

3) Befestigung metallener Stangen, die auf Abbrechen in Anspruch genommen werden.

Zapfenbefestigungen. Berechnung der Zapfen.

§ 105. Von den verschiedenen Gruppen der Befestigungsformen stangenförmiger Körper an andern stangenförmigen Körpern, welche auf Abbrechen in Anspruch genommen werden, heben wir für unsere Betrachtung hier nur zwei heraus, nämlich:

- 1) die Befestigung von Zapfen an Wellen,
- 2) die Befestigung der Eisenbahnschienen aneinander und an ihren Unterlagen.

Die Zapfen (fr. *tourellons* — engl. *gudgeons*) bilden gewöhnlich die Enden der Wellen, und vermitteln nicht allein die Unterstützung derselben, sondern sie haben auch den Zweck, die Umdrehung der Welle um eine, als gerade Linie gedachte Axe möglich zu machen und zu sichern. Diese mathematische Drehaxe der Welle muß daher mit der idealen Axe des Zapfens genau zusammenfallen, und der Zapfen selbst muß einen Rotationskörper darstellen. Die häufigste Form dieses Rotationskörpers, durch welchen ein Zapfen gebildet wird, ist ein Cylinder, zuweilen wendet man auch die Kegelform an, oder man gestaltet den Zapfen kugelförmig. Bei massiven Wellen aus Schmiedeeisen oder aus Gufseisen macht man den Zapfen mit den Wellen aus einem Stück, und dreht auf der Drehbank die Wellenenden in der beabsichtigten Form ab. Hat man hölzerne Wellen, oder hohle eiserne Wellen, so wird der Zapfen als besonderer Theil dargestellt, und in der Welle befestigt; der Zapfen muß in diesem Falle mit einer Verlängerung versehen sein, die man den Stiel oder den Schaft des Zapfens nennt, während dann der eigentliche Zapfen die Walze heißt. Wenn die Walze des Zapfens da, wo sie sich an den Stiel anschließt, verstärkt ist, so nennt man diese Verstärkung die Brüstung (fr. *arrasement* — engl. *shoulder*) oder die Schulter des Zapfens.

Wenn ein Zapfen nicht das Ende einer Welle bildet, wenn vielmehr ein Theil der Welle, der sich zwischen den Enden befindet, behufs Unterstützung der Welle nach Art eines Zapfens gestaltet ist, so nennt man diesen Theil den Hals oder Halszapfen der Welle. Ein solcher Hals dient dann gewöhnlich, aufer zur Unterstützung, auch zur Bewegungs-Uebertragung, so daß er die Bewegung von dem einen Theil der Welle an den andern fortzupflanzen hat.

Die untern Zapfen stehender Wellen werden auch Spurzapfen (fr. *pivot* — engl. *pivot*) oder Stifte genannt.

Bei der Berechnung eines Zapfens hat man zunächst zu untersuchen, ob er allein auf seine Bruchfestigkeit in Anspruch genommen wird, oder ob er, wie bei den Halszapfen, zur Bewegungs-Uebertragung dient, und folglich Torsion auszuhalten hat, oder endlich ob er nur Widerstand gegen das Zerdrücken leisten soll (bei den Spurzapfen).

1) Widerstand gegen Abbrechen.

Bezeichnen wir den Durchmesser des Zapfens einer liegenden Welle mit d , seine Länge mit l , und die Belastung, welche der Stützpunkt der Welle auszuhalten hat, mit P , welcher Werth nach § 93. S. 215 Formel 2 und 3 berechnet werden kann, so kann man diese Belastung, wenn der Zapfen der ganzen Länge nach aufliegt, über dieselbe gleichmässig vertheilt denken, und würde dann setzen nach § 90. S. 199:

$$P \cdot \frac{1}{2} l = \frac{1}{32} \pi d^3 \cdot k.$$

Da jedoch der Fall denkbar ist, dass der Zapfen nur an dem äussersten Ende aufliegt, so setzt man lieber, der Sicherheit wegen,

$$Pl = \frac{1}{32} \pi d^3 \cdot k,$$

und kann dann nach den Regeln und Formeln des § 92. S. 212 und 213 den Durchmesser berechnen.

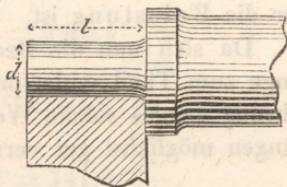
Man sieht leicht, dass der Durchmesser um so gröfser wird, je länger l , die Länge des Zapfens ist. Da nun der Weg, den die Zapfenreibung bei jeder Umdrehung durchläuft, gleich der Peripherie des Zapfens ist, so ist bei n Umdrehungen in der Minute, und, wenn der Reibungs-Koeffizient mit μ bezeichnet wird, das durch die Zapfenreibung verlorne Arbeits-Moment für die Sekunde:

$$= \frac{\pi \cdot dn}{60} \cdot P \cdot \mu.$$

Dieser Verlust wächst also mit dem Durchmesser, und es würde hiernach darauf ankommen, d möglichst klein, folglich auch l möglichst klein zu machen.

Andererseits ist zu berücksichtigen, dass jedenfalls die Abnutzung in direktem Verhältnifs zu dem Arbeitsmoment der Reibung, und im umgekehrten Verhältnifs zu der reibenden Oberfläche steht, so dass man ein Maafs für die Abnutzung des Zapfens erhält durch den Ausdruck:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Reibungsmoment} \\ \text{Reibungsfläche} \end{array} \right\} = \frac{\pi dn}{60} \cdot \frac{P \cdot \mu}{\pi dl} = \frac{n}{60l} \cdot P\mu.$$



Man muß also hiernach, um die Abnutzung zu vermindern, l möglich groß machen. Endlich ist die durch die Zapfenreibung erzeugte Erhitzung des Zapfens in direktem Verhältniß zum Reibungsmoment, und im umgekehrten Verhältniß zur reibenden Oberfläche und zum kubischen Inhalt des Zapfens anzunehmen, so daß wir als Maafs für die Erhitzung setzen können:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Reibungsmoment} \\ \text{Reibungsfläche mal Volum.} \end{array} \right\} = \frac{\pi d n \cdot P \cdot \mu}{60 \cdot \pi d l \cdot \frac{1}{4} \pi d^2 l},$$

$$= \frac{n}{15 \pi d^2 l^2} \cdot P \cdot \mu.$$

Hieraus folgt, daß Zapfen, welche eine starke Erhitzung besorgen lassen, um so länger, und von um so größerem Durchmesser zu nehmen sind, je mehr Umdrehungen sie machen und je stärker die Belastung ist.

Da sich nun die Bedingungen für die Festsetzung der Zapfenlänge zum Theil widersprechen, so bleibt nichts übrig, als der Erfahrung gemäß solche Werthe für l anzunehmen, welche jene Bedingungen möglichst gut vermitteln. Dies geschieht, wenn man setzt:

$$l = \frac{1}{3} d \sqrt[3]{n}.$$

Da aber hiernach die Länge des Zapfens mit der Zahl der Umdrehungen n variirt, wodurch für die Konstruktion der Zapfenlager manches Unbequeme entstehen würde, so ist es rathsam, innerhalb gewisser Grenzen die Zapfenlänge konstant zu setzen, und sie überhaupt nicht kleiner als $\frac{4}{3}$ des Durchmessers zu wählen. Dieser Werth entspricht einer Zahl von 64 Umdrehungen in der Minute, und man kann, mit Zugrundelegung der obigen Formel, überhaupt setzen:

		bis zu 64 Umdrehungen pro Minute die Zapfenlänge					$l = \frac{4}{3} d,$
von 64 bis 125		"	"	"	"	"	$l = \frac{5}{3} d,$
" 125 "	216	"	"	"	"	"	$l = 2 d,$
" 216 "	343	"	"	"	"	"	$l = \frac{7}{3} d,$
" 343 "	512	"	"	"	"	"	$l = \frac{8}{3} d,$
" über 512		"	"	"	"	"	$l = 3 d.$

Wenden wir nun die vorhin aufgestellte Formel zur Berechnung der Zapfenstärke an, so ergibt sich für $l = \frac{1}{3} d \sqrt[3]{n}$:

$$Pl = P \cdot \frac{1}{3} d \sqrt[3]{n} = \frac{1}{32} \pi d^3 k,$$

folglich für schmiedeeiserne Zapfen:

$$k = 10000 \quad d = 0,0184 \sqrt[3]{(P \sqrt[3]{n})};$$

für gulseiserne Zapfen:

$$k = 7000 \quad d = 0,0220 \sqrt[3]{(P \sqrt[3]{n})},$$

wo d in Zollen gefunden wird, wenn P in preufs. Pfunden genommen ist, und n die Zahl der Umdrehungen pro Minute bezeichnet.

(für schmiedeeiserne Zapfen $d = 0,070 \sqrt[3]{(P \sqrt[3]{n})}$,

„ gulseiserne „ $d = 0,084 \sqrt[3]{(P \sqrt[3]{n})}$,

wenn d in Centimètres, P in Kilogrammes).

Umgekehrt folgt die Belastung, welche ein Zapfen mit Sicherheit tragen kann, in preufs. Maafs und Gewicht:

für schmiedeeiserne Zapfen $P = 2946 \frac{d^2}{\sqrt[3]{n}}$,

„ gulseiserne „ $P = 2064 \frac{d^2}{\sqrt[3]{n}}$;

(für schmiedeeiserne Zapfen $P = 201,2 \frac{d^2}{\sqrt[3]{n}}$,

„ gulseiserne „ $P = 141,0 \frac{d^2}{\sqrt[3]{n}}$,

wenn d in Centimètres, P in Kilogrammes).

Wählt man die vorhin angegebenen Zapfenlängen, so hat man:

bis 64 Umdr. *)	bis 125 Umdr.	bis 216 Umdr.
$l = \frac{4}{3} d.$	$l = \frac{5}{3} d.$	$l = 2 d.$

f. schmiedeeis. Zapfen $d = 0,037 \sqrt[3]{P}$, $d = 0,041 \sqrt[3]{P}$, $d = 0,045 \sqrt[3]{P}$,
 $P = 736,5 d^2$, $P = 589 d^2$, $P = 491 d^2$,

f. gulseiserne „ $d = 0,044 \sqrt[3]{P}$, $d = 0,049 \sqrt[3]{P}$, $d = 0,054 \sqrt[3]{P}$,
 $P = 516 d^2$, $P = 413 d^2$, $P = 344 d^2$,

*) Redtenbacher giebt in seinen Resultaten f. d. Maschinenbau No. 63 die Länge der Zapfen ohne Rücksicht auf die Anzahl der Umdrehungen $l = 1,21 d + 0,87$ Centim., dies ist für preufs. Maafs $l = 1,21 d + \frac{1}{3}$ Zoll, und würde mit der Bestimmung $l = \frac{4}{3} d$ bei einem Zapfen-Durchmesser von 2,7 Zoll = 7,06 Cent. zusammenfallen. Redtenbacher giebt bei dieser Länge in franz. Maafs:

für schmiedeeiserne Zapfen $d = 0,12 \sqrt[3]{P}$,
 „ gulseiserne „ $d = 0,18 \sqrt[3]{P}$,

welches für preufs. Maafs etc. $d = 0,031 \sqrt[3]{P}$ und $0,047 \sqrt[3]{P}$ ergeben würde, und ziemlich gut mit unserer Rechnung übereinstimmt.

Salzenberg (Vorträge über Maschinenbau, Berlin 1842) findet S. 49: für schmiedeeiserne Zapfen $l = 0,88 d$; $d = \frac{1}{2,8} \sqrt[3]{P} = 0,036 \sqrt[3]{P}$,

„ gulseiserne „ $l = 0,8 d$; $d = \frac{1}{26,8} \sqrt[3]{P} = 0,037 \sqrt[3]{P}$.

Weisbach Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik, Braunschweig 1849. Theil III. S. 13 giebt für gulseiserne Zapfen $d = 0,12 \sqrt[3]{P}$, und setzt $l = \frac{5}{4} d$ bis $\frac{3}{2} d$, für diesen Fall findet er $d = 0,048 \sqrt[3]{P}$.

für französisches Maafs und Gewicht hat man:

	bis 64 Umdr.	bis 125 Umdr.	215 Umdr.
f. schmiedeeis. Zapfen	$d=0,140\sqrt{P}$	$d=0,157\sqrt{P}$	$d=0,172\sqrt{P}$
	$P=50,3d^2$	$P=40,2d^2$	$P=33,5d^2$
f. gusseiserne „	$d=0,168\sqrt{P}$	$d=0,188\sqrt{P}$	$d=0,206\sqrt{P}$
	$P=35,3d^2$	$P=28,2d^2$	$P=23,5d^2$

Die vorstehenden Formeln lehren, wie man den Durchmesser des Zapfens finden kann, wenn man den Druck, welchen er aushalten soll, berechnet hat. Haben die beiden Endzapfen einer Welle verschiedenen großen Drucken zu widerstehen, so macht man sie dennoch von gleichem Durchmesser, und sucht im Allgemeinen die verschiedenen Zapfen-Durchmesser, welche man an einer Maschine, und in einer geordneten Maschinenwerkstatt überhaupt ausführt, auf eine gewisse nöthige Anzahl zu beschränken. Es ist daher zu empfehlen, aus den in der Tabelle (S. 187) gegebenen Durchmessern eine Auswahl solcher Werthe zu treffen, die man als Zapfen-Durchmesser überhaupt ausführen will, und wenn die Rechnung eine andere Stärke ergibt, immer den in dieser Auswahl enthaltenen, zunächst liegenden Werth zu nehmen und auszuführen. Folgende Tabellen enthalten eine passende Zusammenstellung von Zapfen-Durchmessern mit der Belastung, welche sie mit Sicherheit tragen können.

XV. Tabelle

über die Durchmesser schmiedeeiserner Zapfen, und über die Belastungen, welchen sie mit genügender Sicherheit gegen das Abbrechen widerstehen können:

No.	Durchm. des Zapfens d	bis 64 Umdrehungen		bis 125 Umdrehungen		bis 216 Umdrehung.	
		Länge $l = \frac{4}{3}d$	Belastung in Pfund- den P	Länge $l = \frac{5}{3}d$	Belastung in Pfund- den P	Länge $l = 2d$	Belastung in Pfund- den P
1	$\frac{3}{4}$ Zoll	1 Zoll	414	$1\frac{1}{4}$ Zoll	331	$1\frac{1}{2}$ Zoll	276
2	1 „	$1\frac{1}{3}$ „	736	$1\frac{2}{3}$ „	589	2 „	491
3	$1\frac{1}{4}$ „	$1\frac{2}{3}$ „	1151	$2\frac{1}{2}$ „	921	$2\frac{1}{2}$ „	768
4	$1\frac{1}{2}$ „	2 „	1657	$2\frac{2}{3}$ „	1326	3 „	1105
5	$1\frac{3}{4}$ „	$2\frac{1}{3}$ „	2255	$2\frac{1}{2}$ „	1804	$3\frac{1}{2}$ „	1503
6	2 „	$2\frac{2}{3}$ „	2946	$3\frac{1}{3}$ „	2357	4 „	1964
7	$2\frac{1}{4}$ „	3 „	3726	$3\frac{3}{4}$ „	2981	$4\frac{1}{2}$ „	2484
8	$2\frac{1}{2}$ „	$3\frac{1}{3}$ „	4603	$4\frac{1}{6}$ „	3682	5 „	3068
9	$2\frac{3}{4}$ „	$3\frac{2}{3}$ „	5570	$4\frac{7}{12}$ „	4446	$5\frac{1}{2}$ „	3705
10	3 „	4 „	6629	5 „	5303	6 „	4420
11	$3\frac{1}{4}$ „	$4\frac{1}{3}$ „	7879	$5\frac{1}{2}$ „	6303	$6\frac{1}{2}$ „	5253
12	$3\frac{1}{2}$ „	$4\frac{2}{3}$ „	9022	$5\frac{5}{6}$ „	7218	7 „	6015
13	$3\frac{3}{4}$ „	5 „	10357	$6\frac{1}{4}$ „	8286	$7\frac{1}{2}$ „	6105
14	4 „	$5\frac{1}{3}$ „	11782	$6\frac{2}{3}$ „	9426	8 „	7855

No.	Durchmesser des Zapfens d	bis 64 Umdrehungen		No.	Durchmesser des Zapfens	bis 64 Umdrehungen	
		Länge $l = \frac{4}{3}d$	Belastung in Pfunden P			Länge $l = \frac{4}{3}d$	Belastung in Pfunden P
15	4 $\frac{1}{2}$ Zoll	6 Zoll	14914	20	8 Zoll	10 $\frac{2}{3}$ Zoll	47136
16	5 »	6 $\frac{2}{3}$ »	18413	21	9 »	12 »	59657
17	5 $\frac{1}{2}$ »	7 $\frac{1}{3}$ »	22279	22	10 »	13 $\frac{1}{3}$ »	73650
18	6 »	8 »	26514	23	11 »	14 $\frac{2}{3}$ »	89116
19	7 »	9 $\frac{1}{3}$ »	36089	24	12 »	16 »	106056

XVI. Tabelle

über die Durchmesser gufseiserner Zapfen und über die Belastungen, welchen sie mit genügender Sicherheit gegen das Abbrechen widerstehen können.

No.	Durchmesser des Zapfens d	bis 64 Umdrehungen		bis 125 Umdrehungen		bis 216 Umdrehung.	
		Länge $l = \frac{4}{3}d$	Belastung in Pfunden P	Länge $l = \frac{5}{3}d$	Belastung in Pfunden P	Länge $l = 2d$	Belastung in Pfunden P
1	$\frac{3}{4}$ Zoll	1 Zoll	290	1 $\frac{1}{4}$ Zoll	232	1 $\frac{1}{2}$ Zoll	194
2	1 »	1 $\frac{1}{3}$ »	515	1 $\frac{2}{3}$ »	412	2 »	344
3	1 $\frac{1}{4}$ »	1 $\frac{2}{3}$ »	806	2 $\frac{1}{12}$ »	645	2 $\frac{1}{2}$ »	538
4	1 $\frac{1}{2}$ »	2 »	1160	2 $\frac{1}{2}$ »	928	3 »	773
5	1 $\frac{3}{4}$ »	2 $\frac{1}{3}$ »	1580	2 $\frac{1}{12}$ »	1263	3 $\frac{1}{2}$ »	1053
6	2 »	2 $\frac{2}{3}$ »	2062	3 $\frac{1}{3}$ »	1650	4 »	1375
7	2 $\frac{1}{4}$ »	3 »	2608	3 $\frac{3}{4}$ »	2087	4 $\frac{1}{2}$ »	1739
8	2 $\frac{1}{2}$ »	3 $\frac{1}{3}$ »	3222	4 $\frac{1}{6}$ »	2577	5 »	2148
9	2 $\frac{3}{4}$ »	3 $\frac{2}{3}$ »	3900	4 $\frac{7}{12}$ »	3112	5 $\frac{1}{2}$ »	2593
10	3 »	4 »	4640	5 »	3712	6 »	3093
11	3 $\frac{1}{4}$ »	4 $\frac{1}{3}$ »	5515	5 $\frac{5}{12}$ »	4412	6 $\frac{1}{2}$ »	3677
12	3 $\frac{1}{2}$ »	4 $\frac{2}{3}$ »	6315	5 $\frac{5}{6}$ »	5053	7 »	4211
13	3 $\frac{3}{4}$ »	5 »	7250	6 $\frac{1}{4}$ »	5800	7 $\frac{1}{2}$ »	4834
14	4 »	5 $\frac{1}{3}$ »	8247	6 $\frac{2}{3}$ »	6598	8 »	5499

No.	Durchmesser des Zapfens d	bis 64 Umdrehungen		No.	Durchmesser des Zapfens	bis 64 Umdrehungen	
		Länge $l = \frac{4}{3}d$	Belastung in Pfunden P			Länge $l = \frac{4}{3}d$	Belastung in Pfunden P
15	4 $\frac{1}{2}$ Zoll	6 Zoll	10440	20	8 Zoll	10 $\frac{2}{3}$ Zoll	32990
16	5 »	6 $\frac{2}{3}$ »	12889	21	9 »	12 »	41760
17	5 $\frac{1}{2}$ »	7 $\frac{1}{3}$ »	15595	22	10 »	13 $\frac{1}{3}$ »	51555
18	6 »	8 »	18560	23	11 »	14 $\frac{2}{3}$ »	62381
19	7 »	9 $\frac{1}{3}$ »	25262	24	12 »	16 »	74239

2) Widerstand gegen Torsion.

Wenn ein Halszapfen die Uebertragung der Bewegung zu vermitteln hat, so muß er auf Torsion (S. 194. No. 6) berechnet werden. Der Zapfen hat in diesem Falle zwar jedesmal auch einen Widerstand gegen Abbrechen zu leisten, in sofern er zur Unterstützung der Welle dient, allein die Berechnung auf Torsion liefert in den meisten Fällen so bedeutend gröfsere Dimensionen, als die Berechnung auf Bruch, das man in der Regel annehmen kann, das ein Zapfen, welcher der Torsion gehörig Widerstand leistet, auch die nöthige Sicherheit gegen das Abbrechen gewähre. Es genügt also gewöhnlich für diesen Fall die Berechnung auf Torsion. Sollte man bei ausserordentlichen Belastungen im Zweifel sein, so hat man den Halszapfen sowohl auf Torsion als auf Bruch zu berechnen, und demselben diejenige Dimension zu geben, welche die gröfsere ist.

Die Formeln zur Berechnung der Zapfen auf Torsion sind unmittelbar aus § 98 (S. 238) zu entnehmen. Zuweilen ist es bequemer, anstatt des auf Torsion wirkenden Moments PR , die Anzahl der zu übertragenden Pferdekräfte (N), und die Anzahl der Umdrehung pro Minuten, einzuführen. Nach einer später zu entwickelnden Formel hat man:

$$PR = 4868 \frac{N}{n},$$

wenn P den Druck in Pfunden, R den Hebelsarm in Fufsen bezeichnet, folglich:

$$\sqrt[3]{PR} = 17 \sqrt[3]{\frac{N}{n}},$$

oder, wenn P in Kilogr., R in Mètres genommen wird:

$$PR = 716 \frac{N}{n},$$

$$\sqrt[3]{PR} = 9 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}.$$

Hiernach ergibt sich mit Bezug auf § 98:

für **schmiedeeiserne** Zapfen

bei 4facher, 6facher, 8facher Sicherheit:

$$d = 0,29 \sqrt[3]{(PR)}; \quad d = 0,33 \sqrt[3]{(PR)}, \quad d = 0,36 \sqrt[3]{(PR)},$$

$$= 4,4 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}; \quad = 5,67 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}, \quad = 6,12 \sqrt[3]{\frac{N}{n}},$$

$$PR = 41 d^3; \quad PR = 27 d^3, \quad PR = 21 d^3,$$

$$\frac{N}{n} = 0,0084 d^3; \quad \frac{N}{n} = 0,0055 d^3, \quad \frac{N}{n} = 0,0043 d^3;$$

für **gufseiserne** Zapfen:

bei 4facher,	6facher,	8facher Sicherheit:
$d = 0,33 \sqrt[3]{(PR)}$,	$d = 0,37 \sqrt[3]{(PR)}$,	$d = 0,41 \sqrt[3]{(PR)}$,
$= 5,67 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$,	$d = 6,69 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$,	$d = 6,97 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$,
$PR = 29 d^3$,	$PR = 19 d^3$,	$PR = 14 d^3$,
$\frac{N}{n} = 0,0059 d^3$,	$\frac{N}{n} = 0,0039 d^3$,	$\frac{N}{n} = 0,0029 d^3$.

In diesen Formeln bezeichnet d den Durchmesser des Zapfens in Zollen, P den Druck in Pfunden, R den Hebelsarm des Drucks in Fussen, N die Anzahl der zu übertragenden Pferdekräfte, n die Anzahl der Umdrehungen in einer Minute. Nimmt man d in Centimètres, P in Kilogrammes, R in Mètres, so hat man:

für schmiedeeiserne Zapfen*)

bei 4facher,	6facher,	8facher Sicherheit:
$d = 1,45 \sqrt[3]{(PR)}$,	$d = 1,66 \sqrt[3]{(PR)}$,	$d = 1,83 \sqrt[3]{(PR)}$,
$= 13 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$,	$d = 15 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$,	$d = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ **),
$PR = 0,33 d^3$,	$PR = 0,22 d^3$,	$PR = 0,16 d^3$,
$\frac{N}{n} = 0,00046 d^3$,	$\frac{N}{n} = 0,00031 d^3$,	$\frac{L}{n} = 0,00022 d^3$,

oder

für **gufseiserne** Zapfen

bei 4facher,	6facher,	8facher Sicherheit:
$d = 1,63 \sqrt[3]{(PR)}$,	$d = 1,87 \sqrt[3]{(PR)}$,	$d = 2,06 \sqrt[3]{(PR)}$,
$= 14,7 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$,	$= 16,8 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$,	$= 18,5 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$,
$PR = 0,23 d^3$,	$PR = 0,153 d^3$,	$PR = 0,115 d^3$,
$\frac{N}{n} = 0,00032 d^3$,	$\frac{N}{n} = 0,00022 d^3$,	$\frac{N}{n} = 0,00016 d^3$.

Nach den Formeln für preussisches Maafs und Gewicht sind folgende Tabellen berechnet worden:

*) Vergl. die Anmerkung auf S. 238 und 239.

***) Diese Formel stimmt mit der von Redtenbacher in seinen Resultaten für den Maschinenbau No. 66 gegebenen überein. Redtenbacher wendet dieselbe Formel auch für Gufseisen an.

XVII. Tabelle

über die Durchmesser schmiedeeiserner Zapfen und über die Widerstände, welche sie mit Sicherheit gegen Torsion aushalten können.

No.	Durchmesser des Zapfens	4fache Sicherheit		6fache Sicherheit		8fache Sicherheit	
		PR	$\frac{N}{n}$	PR	$\frac{N}{n}$	PR	$\frac{N}{n}$
1	$\frac{3}{4}$ Zoll	17	0,0035	12	0,0023	9	0,0018
2	1 »	41	0,0084	27	0,0055	21	0,0042
3	$1\frac{1}{4}$ »	80	0,0164	53	0,0107	41	0,0082
4	$1\frac{1}{2}$ »	138	0,0283	91	0,0186	71	0,0142
5	$1\frac{3}{4}$ »	220	0,0450	145	0,0295	110	0,0225
6	2 »	328	0,0672	216	0,0440	168	0,0336
7	$2\frac{1}{4}$ »	467	0,0957	308	0,0627	234	0,0479
8	$2\frac{1}{2}$ »	641	0,1313	422	0,0859	328	0,0656
9	$2\frac{3}{4}$ »	853	0,1747	562	0,1144	427	0,0873
10	3 »	1107	0,2268	729	0,1485	567	0,1134
11	$3\frac{1}{4}$ »	1408	0,2883	927	0,1888	704	0,1442
12	$3\frac{1}{2}$ »	1758	0,3602	1158	0,2358	879	0,1801
13	$3\frac{3}{4}$ »	2162	0,4429	1424	0,2900	1081	0,2215
14	4 »	2624	0,5376	1728	0,3520	1344	0,2688
15	$4\frac{1}{2}$ »	3736	0,7655	2460	0,5012	1868	0,3827
16	5 »	5125	1,0500	3375	0,6875	2625	0,5250
17	$5\frac{1}{2}$ »	6821	1,3975	4492	0,9151	3410	0,6987
18	6 »	8856	1,8144	5832	1,1880	4536	0,9072
19	7 »	14063	2,8812	9261	1,8865	7032	1,4406
20	8 »	20992	4,3008	13824	2,8160	10752	2,1504
21	9 »	29889	6,1236	19683	4,0095	14944	3,0618
22	10 »	41000	8,4000	27000	5,5000	21000	4,2000
23	11 »	54571	11,1804	35937	7,3205	27286	5,5902
24	12 »	71048	14,5152	46656	9,5040	36288	7,2576

XVIII. Tabelle

über die Durchmesser gußeiserner Zapfen, und über die Widerstände, welche sie mit genügender Sicherheit gegen Torsion aushalten können.

No.	Durchmesser des Zapfens	4fache Sicherheit		6fache Sicherheit		8fache Sicherheit	
		PR	$\frac{N}{n}$	PR	$\frac{N}{n}$	PR	$\frac{N}{n}$
1	$\frac{3}{4}$ Zoll	12	0,0024	8	0,0016	6	0,0013
2	1 »	29	0,0059	19	0,0039	15	0,0029
3	$1\frac{1}{4}$ »	56	0,0115	37	0,0075	29	0,0057
4	$1\frac{1}{2}$ »	97	0,0198	64	0,0130	50	0,0099
5	$1\frac{3}{4}$ »	154	0,0315	102	0,0207	77	0,0158

No.	Durchmesser des Zapfens	4fache Sicherheit		6fache Sicherheit		8fache Sicherheit	
		<i>PR</i>	$\frac{N}{n}$	<i>PR</i>	$\frac{N}{n}$	<i>PR</i>	$\frac{N}{n}$
6	2 Zoll	230	0,0470	151	0,0308	118	0,0235
7	2 $\frac{1}{4}$ »	327	0,0670	216	0,0439	164	0,0335
8	2 $\frac{1}{2}$ »	449	0,0919	295	0,0601	230	0,0459
9	2 $\frac{3}{4}$ »	597	0,1223	393	0,0801	299	0,0611
10	3 »	775	0,1588	510	0,1040	397	0,0794
11	3 $\frac{1}{4}$ »	986	0,2018	649	0,1322	493	0,1009
12	3 $\frac{1}{2}$ »	1231	0,2521	811	0,1651	615	0,1261
13	3 $\frac{3}{4}$ »	1513	0,3100	997	0,2030	757	0,1551
14	4 »	1837	0,3763	1210	0,2464	941	0,1882
15	4 $\frac{1}{2}$ »	2615	0,5359	1722	0,3508	1308	0,2679
16	5 »	3588	0,7350	2363	0,4813	1838	0,3675
17	5 $\frac{1}{2}$ »	4775	0,9783	3144	0,6406	2387	0,4891
18	6 »	6199	1,2701	4082	0,8316	3175	0,6350
19	7 »	9844	2,0168	6483	1,2206	4922	1,0084
20	8 »	14694	2,9106	9677	1,9712	7526	1,5053
21	9 »	20922	4,2865	13778	2,8067	10461	2,1433
22	10 »	28700	5,8800	14800	3,9000	14700	2,9400
23	11 »	38200	7,8263	25156	5,1244	19100	3,9131
24	12 »	49734	11,1606	32659	6,6528	25402	5,0800

Es sei z. B. der Zapfen einer Kurbelwelle von Schmiedeeisen, an welcher ein Arbeiter mit einem Druck von 30 Pfund wirkt, zu bestimmen. Die Kurbel ist 16 Zoll lang:

$$\text{Man hat } PR = 30 \cdot \frac{16}{12} = 40.$$

Nimmt man vierfache Sicherheit, so ergibt die Tabelle XVII den Zapfen von 1 Zoll Durchmesser. Hat man eine Schwungradwelle für eine Dampfmaschine, welche 40 Pferdekraft überträgt und 25 Umdrehungen pro Minute macht, so ist $\frac{N}{n} = \frac{40}{25} = 1,6$.

Bei achtfacher Sicherheit findet man für einen gußeisernen Zapfen nach Tabelle XVIII den Durchmesser 8 Zoll.

3) Widerstand gegen Zerdrücken.

Die untern Zapfen stehender Wellen werden durch die Belastung, welche sie zu tragen haben, auf Zerdrücken in Anspruch genommen. Berechnet man diese Zapfen nach den Formeln, welche für den Widerstand gegen Zerdrücken gelten, so bekommt man in der Regel so kleine Dimensionen, daß man aus andern Rücksichten veranlaßt ist, dieselben größer anzunehmen. Obwohl nämlich der Gesamtwert der Reibung von der Größe der reibenden Fläche unabhängig ist, und das Reibungsmoment, welches immer als

Verlust anzusehen ist, mit dem Durchmesser der reibenden Fläche wächst (vgl. S. 88), so ist doch die Reibung, welche jeder einzelne Punkt der reibenden Fläche erleidet, um so kleiner, je größer die reibende Fläche ist, weil sich dann der Gesamtwert der Reibung auf desto mehr Punkte vertheilt. Die Abnutzung und Erhitzung des Zapfens ist aber, wie schon S. 263 nachgewiesen, von der Reibung abhängig, welche jeder einzelne Punkt des Zapfens erleidet, und die Erfahrung hat für verschiedene Materialien Werthe für die zulässige Belastung gegeben, welche man nicht überschreiten darf, ohne zu befürchten, daß der Zapfen sich sehr stark erhitzt und abnutzt, wenn auch die Festigkeit gegen das Zerdrücken durch die Belastung noch lange nicht bis zur Hälfte der Elastizitätsgrenze in Anspruch genommen wird. Nach Angaben von Tredgold*) darf man, wenn eine von den beiden Berührungsflächen aus Bronze ist, nur eine Belastung von 1500 Pfund auf den Quadratzoll zulassen. Für Stahl giebt Tredgold als zulässige Belastung 7000 Pfund pro □Zoll. Unter diesen Voraussetzungen, und wenn d den Durchmesser der reibenden Stirnfläche eines **Spurzapfens**, P den Gesamtdruck auf die reibende Fläche in Pfunden bezeichnet, hat man:

$$\begin{aligned} \text{für Bronze } P &= 1178 d^2, & d &= 0,029 \sqrt{P}, \\ \text{„ Stahl } P &= 5500 d^2, & d &= 0,014 \sqrt{P}. \end{aligned}$$

(Nimmt man d in Centimètres, P in Kilogrammes, so hat man:

$$\begin{aligned} \text{für Bronze } P &= 80 d^2, & d &= 0,111 \sqrt{P}, \\ \text{„ Stahl } P &= 376 d^2. & d &= 0,052 \sqrt{P}. \end{aligned}$$

Diese Bestimmungen sind unabhängig von der Geschwindigkeit des Zapfens. Es ist aber aus den auf S. 264 angeführten Gründen rathsam, bei größeren Geschwindigkeiten dem Zapfendurchmesser noch etwas zuzulegen. Wir empfehlen daher zur Bestimmung des Durchmessers eines Spurzapfens folgende Regel:

Der Durchmesser der Stirnfläche eines Spurzapfens betrage, wenn eine der reibenden Flächen aus Bronze oder einer ähnlichen Metalllegirung besteht $\frac{3}{4}$, wenn beide aus Stahl sind $\frac{1}{2}$ von dem Durchmesser, welchen ein schmiedeeiserner Zapfen bekommen würde, der durch dieselbe Belastung auf Bruch in Anspruch genommen wird (S. 265).

*) Vergl. Salzenberg Vorträge über Maschinenbau S. 12.

Hiernach hat man für preuss. Maass und Gewicht:

	bis 64 Umdrehungen,	bis 125 Umdr.,	bis 216 Umdr.,
f. Bronze	$d=0,028\sqrt{P}$,	$d=0,031\sqrt{P}$,	$d=0,034\sqrt{P}$,
etc.	$P=1276d^2$,	$P=1041d^2$,	$P=866d^2$,
f. Stahl	$d=0,018\sqrt{P}$,	$d=0,020\sqrt{P}$,	$d=0,022\sqrt{P}$,
	$P=3086d^2$,	$P=2500d^2$,	$P=2066d^2$.

Nimmt man dagegen d in Centimètres, P in Kilogrammes, so hat man:

	bis 64 Umdrehungen,	bis 125 Umdr.,	bis 216 Umdr.
für Bronze etc.	$d=0,105\sqrt{P}$,	$d=0,118\sqrt{P}$,	$d=0,129\sqrt{P}$,
	$P=90d^2$,	$P=71d^2$,	$P=60d^2$,
„ Stahl	$d=0,070\sqrt{P}$,	$d=0,079\sqrt{P}$,	$d=0,086\sqrt{P}$,
	$P=204d^2$,	$P=1601d^2$,	$P=1351d^2$,

Eine stehende Welle (Mühleisen) sei durch einen Mühlstein, 4000 Pfund schwer, belastet; das Gewicht der Welle und des Rades betrage ausserdem 500 Pfund; die Welle macht 120 Umdrehungen, und die Spurplatte ist von Stahl, wie groß ist der Durchmesser des Spurzapfens? Die Formel giebt $d=0,020\sqrt{4500}=1,34$ Zoll, wofür man $1\frac{1}{4}$ oder $1\frac{1}{2}$ Zoll nehmen kann. Mit Benutzung der Tabelle XV und der obigen Regel findet man für eine Belastung von 4500 Pfund bei 120 Umdrehungen den Durchmesser des schmiedeeisernen Zapfens $2\frac{3}{4}$ Zoll, also den Spurzapfen von Stahl halb so groß, das ist $1\frac{3}{8}$ Zoll. Da die Dimension $1\frac{3}{8}$ Zoll nicht in der Reihe der zulässigen Zapfendurchmesser enthalten ist, so nimmt man entweder $1\frac{1}{4}$ oder $1\frac{1}{2}$ Zoll.

Konstruktion und Befestigung der Zapfen für eiserne Wellen.

§ 106. Die Zapfen massiver Wellen von Eisen, welche mit denselben aus einem Stück bestehen, haben entweder denselben oder einen etwas geringern Durchmesser als die Wellen. Selbst wenn die berechnete Zapfenstärke bedeutend geringer ist als die Wellenstärke, pflegt man doch den Zapfendurchmesser für massive Wellen nur um $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{4}$ kleiner zu nehmen als den Wellen-Durchmesser. Giebt man dem Zapfen denselben Durchmesser wie der Welle, so pflegt man den Zapfen durch einen sogenannten Bund (fr. *arrasement* — engl. *shoulder*) von der Welle abzuschließen (Taf. 13. Fig. 1); die Breite dieses Bundes kann etwa $\frac{1}{2}d$, der Durchmesser etwa $\frac{4}{3}d$ betragen. Der Bund verhindert das Verschieben der Welle in der Richtung ihrer Axe. Ist die Welle im Querschnitt quadratisch, oder überhaupt polygonal, so genügt es,

Taf. 13.
Fig. 1.