

den, so ist offenbar der Hebelsarm der Resultirenden in Bezug auf diesen Punkt gleich Null, und es folgt daher der Satz:

Sind mehre Kräfte, die auf ein Massenelement wirken, und deren Richtungslinien in derselben Ebene liegen, **nicht** im Gleichgewicht, so ist dennoch die Summe der statischen Momente in Bezug auf jeden Punkt in der Richtung der Resultirenden gleich Null.

Prinzip der konstanten Leistungen für parallele Ebenen.

§ 52. Denken wir, es wirken beliebig viele Kräfte auf ein Massenelement, und dasselbe bewege sich unter dem Einfluß derselben in einer gewissen Kurve; zerlegen wir nun sowohl die Drucke, als die Wegelemente nach drei zu einander normalen Axen, so ist das Leistungselement in irgend einem Augenblick in der Richtung der ersten Axe:

$$dK_1 ds_1 = \Sigma(dK' \cos \alpha_i) \cdot \Sigma(ds' \cos \alpha_i),$$

in der Richtung der zweiten Axe:

$$dK_{II} ds_{II} = \Sigma(dK' \cdot \cos \beta_i) \cdot \Sigma(ds' \cdot \cos \beta_i),$$

in der Richtung der dritten Axe:

$$dK_{III} ds_{III} = \Sigma(dK' \cdot \cos \gamma_i) \cdot \Sigma(ds' \cdot \cos \gamma_i),$$

und das Leistungselement der Mittelkraft (§ 32. S. 36):

$$dK \cdot ds = dK_1 ds_1 + dK_{II} ds_{II} + dK_{III} ds_{III} = \Sigma(dK' \cdot \cos \alpha_i) \cdot \Sigma(ds' \cos \alpha_i) \\ + \Sigma(dK' \cos \beta_i) \cdot \Sigma(ds' \cdot \cos \beta_i) + \Sigma(dK' \cdot \cos \gamma_i) \cdot \Sigma(ds' \cdot \cos \gamma_i).$$

Ist nun für irgend eine Zeitdauer der Druck in der Richtung einer der drei Axen konstant, so ist (S. 27. Gleichung 48) für diese Zeit die Leistung in dieser Richtung gleich dem Produkt aus dem konstanten Druck in den Weg, welchen derselbe in dieser Zeit zurückgelegt hat. Wenn also z. B. der resultirende Druck für die erste Axe während einer bestimmten Zeitdauer konstant ist, so ist die Kräftesumme (§ 32. S. 36) für diese Richtung in der genannten Zeitdauer gleich $(dK_1 \cdot s_1)$; die Drucke in der Richtung der beiden andern Axen mögen dabei während dieser Zeitdauer konstant oder beliebig veränderlich sein. Die Form der Bahn des Massenelements ist aber nach § 38 und 39 von der Beschaffenheit der Kräftesummen für alle drei Axen abhängig. Diese Form der Bahn kann, wenn die Kräftesumme nach der Richtung der einen Axe eine konstante ist, sowohl eine gerade Linie sein, wenn auch die Kräftesummen für die beiden andern Axen konstant sind (§ 38) als auch irgend eine Kurve bilden (§ 39). Wie sie aber auch beschaffen sein mag, die Arbeit in der Richtung

der konstant wirkenden Kräftesumme wird sich immer ausdrücken durch $(dK_i \cdot s_i)$, wenn dK_i der konstante Druck, s_i der Weg dieses Druckes ist. Nun ist aber der Weg s_i , den das Massenelement von irgend einer Lage aus bis zu irgend einer andern Lage in der Richtung einer bestimmten Axe durchläuft, nichts anderes, als der Zuwachs der Ordinate des Weges nach der Richtung dieser Axe für die Zeit, in welcher das Massenelement aus der ersten Lage in die zweite übergeht. Der Werth dieses Ordinaten-Zuwachses aber wird dargestellt durch den normalen Abstand der beiden Ebenen, welche man durch das Massenelement in seiner ersten und in seiner spätern Lage normal zu der Axe denken kann. Hierin nun liegt der Satz:

Bewegt sich ein Massenelement unter dem Einfluß einer beliebigen Menge von Kräften in irgend welcher Kurve, und es ist für irgend eine Richtung der Druck für eine gewisse Zeit konstant, so ist die Leistung der Kräftesumme für diese Richtung, indem das Massenelement aus einer Ebene, die normal zu der Richtung ist, in eine andere, ebenfalls zu der Richtung normale Ebene übergeht, immer dieselbe und wird durch das Produkt aus dem konstanten Druck in den normalen Abstand der beiden Ebenen gemessen, gleichviel wie die Kurve beschaffen sein mag, welche das Massenelement bei dieser Bewegung beschreibt. Es ist folglich auch der Gewinn an lebendiger Kraft, und mithin auch der Zuwachs an Geschwindigkeit derselbe. (§ 21. S. 26 und § 22. S. 27.)

Dieses Gesetz findet besonders Anwendung für alle die Fälle, wo nach der Richtung der Vertikalen die Schwere die einzige wirkende Kraft ist. Ein Körper, welcher nur durch die Schwerkraft getrieben aus einer horizontalen Ebene in eine andere übergeht, erlangt immer denselben Zuwachs an Geschwindigkeit, also auch immer denselben Gewinn an lebendiger Kraft, und es ist auch die auf ihn wirkende Krafrichtung immer dieselbe, gleichviel ob er in der vertikalen Linie oder in irgend einer andern geraden Linie (geneigte Ebene) oder in einer Kurve den Uebergang bewirke.