No.	Dimensionen des rechteckigen Querschnitts in preufs. Zollen	Seitenverhältnifs	Gewicht eines prismatischen Stabes von 10 Fufs Länge in preufs. Pfunden: Schmiedeeisen	Gufseisen oder Zinn	Kupfer	Messing
20	$3\frac{1}{4}$ und $1\frac{5}{8}$	2 : 1	187,05	176,05	216,40	205,40
21	$3\frac{1}{2}$ „ $1\frac{3}{4}$	2 : 1	216,93	204,17	250,95	238,19
22	$3\frac{3}{4}$ „ $1\frac{1}{4}$	3 : 1	166,02	156,25	192,06	182,29
23	. „ $1\frac{7}{8}$	2 : 1	249,00	234,35	288,10	273,45
24	4 „ 2	2 : 1	283,33	266,67	327,77	311,11
25	$4\frac{1}{2}$ „ $1\frac{1}{2}$	3 : 1	239,10	225,00	276,60	262,50
26	. „ $2\frac{1}{4}$	2 : 1	358,60	337,50	414,80	393,70
27	5 „ $2\frac{1}{2}$	2 : 1	442,70	416,70	512,10	486,10
28	$5\frac{1}{2}$ „ $2\frac{3}{4}$	2 : 1	535,70	504,20	619,70	588,20
29	6 „ 2	3 : 1	425,00	400,00	491,70	466,70
30	. „ 3	2 : 1	637,50	600,00	737,50	700,00

Die vorstehenden Zusammenstellungen beziehen sich selbstverständlich nur auf solche Körper, oder deren Theile, welche einer Bearbeitung unterworfen sind. Schienen, Bänder, Reifen etc. von Flacheisen führt man auch in andern Dimensionen und Verhältnissen aus.

Elastizitätsbestimmung stangenförmiger Körper.

§ 88. Die stangenförmigen Maschinentheile können in sehr verschiedener Weise auf ihre Festigkeit in Anspruch genommen werden. Immer müssen sie in solchen Dimensionen ausgeführt werden, dafs die Drucke, welche auf sie einwirken, nicht im Stande sind eine bleibende Formveränderung hervorzubringen, d. h. man darf niemals einen Körper so belasten, dafs in irgend einem Theile desselben die Grenze der vollkommenen Elastizität überschritten wird; ja die Sicherheit der Konstruktion erfordert es, dafs diese Grenze nicht einmal erreicht werde. Für Maschinenkonstruktionen ist es daher rathsam, solche Theile, welche der Bewegung unterliegen, und die daher in den meisten Fällen Stöfsen und Erschütterungen ausgesetzt sind, nur mit einer Belastung in Anspruch zu nehmen, welche der Hälfte derjenigen entspricht, bei welcher die Grenze der vollkommenen Elastizität erreicht wird; bei allen stabilen Konstruktionen dagegen, also bei den Baukonstruktionen, bei den Gerüsten, und überhaupt da, wo man Stöfse oder zufällige und plötzliche Vermehrung des einwirkenden Druckes nicht zu erwarten hat, kann man bis zu drei Viertel der Elastizitätsgrenze hinaufgehen.

Wo es auf besondere Sicherheit in der Konstruktion, und zugleich darauf ankommt, den Körper in seinen Dimensionen möglichst zu beschränken, mufs man durch sorgfältige Versuche die Elastizitätsgrenze der zu verwendenden Materialien zu ermitteln suchen. Hat man hierzu nicht Gelegenheit, oder ist der Bau von geringerer Wichtigkeit, so kann man sich mit Durchschnittswerthen, die aus einer Reihe von bereits angestellten Versuchen entnommen sind, begnügen.

Bekanntlich nimmt man an, dafs innerhalb der Grenze der vollkommenen Elastizität die Belastungen (Spannungen), welche eine bestimmte Form-Veränderung eines prismatischen Stabes, also eine Verlängerung durch Ausrecken, oder eine Verkürzung durch Zusammendrücken hervorzubringen vermögen, sich verhalten, wie diese Verlängerungen oder Verkürzungen selbst. Vermag also eine gewisse Belastung E eine Längenveränderung l, und eine andere K eine Längenveränderung λ herbeizuführen, so hat man

$$E : K = l : \lambda.$$

$$1)\ K = E \cdot \frac{\lambda}{l};\quad 2)\ \lambda = l \cdot \frac{K}{E}\qquad 3)\ E = K\frac{l}{\lambda}.$$

Kennt man also eine Belastung E und die von ihr hervorgebrachte Längenveränderung l, so kann man für jede andere Längenveränderung λ die Belastung K finden, welche dieselbe hervorgebracht hat, und umgekehrt. Dieses Gesetz stimmt mit der Wirklichkeit zwar nur so lange überein, als die Längenveränderungen innerhalb der Grenze der vollkommenen Elastizität stattfinden, wir sind aber nicht gehindert, unter E eine Belastung zu denken, welche in Wirklichkeit weit über die Elastizitätsgrenze hinausgehen würde, wenn wir nur unter l die zugehörige Verlängerung denken, welche jene Belastung hervorbringen würde, falls der Körper bis zu dieser Längenveränderung vollkommen elastisch bliebe.

Man hat in der That zur Bestimmung der Elastizitäts-Verhältnisse eine solche imaginäre Längenveränderung und die ihr entsprechende Belastung angenommen, indem man nämlich unter l die ursprüngliche Länge des Körpers, unter E also eine solche Belastung gedacht hat, welche im Stande sein würde, den Körper um seine ursprüngliche Länge, also bis aufs Doppelte auszurecken, oder um eben so viel, d. h. bis auf Null zusammenzudrücken. Diese, so gedachte Belastung nennt man das **Maafs der Elastizität**, oder den **Elastizitäts-Modulus**.

Um noch eine gewisse Uebereinstimmung in den Angaben und Rechnungen herbeizuführen, hat man den Elastizitäts-Modulus immer für einen bestimmten Querschnitt, etwa für einen Körper von einem **Quadratzoll**, oder von einem **Quadratcentimètre** Querschnitt (**Einheits-Prisma**) angegeben.

Kennt man den Elastizitäts-Modulus E und die **Verlängerung** λ, welche der Körper in dem Augenblicke erleidet, wo er die Grenze der vollkommenen Elastizität erreicht, so kann man leicht den Druck K bestimmen, welcher diese Längenveränderung hervorzubringen vermag, der also jenes Maximum darstellt, welches bei Maschinen-Konstruktionen nur zur **Hälfte**, bei stabilen Konstruktionen nur bis zu $\frac{3}{4}$ erreicht werden darf.

Ist z. B. die **Verlängerung eines Körpers an der Elastizitätsgrenze** $\frac{1}{x}$ seiner ursprünglichen Länge, also $\lambda = \frac{1}{x} l$, so hat man die Belastung, bei welcher der Körper die Grenze der vollkommenen Elastizität erreicht, nach der Gleichung 1):

$$K = \frac{1}{x} E.$$

Die **zulässige Belastung** ist aber nur $\frac{1}{2}K$ bis $\frac{3}{4}K$. Wir wollen dieselbe allgemein mit k bezeichnen.

Die folgende Tabelle giebt für die am häufigsten vorkommenden Materialien:

die Werthe des **Elastizitäts-Modulus** . . . . . $= E$,

die **Verlängerung an der Elastizitätsgrenze** . . $= \frac{1}{x}$,

die **Belastung, welche der Elastizitätsgrenze** entspricht . . . . $= K$,

die **zulässige Belastung**, welche genügende Sicherheit gewährt . . . . $k = \frac{1}{2}K$.

Die Angaben sind sowohl für **preufsisches**, als auch für **französisches Maafs** berechnet, und zwar gröfstentheils nach Angaben von **Morin***). Des Zusammenhanges wegen sind auch die Angaben für Hölzer beigefügt.

Die Zahlen in der Tabelle sind überall für den praktischen Gebrauch abgerundet.

---

*) **Morin's** Hilfsbuch des prakt. Mechanikers; deutsch bearbeitet von L. **Holtzmann**, dritte Auflage. Karlsruhe 1851. S. 256.

XI. Tabelle

über den Elastizitäts-Modulus, die Elastizitätsgrenze und die zulässige Belastung von Metallen und Hölzern.

Bezeichnung des Materials	Quer-schnitt	Modulus der Elastizität E.	Ausdehnung an der Grenze der Elastizität $\frac{1}{x}$	Belastung, welche d. Elastizitätsgrenze entspricht K	Zulässige Belastung für Maschinen-Konstruktionen $k=\frac{1}{2}K$.
Schmiedeeisen in Stäben	pr. □Zoll	29000000	$\frac{1}{1520}$ =	19000	10000
	□Centim.	2000000	0,00066	1300	650
in dünnen Stäben	pr. □Zoll	36000000	$\frac{1}{1520}$ =	24000	12000
	□Centim.	2500000	0,00066	1600	800
in Drähten . . .	pr. □Zoll	30000000	$\frac{1}{1000}$ =	30000	15000
	□Centim.	2100000	0,00100	2100	1100
Gufseisen	pr. □Zoll	17000000	$\frac{1}{1200}$ =	14000	7000
	□Centim.	1200000	0,00083	1000	500
Stahl	pr. □Zoll	30000000	$\frac{1}{835}$ =	36000	18000
	□Centim.	2100000	0,00120	2500	1300
Gufsstahl, gehärtet	pr. □Zoll	44000000	$\frac{1}{450}$ =	98000	49000
	□Centim.	3000000	0,00222	6700	3300
Kupfer	pr. □Zoll	16000000	$\frac{1}{4000}$ =	4000	2000
	□Centim.	1100000	0,00025	300	150
Kupferdraht . . .	pr. □Zoll	17500000	$\frac{1}{1000}$ =	17500	9000
	□Centim.	1200000	0,00100	1200	600
Messing	pr. □Zoll	9500000	$\frac{1}{1320}$ =	7000	3500
	□Centim.	650000	0,00076	480	240
Messingdraht . .	pr. □Zoll	14500000	$\frac{1}{742}$ =	20000	10000
	□Centim.	1000000	0,00135	1300	650
Glockengut	pr. □Zoll	4700000	$\frac{1}{1590}$ =	2950	1500
	□Centim	320000	0,00063	200	100
Blei	pr. □Zoll	730000	$\frac{1}{477}$ =	1530	800
	□Centim.	50000	0,00210	100	50
Bleidraht	pr. □Zoll	1000000	$\frac{1}{1500}$ =	700	350
	□Centim.	70000	0,00067	45	22
Harte Holzarten	pr. □Zoll	1800000	$\frac{1}{600}$ =	3000	1500
	□Centim.	120000	0,00167	200	100
Weiche »	pr. □Zoll	1600000	$\frac{1}{800}$ =	2000	1000
	□Centim.	110000	0,00125	140	70

Für stabile Konstruktionen kann man die Angaben der letzten Kolumne um die Hälfte gröfser nehmen.

Die sämmtlichen Angaben gelten für ein Einheitsprisma; ist der Querschnitt eines Körpers F mal so grofs, als derjenige des Einheitsprismas, so ist die zulässige Belastung k ebenfalls F mal so grofs, ebenso diejenige Belastung, welche ihn bis aufs Doppelte seiner Länge ausdehnen könnte. Nach der Gleichung 3) würde man also für einen Körper vom Querschnitt F, und der Länge l, auf welchen eine Gesammt-Belastung P einwirkt, die die Verlängerung λ erzeugt, haben

$$F \cdot E = P \frac{l}{\lambda}$$

$$E = \frac{P}{F} \cdot \frac{l}{\lambda},$$

welcher Werth für ein und dasselbe Material konstant ist.

Die Art und Weise, in welcher die Maschinentheile durch die, auf sie einwirkenden Drucke in Anspruch genommen werden, läfst sich im Allgemeinen auf folgende Fälle zurückführen:

1) Die Drucke wirken auf Verlängerung der stangenförmigen Körper. Ist der Körper zu schwach, so giebt er dieser Einwirkung nach, wird immer weiter ausgereckt, dabei immer dünner, und zerreifst endlich. (Widerstand gegen das Zerreifsen, absolute Festigkeit).

2) Die Drucke wirken nach einer Richtung, welche normal zur Längenrichtung der stangenförmigen Körper ist, oder lassen sich doch wenigstens nach einer solchen normalen Richtung hin zerlegen. Der Körper wird, wenn er diesen Drucken nachgiebt, anfangs gebogen, nimmt eine immer stärker gekrümmte Form an, und zerbricht endlich (Widerstand gegen Biegen und Zerbrechen, relative (respektive) Festigkeit).

3) Die Drucke wirken auf Zusammendrücken der Körper. Kann der Körper dem Drucke nicht widerstehen, so schieben sich entweder seine Theile ineinander, er wird zerdrückt, oder, wenn der Körper nach der Richtung des einwirkenden Druckes eine gewisse Länge hat, so biegt er sich krumm, und bricht endlich (er wird zerknickt) (Widerstand gegen Zerdrücken und Zerknicken, rückwirkende Festigkeit).

4) Die Drucke wirken so, dafs sie das Bestreben haben, einzelne Theile eines Körpers, parallel zu dessen Längenrichtung, zu verschieben, während gewisse andere Theile ihre ursprüngliche Lage beibehalten. Kann der Körper diesem Bestreben nicht widerstehen, so lösen sich jene Theilchen (Fasern) von den letz-

tern ab, und der Körper zersplittert (Widerstand gegen das Zersplittern; Parallelfestigkeit).

5) Die Drucke wirken normal gegen die Längenrichtung des Körpers, derselbe ist aber so befestigt, dafs er sich nicht biegen kann, indem er z. B. wie ein Niet, oder wie ein Bolzen in seiner ganzen Länge von einem andern Körper umschlossen ist. Vermag der Körper den einwirkenden Drucken nicht zu widerstehen, so wird er anfangs zusammengedrückt, dann verlieren seine Theilchen den Zusammenhang, und der eine Theil gleitet über den andern fort; der Körper wird abgedrückt, abgequetscht, abgeschnitten (vergl. S. 94 und 95). (Widerstand gegen das Abdrücken; Querfestigkeit).

6) Die Drucke wirken so, dafs sie die einzelnen Körpertheilchen gegen einander zu verdrehen bestrebt sind. Giebt der Körper nach, so werden die zuvor geradlinigen Elemente in die Form von Spiralen gebogen, dabei ausgereckt, endlich abgerissen (vergl. S. 119 und 120). (Widerstand gegen das Abwürgen, Torsionsfestigkeit).

Die unter 4) und 5) genannten Festigkeiten sind bis jetzt noch wenig oder gar nicht gründlich untersucht worden, obwohl sie für eine Reihe von Maschinen-Konstruktionen von sehr grofser Wichtigkeit sind; es bleibt daher hier nichts übrig, als auf die, in der Anmerkung zu Seite 95 gemachten Andeutungen zu verweisen.

Die Torsionsfestigkeit (6) spielt eine besonders wichtige Rolle bei den Wellen. Um Wiederholungen zu vermeiden, kann sie erst dort, nachdem einige andere Begriffe festgestellt worden sind, besprochen werden.

Die Berechnung stangenförmiger Körper in Bezug auf den Widerstand gegen Zerreifsen (1), gegen Biegen und Brechen (2) und gegen Zerdrücken und Zerknicken (3) enthalten die nächsten Paragraphen.

Berechnung stangenförmiger Körper auf Zerreifsen.

§ 89. Der Widerstand, welchen die Körper den Drucken entgegensetzen, die auf Verlängerung wirken, steht in direktem Verhältnifs zu dem Querschnitt der Körper (§ 88. S. 193). Bezeichnet also F den Querschnitt in Quadratzollen (Quadratcentimètres) und k den aus der Tabelle XI. (S. 193) zu entnehmenden Werth, so hat man die Belastung P, welche der Körper mit Sicherheit tragen kann:

$$P = F \cdot k = A.$$