhalb des Gleichgewichts gegen Gleiten. Wir nennen dieses Verhältnifs den Grenzzustand des Gleichgewichts gegen Gleiten, oder wir sagen, das bewegliche System befinde sich an der Grenze des Gleitens.

Das bewegliche System befindet sich hiernach innerhalb, aufserhalb oder an der Grenze des fortschreitenden Gleitens, wenn

$$\Theta > Q\,.\sin\varphi;\quad \Theta < Q\,.\sin\varphi;\quad \Theta = Q\,.\sin\varphi,$$

oder nach Gleichung 165), wenn

$$\mu\,.\cos\varphi\,.> \sin\varphi;\quad \mu\,.\cos\varphi\,.< \sin\varphi;\quad \mu\,.\cos\varphi = \sin\varphi$$

ist. Dividiren wir mit $\cos\varphi$, so gehen diese Bedingungen über in

$$166)\quad \mu\,.> \operatorname{tang}\varphi;\quad \mu\,.< \operatorname{tang}\varphi;\quad \mu = \operatorname{tang}\varphi.$$

Hieraus folgt, dafs die Zustände des Gleitens, und die Grenze des Gleitens abhängig sind von dem Verhältnifs des Reibungs-Koeffizienten zu der Tangente des Neigungswinkels der Resultirenden gegen eine Ebene, die normal ist zur Richtung des Gleitens.

Bei demselben Reibungs-Koeffizienten werden diese Zustände also nicht von der Gröfse der Resultirenden, sondern nur von ihrer Richtung abhängig sein; die Grenze des Gleitens wird bei einem bestimmten Werth des Neigungswinkels erreicht sein, und diesen besonderen Werth des Neigungungswinkels, welcher der Grenze des Gleitens entspricht, nennen wir den Reibungswinkel, Gleitwinkel, Ruhewinkel. Wir bezeichnen diesen besondern Werth von φ künftig immer mit ϑ und wir haben nach Gleichung 166) die Beziehung:

$$166a)\quad \operatorname{tang}\vartheta = \mu,$$

d. h. die Tangente des Gleitwinkels ist gleich dem Reibungs-Koeffizienten.

Widerstände gegen drehendes Gleiten, Reibungsmoment; Hebelsarm der Reibung.

§ 98. Um nun das statische Moment der Reibungswiderstände zu bestimmen, nehmen wir an, dafs das bewegliche System sich um eine gegebene Axe drehen könne; diese Axe ist entweder eine fixe Axe, oder sie kann doch für einen Augenblick als fixe Axe betrachtet werden.

Die Resultirende der fortschreitenden Bewegung aus allen auf das bewegliche System angebrachten Kräften ist dann durch den Widerstand des fixen Systems aufgehoben, und folglich ist diese Resultirende der Reibung erzeugende Druck.

In der umstehenden Figur sei die Drehaxe O normal zur Ebene des Papiers. Damit überhaupt Drehung erfolgen könne müssen (nach