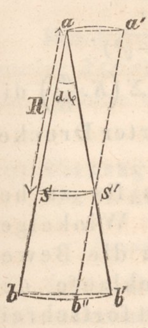
$$160\text{a)}\quad T = \pi \cdot \sqrt{\left(\frac{r_0}{g \cdot \cos \delta}\right)} = 0{,}5620 \cdot \sqrt{\left(\frac{r_0}{\cos \delta}\right)}.$$

Man sieht aus Gleichung 158) und 160), dafs wenn die fixe Axe durch den Schwerpunkt geht, wenn also $R = 0$, oder $R_0 = 0$ ist, der Abstand des Schwingungspunktes und auch die Schwingungsdauer unendlich grofs sein müfste, d. h. dafs ein solches System überhaupt nicht schwingt, ebenso folgt aus Gleichung 160a) dafs wenn $\delta = 90^0$ ist, d. h. wenn die Schwingungsaxe vertikal ist, ebenfalls die Schwingungsdauer unendlich grofs sein müfste, d. h. dafs in diesem Fall keine Pendelschwingungen statt finden können.

Uebrigens gelten, wie leicht zu übersehen ist, die Gesetze der Gleichungen 159 und 159a) auch für geneigte Axen.

Zurückführung eines festen Systems mit fixen Punkten auf ein freies System.

§ 91. Denken wir ein festes System, welches um einen fixen Punkt oder um eine fixe Axe rotirt, und stellen wir uns vor, dafs wir in jedem Augenblicke die Reaktionen (§ 79, S. 144) kennen, welche in den fixen Punkten statt finden müssen, um dieselben als fixe Punkte zu konstituiren. Wenn wir nun das System als freies System betrachten, und wir denken in den Punkten, die wir bisher als fixe Punkte angesehen haben, Kräfte auf das System angebracht, deren Angriffspunkte diese Punkte sind, und die in jedem Augenblick der Richtung und Gröfse nach gleich jenen Reaktionen sind, so mufs offenbar das System genau dieselbe Bewegung haben, die es als System mit fixen Punkten hatte. Es wird sich durch diese Betrachtungsweise jedes System mit fixen Punkten auf ein freies System zurückführen lassen.



Da aber jedes freie System sich so bewegt, als habe der Schwerpunkt eine fortschreitende Bewegung, und als rotirten alle Massenelemente mit gleicher Winkelgeschwindigkeit um eine Axe, die durch den Schwerpunkt geht, so mufs dieses Gesetz der obigen Darstellung zufolge auch für ein System mit fixen Punkten gelten. Dafs dem so sei, läfst sich durch folgende Betrachtung veranschaulichen. Es sei a ein fixer Punkt des Systems, S der Schwerpunkt, R der Abstand des Schwerpunkts von der Drehaxe, b sei ein beliebiges Massenelement, w die Winkelgeschwindigkeit, und es sei in irgend einem Zeitelement das System aus der Lage aSb durch Drehung um den Winkel $d\varphi$ in die Lage $aS'b'$ gekommen, durch Rotation um den den Punkt a; es läfst sich nun zufolge des Grundsatzes § 24 (S. 29) die Bewegung auch so betrachten, als ob das System in diesem Zeitelement sich so bewegt hätte, dafs zuerst der Schwerpunkt und alle Massenelemente gemeinschaftlich um gleiche und parallele Wegstücken fortgeschritten wären, und dafs dann alle Massenelemente um eine Drehaxe, die parallel mit der Axe durch den fixen Punkt ist, und durch den Schwerpunkt geht, sich um den Winkel $d\varphi$ gedreht hätten, wodurch dann der Punkt a' wieder in den Punkt a, und der Punkt b'' in den Punkt b' rücken, und folglich das System die Lage $aS'b'$, die es auch durch Rotation um die fixe Axe erlangt hat, annehmen würde. Es ist hierbei wieder gleichgiltig, in welcher Reihenfolge wir diese beiden Bewegungen uns vorstellen; jedenfalls finden aber beide Bewegungen während der Dauer desselben Zeitelements dt statt, in dessen Verlauf auch die Drehung um den Punkt a statt finden kann. Hieraus folgt:

1) Die Drehung um die Axe durch den Schwerpunkt mufs man so ansehen, als ob sie mit derselben Winkelgeschwindigkeit erfolgt, wie die Drehung um den fixen Punkt, wie dies durch eine einfache Betrachtung der Figur sich zeigen läfst.

2) Die Geschwindigkeit der fortschreitenden Bewegung des Schwerpunkts ist offenbar gleich der Geschwindigkeit, mit welcher der Schwerpunkt das Bogenelement SS' durchläuft, d. i. gleich wR, folglich ist das Aenderungsmaafs der fortschreitenden Bewegung $f = f_{,}R$, wenn $f_{,}$ das Aenderungsmaafs der Winkelgeschwindigkeit ist.

Mit Anwendung der Gleichung 154c) und 149) ergiebt sich nun:

$$161)\quad f = f_{,}R = \frac{\Sigma(Ka)}{J_{,}} \cdot R = \frac{\Sigma(Ka)}{R \cdot M} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + \varrho^2)} \cdot$$

Nach Gleichung 139) (S. 137) ist $\frac{\Sigma(Ka)}{R} = \Sigma\left(K \cdot \frac{a}{R}\right)$ die Summe sämmtlicher auf den Abstand R reduzirter Drucke; hierin liegt folgender Satz:

Wenn ein festes System um eine als fix zu betrachtende Axe mit einer gewissen Winkelgeschwindigkeit w rotirt, so läfst sich die Bewegung auch so betrachten, als durchlaufe der Schwerpunkt in jedem Zeitelement mit fortschreitender Bewegung ein Wegelement, das normal ist zu dem kürzesten Abstand des Schwerpunkts von der Drehaxe, während gleichzeitig sämmtliche Massenelemente um eine durch den Schwerpunkt gehende, mit der fixen Axe parallele Axe mit derselben Winkelgeschwindigkeit w rotiren. Das Aenderungsmaafs jener fortschreitenden Bewegung drückt sich aus durch die Summe aller auf den Abstand des Schwerpunkts reduzirten Drucke, dividirt durch die Masse und multiplizirt mit dem Verhältnifs des Quadrats des kürzesten Abstandes des Schwerpunkts von der fixen Axe zur Summe dieses Quadrates und dem Quadrat des Drehungshalbmessers für die durch den Schwerpunkt gedachte Axe.

Aus der Gleichung 161) folgt, dafs der Druck, der im Schwerpunkt auf fortschreitende Bewegung wirkt, und welcher durch die Reaktion im fixen Punkte aufgehoben werden mufs, indem er mit dieser Reaktion ein Kräftepaar bildet, sich ausdrückt durch:

$$161\text{a)}\quad K = fM = \frac{\Sigma(Ka)}{R} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + \varrho^2)}\,.$$

Endlich ist das Moment des Kräftepaars, welches auf Drehung des Schwerpunkts um den fixen Punkt wirkt

$$161\text{b)}\quad K.R = \Sigma(Ka) \cdot \frac{R^2}{R^2 + \varrho^2}$$

und das Moment des Kräftepaars, welches auf Drehung um die durch den Schwerpunkt gehende parallele Axe wirkt, nach Gleichung 145a) und 161):

$$161\text{c)}\quad f_{\prime}J = \frac{\Sigma(Ka)}{J_{\prime}} \,.\, J = \Sigma(Ka)\frac{\varrho^2}{R^2 + \varrho^2}\,.$$

Durch Addition der Gleichungen 161b) und 161c) ergiebt sich wieder $\Sigma(Ka)$ als die Summe der Momente der Kräftepaare in der zur Drehaxe des Systems normalen Ebene.

d) Wirkung fester Systeme, die von mechanischen Kräften in Anspruch genommen werden, auf einander.

Grundsätze für die Wirkung fester Systeme auf einander.

§ 92. Denken wir zunächst zwei feste Systeme (§ 63) von Massenelementen, so können dieselben sich entweder berühren