Es drücken sich aber die Drucke, welche die Kräfte auf das Massenelement ausüben, aus durch:

$$dK' = dmf', \quad dK'' = dmf'' \text{ etc.}$$

Wenn man nun die obigen Gleichungen 63) mit dm multiplizirt und für dmf' etc. die Werthe dK' etc. setzt, so hat man:

$$65) \begin{cases} dK' \cos\alpha_{\prime} + dK'' \cos\alpha_{\prime\prime} + dK''' \cos\alpha_{\prime\prime\prime} + \ldots = dK_{\prime}, \\ dK' \cos\beta_{\prime} + dK'' \cos\beta_{\prime\prime} + dK''' \cos\beta_{\prime\prime\prime} + \ldots = dK_{\prime\prime}, \\ dK' \cos\gamma_{\prime} + dK'' \cos\gamma_{\prime\prime} + dK''' \cos\gamma_{\prime\prime\prime} + \ldots = dK_{\prime\prime\prime}, \end{cases}$$

und folglich der Mitteldruck:

$$66) \quad dK = \sqrt{(dK_{\prime}^2 + dK_{\prime\prime}^2 + dK_{\prime\prime\prime}^2)}.$$

$$67) \quad \cos\alpha = \frac{dK_{\prime}}{dK} = \frac{f_{\prime}}{f}, \quad \cos\beta = \frac{dK_{\prime\prime}}{dK} = \frac{f_{\prime\prime}}{f}, \quad \cos\gamma = \frac{dK_{\prime\prime\prime}}{dK} = \frac{f_{\prime\prime\prime}}{f}.$$

Hat man es mit veränderlich wirkenden Kräften zu thun, so ändert sich freilich f in jedem Zeitelement, man kann jedoch für die Dauer eines Zeitelements f als konstant ansehen, und versteht man unter f' f'' etc. die bestimmten gleichzeitigen Werthe, welche die Aenderungsmaafse in einem bestimmten Zeitelement besitzen, so gelten die obigen Gleichungen unter dieser Voraussetzung auch für veränderlich wirkende Kräfte; und dann ergeben sich durch jene Betrachtungen die Gesetze:

1) In jedem Zeitelement verhalten sich die Drucke, welche verschiedene Kräfte auf ein Massenelement ausüben, zu einander, wie die Geschwindigkeiten, welche die Kräfte dem Massenelement in diesem Augenblick ertheilen würden, falls sie frei wirkten.

2) Wenn man die Drucke ihrer Gröfse und Richtung nach durch Linien darstellt, so gilt das Gesetz, welches wir als Parallelepipedum resp. Parallelogramm der Kräfte und der Geschwindigkeiten bezeichnet haben, mit allen seinen Konsequenzen auch für die Drucke.

In dieser Gestalt nennen wir dies Gesetz das Prinzip des Parallelepipedums resp. des Parallelogramms der Drucke.

Bedingungen für das Gleichgewicht nach dem Prinzip der virtuellen Leistungen.

§ 34. Sind die Geschwindigkeiten in der Richtung aller dreier Axen gleichförmig, d. h. nach S. 16, wenn die Kräftesummen für die Richtungen aller dreier Axen im Gleichgewicht sind, so ist auch die mittle Geschwindigkeit gleichförmig, und folglich sind die Kräfte überhaupt im Gleichgewicht. Denn nach dem Prinzip der virtuellen Arbeiten ergiebt sich $dm.cdc = dmc_{\prime}dc_{\prime} + dmc_{\prime\prime}dc_{\prime\prime} + dmc_{\prime\prime\prime}dc_{\prime\prime\prime}$, und da die Geschwindigkeiten $c_{\prime}$, $c_{\prime\prime}$, $c_{\prime\prime\prime}$ konstant sind, so sind ihre Differentiale gleich Null, folglich ist die Summe ihrer virtuellen Arbeiten gleich Null, d. h. es ist auch die Arbeit der Mittelkraft gleich Null. Dasselbe findet statt, wenn die virtuellen Geschwindigkeiten $c_{\prime}$, $c_{\prime\prime}$, $c_{\prime\prime\prime}$ einzeln gleich Null sind.

Hieraus ergiebt sich als Bedingung des Gleichgewichts:

> Sollen mehre Kräfte, deren Richtungslinien in verschiedenen Ebenen liegen, im Gleichgewicht sein, so müssen die Kräftesummen für drei zu einander normale Axen gleich Null sein.

Dieser Satz gilt auch umgekehrt.

Sind die sämmtlichen Kräfte im Gleichgewicht, so ist das Massenelement entweder in Ruhe, oder es bewegt sich in gerader Linie mit gleichförmiger Geschwindigkeit. Im ersten Falle sind die Wegelemente jeder der drei Kräftesummen gleich Null, im andern Falle sind die Wegelemente in jedem Zeitelement konstant. Da in beiden Fällen $dc = fdt$ gleich Null ist, so folgt, da dt nicht Null sein kann, das Aenderungsmaafs $f = 0$; folglich sind die resultirenden Drucke in der Richtung jeder der drei Kräftesummen in beiden Fällen gleich Null.

Liegen die Richtungen der verschiedenen Kräfte alle in derselben Ebene, so gelten die obigen Sätze in der Weise, dafs man nur die Kräftesummen für zwei zu einander normale Axen in dieser Ebene in Betracht zu ziehen hat.

Substituirung gegebener Kräfte durch andere.

§ 35. Aus dem eben Vorgetragenen ziehen wir hier noch einige Folgerungen, die sich leicht einsehen lassen, und welche für die folgenden Betrachtungen von Interesse sind.

1) Sind mehre Kräfte, die auf ein Massenelement wirken, nicht im Gleichgewicht, und man läfst eine neue Kraft auf das Massenelement wirken, deren Leistungselement demjenigen der resultirenden Kraft gleich, aber entgegengesetzt ist, so tritt Gleichgewicht ein.

Dasselbe geschieht, wenn man auf das Massenelement anstatt der einen neuen Kraft, ein System von neuen Kräften wirken läfst, dessen Resultirende ein gleiches, aber entgegengesetztes Leistungselement hat, als die Resultirende des ersten Systems.

2) Sind mehre Kräfte an einem Massenelement im Gleichgewicht, so läfst sich jede von ihnen so auffassen, als ob sie eine Kraft sei, deren Leistung der resultirenden Kraft sämmtlicher übrigen Kräfte gleich und entgegengesetzt ist, oder als ob sie die resultirende Kraft eines Systemes von Kräften sei, dessen resultirende