In dem Folgenden werden wir das Gesagte durch einige Beispiele erläutern, und zwar

1) die festen Kuppelungen,
2) die lösbaren Kuppelungen,
3) die Friktions-Kuppelungen

besprechen.

Feste Kuppelungen.

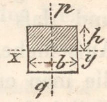
§ 112. Von der grofsen Menge von Konstruktionen, welche man nach den Andeutungen des vorigen Paragraphen zur festen Kuppelung zweier Wellen anwenden kann, wollen wir hier nur einige als Beispiele herausheben und erörtern:

1) Kuppelung durch Ueberblatten.

Taf. 15. Fig. 1 zeigt eine Kuppelung mit quadratischen Köpfen, welche überblattet sind. Taf. 15. Fig. 1. Man schneidet die Kuppelungsköpfe der beiden Wellen in einer Ebene, welche durch die Drehaxe geht, zur Hälfte aus, legt sie aufeinander und bolzt sie zusammen. Der Querschnitt der zusammengestellten Kuppelung ist gewöhnlich ein Quadrat, folglich der Querschnitt des Kuppelungskopfes jeder Welle ein Rechteck. Bezeichnen wir die Breite dieses Rechtecks, in der Fuge der Zusammenblattung gemessen, mit b, die andere Dimension mit h, so ist, wenn die Kuppelung nach der Zusammenfügung einen quadratischen Querschnitt haben soll,

$$h = \tfrac{1}{2} b.$$

Der rechteckige Querschnitt des Kuppelungskopfes mufs der Torsion widerstehen, doch findet die Torsion nicht um eine durch den Schwerpunkt gehende Axe Statt. Nach Anleitung der Entwickelung auf S. 234 und 235 findet man ohne Schwierigkeit das Torsionsmoment für diesen Fall gleich der Summe der Biegungs-Momente des Rechteckes in Bezug auf die Axe xy und in Bezug auf die Axe pq. Man hat aber das Biegungs-Moment in Bezug auf xy nach der Regel in § 90 S. 202: und nach S. 204 No. 3:



$$= \tfrac{1}{12} b h^3 + b h \,.\, (\tfrac{1}{2} h)^2,$$

das Biegungs-Moment in Bezug auf pq:

$$= \tfrac{1}{12} h b^3,$$

folglich das Torsions-Moment des Querschnitts:

$$= \tfrac{1}{12} b h^3 + \tfrac{1}{4} b h^3 + \tfrac{1}{12} h b^3 = \tfrac{1}{12} b h (4 h^2 + b^2).$$

Setzt man $h = \frac{1}{2} b$, und bezeichnet, wie früher die Spannung im Abstande $= 1$ von der Drehaxe mit s, so hat man für das Torsions-Moment:

$$s \cdot \tfrac{1}{12} b^4.$$

Es ist aber die Entfernung y' der äufsersten Faserschicht von der neutralen Axe $\sqrt{(\frac{1}{4} b^2 + h^2)} = \frac{1}{2} b \sqrt{2}$ und es folgt daher das Widerstands-Moment gegen Torsion nach S. 235 und 236, indem man für s den Werth $\frac{s'}{y'} = \frac{s'}{\frac{1}{2} b \sqrt{2}}$ substituirt.

Dieses Widerstands-Moment mufs wenigstens gleich demjenigen sein, welches der auf Torsion berechnete Halszapfen besitzt; bezeichnet man den Durchmesser desselben mit d, so hat man nach S. 236:

$$\tfrac{1}{6} \frac{s'}{\sqrt{2}} \cdot b^3 = \tfrac{1}{16} \pi s'' d^3,$$

worin s' und s'' die Spannungen in den äufsersten Faserschichten bezeichnen. Nehmen wir diese Spannungen gleich grofs, indem sie höchstens den Werth k erreichen dürfen, so folgt:

$$b = d \sqrt[3]{\left(\frac{22}{7} \cdot \frac{b\sqrt{2}}{16}\right)} = 1{,}41\, d,$$

wofür $\boldsymbol{b = 1{,}5\, d}$

genommen werden kann.

Den Schraubenbolzen giebt man passend einen Durchmesser, etwa gleich $\frac{1}{4} d$; sie haben nur das Gewicht der angekuppelten Welle zu tragen. Die Länge des Kuppelungskopfes kann man $\boldsymbol{l = 1{,}25\, d + 2}$ **Zoll** machen. Die übrigen Verhältnisse zeigt die Figur.

Kuppelung durch Ueberblatten mit cylindrischem
Taf. 15. Fig. 2. Kopfe (Taf. 15. Fig. 2). Diese Kuppelung unterscheidet sich von der vorigen dadurch, dafs die Kuppelungsköpfe cylindrisch sind, und dafs die Vereinigung der beiden Wellen gewöhnlich durch Aufschieben einer gufseisernen Hülse oder Muffe bewirkt wird, die man entweder durch eine Klemmschraube oder durch einen Keil befestigt. Diese Muffe dient hier nicht zur Bewegungs-Uebertragung, sie hat vielmehr nur das Gewicht der getriebenen Welle zu tragen. Der Durchmesser des Kuppelungskopfes bestimmt sich in ganz ähnlicher Weise, wie bei der vorigen Kuppelung. Bezeichnet man denselben mit d', den Durchmesser des auf Torsion berechneten Zapfens mit d, so ist das Widerstands-Moment gegen Torsion für die halbkreisförmige Anhaftungsfläche des Kuppelungkopfes $\frac{1}{32} \pi s'' d'^3$, und das Widerstands-Moment des Zapfens $\frac{1}{16} \pi s' d^3$.

Nimmt man wieder die Spannungen in den äufsersten Faserschichten s' und s'', in beiden Theilen gleich grofs, so folgt $\frac{1}{32}\pi d'^3 = \frac{1}{16}\pi d^3$

$$d' = d\sqrt[3]{2} = 1{,}26\,d,$$

wofür man in runder Zahl

$$\boldsymbol{d' = 1{,}25\,d}$$

nehmen kann.

Die Wandstärke der Muffe läfst sich durch Rechnung nur feststellen, wenn man die Belastung kennt, welche sie zu tragen hat. In den meisten Fällen giebt jedoch die Rechnung eine viel geringere Dimension, als man vermöge des Materials auszuführen vermag; man wird eine angemessene Wandstärke bekommen, wenn man dieselbe gleich $\frac{1}{4}$ Zoll macht, und für jeden Zoll des Zapfen-Durchmessers noch 3 Linien hinzufügt. Die übrigen Dimensionen lassen sich ebenfalls nur empirisch feststellen. Man hat dann folgende Verhältnisse*):

Durchmesser des Zapfens . . . . $= d$,
Durchmesser des Kuppelungskopfes $d' = 1{,}25\,d$,
Länge der Muffe . . . $l = d' + 2$ Zoll $= 1{,}25\,d + 2$ Zoll,
Wandstärke derselben . . . . . . $\delta = \frac{1}{4}d + \frac{1}{4}$ Zoll,
Aeufserer Durchmesser derselben . $D = 1{,}75\,d + \frac{1}{2}$ Zoll,
Breite und Höhe des Keiles . . . . $k = \frac{1}{12}d + \frac{1}{4}$ Zoll.

Diese Kuppelung empfiehlt sich durch Einfachheit und gehört zu den besten Konstruktionen für steife Kuppelungen.

2) Kuppelung durch Zusammenstecken.

(Taf. 15. Fig. 3). Man macht den Kuppelungskopf der treibenden Welle gewöhnlich cylindrisch, schiebt das passend ausgebohrte Ende der getriebenen Welle darauf, und schlägt quer hindurch einen Keil von Stahl. Bezeichnet d den Durchmesser des Zapfens, d' den Durchmesser des Kuppelungskopfes, b die Breite des Keils, Taf. 15. Fig. 3.

---

*) Redtenbacher giebt in seinen Resultaten für den Maschinenbau folgende Verhältnisse:

Durchmesser der getriebenen Welle . . . $= d$,
Durchmesser des Kuppelungskopfes . . . $d' = 1{,}25\,d$,
Länge der Muffe . . . . $l = 2{,}7 + 1{,}9\,d$,
Wandstärke derselben . . . . $\delta = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}d$,
Aeufserer Durchmesser derselben . . . . $D = 1 + 1{,}92\,d$,
Breite des Keils . . . . $k = 0{,}9\,\delta$,
Dicke desselben . . . . $h = \frac{1}{2}k$.

Die Maafse sind Centimètres. Die Wandstärke und die Länge der Muffe so wie die Dimensionen des Keils fallen bei gröfserem Zapfen-Durchmesser hiernach etwas kolossal aus.

so findet man das Torsions-Moment des Kuppelungskopfes an der Stelle, wo derselbe durch die Keilöffnung geschwächt ist (S. 235):

$$\frac{\frac{1}{32}\pi k d'^4 - \frac{1}{12} k b d'(b^2 + d'^2)}{\frac{1}{2} d'}.$$

Nimmt man die Stärke des Keils $b = \frac{1}{4} d'$ und setzt man dieses Widerstands-Moment gleich demjenigen des Zapfens, so hat man:

$$\frac{1}{16}\pi d'^3 - \frac{17}{16 \,.\, 24} d'^3 = \frac{1}{16}\pi d^3,$$

$$d' = 1{,}09\, d,$$

wofür man $d = 1{,}1\, d$ nehmen kann.

In ähnlicher Weise läfst sich die Wandstärke der Höhlung auf Torsion bestimmen. Bezeichnet nämlich D den äufsern Durchmesser der Hülse, so hat man, wenn die Keilöffnung vernachlässigt wird:

$$\frac{1}{16}\pi k \frac{D^4 - d'^4}{D} = \frac{1}{16}\pi k d^3,$$

$$D^3 - \frac{d'}{D} d'^3 = d^3,$$

Setzen wir hier $\frac{d'}{D}$ näherungsweise $= 1$, wodurch D ein wenig zu grofs gefunden werden würde, so ergiebt sich:

$$D = d\sqrt[3]{(1 + (1{,}1)^3)} = 1{,}33\, d.$$

Die Wandstärke δ würde also sein:

$$\delta = \frac{D - d'}{2} = \frac{0{,}23}{2} d, \text{ oder nahezu } \frac{1}{8} d.$$

Aus praktischen Rücksichten fügt man der berechneten Stärke noch $\frac{1}{2}$ Zoll hinzu, so dafs man setzen kann:

$$\delta = \frac{1}{8} d + \frac{1}{2} \text{ Zoll},$$

$$D = 1{,}35\, d + 1 \text{ Zoll}.$$

Um die Höhe des Keils zu finden, ist zu beachten, dafs derselbe auf Abschneiden oder Absplittern in Anspruch genommen wird. Ist nämlich der Keil nicht stark genug, um dem bei der Uebertragung der Bewegung Statt findenden Druck gehörig Widerstand leisten zu können, so wird dieser Druck die getriebene Welle festhalten, während die treibende Welle sich mit dem Kuppelungskopf in der Höhlung dreht und den Keil in der cylindrischen Fuge fortdrückt, so dafs die einzelnen Theile desselben in ihren Sitzen stecken bleiben; es werden dabei zwei Trennungsflächen entstehen, und wenn wir die Widerstandsfähigkeit gegen Absplittern nach S. 249 gleich der Hälfte derjenigen auf Abreifsen setzen, diese aber für das Material des Keils mit k' bezeichnen, so ist die Belastung, welche der Keil mit Sicherheit aushalten kann, $2 \, . \, bh \, . \, \frac{1}{2} k' = bhk'$. Der in der Fuge wirksame Druck ist aber leicht aus dem Torsions-Moment zu bestimmen, wenn man dasselbe durch den Abstand der Fuge, d. i. durch $\frac{1}{2} d' = \frac{1}{2} \, . \, 1{,}1 d$ dividirt. Man hat sodann:

$$\frac{\pi d^3 \, . \, k}{16 \, . \, \frac{1}{2} \, . \, 1{,}1 d} = bh \, . \, k' = \frac{1}{4} d \, . \, hk'$$

$$h = \frac{10}{7} \, . \, \frac{k}{k'} \, d.$$

Ist der Keil aus Stahl, so kann man nach der Tabelle XI (S. 192) setzen $k' = 18000$, und es folgt:

für Wellen von Schmiedeeisen $k = 10000$; $\boldsymbol{h = 0{,}80 d}$,

„ Wellen von Gufseisen . . $k = 7000$; $\boldsymbol{h = 0{,}56 d}$.

Diese Kuppelung ist überhaupt nur bis zu einem Zapfen-Durchmesser von etwa 4 Zollen anwendbar, weil für gröfsere Durchmesser die Dimensionen des Keils sehr beträchtlich werden.

Will man das Prinzip des Zusammensteckens für stärkere Wellen anwenden, so sucht man den Keil dadurch entbehrlich zu machen, dafs man dem Kuppelungskopf und der Höhlung eine Form giebt, durch welche das Mitnehmen der getriebenen Welle an und für sich bedingt wird. Die Figuren 4 bis 7 auf Taf. 15 geben Beispiele von dergleichen Konstruktionen, welche sich vorzugsweise für gufseiserne Wellen eignen. Der Kuppelungskopf und die entsprechende Höhlung kann im Querschnitt entweder quadratisch (Fig. 4) oder kreisförmig mit parallel abgeschnittenen Segmenten (Fig. 5) oder mit Vorsprüngen (Fig. 6) konstruirt werden. Zuweilen macht man auch wohl die Hülse an der treibenden Welle, und stekt den Kuppelungskopf der getriebenen Welle hinein (Fig. 6). Die Form der Vorsprünge in der Hülse und der Einschnitte im Kuppelungskopf, welche in Fig. 6 dargestellt ist, kann man in mannigfacher Weise variiren, und es ist nicht schwer, daraus die Konstruktion abzuleiten, welche Fig. 7 zeigt. Die Enden der beiden zu kuppelnden Wellen sind hier ganz gleich gestaltet; die Hülse und der Kuppelungskopf sind in die Form von cylindrischen Scheiben übergegangen, die an ihrer Grundfläche mit Vorsprüngen versehen sind; jeder dieser Vorsprünge nimmt einen Quadranten der Scheibe ein, und die Vorsprünge der einen Scheibe greifen in die Zwischenräume zwischen den Vorsprüngen der andern Scheibe hinein.

Taf. 15. Fig. 4 bis 7.

3) Kuppelung durch ganze Muffen.

Die unter der vorigen Nummer mitgetheilten Kuppelungen haben den Uebelstand, dafs das Zusammenfügen derselben nur möglich ist, indem man eine der beiden Wellen der Länge nach verschiebt. Die Aufstellung langer Wellenleitungen bietet daher bei der Anwendung dieses Systems einige Schwierigkeit dar; auch eignet sich dasselbe nicht wohl für den Fall, wo die beiden Wellenenden in ihren Lagern fest liegen. Man zieht unter solchen Umständen die Befestigung durch ein Hülfsstück vor, indem man eine Muffe auf die beiden gleich geformten Kuppelungsköpfe der Wellenenden aufschiebt, und, bei quadratischen Wellen durch eine Schraube, bei cylindrischen durch einen Keil oder durch Nuth und Feder befestigt. Es mufs dann auf der angekuppelten Welle Platz genug sein, dafs man die Muffe um so viel zur Seite schieben kann, als sie bei der Zusammenstellung über die andere Welle übergreifen soll.

Taf. 15. Fig. 8. Taf. 15. Fig. 8 und 9 zeigen dergleichen Anordnungen für Wellen bis zu etwa 3 Zoll Durchmesser. Fig. 8 ist eine feste Kuppelung mit cylindrischer Muffe, welche auf die abgedrehten cylindrischen Kuppelungsköpfe genau aufgepafst, und gegen das Drehen durch Federn gesichert ist. In jedes der beiden Wellenenden ist nämlich eine prismatische Feder von Stahl oder von eingesetztem Eisen (S. 274) eingelegt, welche in eine entsprechende Nuth der Muffe einfafst; nachdem die Muffe in die richtige Lage gebracht worden ist, schraubt man eine kleine Schraube von Aufsen hinein, deren Ende zwischen die beiden Federn fafst und so das Verschieben der Muffe nach der Seite verhindert. Die Federn werden auf Absplittern in Anspruch genommen; ist die Belastung für die Flächeneinheit, welche das Material mit Sicherheit gegen Abreifsen aushalten könnte, k', und ist l die Länge der Muffe, folglich $\frac{1}{2}l$ gleich der Länge der Feder, welche in jedem Wellenende steckt, b aber die Breite der Feder, so hat man ähnlich wie unter No. 2 auf S. 299:

$$\tfrac{1}{2}k' \cdot b\tfrac{1}{2}l = \tfrac{1}{8}\pi d^2 \cdot k,$$

(da $\frac{1}{8}\pi d^2 k$ der Druck an der Peripherie der Welle ist, welcher auf Absplittern wirkt) folglich:

$$b \cdot \tfrac{1}{2}l = \tfrac{1}{4}\pi d^2 \cdot \frac{k}{k'} = 0{,}783\, d^2 \cdot \frac{k}{k'},$$

setzt man $b = 0{,}3\,d$, so findet sich, wenn man k' für Stahl zu 18000 annimmt (S. 192), abgerundet:

für schmiedeeiserne Wellen $l = 3d$*),
„ gufseiserne Wellen . . $l = 2d$.

Fig. 9 zeigt eine feste Kuppelung mit quadratischer Muffe. Die Höhlung der Muffe ist des leichten Bearbeitens wegen in der Mitte erweitert, so dafs nur die äufsern Ränder derselben in einer Breite von etwa $\frac{3}{4}d$ genau bearbeitet und auf die Kuppelungsköpfe aufgepafst zu werden brauchen. Das Verschieben nach der Seite ist durch einen Stift verhindert, welcher zwischen die beiden Wellenenden fafst, und von Aufsen an der Muffe festgeschraubt wird. Taf. 15. Fig. 9.

Taf. 15. Fig. 10 stellt eine feste Kuppelung für quadratische Wellen dar, welche eine sehr sichere Unterstützung der getriebenen Welle darbietet. Die Muffe hat in der Mitte eine Scheidewand, welche centrisch ausgebohrt ist; die Wellenenden sind cylindrisch und genau passend abgedreht, und ruhen in dieser Durchbohrung. Der abgedrehte Theil der einen Welle mufs so lang sein, dafs man die Muffe weit genug zur Seite schieben kann, um das andere Wellenende frei zu machen. Ein Bolzen, welcher durch die Muffe und die Welle gezogen wird, hindert nach der Zusammenstellung der Konstruktion das Verschieben nach der Seite. Taf. 15. Fig. 10.

Eine feste, aber biegsame Kuppelung ist auf Taf. 15. Fig. 11 in $\frac{1}{16}$ der natürlichen Gröfse gezeichnet. Diese Kuppelung wird gewöhnlich für Walzwerke angewendet**). Die Walzen liegen in Gerüsten, in welchen sie verstellbar sind; sie werden durch eine Wellenleitung getrieben, welche in ihren Lagern fest liegt und dem Auf- und Niedergange der Walzen nicht folgen kann; um nun ein Klemmen beim Verstellen der Walzen zu vermeiden, legt man zwischen den Kuppelungskopf der treibenden Welle und den Kuppelungskopf der Walzen eine kurze Welle ein, welche an beide Theile durch Muffen angekuppelt ist, keine weitere Unterstützung erhält, und welche wenigstens so lang sein mufs, dafs man die beiden Muffen darauf vollständig zurückschieben kann, wenn die Zwischenwelle eingelegt oder wieder herausgenommen werden soll. Die Muffen sind von Gufseisen, äufserlich cylindrisch, im Innern mit vier halbkreisförmigen Federn versehen, welche in die entsprechende Nuthen der Welle und der Kuppelungsköpfe eingreifen. Um ein Zurückschieben der Muffen während des Ganges zu vermeiden, legt man in die Nuthen der Welle Holzdrempel ein, welche durch umgeschnürte Riemen festgehalten werden. Die hier gezeichnete Taf. 15. Fig. 11.

---

*) Vergl. die Berechnung der Keile für Naben in § 117.
**) W. Salzenberg Vorträge über Maschinenbau S. 61.

Kuppelung überträgt 20 Pferdekräfte bei 80 Umdrehungen in einer Minute.

4) Kuppelung durch getheilte Muffen.

Wenn der Raum, um welchen die Kuppelungsmuffe behufs der Zusammenstellung verschoben werden kann, sehr beschränkt ist, so pflegt man die Muffe wohl zu theilen, und zwar durch eine Ebene, welche normal zur Axe der Welle ist. Es bilden sich dann zwei Hälften, von denen jede auf einem der beiden Kuppelungsköpfe befestigt wird, und welche in passender Weise in einander greifen müssen. Man kann für diesen Zweck die in Fig. 6 und 7 auf Taf. 15 gegebenen Konstruktionen nachahmen, indem man die eigenthümlich gestalteten Kuppelungsköpfe nicht mit der Welle in einem Stück, sondern als besonders aufgeschobene Theile konstruirt. Als
Taf. 12. Fig. 12. Beispiel für derartige Konstruktionen möge die auf Taf. 15. Fig. 12 gezeichnete Kuppelung dienen. Diese Kuppelung wird in der Maschinen-Werkstatt der Gebrüder Sharp (Sharp-Brothers, früher Sharp-Roberts) in Manchester für Wellen von $1\frac{1}{2}$ bis 8 Zoll Durchmesser ausgeführt*). Die beiden Theile der Kuppelungsmuffe sind einander ganz gleich, sie werden auf den runden Wellen mittelst Nuth und Keil befestigt; die normal zur Wellenaxe stehende Stirnfläche jedes Theiles ist mit vier hervorragenden Zähnen versehen, welche eben soviel Zwischenräume lassen; die Zähne und die Zwischenräume bilden Sektoren, deren Bogen $\frac{1}{8}$ der Peripherie beträgt; sie haben also kongruente Querschnitte, und es passen daher die Zähne des einen Theils genau in die Zwischenräume des andern. Bis zur Hälfte der Höhe der Zähne (parallel mit der Wellenaxe gemessen) sind dieselben mit einem kreisförmigen Mantel umschlossen, so dafs hier die Zwischenräume als Höhlungen einer Buchse, die Zähne aber als Scheidewände erscheinen; die über diesen Mantel hervorragenden Zähne des einen Theils schieben sich in jene Höhlungen des andern, so dafs man nach der Zusammenstellung der Konstruktion die Zähne von aufsen nicht sieht, sondern nur die kreisförmige Fuge wahrnimmt, in welcher sich die Mäntel treffen. In der obengenannten Fabrik werden diese Kuppelungen in den Dimensionen ausgeführt, welche folgende Tabelle giebt. Die Buchstaben bedeuten die in der Figur 12 damit bezeichneten Theile:

---

*) W. Salzenberg Vorträge über Maschinenbau S. 76.

XX. Tabelle

über die Dimensionen von Wellen-Kuppelungen aus der Fabrik der Gebrüder Sharp in Manchester:

Durchmesser der Wellen in Zollen	Dimensionen der Kuppelung in Linien					
	a.	b.	c.	d.	e.	f.
$1\frac{1}{2}$ bis $1\frac{3}{4}$	90	60	52	45	20	4
2 „ $2\frac{1}{4}$	105	73	64	55	21	$4\frac{1}{2}$
$2\frac{1}{2}$ „ $2\frac{3}{4}$	120	87	76	65	23	$5\frac{1}{2}$
3 „ $3\frac{1}{2}$	135	100	88	75	25	6
4 „ $4\frac{1}{2}$	165	127	113	96	28	7
5 „ 6	194	154	137	116	31	$8\frac{1}{2}$
7 „ 8	254	208	186	157	38	11

Die Resultate dieser Tabelle lassen sich hinreichend genau wiedergeben durch folgende Verhältnisse, welche berechnet worden sind, indem wir den kleinsten der beiden zusammenstehenden Zapfen-Durchmesser zum Grunde legten:

Durchmesser der Welle . . . . D,

Länge der Kuppelung nach dem Zusammenstellen . . . . $a = 2\frac{1}{2}D + 45$ Lin.,

Gröfster Durchmesser der Muffe . . . $b = 2\frac{1}{4}D + 20$ „

Aeufserer Durchmesser der Zähne . . $c = 2\,D + 16$ „

Kleinster Durchmesser der Muffe . . $d = 1\frac{3}{4}D + 12$ „

Ganze Höhe der Zähne . . . . $e = \frac{1}{4}D + 16$ „

Wanddicke des Mantels . . . . $f = \frac{1}{8}D + 2$ „

$$= \frac{b - c}{2}$$

Eine Kuppelung mit normal zur Welle getheilter Muffe, welche eine sehr grofse Biegsamkeit besitzt, zeigt Taf. 15. Fig. 13. Taf. 15. Fig. 13.
Die beiden Theile der Muffe sind Scheiben, welche in angemessener Weise auf den Wellenenden befestigt und an ihrer Stirnfläche mit einer diametralen Nuth von rechteckigem Querschnitt versehen sind. Eine dritte Scheibe hat auf beiden Seiten vorspringende Rippen, welche in die Nuthen jener Muffentheile einfassen, und dadurch die Bewegungs-Uebertragung vermitteln; die Rippen liegen in Durchmessern, welche rechtwinklig zu einander sind. Es müssen hier beide Wellen in der Nähe der Kuppe-

lung unterstützt sein, weil die lose eingesetzte Scheibe die getriebene Welle nicht in allen Lagen gehörig unterstützt. Die Länge der Höhlung, durch welche die beiden Muffentheile auf der Welle durch Nuth und Feder befestigt sind, ist genau wie auf S. 300 bei Fig. 8 zu berechnen, sie beträgt

für schmiedeeiserne Wellen . . . . $\frac{1}{2}l = 1{,}5d$,
„ gufseiserne Wellen . . . . $\frac{1}{2}l = d$,

wenn d den auf Torsion berechneten Wellen-Durchmesser bezeichnet. Nennt man b die Breite der Rippe, also auch der Nuth in den Muffen, d' aber den Durchmesser der Scheibe, so wird das Widerstandsmoment, mit welchem die rechteckige Rippe der Torsion widersteht, gleich demjenigen des Zapfens sein müssen. Man hat hiernach (S. 236):

$$\tfrac{1}{16}\pi s' d^3 = \tfrac{1}{6}\frac{s'' b d'}{\sqrt{(b^2 + d'^2)}} \cdot [d'^2 + b^2].$$

Nimmt man wieder $s' = s''$ (wie bei Fig. 1 und 2), und setzt man:

$$b = \tfrac{1}{4}d,$$

so folgt:

$$d' = 1{,}62d.$$

Man vermehrt den Durchmesser gewöhnlich noch um $\frac{1}{4}$ Zoll, so dafs man setzen kann:

$$\boldsymbol{d' = 1{,}6d + \tfrac{1}{4}}\ \textbf{Zoll.}$$

5) Kuppelung durch Schienen.

Wenn es überhaupt nicht möglich ist, die ganzen, oder auch die getheilten Muffen zur Seite zu schieben, so bleibt nichts anders übrig, als die Welle dadurch zu kuppeln, dafs man über beide Wellenenden Schienen legt, und diese durch Bolzen zusammenzieht.
Taf. 15. Fig. 14. Eine sehr einfache Konstruktion zeigt Taf. 15. Fig. 14. Die beiden Schienen werden auf Torsion in Anspruch genommen, und ihr Widerstandsmoment mufs gleich dem des Zapfens sein. Nennt man die Stärke der Schienen δ, so ist die Höhe der ganzen Kuppelung $d + 2\delta = H$; setzt man die Breite der Schienen mit Vernachlässigung des zu beiden Seiten für die Bolzenlöcher überstehenden Randes $= d$, so ergiebt sich (nach der Regel auf S. 235 und nach S. 208 No. 21, sowie mit Rücksicht darauf, dafs der Abstand der äufsersten Faserschicht von der neutralen Axe $= \frac{1}{2}H\sqrt{2}$ ist) das Widerstandsmoment gegen Torsion:

$$\frac{\tfrac{1}{12}d(H^3 - d^3) + \tfrac{1}{12}(H - d)d^3}{\tfrac{1}{2}H\sqrt{2}}\, s,$$

setzt man dies gleich dem Widerstandsmoment des Zapfens gegen Torsion und nimmt man wieder die Spannungen in den äufsersten Faserschichten gleich grofs an, so findet sich:

$$\frac{1}{6H}[H^3 - d^3 + (H-d)d^2] = \tfrac{1}{16}\sqrt{2}\,.\,\pi d^2$$
$$H^3 - \tfrac{2}{3}d^2 H - 2d^3 = 0,$$

woraus sich mittelst der Cardanischen Formel ergiebt:

$$H = 1{,}26\,d.$$

Die Stärke der Schienen ist also $\delta = \frac{H-d}{2} = \frac{1}{8}d$; aus konstruktiven Gründen ist es rathsam, diese Stärke um etwa $\frac{1}{8}$ Zoll zu vermehren, also zu nehmen:

$$\boldsymbol{\delta = \tfrac{1}{8}d + \tfrac{1}{8}\ \textbf{Zoll},}$$
$$\boldsymbol{H = \tfrac{5}{4}d + \tfrac{1}{4}\ \text{„}}$$

Die Bolzen werden auf Zerreifsen in Anspruch genommen. Der Druck, welcher auf Zerreifsen wirkt, wird gefunden, wenn man das Torsionsmoment durch den Abstand des Angriffspunkts von der Drehaxe $\frac{1}{2}d\sqrt{2}$ dividirt; er ist also:

$$P = \tfrac{1}{8}\frac{\pi}{\sqrt{2}}d^2\,.\,s'.$$

Nehmen wir im Ganzen acht Bolzen an, so hat jeder einen Druck von $\frac{1}{8}P$ auszuhalten, und man findet die Bolzenstärke nach der Formel auf S. 97:

$$\delta' = 0{,}018\sqrt{(\tfrac{1}{8}P)} = 0{,}018\sqrt{\left(\frac{\pi}{64\sqrt{2}}\,.\,d^2\,.\,s'\right)},$$
$$= 0{,}0033\,d\sqrt{s'}.$$

Nimmt man die Spannung der äufsersten Faserschicht für schmiedeeiserne Wellen $s' = 10000$ Pfund, für gufseiserne Wellen $s' = 7000$ Pfund, so hat man die Bolzenstärke:

für schmiedeeiserne Wellen $\delta' = 0{,}33\,d$,
„ gufseiserne Wellen . . $\delta' = 0{,}28\,d$,

wofür man durchschnittlich

$$\boldsymbol{\delta' = 0{,}3\,d}$$

setzen kann.

Man ordnet die Schienen auch wohl in der Weise an, wie Fig. 15 und 16 auf Taf. 15 zeigen. Fig. 15 stellt eine Schienenkuppelung für quadratische Wellen dar. Jede Schiene umgreift zwei Seiten des Quadrates; in Fig. 16 ist eine ähnliche Anordnung für Wellen von kreisförmigem Querschnitt gezeichnet. Um die Wellen gehörig zu centriren, steckt man in der Mitte einen genau abgedrehten Zapfen in beide Wellen ein. Die beiden Figuren 15 und 16 sind in $\frac{1}{12}$ der natürlichen Gröfse gezeichnet. Die Kuppe- Taf. 15. Fig. 15 und 16.

lung Fig 15 soll zur Uebertragung einer Kraft von 16 Pferden bei 32 Umdrehungen in einer Minute dienen*); die Bolzen sind jedoch, wie der Augenschein und eine einfache Rechnung ergiebt, für eine viel geringere Sicherheit, als der Zapfen bestimmt, so daſs sie die schwächste Stelle der Konstruktion bilden und stärker in Anspruch genommen werden, als irgend ein anderer Theil. Es ist nämlich nach der auf S. 268 erwähnten Formel:

$$P \,.\, R = 4868 \frac{N}{n} \,.$$

Man findet hieraus den Druck, welcher auf Zerreiſsen der Schrauben wirkt, wenn man für R den Abstand der Schrauben von der Drehaxe einsetzt; derselbe beträgt in Fig. 16 $4\frac{1}{2}$ Zoll $= \frac{3}{8}$ Fuſs; es ist also der von den Schrauben auszuhaltende Druck

$$P = \frac{4868}{R} \cdot \frac{N}{n} = \frac{4868}{\frac{3}{8}} \cdot \frac{16}{32}$$
$$= 6485 \text{ Pfund.}$$

Da im Ganzen vier Schrauben sind, so wird jede durch 1621 Pfund in Anspruch genommen. Nach Tabelle V. S. 99 kann aber eine Schraube von $\frac{5}{4}$ Zoll Durchmesser mit Sicherheit 4820 Pfund tragen; es gewähren also die Schrauben dreifache Sicherheit. Nach der Tabelle XVIII findet man aber bei $\frac{N}{n} = \frac{16}{32} = 0{,}5$, für eine guſseiserne Welle bei achtfacher Sicherheit einen Durchmesser von $5\frac{1}{2}$ Zoll; die Welle hat daher eine mehr als $2\frac{2}{3}$mal so groſse Sicherheit, als die Bolzen.

6) Kuppelungen für hölzerne Wellen.

Um hölzerne Wellen zu kuppeln, kann man in die beiden zu vereinigenden Wellenenden einen einzigen Zapfen einlegen
Taf. 15. (Taf. 15. Fig. 17); die Walze eines solchen Zapfens ist an beiden
Fig. 17. Enden mit Flügeln versehen, nach Art der Blattzapfen oder der Kreuzzapfen (S. 279). Das Einlegen des Zapfens ist jedoch mit Schwierigkeiten verknüpft; die Kuppelung ist sehr steif und nur für leichte Wellen anwendbar. Empfehlenswerther ist die auf
Taf. 15. Taf. 15. Fig. 18 gezeichnete Methode: in das Ende der treibenden
Fig. 18. Welle wird ein Kreuzzapfen eingelegt, die Walze desselben ist verlängert und bildet den Kuppelungskopf; an dem Ende der getriebenen Welle wird der zweite Kuppelungskopf ganz in derselben Weise wie ein Zapfen befestigt, indem man ihn mit einem Stiel und mit Flügeln versieht. Die Kuppelung selbst kann nach irgend

*) Salzenberg, Vorträge über Maschinenbau S. 62.

einer der vorhin beschriebenen Methoden erfolgen; in der Zeichnung ist die in Fig. 3 dargestellte Konstruktion gewählt.

7) Kuppelung durch Hebel.

Sehr biegsame Kuppelungen erhält man, wenn man auf den Kuppelungsköpfen der Wellen zweiarmige oder auch einarmige Hebel befestigt.

Taf. 15. Fig. 19 zeigt eine Kuppelung durch zweiarmige Hebel; jede Welle ist unmittelbar neben der Kuppelung unterstützt; der Hebel auf der einen Welle, gleichviel ob es die treibende oder die getriebene Welle ist, hat an seinen Enden Ansätze, welche parallel mit der Welle hervorragen und sich hinter die Arme des andern Hebels legen. Ist der Abstand des Angriffspunktes des Ansatzes von der Drehaxe $1{,}5\,d$, so findet sich nach dem Frühern (vergl. Taf. 15. Fig. 14 auf S. 305) der Druck im Angriffspunkt des Ansatzes $\frac{1}{16}\,\frac{\pi d^3}{1{,}5\,d}\,.\,s' = \frac{1}{24}\pi d^2 s'$. Obwohl jeder der beiden Hebelsarme nur die Hälfte dieses Druckes auszuhalten hat, so ist doch zu rathen, jeden für den ganzen Druck zu berechnen, da der Fall eintreten kann, dafs wirklich nur ein Hebelsarm zum Angriff kommt. Sehen wir jeden Hebelsarm als einen Balken an, welcher an einem Ende befestigt, am andern belastet ist; setzen wir seine Länge $= l$, seine Breite, parallel mit der Axe, $= b$ und seine Stärke in der Richtung der Bewegung $= h$, so haben wir nach bekannten Regeln (S. 203): Taf. 15. Fig. 19.

$$\frac{1}{24}\pi d^2\,.\,s'\,.\,l = \frac{1}{6} b h^2\,.\,k.$$

Wenn die Welle und der Hebel aus demselben Material sind, so hat man $s' = k$ zu setzen; nehmen wir aufserdem $\boldsymbol{l = d}$, $\boldsymbol{b = \frac{3}{4} d}$, so folgt:

$$\boldsymbol{h = d}\;*).$$

Diese Dimension für den Hebelsarm gilt unmittelbar an der Welle, sie kann nach dem Ende hin bis auf $\frac{3}{4}d$ vermindert werden. Die Ansätze sind gleichfalls auf Bruch zu berechnen; sie können von quadratischem Querschnitt gemacht werden, und wenn man jeden wieder auf den ganzen Druck berechnet, die Länge von der Anhaftungsfläche bis zur Mitte des anliegenden Hebelsarmes nach der Figur $\frac{1}{8}d + \frac{3}{8}d = \frac{1}{2}d$ nimmt, so findet man die Seite des Quadrats h' durch die Gleichung:

$$\frac{1}{24}\pi d^2\,.\,s'\,.\,\frac{1}{2}d = \frac{1}{6}h'^3 k,$$

$$h' = 0{,}37\,d,$$

wofür man $\boldsymbol{h' = \frac{3}{4} d}$ nehmen kann.

*) Vergl. die Berechnung der Armstärken in § 116.

Der mit Ansätzen versehene Hebelsarm heifst der Mitnehmer.

Es ist leicht einzusehen, dafs man das Prinzip dieser Kuppelung in der mannigfaltigsten Weise zur Geltung bringen kann, indem man die in Fig. 17 gezeichnete Form variirt. Man kann z. B. den einen Hebelsarm gabelförmig machen, und die Ansätze des Mitnehmers zwischen die Arme der Gabel fassen lassen, oder man kann die Ansätze als cylindrische Zapfen konstruiren, und den andern Theil mit entsprechenden Höhlungen versehen, oder man kann beide Hebel mit Zapfen versehen, und diese Zapfen unmittelbar aneinander anliegen lassen, oder auch dieselben durch eine Schiene, welche ziehend wirkt, aneinander anhängen. Diese letzte Konstruktion führt auf die sogenannte Krummzapfenkuppelung
Taf. 15. Fig. 20. oder Kniekuppelung, von welcher auf Taf. 15. Fig. 20 ein Beispiel gezeichnet ist*). Die Figur zeigt eine solche Kniekuppelung für eine Welle, welche bei Uebertragung von 30 Pferdekräften, 30 Umdrehungen in der Minute machen soll; nach Tabelle XVIII findet man bei achtfacher Sicherheit den Durchmesser einer gufseisernen Welle für $\frac{N}{n} = \frac{30}{30} = 1$ zu 7 Zoll, wie er auch mit der Ausführung übereinstimmt. Die Figur ist in $\frac{1}{12}$ der natürlichen Gröfse gezeichnet.

8) Kuppelungen für stehende Wellen.

Die Kuppelungen stehender Wellen werden in ganz ähnlicher Weise konstruirt, wie diejenigen für liegende Wellen. Da stehende Wellen beim Aufstellen sich leichter richten lassen als liegende, so lassen sich namentlich die steifen Kuppelungen hier bequem anwenden. Die Wellen selbst werden gewöhnlich, zur Erleichterung des Centrirens, in der Mitte mit einem kleinen Zapfen ineinander gesteckt, und die untere Welle bekommt in der Regel den Halszapfen, selbst wenn sie die getriebene sein sollte. Es wird nicht schwer sein, die eben gegebenen Konstruktionen auch für stehende Wellen umzuformen, und noch durch neue Anordnungen zu vermehren.

Lösbare Kuppelungen.

§ 113. Lösbare Kuppelungen sind solche, die mit Vorrichtungen versehen sind, durch welche man die Befestigung

---

*) Salzenberg: Vorträge über Maschinenbau S. 66.