der Richtung dG macht. Soll nun die Lage a eine Gleichgewichtslage sein, so mufs diese Richtung des resultirenden Druckes normal zur Kurve sein, und für diesen Fall hat man auch:

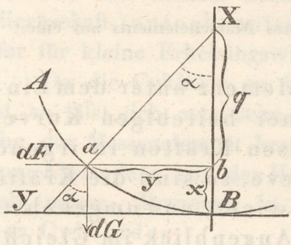
$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{dy}{dx},$$

folglich mufs für die Gleichgewichtslage immer die Gleichung statt finden:

$$95) \quad \frac{dF}{dG} = \frac{dy}{dx}.$$

Gleichgewicht eines Massenelements auf einer rotirenden Kurve.

§ 60. Denken wir nun, dafs dG der Druck der Schwerkraft sei, dafs die Axe BX vertikal sei, dafs die Kurve AB um die Axe BX gedreht werde, und dafs folglich das Massenelement der Einwirkung der Centrifugalkraft unterworfen sei. Da das Massenelement sich bei jener Drehung in einem Kreise bewegt, dessen Halbmesser die Ordinate y ist, so hat man, wenn w die Winkelgeschwindigkeit, und n die Anzahl der Umdrehungen bezeichnet, welche die Kurve in einer bestimmten Zeit $T_{\prime}$ macht, nach No. 79 und 80:



$$dF = d \,.\, \frac{dG}{g} \,.\, w^2 \,.\, y = \frac{dG}{g} \,.\, \frac{4\pi^2}{T_{\prime}^{\,2}} \,.\, n^2 g.$$

Setzt man diesen Werth in die Gleichung 95), so folgt für die Gleichgewichtslage:

$$\frac{n^2}{g} \,.\, \frac{4\pi^2}{T_{\prime}^{\,2}} \,.\, y = \frac{dy}{dx} = \operatorname{tang} \alpha,$$

folglich:

$$n = \frac{T_{\prime}}{2\pi} \,.\, \sqrt{\left(g \,.\, \frac{\operatorname{tang} \alpha}{y}\right)}.$$

Nun ist $\frac{y}{\operatorname{tang} \alpha} = Xb$ oder gleich der Subnormalen des Punktes a in Bezug auf die Drehaxe XB. Bezeichnen wir diese Subnormale Xb mit q, so ergiebt sich:

$$96) \quad n = \frac{T_{\prime}}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{q}}.$$

Vergleichen wir diesen Ausdruck mit der Gleichung 92), so ergiebt sich die Zahl der Schwingungen n' eines mathematischen Pendels, dessen Pendellänge gleich der Subnormalen ist, in derselben Zeit $T_{\prime}$:

$$n' = \frac{T_{\prime}}{\pi} \sqrt{\frac{g}{q}},$$

folglich doppelt so grofs.

Hierin liegt folgendes Gesetz:

Kann ein Massenelement in einer Kurve, welche in einer vertikalen Ebene liegt, und die sich um eine vertikale Axe dreht unter dem Einflufs der Schwerkraft und der Centrifugalkraft sich bewegen, so ist das Massenelement im Gleichgewicht, sobald die Anzahl der Umdrehungen, welche die Kurve um die Axe in einer gegebenen Zeit macht, halb so grofs ist, als die Zahl der Schwingungen eines mathematischen, isochron schwingenden Kreispendels, dessen Pendellänge gleich ist der, auf der Umdrehungsaxe gemessenen Subnormalen desjenigen Punktes der Kurve, in welchem das Massenelement sich befindet.

Gleichgewicht eines Massenelements auf einer rotirenden Parabel.

§ 61. Aendert sich die Zahl der Umdrehungen, und ist auch die Subnormale veränderlich, so wird das Massenelement sich auf der Kurve fortbewegen so lange, bis wieder die Bedingungs-Gleichung 96) erfüllt wird; es wird also, falls die Kurve die entsprechende Ausdehnung und Gestalt hat, für eine geänderte Anzahl von Umdrehungen endlich in eine neue Lage kommen, in welcher es wiederum im Gleichgewicht ist.

In der Praxis ist jedoch die Bedingung von Wichtigkeit, eine solche Kurve zu bestimmen, auf welcher das Massenelement sich zwar fortbewegt, sobald die Anzahl der Umdrehungen, damit die Centrifugalkraft dF und folglich auch die Richtung der Resultirenden zur Kurve sich ändert, die jedoch so beschaffen ist, dafs das Massenelement bei dieser Fortbewegung niemals auf der Kurve ins Gleichgewicht gelangen kann, wenn nicht die Anzahl der Umdrehungen in einer bestimmten Zeit wieder denselben Werth n erreicht hat, dafs aber, sobald dieser Werth wieder erreicht ist, das Massenelement, wo es sich auch auf der Kurve befinden mag, im Gleichgewicht sei.

Die gesuchte Kurve mufs offenbar die Eigenschaft haben, dafs