

Geradlinige Bahn eines Massenelements.

§ 38. Die Gleichungen für den Weg des Massenelements zeigen, daß wenn die Geschwindigkeiten c_i, c_u, c_{iii} konstant sind, oder wenn nur ihr Verhältniß konstant ist, der Weg eine gerade Linie wird. Die Geschwindigkeiten sind aber konstant, wenn sie gleichförmig sind, wenn also die einzelnen Kräftesummen sich im Zustande des Gleichgewichts befinden, und ihr Verhältniß ist konstant, wenn entweder die einzelnen Kräfte konstant wirkende sind, oder, wenn zwar die einzelnen Kräfte veränderlich wirkende sind, aber doch so, daß die Aenderungmaasse ihrer Kräftesummen nach den normalen Axen in jedem Augenblick ein konstantes Verhältniß haben.

Im ersten Fall hat man $c_i = f_i t, c_u = f_u t, c_{iii} = f_{iii} t$, und da die Kräfte konstant wirken, so sind die Aenderungmaasse f_i, f_u, f_{iii} konstant, folglich die Verhältnisse konstant.

Bezeichnet man diese konstanten Verhältnisse $\frac{f_{iii}}{f_i}$ mit q und $\frac{f_u}{f_i}$ mit p , so hat man für die Gleichung des Weges:

$$y = qx + a_u$$

$$z = px + a_{iii}.$$

Sind dagegen die Kräfte veränderlich wirkend, so hat man nach der Gleichung No. 26 (S. 18):

$$c_i = \sum f_i dt, \quad c_u = \sum f_u dt, \quad c_{iii} = \sum f_{iii} dt,$$

folglich:

$$\frac{c_u}{c_i} = \frac{\sum f_u \cdot dt}{\sum f_i \cdot dt} \quad \text{und} \quad \frac{c_{iii}}{c_i} = \frac{\sum f_{iii} \cdot dt}{\sum f_i \cdot dt}.$$

Ist nun zwar f_i, f_u, f_{iii} in jedem Augenblick veränderlich, aber doch so, daß immer

$$\frac{f_{iii}}{f_i} = q, \quad \frac{f_u}{f_i} = p$$

ist, so hat man:

$$\frac{c_u}{c_i} = \frac{\sum q f_i dt}{\sum f_i dt} = q \quad \text{und} \quad \frac{c_{iii}}{c_i} = \frac{\sum p f_i dt}{\sum f_i dt} = p,$$

und daher ebenfalls die Gleichung für die Bahn des Massenelements wie vorhin:

$$y = qx + a_u,$$

$$z = px + a_{iii}.$$

In beiden Fällen ergibt sich also die Gleichung der geraden Linie.

Hieraus folgt:

Wirken mehre Kräfte auf ein Massenelement ein, so kann es sich nur in drei Fällen in gerader Linie bewegen, nämlich:

- a) wenn alle Kräfte konstant wirkende sind;
- b) wenn die einzelnen Kräfte zwar veränderlich wirkende sind, aber doch so, daß die Aenderungsmaafse der Kräftesummen nach drei zu einander normalen Axen sich stets in konstantem Verhältnifs zu einander ändern.

In diesen beiden Fällen erfolgt die resultirende Bewegung mit veränderter Geschwindigkeit.

- c) wenn alle Kräfte im Gleichgewicht sind, und dann ist die Bewegung eine gleichförmige.

In allen andern Fällen bewegt sich das Massenelement in einer Kurve, und umgekehrt: Bewegt sich das Massenelement in einer Kurve, so findet keiner dieser drei Fälle statt.

Krummlinige Bahn eines Massenelements.

§ 39. Sind in den Gleichungen (69):

$$y = \int \frac{c_{ii}}{c_i} dx + a_{ii},$$

$$z = \int \frac{c_{iii}}{c_i} dx + a_{iii}$$

die Verhältnisse $\frac{c_{ii}}{c_i}$ und $\frac{c_{iii}}{c_i}$ nicht konstant, so bewegt sich das Massenelement in einer Kurve. Sind die Verhältnisse in jedem Augenblick andere, so kann dies daher rühren, daß entweder die Geschwindigkeiten c_i, c_{ii}, c_{iii} der drei Kräftesummen alle drei sich unabhängig von einander ändern, oder daher, daß die Geschwindigkeiten sich nach einer oder nach zwei Axen gar nicht ändern, also gleichförmig sind, wohl aber nach der dritten, resp. nach den beiden andern Axen.

Hiernach ist die krummlinige Bewegung als das Resultat anzusehen:

- a) entweder von drei Kräftesummen, welche unabhängig veränderlich sind,
- b) oder von einer Kräftesumme, die im Gleichgewicht ist, und von zwei Kräftesummen, von welchen jede entweder konstant oder veränderlich wirkend sein kann;
- c) oder endlich von zwei Kräftesummen, welche im Gleich-