

des Gleichgewichts untersuchen, so kann man aufer den in § 48. S. 57 angeführten Gesetzen auch noch folgendes Verfahren befolgen: Man zerlegt jede einzelne Kraft in zwei andere, von denen eine in eine bestimmt angenommene, durch das Massenelement gehende Ebene fällt, die andere in einer Richtung normal zu dieser Ebene liegt. Nun wendet man für das Gleichgewicht in der Ebene die eben aufgestellten Gesetze an, und untersucht, ob auferdem noch entweder die Summe der Drucke in der zur Ebene normalen Richtung gleich Null ist, oder aber ob in Beziehung auf diese Richtung die Gesetze S. 48. No. 1 oder 2 erfüllt werden, indem man entweder einen Punkt in der normalen Richtung annimmt und seinen Abstand auf die Richtung jeder Kraft projicirt, oder indem man zu der angenommenen Ebene eine Parallelebene denkt, und die reellen Wege der einzelnen Drucke in Bezug auf diese Ebene untersucht etc.

Anwendung des Prinzips der statischen Momente auf Kräfte, die nicht im Gleichgewicht sind.

§ 51. Wirken mehre Kräfte, deren Richtungslinien in derselben Ebene liegen, auf ein Massenelement, und die Kräfte sind nicht im Gleichgewicht, so wird nach § 35. No. 1 Gleichgewicht hergestellt sein, wenn wir eine neue Kraft auf das Massenelement einwirken lassen, welche der Resultirenden gleich und entgegengesetzt ist. Sobald diese Kraft einwirkt, gelten die Gesetze des vorigen Paragraphen. Ist der resultirende Druck dK und der Hebelsarm in Bezug auf einen angenommenen Punkt r , so würde also folgen:

$$\Sigma(dK'r') - dK \cdot r = 0.$$

$$90) dK \cdot r = \Sigma(dK'r').$$

Das Prinzip der statischen Momente gilt also auch für den Fall, daß die Kräfte nicht im Gleichgewicht sind, nimmt aber dann die Form an:

Wirken beliebig viele Kräfte, deren Richtungslinien in ein und derselben Ebene liegen, auf ein Massenelement, so ist in jedem Augenblick das statische Moment der Mittelkraft in Bezug auf einen Punkt in der Ebene der Kräfte gleich der Summe der statischen Momente der einzelnen Kräfte in Bezug auf denselben Punkt.

Liegt der angenommene Punkt in der Richtung der Resultiren-

den, so ist offenbar der Hebelsarm der Resultirenden in Bezug auf diesen Punkt gleich Null, und es folgt daher der Satz:

Sind mehre Kräfte, die auf ein Massenelement wirken, und deren Richtungslinien in derselben Ebene liegen, **nicht** im Gleichgewicht, so ist dennoch die Summe der statischen Momente in Bezug auf jeden Punkt in der Richtung der Resultirenden gleich Null.

Prinzip der konstanten Leistungen für parallele Ebenen.

§ 52. Denken wir, es wirken beliebig viele Kräfte auf ein Massenelement, und dasselbe bewege sich unter dem Einfluß derselben in einer gewissen Kurve; zerlegen wir nun sowohl die Drucke, als die Wegelemente nach drei zu einander normalen Axen, so ist das Leistungselement in irgend einem Augenblick in der Richtung der ersten Axe:

$$dK_1 ds_1 = \Sigma(dK' \cos \alpha_i) \cdot \Sigma(ds' \cos \alpha_i),$$

in der Richtung der zweiten Axe:

$$dK_{II} ds_{II} = \Sigma(dK' \cdot \cos \beta_i) \cdot \Sigma(ds' \cdot \cos \beta_i),$$

in der Richtung der dritten Axe:

$$dK_{III} ds_{III} = \Sigma(dK' \cdot \cos \gamma_i) \cdot \Sigma(ds' \cdot \cos \gamma_i),$$

und das Leistungselement der Mittelkraft (§ 32. S. 36):

$$dK \cdot ds = dK_1 ds_1 + dK_{II} ds_{II} + dK_{III} ds_{III} = \Sigma(dK' \cdot \cos \alpha_i) \cdot \Sigma(ds' \cos \alpha_i) \\ + \Sigma(dK' \cos \beta_i) \cdot \Sigma(ds' \cdot \cos \beta_i) + \Sigma(dK' \cdot \cos \gamma_i) \cdot \Sigma(ds' \cdot \cos \gamma_i).$$

Ist nun für irgend eine Zeitdauer der Druck in der Richtung einer der drei Axen konstant, so ist (S. 27. Gleichung 48) für diese Zeit die Leistung in dieser Richtung gleich dem Produkt aus dem konstanten Druck in den Weg, welchen derselbe in dieser Zeit zurückgelegt hat. Wenn also z. B. der resultirende Druck für die erste Axe während einer bestimmten Zeitdauer konstant ist, so ist die Kräftesumme (§ 32. S. 36) für diese Richtung in der genannten Zeitdauer gleich $(dK_1 \cdot s_1)$; die Drucke in der Richtung der beiden andern Axen mögen dabei während dieser Zeitdauer konstant oder beliebig veränderlich sein. Die Form der Bahn des Massenelements ist aber nach § 38 und 39 von der Beschaffenheit der Kräftesummen für alle drei Axen abhängig. Diese Form der Bahn kann, wenn die Kräftesumme nach der Richtung der einen Axe eine konstante ist, sowohl eine gerade Linie sein, wenn auch die Kräftesummen für die beiden andern Axen konstant sind (§ 38) als auch irgend eine Kurve bilden (§ 39). Wie sie aber auch beschaffen sein mag, die Arbeit in der Richtung