deröhren bis zu 18 Zoll Durchmesser erlaubt, Messing ist für Röhren mit innerem Druck überhaupt verboten, und kupferne Bleche sollen dieselbe Stärke haben, wie schmiedeeiserne.

Setzt man die genannten Werthe von k in die Näherungsformel 7), so bekommt man für Dampf-Kessel und Röhren

von Eisenblech $\delta = 0{,}0015\,nd + 0{,}1$ Zoll,

„ Gufseisen $\delta = 0{,}0050\,nd + \frac{1}{3}$ „

Das französische, und nach demselben das österreichische, sächsische und belgische Regulativ verbieten für Dampfkessel das Gufseisen ganz und gar, und schreiben zur Bestimmung der Stärke schmiedeeiserner Bleche für Dampfkessel die Formel vor:

$$\delta = 0{,}0018\,nd + \tfrac{1}{9} \text{ Zoll oder } + 3 \text{ Millimètres},$$

worin δ und d in gleichen Maafs-Einheiten zu nehmen sind. Diese Formel entspricht nur einem Werthe von k gleich etwa 4200 Pfund.

Berechnung der Röhren mit innerem Druck auf Querbruch.

§ 123. Wenn eine Röhre am untern Ende geschlossen ist, so kann der Druck der Flüssigkeit auf den Boden der Röhre unter gewissen Umständen auf Abreifsen derselben wirken, in der Weise, dafs er zunächst ein Ausrecken der Röhre nach der Richtung der Axe, und demnächst eine Trennung des Querschnitts, welcher normal zur Axe liegt, herbeiführt. Hat man es mit einem ruhenden Druck (todten Druck) zu thun, so ist die Berechnung sehr einfach, denn es mufs in diesem Falle sein:

$$\tfrac{1}{4}\pi(D'^2 - d^2)\, k = p\,.\,\tfrac{1}{4}\pi d^2,$$

wenn D den äufsern Durchmesser der Röhre,

d den innern Durchmesser der Röhre,

$\frac{D-d}{2} = \delta$ die Wandstärke,

p den Druck der Flüssigkeit auf die Flächen-Einheit,

k die Belastungsfähigkeit der Flächen-Einheit

bezeichnet. Es folgt daraus:

$$1)\; D = d\sqrt{\left(\frac{p}{k}+1\right)}; \qquad \delta = \tfrac{1}{2} d\left[\sqrt{\left(\frac{p}{k}+1\right)} - 1\right].$$

Da aber immer $\sqrt{\left(\frac{p}{k}+1\right)}$ kleiner ist, als $\frac{p}{k}+1$, also auch $\left[\sqrt{\left(\frac{p}{k}+1\right)} - 1\right]$ kleiner als $\frac{p}{k}$, so giebt dieser Ausdruck immer einen geringern Werth als die Näherungsformel 6) des vorigen Paragraphen, und es folgt daraus, dafs, wenn man die Röhren auf

Längenbruch berechnet hat, dieselben auch immer stark genug sein werden, um dem Druck auf Abreifsen zu widerstehen, so lange dieser Druck ein ruhender ist, oder so lange nur der hydrostatische Druck allein auf der Röhre einwirkt.

Ganz anders verhält es sich aber, wenn in der Röhre ein Stofs Statt findet. Fliefst z. B. Wasser mit einer gewissen Geschwindigkeit durch die Röhre, und wird plötzlich die Ausflufsöffnung geschlossen, so dafs die Geschwindigkeit augenblicklich vernichtet wird, so übt die bis dahin bewegte Wassermasse gegen den Boden der Röhre einen Stofs aus, welcher die Röhrenwandung abreifst, wenn die Elastizität der Röhre nicht hinreichend ist, um seine Wirkung zu vernichten.

Bezeichnet

G das Gewicht der stofsenden Wassersäule,
L die Länge derselben,
G' das Gewicht des Röhrensystems, so weit es als elastisch anzusehen ist,
L' die Länge desselben,
λ die Verlängerung, welche es durch den Stofs erleidet,
E den Elastizitäts-Modulus,
F den Flächeninhalt des Röhren-Querschnittes,
α das Gewicht einer Kubik-Einheit des gestofsenen Röhrensystems,
β das Gewicht einer Kubik-Einheit der stofsenden Flüssigkeit,
v die Geschwindigkeit, welche die Flüssigkeit vor dem Stofse hatte, und welche durch den Stofs vernichtet wird,

und behält man übrigens die frühern Bezeichnungen bei, so ist das Arbeits-Moment, welches durch den Stofs Statt findet, und welches auf Ausdehnung des Röhrensystems wirkt, nach bekannten Gesetzen der Mechanik *):

$$\frac{G^2}{G+G'} \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Ist nun P der Widerstand, welcher sich der Ausdehnung entgegensetzt in dem Augenblick, wo dieselbe gleich λ geworden ist, so ist, da dieser Widerstand im ersten Augenblick gleich 0 war, und gleichmäfsig mit der Ausreckung bis P gewachsen ist, der mittle Werth desselben $\frac{1}{2}P$, und das Arbeits-Moment des Wider-

*) Vergl. Weisbach Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinenmechanik 1. Aufl. Th. I. § 259.

standes $\frac{1}{2}P\lambda$. Da nun das Arbeits-Moment des Stofses durch dasjenige des Widerstandes aufgehoben werden mufs, so hat man:

$$\frac{G^2}{G+G'} \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{1}{2}P\lambda.$$

Es ist aber nach S. 193 $\lambda = \frac{PL'}{EF}$, und, wenn die Widerstandsfähigkeit des Materials für die Flächen-Einheit nur bis zu dem Werthe k, welcher einem bestimmten Theil der Elastizitätsgrenze entspricht, in Anspruch genommen werden soll, so ist kF für P einzusetzen; dann ergiebt sich:

$$\frac{G^2}{G+G'} \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{1}{2}\frac{k^2 \cdot F^2 \cdot L'}{E \cdot F},$$

woraus für die Bestimmung des Röhren-Querschnittes F folgt:

$$1)\ F = \frac{2G^2}{G+G'} \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{E}{k^2} \cdot \frac{1}{L'}.$$

Nehmen wir das Röhrensystem durchweg von gleichem Querschnitt und von gleicher Wandstärke, so ist $G' = F.L'.\alpha$, folglich:

$$2)\ F = \frac{G'}{L'\alpha},$$

und wenn man diesen Werth in die Gleichung 2) einsetzt, so folgt durch eine leichte Umformung:

$$G'^2 + GG' = G^2 \cdot \frac{v^2}{g} \cdot \frac{E}{k^2} \cdot \alpha,$$

$$3)\ \frac{G'}{G} = \frac{1}{2}\left\{-1 + \sqrt{\left(\frac{4E\alpha}{k^2} \cdot \frac{v^2}{g} + 1\right)}\right\}.$$

Ist D der äufsere, d der innere Durchmesser des Rohres, so hat man:

$$G' = \frac{1}{4}\pi(D^2 - d^2)L' \cdot \alpha,$$
$$G = \frac{1}{4}\pi d^2 \cdot L\beta;$$

folglich: $\frac{G'}{G} = \frac{D^2 - d^2}{d^2} \cdot \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{L'}{L}$ und hieraus, mit Bezug auf Gleichung 3):

$$4)\ D = d\sqrt{\left[1 + \frac{1}{2}\frac{\beta}{\alpha}\frac{L}{L'}\left\{-1 + \sqrt{\left(\frac{4E\alpha}{k^2 g}v^2 + 1\right)}\right\}\right]}$$

und

$$5)\ \delta = \frac{D-d}{2} = \frac{1}{2}d\left\{-1 + \sqrt{\left[1 + \frac{1}{2}\frac{\beta}{\alpha}\frac{L}{L'}\left\{-1 + \sqrt{\left(\frac{4E\alpha}{k^2 g}v^2 + 1\right)}\right\}\right]}\right\}.$$

In dieser Formel sind sämmtliche Werthe auf dieselbe Maafs-Einheit zu beziehen, also z. B. auf den Zoll, dann mufs auch v und g in Zollen genommen werden. Nehmen wir v und g in Fufsen, so bleibt noch unter dem zweiten Wurzelzeichen das erste Glied mit 12 zu multipliziren.

Wenn die Flüssigkeit Wasser ist, so ist $\beta = 0{,}0382$; es ist $g = 31{,}25$ Fuſs, und auſserdem:

für Schmiedeeisen:	für Guſseisen:
$\alpha = 0{,}295$ (S. 186),	$\alpha = 0{,}278$ (S. 186),
$E = 29000000$ (S. 192),	$E = 17000000$ (S. 192),
$k = 10000$ (S. 192),	$k = 3500$ (S. 195 und S. 349),
$\frac{48 \,.\, E \,.\, \alpha}{k^2 g} = 0{,}1314.$	$\frac{48 E \alpha}{k^2 g} = 0{,}5935.$

Setzt man diese Werthe in die Gleichung 5) und reduzirt dieselbe in angemessener Weise, so folgt zur Bestimmung der Wandstärke von Röhren, die durch den Stoſs des Wassers auf Querbruch in Anspruch genommen werden, mit Berücksichtigung der Konstanten (S. 341):

6) für Schmiedeeisen: $\delta =$

$$\tfrac{1}{2} d \left\{ -1 + 0{,}152 \sqrt{\left[43{,}2 + \frac{L}{L'} \left\{ -2{,}76 + \sqrt{\left(v^2 + 7{,}62 \right)} \right\} \right]} \right\} + \tfrac{1}{9} \text{ Zoll},$$

7) für Guſseisen: $\delta =$

$$\tfrac{1}{2} d \left\{ -1 + 0{,}230 \sqrt{\left[18{,}8 + \frac{L}{L'} \left\{ -1{,}30 + \sqrt{\left(v^2 + 1{,}69 \right)} \right\} \right]} \right\} + \tfrac{1}{3} \text{ „}$$

worin δ und d in derselben Maaſs-Einheit, v aber in Fuſsen zu nehmen sind.

(*Nimmt man v in Mètres, so hat man:*

für Schmiedeeisen:

$$\delta = \tfrac{1}{2} d \left\{ -1 + 0{,}27 \sqrt{\left[13{,}55 + \frac{L}{L'} \left\{ -0{,}87 + \sqrt{\left(v^2 + 0{,}75 \right)} \right\} \right]} \right\} + 0{,}29 \text{ Ctm.}$$

für Guſseisen:

$$\delta = \tfrac{1}{2} d \left\{ -1 + 0{,}41 \sqrt{\left[5{,}91 + \frac{L}{L'} \left\{ -0{,}41 + \sqrt{\left(v^2 + 0{,}17 \right)} \right\} \right]} \right\} + 0{,}87 \text{ Ctm.}).$$

In vielen Fällen ist die Länge L', bis zu welcher das Rohr dem Stoſse mittelst seiner Elastizität nachgeben kann, gleich der Länge der stoſsenden Wassersäule L. Setzt man in den obigen Formeln $\frac{L}{L'} = 1$, so gehen dieselben über in folgende für preuſs. Maaſs:

für Schmiedeeisen:

$$\delta = \tfrac{1}{2} d \left\{ -1 + 0{,}152 \sqrt{\left[40{,}44 + \sqrt{\left(v^2 + 7{,}62 \right)} \right]} \right\} + \tfrac{1}{9} \text{ Zoll},$$

für Guſseisen:

$$\delta = \tfrac{1}{2} d \left\{ -1 + 0{,}230 \sqrt{\left[17{,}5 + \sqrt{\left(v^2 + 1{,}69 \right)} \right]} \right\} + \tfrac{1}{3} \text{ „}$$

worin v in Fuſsen zu nehmen ist.

(*Nimmt man v in Mètres, so ist:*

für Schmiedeeisen:

$$\delta = \tfrac{1}{2} d \left\{ -1 + 0{,}27 \sqrt{\left[12{,}68 + \sqrt{(v^2 + 0{,}75)} \right]} \right\} + 0{,}29 \text{ Centim.}$$

für Gufseisen:

$$\delta = \tfrac{1}{2} d \left\{ -1 + 0{,}41 \sqrt{\left[5{,}50 + \sqrt{(v^2 + 0{,}17)} \right]} \right\} + 0{,}87 \;\;\text{"}\;\;)$$

Diese Formeln gelten namentlich für die Berechnung der Saug- und Steigeröhren von Pumpen, bei welchen die Wassersäule bei jedem Kolbenwechsel zur Ruhe kommt; für Leitungsröhren der Turbinen etc., bei welchen ein plötzliches Schliefsen der Röhren Statt findet etc. Man wird in solchen Fällen das Rohr sowohl auf Längenbruch (nach dem vorigen Paragraphen) als auf Querbruch berechnen, und die gröfsere Dimension wählen.

Folgende Tabelle giebt die Wandstärken eiserner Röhren, welche durch den Stofs der Wassersäule in Anspruch genommen werden.

XXIV. Tabelle

zur Berechnung der Wandstärken schmiedeeiserner und gufseiserner Röhren, welche durch den Stofs der Wassersäule in Anspruch genommen werden *):

Geschw. des Wassers in Fufsen	Wandstärke Schmiedeeisen $\delta =$	Wandstärke Gufseisen $\delta =$	wenn $L = L'$ ist: Schmiedeeisen $\delta =$	wenn $L = L'$ ist: Gufseisen $\delta =$
1	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}0042\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}0181\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$0{,}0001d$	$0{,}0045d$
2	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}0150\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}0577\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$0{,}0037d$	$0{,}0144d$
3	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}0306\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}1048\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$0{,}0075d$	$0{,}0260d$
4	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}0486\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}1544\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$0{,}0120d$	$0{,}0372d$
5	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}0683\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}2056\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$0{,}0168d$	$0{,}0490d$

*) Die Konstanten (S. 341) für Schmiedeeisen $\frac{1}{9}$ Zoll, für Gufseisen $\frac{1}{3}$ Zoll, sind überall noch hinzuzufügen.

Geschw. des Wassers in Fufsen	Wandstärke Schmiedeeisen δ	Wandstärke Gufseisen δ	wenn $L = L'$ ist: Schmiedeeisen δ	wenn $L = L'$ ist: Gufseisen δ
6	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}0891\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}2574\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$0{,}0218d$	$0{,}0607d$
7	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}1107\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}3096\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$0{,}0270d$	$0{,}0722d$
8	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}1322\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}3620\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$0{,}0320d$	$0{,}0837d$
9	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}1542\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}4146\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$0{,}0372d$	$0{,}0984d$
10	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}1759\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}4672\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$0{,}0420d$	$0{,}1056d$

Z. B. In einem gufseisernen Leitungsrohr von 6 Zoll Durchmesser bewege sich das Wasser mit einer Geschwindigkeit von 3 Fufs in der Sekunde, das Rohr sei durch einen Schieber verschliefsbar, so dafs das Wasser plötzlich zum Stillstand kommen kann; wenn das Wasser in Ruhe ist, so steht es unter dem Druck einer Wassersäule von 131,64 Fufs oder nach Tab. XXII. S. 344 von 4 Atmosphären. Wie grofs mufs die Wandstärke des Rohrs sein? — Die Formel aus der Tabelle XXIII. S. 351 liefert für den hydrostatischen Druck:

$$\delta = 0{,}00214 \,.\, 6 \,.\, 4 + \tfrac{1}{3}\text{ Zoll} = 0{,}3847 \text{ Zoll} = 4\tfrac{5}{8} \text{ Linien};$$

dagegen die Formel der vorstehenden Tabelle für den Stofs bei 3 Fufs Geschwindigkeit:

$$\delta = 0{,}0260 \,.\, 6 \,. + \tfrac{1}{3}\text{ Zoll} = 0{,}4893 \text{ Zoll} = 5\tfrac{7}{8} \text{ Linien},$$

also eine, um $1\frac{1}{4}$ Linie gröfsere Wandstärke, welche man in diesem Falle zu wählen hätte.

Die Einflüsse des Stofses auf die Röhrenleitungen, und die Berechnung derselben in dieser Beziehung sind bisher, so viel ich weifs, noch nicht in dieser Weise berücksichtigt worden. Es wird aber nach den obigen Entwickelungen nicht mehr auffallend erscheinen, dafs Röhren, welche, mit sehr grofser Sicherheit gegen Bruch, nach dem hydrostatischen Druck berechnet und ausgeführt worden sind, dennoch brachen, sobald man den Durchflufs des Wassers plötzlich hemmte.

Berechnung der Röhren auf äufseren Druck.

§ 129. Die Berechnung der Röhren auf äufsern Druck (S. 342) kommt zwar viel seltener zur Anwendung, als die Berechnung auf