

Es ist übrigens hervorzuheben, daß diese Betrachtungen nur zulässig sind, wenn a positiv ist, d. h. wenn die Rotationsaxe zwischen dem Mittelpunkt des Kreisbogens und dem Massenelement angenommen wird. Nimmt man sie auf der entgegengesetzten Seite, so ist immer:

$$q = r \cdot \cos \alpha + a \cdot \cotg \alpha \\ = \cos \alpha \left(r + \frac{a}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}} \right);$$

es ändert sich also q in demselben Sinn, wie $\cos \alpha$, und es können daher nie für zwei Winkel von verschiedenen Cos. gleiche Subnormalen statt finden.

c) Wirkung mehrer mechanischen Kräfte auf ein festes System von Massenelementen.

Festes System.

§ 63. Unter einem festen System von Massenelementen verstehen wir zwei oder mehre Massenelemente, welche in fester Verbindung (Th. I. § 3) mit einander stehen, die folglich mit einander so zusammenhängen, daß sich keines unabhängig von dem andern bewegen kann, und deren Abstand unter einander daher stets unverändert bleibt, wie sich auch der Abstand der einzelnen Elemente von andern, nicht zu dem System gehörigen Punkten ändern mag (§ 12).

Jeder feste Körper stellt hiernach ein festes System von Massenelementen dar, so lange man von der Formänderung, welche er durch äußere Kräfte erleiden kann, absieht.

Ein Massenelement, welches sich vollkommen unabhängig von andern Massenelementen bewegen kann, welches also keinem festen System angehört, nennen wir frei.

Innere Kräfte eines festen Systems — Festigkeit.

§ 64. Wirkt eine Kraft auf ein zu einem festen System gehöriges Massenelement, so hat sie im Allgemeinen das Bestreben, den Abstand desselben von den übrigen Elementen des Systems zu ändern; da aber eine solche Aenderung nicht statt finden kann, so lange das System ein festes bleiben soll, so muß dies Bestreben durch eine Gegenkraft aufgehoben werden. Es muß also der Druck der äußerlich auf das Massenelement wirkenden Kraft durch einen Gegendruck, welcher dem ersten der Größe nach gleich aber der Richtung nach entgegengesetzt ist, im Gleichgewicht

gehalten werden (§ 19). Diesen Gegendruck schreiben wir analog der Betrachtung in § 36 einer innern Kraft des Systems zu. Wir nennen diese innere Kraft die Festigkeit des Systems.

Unter der Festigkeit eines festen Systems verstehen wir also überhaupt diejenigen Kräfte, welche sich der Aenderung des gegenseitigen Abstandes der einzelnen Elemente des Systems entgegensetzen.

Die Festigkeit eines Systems wird durch jeden äufsern Druck, welcher auf dasselbe wirkt, in Anspruch genommen, sie ist immer als eine diesem Druck gleich grofse, aber in entgegengesetzter Richtung wirkende Reaktion anzusehen, welche in dem Punkte wirksam zu denken ist, in welchem die Richtung des äufsern Druckes das System trifft. Von der Richtung dieses Druckes gegen die Elemente des festen Systems, und von der Lage und der Beschaffenheit dieser letzten ist es abhängig, in welcher Weise auch die übrigen Punkte des Systems sich an der durch jenen äufsern Druck hervorgerufenen Reaktion betheiligen. Jenachdem diese Betheiligung eine verschiedene ist, pflegt man der Festigkeit verschiedene Bezeichnungen beizulegen, als absolute, relative etc. (Vergl. I. S. 193). Sind die äufsern Drucke so grofs, dafs die innern Kräfte des Systems ihnen nicht mehr das Gleichgewicht halten können, so erfolgt eine Aenderung des gegenseitigen Abstandes der einzelnen Elemente, oder mit andern Worten eine Formänderung des Systems. Bei dieser Formänderung nehmen zuweilen die innern Kräfte des Systems zu, und es tritt dann in gewissen Fällen endlich ein Augenblick ein, in welchem sie den äufsern Kräften wiederum das Gleichgewicht halten. Hört die Wirkung der äufsern Kräfte auf, so stellt sich die ursprüngliche gegenseitige Lage der Elemente entweder vollkommen, oder theilweise, oder gar nicht wieder her. Man sagt dann, das System sei vollkommen, unvollkommen elastisch, oder unelastisch. Sind die äufsern Kräfte so grofs, dafs die innern Kräfte des Systems ihnen überhaupt nicht das Gleichgewicht halten können, so erfolgt eine Zerstörung des festen Systems, entweder nachdem zuvor eine Formveränderung mit Zunahme der innern Kräfte in der eben besprochenen Weise statt gefundenen hat (zähes System), oder, ohne dafs vorher irgend welche Formveränderung erfolgt ist (sprödes System).

Bei den folgenden Untersuchungen dieses Abschnittes setzen wir immer voraus, dafs wir es mit einem absolut festen System zu thun haben, abstrahiren also ganz von der Möglichkeit einer Form-

veränderung, oder einer Zerstörung des Systems durch die auf dasselbe wirkenden Kräfte.

Allgemeine Gesetze für die Bewegung eines festen Systems. — Fortschreitende und drehende Bewegung.

§ 65. Bewegt sich ein festes System unter dem Einfluß beliebiger Kräfte, so haben entweder alle Massenelemente desselben gleiche Geschwindigkeit, oder sie haben verschiedene Geschwindigkeiten, doch stehen in diesem Fall die Geschwindigkeiten in einem bestimmten abhängigen Verhältniß zu einander; denn, da die Elemente des Systems ihren gegenseitigen Abstand nicht ändern können, so kann das Wegelement eines Massenelementes in einem Zeitelement nicht unabhängig sein von dem Wegelement, welches jedes der anderen Massenelemente in derselben Zeit zurücklegt.

Sind die Geschwindigkeiten aller Massenelemente in einer gewissen Zeit unter sich stets gleich groß und haben sie auch einerlei Richtung, so schreiten die sämtlichen Massenelemente in parallelen geraden Linien fort, und umgekehrt. Sind dagegen die Geschwindigkeiten der einzelnen Massenelemente während einer gewissen Zeit nicht gleich groß, oder sind sie zwar gleich groß, aber ihre Richtungen sind entgegengesetzt, so bewegen sich sämtliche Massenelemente in Kurven. Da aber die Massenelemente dabei ihren gegenseitigen Abstand nicht ändern dürfen, so müssen auch die in irgend einem Augenblick von ihnen beschriebenen Kurvenelemente überall denselben Abstand von einander behalten, also entweder äquidistant sein, oder zusammenfallen. Dies ist nicht anders denkbar, als wenn die gleichzeitig durchlaufenen Kurvenelemente sämtlich aus ein und demselben Punkte beschrieben werden können, wobei jedoch nicht ausgeschlossen bleibt, daß dieser Punkt in demselben Zeitelement selbst fortrückt. Denn: denken wir uns irgend ein Massenelement des Systems, und es sei der Weg desselben in dem betrachteten Zeitelement irgend ein beliebiges Kurvenelement, denken wir uns sodann den Mittelpunkt des Krümmungskreises dieses Kurvenelements, und nehmen an, dieser Mittelpunkt sei mit dem System fest verbunden, so dürfen die Abstände aller übrigen Massenelemente von diesem fest verbundenen Punkte sich bei der Bewegung nicht ändern. Nun erscheint aber der Mittelpunkt jenes Krümmungskreises für den Augenblick, in welchem jenes zuerst betrachtete Massenelement sein Kurvenelement durchläuft, als fester Punkt, um welchen die Drehung erfolgt, und da alle übrigen Mas-