

und mit Anwendung der Formel 7) auf S. 11 auch:

$$K = mg,$$

und da beide Werthe von K dieselbe Zahl liefern sollen, so hat man:

$$38) \left\{ \begin{array}{l} G = mg \\ m = \frac{G}{g} \\ g = \frac{G}{m}. \end{array} \right.$$

Als Resultat dieser Untersuchungen ergibt sich zunächst, daß man die Größe jeder mechanischen Kraft überhaupt nach Pfunden bestimmen könne, und dann, daß sich dieselbe durch die Formeln auf S. No. 4 bis 7 ausdrücken lasse, indem nun für die Masseneinheit ein bestimmter Werth festgestellt worden ist.

Führen wir die eben bestimmten Werthe in jene allgemeinen Formeln (4 bis 7 S. 11) ein, so ergibt sich als allgemeiner Ausdruck:

$$39) K = \Sigma(dm \cdot f) = \frac{1}{g} \Sigma(dG \cdot f).$$

Ist f eine Funktion von m , so findet man:

$$40) K = \int f_m dm + \text{Const.} = \int f\left(\frac{G}{g}\right) \cdot d\frac{G}{g} + \text{Const.}$$

Ist dagegen f für jedes Massenelement dasselbe, so folgt:

$$41) K = mf = \frac{f}{g} G.$$

$$42) f = \frac{K}{m} = g \frac{K}{G}.$$

Bestimmung der Wirkungsgröße einer mechanischen Kraft durch die Geschwindigkeits-Aenderung.

§ 21. Nach diesen Vorausbestimmungen kann es nicht schwer fallen, die Wirkungsgröße der mechanischen Kräfte, wenn sie frei wirken zu bestimmen, sei es, daß sie nur momentan, oder daß sie kontinuierlich wirken. Wir benutzen dazu die früher ganz allgemein hergeleiteten Formeln.

Da die Aenderungen mechanischer Kräfte nach dem Früheren überhaupt Geschwindigkeits-Aenderungen sind, so wird, wenn wir die Geschwindigkeit in irgend einem Augenblick mit c bezeichnen, überall in den allgemeinen Formeln anstatt φ der Werth c gesetzt werden müssen.

Es ergibt sich sodann für momentan wirkende Kräfte allgemein das Leistungselement für ein Zeitelement (S. 12):

$$43) \quad dW_{at} = dm \cdot dc,$$

und für eine kontinuierlich wirkende Kraft nach S. 13 (No. 13).

$$44) \quad dL_{at} = dm \cdot c \cdot dc,$$

folglich das Leistungselement für eine bestimmte Zeitdauer:
für eine momentan wirkende Kraft:

$$45) \quad dW_{(t-t')} = dm \int_{c'}^c dc = dm(c - c'),$$

und für eine kontinuierlich wirkende Kraft:

$$46) \quad dL_{(t-t')} = dm \int_{c'}^c c \cdot dc = \frac{1}{2} dm(c^2 - c'^2),$$

worin c' die Geschwindigkeit zu Anfange, c diejenige zu Ende der Beobachtung bezeichnet, wenn t' die Zeit bedeutet, welche von dem Augenblicke der freien Einwirkung der Kraft bis zu dem Augenblicke, in welchem die Beobachtung beginnt, verflossen ist, und t diejenige, welche bis zur Vollendung der Beobachtung verflossen ist.

Die Leistung der Kraft für den ganzen Körper läßt sich aus diesem Leistungselement in bekannter Weise, sei es durch direktes Summiren, sei es durch Integriren, bestimmen.

Die beiden Gleichungen enthalten folgende Gesetze:

1) Die Leistung einer lebendigen Kraft, welche auf ein Massenelement momentan wirkt, drückt sich für eine bestimmte Zeit aus durch das Produkt aus dem Massenelement in die Differenz der Geschwindigkeiten, welche das Massenelement zu Anfange und zu Ende der Beobachtung besitzt.

2) Die Leistung der lebendigen Kraft, welche auf ein Massenelement kontinuierlich, gleichviel ob konstant oder veränderlich wirkt, drückt sich aus für eine bestimmte Zeit durch das halbe Produkt aus dem Massenelement in die Differenz der Quadrate der Geschwindigkeiten, welche das Massenelement am Anfang und am Ende der Beobachtung besitzt.

Einen Ausdruck von der Form $dm \cdot c$ nennt man auch wohl die Quantität oder Gröfse der Bewegung des Massenelementes, den Ausdruck $\frac{1}{2} dm \cdot c^2$ aber kurzweg die lebendige Kraft des Massenelementes und den Ausdruck von der Form $\frac{1}{2} dm(c^2 - c'^2)$ den Gewinn des Massenelementes an lebendiger Kraft.

Bestimmung der Wirkungsgröße einer mechanischen Kraft durch den Druck und den Weg.

§ 22. Da sich nach den Gesetzen für die Bewegung ausdrückt ganz allgemein (S. 17 und 18)

$$c = \frac{ds}{dt}; \quad dc = f dt,$$

so läßt sich für eine kontinuierlich wirkende Kraft das Leistungselement für ein Zeitelement auch schreiben:

$$\begin{aligned} dL_{at} &= dm \cdot c \cdot dc = dm \frac{ds}{dt} \cdot f dt. \\ &= dm f \cdot ds, \end{aligned}$$

worin ds das Wegelement ist, welches das Masselement in einem Zeitelement zurückgelegt hat. Es ist aber $dm \cdot f = dK$ (S. 11. No. 4), folglich:

$$47) \quad dL_{at} = dK ds = dm \cdot c \cdot dc = dm \cdot f \cdot ds.$$

In dieser Gleichung liegt das wichtige Gesetz:

die Leistung einer mechanischen Kraft, welche kontinuierlich, gleichviel ob konstant oder veränderlich auf ein Masselement wirkt, ist in jedem Zeitelement gleich dem Produkt aus dem Druck der Kraft in den Weg, welchen das Masselement durch die Kraft bewegt, zurücklegt.

Ist die Kraft für die Zeitdauer ($t-t'$) konstant, so ist auch $f \cdot dm = dK$ konstant, und bezeichnet s den Weg während der Zeit ($t-t'$), welchen das Masselement, durch die Kraft bewegt, zurücklegt, so hat man:

$$48) \quad dL_{(t-t')} = dm \cdot f \cdot s = dK \cdot s = \frac{1}{2} dm (c^2 - c'^2).$$

Ist endlich für den ganzen Körper, sowohl der Druck auf jedes Masselement, als auch der Weg konstant, so folgt:

$$49) \quad L = K \cdot s = \frac{1}{2} m (c^2 - c'^2).$$

Fußpfund, Pferdekraft.

§ 23. Das Produkt $K \cdot s$ ist gebildet aus dem Maafs für den Druck K , welcher nach Gewichtseinheiten (Pfund) gemessen ist, und aus dem Maafs für den Weg s , welcher nach Längeneinheiten (Fussen) gemessen wird.

Die Einheit für Ks ist also weder ein Pfund noch ein Fufs, sondern eine ganz neue Einheit, nämlich die Leistungseinheit für eine Kraft. Naturgemäfs nimmt man für diese Einheit eine solche Leistung an, welche in der Bewegung einer Druckeinheit (eines Pfundes) um eine Längeneinheit (einen Fufs) besteht, und