Belastungsfähigkeit stangenförmiger Körper, welche an einem Ende unwandelbar befestigt sind. — Formeln.

§ 92. Nach der vorigen Tabelle hat man für den kreisförmigen Querschnitt

$$PL = \tfrac{1}{32}\pi d^3 \,.\, k.$$

Es ist dabei vorausgesetzt, dafs alle Dimensionen in Zollen genommen werden. Nun ist der Flächeninhalt des kreisförmigen Querschnitts $F = \frac{1}{4}\pi d^2$; man hat also

$$PL = \tfrac{1}{8}F \,.\, k \,.\, d,$$

und daraus

$$P = \tfrac{1}{8}Fk \,.\, \frac{d}{L};$$

es ist aber nach § 89 *Fk* diejenige Belastung, welche der Körper mit Sicherheit tragen kann, wenn er auf Zerreifsen in Anspruch genommen wird, und welche wir mit A bezeichnet haben; man hat also für den kreisförmigen Querschnitt

$$= \tfrac{1}{8}A \,.\, \frac{d}{L}\,.$$

In ähnlicher Weise ergiebt sich für den quadratischen und für den rechteckigen Querschnitt

$$P = \tfrac{1}{6}A\,\frac{h}{L}\,.$$

Die Werthe von A enthalten die Tabellen XII und XIII.

Hieraus folgt die leicht zu merkende Regel:

Man findet die Belastung (P), welche ein Balken, der an einem Ende unwandelbar befestigt ist, in einem gegebenen Abstande (L) von der Befestigungsstelle mit Sicherheit tragen kann, wenn man das Verhältnifs zwischen seiner Höhe (d oder h) und dem Abstande der Belastung multiplizirt, beim kreisförmigen Querschnitt mit $\frac{1}{8}$, beim quadratischen und rechteckigen Querschnitt mit $\frac{1}{6}$ derjenigen Last, welche er mit Sicherheit tragen könnte, wenn er auf Zerreifsen in Anspruch genommen würde.

Es sei z. B. ein schmiedeeiserner Balken von 6 Zoll Höhe und 2 Zoll Breite an einem Ende befestigt, wie grofs ist die Last, welche er in dem Abstande von 5 Fufs von der Befestigungsstelle, einschliefslich des, auf diesen Abstand zu reducirenden eignen Gewichts, mit Sicherheit tragen kann?

Nach Tabelle XIII ist $A = 120000$ Pfund, man hat also

$$P = \tfrac{6}{60} \cdot \tfrac{1}{6} \cdot 120000 = 2000 \text{ Pfund.}$$

Wäre derselbe Balken auf die flache Seite gelegt, so daſs die Höhe in der Richtung der Belastung nur zwei Zoll betrüge, so könnte er nur:

$$\tfrac{2}{60} \cdot \tfrac{1}{6} \cdot 120000 = 667 \text{ Pfund}$$

tragen.

Aus den Gleichungen:

für den kreisförmigen Querschnitt . . . $PL = \frac{1}{32}\pi d^3 k$,

für den quadratischen Querschnitt . . . $PL = \frac{1}{6} h^3 k$,

für den rechteckigen Querschnitt . . . $PL = \frac{1}{6} b h^2 k$,

folgt, wenn man L, anstatt in Zollen, lieber in Fuſsen nimmt, und für Schmiedeeisen $k = 10000$, für Guſseisen $k = 7000$, und für Holz $k = 1000$ setzt:

für den **kreisförmigen** Querschnitt:

für Schmiedeeisen . $P = 82 \frac{d^3}{L}$, $d = 0{,}23 \sqrt[3]{(PL)}$,

„ Guſseisen . . . $P = 57 \frac{d^3}{L}$, $d = 0{,}26 \sqrt[3]{(PL)}$,

„ Holz . . . . $P = 8 \frac{d^3}{L}$, $d = 0{,}50 \sqrt[3]{(PL)}$,

für den **quadratischen** Querschnitt:

für Schmiedeeisen $P = 139 \frac{h^3}{L}$, $h = 0{,}19 \sqrt[3]{(PL)}$,

„ Guſseisen . . . $P = 97 \frac{h^3}{L}$, $h = 0{,}22 \sqrt[3]{(PL)}$,

„ Holz . . . . . $P = 14 \frac{h^3}{L}$, $h = 0{,}41 \sqrt[3]{(PL)}$,

für den **rechteckigen** Querschnitt:

für Schmiedeeisen $P = 139 \frac{bh^2}{L}$, $h = 0{,}085 \sqrt{\left(\frac{PL}{b}\right)}$,

„ Guſseisen . . . $P = 97 \frac{bh^2}{L}$, $h = 0{,}10 \sqrt{\left(\frac{PL}{b}\right)}$,

„ Holz . . . . . $P = 14 \frac{bh^2}{L}$, $h = 0{,}27 \sqrt{\left(\frac{PL}{b}\right)}$;

wenn in dem rechteckigen Querschnitt $b = \frac{1}{2} h$ ist, so gelten die Formeln:

für Schmiedeeisen $P = 70 \frac{h^3}{L}$, $h = 0{,}24 \sqrt[3]{(PL)}$,

„ Guſseisen . . $P = 48 \frac{h^3}{L}$, $h = 0{,}28 \sqrt[3]{(PL)}$,

„ Holz . . . . $P = 7 \frac{h^3}{L}$, $h = 0{,}53 \sqrt[3]{(PL)}$;

wenn dagegen in dem rechteckigen Querschnitt $\boldsymbol{b = \frac{1}{3}h}$ ist, so hat man:

für Schmiedeeisen $\boldsymbol{P = 46\,\frac{h^3}{L}}$, $\boldsymbol{h = 0{,}28\sqrt[3]{(PL)}}$,

„ Gufseisen . . $\boldsymbol{P = 32\,\frac{h^3}{L}}$, $\boldsymbol{h = 0{,}32\sqrt[3]{(PL)}}$,

„ Holz . . . . $\boldsymbol{P = 5\,\frac{h^3}{L}}$, $\boldsymbol{h = 0{,}58\sqrt[3]{(PL)}}$.

Nimmt man L in Mètres, die Querschnitts-Dimensionen in Centimètres, P in Kilogrammes, so gehen die obigen Formeln über in folgende:

für den kreisförmigen Querschnitt:

für Schmiedeeisen $P = 0{,}66\,\frac{d^3}{L}$, $d = 1{,}15\sqrt[3]{(PL)}$,

„ Gufseisen . . $P = 0{,}46\,\frac{d^3}{L}$, $d = 1{,}30\sqrt[3]{(PL)}$,

„ Holz . . . . $P = 0{,}07\,\frac{d^3}{L}$, $d = 2{,}48\sqrt[3]{(PL)}$;

für den quadratischen Querschnitt:

für Schmiedeeisen $P = 1{,}11\,\frac{h^3}{L}$, $h = 0{,}97\sqrt[3]{(PL)}$,

„ Gufseisen . . $P = 0{,}78\,\frac{h^3}{L}$, $h = 1{,}11\sqrt[3]{(PL)}$,

„ Holz . . . . $P = 0{,}11\,\frac{h^3}{L}$, $h = 2{,}09\sqrt[3]{(PL)}$;

für den rechteckigen Querschnitt:

für Schmiedeeisen $P = 1{,}11\,\frac{bh^2}{L}$, $h = 0{,}95\sqrt[3]{\left(\frac{PL}{b}\right)}$,

„ Gufseisen . . $P = 0{,}78\,\frac{bh^2}{L}$, $h = 1{,}13\sqrt[3]{\left(\frac{PL}{b}\right)}$,

„ Holz . . . . $P = 0{,}11\,\frac{bh^2}{L}$, $h = 3{,}01\sqrt[3]{\left(\frac{PL}{b}\right)}$;

Setzt man in dem rechteckigen Querschnitt $b = \frac{1}{2}h$, so hat man:

für Schmiedeeisen $P = 0{,}56\,\frac{h^3}{L}$, $h = 1{,}21\sqrt[3]{(PL)}$,

„ Gufseisen . . $P = 0{,}39\,\frac{h^3}{L}$, $h = 1{,}37\sqrt[3]{(PL)}$,

„ Holz . . . . $P = 0{,}056\,\frac{h^3}{L}$, $h = 2{,}61\sqrt[3]{(PL)}$;

und wenn in dem rechteckigen Querschnitt $b = \frac{1}{3}h$ ist, so hat man:

für Schmiedeeisen $P = 0{,}37\,\frac{h^3}{L}$, $h = 1{,}39\sqrt[3]{(PL)}$,

„ Gufseisen . . $P = 0{,}29\,\frac{h^3}{L}$, $h = 1{,}51\sqrt[3]{(PL)}$,

„ Holz . . . . $P = 0{,}037\,\frac{h^3}{L}$, $h = 3{,}00\sqrt[3]{(PL)}$.

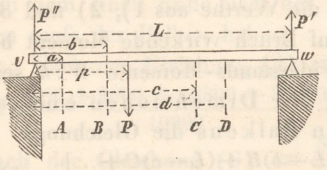
Belastungsfähigkeit stangenförmiger Körper, welche au zwei Punkten unterstützt sind.

§ 93. Wenn ein Balken an seinen beiden Endpunkten unterstützt ist, so pflegt man drei Fälle zu unterscheiden, die sich zwar alle auf den Fall zurückführen lassen, welcher in den vorigen Paragraphen abgehandelt ist, welche jedoch manches Eigenthümliche darbieten, und daher hier eine kurze Erörterung nöthig machen. Diese Fälle sind:

1) der Balken liegt an beiden Endpunkten frei auf,

2) der Balken ist an einem Endpunkte unwandelbar befestigt, am andern aber liegt er frei auf,

3) der Balken ist an beiden Endpunkten unwandelbar befestigt.



Denken wir einen Balken vw von der Länge L, welcher an beidan Endpunkten v und w frei aufliegt, und durch die Drucke A, B, C, D in den Abständen a, b, c, d von dem Endpunkte v belastet ist, so lassen sich diese Drucke nach § 90. S. 198 leicht auf die beiden Stützpunkte reduciren. Der Druck in dem Punkte w ist:

$$1)\quad P' = \frac{aA + bB + cC + \ldots\ldots}{L}$$

Der Druck im Punkte v ist:

$$2)\quad P'' = \frac{(L-a)A + (L-b)B + (L-c)C + \ldots}{L}$$

Der mittlere Druck oder die Resultirende aus sämmtlichen Drucken ist:

$$3)\quad P = P' + P'' = A + B + C + D + \ldots\ldots$$

Den Angriffspunkt dieses mittlern Drucks finden wir, nach einem bekannten statischen Gesetz, wenn wir die Länge L im um-