Punkt geht, sich in zwei feste Systeme jedes mit zwei fixen Punkten zerlegen lasse, und dann sind die Drucke auf die fixen Punkte nach Anleitung der Gleichungen 142) zu bestimmen, indem man die Kräfte, deren Angriffspunkte auf der einen Seite der Ebene liegen als zu dem einen System, diejenigen auf der anderen Seite der Ebene als zu dem andern System gehörig ansieht.

Hat ein festes System drei fixe Punkte, welche **nicht** in gerader Linie liegen, so ist das System in vollkommenem Gleichgewicht, denn es kann zufolge des für die fixen Punkte im Anfange dieses Paragraphen entwickelten Satzes No. 1 (S. 143) keine fortschreitende Bewegung haben, und es kann auch keine drehende Bewegung um irgend eine Axe annehmen, denn eine solche Drehaxe müfste alle drei fixen Punkte aufnehmen, und das würde der Voraussetzung widersprechen, dafs die drei fixen Punkte nicht in ein und derselben geraden Linie liegen.

Reduktion der Kräfte in einem System mit zwei fixen Punkten.

§ 80. Hat ein festes System zwei fixe Punkte, und ist es daher gezwungen um eine Axe zu rotiren, welche durch diese beiden Punkte geht, so nennt man diese Axe die fixe Axe des Systems.

I. Denken wir ein festes System mit zwei fixen Punkten, und es mögen die Kraftrichtungen sämmtlich in Ebenen liegen, die normal zur fixen Axe sind. Wir können nun den Druck bestimmen, den jede einzelne Kraft parallel mit ihrer Richtung in jedem der beiden fixen Punkte erzeugt, indem wir nämlich einstweilen alle übrigen Kräfte fortdenken, und die Gleichung 142b) oder das Gesetz derselben (S. 148) für diese Kraft allein anwenden. Wir sagen dann, die Kraft werde auf die fixen Punkte reduzirt. Wenn wir sämmtliche Kräfte einzeln auf die fixen Punkte reduziren, so erhalten wir in jedem der fixen Punkte eine Reihe von Drucken, deren Richtungen sämmtlich in einer Ebene liegen, die in dem fixen Punkt normal zur Drehaxe ist, und indem wir diese Drucke nach bekannten Regeln zusammensetzen, oder auch nach zwei rechtwinklig angenommenen Axen zerlegen, erhalten wir wieder die Drucke sämmtlicher Kräfte auf den fixen Punkt.

Die Richtigkeit dieses Gesetzes leuchtet ein, wenn wir berücksichtigen, dafs die mit den Kräften vorgenommenen Operationen lediglich die Berechnung der Gleichungen 142b) darstellen, mit dem Unterschiede, dafs wir für jede Kraft zuerst die Werthe $\frac{K.(L-z_0)}{L}$

und $\frac{K-z_0}{L}$ bilden, hierauf aber, nachdem durch diese Operation sämmtliche Kräfte reduzirt sind, die Werthe $\frac{K.(L-z)}{L}.\cos\alpha$ u. s. w. bilden, und dann die Summation dieser Werthe vornehmen.

II. Wenn die Drucke K..., welche auf Drehung eines festen Systems um eine fixe Axe wirken in Ebenen liegen, die zu der fixen Axe normal sind, so kann man im Durchschnittspunkt jeder solchen Ebene mit der fixen Axe zwei gleich grofse, aber entgegengesetzt gerichtete Drucke $\mp K$ und $\pm K$ angebracht denken, die dem in dieser Ebene liegenden Druck $\pm K$ gleich und mit der Richtung desselben parallel sind. Nun giebt immer der ursprüngliche Druck $\pm K$ mit einem der beiden in der Axe angebrachten Drucke $\mp K$ ein Kräftepaar, während der andere Druck in der Axe $\pm K$ durch die Reaktion der fixen Punkte aufgehoben wird. Die verschiedenen Drucke $\pm K$, welche mit den ursprünglichen Drucken gleich grofs und gleich gerichtet sind, kann man auf die fixen Punkte reduciren, und dabei nach dem so eben entwickelten Gesetz verfahren, während das in der Ebene bestehende Kräftepaar den Gesetzen für die Kräftepaare unterworfen bleibt. Das Moment dieses Kräftepaares ist offenbar $K.R_{,,,}$, wenn $R_{,,,}$ der kürzeste Abstand der Kraftrichtung $\pm K$ von der fixen Axe ist. Man kann alle die einzelnen Kräftepaare zu einem Kräftepaar vereinigen, man kann jedes in eine beliebige parallele Ebene verlegen, man kann für jedes Kräftepaar ein anderes substituiren, dessen Hebelsarm oder dessen Druck beliebig anzunehmen sind. Man kann dabei die Kraft $\mp K$ immer durch die fixe Axe gehend denken oder auch nicht. Denkt man für das Kräftepaar $KR_{,,,}$ ein anderes Kräftepaar, das demselben gleich ist, dessen Druck aber K_0 und dessen Hebelsarm ϱ sei, so sagt man, es sei der Druck K von dem Hebelsarm $R_{,,,}$ auf dem Hebelsarm ϱ reduzirt worden, und aus der Gleichung

$$143)\left\{\begin{array}{l} KR_{,,,}=K_0\,\varrho \text{ folgt:} \\ K_0=K.\dfrac{R_{,,,}}{\varrho} \\ \varrho=\dfrac{K}{K_0}.R_{,,,}. \end{array}\right.$$

Das **Reduziren der Kräfte** ist daher nichts anderes, als die Substitution eines Kräftepaars, durch ein anderes, dessen Moment dem ersten gleich ist, und man hat bei dieser Substitution volle Freiheit alle die Gesetze in Anwendung zu bringen, welche wir für die Kräftepaare (§ 78) entwickelt haben, nur darf man nie vergessen, dafs man es hierbei stets mit den Momenten zu thun hat, dafs also die Kräfte jedes substituirten Kräftepaars in Bezug auf fortschreitende Bewegung sich aufheben, und dafs folglich durch dergleichen Reduktionen der Druck auf die fixen Punkte nicht geändert wird.

Von den in einem festen System thätigen Kräften.

Thätige (lebendige) Kräfte der fortschreitenden Bewegung; Mittelpunkt derselben, Schwerpunkt, Guldinsche Regeln.

§ 81. Wenden wir uns nunmehr wieder zu den Betrachtungen des § 66. S. 88. Wir haben in dem Vorstehenden die wichtigsten Gesetze über die Wirkung der auf ein festes System angebrachten Kräfte entwickelt, und es wird sich nun darum handeln, die Gesetze für die in einem festen System thätigen Kräfte festzustellen. Nachdem dies geschehen, haben wir noch die Beziehungen zu untersuchen, welche zwischen den auf ein festes System angebrachten, und den in einem festen System thätigen Kräften statt finden. Zunächst ist wiederholt darauf hinzuweisen, dafs der Begriff der in einem System thätigen Kräfte nur auf einer Vorstellung beruht, welche wir zur Erleichterung der Anschauung gewisser Vorgänge eingeführt haben. Wir substituiren für die auf das System in verschiedenen Angriffspunkten angebrachten Kräfte andere Kräfte, nämlich solche, die in jedem einzelnen Massenelement thätig sein müfsten, um in dem System genau dieselbe Wirkung hervorzubringen, welche jene erzeugen (S. 66), oder mit anderen Worten, wir denken uns in dem System anstatt der auf dasselbe angebrachten Kräfte, andere Kräfte angebracht, deren Betrachtung bequemer ist. Da also die in einem System thätigen Kräfte sich vollkommen ansehen lassen, als eine neue Gruppe auf das System angebrachter Kräfte, durch welche wir die Wirkung der ursprünglich angebrachten Kräfte ersetzt denken, so werden sie auch im Allgemeinen keinen anderen Gesetzen unterliegen, als denen, welche wir für die auf ein festes System angebrachten Kräfte in den vorigen Paragraphen hergeleitet haben, nur werden diese Gesetze sich dadurch modificiren, dafs gewisse neue Bedingungen hinzutreten, welche diese neuen Kräfte erfüllen müssen, um den Voraussetzungen zu entsprechen, die wir für dieselben gemacht haben.

Indem wir also die thätigen oder lebendigen Kräfte (S. 89) betrachten, welche der fortschreitenden Bewegung des Systems entsprechen, werden wir von der Resultirenden dieser Kräfte