

Diese Gleichung zeigt aber an, daß, wenn  $dc = 0$  sein soll, d. h. wenn die Geschwindigkeit des Massenelements ein Maximum oder ein Minimum sein soll, die resultirende Leistung sämmtlicher Kräfte gleich Null sein müsse, d. h. daß die Kräfte für diesen Augenblick im Gleichgewicht sein müssen.

Die Geschwindigkeit ist ein Maximum, wenn die zweite Ableitung negativ ist, sie ist ein Minimum, wenn die zweite Ableitung positiv ist. Wenn nun von der Gleichgewichtslage aus die Kräfte dem Massenelement einen negativen Geschwindigkeitszuwachs ertheilen, d. h. wenn sie das Bestreben haben, das Massenelement an der Entfernung aus der Gleichgewichtslage zu hindern, oder, was dasselbe sagt, wenn sie in solchem Sinne wirken, daß sie das Massenelement, so bald es sich aus der Gleichgewichtslage entfernt, wieder in dieselbe zurückzuführen streben, so nennt man eine solche Gleichgewichtslage eine stabile. Wenn dagegen von der Gleichgewichtslage ab die Kräfte dem Massenelement einen positiven Geschwindigkeitszuwachs ertheilen, d. h. wenn sie das Bestreben äußern, das Massenelement, sobald es einmal die Gleichgewichtslage verlassen hat, nicht wieder in dieselbe zurückzuführen, so sagt man, die Gleichgewichtslage sei nicht stabil, auch wohl, es sei eine labile Gleichgewichtslage. Dieser Darstellung gemäß läßt sich folgender Satz aufstellen:

Wenn ein Massenelement sich unter dem Einfluß beliebiger Kräfte in einer Kurve bewegt, und die Kräfte erlangen für irgend einen Punkt der Kurve eine Gleichgewichtslage, so ist die Geschwindigkeit des Massenelements ein Maximum, wenn die Gleichgewichtslage eine stabile ist, dagegen ein Minimum, wenn die Gleichgewichtslage eine labile ist.

Bestimmung des stabilen und labilen Gleichgewichts.

§ 55. Betrachten wir nun wiederum den Fall, welcher in § 53 vorausgesetzt wurde. Denken wir, das Massenelement bewege sich in einer Kurve, und für einen bestimmten Punkt sei der resultirende Druck ein konstanter; ziehen wir von diesem Punkte Normalen an die Kurve, so wird in den Durchschnittspunkten dieser Normalen mit der Kurve diese letzte entweder einen größten oder kleinsten Abstand von dem Punkte haben. Das Massenelement wird also, nachdem es einen solchen Durchschnittspunkt passirt hat, seinen Abstand von dem Mittelpunkt der Kraft im ent-

gegengesetzten Sinne zu ändern beginnen, als vor dem Durchgange durch denselben; und zwar so, daß wenn es einen nächsten Durchschnittspunkt passirt, von da an die Entfernungen vom Mittelpunkt der Kraft wachsen, und wenn es einen entferntesten Durchschnittspunkt passirt, die Abstände vom Mittelpunkt der Kraft von da ab sich verringern. Hat nun die Kraft das Bestreben, das Massenelement dem Mittelpunkt der Kraft konstant zu nähern (Anziehungskraft), so wird der Geschwindigkeitszuwachs vor einem nächsten Punkt, wo sich das Massenelement dem Mittelpunkt der Kraft nähert, sich also im Sinne der Kraft bewegt, positiv; hinter demselben, wo sich also das Massenelement im entgegengesetzten Sinne der Kraft bewegt, negativ; dagegen wird in analoger Weise der Geschwindigkeitszuwachs vor einem entferntesten Punkt negativ, hinter demselben positiv; es wird also für eine Anziehungskraft in einem nächsten Punkte ein Maximum der Geschwindigkeit, in einem entferntesten Punkte ein Minimum der Geschwindigkeit stattfinden, und es stellt daher für eine solche Kraft ein nächster Punkt immer eine stabile Gleichgewichtslage, ein entferntester Punkt immer eine labile Gleichgewichtslage dar. Hat dagegen die Kraft das Bestreben, das Massenelement konstant von dem Mittelpunkt der Kraft zu entfernen (Abstoßungskraft), so finden genau die entgegengesetzten Verhältnisse statt.

Es ist natürlich hierbei vorausgesetzt, daß die Richtung, in welcher die Kraft wirksam ist, als positiv angesehen wird.

Legen wir durch die Durchschnittspunkte der Normalen mit der Kurve Ebenen, welche normal zu jenen Normalen sind, so sind dies Berührungsebenen zur Kurve. Liegt nun der Mittelpunkt der Kraft so entfernt, daß man alle von der Kurve nach demselben gezogenen Linien als parallel ansehen kann (der Fall des § 52), so werden auch diese Berührungsebenen alle normal zu der Krafrichtung, und unter sich parallel sein.

Die obigen Gesetze lassen sich nun leicht auch auf den Fall übertragen, wo die konstante Kraft immer parallel mit einer bestimmten, geraden Linie bleibt (§ 52). Hier wird für jede Berührungsebene, welche zur Krafrichtung normal ist, die Geschwindigkeit des Massenelements ein Maximum oder ein Minimum, je nachdem diese Ebene einem nächsten oder einem entferntesten Berührungspunkt entspricht.