Ist ds der Weg während eines Zeitelements, welchen das Massenelement, durch die Mittelkraft getrieben, zurücklegen würde, so wollen wir die Wege ds', ds'', ds''' d. h. die Projektionen des Wegelementes ds auf die Richtung der Seitenkräfte, die virtuellen Wegelemente der Seitenkräfte für ds nennen.

Parallelogramm der Kräfte.

§ 28. Ist das Wegelement der einen von den drei Kräften gleich Null, hat man es also nur mit zwei Kräften zu thun, so läfst sich immer durch die Richtungen der beiden Kräfte eine Ebene legen. Es folgt sehr leicht aus dem Vorgetragenen, dafs in diesem Falle anstatt des Parallelepipedums ein Parallelogramm erscheint, dafs das Wegelement der Mittelkraft gleich der Diagonale des Parallelogramms der Wegelemente, und die Geschwindigkeit der Mittelkraft gleich der Diagonale des Parallelogramms der Geschwindigkeiten ist.

Prinzip des unmöglichen Gleichgewichts für ein Massenelement.

§ 29. Wirken drei Kräfte auf ein Massenelement, deren Richtungslinien in verschiedenen Ebenen liegen, so läfst sich immer eine resultirende Kraft finden, deren Leistungselement einen bestimmten Werth hat. Daraus folgt, dafs drei solcher Kräfte niemals für sich im Gleichgewicht sein können. Ebenso läfst sich zeigen, dafs zwei Kräfte, welche auf ein Massenelement wirken, und deren Richtungslinien einen Winkel mit einander bilden, niemals für sich im Gleichgewicht sein können.

Dies Gesetz nennen wir das Prinzip des unmöglichen Gleichgewichts.

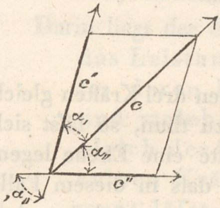
Mittelkraft einer beliebigen Anzahl von Kräften. Hilfssatz.

§ 30. In Folge des Satzes vom Parallelepipedum der Geschwindigkeiten kann man von einer beliebigen Anzahl von Kräften immer die Leistung der Mittelkraft bestimmen, denn man braucht die einzelnen Kräfte nur zunächst zu je zwei zusammenzusetzen und damit fortzufahren, bis man dieselben auf drei Kräfte, die in verschiedenen Ebenen liegen, oder auch auf zwei Kräfte in einer Ebene reducirt hat, und von diesen dann wieder die Mittelkraft bilden. Die so gefundene Mittelkraft ist die Mittelkraft sämmtlicher Kräfte. Bei dieser Zusammensetzung kann man sich des folgenden, geometrisch leicht nachzuweisenden Satzes bedienen:

Sind c' und c'' die Geschwindigkeiten zweier Kräfte, ist ${}_{,}\alpha_{,,}$ der Winkel, welchen die Richtungen mit einander bilden, so ist die Geschwindigkeit der Mittelkraft durch die Gleichung gegeben:

$$c^2 = c'^2 + c''^2 + 2c'c'' \,.\, \cos{}_{,}\alpha_{,,},$$

folglich:



$$cdc = c'dc' + c''dc'' + \cos{}_{,}\alpha_{,,}(c'dc'' + c''dc')$$

und daher das Leistungselement der Mittelkraft.

$$57)\quad dm\,cdc = dm[c'dc' + c''dc'' + \cos{}_{,}\alpha_{,,}(c'dc'' + c''dc')],$$

und wenn $\alpha_{,}$, $\alpha_{,,}$ die Winkel bezeichnen, welche die Geschwindigkeit c mit c', und c mit c'' macht, so hat man auch:

$$58)\quad \frac{c'}{c''} = \frac{\sin\alpha_{,,}}{\sin\alpha_{,}},$$

d. h.: **die Geschwindigkeiten der beiden Kräfte verhalten sich umgekehrt zu einander wie die Sinus der Winkel, welche dieselben mit der Richtung der Geschwindigkeit der dritten Kraft bilden.**

Ist der Winkel, welchen die Richtungen der beiden Kräfte bilden, ${}_{,}\alpha_{,,} = 90$ Grad, so folgt, da $\cos 90^{0} = 0$:

$$dm\,c\,dc = dm(c'dc' + c''dc''),$$

also die Leistung der Mittelkraft gleich der Summe der Leistungen der Seitenkräfte, welches auch unmittelbar aus dem Prinzip der virtuellen Arbeiten sich ergiebt. Da nun in diesem Falle $\sin\alpha_{,} = \cos\alpha_{,,}$ ist, so hat man:

$$59)\quad \begin{cases} \dfrac{c'}{c''} = \dfrac{\sin\alpha_{,,}}{\cos\alpha_{,,}} = \operatorname{tang}\alpha_{,,} = \operatorname{cotang}\alpha_{,}. \\ c' = c\,.\,\sin\alpha_{,,};\ c'' = c\,.\,\cos\alpha_{,,}. \end{cases}$$

Mittelkraft zweier Kräfte, deren Richtungen in derselben geraden Linie liegen.

§ 31. Wenn der Winkel ${}_{,}\alpha_{,,} = 0$ ist, so ist $\cos{}_{,}\alpha_{,,} = 1$; ist dagegen ${}_{,}\alpha_{,,} = 180$ Grad, so ist $\cos{}_{,}\alpha_{,,} = -1$, in beiden Fällen fallen die Richtungen der Geschwindigkeiten zusammen, und zwar liegen sie im ersten Falle nach derselben Richtung, in andern Falle sind sie entgegengesetzt. Man hat daher für den Fall, dafs die beiden Kräfte nach derselben Richtung wirken:

$$c^2 = c'^2 + c''^2 \pm 2c'c'',$$

folglich:

$$60)\quad c = c' \pm c'',$$

d. h. die resultirende Geschwindigkeit ist dann gleich der Summe oder gleich der Differenz der Geschwindigkeiten der einzelnen