diese Ebene durch den normalen Abstand derselben von dem Massenelement gleich der Summe der Quotienten, welche gebildet werden, indem man jeden einzelnen Druck durch seinen reellen Weg in Bezug auf die Ebene dividirt.

Dieses Gesetz wollen wir das Prinzip der virtuellen und reellen Wege nennen. Wir haben dasselbe hier für den allgemeinsten Fall entwickelt, und es bleibt nur übrig, daraus Folgerungen für spezielle Anwendungen zu ziehen.

Anwendung des Prinzips der virtuellen und reellen Wege auf die resultirende Kraft, und auf die Normalkraft bei der Bewegung in einer beliebigen Kurve.

§ 47. Nach § 35. No. 3 (S. 39) kann man für die Wirkung der einzelnen Kräfte diejenige ihrer Resultirenden substituiren. Für den im vorigen Paragraphen betrachteten Fall würde man offenbar haben, wenn man den virtuellen Weg der Resultirenden in Bezug auf den gewählten Punkt mit a, den reellen Weg mit n bezeichnet:

$$84)\left\{\begin{array}{l} dK_{,}\, a_{,} = dK\,.\,a = \Sigma(dK'\,a') \\ \dfrac{dK_{,}}{a_{,}} = \dfrac{dK}{n} = \Sigma\Big(\dfrac{dK'}{n'}\Big). \end{array}\right.$$

Die Gesetze dieser beiden Gleichungen lassen sich ähnlich wie die der Gleichungen 82) und 83) in Worten ausdrücken, nämlich so:

Wirken beliebig viele Kräfte auf ein Massenelement, und man denkt irgend einen Punkt aufserhalb des Massenelements, projicirt den Abstand dieses Punkts auf die Richtung jeder einzelnen Kraft und auch auf die Richtung der Resultirenden sämmtlicher Kräfte, so ist das Produkt aus dem resultirenden Druck in die Projektion jenes Abstands auf die Richtung der Resultirenden gleich der Summe der Produkte, welche gebildet werden, indem man jeden einzelnen Druck mit der Projektion jenes Abstandes auf seine Richtung multiplizirt. Aufserdem ist der Quotient aus dem resultirenden Druck durch seinen reellen Weg in Bezug auf eine beliebige Ebene gleich der Summe der Quotienten, welche gebildet werden, indem man jeden einzelnen Druck durch seinen reellen Weg in Bezug auf dieselbe Ebene dividirt.

Liegt der gewählte Punkt in der Richtung der Resultirenden, so ist der resultirende Druck für diesen Punkt offenbar der Mitteldruck sämmtlicher Kräfte, folglich $dK_{\prime} = dK$; die Drucke nach den beiden andern Axen, welche normal zu der gewählten Richtung zu denken sind, würden dann zufolge der Gleichung 67) gleich Null sein, insofern die Winkel β und γ gleich 90 Grad sind, und man hat also für diesen Fall die Bedingungsgleichungen:

$$85)\quad \begin{cases} dK \,.\, a_{\prime} = \Sigma(dK_{\prime}\, a') \\ \Sigma(dK'\, b') = 0 \\ \Sigma(dK'\, e') = 0, \end{cases}$$

oder:

$$86)\quad \begin{cases} \dfrac{dK}{a_{\prime}} = \Sigma\left(\dfrac{dK'}{n'}\right) \\ \Sigma\,\dfrac{dK'}{p'} = 0 \\ \Sigma\,\dfrac{dK'}{q'} = 0, \end{cases}$$

wenn p' und q' die reellen Wege in Bezug auf zwei Ebenen bezeichnen, welche zu je einer der beiden andern Axen normal, oder, was dasselbe heifst, welche mit der Richtung der Resultirenden parallel und unter sich normal sind.

Bewegt sich ein Massenelement in einer beliebigen Kurve, so ist in Folge des Gesetzes in § 42. S. 46 in jedem Augenblicke der Druck in der Richtung der Normalen als konstant wirkend, derjenige in der Richtung der Tangente als im Gleichgewicht befindlich, anzusehen. Zerlegt man in irgend einem Augenblick die sämmtlichen auf das Massenelement wirkenden Drucke nach drei Axen, von denen die eine (die erste) mit der Richtung des Krümmungshalbmessers zusammenfällt, so müssen die beiden andern in einer Ebene liegen, welche zu dem Krümmungshalbmesser normal ist, folglich die Kurve berührt; die Resultirende aus den beiden Kräftesummen, welche in dieser Ebene liegen, giebt die Leistung in der Richtung der Tangente, und da diese gleich Null sein soll, so mufs auch nach § 34 (S. 38) der Druck in der Richtung jeder dieser beiden Axen gleich Null sein. Man hat daher auch für diesen Fall die Gleichungen 85 und 86 in Geltung, wenn

dK den Druck der Normalkraft,

$a_{\prime}$ den Abstand eines beliebigen Punktes auf der Normalen zur Kurve von dem Massenelement,

$a', a'' \dots$ die Projektion dieses Abstandes auf die Richtung der verschiedenen Kräfte,

$b' b'' \ldots$ und $e' e''$ die Projektionen der Abstände zweier Punkte, die in der Berührungsebene der Kurve in je einer von zwei sich im Berührungspunkt rechtwinklig schneidenden Axen liegen, auf die Richtung der verschiedenen Kräfte,

$n' n'' \ldots$ die reellen Wege der verschiedenen Kräfte in Bezug auf eine Ebene, die im Abstande $a_{,}$ zur Richtung des Krümmungshalbmessers normal, also mit der Berührungsebene parallel ist,

$p' p'' \ldots$ und $q' q'' \ldots$ die reellen Wege der verschiedenen Kräfte in Bezug auf je zwei zu einander normale und mit dem Krümmungshalbmesser parallele Ebenen

bezeichnen.

Anwendung des Prinzips der virtuellen und reellen Wege auf den Zustand des Gleichgewichts.

§ 48. Sind beliebig viele Kräfte, welche auf ein Massenelement wirken, im Gleichgewicht, und wir denken ein beliebiges Axensystem, dessen Durchschnittspunkt mit dem Massenelement zusammenfällt, so sind die resultirenden Drucke für jede der drei Axen einzeln gleich Null (§ 34. S. 38), es ist also:

$$dK_{,} = 0; \quad dK_{,,} = 0; \quad dK_{,,,} = 0;$$

und es folgt daher für den Zustand des Gleichgewichts nach Gleichung 82 und 83):

$$87) \begin{cases} \Sigma(dK' a') = 0 \\ \Sigma(dK' b') = 0 \\ \Sigma(dK' e') = 0. \end{cases}$$

$$88) \begin{cases} \Sigma\left(\frac{dK'}{n'}\right) = 0 \\ \Sigma\left(\frac{dK'}{p'}\right) = 0 \\ \Sigma\left(\frac{dK'}{q'}\right) = 0. \end{cases}$$

Hierin liegen folgende Sätze:

1) Sind beliebig viele Kräfte, welche auf ein Massenelement wirken, im Gleichgewicht, und man nimmt einen beliebigen Punkt im Raume an, projicirt den Abstand desselben von dem Massenelement auf die Richtung jeder einzelnen Kraft, so ist die Summe der Produkte, welche gebildet werden, indem man den Druck