entspringt, mufs gleich dem Druck sein, welcher an die getriebene Welle übertragen wird, und folglich auch das Moment der Reibung gleich dem Torsionsmoment der Welle.

Man wird also diese Kuppelung genau so berechnen können, wie die Figur 6; behalten wir dieselben Bezeichnungen, und dieselben Verhältnisse bei, so haben wir nur nöthig, in den Gleichungen der Fig. 6 überall $\sin \alpha = 1$ zu setzen; es ergiebt sich sodann für $D'' = \frac{2}{3} D'$ nach Gleichung 5):

für schmiedeeiserne Wellen $D' = 9{,}5\,d$,
„ gufseiserne Wellen . . $D' = 8{,}4\,d$.

Der mit der Welle parallele Druck, welcher durch die Schraubenbolzen ausgeübt werden mufs, findet sich nach Gleichung 7):

$$\tfrac{5}{3} \pi D'^2 = 5{,}24\, D'^2$$

für schmiedeeiserne Wellen $473\,d^2$,
„ gufseiserne Wellen . . $370\,d^2$.

Nehmen wir 6 Bolzen an, so hat also jeder $\frac{1}{6}$ des Gesammtdruckes auszuüben und wir finden die Bolzenstärke in preufsischen Zollen nach der Formel auf S. 91:

$$\delta = 0{,}029 \sqrt{P},$$

das ist:

für schmiedeeiserne Wellen $\delta = 0{,}26\,d$,
„ gufseiserne Wellen . . $\delta = 0{,}23\,d$,
oder durchschnittlich . . $\delta = \frac{1}{4} d$.

Naben und Wellkränze.

Anordnung und Berechnung der Naben.

§ 115. Die Naben (fr. *moyeux* — engl. *naves*) dienen zur Befestigung von Maschinentheilen auf stangenförmigen Körpern, namentlich auf Wellen; so werden z. B. Räder, Scheiben, Hebel, Kurbeln u. s. w. mittelst Naben auf den Drehaxen befestigt. Die Naben repräsentiren ausschliefslich die Befestigungs-Methode des Zusammensteckens (S. 161); sie bilden gewöhnlich hohle Cylinder oder Prismen, welche auf die Welle aufgeschoben, und darauf in der Regel durch Keile befestigt werden. Sowohl der äufsere Querschnitt der Nabe, als der Querschnitt der Höhlung sind in den meisten Fällen dem Wellenquerschnitt ähnliche Figuren, doch pflegt man auch wohl von dieser Regel abzuweichen, wenn gewisse Konstruktions-Verhältnisse, z. B. der Anschlufs von Radarmen an die Nabe, eine abweichende Form bedingen.

Bei der Befestigung der Nabe auf der Welle kommt es vorzugsweise auf Erfüllung folgender drei Bedingungen an:

1) Dafs die geometrische Axe der Nabe, oder vielmehr des mittelst der Nabe befestigten Maschinentheils genau mit der geometrischen Axe der Welle zusammenfalle, und dafs folglich:

2) Jede zur Axe der Nabe normale Ebene auch genau normal zur Wellenaxe stehe, und endlich:

3) Dafs die Nabe mit der Welle so genau zusammenhänge, dafs eine noch so kleine Drehung der einen nicht möglich sei, ohne auch gleichzeitig die andere in Umdrehung zu setzen, dafs also nach der Richtung der Umdrehung keine relative Bewegung möglich sei.

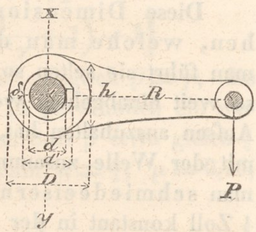
Wenn die erste Bedingung nicht erfüllt ist, so sagt man, „der Maschinentheil schlage auf der Welle, wenn die zweite Bedingung nicht erfüllt wird, er „schwenke“ oder „schwanke“, und endlich, wenn die dritte Bedingung unerfüllt bleibt, er „schlottere“ auf der Welle. Eine gehörig befestigte Nabe darf also weder „schlagen“, noch „schwanken“, noch „schlottern“.

Um die beiden ersten Bedingungen möglichst vollständig zu erfüllen, pflegt man bei exakt ausgeführten Arbeiten die Naben genau centrisch, cylindrisch oder auch konisch auf einer Drehbank auszubohren, die Welle an der Stelle, wo die Nabe befestigt wird, ganz genau und scharf passend abzudrehen, und nun die Nabe zuweilen unter Anwendung eines starken, durch die hydraulische Presse ausgeübten Druckes auf die Welle aufzuschieben. Bei weniger exakten Ausführungen sucht man die richtige Lage der Nabe gegen die Welle dadurch zu erreichen, dafs man die Nabenhöhlung ein wenig gröfser macht, als den Querschnitt der Welle an der Befestigungsstelle, und den Spielraum durch Keile ausfüllt. Durch Anziehen der Keile einerseits, und durch Lösen derselben andrerseits, kann man die Nabe recht genau in die beabsichtigte Stellung bringen. Man nennt dies Verfahren „in die Lehre bringen“ (Ablehren), oder, da hierbei die Welle in Lagern ruhend fortwährend langsam an einem festen Punkt vorübergedreht wird, das „Ableiern“ der Nabe. Zur Befestigung von Naben auf hölzernen Wellen wendet man das zuletzt beschriebene Verfahren ausschliefslich an.

Um die dritte Bedingung zu erfüllen, um also die Befestigung zwischen der Nabe und der Welle herbeizuführen, bedient man sich fast ohne Ausnahme der Keile; nur in solchen Fällen, wo die Nabe nach der Längenrichtung der Welle leicht verschiebbar sein soll, während doch in jeder Stelle die gemeinschaftliche Rotation gesichert bleiben mufs, wendet man Feder und Nuth an.

Die Festigkeit der Nabe wird in verschiedener Weise in Anspruch genommen, es lassen sich daher auch mancherlei Bestimmungen über die Dimensionen derselben treffen. Es hängt dies vorzüglich von der Art des Maschinentheils, welcher durch die Nabe auf der Welle befestigt werden soll, und von der Art der Befestigung selbst ab. Selten wird die Nabe ohne Weiteres als ein hohler prismatischer Körper auf Torsion zu berechnen sein, da die bei der Torsion vorausgesetzten Bedingungen für die Uebertragung des Druckes hier nicht zu treffen. Wir wollen hier nur zwei Gesichtspunkte besprechen, aus denen die Dimensionen der Nabe bestimmt werden können; einer von beiden wird in den meisten Fällen angewandt werden können. Es läst sich nämlich die Nabe entweder 1) auf Bruch oder 2) auf Zerreifsen berechnen, und wir halten auch hier den Grundsatz fest, dafs die Nabe dieselbe Sicherheit in Bezug auf Festigkeit gewähren müsse als die Welle, welche auf Torsion in Anspruch genommen ist.

Berechnung der Naben auf Bruch: Denken wir uns die Nabe auf der Welle fest, die Welle durch den Widerstand festgehalten, und an dem Hebelsarm R den Druck P wirkend, so wird die relative Festigkeit der Nabe in Anspruch genommen. Sind alle Theile fest genug, die Nabe aber zu schwach, so wird in der Linie xy ein Bruch erfolgen. Es bezeichne:



d den auf Torsion berechneten Wellen-Durchmesser,

d' den Durchmesser der Höhlung
D den äufsern Durchmesser
$\delta = \frac{D - d'}{2}$ die Wandstärke
} der Nabe,

l die Länge der Nabe, parallel zur Axe.

Wir haben nach S. 208 No. 21:

$$PR = \tfrac{1}{6} l \frac{D^3 - d'^3}{D} . k.$$

Es ist aber auch PR gleich dem Torsionsmoment der Welle, folglich:

$$\tfrac{1}{6} l \frac{D^3 - d'^3}{D} . k = \tfrac{1}{16} \pi d^3 k',$$

worin k und k' die Belastungen, welche das Material der Nabe und das der Welle mit Sicherheit tragen können, bezeichnen.

Setzen wir:

$$l = \alpha D \text{ und } d' = \beta d,$$

so folgt:

$$D = d \sqrt[3]{\left(\tfrac{3}{8} \frac{\pi}{\alpha} \cdot \frac{k'}{k} + \beta^3\right)};$$

für $\alpha = \frac{4}{4}$, $\beta = 1$ ergiebt sich hieraus:

1) wenn Welle und Nabe aus demselben Material sind, also $k' = k$;

$$D = 1{,}36\,d,$$
$$\delta = 0{,}18\,d,$$

2) wenn die Welle von Schmiedeeisen, die Nabe von Gufseisen, $k' = 10000$, $k = 7000$,

$$D = 1{,}48\,d,$$
$$\delta = 0{,}24\,d,$$

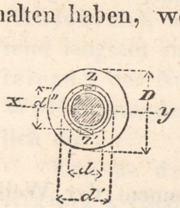
3) wenn die Welle von Holz, die Nabe von Gufseisen ist, $k' = 1000$, $k = 7000$:

$$D = 1{,}07\,d,$$
$$\delta = 0{,}035\,d.$$

Diese Dimensionen sind als die geringsten anzusehen, welche man der Wandstärke der Nabe geben darf, man führt sie selten so schwach aus, und darf überhaupt nur dann so weit hinabgehen, wenn die Nabe keinen Druck von Innen nach Aufsen auszuhalten hat, wenn sie also z. B. durch Nuth und Feder mit der Welle zusammenhängt; aber selbst in diesem Falle pflegt man schmiedeeisernen Naben $\frac{1}{8}$ Zoll, gufseisernen Naben $\frac{1}{4}$ Zoll konstant in der Wandstärke zuzulegen.

Berechnung der Naben auf Zerreifsen.

Wenn die Naben einen Druck von Innen nach Aufsen auszuhalten haben, wenn sie z. B. durch Keile auf der Welle befestigt werden, so entsteht durch das Antreiben der Keile eine Spannung, welche das Bestreben hat, die Nabe in der Linie xy abzureifsen. Wenn wir genau den Druck kennten, welcher von den Keilen gegen die Nabe ausgeübt wird, so liefse sich der Querschnitt der Anhaftungsfläche leicht berechnen; dieser Druck ist aber nicht genau zu bestimmen, und es bleibt daher nur übrig, ihn für den ungünstigsten Fall festzustellen. Dieser ungünstigste Fall ist of-



fenbar der, wo die Nabe nur durch die Reibung, die aus dem Druck der Keile entspringt, auf der Welle befestigt ist. Ist p der Druck, welchen der Keil radial zur Nabe in dem Punkte z ausübt, so wird auch der entgegengesetzte Punkt z' mit diesem Druck gegen die Welle gepreſst, und der Gesammtdruck, welcher an der Peripherie des Nabensitzes Reibung erzeugt, ist $2p$. Wir behalten die vorigen Bezeichnungen bei, und es sei noch

d'' der Durchmesser des Nabensitzes,

μ der Reibungs-Koeffizient.

Es muſs nun das Moment der Reibung gleich dem Torsions-Moment der Welle sein; wir haben also:

$$2p \,.\, \mu \,.\, \tfrac{1}{2} d'' = \tfrac{1}{16} \pi d^3 \,.\, k',$$

$$p = \tfrac{1}{16} \frac{\pi d^3 \,.\, k'}{d'' \mu}.$$

Die Nabe muſs stark genug sein, um diesen Druck mit Sicherheit aushalten zu können, und es ist also zu setzen:

$$(D - d') l \,.\, k = \tfrac{1}{16} \frac{\pi d^3 \,.\, k'}{d'' \mu}.$$

Nehmen wir wieder $l = \alpha D$, $d' = \beta d$ und $d'' = \gamma d$, so folgt:

$$D = \tfrac{1}{2} \beta d \left[1 + \sqrt{\left(\tfrac{1}{4} \frac{\pi}{\mu} \,.\, \frac{k'}{k} \,.\, \frac{1}{\alpha \,.\, \beta^2 \gamma} + 1\right)}\right]$$

$$\delta = \frac{D - \beta d}{2} = \tfrac{1}{4} \beta d \left[\sqrt{\left(\tfrac{1}{4} \frac{\pi}{\mu} \,.\, \frac{k'}{k} \,.\, \frac{1}{\alpha \beta^2 \gamma} + 1\right)} - 1\right].$$

Bei ausgebohrten Naben ist $d'' = d'$, folglich $\beta = \gamma$; die Stelle, auf welcher die Nabe befestigt wird, ist gewöhnlich ein wenig stärker als der übrige Theil der Welle, so daſs β etwa gleich $\frac{7}{6}$ zu nehmen ist; setzt man endlich wie vorhin $\alpha = \frac{3}{4}$; $\mu = 0{,}16$, so folgt:

$$1)\ \delta = \tfrac{7}{24} d \left[\sqrt{\left(4{,}12 \frac{k'}{k} + 1\right)} - 1\right].$$

Bei Naben, welche ringsum durch Keile auf der Welle befestigt werden, ist der Nabensitz nicht stärker als die Welle; dagegen ist die innere Höhlung der Nabe etwa $\frac{5}{4}$ von der Wellenstärke. Setzt man also hier $\gamma = 1$; $\beta = \frac{5}{4}$; α und μ wie vorhin, so folgt

$$2)\ \delta = \tfrac{5}{16} d \left[\sqrt{\left(4{,}19 \frac{k'}{k} + 1\right)} - 1\right].$$

Setzt man $k' = k$, so liefert die erste Formel: $\delta = 0{,}37 d$, die zweite $0{,}4 d$; setzt man $k' = 10000$, $k = 7000$, so erhält man $\delta = 0{,}47 d$ und $\delta = 0{,}51 d$. Führt man anstatt des Wellen-Durchmessers d den Durchmesser der innern Höhlung ein, so bekommt man:

a) wenn Nabe und Welle aus **aus demselben Material sind** ($k' = k$):

für passend ausgebohrte Naben . . $\delta = \mathbf{0{,}37\,d} = 0{,}31\,d'$

„ Naben mit Spielraum und Keilen $\delta = \mathbf{0{,}4\,d} = 0{,}32\,d'$

b) wenn die Nabe von **Gufseisen**, die Welle von **Schmiedeeisen** ist ($k' = 10000$, $k = 7000$):

für passend ausgebohrte Naben . . $\delta = \mathbf{0{,}47\,d} = 0{,}40\,d'$

„ Naben mit Spielraum und Keilen $\delta = \mathbf{0{,}51\,d} = 0{,}41\,d'$;

c) für **gufseiserne** Naben auf **hölzernen** Wellen ist $k' = 1000$, $k = 7000$ zu setzen; man macht hier den Nabensitz nicht gröfser als den Wellen-Durchmesser, also $\gamma = 1$, und giebt auf allen Seiten einen Spielraum zwischen Nabe und Welle gleich $\frac{1}{24}d$, so dafs $\beta = \frac{13}{12}$ zu nehmen ist; setzt man noch $\alpha = \frac{1}{2}$, so findet man:

$$\delta = \mathbf{0{,}13\,d} = 0{,}12\,d'.$$

Rundet man die eben gefundenen Zahlen für die Praxis ab, so bekommen die Naben die Verhältnisse, welche folgende Tabelle enthält:

XXI. Tabelle

über die Verhältnisse der Naben, wenn der Durchmesser der Welle $= d$ ist:

Konstruktion der Nabe	Material der Welle	Material der Nabe	Durchmesser des Nabensitzes d''	Durchm. der Höhlung der Nabe d'	Aeufserer Durchmesser der Nabe D	Länge der Nabe l	Wandstärke der Nabe
Passend ausgebohrt	Schmiedeeisen Gufseisen	Schmiedeeisen Gufseisen	$\frac{7}{6}d$	$\frac{7}{6}d$	$1\frac{11}{12}d$	$1\frac{1}{2}d$	$\frac{3}{8}d$
Desgleichen	Schmiedeeisen	Gufseisen	$\frac{7}{6}d$	$\frac{7}{6}d$	$2\frac{1}{6}d$	$1\frac{5}{8}d$	$\frac{1}{2}d$
Nabe mit Zwischenraum u. Keilen	Schmiedeeisen Gufseisen	Schmiedeeisen Gufseisen	d	$\frac{5}{4}d$	$2\,d$	$1\frac{1}{2}d$	$\frac{3}{8}d$
Desgleichen	Schmiedeeisen	Gufseisen	d	$\frac{5}{4}d$	$2\frac{1}{4}d$	$1\frac{5}{8}d$	$\frac{1}{2}d$
Desgleichen	Holz	Gufseisen	d	$\frac{13}{12}d$	$1\frac{1}{3}d$	$\frac{13}{24}d$	$\frac{1}{8}d$

Hiernach ist die Wandstärke der Naben gleich $\frac{3}{8}d$, wenn Nabe und Welle aus demselben Material sind; gleich $\frac{4}{8}d$, wenn die Welle von Schmiedeeisen, die Nabe von Gufseisen; gleich $\frac{1}{8}d$, wenn die Welle von Holz, die Nabe von Gufseisen ist. Die Länge der Nabe beträgt beziehlich das 4,

$3\frac{1}{4}$ und $4\frac{1}{3}$fache der Wandstärke. Dies Verhältnifs für die Länge der Nabe ist oft noch von andern Rücksichten abhängig, wie z. B. bei den Naben der Zahnräder; das hier festgestellte ist als das kleinste zu betrachten.

Obwohl die hier berechneten Verhältnisse für cylindrische Wellen und für Naben gelten, welche nur durch die Reibung der Keile gehalten werden, so behält man sie doch auch für andere Formen und Konstruktionen bei, da sie mit der Annahme der Praxis sehr gut übereinstimmen.

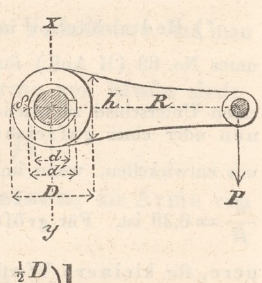
Ueber die Naben-Dimensionen für hohle Wellen siehe den § 118 bei Taf. 17. Fig. 13.

Berechnung der Arme für Naben und Wellkränze.

§ 116. Zuweilen schliefsen sich an die Nabe unmittelbar Arme (fr. *bras* — engl. *arms*) an, durch welche der Druck entweder von der Welle weiter übertragen wird, oder welche den Druck an die Welle übertragen. Der Querschnitt solcher Arme ist gewöhnlich rechteckig, oder auch T- oder kreuzförmig; man stellt jedoch immer nur den rechteckigen Querschnitt in Rechnung, und vernachlässigt etwaige Verstärkungsrippen.

Bezeichnet man die Anzahl der Arme, auf welche sich der Druck vertheilt, mit . . . . z,
die Höhe der Arme, d. i. die Dimension in der Richtung des Druckes mit . . . . h,
die Dicke der Arme mit . . . . c,
die Länge der Arme vom Mittelpunkt der Welle gemessen mit . . . . R,
den Durchmesser der Welle mit . . . . d,
den äufsern Durchmesser der Nabe mit . . . . . D,

so ist der Druck am Ende des Hebelarms R aus dem Torsions-Momente der Welle zu finden, und da die Anhaftungsfläche des Armes an der Nabe die Bruchfläche des Armes ist, so ergiebt sich nach einer einfachen Betrachtung



$$\tfrac{1}{16}\,\frac{\pi d^3}{Rz}\,(R-\tfrac{1}{2}D)\,k' = \tfrac{1}{6}ch^2\,.\,k,$$

nimmt man $c = xh$, so findet sich:

$$h = 1{,}05\,d\sqrt[3]{\left[\frac{1}{z\,.\,x}\,.\,\frac{k'}{k}\left(1-\frac{\frac{1}{2}D}{R}\right)\right]},$$