hat nur die Werthe von P mit 4 zu multipliziren, und die Werthe von d und h mit $\sqrt[4]{4}$ zu dividiren, oder mit 0,7 zu multipliziren.

Berechnung stangenförmiger Körper auf den Widerstand gegen das Zerdrücken.

§ 97. Wir haben im vorigen Paragraphen die Belastung Q berechnet, welche ein stangenförmiger Körper zu tragen vermag, ohne dadurch gebogen und demnächst zerknickt zu werden. Es kann jedoch vorkommen, dafs der Körper zerstört wird, bevor noch die Belastung diesen Werth erreicht. Da sich nämlich für einen an einem Ende befestigten Körper ergab:

$$Q = \frac{3BE}{L^2},$$

so kann, wenn L sehr klein ist, der Werth Q so grofs gefunden werden, dafs er die Festigkeit des Materials übersteigt; in diesem Falle werden die einzelnen Theilchen des Körpers sich verschieben, und der Körper wird zerdrückt, zerquetscht werden. Natürlich darf bei Konstruktionen die Belastung niemals einen solchen Werth erreichen, es darf vielmehr die Belastung nie so grofs genommen werden, dafs ein Zusammendrücken bis zur Grenze der vollkommenen Elastizität erfolgt. Nehmen wir dieselben Grenzen für die Sicherheit, welche wir früher eingeführt haben, und erinnern wir uns, dafs der Widerstand gegen das Zusammendrücken gleich dem Widerstande gegen das Ausrecken genommen werden kann, so lange die Grenze der vollkommenen Elastizität noch nicht überschritten ist (§ 88), so kann der Körper mit genügender Sicherheit gegen das Zusammendrücken eine Belastung:

$$P = kF = \tfrac{1}{2}KF = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{1}{x} EF$$

tragen, wenn F den Flächeninhalt des Querschnitts, $\frac{1}{x} L$ die Verkürzung an der Elastizitätsgrenze bezeichnet. Die Belastung, welche der Körper mit genügender Sicherheit gegen das Zerknicken tragen kann, ist nach § 96 $= \frac{1}{3} Q$ zu nehmen, sie drückt sich also aus durch

$$P' = \frac{BE}{L^2}.$$

Man wird hiernach zu untersuchen haben, welche von beiden Belastungen die geringere ist, und nach dieser die Dimensionen des Körpers berechnen.

Wenn die Widerstandsfähigkeit für beide Beziehungen gleich ist, so hat man

$$P' = P; \quad \frac{BE}{L^2} = \frac{1}{2x} EF.$$

Nun drückt sich das Biegungs-Moment im Allgemeinen aus durch $\frac{1}{n} F \cdot h^2$ (§ 92), wenn $\frac{1}{n}$ ein Zahlen-Koeffizient, h die Richtung ist, nach welcher die Biegung erfolgt. Hier ist für h immer die kleinste Dimension zu nehmen (§ 96 S. 227); und es folgt, daſs wenn $P' = P$ sein soll,

$$\frac{\frac{1}{n} h^2}{L^2} = \frac{1}{2x},$$

$$\frac{h}{L} = \sqrt{\left(\frac{n}{2x}\right)}$$

sein müsse. Ist $\frac{h}{L}$ gröſser als $\sqrt{\left(\frac{n}{2x}\right)}$ oder, was dasselbe sagt, ist $\frac{L}{h}$ kleiner als $\sqrt{\left(\frac{2x}{n}\right)}$, oder ist L kleiner als $h\sqrt{\left(\frac{2x}{n}\right)}$, so ist P' gröſser als P, und man muſs den Körper nach dem Werthe P, d. h. auf Zerdrücken berechnen.

Nimmt man durchschnittlich

für Schmiedeeisen . . $x = 1500$,
„ Guſseisen . . . . $x = 1200$,
„ Holz . . . . . . $x = 600$,

und für den kreisförmigen Querschnitt

$$B = \tfrac{1}{64}\pi d^4, \quad F = \tfrac{1}{4}\pi d^2, \quad n = 16,$$

für den quadratischen Querschnitt

$$B = \tfrac{1}{12} h^4, \quad F = h^2, \quad n = 12,$$

für den rechteckigen Querschnitt

$$B = \tfrac{1}{12} b h^3, \quad F = bh, \quad n = 12,$$

so ergiebt sich, daſs man einen Körper auf Zerdrücken, also nach der Formel $P = kF$ (wo k aus der Tabelle XI S. 192 zu entnehmen ist, F aber den Flächeninhalt bezeichnet) zu berechnen habe:

bei dem kreisförmigen Querschnitt

für Schmiedeeisen, wenn . . $L < 14h$,
„ Guſseisen, wenn . . . . . $L < 12h$,
„ Holz, wenn . . . . $L < 9h$,

bei dem quadratischen und rechteckigen Querschnitt

für Schmiedeeisen, wenn . . $L < 16h$,

„ Gufseisen, wenn . . . . $L < 14h$,

„ Holz, wenn . . . . . . $L < 10h$

ist.

Für eine an beiden Enden frei aufstehende Säule ergeben sich durch eine ähnliche Rechnung die Koeffizienten von d und h doppelt so grofs.

Ist L gröfser als die eben gefundenen Werthe, so mufs man den Körper auf Biegung berechnen, also nach den Formeln und Angaben des vorigen Paragraphen.

Es sei z. B. eine schmiedeeiserne Stange von 4 Fufs Länge von rechteckigem Querschnitt und dem Seitenverhältnifs 1:3 mit 8000 Pfund in der Richtung der Axe belastet, welche Dimensionen mufs man derselben geben?

Man ersieht aus der Tabelle XII S. 195, welche auch für das Zerdrücken gilt, dafs eine Belastung von 9000 Pfund etwa einem Querschnitt von $\frac{1}{2}$ und $1\frac{1}{2}$ Zoll Seite entspricht. Da nun die Länge gröfser ist, als $16 \cdot \frac{1}{2}$ Zoll, so mufs man nach der Formel im vorigen Paragraphen rechnen, und findet:

$$h = 0{,}067\sqrt[4]{(PL^2)} = 0{,}067\sqrt[4]{(8000 \cdot 16)} = 1{,}26 \text{ Zoll},$$

die Breite . . . . $= 3{,}78$ „

wofür man nach der Tabelle X in § 87 den Querschnitt No. 22, nämlich $1\frac{1}{4}$ und $3\frac{3}{4}$ Zoll wählen würde.

Als Beispiel für die Anwendung der eben berechneten Formeln möge noch folgende Aufgabe dienen:

Eine 15 Fufs hohe, unten unwandelbar befestigte, hohle gufseiserne Säule von 8 Zoll äufserem Durchmesser soll eine Belastung von 60000 Pfund tragen; wie grofs ist die Wandstärke?

Rechnet man auf Zerknicken, so ist nach S. 227

$$B = \frac{1}{120000} P \cdot L^2,$$

und für B nach S. 210 No. 28 den Werth gesetzt

$$\frac{1}{64}\pi(D^4 - d^4) = \frac{1}{120000} P \cdot L^2.$$

Es folgt für $P = 60000$, für $L = 15$, und für $D = 8$:

$$d^4 = 8^4 - \frac{64 \cdot 60000 \cdot 15 \cdot 15}{\pi \cdot 120000}$$

$$d = \sqrt[4]{1805} = 6{,}50,$$

folglich die Wandstärke $\frac{8 - 6{,}5}{2} = \frac{3}{4}$ Zoll.

Der Querschnitt dieser Säule ist 17,08 □Zoll, sie trägt also auf Zerdrücken 17,08 . 7000 = 119560 Pfund, und es müssen daher die Dimensionen, welche durch die Sicherheit gegen das Zerknicken bedingt waren, gelten.

Eine massive Säule würde nach der Formel des § 96 (S. 227)

$$d = 0{,}114\sqrt[4]{(PL^2)}$$

zu berechnen sein, und man würde finden

$$d = 6{,}9 \text{ Zoll.}$$

Der Querschnitt dieser Säule würde 37,39 □Zoll, also mehr als das Doppelte der hohlen Säule betragen, es würde die massive Säule daher auch doppelt so viel Material erfordern, als die hohle Säule.

Berechnung stangenförmiger Körper auf Verdrehen*).

§ 98. Wenn ein Körper durch einen Druck, welcher in einer Ebene wirkt, die normal zur Länge des Körpers ist, auf Verdrehung in Anspruch genommen wird, so wird er diesem Bestreben Folge leisten, wenn ihn nicht ein Widerstand daran hindert. Denken wir uns entweder einen solchen Widerstand, der den Körper festhält, oder einen Druck, welcher ihn nach entgegengesetzter Richtung zu drehen strebt, so werden die Theile des Körpers, welche zwischen den Angriffspunkten beider Drucke liegen, auf Torsion in Anspruch genommen.

Wird nun ein Körper auf Torsion in Anspruch genommen, so ist das Bestreben vorhanden, denselben um eine Axe zu drehen.

Bezeichnet man den Druck, welcher auf Torsion wirkt, mit P, den Hebelsarm desselben, oder den Abstand von der Drehaxe mit R, so ist PR das statische Moment, welches auf Drehung um die Axe wirkt. Kann der Körper in irgend einem zur Drehaxe normalen Querschnitt der Drehung nicht genügenden Widerstand leisten, so trennen sich die Fasern in diesem Querschnitte, und der Körper wird abgewürgt. Sind die Querschnitte des Körpers alle gleich grofs, so läfst sich von vorne herein nicht bestimmen, in welchem Querschnitt das Abwürgen erfolgen werde; sind dagegen die Querschnitte verschieden grofs, so erfolgt

*) Bei dem Erscheinen dieses Werkes in Lieferungen wurde es für zweckmäfsiger erkannt, die Berechnung der Körper auf ihre Festigkeit im Zusammenhange vorzutragen, daher auch die Torsionsfestigkeit nicht, wie ursprünglich beabsichtigt wurde, bei Gelegenheit der Wellen abzuhandeln, wodurch sie in den II. Theil gekommen wäre, sondern hier folgen zu lassen. Hierdurch erledigt sich die Bemerkung auf S. 194 Zeile 17 von unten.