

- 3) Bleibt in irgend einem Augenblick die Geschwindigkeit irgend eines Elements des festen Systems ungeändert, so bleibt die Geschwindigkeit aller übrigen Elemente des Systems ungeändert.

Aus dem oben entwickelten Gesetz ergibt sich, dafs wenn ein festes System in Bewegung ist, im Allgemeinen jedes Massenelement gleichzeitig zwei Bewegungen mache, nämlich:

- 1) eine drehende Bewegung um eine gemeinschaftliche Axe mit einer allen Massenelementen gemeinschaftlichen Winkelgeschwindigkeit, und
- 2) eine fortschreitende Bewegung, welche alle Massenelemente mit der Axe gemeinschaftlich besitzen, und deren Weg-elemente für alle Massenelemente gleich grofs und parallel sind.

Diese beiden gleichzeitig erfolgenden Bewegungen können wir immer hervorgebracht denken durch Kräfte, welche auf die einzelnen Massenelemente in entsprechenden Richtungen wirken, und indem wir den Grundsatz I. des § 24 anwenden, können wir diese beiden gleichzeitig erfolgenden Bewegungen auch so auffassen, als ob sie innerhalb der Dauer eines Zeitelementes nach einander stattfänden, wobei es dann gleichgiltig ist, ob wir die fortschreitende Bewegung oder die drehende Bewegung als die zuerst erfolgende ansehen wollen.

Angriffspunkt einer Kraft. — Auf ein festes System angebrachte, und in einem festen System thätige Kräfte.

§ 66. Es ist hier ein sehr wesentlicher Unterschied hervorzuheben, welcher zwischen der Bewegung eines freien Massenelements und der Bewegung eines Massenelements, welches einem festen System angehört, statt findet. Ein freies Massenelement kann den Kräften, die auf dasselbe wirken, immer frei folgen und die Bahn desselben ist daher nur von diesen Kräften abhängig (vergl. § 37. S. 42); ein Massenelement, welches einem festen System angehört, kann dagegen nicht der Einwirkung der Kräfte, welche dasselbe in Anspruch nehmen, frei folgen, sondern seine Bahn ist auch bedingt durch den Zusammenhang mit den übrigen Elementen desselben Systems, und es ist durch diesen Zusammenhang gezwungen, jenen oben angedeuteten Bewegungsgesetzen zu folgen. Wie also auch die Kräfte beschaffen sein mögen, die auf die verschiedenen Massenelemente eines festen Systems wirken, das Resultat ihrer Wirkung wird immer jene fortschreitende und gleichzeitig drehende Bewegung der einzelnen Massenelemente sein.

Derjenige Punkt eines festen Systems, in welchem wir eine Kraft wirksam denken, heißt der Angriffspunkt dieser Kraft.

Denken wir uns beliebige Kräfte in verschiedenen Angriffspunkten auf ein System wirkend, und denken wir, daß durch den Einfluß dieser Kräfte das System sich bewegt, so wird dieselbe Bewegung auch hervorgebracht werden können, wenn anstatt jener in den verschiedenen Angriffspunkten wirkenden Kräfte andere Kräfte in jedem einzelnen Massenelement des Systems thätig wären; nämlich solche Kräfte, welche jedem Massenelement während des betrachteten Zeitelementes zuerst eine bestimmte fortschreitende und dann eine bestimmte drehende Bewegung (oder auch in umgekehrter Folge) ertheilen. Wir können also immer für die Wirkung der in verschiedenen Angriffspunkten beliebig auf das System wirkenden Kräfte zwei Reihen anderer Kräfte substituiren (§ 35. No. 3), die in jedem einzelnen Massenelement als thätig zu denken sind, so daß die eine Reihe von Kräften jedem Massenelement eine gemeinschaftliche mit gleicher Geschwindigkeit und in parallelen Richtungen erfolgende fortschreitende Bewegung ertheilt, während die andere Reihe von Kräften jedem Massenelement eine Drehung um eine gemeinschaftliche Axe mit derselben Winkelgeschwindigkeit, und in einer zu dieser Axe normalen Ebene ertheilt.

Die beliebigen in verschiedenen Angriffspunkten des festen Systems wirkenden Kräfte nennen wir „auf das System wirkende oder angebrachte Kräfte“, und wenn wir für dieselben in der eben angedeuteten Weise andere Kräfte substituiren, die in jedem einzelnen Massenelement thätig gedacht, demselben die Bewegung ertheilen würden, welche es wirklich erleidet, so nennen wir diese substituirtten Kräfte „die in dem System thätigen oder lebendigen Kräfte“. Die in dem System thätigen Kräfte lassen sich immer zerlegen in die Kräfte der fortschreitenden und in diejenigen der drehenden Bewegung.

Nun können wir nach § 35 und 36 und nach § 64 den Fall immer so auffassen, als würden sämmtliche auf das feste System angebrachte Kräfte durch innere Kräfte des Systems, die ihnen der Richtung nach gleich, aber entgegengesetzt sind, im Gleichgewicht gehalten, und als wirkten die in dem System thätigen Kräfte allein frei auf die einzelnen Massenelemente ein.

Um nun die Gesetze, nach welchen die Wirkung von Kräften auf ein festes System erfolgt, zu ermitteln, wollen wir zunächst die

auf ein System angebrachten Kräfte, dann die in dem System thätigen Kräfte einer nähern Betrachtung unterziehen.

Von den auf ein festes System angebrachten Kräften.

Vollkommenes, unvollkommenes Gleichgewicht — Gegenkraft, Mittelkraft (Resultirende) mehrer auf ein festes System wirkenden Kräfte.

§ 67. Wirken beliebige Kräfte auf ein festes System, so ertheilen sie im Allgemeinen jedem Punkte desselben, wie wir oben gesehen haben, eine fortschreitende und eine drehende Bewegung. Wir sagen, die Kräfte, welche auf ein System wirken, seien in irgend einem Augenblick in vollkommenem Gleichgewicht, wenn sie dem System keine Bewegung, oder den einzelnen Masselement keinen Geschwindigkeitszuwachs in diesem Augenblick ertheilen. Wenn dagegen die Kräfte dem System zwar keine fortschreitende, aber eine drehende Bewegung ertheilen, oder wenn sie zwar keine drehende, aber eine fortschreitende Bewegung bewirken, so sagen wir, es finde theilweises oder unvollkommenes Gleichgewicht statt, und bezeichnen den erstgenannten Fall als Gleichgewicht gegen fortschreitende, den andern Fall als Gleichgewicht gegen drehende Bewegung.

Sind mehre Kräfte, welche auf ein System wirken, nicht im Gleichgewicht, und es kann eine neue Kraft auf das System wirkend gedacht werden, durch deren Einwirkung Gleichgewicht statt finden würde, so nennen wir diese Kraft die Gegenkraft des Systems von Kräften. Denken wir in dem Angriffspunkt der Gegenkraft eine Kraft wirkend, welche derselben der Richtung nach gleich aber entgegengesetzt ist, so nennen wir diese die Mittelkraft, oder die Resultirende des ganzen Systems; denn offenbar würde die Wirkung der einzelnen in den verschiedenen Angriffspunkten wirkenden Kräfte durch die Wirkung dieser Mittelkraft substituirt werden können, das heißt, es würde die Wirkung auf das feste System dieselbe bleiben, wenn wir anstatt der einzelnen Kräfte die Mittelkraft in dem bestimmten Angriffspunkt allein wirksam denken.

Es folgt aus dieser Darstellung jedoch durchaus nicht, daß für jedes feste System, auf welches beliebige Kräfte einwirken, jedesmal nur **eine** Mittelkraft wirklich denkbar sei; es kann vielmehr die fortschreitende Bewegung des Systems eine andere und in einem andern Angriffspunkt wirksame Gegenkraft bedingen, als die drehende Bewegung, ja es läßt sich oft die drehende Bewegung, welche die Kräfte dem System ertheilen, gar nicht durch eine