und der Lage derselben zu einander bedingt sind, so hat man sechs und dreifsig Kombinationen, und wenn man bedenkt, dafs für jede derselben noch jede von den fünf Gruppen der Befestigungsmittel in Anwendung gebracht werden kann, so hat man mit Rücksicht auf die grofse Menge der in jeder Gruppe enthaltenen Befestigungsmittel, eine sehr grofse Anzahl verschiedener Befestigungen. Noch mehr wird diese Anzahl dadurch vergröfsert, dafs man häufig die Befestigung einer Körperform auf eine andere überträgt. So kommt es z. B. sehr häufig vor, dafs man stangenförmige Körper an ihren Enden plattenförmig gestaltet, und sie nach Art der Platten aneinander befestigt. Wenn zu diesem Zweck ein stangenförmiger oder auch ein blockförmiger Körper an der Befestigungsstelle in die Form einer Platte übergeht, so nennt man diesen plattenartigen Ansatz einen Rand oder einen Flantsch.

Es kann hier nicht die Absicht sein, alle möglichen Fälle der Befestigung einzeln vorzuführen, da ein grofser Theil überhaupt noch keine praktische Anwendung gefunden hat; ja es würde über die Grenzen der Zweckmäfsigkeit hinausreichen, wenn wir auch nur alle wirklich angewandten Befestigungen hier zusammenstellen wollten. Ein Theil derselben ist auf ein bestimmtes, in einem speziellen Falle vorliegendes Bedürfnifs berechnet, und entbehrt daher einer allgemeinen Bedeutsamkeit, ein anderer Theil wiederum ist so wesentlich durch die Natur und den Zweck eines gewissen Maschinentheiles bedingt, dafs wir ihn nicht füglich besprechen können, bevor wir diesen Maschinentheil abgehandelt haben. Es bleibt daher nur übrig, die vorhin gegebenen allgemeinen Umrisse und Andeutungen über die verschiedenen Formen der Befestigungen in bestimmten einzelnen Beispielen, die von allgemeiner Wichtigkeit sind, zu erläutern.

A. Befestigung stangenförmiger Körper an andern stangenförmigen Körpern.

Allgemeines.

§ 72. Die Befestigung stangenförmiger Körper an ähnlich gestalteten kommt in sehr vielfachen Formen und Zusammenstellungen vor, welche theils durch das Material der Körper selbst, theils durch den Zweck derselben, theils endlich durch die Gröfse und die Richtung des Drucks, welcher auf eine Trennung der Fuge hinwirkt, bedingt sind. Ohne hierauf eine Eintheilung der verschiedenen Gestaltungen, welche diese Körperform, namentlich mit Rücksicht auf die Lage der Körper, die Befestigungsmethode und die Befestigungsmittel zuläfst, begründen zu wollen, heben wir einige der wichtigsten Gruppen der Befestigungen stangenförmiger Körper an andern stangenförmigen Körpern heraus.

a) Holzverbände.

1) Methode der einfachen Befestigung.

Einfache gerade Befestigung.

Befestigung hölzerner Balken. — Stofs — Blatt — Kamm.

§ 73. Kaum irgend ein Material ist einer so vielfachen und leicht passenden Bearbeitung seiner Oberfläche fähig, als das Holz. Aus diesem Grunde macht man bei der einfachen Befestigungsmethode von dem oben (S. 161) angeführten Hilfsmittel, die Fuge durch eine passende Gestaltung zu verstärken, gerade bei hölzernen Körpern den umfassendsten Gebrauch. Man wendet dann zur Befestigung selbst meistens das Zusammen-Leimen, -Bolzen, -Dübeln, -Nageln und -Keilen an. Ja man kann unter Umständen ein solches Befestigungsmittel ganz entbehren, wenn der auf Trennung wirkende Druck nur nach einer oder zwei Richtungen thätig ist, und wenn man ihn durch die Verschränkungen der Oberflächen der Körper vollständig beseitigen kann. Es ist jedoch nicht zu übersehen, dafs in diesem Falle immer nur eine Verbindung, nicht aber eine Befestigung erreicht wird, und dafs man nur, weil ein Druck auf Verschiebung in den übrigen Richtungen nicht vorhanden ist, die Verbindung für die Befestigung substituiren kann. Gewöhnlich bezeichnet man daher auch diese Formen als Holzverbindungen oder Holzverbände, welche erst durch Anwendung eines Befestigungsmittels zu Holzbefestigungen werden.

Die gerade Befestigung dient hier meist zur Verlängerung eines Balkens oder Stabes (fr. *rallongement* — engl. *lengthening*). Je nach der Form, welche man den beiden Hölzern an der Fuge giebt, nennt man die Befestigung einen Stofs, ein Blatt, oder einen Kamm.

Wenn die beiden Hölzer stumpf gegen einander gelegt sind, ohne dafs die Fuge irgend welche eigenthümliche Gestalt bekommt, so sagt man, sie seien zusammengestofsen (fr. *joints* — engl. *eked*), entweder gerade (Taf. 9. Fig. 1), oder schräge (Taf. 9. Taf. 9.
Fig. 2). Wenn dagegen die Hölzer auf einen gewissen Theil ihrer Fig. 1 und 2.

Länge sich übergreifen, so sagt man, sie seien zusammengeblattet (fr. *assemblés à demis bois, assemblés à mi-bois* — engl. *scarfed*). Wenn endlich das Zusammenblatten so eingerichtet wird, dafs dadurch eine Verschiebung nach der Länge und nach der Seite aufgehoben wird, so pflegt man es Verkämmen (fr. *assemblage en crêmaillère* — engl. *cogging*) zu nennen.

Zusammenblatten.

§ 74. Einige Beispiele für das Zusammenblatten und Verkämmen sind folgende*):

Taf. 9. Fig. 3. 1) das gerade Blatt (fr. *mi-bois* — engl. *scarf*) (Taf. 9. Fig. 3):

Holzstärke . . . . $= b$,
Länge des Blattes . . . . $= 2b$,
Dicke desselben . . . . $= \frac{1}{2}b$.

Taf. 9. Fig. 4. 2) Das schräg eingeschnittene, gerade Blatt (Taf. 9. Fig. 4):

Holzstärke . . . . $= b$,
Länge des Blattes . . . . $= 2b$,
Dicke desselben . . . . $= \frac{1}{2}b$.

Die Hirnenden sind nach einer Neigung von 1:3 abgesetzt.

3) Das einfache schräge Blatt, französische Blatt (fr. *sif-* Taf. 9. Fig. 5. *flet, flûte*) (Taf. 9. Fig. 5):

Holzstärke . . . . $= b$,
Länge des Blattes . . . . $= 2b$.

Die Neigung des Blatts bestimmt sich dadurch, dafs man die Enden um $\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{4}$ der Holzstärke rechtwinklig zur Längendimension absetzt.

4) Das doppelte schräge Blatt, doppelte französische Taf. 9. Fig. 6. Blatt (fr. *traît de Jupiter*) (Taf. 9. Fig. 6):

Holzstärke . . . . $= b$,
Länge des ganzen Blatts . . . . . $= 2\frac{1}{2}b$.

Man schneidet xx' und $yy' = \frac{1}{6}b$ rechtwinklig zur Holzlänge ein, und zieht xy' und $x'y$.

Taf 9. Fig. 7. 5) Dasselbe Blatt mit Verdeckung (Taf. 9. Fig. 7). Man verzeichnet es, wie vorhin, läfst aber das Blatt nicht über die ganze Breite des Holzes reichen, sondern läfst bei dem einen Stück noch eine Platte von $\frac{1}{5}$ bis $\frac{1}{4}$ der Holzbreite unverändert stehen. Um die Dicke dieser Platte mufs das andere Stück abgesetzt werden.

---

*) Vorlegeblätter für Zimmerleute, herausgegeben von der königl. preufs. technischen Deputation für Gewerbe.

6) Das schräge Blatt mit dem Keil (Taf. 9. Fig. 8). Die Konstruktion ist ähnlich wie bei dem unter No. 4, nur setzt man die Enden nicht normal zur Holzlänge ab, sondern normal zu der geneigten Ebene des Blattes: Taf. 9. Fig. 8.

Holzstärke . . . . $= b$,
Länge des Blattes . . . . $= 4b$,
Breite und Höhe des Keils . . . $= \frac{1}{6}b$.

7) Das Hakenblatt (Taf. 9. Fig. 9): Taf. 9. Fig. 9.

Holzstärke . . . . $= b$,
Länge des Blatts . . . . $= 2\frac{1}{2}b$.
Länge jedes Hakens . . . . . . $= 1\frac{1}{4}b$,
Höhe des Hakens . . . . $= \frac{5}{8}b$,
Holzstärke im Einschnitt . . . . $= \frac{3}{8}b$.

8) Das Hakenblatt mit Keil (Taf. 9. Fig. 10). Taf. 9. Fig. 10.

Die Verhältnisse dieses Blattes sind im Allgemeinen dieselben, wie die des vorigen, nur sind die Hirnenden der Holzstücken schräge abgesetzt nach einer Neigung von 1:5, und die Befestigung geschieht mit Hilfe eines hölzernen Keils.

Verkämmen.

§ 75. Die wichtigsten Formen der Verkämmung (§ 73) hölzerner balkenförmiger Körper sind folgende:

1) Der schwalbenschwanzförmige Kamm (Taf. 9. Fig. 11). Taf. 9. Fig. 11 bis 18. Unter Schwalbenschwanz (fr. *queue d'hironde, queue d'aronde, queue d'ironde* — engl. *dovetail*) versteht man überhaupt eine eigenthümliche Gestaltung der Fuge, welche darin besteht, dafs der eine von beiden zu befestigenden Körpern eine Erhöhung oder einen Vorsprung, der andere eine hierzu passende Vertiefung oder einen Einschnitt hat, und zwar so, dafs die Begrenzungs-Ebenen beider nicht mit der Richtung des, auf Trennung wirkenden Zugs parallel, sondern nach der Richtung dieses Zugs hin convergirend sind. Zuweilen ist auch wohl eine dieser Flächen mit der Richtung des Zugs parallel, die andre aber nicht, wie in Fig. 12, dann nennt man die Form einen unechten oder halben Schwalbenschwanz, oder auch Weifsschwanz; im Gegensatz hierzu heifst dann die Form in Fig. 13 ein echter, ganzer oder wirklicher Schwalbenschwanz. Man hat auch wohl sogenannte doppelte Schwalbenschwänze, sowohl den doppelten, echten Schwalbenschwanz (Fig. 14), als den doppelten, halben Schwalbenschwanz (Fig. 15). Die Verhältnisse des Schwalbenschwan-

zes sind gewöhnlich von seiner gröfsten Breite abhängig, welche zuweilen gleich der Breite des Holzes, zuweilen auch geringer ist. Bezeichnet man die gröfste Breite mit x, so ist

die Länge des Schwalbenschwanzes . . . . 1 bis $1\frac{1}{2}x$,
der Einschnitt beim ganzen Schwalbenschwanze . . $\frac{1}{4}x$,
" " " halben " . . $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{3}x$,
die kleinste Breite des ganzen Schwalbenschwanzes . $\frac{1}{2}x$,
die kleinste Breite des halben Schwalbenschwanzes . $\frac{3}{4}$ bis $\frac{2}{3}x$.

Zuweilen reicht der Schwalbenschwanz durch die ganze Dicke der Fuge hindurch; in diesem Falle sieht man seine Umrisse auf der obern und auf der untern Fläche der zu befestigenden Körper; zuweilen läfst man denselben nur bis zu einer gewissen Tiefe, etwa bis zur Hälfte oder zwei Dritteln der Holzstärke hinabreichen, in diesem Falle ist sein Umrifs auch nur von einer Fläche der Fuge zu bemerken, von der andern aber nicht, und man nennt ihn dann den gedeckten oder verdeckten Schwalbenschwanz (fr. *queue d'aronde à patte*), wie in Fig. 16. Die Platte, welche den Schwalbenschwanz verdeckt, springt zuweilen noch über die Länge des Schwalbenschwanzes hervor, wie in Fig. 17, und man nennt einen solchen Vorsprung eine Brüstung oder Schulter (fr. *arasement* — engl. *shoulder*). Hiernach wird der schwalbenschwanzförmige Kamm mit Brüstung (Fig. 11) verständlich sein; die Verhältnisse desselben sind passend folgende:

Holzstärke . . . . $= b$,
Holzbreite . . . . $= b'$,
Gröfste Breite des Schwalbenschwanzes $= \frac{3}{5}b'$,
Kleinste Breite desselben . . . . . $= \frac{1}{3}b'$,
Länge desselben . . . . $= \frac{4}{5}b'$,
Dicke desselben . . . . $= \frac{1}{2}b$,
Höhe der Brüstung . . . . $= \frac{1}{2}b$,
Vorsprung derselben . . . . . . $= \frac{1}{5}b'$.

Uebrigens läfst sich der Schwalbenschwanz noch in vielen andern Formen zum Verkämmen anwenden, z. B. als verborgener Schwalbenschwanz mit und ohne Brüstung, wenn man nämlich einen verdeckten Schwalbenschwanz auf beiden Oberflächen der Körper durch eine Platte verdeckt (Fig. 18) etc.

2) Der Hakenkamm. Der Haken unterscheidet sich vom Schwalbenschwanz dadurch, dafs er nicht allmählich von seiner gröfsten bis zu seiner kleinsten Breite abnimmt, sondern dafs er auf einmal durch rechtwinkliges Einschneiden seiner Begrenzungs-

flächen, und Zurücktreten derselben in die kleine Breite übergeht. Hierdurch bilden sich hakenförmige Ansätze, welche dieser Verbindung den Namen gegeben haben. Man kann auch hier, wie beim Schwalbenschwanz, den halben oder einfachen (Taf. 9. Fig. 19) vom ganzen oder doppelten Haken (Fig. 20) unterscheiden; man kann verdeckte, verborgene Haken, ferner Haken mit Brüstung konstruiren, und überhaupt mancherlei Variationen in der Form der Haken eintreten lassen. Im Allgemeinen brauchen die Haken eine gröfsere Länge als die Schwalbenschwänze und werden gewöhnlich nur bei starken Hölzern angewendet. Als Beispiel diene der einfache (Taf. 9. Fig. 21) und doppelte (Fig. 21 *a*) Hakenkamm, dessen Verhältnisse passend folgende sind: Taf. 9. Fig. 19 und 20. Taf. 9. Fig. 21.

Holzstärke	$= b$,
Holzbreite	$= b'$,
Gröfste Breite des Hakens beim einfachen Haken	$= \frac{7}{12} b'$,
„ „ „ „ „ doppelten „	$= \frac{2}{3} b'$,
Länge des Hakens	$= b'$,
Dicke desselben	$= \frac{5}{8} b'$,
Höhe der Brüstung	$= \frac{3}{8} b$,
Vorsprung derselben	$= \frac{1}{4} b'$.

Die Hirnenden der Hölzer sind schräge abgesetzt nach einer Neigung von 1:2.

3) Der einfache, schräge Kamm (Taf. 9. Fig. 22) ist dem einfachen schrägen Blatt (Taf. 9. Fig. 5) nachgebildet. Man hat dieses Blatt in einen Kamm verwandelt, indem man durch einen Vorsprung auf der schrägen Fläche des untern Blattes, welcher in eine entsprechende Vertiefung des obern eingreift, die Verschiebung nach der Seite aufzuheben gesucht hat. Die passenden Verhältnisse sind folgende: Taf. 9. Fig. 22.

Holzstärke	$= b$,
Holzbreite	$= b'$,
Länge der Fuge	$= 2\frac{1}{2} b$,
Höhe des rechtwinkligen Absatzes	$= \frac{1}{3} b$,
Seite des Kammes, welche ein gleichseitiges Dreieck bildet	$= b'$.

4) Der doppelte, schräge Kamm (Taf 9. Fig. 23) ist in ähnlicher Weise dem doppelten, schrägen Blatt (Taf. 9. Fig. 6) nachgebildet. Der Widerstand gegen die Seitenverschiebung wird hier durch die dreieckige Gestalt der Enden der Hölzer hervorgebracht. Derselbe ist jedoch nur gering, und für bedeutende Drucke Taf. 9. Fig. 23

auf die Dauer nicht ausreichend. Die passenden Verhältnisse sind folgende:

Holzstärke . . . . $= b$,
Holzbreite . . . . $= b'$,
Länge d. Fuge von einer Dreiecksspitze zur andern $= 2\frac{1}{2} b$,
Tiefe des Absatzes an der obern Fläche . . $= \frac{1}{4} b$,
" " " " " untern " . . . $= \frac{1}{2} b$,
Die Dreiecke an den Enden sind gleichschenklig und haben zur Grundlinie . . . . . $= b'$,
Dieselben haben zur Höhe . . . . $= \frac{1}{4} b'$.

Man wird aus den mitgetheilten Angaben noch eine grofse Zahl ähnlicher Holzverbände kombiniren können; es würde hier zu weit führen, noch ausführlicher darauf einzugehen.

Einfache Winkelbefestigung.

Verschiedene Arten der einfachen Winkelbefestignng.

§ 76. Die Winkelbefestigung stab- oder balkenförmiger Hölzer nach der einfachen Befestigungsmethode findet die ausgedehnteste Anwendung nicht allein im Maschinenbau, sondern vorzugsweise für die Konstruktion stabiler Bauten. Man kann füglich hier drei Hauptgruppen unterscheiden, in welchen die Befestigungen dieser Art vorkommen; nämlich*):

1) Eckbefestigungen, wenn die beiden Stücke in einen (meistentheils rechten Winkel) zusammenlaufen, über dessen Scheitel keines von beiden hinausreicht.
2) T-förmige Befestigungen, wenn das eine von beiden Stükken zu beiden Seiten über das Hirnende des andern hervorragt, so dafs die Befestigung der Gestalt eines T ähnlich wird.
3) Kreuzförmige Befestigungen, wenn jedes der beiden Holzstücke über das andere zu beiden Seiten der Fuge hinüberragt.

Es sind hier gleich im Voraus zwei Ausdrücke zu erklären, welche bei diesen Befestigungen vielfach gebraucht werden, nämlich: Gehrung (fr. *onglet* — engl. *mitre*) und Versatzung.

Unter Gehrung versteht man im Allgemeinen einen spitzen Winkel, namentlich den Winkel von 45°, wenn derselbe bei Fugen von Eckbefestigungen vorkommt.

---

*) Karmarsch Handbuch der mechan. Technologie, zweite Auflage. Thl. I. S. 796.

Wenn bei einer Winkelbefestigung das eine der beiden Stücken mit seiner ganzen Breite in die Oberfläche des andern eindringt, ohne sie jedoch ganz zu durchschneiden, so sagt man, das erste habe Versatzung oder Versatz in das letzte (fr. *embrèvement*).

Auch bei den Winkelbefestigungen kann man, wie bei den Längenbefestigungen, das Stofsen, Blatten und Kämmen unterscheiden.

Die wichtigsten Formen für die Winkelbefestigungen sind hiernach folgende:

Zusammenstofsen unter einem Winkel.

§ 77. 1) Der gerade Stofs, sowohl für Eckbefestigung (Taf. 9. Fig. 24), als für T-förmige (Fig. 25). Taf. 9. Fig. 24 bis 31.

2) Der Stofs mit Versatzung (Taf. 9. Fig. 26) für Eckbefestigung, (Taf. 9. Fig. 27) für T-förmige Befestigung. Für diese letztere Zusammenfügung ist aufser den übrigen Befestigungsmitteln vorzugsweise das Zusammenschrauben üblich; man wendet dazu sogenannte Bettstellschrauben, oder Schrauben mit versenkten Muttern an (Taf. 9. Fig. 28), indem man die Mutter des Schraubenbolzens in das eine Stück einstämmt, und den Bolzen seitwärts durch ein vorgebohrtes Loch einschraubt. Wenn dabei das Stück, in welchem sich die Mutter befindet, in einer Richtung parallel mit dem andern Stück eine Belastung auszuhalten hat, so wendet man auch wohl, wie in Fig. 28 angedeutet, die schräge Versatzung an. Die schräge Versatzung findet auch bei Eckbefestigungen Anwendung (Fig. 29), besonders aber dann, wenn zwei Hölzer unter einem spitzen Winkel zusammentreffen (Fig. 30). Die Tiefe der Versatzung darf nicht mehr, als etwa $\frac{1}{6}$ der Stärke des Holzes betragen, in welche sie eingearbeitet ist; hiernach ist die schräge Lage der Fuge zu bestimmen. Wenn der Winkel, den beide Hölzer bilden, sehr klein ist, so wendet man auch wohl die doppelte Versatzung an (Taf. 9. Fig. 31).

3) Der Stofs auf Gehrung ist allemal anzuwenden, wenn die beiden Stücke Verzierungen, etwa Hohlkehlen, Karniefse etc. haben, welche so erscheinen sollen, als ob sie über die Ecke herumliefen; er kommt sowohl bei Eckbefestigungen (Taf. 9. Fig. 32) als bei T-förmigen Befestigungen vor (Fig. 33). Wenn beide Hölzer nicht gleich stark sind, so läuft die Gehrungsfuge nicht von der innern Ecke nach der äufsern, sondern nach einem Punkt der Aufsenkante des schwachen Stücks, welcher um die Differenz beider Holzstärken von der äufsern Ecke entfernt ist (Fig. 34). Taf. 9. Fig. 32 bis 34.

Zusammenblatten unter einem Winkel.

§ 78. Das Zusammenblatten unter einem Winkel, auch Ueberblatten, Ueberschneiden genannt, kommt in vielfachen Formen vor; die wichtigsten sind:

1) Das einfache Blatt, wo jedes Stück in der Breite des andern um eine gewisse Tiefe ausgeschnitten wird. Es kommt sowohl bei Eckbefestigungen (Taf. 9. Fig. 35), als bei T-förmigen (Fig. 36) und kreuzförmigen (Fig. 37) vor. Man kann es mit Versatz einrichten, z. B. in Fig. 37. (Taf. 9. Fig. 35 bis 37.)

2) Das Blatt auf Gehrung (Taf. 9. Fig. 38) kommt bei Eckbefestigungen vor, aus ähnlichen Gründen, wie der Stofs auf Gehrung (§ 77. No. 3). Man schneidet nämlich das Blatt (fr. *patte*) des einen Stücks am Hirnende unter 45° ab, wodurch es die Gestalt eines rechtwinkligen Dreiecks erhält, und stämmt das andere Stück in eben dieser dreieckigen Form aus. Die Gehrung erscheint dann natürlich nur auf der einen Seite, während auf der Rückseite die Fuge die Gestalt des einfachen Blattes hat. (Taf. 9. Fig. 38.)

3) Der Sternverband (Taf. 9. Fig. 39) ist ein Kreuzverband, bei welchem aber drei Stücke gegenseitig überschnitten werden. Sind die Stücke gleich stark, und sollen nach der Zusammensetzung ihre Oberflächen in derselben Ebene (bündig) liegen, so mufs jedes Stück um $\frac{2}{3}$ seiner Stärke ausgeschnitten werden. Wenn endlich die drei Stücke gleiche Winkel mit einander bilden sollen, so erhalten sie die in der Figur angedeutete Form. (Taf. 9. Fig. 39.)

4) Der holländische Verband (Taf. 9. Fig. 40) wird unter andern für die hölzernen Arme von Rädern angewendet; derselbe bildet eine Ueberblattung mit schräger Versatzung; die einzelnen Stücke sind zur Hälfte ausgeschnitten, und jedes in das andere mit Versatzung eingelassen. Die Tiefe der Versatzung beträgt etwa $\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{4}$ der Holzstärke. (Taf. 9. Fig. 40.)

5) Das schräge Blatt (Taf. 9. Fig. 41) wird beim Anblatten von Streben oder Winkelbändern gebraucht, wobei gewöhnlich noch das Stück, an welches die Strebe geblattet wird, eine schräge Versatzung in die Strebe bekommt. (Taf. 9. Fig. 41.)

Verkämmen.

§ 79. 1) Der einfache gerade Kamm wird meist nur für T-förmige und kreuzförmige Verbände angewendet, und zwar in sehr verschiedenen Gestalten; man macht das eine von beiden Stücken hakenförmig, und läfst diesen Haken in eine passende Vertiefung des andern einfassen. Diese Vertiefung kann entweder an einem Rande (Taf. 9. Fig. 42), oder in der Mitte (Fig. 43), oder an beiden Rändern (Fig. 44) angeordnet sein, auch kann man den Kamm mit Versatzung konstruiren (Fig. 45). Dieser Verband eignet sich sowohl für bündige Ueberkämmungen (siehe § 73. No. 3), wie in Fig. 42 und 43, als auch für solche, bei denen die Oberkanten der Hölzer nach der Zusammenfügung nicht in derselben Ebene liegen sollen (Fig. 44 und 45). Die passenden Verhältnisse sind etwa folgende: Taf. 9. Fig. 42 bis 45.

Holzstärke	$= b$,
Höhe des Kamms	$= \frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{6} b$,
Breite des Kamms	$= \frac{1}{4} b$,
Breite der Versatzung	$= \frac{1}{6} b$.

2) Der einfache schräge Kamm unterscheidet sich von dem vorigen dadurch, dafs die Begrenzungen des Hakens (Kamms) nicht parallel zu den Holzrändern laufen, sondern geneigt gegen dieselben. Im Uebrigen kann man ihm auch verschiedene Formen geben. Er gewährt gröfsere Festigkeit, als der gerade Kamm, und wird daher auch für Eckbefestigungen gebraucht. Taf. 9. Fig. 46 zeigt die einfachste Form dieses Kammes, Fig. 47 eine etwas abweichende Form, welche dem Seitenschub noch besser widersteht, und endlich Fig. 48 dieselbe Anordnung, nur mit doppelter Abschrägung des Kammes. Sämmtliche Formen, welche hier für den Eckverband gezeichnet sind, lassen sich leicht für den T-förmigen und Kreuzverband abändern. Sie werden auch für das nicht bündige Ueberkämmen gebraucht, und kommen so unter andern bei der Befestigung der Etagenbalken auf den Trägern vor. Die passendsten Verhältnisse sind folgende: Taf. 9. Fig. 46 bis 48.

Holzstärke	$= b$,
Höhe des Kamms	$= \frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{6} b$,
gröfste Breite des Kamms	$= \frac{2}{3}$ bis $\frac{3}{4} b$,
kleinste Breite des Kamms	$= \frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{4} b$.

3) Der Kreuzkamm (Taf. 10. Fig. 1). Beide Hölzer werden ganz gleich kreuzweise ausgestämmt. Man kann ihn für bündige, auch für nichtbündige Ueberkämmungen anwenden; er wird in der Regel nur bei Kreuzbefestigung gebraucht. Taf. 10. Fig. 1.

4) Der doppelt schräge Kamm (Taf. 10. Fig. 2) wird häufig bei Eckbefestigungen gebraucht, namentlich bei schwachen Hölzern. Die Fuge, in welcher sich beide Hölzer berühren, ist sowohl gegen die Oberflächen, als gegen die Hirnenden der Hölzer geneigt, und verhindert so ein Auseinanderziehen der Hölzer. Die passenden Verhältnisse dieses Kammes sind in der Figur angegeben. Taf. 10. Fig. 2.

Taf. 10. Fig. 3 bis 6. 5) Der Kamm mit dem Schwalbenschwanz (Taf. 10. Fig. 3 bis 6). Ueber die Konstruktion des Schwalbenschwanzes ist bereits unter den geraden Holzbefestigungen (§ 75. No. 1) das Wichtigste gesagt. Man benutzt denselben in den verschiedensten Formen auch für die Winkelbefestigung, gewöhnlich aber nur für die T-förmige (Taf. 10. Fig. 3, 4, 5), seltener für die Eckbefestigung (Fig. 6) und noch seltener für die kreuzförmige. Man wendet sowohl den halben (Fig. 3 und 6) als den ganzen Schwalbenschwanz (Fig. 4 und 5) an, auch mit Versatz (Fig. 4). Bei Eckbefestigungen wendet man immer den halben Schwalbenschwanz (Fig. 6) an, weil dieser eine gröfsere Stärke für das am Ende stehen bleibende Stück zuläfst. Der Kamm mit Schwalbenschwanz wird unter andern auch bei der Befestigung der Etagenbalken auf den Rahmstücken bei Fachwerks-Gebäuden benutzt. Die Verhältnisse sind ähnlich wie bei den geraden Holzverbänden (§ 75. No. 1).

2) Befestigung durch Zusammenstecken.

Verschiedene Formen des Zusammensteckens bei den Holzverbänden.

§ 80. Die Befestigung der Hölzer aneinander mittelst Durchstecken oder Ineinanderstecken ist vielfach üblich, weniger für die gerade Befestigung, als für die Winkelbefestigung. Man verfährt dabei im Allgemeinen so, dafs man dem einen Stück an dem Ende eine zugespitzte oder wenigstens abgeschwächte Form (Zapfen) giebt, und das andere Stück mit einer Oeffnung, einem Loch (Zapfenloch), versieht, in welches man jenes Ende einfügt. Diese Operation heifst im Allgemeinen das Zusammenzapfen, Verzapfen (fr. *assembler à tenon*). Man unterscheidet dabei folgende verschiedene Anordnungen:

1) Das eigentliche Verzapfen, welches darin besteht, dafs man das Ende des einen Stückes, den Zapfen (fr. *tenon* — engl. *tenon*), nicht ganz durch das andere hindurch, sondern nur bis auf eine gewisse Tiefe in dasselbe hineinreichen läfst; das Loch in dem letztern (Zapfenloch) (fr. *mortaise* — engl. *mortise, mortice*) reicht dann nur an einer Begrenzungsfläche bis zur Aufsenfläche des Holzes.

2) Das Zusammenschlitzen, bei gröfsern Stücken auch Zusammenscheeren genannt (fr. *enfourcher*), ist ein Verzapfen, bei welchem aber das Zapfenloch, hier der Schlitz genannt, und folglich auch das darin passende Ende des andern Stückes, der Zapfen

(Schlitzzapfen), quer durch die ganze Stärke des Holzes hindurch reicht, also wenigstens an zwei Begrenzungsflächen des Holzes sichtbar ist.

3) Das Nuthen ist ein Verzapfen, bei welchem das Zapfenloch, hier die Nuth genannt, und folglich auch der Zapfen (der Nuthzapfen, die Feder) nicht durch die ganze Holzstärke, wohl aber über die ganze Breite, oder über die ganze Länge des Holzstückes, in welchem sich das Zapfenloch befindet, hinreicht, also an mindestens drei Begrenzungsflächen des Holzes sichtbar ist.

Unter Holzstärke verstehen wir bei der Winkelbefestigung immer die Dimension, welche mit der Längenrichtung des andern Stückes zusammenfällt; unter Holzbreite aber die andern Dimensionen des Querschnitts (s. S. 159).

Der Nuthzapfen erscheint also als ein gewöhnlicher Zapfen, welcher entweder nach der Breite, oder nach der Stärke des Stückes, an welchem er sich befindet, erweitert ist, während der Schlitzzapfen als ein gewöhnlicher Zapfen erscheint, welcher nach der Längenrichtung des Stückes, an welchem er sich befindet, verlängert ist. Alle drei Hauptarten des Zusammensteckens kommen in sehr verschiedenen Formen vor.

Gerade Befestigung durch Zusammenstecken.

Verzapfen nach der Länge — Anschäften.

§ 81. Die Methode des Zusammensteckens findet für die gerade Befestigung nur eine untergeordnete Anwendung; sie fällt häufig mit der einfachen Befestigungsmethode zusammen.

Fig. 7. Taf. 10 zeigt ein Zusammenzapfen, wie es zuweilen bei runden Stielen vorkommt; der runde oder auch quadratische Zapfen hat hier eigentlich nur den Zweck, die beiden Stücke centrisch zu erhalten. Taf. 10. Fig. 7 bis 10.

Fig. 8, 9 und 10 sind gerade Befestigungen durch Zusammennuthen, von denen bei den plattenförmigen Körpern ausführlicher die Rede sein wird; die Form in Fig. 10 ist eigentlich nur eine eigenthümliche Gestalt des Stofsens.

Taf. 10. Fig. 11 deutet ein Zusammenscheeren zweier Balken an. Die Enden der Scheere sind entweder normal zur Oberfläche des Holzes, oder schräge abgeschnitten. Taf. 10. Fig. 11.

Eine eigenthümliche Art der geraden Befestigung durch Zusammenstecken ist das Anschäften (Taf. 10. Fig. 12), welches man zuweilen zur Verlängerung von Pfählen oder andern runden Taf. 10. Fig. 12.

Stücken braucht. Man schneidet jedes der beiden Stücke auf eine Länge, welche etwa gleich der $2\frac{1}{2}$ bis 3fachen Stärke ist, kreuzweise aus und steckt sie dann zusammen, worauf das Ganze durch eiserne Ringe gebunden wird.

Winkelbefestigung durch Zusammenstecken.

Zusammenzapfen.

§ 82. Das Zapfen, Schlitzen und Nuthen findet für die Eckbefestigung und für die T-förmige Befestigung die ausgedehnteste Anwendung, eignet sich jedoch selten für die kreuzförmige Befestigung.

Die wichtigsten Formen der Zapfen sind folgende:

Taf. 10. Fig. 13 bis 18. 1) Der einfache Zapfen (fr. *tenon* — engl. *tenon*) (Taf. 10. Fig. 13) hat die Breite des Stückes, an welches er angeschnitten ist, und etwa $\frac{1}{3}$ der Stärke desselben, man macht ihn eben so lang als stark, zuweilen etwas länger oder kürzer.

Die Befestigung des Zapfens in seinem Sitz geschieht, aufser durch die übrigen bekannten Befestigungsmittel, auch zuweilen durch Keile, in der in Fig. 14 angedeuteten Art. Man stämmt nämlich das Zapfenloch innen weiter als aufsen, spaltet den Zapfen an einer oder zwei Stellen auf, setzt kleine Keile von hartem Holz in den Spalt, und treibt nun den Zapfen in seinen Sitz, wodurch zugleich die Keile in den Spalt getrieben werden, und diesen auseinander drängen. Man nennt einen solchen Zapfen einen Keilzapfen.

In Fig. 15 ist ein einfacher Zapfen für eine Befestigung unter einem spitzen Winkel gezeichnet.

Häufig giebt man den Zapfen noch Versatz (fr. *embrèvement*) (siehe § 76. S. 169), namentlich bei den schiefwinkligen Zapfen (Taf. 10. Fig. 16 und 17); je nach der Gröfse des Winkels macht man einfachen (Fig. 16) oder doppelten (Fig. 17) Versatz. (Vergl. Taf. 9. Fig. 30 und 31 und Seite 169).

Bei Streben, welche in zwei Hölzer schräge eingezapft sind (Taf. 10. Fig. 18), pflegt man das Ende x des Zapfens normal zu der Kante des Holzes, in welches derselbe sich einsetzt, abzuschneiden; die Strebe kann dann nicht seitwärts herausgezogen werden. Diese Anordnung setzt aber voraus, dafs die beiden Hölzer und die Strebe gleichzeitig zusammengestellt werden; soll aber die Strebe erst nachträglich eingesetzt werden, so schneidet man nur einen Zapfen, etwa den obern, in dieser Weise ab, gestaltet aber den andern Zapfen x', und natürlich auch dessen Zapfenloch, normal zur Strebe, damit man die Strebe, nachdem zuerst der obere Zapfen eingesteckt ist, unten in ihren Sitz eintreiben könne. Man nennt dies Eintreiben „Einjagen" und daher einen solchen Zapfen „Jagdzapfen".

Auch bei dem geraden Zapfen kann man einen schrägen Versatz anwenden, und zwar in sehr verschiedenen Formen. Taf. 10. Fig. 19 bis 23 liefern hierzu Beispiele. Aufserdem kann man leicht verschiedene der früher mitgetheilten Holzverbände mit dem Zusammenzapfen kombiniren und dadurch eine grofse Reihe von verschiedenen Formen herstellen. Taf. 10. Fig. 19 bis 23.

2) Der Doppelzapfen (fr. *double tenon*) (Taf. 10. Fig. 24) wird bei starken Hölzern in Anwendung gebracht; er besteht aus zwei einfachen Zapfen nebeneinander. Man kann den Doppelzapfen in eben so viel verschiedenen Gestalten anwenden, wie den einfachen. Taf. 10. Fig. 24.

3) Der Zapfen mit Brüstung (fr. *tenon à arrasement* — engl. *shoulder-tenon*), auch Brustzapfen, Schulterzapfen genannt (Taf. 10. Fig. 25 und 26), wird für Zusammenzapfung horizontaler Hölzer und überall da gebraucht, wo der Zapfen einen besondern Druck auszuhalten hat. Die Konstruktion hat den Zweck, den Zapfen da, wo er sich an das volle Holz ansetzt, zu verstärken. Um gleichzeitig auch die Tragfähigkeit des andern Stücks nicht zu sehr zu schwächen, rückt man den Zapfen aus der Mitte etwas weiter aufwärts. Die passenden Verhältnisse sind etwa folgende: Taf. 10. Fig. 25 und 26.

Holzbreite . . . . $= b$,
Länge des ganzen Zapfens . . . . $= \frac{2}{5} b$ bis $\frac{1}{2} b$,
Stärke desselben . . . . $= \frac{1}{4} b$,
Entfernung der untern Lagerfläche des Zapfens
von der untern Holzkante . . . . $= \frac{1}{2} b$,
Höhe der Brüstuug . . . . $= \frac{1}{4} b$,
Länge der Brüstung . . . . $= \frac{1}{5}$ bis $\frac{1}{4} b$.

Fig. 25 giebt ein Beispiel von einem Zapfen mit gerader und Fig. 26 von einem solchen mit schräger Brüstung.

4) Der Zapfen mit Schwalbenschwanz (fr. *tenon à queue d'hironde* — engl. *dovetail-tenon*) (Taf. 10. Fig. 27 und 28). Man wendet hier immer den einfachen Schwalbenschwanz an (§ 75. No. 1). Das Zapfenloch bekommt gröfsere Dimensionen, als der Zapfen und zwar mufs die Höhe des Zapfenlochs wenigstens um die Tiefe des Schwalbenschwanz-Einschnitts gröfser sein, als Taf. 10. Fig. 27 und 28.

die Höhe des Zapfens, damit man selbigen einschieben kann. Der Spielraum x, welcher sich bildet, nachdem der Schwalbenschwanz in seinen Sitz eingeführt ist, wird durch ein Holzstück ausgefüllt.

Die Verhältnisse des Schwalbenschwanzes sind die in § 75 bei No. 1 gegebenen; der Zapfen erhält etwa $\frac{5}{6}$ von der Holzstärke desjenigen Stücks, in welches er eingesetzt wird, zur Länge; und zur Breite $\frac{1}{3}$ der Breite desjenigen Stückes, an welches er angeschnitten ist (Fig. 27).

Einen eigenthümlichen Schwalbenschwanz-Zapfen zeigt Fig. 28. Derselbe dient zur Zusammensetzung von Gerüsten, und ist nach der Zusammenfügung nicht zu bemerken. An das eine, horizontal liegende Stück sind zwei doppelte Schwalbenschwanz-Zapfen angeschnitten, deren Höhe etwa $\frac{1}{8}$ der Holzstärke dieses Stücks beträgt; der oberste Zapfen steht um etwa $\frac{1}{4}$ von der obern Kante, der untere um etwa $\frac{1}{8}$ von der untern Kante ab. Zwischen beiden Zapfen ist ein Raum von etwa $\frac{3}{8}$ der Holzstärke. Um die Zapfen einsetzen zu können, sind die Zapfenlöcher um die Höhe des Zapfens höher, und am obern Theil so weit ausgestemmt, daſs man das breite Ende des Schwalbenschwanzes einführen kann. Nachdem man so das horizontale Stück eingeschoben hat, wird es niedergelassen und die Zapfen in ihre Sitze eingedrückt. Die Erweiterungen der Zapfenlöcher werden von dem Hirnholz des horizontalen Stücks bedeckt. Diese Konstruktion ist bei einem groſsen Bettgestelle ausgeführt, welches im amerikanischen Departement der Londoner Gewerbe-Ausstellung ausgestellt war. Auch bei diesem Zapfen kann man noch Versatzungen der verschiedensten Art anbringen.

Taf. 10. Fig. 29 bis 32.

5) Der geächselte Zapfen (fr. *tenon à renfort*) (Taf. 10. Fig. 29 bis 32). Man nennt einen Zapfen geächselt, wenn er nicht die ganze Stärke des Holzes einnimmt, sondern gegen die Holzstärke an einer oder zwei Seiten ebenso zurückspringt, als gegen die Holzbreite. Die geächselten Zapfen werden daher vorzugsweise bei Eckbefestigungen gebraucht, wenn man das Zapfenloch nicht bis an das Ende reichen lassen will (Fig. 29). Man gewinnt dadurch noch ein Widerlager von vollem Holz (fr. *épaulement*). Die Aechselung kann etwa $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{2}$ der Holzstärke betragen. Es ist einleuchtend, daſs man die sämmtlichen unter 1 bis 4 beschriebenen Zapfen auch ächseln kann; daſs man namentlich auch Versatzung, Brüstung etc. bei den geächselten Zapfen anwenden kann. Als Beispiel dienen die Figuren 30, 31 und 32.

Fig. 30 geächselter Zapfen mit geradem Versatz.

Fig. 31 geächselter Zapfen mit schrägem Versatz.

Fig. 32 geächselter Zapfen mit schrägem Versatz und Brüstung.

6) Der Zapfen mit Blatt (Taf. 10. Fig. 33 bis 35). Zuweilen verbindet man das Zusammenzapfen mit dem Zusammenblatten; dies kommt namentlich dann vor, wenn der Zapfen besonders starken Erschütterungen ausgesetzt ist (Fig. 33), oder, wenn das eine Holz bedeutend stärker ist, als das andere, in welchem Falle man auch wohl zwei Blätter macht (Fig 34), oder endlich, wenn die Mittellinien beider Hölzer sich nicht schneiden, sondern das eine an dem andern vorbeigeht (Seitenzapfen Fig. 35). Taf. 10. Fig. 33 bis 35.

7) Der Klauzapfen, die Verklauung, das Aufklauen (Taf. 10. Fig. 36 bis 40). Denkt man sich durch die Länge desjenigen Stückes *a* (Fig. 36), in welches ein anderes eingezapft werden soll, eine Ebene, normal zur Oberfläche desselben, gelegt (die Projektion dieser Ebene sei *ax*), so war bei den bisher besprochenen Verzapfungen immer vorausgesetzt, dafs auch die Länge des andern Stücks in dieser Ebene, oder doch parallel dazu liege. Es ist aber auch denkbar, dafs dieses zweite Stück eine geneigte Lage gegen diese Ebene habe, wie etwa *ay*, dafs also die Längendimension dieses Stückes beispielsweise mit der Diagonale des andern zusammenfalle. In solchem Falle bekommt der Zapfen eine etwas abgeänderte Form, und man pflegt ihn eine Klaue, die Befestigung aber eine Verklauung zu nennen. Fig. 37 zeigt eine einfache Verklauung; Fig. 38 und 39 geben Beispiele von der Anwendung der Versatzung beim Verklauen, und endlich Fig. 40 stellt die Verklauung zweier Hölzer in ein drittes dar. Taf. 10. Fig. 36 bis 40.

Zusammenschlitzen.

§ 83. Das Zusammenschlitzen läfst sich unmittelbar auf das Zusammenzapfen zurückführen (§ 80), wenn man das Zapfenloch bis auf die Rückseite des Holzes durchstämmt, und den Zapfen entsprechend verlängert. Es bietet in dieser Beziehung wenig Eigenthümliches dar; allein man wendet es vorzugsweise häufig bei der Eckbefestigung an, und hier ergeben sich einige Konstruktionen, welche namentlich bei Tischlerarbeiten vorkommen, und welche gegen das Zusammenzapfen mancherlei Eigenthümlichkeiten haben.

Zunächst ist zu bemerken, dafs man bei dergleichen Eckbefestigungen den Schlitz der bequemen Ausführung wegen häufig bis zum Hirnende des Holzstücks verlängert. Der Schlitz ist also in diesem Falle zwar an drei Seiten von den Holzoberflächen begrenzt, unterscheidet sich aber von der Nuth dadurch, dafs eine seiner Oeffnungen im Hirnholz liegt, während bei dieser alle drei geöffneten Seiten im Aderholz liegen. — Die wichtigsten Konstruktionen dieser Art sind folgende:

1) Die stumpf zusammengeschlitzte Ecke (fr. *assemblage en enfourchement*) (Taf. 10. Fig. 41 bis 45) ist ganz analog dem einfachen geraden Zapfen (§ 82. No. 1). Man kann den Schlitzzapfen ganz stumpf (Fig. 41), oder mit Brüstung (Fig. 42), auch geächselt (Fig. 43) machen; bei starken Hölzern kann man auch einen doppelten Schlitzzapfen (Fig. 44) anwenden (§ 82. No. 2), oder auch wohl den Verband des Zapfens mit Blatt (§ 82. No. 6) nachahmen (Fig. 45). Es wird überhaupt leicht sein, die verschiedenen Anordnungen der Zapfen auf das Zusammenschlitzen zu übertragen.

Taf. 10. Fig. 41 bis 45.

2) Das Zusammenschlitzen auf Gehrung (§ 76) fr. *assemblage à bois de fil*) (Taf. 10. Fig. 46 bis 48) wird unter denselben Bedingungen angewandt, wie der Stofs auf Gehrung (§ 77. No. 3) und wie das Blatt auf Gehrung (§ 78. No. 2), gewährt aber eine bedeutend mehr gesicherte Befestigung als jene. Man kann die Gehrung sowohl nur auf einer Seite (Fig. 46*a*), als auf beiden stattfinden lassen (Fig. 46*b*), jenachdem man ein oder beide Enden desjenigen Stücks, welches den Schlitz enthält, unter 45 Grad abschneidet, und das andere Stück, an welchem der Zapfen sich befindet, entsprechend begrenzt. Man pflegt auch wohl bei diesem Verband den Zapfen zu ächseln (§ 82. No. 5); entweder nur auf einer Seite (Fig. 47), oder auf beiden Seiten (Fig. 48). In diesem Falle reicht der Schlitz nicht bis zum Hirnende des Holzstückes, sondern es bleibt noch ein Stück Vorholz stehen.

Taf. 10. Fig. 46 bis 48.

3) Das Zusammenzinken (fr. *assemblage à queues d'aronde* — engl. *dovetailing*) (Taf. 10. Fig. 49 bis 51). Wenn sowohl der Schlitz, als auch der Schlitzzapfen schwalbenschwanzförmig gestaltet werden, so nennt man diese Zusammenfügung eine Verzinkung. Das Verzinken, Zusammenzinken eignet sich vorzugsweise für Eckverbindungen, bei welchen der Schlitz bis zur Kante des Hirnholzes hinausreicht, und dadurch das Einsetzen des schwalbenschwanzförmigen Zapfens möglich macht, ohne eine Erweiterung des Zapfenlochs zu bedingen, wie dies z. B. bei den Holzverbindungen § 82. No. 4 nöthig war. Man unterscheidet gewöhnlich:

Taf. 10. Fig. 49 bis 51.

a) Einfache Zinken, ordinäre Zinken (Taf. 10. Fig. 49), (fr. *queues d'aronde percées* — engl. *common dovetails, ordinary dovetails*), welche man bei weniger sauberen Arbeiten anwendet, und bei denen die Zinken in der einfachsten Weise durch die Schlitze durchgesteckt, und auf der äufsern Kante beider Stücke sichtbar sind (Taf. 10. Fig. 49).

b) Zinken mit Gehrungskante. Dieselben sind den einfachen Zinken in der Konstruktion durchaus gleich, nur sind an dem obern und untern Rande die Enden auf Gehrung zusammengeschnitten (Fig. 49*b*), während bei den ordinären Zinken die Kanten rechtwinklig aneinander hinlaufen (Fig. 49*a*).

c) Gedeckte Zinken (fr. *queues recouvertes* — engl. *lap dovetails*) (Fig. 50). Wenn man an der Aufsenkante des einen Stückes die Zinken des andern nicht sehen lassen will, so läfst man dieselben nicht durch die ganze Dicke hindurch reichen, sondern nur etwa auf $\frac{2}{3}$ oder $\frac{3}{4}$ derselben, so dafs die Verbindung dann gewissermafsen in ein Zusammenzapfen übergeht. Das Ansehen der Zinken erscheint dann so, als ob man die Hirnseite gewöhnlicher Zinken noch durch eine Platte überdeckt hätte.

d) Zinken auf Gehrung (fr. *queues perdues* — engl. *mitre-dovetails*) (Fig. 51). Wenn man sich vorstellt, dafs bei der zuletzt erwähnten Verzinkung auch die Zinken selbst eine Verdekkung haben, ähnlich wie sie dort nur die Schlitze hatten, d. h. wenn auch die Zinken nur bis auf $\frac{2}{3}$ bis $\frac{3}{4}$ der Holzstärke ausgearbeitet sind, und wenn dann die beiden sich bildenden Deckplatten auf Gehrung zusammengeschnitten werden, so hat man die sogenannten Zinken auf Gehrung. Die Fuge läfst dann äufserlich den Verband nicht erkennen, da man nur oben und unten die Gehrungskante sieht.

4) Das Verschränken (Taf. 10. Fig. 52). Eine Verbindung, Taf. 10.
welche zwar Aehnlichkeit mit dem Verzinken hat, welche aber Fig. 52.
eigentlich nicht als Zusammenstecken angesehen werden kann, sondern der einfachen Befestigungsmethode angehört, kann durch eine Modifikation des doppelt schrägen Kammes (§ 79. No. 4) erhalten werden. Diese Verbindung heifst das Verschränken und hat das Ansehen von Zinken, welche aber in zwei Dimensionen schräg abgeschnitten sind. Da man solche Zinken nicht ineinander stecken kann, so eignet sich diese Anordnung nur für Konstruktionen, welche aus einzelnen parallelen Balken zusammengesetzt sind, bei denen es also möglich ist, sie aufeinander zu legen; z. B. für den Verband der Balkenwände von Blockhäusern

etc. Wegen der Aehnlichkeit mit dem Zusammenzinken ist dieser Verband hier mit aufgeführt worden.

Taf. 10. Fig. 53. 5) Der Schlitzzapfen mit Keil (fr. *tenon-passant*) (Taf. 10. Fig. 53) wird häufig für Befestigungen angewandt, welche sich auf einfache Weise wieder lösen lassen sollen, z. B. für Maschinengerüste, welche transportabel sein sollen, und die man leicht auseinandernehmen und wieder zusammenschlagen will. Man kann den Schlitzzapfen auf die verschiedenste Weise anordnen, z. B. mit Brüstung, Versatzung, Aechselung etc. Im Allgemeinen sind folgende Verhältnisse passend:

Holzbreite des Stückes, an welchem der Zapfen sich befindet . . . . $= b$,
Holzbreite des Stückes mit dem Schlitz . . . . . . $= b'$,
Breite des Zapfens . . . . $= \frac{1}{2}b'$,
Breite des Keils . . . . $= b$,
Stärke des Keils . . . . $= \frac{1}{8}b'$,
Länge der Hervorragung des Zapfens . . . . . . $= 3b$.

Zusammennuthen.

§ 84. Das Zusammennuthen (fr. *rainer* — engl. *grooving*) kommt selten bei Eckverbindungen, häufiger bei T-förmigen und Kreuzverbänden vor. Man wird die Konstruktionen, welche hier möglich sind, leicht aus den Zapfen-Konstruktionen (§ 82) ableiten können; es sollen daher nur einige solcher Formen, welche von besonderer Wichtigkeit sind, hier angeführt werden.

Taf. 10. Fig. 54. 1) Die stumpfe Nuth (Taf. 10. Fig. 54) entsteht, wenn das eine Stück mit seiner ganzen Breite in die Nuth des andern eingreift.

Taf. 10. Fig. 55 bis 57. 2) Die gespundete Nuth, Spundnuth, das Spunden (fr. *bouveter*) (Taf. 10. Fig. 55) entspricht dem einfachen Zapfen (§ 82. No. 1). Man macht den Nuthzapfen, hier der Spund genannt, etwa $\frac{1}{3}$ der Holzbreite desjenigen Stückes, an welchem er sich befindet, und kann auch hier Versatzung, Brüstung etc. anwenden.

Taf. 10. Fig. 58. 5) Hirnleistennuth (fr. *rainure à emboîtage*) (Taf. 10. Fig. 58). Der Zapfen bildet einen abgestumpften Keil, und paſst in die entsprechend gestaltete Nuth, auf deren Unterkante er jedoch nicht aufstehen darf, um ein Nachziehen und Anschlieſsen des Zapfens möglich zu machen.

Taf. 10. Fig. 59. 6) Grathe; Nuthen auf den Grath (Taf. 10. Fig. 59). Unter dieser Bezeichnung versteht man eine Nuth, welche entweder einen halben, oder einen einfachen Schwalbenschwanz bildet (§ 75.

No. 1). Da die Nuth bis auf die äufsere Begrenzung des Holzes fortgeführt ist, so ist das Einsetzen des Nuthzapfens ohne Erweiterung der Nuth möglich, da man denselben von der Seite her einschieben kann, was bekanntlich beim schwalbenschwanzförmigen Zapfen nicht zulässig ist (§ 82. No. 4).

3) Befestigung durch ein Hilfsstück.

Gerade Befestigung durch ein Hilfsstück.

§ 85. Die Befestigung zweier Holzstücke aneinander dadurch, dafs man beide an einem dritten Stücke befestigt, findet nur bei einigen besondern Konstruktionen Anwendung, namentlich aber dann, wenn man Ursache hat, die Fuge aus irgend einem Grunde zu verstärken. Dieses Hilfsstück ist entweder auch von Holz, oder es ist von Eisen, und in diesem Falle hat es zuweilen die Form von Schienen, oder auch von kastenförmigen Behältnissen (gewöhnlich Schuhe genannt). Solche Schuhe, die man in der Regel von Gufseisen macht, wendet man in neuerer Zeit vielfach zu Winkelbefestigungen an, um das Durchlochen und das Schwächen der Hölzer zu vermeiden.

Die beiden Stücke, welche durch ein Hilfsstück aneinander befestigt werden sollen, treffen gewöhnlich nur durch einen einfachen Stofs (§ 73) aneinander; das Hilfsstück übergreift beide Stücke, und ist in dieselben entweder vollständig eingelassen, oder aufgekämmt. Die wichtigsten Verbände dieser Art sind folgende:

1) Zusammenstofsen mit einem eingesetzten Stück (Taf. 10. Fig. 60). Taf. 10. Fig. 60 bis 64.

2) Zusammenstofsen mit einem eingesetzten Haken (Taf. 10. Fig. 61).

3) Zusammenstofsen mit einem Haken und mit Keilen (Taf. 10. Fig. 62).

4) Zusammenstofsen mit zwei übergekämmten Stücken (Taf. 10. Fig. 63). Solche Stücken nennt man Laschen und die Verbindung selbst ein Schlofs, also hier ein Laschenschlofs. Diese Verbindung findet bei Kunstgestängen Anwendung; die Gestänge selbst sind 4 und 5 bis 6 und 7 Zoll stark, und die Laschen 5 bis 6 Fufs lang.

5) Laschenschlofs mit eisernen Laschen (Schienen) (Taf. 10. Fig. 64). Dieses Schlofs kommt ebenfalls bei Kunstgestängen vor; die Gestänge stofsen mittelst des schrägen Stofses

aneinander, und es sind zwei Paare von Schienen vorhanden, welche durch Schrauben zusammengezogen werden.

Taf. 11. Fig. 1. 6) Verzahnung (fr. *assemblage à crémaillère*) (Taf. 11. Fig. 1). Dieser Verband ist einer der einfachsten von den vielen Konstruktionen, welche man zur Vermehrung der Tragfähigkeit hölzerner Balken angegeben hat; er wird gewöhnlich zu diesem Zweck ausgeführt.

Bezeichnet b die Gesammtstärke der Balken in der Mitte, so bekommt der untere Balken, welcher die beiden andern verbindet, $\frac{2}{3}b$ zur Stärke in der Mitte, und verjüngt sich nach beiden Enden auf $\frac{5}{12}b$; parallel mit der Abschrägung xy, welche der genannten Verjüngung entspricht, wird in einer Entfernung von $\frac{1}{12}$ bis $\frac{1}{7}b$ eine Linie $x'y'$ gezogen, welche die Tiefe der Zähne für die Verzahnung bestimmt; die Länge der Zähne ist etwa $\frac{1}{8}$ der freiliegenden Länge des Balkens. Beiläufig mag hier noch bemerkt werden, dafs man b etwa $\frac{1}{24}$ der freiliegenden Länge macht, und den Balken etwa um $\frac{1}{60}$ dieser Länge in der Mitte aufwärts biegt (sprengt Sprengung giebt).

Taf. 11. Fig. 2. 7) Verstärkte Balken durch Verdübelung (Taf. 11. Fig. 2). Der Zweck und die Verhältnisse dieser Anordnung sind mit der vorigen Konstruktion übereinstimmend, nur sind anstatt der Zähne hier Dübel angebracht.

Winkelbefestigung durch ein Hilfsstück.

§ 86. Die Winkelbefestigung hölzerner Balken durch ein Hilfsstück wird gewöhnlich durch Schuhe, Eckplatten und Konsolen von Eisen bewirkt, und hat, besonders in neuer Zeit, bei Bau- und Maschinen-Konstruktionen eine ziemlich ausgedehnte Anwendung gefunden. Man umgeht dadurch das Zusammenzapfen und vermeidet die Schwächung der Hölzer durch Einstämmen des Zapfenlochs und durch das Anschneiden des Zapfens. Indem hierdurch die Festigkeit und Dauerhaftigkeit der Konstruktion vermehrt wird, ist gewöhnlich auch der Vortheil damit verbunden, dafs man ein schädliches Eindringen des Nässe in die Zapfenlöcher, und das daraus folgende Faulen des Holzes vermeidet, auch das Zusammenstellen der Konstruktion erleichtert.

In manchen Fällen wendet man auch bei dieser Befestigungsform Hilfsstücke von Holz an, wie die Fig. 3, 4 und 5 auf Taf. 11 zeigen.

Taf. 11. Fig. 3 bis 5.

Fig. 3 und 4 zeigen eine Befestigung, welche häufig bei der Konstruktion von Kästen, Reservoirs und Gerüsten angewendet wird.

Die zu befestigenden Stücke sind entweder in der Weise, welche Fig. 54 auf Taf. 10 (§ 84. S. 180) angiebt, in das Hilfsstück stumpf eingenuthet (Fig. 3) oder man giebt (Fig. 4) dem Nuthzapfen irgend eine andere der auf Taf. 10. Fig. 55 bis 59 (§ 84. S. 180) angedeuteten Formen.

Fig. 5 ist eine Befestigung mittelst eines hölzernen Kniestükkes. Man wählt zu einem solchen Stück krumm gewachsenes Holz (einen Krümmling) aus, und vollzieht die Befestigung entweder durch Nagelung, oder durch Holzschrauben, oder durch Bolzen.

Für die Anwendung eiserner Hilfsstücke liefern die Fig. 6 bis 16 auf Taf. 11 Beispiele.

Es ist bei der Anordnung von dergleichen Hilfsstücken, welche gewöhnlich durch Schraubenbolzen oder Befestigungsschrauben mit den hölzernen Balken vereinigt werden, die Bemerkung auf S. 93 zu beachten, dafs man nämlich die Schrauben soviel als möglich von dem Seitenschub zu befreien habe. Man erreicht dies leicht dadurch, dafs man den Schuhen und Platten an passenden Stellen vorspringende Rippen giebt, die man in die Oberfläche der hölzernen Balken einläfst (Fig. 6 und 7, auch Fig. 12 und 14).

Fig. 6 bis 10 auf Taf. 11 zeigen mannigfache Konstruktionen gufseiserner Schuhe und Eckplatten für hölzerne Streben. Taf. 11. Fig. 6 bis 10.

Fig. 6 ist eine Eckplatte, welche in den spitzen Winkel zweier Streben eingesetzt, und durch Befestigungsschrauben, deren Muttern in der Platte selbst eingeschnitten sind, und welche man von Aussen her durch die Hölzer hindurchsteckt und einschraubt, gehalten wird.

Fig. 7 zeigt einen gufseisernen Schuh, dessen Boden so gestaltet ist, dafs die rechtwinklig abgeschnittene Strebe sich stumpf dagegensetzen kann; die Befestigung der Strebe geschieht durch seitwärts durchgezogene Bolzen.

Fig. 8 stellt eine ähnliche Konstruktion für eine Doppelstrebe dar.

Fig. 9 ist ein gufseiserner Schuh, bei welchem sich die Platte zur Befestigung der Strebe nicht seitwärts, sondern innerhalb des spitzen Winkels befindet.

Fig. 10 zeigt eine Eckplatte mit Verstärkungsrippe, welche sich im stumpfen Winkel der Strebe befindet, und welche gegen die Anordnung in Fig. 6 den Vortheil hat, dafs sich die Bolzen leichter anbringen lassen.

Fig. 11 ist ein kastenförmig geschlossener Schuh, wie er zur Befestigung von Stielen und Säulen auf Schwellen gebraucht wird.

Taf. 11. Fig. 12. Taf. 11. Fig. 12 zeigt die Konstruktion von Konsolen, durch welche man horizontale Balken an vertikalen Stielen befestigt. Ein solches Konsol besteht immer aus zwei Platten, welche sich an die Oberflächen der hölzernen Balken anlegen, und aus einer oder zwei Verstärkungsrippen. Die Platte für den horizontalen Balken ist zuweilen mit Seitenwänden (nach Anleitung der Fig. 14) versehen. Hat man nur eine Verstärkungsrippe, welche man nicht selten verziert, so legt man die Befestigungsbolzen zu beiden Seiten derselben (Fig. 12), oder man läfst sie auch wohl mitten durch die Rippe gehen, welche dann an diesen Stellen verstärkt sein mufs (Fig. 12*a*). Wenn man dagegen zwei Verstärkungsrippen hat (Fig. 12*b*), so kann man die Bolzen in der Mitte zwischen beiden anbringen. Falls eine genaue Berechnung der stattfindenden Belastungen nicht andere Dimensionen liefert, kann man für gewöhnliche Fälle folgende Verhältnisse annehmen:

Stärke des horizontalen Balkens . . . . $= b$,
Länge des Auflagers desselben . . . . $= b + 2$ Zoll,
Länge der vertikalen Konsolplatte . . . . . . $= b + 2$ „
Stärke beider Platten, sowie der Rippe . . . . $= \frac{1}{24}b + \frac{1}{4}$ „

Wenn ein horizontaler Balken über einen Stiel oder über eine Säule fortgeht, so dafs eine T-förmige Befestigung entsteht, so wendet man gufseiserne Kopfplatten und Schuhe an (Taf. 11. Fig. 13 und 14).

Taf. 11. Fig. 13 und 14.

Fig. 13 zeigt eine Kopfplatte für eine Säule von kreisförmigem Querschnitt, über welche ein Doppelbalken fortgeht. Die Platte selbst ist an ihrer untern Fläche mit kreuzweisen Rippen x und x' versehen, welche in das Hirnende der Säule eingelassen sind. Um das Aufspalten dieser letztern zu verhindern, ist ein gufseiserner Ring y an die Platte und die Rippen angegossen, welchen die Säule von Aufsen umfafst. Auf der obern Fläche der Platte ragt eine Rippe z hervor, welche zwischen den beiden Balken liegt, und an welcher diese Balken durch Schrauben befestigt sind. Die Fig. *a* zeigt diese Rippe in der Ansicht, wie sie erscheint, wenn der vordere Balken hinweggenommen ist. Die Verhältnisse dieser Konstruktion sind für gewöhnliche Fälle etwa folgende:

Durchmesser der runden Säule . . . . $= d$,
Höhe der Kreuzrippen x und x' . . . . . . $= d$,
Höhe des Ringes y . . . . $= \frac{1}{2}d$,

Stärke des Ringes y und der Kreuzrippe . . $= \frac{1}{24} d + \frac{1}{4}$ Zoll,
Stärke der Rippe z . . . . $= \frac{1}{24} d + \frac{1}{2}$ „

Fig. 14 zeigt einen Schuh für einen einfachen, horizontalen Balken, welcher über einen Stiel von quadratischem Querschnitt fortreicht, und daran befestigt ist. Das Stück ist kastenförmig auf das Ende des Stiels aufgesetzt, und kann auch wohl durch Keile festgemacht werden; der Schuh für den horizontalen Balken ist konsolenartig gestaltet.

Die vorstehend beschriebenen gufseisernen Schuhe erleiden zahlreiche Abänderungen und Umformungen nach der Verwendung, welche sie besonders bei zusammengesetzteren Baukonstruktionen, namentlich bei Hänge- und Sprengewerken finden. Es würde hier zu weit führen, wenn wir uns auf diesen Gegenstand ausführlicher einlassen wollten; es genüge daher das auf Taf. 11 in Fig. Taf. 11.
15 und 16 mitgetheilte Beispiel*). Fig. 15
und 16.

Fig. 15 ist von einem Hängewerk von 41 Fufs Spannweite entnommen. Die Zeichnung ist in einem Maafsstabe von $\frac{1}{18}$ der natürlichen Gröfse dargestellt, und die wichtigsten Maafse sind eingeschrieben.

Fig. 16 ist von einem Hängewerk von 44 Fufs Spannweite entnommen; die Strebebänder sind von Gufseisen. Der Maafsstab ist $\frac{1}{8}$ der natürlichen Gröfse.

b) Befestigung metallener Stangen aneinander.

1) Berechnung stangenförmiger Körper.

Form und Dimensionen metallener Stangen.

§ 87. Stangenförmige Körper von Metall, namentlich von Gufs- und Schmiedeeisen, von Stahl, von Kupfer, von Messing und anderen Metall-Kompositionen finden im Maschinenbau eine umfassende Anwendung. Dergleichen Stangen kommen als Verbindungs- und Zugstangen, als Kolben- und Pleyelstangen, als Wellen, als Theile von Gerüsten und in mannigfachen andern Gestalten vor. Gewöhnlich giebt man denselben eine möglichst einfache und regelmäfsige Querschnittsform, und mit wenigen Ausnahmen beschränkt man sich auf

den quadratischen,
den rechteckigen und
den kreisförmigen

Querschnitt.

---

*) Rombergs Zimmerkunst Tafel 69.

Der kreisförmige Querschnitt verdient für alle solche Körper, welche eine exakte Bearbeitung erfordern, namentlich wenn sie ineinander gesteckt werden sollen, den Vorzug, weil er sich am leichtesten und genauesten herstellen läfst.

Die Bearbeitung der genannten Maschinentheile würde eine bedeutende Vereinfachung erleiden, wenn man sich daran gewöhnen wollte, sie stets nur in bestimmten Dimensionen auszuführen. Es gilt in dieser Beziehung fast dasselbe, was bereits auf S. 61 über die Schraubendurchmesser gesagt worden ist, und wenn auch eine allgemeingiltige Skala für die Dimensionen stangenförmiger Körper noch nicht erreicht worden ist, so sollte doch jede gut eingerichtete Maschinenbauanstalt eine Reihe von Dimensionen feststellen, die für ihren Gebrauch eine genügende Auswahl darböte, und es sollten nur Dimensionen ausgeführt werden, welche in dieser Reihe enthalten sind. Durch eine zweckmäfsige Anordnung einer solchen Reihe, und indem man die Arbeiter mit genauen Chablonen versieht, wird sich diese Bestimmung ohne grofse Mühe durchführen lassen, und man wird, selbst wenn die Rechnung andere Dimensionen liefert, als die Skala enthält, doch immer eine passende Dimension der letztern finden können, welche die nöthige Oekonomie des Materials und die erforderliche Festigkeit mit einander vereinigt.

Da die im Maschinenbau am häufigsten vorkommenden Querschnitts-Dimensionen stangenförmiger Körper den Werth von sechs Zollen nicht übersteigen, gröfsere Dimensionen aber zu den ungewöhnlichen gehören, so genügt es, die aufzustellende Skala bis zu dieser Grenze auszudehnen.

Die folgende Zusammenstellung giebt eine Reihe von 32 Dimensionen für den kreisförmigen und für den quadratischen Querschnitt, welche, den vorhin aufgestellten Bedingungen gemäfs, eine passende Auswahl darzubieten geeignet ist; es sind zugleich die Gewichte von Stäben aus verschiedenen Metallen und für eine Länge von 10 Fufs beigefügt*).

Es ist dabei angenommen, dafs ein preufs. Kubikzoll wiegt:

Schmiedeeisen	0,295	Pfund	=	circa	$9\frac{1}{2}$ Loth,
Gufseisen und Zinn	0,278	„	=	„	9 „
Kupfer	0,341	„	=	„	11 „
Messing	0,324	„	=	„	$10\frac{1}{3}$ „

*) Die Gewichtsangaben dieser und der folgenden Tabelle sind gröfstentheils aus dem »bauwissenschaftlichen Anhang« zu dem »Baukalender für das Jahr 1851 von Ludwig Hoffmann« entnommen.

IX. Tabelle

über die Dimensionen metallener Stäbe von kreisförmigem und von quadratischem Querschnitt, welche den gewöhnlichen Anforderungen der Konstruktion und der Material-Ersparniſs entsprechen mit Angabe der Gewichte:

No.	Durchm. des kreisf. und Seite des quadrat. Querschnitts	Gewicht eines cylindrischen Stabes von 10 Fuſs Länge in preuſs. Pfunden:				Gewicht eines prismatischen Stabes von 10 Fuſs Länge in preuſs. Pfunden:			
		Schmiedeeisen	Guſseisen und Zinn	Kupfer	Messing	Schmiedeeisen	Guſseisen u. Zinn	Kupfer	Messing
1	$\frac{1}{8}$ Zoll	0,43	0,41	0,50	0,48	0,55	0,52	0,64	0,61
2	$\frac{1}{6}$ »	0,77	0,74	0,89	0,85	0,98	0,93	1,14	1,08
3	$\frac{1}{4}$ »	1,74	1,64	2,01	1,91	2,21	2,08	2,56	2,43
4	$\frac{3}{8}$ »	3,91	3,68	4,53	4,30	4,98	4,69	5,76	5,47
5	$\frac{1}{2}$ »	6,95	6,55	8,04	7,64	8,85	8,33	10,24	9,72
6	$\frac{5}{8}$ »	10,87	10,23	12,57	11,93	13,83	13,02	16,00	15,19
7	$\frac{3}{4}$ »	15,65	14,73	18,10	17,18	19,92	18,75	23,05	21,87
8	$\frac{7}{8}$ »	21,30	20,04	24,64	23,38	27,12	25,52	31,37	29,77
9	1 »	27,82	26,18	32,18	30,54	35,42	33,33	40,97	38,89
10	$1\frac{1}{8}$ »	35,2	33,1	40,7	38,7	44,8	42,2	51,9	49,2
11	$1\frac{1}{4}$ »	43,5	40,9	50,3	47,7	55,3	52,1	64,0	60,8
12	$1\frac{3}{8}$ »	52,6	49,5	60,8	57,7	67,0	63,0	77,5	73,5
13	$1\frac{1}{2}$ »	62,6	58,9	72,4	68,7	79,7	75,0	92,2	87,5
14	$1\frac{5}{8}$ »	73,5	69,1	85,0	80,7	93,5	88,0	108,2	102,7
15	$1\frac{3}{4}$ »	85,2	80,2	98,5	93,5	108,5	102,1	125,5	119,1
16	$1\frac{7}{8}$ »	97,8	92,0	113,1	107,4	124,5	117,2	144,0	136,7
17	2 »	111,3	104,7	128,7	122,2	141,7	133,3	163,9	155,6
18	$2\frac{1}{4}$ »	140,8	132,5	162,9	154,6	179,3	168,8	207,4	196,9
19	$2\frac{1}{2}$ »	173,9	163,6	201,1	190,9	221,4	208,3	256,1	243,1
20	$2\frac{3}{4}$ »	210,4	198,0	243,4	231,0	267,8	252,1	309,9	294,1
21	3 »	250,3	235,6	289,6	274,9	318,8	300,0	368,8	350,0
22	$3\frac{1}{4}$ »	293,8	276,5	339,9	322,6	374,1	352,1	432,8	410,8
23	$3\frac{1}{2}$ »	340,7	320,7	394,2	374,2	433,9	408,3	501,9	476,4
24	$3\frac{3}{4}$ »	391,2	368,2	452,5	429,5	498,0	468,7	576,2	546,9
25	4 »	445,1	418,9	514,9	488,7	566,7	533,3	655,6	622,2
26	$4\frac{1}{4}$ »	502	473	581	552	640	602	740	702
27	$4\frac{1}{2}$ »	563	530	652	619	717	675	830	787
28	$4\frac{3}{4}$ »	628	591	726	689	799	752	924	877
29	5 »	695	654	804	764	885	833	1024	972
30	$5\frac{1}{4}$ »	767	722	887	842	976	919	1129	1072
31	$5\frac{1}{2}$ »	841	792	973	924	1071	1008	1239	1176
32	6 »	1001	942	1158	1100	1275	1200	1475	1400

Was den rechteckigen Querschnitt stangenförmiger Körper betrifft, so genügt es für die gewöhnlich vorkommenden Fälle, wenn man sich auf die Seiten-Verhältnisse 1 zu 2 und 1 zu 3 beschränkt. Ferner ist es für die Uebereinstimmung in den Arbeiten zweckmäſsig, wenn man bei diesen Seitenverhältnissen überhaupt nur solche Dimensionen sowohl für die gröſsere als für die kleinere Seite zuläſst, welche auch in der vorigen Tabelle enthalten sind. Diesen Bedingungen gemäſs ist eine Reihe von Dimensionen rechteckiger Querschnitte zusammengestellt worden, welche für den gewöhnlichen Gebrauch eine passende Auswahl darbietet. Die folgende Tabelle enthält diese Reihe zugleich mit den Gewichtsangaben für Stäbe von 10 Fuſs Länge.

X. Tabelle

über die Dimensionen metallener Stäbe von rechteckigem Querschnitt, welche den gewöhnlichen Anforderungen der Konstruktion und der Material-Ersparniſs entsprechen, mit Angabe der Gewichte.

No.	Dimensionen des rechteckigen Querschnitts in preuſs. Zollen	Seitenverhältniſs	Gewicht eines prismatischen Stabes von 10 Fuſs Länge in preuſs. Pfunden:			
			Schmiedeeisen	Guſseisen oder Zinn	Kupfer	Messing
1	$\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{8}$	2 : 1	1,11	1,04	1,28	1,22
2	$\frac{3}{8}$ „ $\frac{1}{8}$	3 : 1	1,66	1,56	1,92	1,83
3	$\frac{1}{2}$ „ $\frac{1}{6}$	3 : 1	2,95	2,78	3,41	3,24
4	. „ $\frac{1}{4}$	2 : 1	4,43	4,17	5,12	4,86
5	$\frac{3}{4}$ „ $\frac{1}{4}$	3 : 1	6,64	6,25	7,68	7,29
6	. „ $\frac{3}{8}$	2 : 1	9,96	9,37	11,52	10,94
7	1 „ $\frac{1}{2}$	2 : 1	17,71	16,67	20,49	19,44
8	$1\frac{1}{8}$ „ $\frac{3}{8}$	3 : 1	14,94	14,06	17,29	16,40
9	$1\frac{1}{4}$ „ $\frac{5}{8}$	2 : 1	27,67	26,04	32,01	30,38
10	$1\frac{1}{2}$ „ $\frac{1}{2}$	3 : 1	26,56	25,00	30,73	29,17
11	. „ $\frac{3}{4}$	2 : 1	39,84	37,50	46,10	43,75
12	$1\frac{3}{4}$ „ $\frac{7}{8}$	2 : 1	54,23	51,04	62,74	59,55
13	2 „ 1	2 : 1	70,83	66,67	81,94	77,78
14	$2\frac{1}{4}$ „ $\frac{3}{4}$	3 : 1	59,77	56,25	69,14	65,62
15	. „ $1\frac{1}{8}$	2 : 1	89,65	84,37	103,71	98,44
16	$2\frac{1}{2}$ „ $1\frac{1}{4}$	2 : 1	110,68	104,17	128,04	122,53
17	$2\frac{3}{4}$ „ $1\frac{3}{8}$	2 : 1	133,92	126,04	154,93	147,05
18	3 „ 1	3 : 1	106,25	100,00	122,92	116,67
19	. „ $1\frac{1}{2}$	2 : 1	159,37	150,00	184,37	175,00

No.	Dimensionen des rechteckigen Querschnitts in preufs. Zollen	Seitenverhältnifs	Gewicht eines prismatischen Stabes von 10 Fufs Länge in preufs. Pfunden: Schmiedeeisen	Gufseisen oder Zinn	Kupfer	Messing
20	$3\frac{1}{4}$ und $1\frac{5}{8}$	2 : 1	187,05	176,05	216,40	205,40
21	$3\frac{1}{2}$ „ $1\frac{3}{4}$	2 : 1	216,93	204,17	250,95	238,19
22	$3\frac{3}{4}$ „ $1\frac{1}{4}$	3 : 1	166,02	156,25	192,06	182,29
23	· „ $1\frac{7}{8}$	2 : 1	249,00	234,35	288,10	273,45
24	4 „ 2	2 : 1	283,33	266,67	327,77	311,11
25	$4\frac{1}{2}$ „ $1\frac{1}{2}$	3 : 1	239,10	225,00	276,60	262,50
26	· „ $2\frac{1}{4}$	2 : 1	358,60	337,50	414,80	393,70
27	5 „ $2\frac{1}{2}$	2 : 1	442,70	416,70	512,10	486,10
28	$5\frac{1}{2}$ „ $2\frac{3}{4}$	2 : 1	535,70	504,20	619,70	588,20
29	6 „ 2	3 : 1	425,00	400,00	491,70	466,70
30	· „ 3	2 : 1	637,50	600,00	737,50	700,00

Die vorstehenden Zusammenstellungen beziehen sich selbstverständlich nur auf solche Körper, oder deren Theile, welche einer *Bearbeitung unterworfen* sind. Schienen, Bänder, Reifen etc. von Flacheisen führt man auch in andern Dimensionen und Verhältnissen aus.

Elastizitätsbestimmung stangenförmiger Körper.

§ 88. Die *stangenförmigen* Maschinentheile können in sehr verschiedener Weise auf ihre *Festigkeit* in Anspruch genommen werden. Immer müssen sie in solchen Dimensionen ausgeführt werden, dafs die Drucke, welche auf sie einwirken, nicht im Stande sind eine *bleibende Formveränderung* hervorzubringen, d. h. man darf niemals einen Körper so belasten, dafs in irgend einem Theile desselben die *Grenze der vollkommenen Elastizität überschritten* wird; ja die Sicherheit der Konstruktion erfordert es, dafs diese Grenze nicht einmal *erreicht* werde. Für *Maschinenkonstruktionen* ist es daher rathsam, solche Theile, welche der Bewegung unterliegen, und die daher in den meisten Fällen Stöfsen und Erschütterungen ausgesetzt sind, nur mit einer Belastung in Anspruch zu nehmen, welche der *Hälfte derjenigen* entspricht, *bei welcher die Grenze der vollkommenen Elastizität* erreicht wird; bei allen *stabilen* Konstruktionen dagegen, also bei den Baukonstruktionen, bei den Gerüsten, und überhaupt da, wo man Stöfse oder zufällige und plötzliche Vermehrung des einwirkenden Druckes nicht zu erwarten hat, kann man bis zu drei Viertel der Elastizitätsgrenze hinaufgehen.

Wo es auf besondere Sicherheit in der Konstruktion, und zugleich darauf ankommt, den Körper in seinen Dimensionen möglichst zu beschränken, mufs man durch sorgfältige Versuche die Elastizitätsgrenze der zu verwendenden Materialien zu ermitteln suchen. Hat man hierzu nicht Gelegenheit, oder ist der Bau von geringerer Wichtigkeit, so kann man sich mit Durchschnittswerthen, die aus einer Reihe von bereits angestellten Versuchen entnommen sind, begnügen.

Bekanntlich nimmt man an, dafs innerhalb der Grenze der vollkommenen Elastizität die Belastungen (Spannungen), welche eine bestimmte Form-Veränderung eines prismatischen Stabes, also eine Verlängerung durch Ausrecken, oder eine Verkürzung durch Zusammendrücken hervorzubringen vermögen, sich verhalten, wie diese Verlängerungen oder Verkürzungen selbst. Vermag also eine gewisse Belastung E eine Längenveränderung l, und eine andere K eine Längenveränderung λ herbeizuführen, so hat man

$$E : K = l : \lambda.$$

$$1)\ K = E \cdot \frac{\lambda}{l};\quad 2)\ \lambda = l \cdot \frac{K}{E}\qquad 3)\ E = K\frac{l}{\lambda}.$$

Kennt man also eine Belastung E und die von ihr hervorgebrachte Längenveränderung l, so kann man für jede andere Längenveränderung λ die Belastung K finden, welche dieselbe hervorgebracht hat, und umgekehrt. Dieses Gesetz stimmt mit der Wirklichkeit zwar nur so lange überein, als die Längenveränderungen innerhalb der Grenze der vollkommenen Elastizität stattfinden, wir sind aber nicht gehindert, unter E eine Belastung zu denken, welche in Wirklichkeit weit über die Elastizitätsgrenze hinausgehen würde, wenn wir nur unter l die zugehörige Verlängerung denken, welche jene Belastung hervorbringen würde, falls der Körper bis zu dieser Längenveränderung vollkommen elastisch bliebe.

Man hat in der That zur Bestimmung der Elastizitäts-Verhältnisse eine solche imaginäre Längenveränderung und die ihr entsprechende Belastung angenommen, indem man nämlich unter l die ursprüngliche Länge des Körpers, unter E also eine solche Belastung gedacht hat, welche im Stande sein würde, den Körper um seine ursprüngliche Länge, also bis aufs Doppelte auszurecken, oder um eben so viel, d. h. bis auf Null zusammenzudrücken. Diese, so gedachte Belastung nennt man das Maafs der Elastizität, oder den Elastizitäts-Modulus.

Um noch eine gewisse Uebereinstimmung in den Angaben und Rechnungen herbeizuführen, hat man den Elastizitäts-Modulus immer für einen bestimmten Querschnitt, etwa für einen Körper von einem Quadratzoll, oder von einem Quadratcentimètre Querschnitt (Einheits-Prisma) angegeben.

Kennt man den Elastizitäts-Modulus E und die Verlängerung λ, welche der Körper in dem Augenblicke erleidet, wo er die Grenze der vollkommenen Elastizität erreicht, so kann man leicht den Druck K bestimmen, welcher diese Längenveränderung hervorzubringen vermag, der also jenes Maximum darstellt, welches bei Maschinen-Konstruktionen nur zur Hälfte, bei stabilen Konstruktionen nur bis zu $\frac{3}{4}$ erreicht werden darf.

Ist z. B. die Verlängerung eines Körpers an der Elastizitätsgrenze $\frac{1}{x}$ seiner ursprünglichen Länge, also $\lambda = \frac{1}{x} l$, so hat man die Belastung, bei welcher der Körper die Grenze der vollkommenen Elastizität erreicht, nach der Gleichung 1):

$$K = \frac{1}{x} E.$$

Die zulässige Belastung ist aber nur $\frac{1}{2}K$ bis $\frac{3}{4}K$. Wir wollen dieselbe allgemein mit k bezeichnen.

Die folgende Tabelle giebt für die am häufigsten vorkommenden Materialien:

die Werthe des Elastizitäts-Modulus . . . . . . $= E$,

die Verlängerung an der Elastizitätsgrenze . . $= \frac{1}{x}$,

die Belastung, welche der Elastizitätsgrenze entspricht . . . . $= K$,

die zulässige Belastung, welche genügende Sicherheit gewährt . . . . $k = \frac{1}{2}K$.

Die Angaben sind sowohl für preufsisches, als auch für französisches Maafs berechnet, und zwar gröfstentheils nach Angaben von Morin*). Des Zusammenhanges wegen sind auch die Angaben für Hölzer beigefügt.

Die Zahlen in der Tabelle sind überall für den praktischen Gebrauch abgerundet.

---

*) Morin's Hilfsbuch des prakt. Mechanikers; deutsch bearbeitet von L. Holtzmann, dritte Auflage. Karlsruhe 1851. S. 256.

XI. Tabelle

über den Elastizitäts-Modulus, die Elastizitätsgrenze und die zulässige Belastung von Metallen und Hölzern.

Bezeichnung des Materials	Querschnitt	Modulus der Elastizität E.	Ausdehnung an der Grenze der Elastizität $\frac{1}{x}$	Belastung, welche d. Elastizitätsgrenze entspricht K	Zulässige Belastung für Maschinen-Konstruktionen $k=\frac{1}{2}K$.
Schmiedeeisen in Stäben	pr. □Zoll	29000000	$\frac{1}{1520}=$	19000	10000
	□Centim.	2000000	0,00066	1300	650
in dünnen Stäben	pr. □Zoll	36000000	$\frac{1}{1520}=$	24000	12000
	□Centim.	2500000	0,00066	1600	800
in Drähten . . .	pr. □Zoll	30000000	$\frac{1}{1000}=$	30000	15000
	□Centim.	2100000	0,00100	2100	1100
Gufseisen	pr. □Zoll	17000000	$\frac{1}{1200}=$	14000	7000
	□Centim.	1200000	0,00083	1000	500
Stahl	pr. □Zoll	30000000	$\frac{1}{835}=$	36000	18000
	□Centim.	2100000	0,00120	2500	1300
Gufsstahl, gehärtet	pr. □Zoll	44000000	$\frac{1}{450}=$	98000	49000
	□Centim.	3000000	0,00222	6700	3300
Kupfer	pr. □Zoll	16000000	$\frac{1}{4000}=$	4000	2000
	□Centim.	1100000	0,00025	300	150
Kupferdraht . . .	pr. □Zoll	17500000	$\frac{1}{1000}=$	17500	9000
	□Centim.	1200000	0,00100	1200	600
Messing	pr. □Zoll	9500000	$\frac{1}{1320}=$	7000	3500
	□Centim.	650000	0,00076	480	240
Messingdraht . .	pr. □Zoll	14500000	$\frac{1}{742}=$	20000	10000
	□Centim.	1000000	0,00135	1300	650
Glockengut	pr. □Zoll	4700000	$\frac{1}{1590}=$	2950	1500
	□Centim	320000	0,00063	200	100
Blei	pr. □Zoll	730000	$\frac{1}{477}=$	1530	800
	□Centim.	50000	0,00210	100	50
Bleidraht	pr. □Zoll	1000000	$\frac{1}{1500}=$	700	350
	□Centim.	70000	0,00067	45	22
Harte Holzarten	pr. □Zoll	1800000	$\frac{1}{600}=$	3000	1500
	□Centim.	120000	0,00167	200	100
Weiche »	pr. □Zoll	1600000	$\frac{1}{800}=$	2000	1000
	□Centim.	110000	0,00125	140	70

Für stabile Konstruktionen kann man die Angaben der letzten Kolumne um die Hälfte gröfser nehmen.

Die sämmtlichen Angaben gelten für ein Einheitsprisma; ist der Querschnitt eines Körpers F mal so grofs, als derjenige des Einheitsprismas, so ist die zulässige Belastung k ebenfalls F mal so grofs, ebenso diejenige Belastung, welche ihn bis aufs Doppelte seiner Länge ausdehnen könnte. Nach der Gleichung 3) würde man also für einen Körper vom Querschnitt F, und der Länge l, auf welchen eine Gesammt-Belastung P einwirkt, die die Verlängerung λ erzeugt, haben

$$F \cdot E = P \frac{l}{\lambda}$$

$$E = \frac{P}{F} \cdot \frac{l}{\lambda},$$

welcher Werth für ein und dasselbe Material konstant ist.

Die Art und Weise, in welcher die Maschinentheile durch die, auf sie einwirkenden Drucke in Anspruch genommen werden, läfst sich im Allgemeinen auf folgende Fälle zurückführen:

1) Die Drucke wirken auf Verlängerung der stangenförmigen Körper. Ist der Körper zu schwach, so giebt er dieser Einwirkung nach, wird immer weiter ausgereckt, dabei immer dünner, und zerreifst endlich. (Widerstand gegen das Zerreifsen, absolute Festigkeit).

2) Die Drucke wirken nach einer Richtung, welche normal zur Längenrichtung der stangenförmigen Körper ist, oder lassen sich doch wenigstens nach einer solchen normalen Richtung hin zerlegen. Der Körper wird, wenn er diesen Drucken nachgiebt, anfangs gebogen, nimmt eine immer stärker gekrümmte Form an, und zerbricht endlich (Widerstand gegen Biegen und Zerbrechen, relative (respektive) Festigkeit).

3) Die Drucke wirken auf Zusammendrücken der Körper. Kann der Körper dem Drucke nicht widerstehen, so schieben sich entweder seine Theile ineinander, er wird zerdrückt, oder, wenn der Körper nach der Richtung des einwirkenden Druckes eine gewisse Länge hat, so biegt er sich krumm, und bricht endlich (er wird zerknickt) (Widerstand gegen Zerdrücken und Zerknicken, rückwirkende Festigkeit).

4) Die Drucke wirken so, dafs sie das Bestreben haben, einzelne Theile eines Körpers, parallel zu dessen Längenrichtung, zu verschieben, während gewisse andere Theile ihre ursprüngliche Lage beibehalten. Kann der Körper diesem Bestreben nicht widerstehen, so lösen sich jene Theilchen (Fasern) von den letz-

tern ab, und der Körper zersplittert (Widerstand gegen das Zersplittern; Parallelfestigkeit).

5) Die Drucke wirken normal gegen die Längenrichtung des Körpers, derselbe ist aber so befestigt, dafs er sich nicht biegen kann, indem er z. B. wie ein Niet, oder wie ein Bolzen in seiner ganzen Länge von einem andern Körper umschlossen ist. Vermag der Körper den einwirkenden Drucken nicht zu widerstehen, so wird er anfangs zusammengedrückt, dann verlieren seine Theilchen den Zusammenhang, und der eine Theil gleitet über den andern fort; der Körper wird abgedrückt, abgequetscht, abgeschnitten (vergl. S. 94 und 95). (Widerstand gegen das Abdrücken; Querfestigkeit).

6) Die Drucke wirken so, dafs sie die einzelnen Körpertheilchen gegen einander zu verdrehen bestrebt sind. Giebt der Körper nach, so werden die zuvor geradlinigen Elemente in die Form von Spiralen gebogen, dabei ausgereckt, endlich abgerissen (vergl. S. 119 und 120). (Widerstand gegen das Abwürgen, Torsionsfestigkeit).

Die unter 4) und 5) genannten Festigkeiten sind bis jetzt noch wenig oder gar nicht gründlich untersucht worden, obwohl sie für eine Reihe von Maschinen-Konstruktionen von sehr grofser Wichtigkeit sind; es bleibt daher hier nichts übrig, als auf die, in der Anmerkung zu Seite 95 gemachten Andeutungen zu verweisen.

Die Torsionsfestigkeit (6) spielt eine besonders wichtige Rolle bei den Wellen. Um Wiederholungen zu vermeiden, kann sie erst dort, nachdem einige andere Begriffe festgestellt worden sind, besprochen werden.

Die Berechnung stangenförmiger Körper in Bezug auf den Widerstand gegen Zerreifsen (1), gegen Biegen und Brechen (2) und gegen Zerdrücken und Zerknicken (3) enthalten die nächsten Paragraphen.

Berechnung stangenförmiger Körper auf Zerreifsen.

§ 89. Der Widerstand, welchen die Körper den Drucken entgegensetzen, die auf Verlängerung wirken, steht in direktem Verhältnifs zu dem Querschnitt der Körper (§ 88. S. 193). Bezeichnet also F den Querschnitt in Quadratzollen (Quadratcentimètres) und k den aus der Tabelle XI. (S. 193) zu entnehmenden Werth, so hat man die Belastung P, welche der Körper mit Sicherheit tragen kann:

$$P = F \cdot k = A.$$

Hiernach sind für die in § 87 zusammengestellten Dimensionen metallener Stangen die zulässigen Belastungen (A) berechnet worden, indem angenommen wurde:

für Schmiedeeisen . . . . . $k = 10000$,
für Gufseisen . . . . . . $k = 7000$.

Es ist jedoch zu bemerken, dafs man, wegen der eigenthümlichen Struktur des Gufseisens, dasselbe fast niemals so anwendet, dafs es allein auf Zerreifsen in Anspruch genommen wird, sondern meistens so, dafs die Bruchfestigkeit, oder die rückwirkende Festigkeit zur Geltung kommt. Soll das Gufseisen mit seiner absoluten Festigkeit allein wirken, so ist zu rathen, dasselbe nur bis zu $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{3}$ der Elastizitätsgrenze zu belasten, also nur $\frac{1}{2}$ bis $\frac{2}{3}$ der Werthe zu rechnen, welche in der folgenden Tabelle unter der Kolumne „Gufseisen" angegeben sind, oder 3500 Pfund auf den preufs. Quadratzoll.

XII. Tabelle

über die Belastungen, welche eiserne Stäbe auf die Dauer, mit Sicherheit gegen das Abreifsen, tragen können:

No.	Durchmesser d. kreisförmigen und Seite des quadratischen Querschnitts	Belastung cylindrischer Stäbe in preufs. Pfunden (A).		Belastung quadratischer Stäbe in preufs. Pfunden (A).	
		Schmiedeeisen	Gufseisen	Schmiedeeisen	Gufseisen
1	$\frac{1}{8}$ Zoll	123	86	156	109
2	$\frac{1}{6}$ »	218	153	278	195
3	$\frac{1}{4}$ »	491	344	625	438
4	$\frac{3}{8}$ »	1104	773	1406	984
5	$\frac{1}{2}$ »	1963	1374	2500	1750
6	$\frac{5}{8}$ »	3068	2148	3906	2734
7	$\frac{3}{4}$ »	4418	3093	5625	3938
8	$\frac{7}{8}$ »	6013	4209	7656	5359
9	1 »	7854	5498	10000	7000
10	$1\frac{1}{8}$ »	9940	6958	12656	8859
11	$1\frac{1}{4}$ »	12272	8550	15625	10938
12	$1\frac{3}{8}$ »	14849	10394	18906	13274
13	$1\frac{1}{2}$ »	17671	12370	22500	15750
14	$1\frac{5}{8}$ »	20739	14517	26406	18484
15	$1\frac{3}{4}$ »	24053	16837	30624	21437
16	$1\frac{7}{8}$ »	27612	19328	35156	24609
17	2 »	31416	21991	40000	28000
18	$2\frac{1}{4}$ »	39761	27833	50624	35437

No.	Durchmesser d. kreisförmigen und Seite des quadratischen Querschnitts	Belastung cylindrischer Stäbe in preufs. Pfunden (*A.*)		Belastung quadratischer Stäbe in preufs. Pfunden (*A.*)	
		Schmiedeeisen	Gufseisen	Schmiedeeisen	Gufseisen
19	$2\frac{1}{2}$ Zoll	49087	34361	62500	43750
20	$2\frac{3}{4}$ »	59396	41577	75624	52937
21	3 »	70686	42480	90000	63000
22	$3\frac{1}{4}$ »	82958	58071	105624	73937
23	$3\frac{1}{2}$ »	96211	65348	122496	85747
24	$3\frac{3}{4}$ »	110447	77313	140624	98437
25	4 »	125664	87965	160000	112000
26	$4\frac{1}{4}$ »	141863	99304	180625	126438
27	$4\frac{1}{2}$ »	159043	111330	202496	141747
28	$4\frac{3}{4}$ »	177205	124043	225625	157938
29	5 »	196350	137445	250000	175000
30	$5\frac{1}{4}$ »	216475	151533	275625	192938
31	$5\frac{1}{2}$ »	237583	166298	302496	211747
32	6 »	282743	197920	360000	252000

XIII. Tabelle

über die Belastungen, welche eiserne Stäbe von rechteckigem Querschnitt auf die Dauer mit Sicherheit gegen das Abreifsen tragen können:

No.	Dimensionen des rechteckigen Querschnitts in preufs. Zollen			Belastung prismatischer Stäbe von rechteckigem Querschnitt (*A.*)	
				Schmiedeeisen	Gufseisen
1	$\frac{1}{4}$	und	$\frac{1}{8}$	313	229
2	$\frac{3}{8}$	»	$\frac{1}{8}$	469	328
3	$\frac{1}{2}$	»	$\frac{1}{6}$	833	583
4	·	»	$\frac{1}{4}$	1250	875
5	$\frac{3}{4}$	»	$\frac{1}{4}$	1875	1313
6	·	»	$\frac{3}{8}$	2813	1969
7	1	»	$\frac{1}{2}$	5000	3500
8	$1\frac{1}{8}$	»	$\frac{3}{8}$	4319	3023
9	·	»	$\frac{5}{8}$	7813	3469
10	$1\frac{1}{2}$	»	$\frac{1}{2}$	7500	5250
11	·	»	$\frac{3}{4}$	11250	7875
12	$1\frac{3}{4}$	»	$\frac{7}{8}$	15312	10718

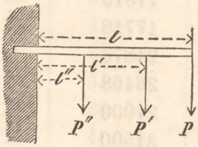
No.	Dimensionen des rechteckigen Querschnitts in preufs. Zollen	Belastung prismatischer Stäbe von rechteckigem Querschnitt (*A.*) Schmiedeeisen	Gufseisen
13	2 und 1	20000	14000
14	$2\frac{1}{4}$ » $\frac{3}{4}$	16875	11813
15	. » $1\frac{1}{8}$	25312	17718
16	$2\frac{1}{2}$ » $1\frac{1}{4}$	31250	21875
17	$2\frac{3}{4}$ » $1\frac{3}{8}$	37812	26468
18	3 » 1	30000	21000
19	. » $1\frac{1}{2}$	45000	31500
20	$3\frac{1}{4}$ » $1\frac{5}{8}$	52812	36968
21	$3\frac{1}{2}$ » $1\frac{3}{4}$	61248	42874
22	$3\frac{3}{4}$ » $1\frac{1}{4}$	46875	32812
23	. » $1\frac{7}{8}$	70312	49218
24	4 » 2	80000	56000
25	$4\frac{1}{2}$ » $1\frac{1}{2}$	67499	47249
26	. » $2\frac{1}{4}$	101248	70874
27	5 » $2\frac{1}{2}$	125000	87500
28	$5\frac{1}{2}$ » $2\frac{3}{4}$	151248	105874
29	6 » 2	120000	84000
30	. » 3	180000	126000

Anmerkung. Die in den beiden vorigen Tabellen mit Schmiedeeisen bezeichneten Kolumnen geben zugleich die Flächeninhalte der Querschnitte, wenn man von den Werthen der Tabellen vier Decimalstellen abstreicht.

Berechnung stangenförm. Körper auf Biegen — Biegungsmoment.

§ 90. Die Berechnung stangenförmiger Körper auf ihre relative Festigkeit ist bedeutend komplizirter, als die Bestimmung ihrer Widerstandsfähigkeit gegen das Zerreifsen. Der Widerstand, welchen die Körper dem Biegen und Brechen entgegensetzen, ist nämlich aufser von der Gröfse des Querschnittes und von dem Material des Körpers noch abhängig von der Form des Querschnitts, von der Art der Unterstützung des Körpers, von der Entfernung der, auf Bruch wirkenden Drucke von den Stützpunkten, und endlich von der Beschaffenheit dieser Drucke.

Denken wir uns einen Balken, welcher, an einem Endpunkte unwandelbar befestigt, mit den Drucken p, p', p'' belastet ist, so haben diese Drucke das Bestreben, den Balken abwärts zu biegen, denselben also um eine bestimmte Axe, welche normal zu der Ebene ist, in welcher die Drucke wirksam sind, zu drehen. Diese Axe mufs nothwendig in dem Querschnitt des Balkens liegen, welcher die äufserste Befestigungsstelle repräsentirt, denn der befestigte Theil des Balkens wird an der Drehung nicht mehr Theil nehmen. Nennen wir die normalen Abstände der Richtungslinien jener Drucke von der äufsersten Befestigungsstelle l, l', l'' etc., so sind die statischen Momente der Drucke pl, $p'l$, $p''l''$ ... Die Summe der gesammten Momente, welche auf Drehung wirken, ist also $pl + p'l' + p''l''$.... Wir können dafür bekanntlich ein einziges Moment substituiren, welches mit dem Druck P in der Entfernung L wirksam ist, indem wir setzen:



$$PL = pl + p'l' + p''l'' \ldots\ldots$$

woraus folgt

$$P = \frac{pl + p'l' + p''l'' + \ldots}{L} = \frac{pl}{L} + \frac{p'l'}{L} + \frac{p''l''}{L}$$

$$L = \frac{pl + p'l' + p''l'' + \ldots}{P}$$

Es läfst sich daher sowohl die Summe der Momente, als auch jedes einzelne Moment immer durch ein anderes ersetzen, wenn entweder der Hebelsarm dieses andern L oder der Druck desselben P gegeben ist.

Denkt man sich ein Moment pl durch ein anderes PL ersetzt, dessen Hebelsarm L gegeben ist, und berechnet man den Druck P, welcher diesem andern Hebelsarm L entspricht, nach der Formel

$$P = \frac{pl}{L},$$

so sagt man, dafs der Druck p von dem Abstande l auf den Abstand L reducirt worden sei, und man hat die Regel zu merken:

> um einen Druck p in dem Abstande l von der Drehaxe auf einen andern Abstand L zu reduciren, multiplicire man den Druck p mit seinem Abstande l, und dividire durch den neuen Abstand L.

Dieses bekannte statische Gesetz ist hier in Erinnerung gebracht, weil es sehr häufig in Anwendung kommt, und weil dadurch erklärt werden sollte, weshalb wir künftig immer nur von einem Druck P sprechen werden, der im Abstande L auf Biegung des Balkens wirkt. Wir verstehen unter P die Summe aller, auf den Abstand L reducirten Drucke, welche auf Biegung des Balkens wirken.

Noch ist zu bemerken, dafs, wenn unter diesen Drucken sich solche Belastungen befinden, welche nicht in einem Punkte an den Balken angreifen, sondern über eine gewisse Länge vertheilt sind, man eine solche vertheilte Last in ihrem Schwerpunkt vereinigt denkt, und den normalen Abstand der, durch den Schwerpunkt gelegten Vertikalen, von der Drehaxe für den Hebelsarm dieser Last annimmt.

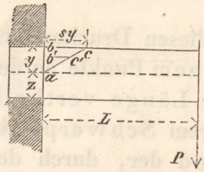
Wirkt der Druck P in dem Abstande L auf Biegung des Balkens, und erleidet dieser dabei eine Drehung um eine, in dem Befestigungs-Querschnitt liegende Axe a, so werden sämmtliche Querschnitts-Elemente, welche sich über a befinden, ausgereckt, sämmtliche unterhalb a liegenden Elemente werden zusammengedrückt; die in der Axe a liegenden Querschnitts-Elemente werden aber weder ausgereckt, noch zusammengedrückt, sie bleiben vielmehr neutral, und man nennt die Axe a daher auch die neutrale Axe.

Innerhalb der Elastizitätsgrenze nimmt man den Widerstand gegen das Ausrecken und Zusammendrücken gleich grofs an, und dann mufs, wie leicht ersichtlich ist, die neutrale Axe durch den Schwerpunkt des Querschnitts gehen.

Wenn die Widerstände gegen Ausdehnung und Zusammendrücken nicht gleich grofs sind, so geht die neutrale Axe nicht durch den Schwerpunkt, sondern liegt derjenigen Begrenzung des Balkens näher, auf welcher die Elemente beziehungsweise eine grössere Widerstandsfähigkeit haben.

Je gröfser der Abstand irgend eines Elementes von der neutralen Axe ist, desto gröfser ist die Ausreckung oder Zusammendrückung, welche es erleidet, desto gröfser, also auch nach § 88. S. 190 die Spannung, welche es auszuhalten hat, und zwar nehmen diese Spannungen im direkten Verhältnifs mit der Entfernung von der Drehaxe zu.

Nennt man die Spannung, welche ein Element in dem Abstande von einem Zoll (einer Längeneinheit) von der Drehaxe erleidet s, so ist die Spannung irgend eines andern Elements in dem Abstande von q Zollen qs. Wenn nun der Abstand ab des entferntesten Elements von der neutralen Axe in irgend einem Längenschnitt des Balkens mit y bezeichnet wird, so ist die Spannung dieses Elements sy. Da nun die Spannung in der neutralen Axe a gleich Null ist, von a aber nach b hin gleichmäſsig wächst, so folgt daraus, daſs, wenn man $bc = sy$ macht, die Linie ca zieht, und dadurch das Dreieck abc bildet, die Spannung jedes, zwischen a und b liegenden Elements, z. B. b', durch die Länge einer zu bc parallelen, durch ab und ac begrenzten Linie $b'c'$ repräsentirt wird, überhaupt aber der Flächeninhalt des Dreiecks $abc = \frac{1}{2}sy^2$ die Summe aller Spannungen, der über a liegenden Elemente darstellt. Die Resultirende aus allen diesen Spannungen kann man sich im Schwerpunkt des Dreiecks angreifend, also an einem Hebelsarme $\frac{2}{3}y$ wirkend denken*). Das Moment, welches vermöge der Biegung des Balkens auf Ausrecken der über a liegenden Elemente wirkt, drückt sich daher aus durch:

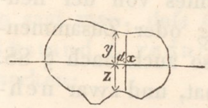


$$\tfrac{1}{2}sy^2 \cdot \tfrac{2}{3}y = \tfrac{1}{3}sy^3.$$

Nennt man den Abstand der untersten Faserschicht von der neutralen Axe z, so läſst sich in derselben Weise zeigen, daſs das, auf Zusammendrücken wirkende Moment sich ausdrückt durch $\frac{1}{3}sz^3$. Hieraus folgt, daſs das, in jedem Längenschnitt des Körpers durch die Biegung erzeugte Moment, welches auf Formveränderung der Fasern wirkt, sich ausdrückt durch:

$$\tfrac{1}{3}s(y^3 + z^3).$$

Um nun das gesammte Moment, welches vermöge der Biegung auf Formveränderung des Körpers wirkt, zu finden, müſsten wir für jeden einzelnen Längenschnitt des Körpers den obigen Ausdruck berechnen, und die Summe nehmen. Ist also A der Querschnitt des Körpers in der Befestigungsebene, so muſs derselbe in unendlich viele Breiten-Elemente von unendlich geringer Dicke, etwa dx, zerlegt werden; für jedes würde sich ein Moment $\frac{1}{3}s(y^3 + z^3)dx$ ergeben, und die Summe aller Momente würde sich ausdrücken durch $\Sigma[\frac{1}{3}s(y^3 + z^3)dx]$. Diese Summe der Momente aller Spannungen, welche die einzelnen Querschnitts-Elemente



*) Polytechnisches Centralblatt 1851. S. 281.

vermöge der Biegung erleiden, nennt man das Biegungsmoment des Körpers. Offenbar ist in jedem Augenblick, so lange die Biegung noch nicht die Grenze der vollkommenen Elastizität überschreitet, das Biegungsmoment gleich dem Moment des auf Biegung wirkenden Druckes. Man hat also

$$PL = \tfrac{1}{3} s \Sigma[(y^3 + z^3) dx].$$

Der Ausdruck $\frac{1}{3}\Sigma[(y^3 + z^3)dx]$ ist lediglich von der geometrischen Form des Querschnitts abhängig; man nennt ihn daher auch wohl das Biegungsmoment des Querschnittes.

Sind y und z als Funktionen von x gegeben, etwa $y = f_x$ und $z = \varphi_x$, so bestimmt sich das Biegungsmoment durch Integriren. Bezeichnen wir mit B das Biegungsmoment des Querschnitts, so hat man in diesem Falle:

$$B^{*}) = \tfrac{1}{3}\left\{\int y^3 . dx + \int z^3 dx\right\} = \tfrac{1}{3}\left[\int \left(f_x\right)^3 dx + \int \left(\varphi_x\right)^3 dx\right].$$

In andern Fällen kann man sich zur Berechnung des Biegungsmomentes für irgend einen beliebigen Querschnitt der Simpsonschen Regel bedienen, indem man nämlich den Querschnitt in eine möglichst grofse, aber gerade Anzahl Elemente zerlegt (etwa in n), deren Begrenzungen normal zur neutralen Axe, und deren Entfernungen auf der neutralen Axe gleich grofs sind, und für jedes dieser Elemente den Werth $(y^3 + z^3)$ berechnet. Bezeichnet man diese Werthe der Reihe nach mit m_0, m_1, m_2, $m_3 \ldots m_n$, wobei m_0 und m_n die Werthe sind, welche dem Anfangs- und End-

---

*) Zerlegt man den Querschnitt in Elemente, welche mit der neutralen Axe parallel sind, so ergiebt sich das Biegungsmoment für den obern Theil des Querschnitts

$$B' = \int y^2 . x dy.$$

Nach der vorgetragenen Darstellung fand sich

$$B' = \tfrac{1}{3} \int y^3 dx.$$

Werden die Integrale zwischen denselben Grenzen 0 und b genommen, welche überhaupt für bestimmte Integrale zulässig sind, so folgt, dafs innerhalb dieser Grenzen, und wenn man $y = f_x$ setzt, sein müsse:

$$\int_b^0 y^2 x dy = \tfrac{1}{3}\int_0^b y^3 dx$$

$$\int_b^0 x \left(f_x\right)^2 . df_x = -\tfrac{1}{3}\int_b^0 \left(f_x\right)^3 dx.$$

Ein Gesetz, auf welches hier aufmerksam gemacht wird, weil sich daran vielleicht mancherlei fruchtbare Folgerungen knüpfen lassen. Dasselbe ist auch analytisch nachzuweisen.

punkt der neutralen Axe entsprechen, und nennt man die Länge der neutralen Axe b, so ergiebt sich

$$\tfrac{1}{3} \cdot \frac{b}{3n}\Big[m_0 + 4(m_1 + m_3 + \ldots + m_{(n-1)}) + 2(m_2 + m_4 + \ldots m_{(n-2)}) + m_n\Big]$$

Diese Rechnungen werden wesentlich erleichtert, wenn man es mit regelmäfsigen oder doch mit symmetrischen Querschnittsformen zu thun hat. Theilt die neutrale Axe den Querschnitt in zwei kongruente Theile, so ist $y = z$, und es ergiebt sich:

$$B = \tfrac{2}{3} s \Sigma(y^3\, dx)$$

und wenn man noch $y + z = 2y = h$ setzt

$$B = \tfrac{1}{12} s \Sigma(h^3 \,.\, dx).$$

Man sieht hieraus, dafs das Biegungs-Moment im Allgemeinen wächst im einfachen Verhältnifs zur Breite und mit dem Kubus der Höhe des Querschnittes.

Zuweilen hat man das Biegungs-Moment eines Querschnittes in Bezug auf eine andere, nicht durch den Schwerpunkt gehende Axe zu bestimmen. Bezeichnet man dasselbe mit B', ferner das Biegungs-Moment für eine Axe, welche durch den Schwerpunkt geht, und mit der gegebenen parallel ist, mit B, den Abstand beider Axen mit e, und den Flächeninhalt des Querschnitts mit F, so ergiebt eine einfache Rechnung:

$$B' = B + Fe^2.$$

Widerstands-Moment.

§ 91. Nach dem vorigen Paragraphen findet zwischen dem, auf Biegung eines, an einem Ende befestigten Balkens wirkenden Druck und den Spannungen der einzelnen Querschnitts-Elemente die Gleichung Statt:

$$PL = sB,$$

worin B das Biegungs-Moment, s die Spannung einer Faser im Abstande gleich Eins von der neutralen Axe bedeutet.

Nennen wir den Abstand des entferntesten Elementes von der neutralen Axe y', so ist die Spannung desselben (die gröfste, welche überhaupt in dem Querschnitt stattfindet,) sy'. Nach § 88 soll die gröfste Belastung, welche in irgend einem Theile eines Körpers stattfindet, nur die Hälfte, höchstens drei Viertel, derjenigen betragen, bei welcher die Grenze der vollkommenen Elastizität erreicht wird. Wir haben diese zulässige Belastung im § 88 mit k bezeichnet; es wird also sein:

$$sy' = k,$$

$$s = \frac{k}{y'}.$$

Setzen wir diesen Werth in den Ausdruck für das Biegungs-Moment ein, so ergiebt sich

$$PL = k\frac{B}{y'}.$$

Den Werth $\frac{B}{y'}$, welcher wieder allein von der Querschnittsform abhängig ist, nennt man das Widerstands-Moment, auch wohl das Bruch-Moment des Querschnittes; wir wollen ihn mit W bezeichnen, und haben:

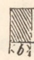
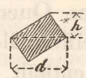
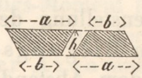
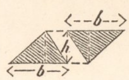
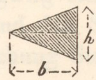
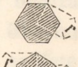
$$PL = kW.$$

Da nun der Ausdruck W die Dimensionen des Querschnitts enthält, so lassen sich dieselben aus der eben aufgestellten Gleichung berechnen, wenn PL gegeben ist. Die Werthe k enthält die Tabelle XI in § 88.

Die folgende Tabelle enthält eine Zusammenstellung der am häufigsten vorkommenden Querschnitte mit ihrem Biegungs-Moment (B), Widerstands-Moment (W) und dem Abstande der entferntesten Faserschicht von der neutralen Axe (y').

XIV. Ta

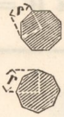
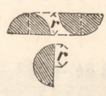
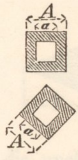
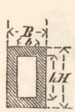
über die Biegungs- und Widerstands-Momente

No.	Form des Querschnitts		Biegungs-Moment B.
1		Quadrat	$\frac{1}{12} h^4$
2			
3		Rechteck.	$\frac{1}{12} bh^3$
4			$\frac{1}{6} dh^3$
5		Paralleltrapez	$\frac{1}{36} h^3 \frac{a^2 + 4ab + b^2}{a + b}$
6		Dreieck, ungleichseitig.	$\frac{1}{36} bh^3$
	b eine Seite, h zugehörige Höhe.		
7		Dreieck, gleichschenklig.	$\frac{1}{48} bh^3$
	h die ungleiche Seite, b zugehörige Höhe.		
8		Sechseck, regulair.	$\frac{5}{16} \sqrt{3}\, r^4 = 0{,}5413\, r^4$
9			
	r Seite, und Radius des umschriebenen Kreises.		

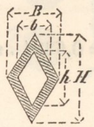
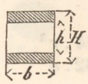
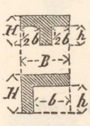
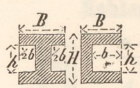
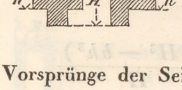
belle

der üblichsten Querschnittsformen:

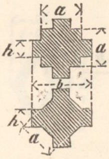
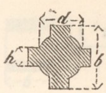
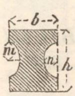
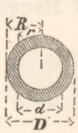
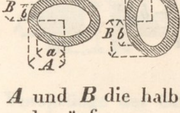
Stellung des Querschnitts, wenn der Druck vertikal gedacht wird	Entfernung des Schwerpunkts von d. äufsersten Faser y'	Widerstands-Moment $W = \frac{B}{y'}$
Eine Seite horizontal . .	. . $\frac{1}{2}h$ . .	$\frac{1}{6}h^3$
Eine Diagonale horizontal	. . $\frac{1}{2}h\sqrt{2}$ . .	$\frac{1}{12}h^3\sqrt{2} = 0{,}118h^3$
Die Seite b horizontal, die andere h vertikal	. $\frac{1}{2}h$ . .	$\frac{1}{6}bh^2$
Eine Diagonale d horizontal h die normale Entfernung der obern Ecke von d	. h . .	$\frac{1}{6}dh^2$
Die parallelen Seiten a und b horizontal; beliebig welche oben und welche unten	$\frac{2a+b}{a+b}\frac{1}{3}h$	$\frac{1}{12}h^2\frac{a^2+4ab+b^2}{2a+b}$
Die Seite b horizontal; beliebig ob oben oder unten	. . $\frac{2}{3}h$ . .	$\frac{1}{24}bh^2$
Die Seite h vertikal, die Höhe b horizontal	. $\frac{1}{2}h$ . .	$\frac{1}{24}b\,h^2$
Eine Seite horizontal	. $\frac{1}{2}r\sqrt{3}$.	$\frac{5}{8}r^3$
Eine Seite vertikal	. . r . .	$\frac{5}{16}\sqrt{3}r^3 = 0{,}5413r^3$.

No.	Form des Querschnitts.	Biegungs-Moment B.
10 11	 **Achteck, regulair.** r Radius des umschriebenen Kreises.	$\frac{1+2\sqrt{2}}{6} \cdot r^4 = 0{,}6381\, r^4$
12	**Polygon,** beliebiges regulaires F Flächeninhalt, a Radius des eingeschriebenen Kreises.	Näherungsformel $\frac{1}{4} a^2 F$
13	 **Kreis** Halbmesser $= r$	$\frac{1}{4}\pi r^4 = 0{,}7854 \cdot r^4$ $\frac{1}{64}\pi d^4 = 0{,}0491 \cdot d^4$
14	 **Halbkreis.**	$\pi r^4\left(\frac{1}{8} - \frac{8}{9\pi^2}\right) = 0{,}110 \cdot r^4$
15	Halbmesser $= r$	$\frac{1}{8}\pi r^4 = 0{,}3927 \cdot r^4$
16	 **Ellipse** a und b die Hälften der beiden Achsen.	$\frac{1}{4}\pi a b^3 = 0{,}7854 \cdot a b^3$
17 18	**Hohles Quadrat.**  A die äuſsere, a die innere Seite	$\frac{1}{12}(A^4 - a^4)$
19	**Hohles Rechteck.**  B und H die äuſsern, b und h die innern Seiten.	$\frac{1}{12}(BH^3 - bh^3)$

Stellung des Querschnitts, wenn der Druck vertikal gedacht wird	Entfernung des Schwerpunkts von d. äuſsersten Faser y'	Widerstands-Moment $W = \frac{B}{y'}$
Eine Seite horizontal	$\frac{1}{2} r\sqrt{(2+\sqrt{2})}$	$\frac{1+2\sqrt{2}}{3\sqrt{(2+\sqrt{2})}} \cdot r^3 = 0{,}6916 \cdot r^3$
Eine Diagonale horizontal	. . r . .	$\frac{1+2\sqrt{2}}{6} r^3 = 0{,}6381 \cdot r^3$
Beliebig	. . a . .	$\frac{1}{4} a F$
Beliebig	. . r . . . $\frac{1}{2} d$.	$\frac{1}{4} \pi r^3 = 0{,}7854 \cdot r^3$ $\frac{1}{32} \pi d^3 = 0{,}0982 \cdot d^3$
Durchmesser horizontal; beliebig, ob oben oder unten	$r\left(1 - \frac{4}{3\pi}\right) = 0{,}5756 \cdot r$	$\frac{1}{24} r^3 \frac{(9\pi^2 - 64)}{(3\pi - 4)} = 0{,}191 \cdot r^3$
Durchmesser vertikal	. . r . .	$\frac{1}{8} \pi r^3 = 0{,}3927 \cdot r^3$
Die Axe a horizontal, die Axe b vertikal; beliebig, ob a oder b die gröſsere	. b . . .	$\frac{1}{4} \pi a b^2 = 0{,}7854 \cdot a b^2$
Eine Seite horizontal	. . $\frac{1}{2} A$ . .	$\frac{1}{6} \frac{A^4 - a^4}{A}$
Eine Diagonale horizontal	$\frac{1}{2} A \cdot \sqrt{2}$	$\frac{1}{12} \sqrt{2} \frac{A^4 - a^4}{A}$
Die Seite B horizontal, die Seite H vertikal	. . $\frac{1}{2} H$ . .	$\frac{1}{6} \frac{(B H^3 - b h^3)}{H}$

No.	Form des Querschnitts	Biegungs-Moment B.
	Hohler Rhombus.	
20	 . . . . B und H die äuſsere und b und h die innere Diagonale	$\frac{1}{48}(BH^3 - bh^3)$ . . . .
	Rechteckiger Querschnitt ohne Mittelwand.	
21	 b die Breite, H und h die Höhen	. . . $\frac{1}{12} b (H^3 - h^3)$ . . .
	T-förmiger Querschnitt.	
22	 B die Breite des Balkens, b die Summe der Vorsprünge desselben über den Ständer H die ganze Höhe, h die Höhe des Ständers	$\frac{1}{12} \frac{(BH^2 - bh^2)^2 - 4BHbh(H-h)^2}{(BH - bh)}$
	Doppelt T-förmiger Querschnitt.	
23	 B die äuſsere Breite, b die Summe beider Vorsprünge, H die ganze Höhe, h die Höhe des Mittelstückes	. . . $\frac{1}{12}(BH^3 - bh^3)$ . . .
	Kreuzförmiger Querschnitt.	
24	 H die ganze Höhe, h die Höhe der Seitenrippen, B die Breite des Mittelstückes b die Summe der Vorsprünge der Seitenrippen	. . $\frac{1}{12}(BH^3 + bh^3)$ . .

Stellung des Querschnitts, wenn der Druck vertikal gedacht wird	Entfernung des Schwerpunkts von d. äußersten Faser y'	Widerstands-Moment $W = \frac{B}{y'}$
Die Diagonale B horizontal Die Diagonale H vertikal	. . $\frac{1}{2}$H . .	$\frac{1}{24}\frac{(BH^3 - bh^3)}{H}$
Die Mittelwand fehlt, die beiden Theile des Querschnitts können sich aber einander nicht nähern	. . $\frac{1}{2}H$ . .	$\frac{1}{6}\frac{b(H^3 - h^3)}{H}$
Der Balken des T ist horizontal	$\frac{1}{2}\frac{BH^2 - bh^2}{BH - bh}$	$\frac{1}{6}\frac{(BH^2 - bh^2)^2 - 4BH\,bh(H-h)^2}{BH^2 - bh^2}$
Die Mittelrippe ist vertikal	. . $\frac{1}{2}H$ . .	$\frac{1}{6}\frac{BH^3 - bh^3}{H}$
Die Mittelrippe ist vertikal	. . $\frac{1}{2}H$ . .	$\frac{1}{6}\frac{BH^3 + bh^3}{H}$

No.	Form des Querschnitts	Biegungs-Moment *B*.
	Quadratischer Querschnitt mit Federn.	
25	 *a* Seite des Quadrats, *h* Stärke der Federn, *b* Entfernung der äussersten Enden je 2 gegenüber liegender Federn.	$\frac{1}{12}[a^4+(b^3-a^3)h+(b-a)h^3]$
	Kreisförmiger Querschnitt mit Federn.	
26	 *d* Durchmesser des Kreises, *h* Stärke der Federn, *b* Entfernung der äussersten Enden je 2 gegenüber liegender Federn.	$\frac{1}{12}[\frac{3}{16}\pi d^4+(b^3-d^3)h+(b-d)h^3]$
	Balken mit ellipt. Aushöhlungen.	
27	 *b* die Breite, *h* die Höhe, *m* und *n* die halben Axen der elliptischen Aushöhlungen.	. . $\frac{1}{12}(bh^3-3\pi nm^3)$ . .
	Ringförmiger Kreis-Querschnitt.	
28	 Hohler Cylinder. *D* äufserer, *d* innerer } Durchmesser *R* äufserer, *r* innerer } Halbmesser	. . $\frac{1}{64}\pi(D^4-d^4)$ . . . . $\frac{1}{4}\pi(R^4-r^4)$ . . .
	Ringförmiger ellipt. Querschnitt.	
29	 Hohle Ellipse *A* und *B* die halben Axen der äufsern, *a* u. *b* d. halben Axen d. innern } Ellipsen	. . $\frac{1}{4}\pi(AB^3-ab^3)$ . .

Stellung des Querschnitts, wenn der Druck vertikal gedacht wird	Entfernung des Schwerpunkts von d. äufsersten Faser y'	Widerstands-Moment $W = \frac{B}{y'}$
Je zwei gegenüber liegende Federn vertikal, die andern horizontal	. . $\frac{1}{2}b$ . .	$\frac{1}{6}\frac{a^4 + (b^3 - a^3)h + (b-a)h^3}{b}$
wie vorstehend	. . $\frac{1}{2}b$ . .	$\frac{1}{6}\frac{0{,}589\,d^4 + (b^3 - d^3)h + (b-d)h^3}{b}$
Die grofsen Axen der Aushöhlungen vertikal	. . $\frac{1}{2}h$.	$\frac{1}{6}\frac{bh^3 - 3\pi n m^3}{h}$
. . . .	. . $\frac{1}{2}D$ . .	$\frac{1}{32}\pi\frac{D^4 - d^4}{D}$
Beliebig		
. . . .	. . R . .	$\frac{1}{4}\pi\frac{R^4 - r^4}{R}$
Die Axe A horizontal, die Axe B vertikal; beliebig ob a oder b die gröfsere	. . B . .	$\frac{1}{4}\pi\frac{AB^3 - ab^3}{B}$

Belastungsfähigkeit stangenförmiger Körper, welche an einem Ende unwandelbar befestigt sind. — Formeln.

§ 92. Nach der vorigen Tabelle hat man für den kreisförmigen Querschnitt

$$PL = \tfrac{1}{32}\pi d^3 \,.\, k.$$

Es ist dabei vorausgesetzt, dafs alle Dimensionen in Zollen genommen werden. Nun ist der Flächeninhalt des kreisförmigen Querschnitts $F = \frac{1}{4}\pi d^2$; man hat also

$$PL = \tfrac{1}{8}F \,.\, k \,.\, d,$$

und daraus

$$P = \tfrac{1}{8}Fk \,.\, \frac{d}{L};$$

es ist aber nach § 89 *Fk* diejenige Belastung, welche der Körper mit Sicherheit tragen kann, wenn er auf Zerreifsen in Anspruch genommen wird, und welche wir mit A bezeichnet haben; man hat also für den kreisförmigen Querschnitt

$$= \tfrac{1}{8}A \,.\, \frac{d}{L}\,.$$

In ähnlicher Weise ergiebt sich für den quadratischen und für den rechteckigen Querschnitt

$$P = \tfrac{1}{6}A\,\frac{h}{L}\,.$$

Die Werthe von A enthalten die Tabellen XII und XIII.

Hieraus folgt die leicht zu merkende Regel:

Man findet die Belastung (P), welche ein Balken, der an einem Ende unwandelbar befestigt ist, in einem gegebenen Abstande (L) von der Befestigungsstelle mit Sicherheit tragen kann, wenn man das Verhältnifs zwischen seiner Höhe (d oder h) und dem Abstande der Belastung multiplizirt, beim kreisförmigen Querschnitt mit $\frac{1}{8}$, beim quadratischen und rechteckigen Querschnitt mit $\frac{1}{6}$ derjenigen Last, welche er mit Sicherheit tragen könnte, wenn er auf Zerreifsen in Anspruch genommen würde.

Es sei z. B. ein schmiedeeiserner Balken von 6 Zoll Höhe und 2 Zoll Breite an einem Ende befestigt, wie grofs ist die Last, welche er in dem Abstande von 5 Fufs von der Befestigungsstelle, einschliefslich des, auf diesen Abstand zu reducirenden eignen Gewichts, mit Sicherheit tragen kann?

Nach Tabelle XIII ist $A = 120000$ Pfund, man hat also

$$P = \tfrac{6}{60} \cdot \tfrac{1}{6} \cdot 120000 = 2000 \text{ Pfund.}$$

Wäre derselbe Balken auf die flache Seite gelegt, so dafs die Höhe in der Richtung der Belastung nur zwei Zoll betrüge, so könnte er nur:

$$\tfrac{2}{60} \cdot \tfrac{1}{6} \cdot 120000 = 667 \text{ Pfund}$$

tragen.

Aus den Gleichungen:

für den kreisförmigen Querschnitt . . . $PL = \frac{1}{32}\pi d^3 k$,

für den quadratischen Querschnitt . . . $PL = \frac{1}{6} h^3 k$,

für den rechteckigen Querschnitt . . . $PL = \frac{1}{6} b h^2 k$,

folgt, wenn man L, anstatt in Zollen, lieber in Fufsen nimmt, und für Schmiedeeisen $k = 10000$, für Gufseisen $k = 7000$, und für Holz $k = 1000$ setzt:

für den **kreisförmigen** Querschnitt:

für Schmiedeeisen . $P = 82 \dfrac{d^3}{L}$, $d = 0{,}23 \sqrt[3]{(PL)}$,

„ Gufseisen . . . $P = 57 \dfrac{d^3}{L}$, $d = 0{,}26 \sqrt[3]{(PL)}$,

„ Holz . . . . $P = 8 \dfrac{d^3}{L}$, $d = 0{,}50 \sqrt[3]{(PL)}$,

für den **quadratischen** Querschnitt:

für Schmiedeeisen $P = 139 \dfrac{h^3}{L}$, $h = 0{,}19 \sqrt[3]{(PL)}$,

„ Gufseisen . . . $P = 97 \dfrac{h^3}{L}$, $h = 0{,}22 \sqrt[3]{(PL)}$,

„ Holz . . . . . $P = 14 \dfrac{h^3}{L}$, $h = 0{,}41 \sqrt[3]{(PL)}$,

für den **rechteckigen** Querschnitt:

für Schmiedeeisen $P = 139 \dfrac{bh^2}{L}$, $h = 0{,}085 \sqrt{\left(\dfrac{PL}{b}\right)}$,

„ Gufseisen . . . $P = 97 \dfrac{bh^2}{L}$, $h = 0{,}10 \sqrt{\left(\dfrac{PL}{b}\right)}$,

„ Holz . . . . . $P = 14 \dfrac{bh^2}{L}$, $h = 0{,}27 \sqrt{\left(\dfrac{PL}{b}\right)}$;

wenn in dem rechteckigen Querschnitt $b = \frac{1}{2}h$ ist, so gelten die Formeln:

für Schmiedeeisen $P = 70 \dfrac{h^3}{L}$, $h = 0{,}24 \sqrt[3]{(PL)}$,

„ Gufseisen . . $P = 48 \dfrac{h^3}{L}$, $h = 0{,}28 \sqrt[3]{(PL)}$,

„ Holz . . . . $P = 7 \dfrac{h^3}{L}$, $h = 0{,}53 \sqrt[3]{(PL)}$;

wenn dagegen in dem rechteckigen Querschnitt $\boldsymbol{b} = \frac{1}{3}\boldsymbol{h}$ ist, so hat man:

$$\text{für Schmiedeeisen } \boldsymbol{P = 46\frac{h^3}{L}}, \quad \boldsymbol{h = 0{,}28\sqrt[3]{(PL)}},$$

$$\text{„ Gufseisen . . } \boldsymbol{P = 32\frac{h^3}{L}}, \quad \boldsymbol{h = 0{,}32\sqrt[3]{(PL)}},$$

$$\text{„ Holz . . . . } \boldsymbol{P = 5\frac{h^3}{L}}, \quad \boldsymbol{h = 0{,}58\sqrt[3]{(PL)}}.$$

Nimmt man L in Mètres, die Querschnitts-Dimensionen in Centimètres, P in Kilogrammes, so gehen die obigen Formeln über in folgende:

für den kreisförmigen Querschnitt:

$$\text{für Schmiedeeisen } P = 0{,}66\frac{d^3}{L}, \quad d = 1{,}15\sqrt[3]{(PL)},$$

$$\text{„ Gufseisen . . } P = 0{,}46\frac{d^3}{L}, \quad d = 1{,}30\sqrt[3]{(PL)},$$

$$\text{„ Holz . . . . } P = 0{,}07\frac{d^3}{L}, \quad d = 2{,}48\sqrt[3]{(PL)};$$

für den quadratischen Querschnitt:

$$\text{für Schmiedeeisen } P = 1{,}11\frac{h^3}{L}, \quad h = 0{,}97\sqrt[3]{(PL)},$$

$$\text{„ Gufseisen . . } P = 0{,}78\frac{h^3}{L}, \quad h = 1{,}11\sqrt[3]{(PL)},$$

$$\text{„ Holz . . . . } P = 0{,}11\frac{h^3}{L}, \quad h = 2{,}09\sqrt[3]{(PL)};$$

für den rechteckigen Querschnitt:

$$\text{für Schmiedeeisen } P = 1{,}11\frac{bh^2}{L}, \quad h = 0{,}95\sqrt[3]{\left(\frac{PL}{b}\right)},$$

$$\text{„ Gufseisen . . } P = 0{,}78\frac{bh^2}{L}, \quad h = 1{,}13\sqrt[3]{\left(\frac{PL}{b}\right)},$$

$$\text{„ Holz . . . . } P = 0{,}11\frac{bh^2}{L}, \quad h = 3{,}01\sqrt[3]{\left(\frac{PL}{b}\right)};$$

Setzt man in dem rechteckigen Querschnitt $b = \frac{1}{2}h$, so hat man:

$$\text{für Schmiedeeisen } P = 0{,}56\frac{h^3}{L}, \quad h = 1{,}21\sqrt[3]{(PL)},$$

$$\text{„ Gufseisen . . } P = 0{,}39\frac{h^3}{L}, \quad h = 1{,}37\sqrt[3]{(PL)},$$

$$\text{„ Holz . . . . } P = 0{,}056\frac{h^3}{L}, \quad h = 2{,}61\sqrt[3]{(PL)};$$

und wenn in dem rechteckigen Querschnitt $b = \frac{1}{3} h$ ist, so hat man:

für Schmiedeeisen $P = 0{,}37 \dfrac{h^3}{L}$, $h = 1{,}39 \sqrt[3]{(PL)}$,

„ Gufseisen . . $P = 0{,}29 \dfrac{h^3}{L}$, $h = 1{,}51 \sqrt[3]{(PL)}$,

„ Holz . . . . $P = 0{,}037 \dfrac{h^3}{L}$, $h = 3{,}00 \sqrt[3]{(PL)}$.

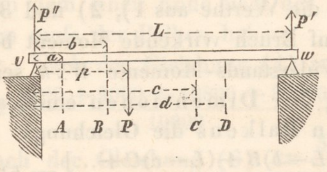
Belastungsfähigkeit stangenförmiger Körper, welche au zwei Punkten unterstützt sind.

§ 93. Wenn ein Balken an seinen beiden Endpunkten unterstützt ist, so pflegt man drei Fälle zu unterscheiden, die sich zwar alle auf den Fall zurückführen lassen, welcher in den vorigen Paragraphen abgehandelt ist, welche jedoch manches Eigenthümliche darbieten, und daher hier eine kurze Erörterung nöthig machen. Diese Fälle sind:

1) der Balken liegt an beiden Endpunkten frei auf,

2) der Balken ist an einem Endpunkte unwandelbar befestigt, am andern aber liegt er frei auf,

3) der Balken ist an beiden Endpunkten unwandelbar befestigt.



Denken wir einen Balken vw von der Länge L, welcher an beidan Endpunkten v und w frei aufliegt, und durch die Drucke A, B, C, D in den Abständen a, b, c, d von dem Endpunkte v belastet ist, so lassen sich diese Drucke nach § 90. S. 198 leicht auf die beiden Stützpunkte reduciren. Der Druck in dem Punkte w ist:

$$1)\ P' = \frac{aA + bB + cC + \ldots.}{L}$$

Der Druck im Punkte v ist:

$$2)\ P'' = \frac{(L-a)A + (L-b)B + (L-c)C + \ldots}{L}$$

Der mittlere Druck oder die Resultirende aus sämmtlichen Drucken ist:

$$3)\ P = P' + P'' = A + B + C + D + \ldots.$$

Den Angriffspunkt dieses mittlern Drucks finden wir, nach einem bekannten statischen Gesetz, wenn wir die Länge L im umgekehrten Verhältnifs der Drucke theilen. Es ist also die Entfernung des Angriffspunkts des resultirenden Druckes vom Punkte v:

$$4)\ p = \frac{L}{P} \cdot P' = \frac{aA + bB + cC + \ldots}{A + B + C + \ldots}$$

Der Bruch wird in dem Angriffspunkt von P erfolgen, und es läfst sich dieser Fall auf den vorigen zurückführen, wenn wir uns den Balken im Bruchpunkt festgehalten, und in einem der Stützpunkte durch die Reaktionen, welche die Drucke P' und P'' herbeiführen, und welche ihnen gleich und entgegengesetzt sind, belastet denken.

Wird der Bruch durch die Reaktion in dem Stützpunkt v herbeigeführt, so ist das auf Bruch wirkende statische Moment,

$$5)\ P'' \cdot p = \frac{L \cdot P'' \cdot P'}{P}.$$

Denken wir den Bruch durch die Reaktion im Punkt w hervorgebracht, so ist das Moment derselben:

$$P' \cdot (L - p) = P'\left(L - L\frac{P'}{P}\right) = \frac{LP'}{P}(P - P');$$

da aber nach 3) $P - P' = P''$ ist, so folgt, dafs beide Momente gleich grofs sind, und dafs es folglich ganz gleich ist, ob man den Bruch durch die Reaktion von P' oder durch die von P'' herbeigeführt denkt.

Setzen wir in die Gleichung 5) die Werthe aus 1), 2) und 3), und berücksichtigen wir, dafs das auf Bruch wirkende Moment bei gehöriger Sicherheit gleich dem Widerstands-Momente $W \cdot k$ sein mufs, so hat man zur Berechnung der Dimensionen eines, an beiden Enden frei aufliegenden Balkens die Gleichung:

$$6)\ \frac{[aA + bB + cC + \ldots][(L-a)A + (L-b)B + (L-c)C + \ldots]}{L \cdot (A + B + C + \ldots)} = kW,$$

worin k aus der Tabelle XI in § 88. S. 192 und W aus der Tabelle XIV in § 91. S. 204 zu entnehmen sind.

Hieraus folgt die leicht zu merkende Regel:

Das auf Bruch wirkende, statische Moment für einen an beiden Enden frei aufliegenden Balken wird gefunden, wenn man die Summe der statischen Momente aller einzelnen Drucke in Beziehung auf den einen Stützpunkt, mit der Summe der statischen Momente dieser Drucke in Beziehung auf den andern Stützpunkt multiplizirt, und das Produkt dividirt durch die Länge des Balkens multiplizirt mit der Summe sämmtlicher Drucke.

In den Formeln des vorigen Paragraphen ist daher für PL überall der oben berechnete Werth zu setzen.

Bezeichnet P die Summe sämmtlicher Drucke, und p den Abstand des mittlern Druckes von einem Endpunkte, so hat man für das statische Moment:

$$7)\ \frac{P(L-p)p}{L} = kW.$$

Für den Fall, dafs der resultirende Druck durch die Mitte des Balkens geht, ist $p = \frac{1}{2}L$; der Ausdruck (7) für das statische Moment geht dann über in $\frac{1}{4}PL$, und man hat:

$$8)\ P = \frac{4W.k}{L}.$$

Ein an beiden Enden frei aufliegender und in der Mitte belasteter Balken trägt also viermal so viel, als ein Balken von denselben Dimensionen, der an einem Ende befestigt, und am andern Ende belastet ist.

Es sei z. B. ein gufseiserner Balken von rechteckigem Querschnitt, dessen Höhe das Dreifache von der Breite beträgt, an beiden Enden frei aufliegend, 12 Fufs lang, und in den Abständen von 2, 3, 6 und 8 Fufs von dem einen Ende mit den Drucken 1200, 3000, 1800 und 4000 Pfund belastet, in welchem Abstande von dem einen Ende liegt der Bruchpunkt, und welche Dimensionen mufs der Balken haben.

Nach der Gleichung (4) ist der Abstand des Bruchpunkts $= \frac{2400 + 9000 + 10800 + 32000}{10000} = 5{,}42$ Fufs. Das statische Moment nach der Gleichung (6) $= \frac{54200 \,.\, 65800}{12 \,.\, 10000} = 29171$. Dies für PL in die entsprechende Formel des § 92 eingesetzt, giebt

$$h = 0{,}32\sqrt[3]{(29171)} = 9{,}8 \text{ Zoll}.$$

Nehmen wir dafür 10 Zoll, so ist das Gewicht des Balkens $= 1333$ Pfd., welches im Schwerpunkt vereinigt gedacht wird. Wir haben nun die Rechnung von Neuem mit Berücksichtigung dieses Gewichts durchzuführen. Es ergiebt sich dann der Abstand des Bruchpunkts:

$$= \frac{2400 + 9000 + 10800 + 32000 + 8000}{11333} = 5{,}49 \text{ Fufs},$$

$$\text{das statische Moment} = \frac{62200 + 73800}{12 \,.\, 11333} = 33753,$$

$$h = 0{,}32\sqrt[3]{33753} = 10{,}34.$$

Es müfste nun das Gewicht eines Balkens von dieser Höhe, und der Breite $\frac{1}{3}h$ berechnet, und mit diesem Gewicht die Rechnung abermals durchgeführt werden, bis die Aenderung des Werthes von h klein genug wird, um sie zu vernachlässigen. Im vorliegenden Falle läfst sich schon abschätzen, dafs ein Balken von $10\frac{1}{2}$ Zoll Höhe hinreichend stark ist.

Der zweite Fall, dafs nämlich ein Balken an einem Ende unwandelbar befestigt ist, am andern aber frei aufliegt, macht für die Betrachtung des Einflusses, welchen die einzelnen Drucke auf die Bruchpunkte ausüben, eine ziemlich weitläufige Auseinandersetzung nöthig, welche hier unterbleiben mufs. Man hat sich nur zu merken, dafs in diesem Falle zwei Bruchpunkte stattfinden, der eine an der Befestigungsstelle, der andere im Angriffspunkt des mittlern Druckes. Für die Praxis verfährt man hinreichend genau, wenn man das auf Bruch wirkende Moment, wie im vorhergehenden Falle berechnet, und davon näherungsweise $\frac{2}{3}$ nimmt. Es ergiebt sich sodann:

$$9)\ \frac{2}{3}\,\frac{[aA+bB+cC+..][(L-a)A+(L-b)B+...]}{L(A+B+C+...)}=kW.$$

Für den Fall, dafs der Balken an beiden Enden unwandelbar befestigt ist, hat man drei Bruchpunkte, nämlich an beiden Enden, und im Angriffspunkt des resultirenden Druckes einen; es folgt dann in ähnlicher Weise:

$$10)\ \frac{1}{2}\,\frac{[aA+bB+cC+...][(L-a)A+(L-b)B+....]}{L(A+B+C+...)}=kW.$$

Wenn der resultirende Druck durch die Mitte des Balkens geht, erhält man für einen, an einem Ende unwandelbar befestigten, am andern Ende frei aufliegenden Balken:

$$11)\ P=6\,\frac{kW}{L},$$

und für einen an beiden Enden unwandelbar befestigten Balken:

$$12)\ P=8\,\frac{kW}{L}.$$

Der erstgenannte Balken trägt also sechsmal, der andere achtmal so viel, als ein Balken von derselben Länge, der an einem Ende unwandelbar befestigt, am andern durch den Druck P belastet ist.

Liegt ein Balken an beiden Enden und an einem dritten Punkte seiner Länge frei auf, so ist jeder zwischen zwei Stützpunkten befindliche Theil für sich als ein Balken zu betrachten, der an einem Ende unwandelbar befestigt, am andern aber frei aufliegend ist.

Berechnung stangenförmiger Körper, wenn der Werth der zulässigen Durchbiegung gegeben ist.

§ 94. Wenn eine angemessene Belastung auf einen befestigten, oder unterstützten Körper einwirkt, so erzeugt dieselbe eine Durchbiegung. So lange diese Durchbiegung in den einzelnen Elementen des Körperquerschnitts noch nicht eine Spannung hervorbringt, welche die Grenze der vollkommenen Elastizität erreicht, so entsteht dadurch keine bleibende Formveränderung, und wir haben gesehen (§ 88. S. 189), dafs den Ansprüchen der Sicherheit, in Bezug auf die Festigkeit der Körper genügt wird, wenn die Spannung nur die Hälfte bis zwei Drittel der Elastizitätsgrenze erreicht. — Allein auch in diesem Falle findet eine bestimmte Biegung statt, und der Werth derselben läfst sich nach statischen Gesetzen, deren Herleitung hier zu weit führen würde, berechnen. Es ist nun denkbar, dafs in gewissen Fällen der Werth dieser Biegung so grofs werden kann, dafs, obwohl der Körper den Ansprüchen der Festigkeit mit vollkommener Sicherheit genügt, doch andere Bedingungen z. B. die Genauigkeit und Sicherheit der Bewegung der Maschine, dadurch verletzt werden. In solchen Fällen mufs man den zulässigen Werth der Durchbiegung von vorne herein annehmen, und die Dimensionen des Körpers so wählen, dafs derselbe höchstens diese angenommene Durchbiegung erleidet.

Wenn ein stangenförmiger Körper an einem Ende unwandelbar befestigt, am andern belastet ist, so findet die gröfste Senkung an dem belasteten Ende statt. Bezeichnet man den Werth der Senkung mit δ, so ist derselbe

$$1)\quad \delta = \tfrac{1}{3}\frac{PL^3}{B.E},$$

wenn P die Belastung, L die Länge, B das Biegungs-Moment, E der Elastizitäts-Modulus ist.

Wenn dagegen der Körper an beiden Enden frei aufliegt, so findet die gröfste Senkung nur dann im Angriffspunkt des resultirenden Druckes statt, wenn dessen Richtung durch die Mitte der Länge des freiliegenden Theiles des Balkens geht. Wenn dagegen der Angriffspunkt des resultirenden Druckes nicht in der Mitte der Länge des Balkens liegt, so liegt die gröfste Senkung zwischen dem Angriffspunkt und der Mitte des Balkens. Da jedoch die genaue Rechnung für diesen Fall ziemlich umständlich ist, so wollen wir die gröfste Durchbiegung näherungsweise in den Angriffspunkt des resultirenden Drucks versetzen, was in den meisten, in der Praxis vorkommenden Fällen hinreichend genau ist. Der Werth der Durchbiegung im Angriffspunkt des resultirenden Druckes ist, für einen, an beiden Enden frei aufliegenden Balken:

$$2)\ \delta = \tfrac{1}{3} P . \frac{(L-p)^2 . p^2}{L . B . E},$$

worin p den Abstand des resultirendeu Drucks P von dem einen Stützpunkt bezeichnet, die andern Buchstaben aber die bekannte Bedeutung haben.

Für $p = \frac{1}{2} L$ geht die Formel über in:

$$3)\ \delta = \tfrac{1}{48} \frac{PL^3}{B . E}$$

Gewöhnlich genügt es, wenn man die gröfste zulässige Durchbiegung gleich $\frac{1}{1000}$ der Länge des Balkens annimmt. Wenn aufserdem der Elastizitäts-Modulus nach Tabelle XI. S. 192

für Schmiedeeisen . . . . $E = 29000000$,
„ Gufseisen . . . . . $E = 17000000$,
„ Holz im Durchschnitt . . $E = 1700000$,

und das Biegungs-Moment nach Tab. XIV. S. 204:

für den kreisförmigen Querschnitt $B = \frac{1}{64} \pi d^4$,
„ „ quadratischen „ $B = \frac{1}{12} h^4$,
„ „ rechteckigen „ $B = \frac{1}{12} b h^3$

genommen wird, und wenn man die Länge L, anstatt in Zollen, lieber in Fufsen einführt, so ergiebt sich für einen, an einem Ende befestigten, am andern Ende belasteten Balken:

$$4)\ \tfrac{12}{1000} L = \tfrac{1}{3} \frac{PL^3 . (12)^3}{B . E},$$

$$5)\ B = \frac{48000}{E} . P . L^2 \qquad P = \tfrac{1}{48000} . \frac{BE}{L^2},$$

oder in runden Zahlen:

für Schmiedeeisen . . . . $B = \frac{1}{600} PL^2$,
„ Gufseisen . . . . . . $B = \frac{1}{350} PL^2$,
„ Holz . . . . $B = \frac{1}{35} PL^2$.

Hieraus ergeben sich zur Berechnung von Balken, welche an einem Ende unwandelbar befestigt, am andern belastet sind, folgende Formeln, in welchen die Längen-Dimensionen in Fufsen, die Querschnitts-Dimensionen in Zollen, die Belastungen in Pfunden zu nehmen sind:

für den **kreisförmigen** Querschnitt:

für Schmiedeeisen $P = 30\frac{d^4}{L^2}$, $d = 0{,}43\sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Gußeisen . . $P = 17\frac{d^4}{L^2}$, $d = 0{,}49\sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Holz . . . . $P = 1{,}7\frac{d^4}{L^2}$, $d = 0{,}88\sqrt[4]{(PL^2)}$;

für den **quadratischen** Querschnitt:

für Schmiedeeisen $P = 50\frac{h^4}{L^2}$, $h = 0{,}38\sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Gußeisen . . $P = 29\frac{h^4}{L^2}$, $h = 0{,}43\sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Holz . . . . $P = 3\frac{h^4}{L^2}$, $h = 0{,}76\sqrt[4]{(PL^2)}$;

für den **rechteckigen** Querschnitt:

für Schmiedeeisen $P = 50\frac{bh^3}{L^2}$, $h = 0{,}27\sqrt[3]{\left(\frac{PL^2}{b}\right)}$,

„ Gußeisen . . $P = 29\frac{bh^3}{L^2}$, $h = 0{,}33\sqrt[3]{\left(\frac{PL^2}{b}\right)}$,

„ Holz . . . . $P = 3\frac{bh^3}{L^2}$, $h = 0{,}69\sqrt[3]{\left(\frac{PL^2}{b}\right)}$;

wenn in dem rechteckigen Querschnitt $b = \frac{1}{2}h$ ist:

für Schmiedeeisen $P = 25\frac{h^4}{L^2}$, $h = 0{,}45\sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Gußeisen . . $P = 15\frac{h^4}{L^2}$, $h = 0{,}51\sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Holz . . . . $P = 1{,}5\frac{h^4}{L^2}$, $h = 0{,}91\sqrt[4]{(PL^2)}$;

wenn dagegen in dem rechteckigen Querschnitt $b = \frac{1}{3}h$ ist:

für Schmiedeeisen $P = 17\frac{h^4}{L^2}$, $h = 0{,}49\sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Gußeisen . . $P = 10\frac{h^4}{L^2}$, $h = 0{,}56\sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Holz . . . . $P = 1{,}0\frac{h^4}{L^2}$, $h = 1{,}0\sqrt[4]{(PL^2)}$.

Nimmt man L in Mètres, die Querschnitts-Dimensionen in Centimètres, P in Kilogrammes, so gehen die obigen Formeln über in folgende:

für den kreisförmigen Querschnitt:

für Schmiedeeisen $P = 9{,}0294 \frac{d^4}{L^2}$, $d = 2{,}42 \sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Gufseisen . . $P = 0{,}0167 \frac{d^4}{L^2}$, $d = 2{,}77 \sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Holz . . . . $P = 0{,}0017 \frac{d^4}{L^2}$, $d = 4{,}95 \sqrt[4]{(PL^2)}$;

für den quadratischen Querschnitt:

für Schmiedeeisen $P = 0{,}0490 \frac{h^4}{L^2}$, $d = 2{,}15 \sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Gufseisen . . $P = 0{,}0284 \frac{h^4}{L^2}$, $d = 2{,}43 \sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Holz . . . . $P = 0{,}0029 \frac{h^4}{L^2}$, $d = 4{,}29 \sqrt[4]{(PL^2)}$;

für den rechteckigen Querschnitt:

für Schmiedeeisen $P = 0{,}0490 \frac{bh^3}{L^2}$, $h = 2{,}73 \sqrt[3]{\left(\frac{PL^2}{b}\right)}$

„ Gufseisen . . $P = 0{,}0284 \frac{bh^3}{L^2}$, $h = 3{,}29 \sqrt[3]{\left(\frac{PL^2}{b}\right)}$

„ Holz . . . . $P = 0{,}0029 \frac{bh^3}{L^2}$, $h = 6{,}94 \sqrt[3]{\left(\frac{PL^2}{b}\right)}$

wenn in dem rechteckigen Querschnitt $b = \frac{1}{2}h$ ist:

für Schmiedeeisen $P = 0{,}0245 \frac{h^4}{L^2}$, $h = 2{,}54 \sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Gufseisen . . $P = 0{,}0142 \frac{h^4}{L^2}$, $h = 2{,}88 \sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Holz . . . . $P = 0{,}0015 \frac{h^4}{L^2}$, $h = 5{,}10 \sqrt[4]{(PL^2)}$,

wenn dagegen in dem rechteckigen Querschnitt $b = \frac{1}{3}h$ ist:

für Schmiedeeisen $P = 0{,}0163 \frac{h^4}{L^2}$, $h = 2{,}77 \sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Gufseisen . . $P = 0{,}0095 \frac{h^4}{L^2}$, $h = 2{,}16 \sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Holz . . . . $P = 0{,}0010 \frac{h^4}{L^2}$, $h = 5{,}65 \sqrt[4]{(PL^2)}$.

Will man, der Sicherheit wegen, anstatt des ganzen Elastizitäts-Modulus nur einen Theil desselben in Rechnung ziehen, etwa $\frac{1}{m} E$, so sind die Werthe von P in obigen Formeln überall mit $\frac{1}{m}$ zu multipliziren, die Werthe von d und h aber mit $\sqrt[4]{\frac{1}{m}}$ zu dividiren, oder mit $\sqrt[4]{m}$ zu multipliziren. Nimmt man z. B. nur die Hälfte des Elastizitäts-Modulus, so ergeben sich die Werthe für P nur halb so grofs, die Werthe für d und h aber $\sqrt[4]{2} = 1{,}19$ mal so grofs.

Wenn ein Balken an beiden Enden frei unterstützt ist, so berechnen wir zunächst den resultirenden Druck P, und dessen Abstand von dem einen Unterstützungspunkt p nach § 93. S. 216. Es ergiebt sich sodann nach Formel 2) dieses Paragraphen die Durchbiegung des Balkens im Angriffspunkt des resultirenden Druckes. Nehmen wir wieder $\frac{1}{1000}$ der Länge als zulässige gröfste Durchbiegung, und führen wir die Rechnung nach Anleitung der Formel 4) dieses Paragraphen aus, so ergiebt sich

$$B = \frac{48000}{E} P \frac{(L-p)^2 \cdot p^2}{L^2}.$$

Wir können also die vorstehend entwickelten Formeln auch in dem Falle, dafs der Balken an beiden Enden frei aufliegt, anwenden, wenn wir überall anstatt L^2 den Werth $\frac{(L-p)^2 p^2}{L^2}$ einsetzen. (Vergl. Formel 5) dieses Paragraphen.) Ist der Angriffspunkt des resultirenden Druckes in der Mitte, so haben wir für L^2 überall $\frac{1}{16} L^2$ einzusetzen; es werden also die Werthe für die Belastungsfähigkeit P in obigen Formeln 16mal so grofs, die Querschnitts-Dimensionen halb so grofs.

Hat man Balken, welche an einem Ende befestigt, am andern unterstützt sind, so kann man näherungsweise anstatt P überall $\frac{2}{3} P$ einsetzen, und für Balken, welche an beiden Enden unwandelbar befestigt sind, darf man mit hinreichender Genauigkeit für P in obigen Formeln $\frac{1}{2} P$ setzen.

Gleichmäfsig vertheilte Belastungen bringt man auch hier, ohne grofsen Fehler als in ihrem Schwerpunkt vereinigt wirkend, in Rechnung.

Vergleichung der Resultate für die Berechnung nach der Elastizitätsgrenze, und für die Berechnung nach der zulässigen Durchbiegung.

§ 95. Wenn ein Balken, der an beiden Enden frei aufliegt, in dem Abstande p von dem einen Unterstützungspunkt die resultirende Belastung P zu tragen hat, so finden wir nach der Formel 2) des vorigen Paragraphen die dieser Belastung entsprechende Durchbiegung

$$\delta = \frac{1}{3} P \frac{(L-p)^2 p^2}{L \cdot B \cdot E}.$$

Wenn wir denselben Balken nach der Methode des § 93 berechnen, d. h. wenn wir untersuchen, wie grofs die Belastung ist, welche ihn bis zur Hälfte seiner vollkommenen Elastizität in Anspruch nimmt, so ergiebt sich durch die Formel 7) des § 93:

$$P = \frac{k \cdot W \cdot L}{(L-p)p}.$$

Diese Belastung erzeugt eine gewisse Durchbiegung, deren Werth gefunden wird, wenn wir in die obige Formel für δ den eben bestimmten Werth von P einsetzen. Berücksichtigen wir hierbei, dafs nach § 91 $W = \frac{B}{y'}$ ist, so ergiebt sich:

$$\delta = \tfrac{1}{3} \frac{k}{E} \cdot \frac{(L-p)p}{y'}.$$

Es war aber $k = \frac{1}{2} K$, wenn K die Belastung bezeichnet, welche der Elastizitätsgrenze entspricht; es war ferner $K = \frac{1}{x} E$ (§ 88. S. 191), wenn $\frac{1}{x} L$ die Verlängerung an der Elastizitätsgrenze ist; hieraus folgt:

$$\delta = \tfrac{1}{3} \cdot \tfrac{1}{2} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{(L-p)p}{y'},$$

wobei noch sämmtliche Dimensionen in denselben Maafseinheiten genommen sind.

Soll nun der gröfste Werth der Durchbiegung δ höchstens $\frac{1}{1000}$ der Länge betragen, so folgt, dafs $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{(L-p)p}{y'}$ kleiner oder höchstens gleich $\frac{1}{1000} L$ sein müsse, oder dafs

$$\frac{1}{6x} \cdot \frac{(L-p)p}{y'L} \overline{\overline{<}} \frac{1}{1000}$$

zu nehmen sei. Der gröfste Werth für den Ausdruck links wird erhalten, wenn $(L-p)p$ den gröfsten Werth hat, also für $p = \frac{1}{2} L$. Nimmt man nun noch an, dafs die neutrale Axe in der Mitte der Höhe liege, so dafs $y' = \frac{1}{2} h$ zu setzen ist, so folgt nach einer leichten Umformung, dafs die Belastung, welche der Hälfte der Elastizitätsgrenze entspricht, erst dann eine Durchbiegung erzeugt, die $\frac{1}{1000}$ der Länge beträgt, wenn

$$L = 0{,}012 xh \text{ ist,}$$

und dafs die Durchbiegung kleiner als $\frac{1}{1000}$ der Länge ist, so lange L kleiner als $0{,}012xh$ ist. Nimmt man nach der Tabelle XI. S. 192 durchschnittlich

für Schmiedeeisen . . . . $x = 1500$,
„ Gufseisen . . . . . . $x = 1200$,
„ Holz . . . . $x = 600$,

so ergiebt sich die Länge, bei welcher der Werth der Durchbiegung $\frac{1}{1000}L$ beträgt, wenn der Körper nur bis zur Hälfte der Elastizitätsgrenze in Anspruch genommen wird,

für Schmiedeeisen . . . . $L = 18{,}6h$,
„ Gufseisen . . . . $L = 14{,}4h$,
„ Holz . . . . $L = 7{,}2h$,

Man wird also bei einem Balken, der an beiden Enden frei aufliegt, die Formeln des vorigen Paragraphen nur dann anwenden, wenn die Länge gröfser ist, als das 18,6 resp. 14,4 und 7,2fache seiner Höhen-Dimension, und auch in diesem Falle nur dann, wenn es auf besondere Steifheit des Balkens ankommt.

Die Rechnung läfst sich leicht auch für die übrigen Fälle der Unterstützung durchführen, und ergiebt, dafs man die obigen Zahlenwerthe zu nehmen habe:

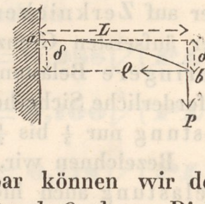
$\frac{1}{4}$mal, wenn der Balken an einem Ende befestigt, am andern belastet ist,

$1\frac{1}{2}$mal, wenn der Balken an einem Ende unwandelbar befestigt, am andern frei unterstützt ist,

2mal, wenn der Balken an beiden Enden unwandelbar befestigt ist.

Berechnung stangenförmiger Körper, welche auf Zerknicken in Anspruch genommen werden.

§ 96. Denken wir uns einen Balken, welcher an einem Ende unwandelbar befestigt, am andern Ende aber belastet ist, und es erzeuge diese Belastung eine gewisse Durchbiegung δ, so wird der Körper um die neutrale Axe in dem befestigten Querschnitt eine Drehung erleiden. Es sei in der nebenstehenden Figur ab die Form, welche die neutrale Faserschicht bei dieser Drehung angenommen hat. Die Spannungen in den einzelnen Querschnitts-Elementen halten dem auf Biegung wirkenden Druck das Gleichgewicht. Offenbar können wir den Druck P ersetzt denken durch einen andern Druck Q, dessen Richtung normal zu der Richtung von P ist; es entsteht dann ein Winkelhebel, dessen Drehpunkt in a liegt, an dessen einem Hebelsarm L der Druck P, an dem andern δ, der Druck Q wirkt. Soll nun Q dieselbe Wirkung hervorbringen, wie P, so mufs sein:



$$PL = Q\delta.$$

Nun ist aber nach § 94 die Durchbiegung, welche P erzeugt,

$$\delta = \tfrac{1}{3}\frac{PL^3}{BE},$$

folglich:

$$PL = Q.\tfrac{1}{3}\frac{PL^3}{BE},$$

$$Q = \frac{3BE}{L^2}.$$

Man sieht, dafs der Werth Q nicht abhängig von dem Werthe der Durchbiegung δ ist, dafs er also für jede Durchbiegung derselbe bleibt, so lange B, E und L konstant bleiben, eine Eigenthümlichkeit, welche sich dadurch erklären läfst, dafs mit der Zunahme der Durchbiegung der Hebelsarm von Q, nämlich δ wächst, während der Hebelsarm von P für sehr kleine Senkungen konstant bleibt, es mufs also, wenn beide Drucke im Gleichgewicht bleiben sollen, P in demselben Verhältnifs wie δ wachsen, was auch die Formel ergiebt*).

Aus der obigen Herleitung kann man schliefsen, dafs der Werth Q überhaupt derjenige sei, welcher der rückwirkenden Festigkeit eines Balkens entspricht, der an einem Ende befestigt und nach der Richtung seiner Länge belastet ist. Eine geringere Belastung, als Q, vermag keiner Durchbiegung das Gleichgewicht zu halten; eine gröfsere Belastung, als Q, bringt zwar nicht nothwendiger Weise eine Durchbiegung hervor, denn dafür läfst sich mathematisch kein Grund finden, sobald aber die geringste Durchbiegung oder eine Abweichung der Schwerpunkts-Axe von der Richtung des Drucks entstanden ist, wird eine solche Belastung das Uebergewicht über die Widerstandsfähigkeit des Balkens erlangen, und den Balken zerknicken. Man darf nun die Belastung eines Balkens, der auf Zerknicken in Anspruch genommen wird, niemals bis zu der äufsersten Grenze treiben; man darf vielmehr stets nur eine geringere Belastung als Q zulassen. Im Allgemeinen wird die erforderliche Sicherheit gewährt, wenn man für die zulässige Belastung nur $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{2}Q$ einführt.

Bezeichnen wir, der Uebereinstimmung wegen, die zulässige Belastung auch hier mit P, so hat man mit hinreichender Sicherheit:

---

*) Weisbach giebt in seinem »Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik; 2te Aufl. Braunschweig 1850« Th. I. § 213 eine umständlichere Herleitung, in welcher $Q = \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{BE}{L^2} = \frac{2{,}47BE}{L^2}$, also ein wenig kleiner gefunden wird.

$$P = \tfrac{1}{3} Q = \frac{BE}{L^2},$$

und wenn wir L wieder in Fufsen nehmen,

$$P = \tfrac{1}{144}\ E \cdot \frac{B}{L^2},$$

$$B = 144 \frac{PL^2}{E}.$$

Zu bemerken ist noch, dafs die Ausbiegung immer nach der Richtung erfolgen wird, in welcher der geringste Widerstand Statt findet, dafs also bei dem rechteckigen Querschnitt immer unter h die kleinste Dimension zu verstehen ist.

Setzt man für E die mehrfach genannten Werthe, so hat man für eine Stange, welche, an einem Ende unwandelbar befestigt, in der Richtung ihrer Länge auf rückwirkende Festigkeit in Anspruch genommen wird, folgende Formeln, in welchen die Belastungen in Pfunden, die Längen in Fufsen, die Querschnitts-Dimensionen in Zollen genommen sind:

für Schmiedeeisen . . . $B = \tfrac{1}{200000} PL^2$,
„ Gufseisen . . . . . . $B = \tfrac{1}{120000} PL^2$,
„ Holz . . . . $B = \tfrac{1}{12000} PL^2$,

und zwar:

für den **kreisförmigen***) Querschnitt:

für Schmiedeeisen $P = 9800 \frac{d^4}{L^2}$, $d = 0{,}100 \sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Gufseisen . . $P = 6000 \frac{d^4}{L^2}$, $d = 0{,}114 \sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Holz . . . . . $P = 600 \frac{d^4}{L^2}$, $d = 0{,}200 \sqrt[4]{(PL^2)}$,

für den **quadratischen** Querschnitt:

für Schmiedeeisen $P = 16700 \frac{h^4}{L^2}$, $h = 0{,}088 \sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Gufseisen . . $P = 10000 \frac{h^4}{L^2}$, $h = 0{,}100 \sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Holz . . . . $P = 1000 \frac{h^4}{L^2}$, $h = 0{,}178 \sqrt[4]{(PL^2)}$,

---

*) Die Koeffizienten von d für den kreisförmigen Quersehnitt sind für Schmiedeeisen, Gufseisen und Holz ziemlich genau $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{5}$, und die Koeffizienten von h für den quadratischen Querschnitt $\frac{1}{11}$; $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{6}$, was leicht zu behalten ist. Auch kann man sich merken, dafs die Koeffizienten für die Berechnung auf eine Durchbiegung, die $\frac{1}{1000}$ der Länge beträgt (§ 94) $4\frac{1}{2}$mal so grofs sind, als diejenigen für rückwirkende Festigkeit.

für den **rechteckigen** Querschnitt:

für Schmiedeeisen $P = 16700 \frac{bh^3}{L^2}$, $h = 0{,}039 \sqrt[3]{\left(\frac{PL^2}{b}\right)}$,

„ Gufseisen . . $P = 10000 \frac{bh^3}{L^2}$, $h = 0{,}047 \sqrt[3]{\left(\frac{PL^2}{b}\right)}$,

„ Holz . . . . . $P = 1000 \frac{bh^3}{L^2}$, $h = 0{,}100 \sqrt[3]{\left(\frac{PL^2}{b}\right)}$;

wenn in dem rechteckigen Querschnitt die kleinste Dimension $\frac{1}{2}$ der gröfseren ist, also wenn $b = 2h$:

für Schmiedeeisen $P = 33300 \frac{h^4}{L^2}$, $h = 0{,}074 \sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Gufseisen . . $P = 20000 \frac{h^4}{L^2}$, $h = 0{,}084 \sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Holz . . . . . $P = 2000 \frac{h^4}{L^2}$, $h = 0{,}148 \sqrt[4]{(PL^2)}$;

wenn dagegen in dem rechteckigen Querschnitt die kleinste Dimension $\frac{1}{3}$ der gröfseren ist, also wenn $b = 3h$:

für Schmiedeeisen $P = 50000 \frac{h^4}{L^2}$, $h = 0{,}067 \sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Gufseisen . . $P = 30000 \frac{h^4}{L^2}$, $h = 0{,}076 \sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Holz . . . . . $P = 3000 \frac{h^4}{L^2}$, $h = 0{,}135 \sqrt[4]{(PL^2)}$.

Nimmt man L in Mètres, die Querschnitts-Dimensionen in Centimètres, P in Kilogrammes, so gehen die obigen Formeln über in folgende:

für den kreisförmigen Querschnitt:

für Schmiedeeisen $P = 9{,}60 \frac{d^4}{L^2}$, $d = 0{,}57 \sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Gufseisen . . $P = 5{,}88 \frac{d^4}{L^2}$, $d = 0{,}64 \sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Holz . . . . $P = 0{,}59 \frac{d^4}{L^2}$, $d = 1{,}14 \sqrt[4]{(PL^2)}$;

für den quadratischen Querschnitt:

für Schmiedeeisen $P = 16{,}36 \frac{h^4}{L^2}$, $h = 0{,}50 \sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Gufseisen . . $P = 9{,}80 \frac{h^4}{L^2}$, $h = 0{,}57 \sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Holz . . . . $P = 0{,}98 \frac{h^4}{L^2}$, $h = 1{,}00 \sqrt[4]{(PL^4)}$;

für den rechteckigen Querschnitt:

für Schmiedeeisen $P = 16{,}36\,\frac{bh^3}{L^2}$, $h = 0{,}39\sqrt[3]{\left(\frac{PL^2}{b}\right)}$,

„ Gufseisen . . $P = 9{,}80\,\frac{bh^3}{L^2}$, $h = 0{,}47\sqrt[3]{\left(\frac{PL^2}{b}\right)}$,

„ Holz . . . . $P = 0{,}89\,\frac{bh^3}{L^2}$, $h = 1{,}00\sqrt[3]{\left(\frac{PL^2}{b}\right)}$;

wenn in dem rechteckigen Querschnitt die kleinste Dimension $\frac{1}{2}$ der gröfseren ist, also wenn $b = 2h$:

für Schmiedeeisen $P = 32{,}72\,\frac{h^4}{L^2}$, $h = 0{,}42\sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Gufseisen . . $P = 19{,}60\,\frac{h^4}{L^2}$, $h = 0{,}48\sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Holz . . . . $P = 1{,}96\,\frac{h^4}{L^2}$, $h = 0{,}85\sqrt[4]{(PL^2)}$;

und wenn in dem rechteckigen Querschnitt die kleinste Dimension $\frac{1}{3}$ der gröfseren ist, also wenn $b = 3h$:

für Schmiedeeisen $P = 49{,}08\,\frac{h^4}{L^2}$, $h = 0{,}38\sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Gufseisen . . $P = 29{,}40\,\frac{h^4}{L^2}$, $h = 0{,}43\sqrt[4]{(PL^2)}$,

„ Holz . . . . $P = 2{,}94\,\frac{h^4}{L^2}$, $h = 0{,}76\sqrt[4]{(PL^2)}$.

In ganz ähnlicher Weise läfst sich die Rechnung für eine Stange durchführen, welche an beiden Enden frei aufsteht. Die gröfste Durchbiegung würde hier in der Mitte Statt finden. In diesem Falle ist das auf Biegung wirkende statische Moment nach § 93 No. 8 nur $\frac{1}{4}PL$, dagegen ist die Durchbiegung δ nach Formel 3 des § 94 nur $\frac{1}{48}\frac{PL^3}{BE}$. Es folgt daher aus der Gleichsetzung von

$$\tfrac{1}{4}PL = Q\delta = Q \cdot \tfrac{1}{48}\frac{BL^3}{BE}$$

$$Q = \frac{12BE}{L^2}.$$

Es ist also die Widerstandsfähigkeit gegen Zerknicken einer Stange, welche an beiden Enden frei aufsteht, viermal so grofs, als wenn dieselbe an einem Ende unwandelbar befestigt ist.

Hiernach kann man die oben berechneten Formeln für den Fall brauchen, wenn die Stange an beiden Enden frei aufsteht, man hat nur die Werthe von P mit 4 zu multipliziren, und die Werthe von d und h mit $\sqrt[4]{4}$ zu dividiren, oder mit 0,7 zu multipliziren.

Berechnung stangenförmiger Körper auf den Widerstand gegen das Zerdrücken.

§ 97. Wir haben im vorigen Paragraphen die Belastung Q berechnet, welche ein stangenförmiger Körper zu tragen vermag, ohne dadurch gebogen und demnächst zerknickt zu werden. Es kann jedoch vorkommen, dafs der Körper zerstört wird, bevor noch die Belastung diesen Werth erreicht. Da sich nämlich für einen an einem Ende befestigten Körper ergab:

$$Q = \frac{3BE}{L^2},$$

so kann, wenn L sehr klein ist, der Werth Q so grofs gefunden werden, dafs er die Festigkeit des Materials übersteigt; in diesem Falle werden die einzelnen Theilchen des Körpers sich verschieben, und der Körper wird zerdrückt, zerquetscht werden. Natürlich darf bei Konstruktionen die Belastung niemals einen solchen Werth erreichen, es darf vielmehr die Belastung nie so grofs genommen werden, dafs ein Zusammendrücken bis zur Grenze der vollkommenen Elastizität erfolgt. Nehmen wir dieselben Grenzen für die Sicherheit, welche wir früher eingeführt haben, und erinnern wir uns, dafs der Widerstand gegen das Zusammendrücken gleich dem Widerstande gegen das Ausrecken genommen werden kann, so lange die Grenze der vollkommenen Elastizität noch nicht überschritten ist (§ 88), so kann der Körper mit genügender Sicherheit gegen das Zusammendrücken eine Belastung:

$$P = kF = \tfrac{1}{2}KF = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{1}{x} EF$$

tragen, wenn F den Flächeninhalt des Querschnitts, $\frac{1}{x} L$ die Verkürzung an der Elastizitätsgrenze bezeichnet. Die Belastung, welche der Körper mit genügender Sicherheit gegen das Zerknicken tragen kann, ist nach § 96 $= \tfrac{1}{3} Q$ zu nehmen, sie drückt sich also aus durch

$$P' = \frac{BE}{L^2}.$$

Man wird hiernach zu untersuchen haben, welche von beiden Belastungen die geringere ist, und nach dieser die Dimensionen des Körpers berechnen.

Wenn die Widerstandsfähigkeit für beide Beziehungen gleich ist, so hat man

$$P' = P; \quad \frac{BE}{L^2} = \frac{1}{2x} EF.$$

Nun drückt sich das Biegungs-Moment im Allgemeinen aus durch $\frac{1}{n} F \cdot h^2$ (§92), wenn $\frac{1}{n}$ ein Zahlen-Koeffizient, h die Richtung ist, nach welcher die Biegung erfolgt. Hier ist für h immer die kleinste Dimension zu nehmen (§ 96 S. 227); und es folgt, daſs wenn $P' = P$ sein soll,

$$\frac{\frac{1}{n} h^2}{L^2} = \frac{1}{2x},$$

$$\frac{h}{L} = \sqrt{\left(\frac{n}{2x}\right)}$$

sein müsse. Ist $\frac{h}{L}$ gröſser als $\sqrt{\left(\frac{n}{2x}\right)}$ oder, was dasselbe sagt, ist $\frac{L}{h}$ kleiner als $\sqrt{\left(\frac{2x}{n}\right)}$, oder ist L kleiner als $h\sqrt{\left(\frac{2x}{n}\right)}$, so ist P' gröſser als P, und man muſs den Körper nach dem Werthe P, d. h. auf Zerdrücken berechnen.

Nimmt man durchschnittlich

für Schmiedeeisen . . $x = 1500$,
„ Guſseisen . . . . $x = 1200$,
„ Holz . . . . . . $x = 600$,

und für den kreisförmigen Querschnitt

$$B = \tfrac{1}{64}\pi d^4, \quad F = \tfrac{1}{4}\pi d^2, \quad n = 16,$$

für den quadratischen Querschnitt

$$B = \tfrac{1}{12} h^4, \quad F = h^2, \quad n = 12,$$

für den rechteckigen Querschnitt

$$B = \tfrac{1}{12} b h^3, \quad F = bh, \quad n = 12,$$

so ergiebt sich, daſs man einen Körper auf Zerdrücken, also nach der Formel $P = kF$ (wo k aus der Tabelle XI S. 192 zu entnehmen ist, F aber den Flächeninhalt bezeichnet) zu berechnen habe:

bei dem kreisförmigen Querschnitt

für Schmiedeeisen, wenn . . $L < 14h$,
„ Guſseisen, wenn . . . . $L < 12h$,
„ Holz, wenn . . . . . . $L < 9h$,

bei dem quadratischen und rechteckigen Querschnitt

für Schmiedeeisen, wenn . . $L < 16h$,

„ Gufseisen, wenn . . . . $L < 14h$,

„ Holz, wenn . . . . . . $L < 10h$

ist.

Für eine an beiden Enden frei aufstehende Säule ergeben sich durch eine ähnliche Rechnung die Koeffizienten von d und h doppelt so grofs.

Ist L gröfser als die eben gefundenen Werthe, so mufs man den Körper auf Biegung berechnen, also nach den Formeln und Angaben des vorigen Paragraphen.

Es sei z. B. eine schmiedeeiserne Stange von 4 Fufs Länge von rechteckigem Querschnitt und dem Seitenverhältnifs 1:3 mit 8000 Pfund in der Richtung der Axe belastet, welche Dimensionen mufs man derselben geben?

Man ersieht aus der Tabelle XII S. 195, welche auch für das Zerdrücken gilt, dafs eine Belastung von 9000 Pfund etwa einem Querschnitt von $\frac{1}{2}$ und $1\frac{1}{2}$ Zoll Seite entspricht. Da nun die Länge gröfser ist, als $16 \cdot \frac{1}{2}$ Zoll, so mufs man nach der Formel im vorigen Paragraphen rechnen, und findet:

$$h = 0{,}067 \sqrt[4]{(PL^2)} = 0{,}067 \sqrt[4]{(8000 \cdot 16)} = 1{,}26 \text{ Zoll},$$

die Breite . . . . $= 3{,}78$ „

wofür man nach der Tabelle X in § 87 den Querschnitt No. 22, nämlich $1\frac{1}{4}$ und $3\frac{3}{4}$ Zoll wählen würde.

Als Beispiel für die Anwendung der eben berechneten Formeln möge noch folgende Aufgabe dienen:

Eine 15 Fufs hohe, unten unwandelbar befestigte, hohle gufseiserne Säule von 8 Zoll äufserem Durchmesser soll eine Belastung von 60000 Pfund tragen; wie grofs ist die Wandstärke?

Rechnet man auf Zerknicken, so ist nach S. 227

$$B = \frac{1}{120000} P \cdot L^2,$$

und für B nach S. 210 No. 28 den Werth gesetzt

$$\frac{1}{64}\pi(D^4 - d^4) = \frac{1}{120000} P \cdot L^2.$$

Es folgt für $P = 60000$, für $L = 15$, und für $D = 8$:

$$d^4 = 8^4 - \frac{64 \cdot 60000 \cdot 15 \cdot 15}{\pi \cdot 120000}$$

$$d = \sqrt[4]{1805} = 6{,}50,$$

folglich die Wandstärke $\frac{8 - 6{,}5}{2} = \frac{3}{4}$ Zoll.

Der Querschnitt dieser Säule ist 17,08 □Zoll, sie trägt also auf Zerdrücken 17,08 . 7000 = 119560 Pfund, und es müssen daher die Dimensionen, welche durch die Sicherheit gegen das Zerknicken bedingt waren, gelten.

Eine massive Säule würde nach der Formel des § 96 (S. 227)

$$d = 0{,}114\sqrt[4]{(PL^2)}$$

zu berechnen sein, und man würde finden

$$d = 6{,}9 \text{ Zoll}.$$

Der Querschnitt dieser Säule würde 37,39 □Zoll, also mehr als das Doppelte der hohlen Säule betragen, es würde die massive Säule daher auch doppelt so viel Material erfordern, als die hohle Säule.

Berechnung stangenförmiger Körper auf Verdrehen*).

§ 98. Wenn ein Körper durch einen Druck, welcher in einer Ebene wirkt, die normal zur Länge des Körpers ist, auf Verdrehung in Anspruch genommen wird, so wird er diesem Bestreben Folge leisten, wenn ihn nicht ein Widerstand daran hindert. Denken wir uns entweder einen solchen Widerstand, der den Körper festhält, oder einen Druck, welcher ihn nach entgegengesetzter Richtung zu drehen strebt, so werden die Theile des Körpers, welche zwischen den Angriffspunkten beider Drucke liegen, auf Torsion in Anspruch genommen.

Wird nun ein Körper auf Torsion in Anspruch genommen, so ist das Bestreben vorhanden, denselben um eine Axe zu drehen.

Bezeichnet man den Druck, welcher auf Torsion wirkt, mit P, den Hebelsarm desselben, oder den Abstand von der Drehaxe mit R, so ist PR das statische Moment, welches auf Drehung um die Axe wirkt. Kann der Körper in irgend einem zur Drehaxe normalen Querschnitt der Drehung nicht genügenden Widerstand leisten, so trennen sich die Fasern in diesem Querschnitte, und der Körper wird abgewürgt. Sind die Querschnitte des Körpers alle gleich grofs, so läfst sich von vorne herein nicht bestimmen, in welchem Querschnitt das Abwürgen erfolgen werde; sind dagegen die Querschnitte verschieden grofs, so erfolgt

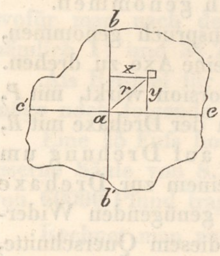
*) Bei dem Erscheinen dieses Werkes in Lieferungen wurde es für zweckmäfsiger erkannt, die Berechnung der Körper auf ihre Festigkeit im Zusammenhange vorzutragen, daher auch die Torsionsfestigkeit nicht, wie ursprünglich beabsichtigt wurde, bei Gelegenheit der Wellen abzuhandeln, wodurch sie in den II. Theil gekommen wäre, sondern hier folgen zu lassen. Hierdurch erledigt sich die Bemerkung auf S. 194 Zeile 17 von unten.

das Abwürgen in der Regel im kleinsten Querschnitt. Es mufs aber der Körper in jedem Querschnitt, dem Moment der Drehung, durch seine Festigkeit genügenden Widerstand leisten, und es werden alle Elemente des Körpers eine Spannung nach der Richtung, in welcher die Drehung erfolgt, aushalten müssen. Diese Spannung wächst mit dem Abstande von der Drehaxe.

Ist r der Abstand irgend eines Elements von der Drehaxe,
s die Spannung für die Flächeneinheit in dem Abstande einer Längen-Einheit von der neutralen Axe, also sr die Spannung in dem Abstande r, und endlich
df der Flächeninhalt dieses Elements,

so hat man die Spannung desselben $= sr.df$, folglich die Summe sämmtlicher Spannungen $= \int sr.df$. Wenn die Theilchen des Körpers unter sich im Gleichgewicht sein sollen, so mufs die Summe sämmtlicher Spannungen gleich Null sein. Da nun für den Schwerpunkt des Querschnitts die Bedingung $\int r.df = 0$ erfüllt wird, so folgt, dafs die zu dem Querschnitt normale Drehaxe durch den Schwerpunkt desselben gehe.

Das Moment, mit welchem irgend ein Element des Querschnitts in dem Abstande r der Drehung widersteht, drückt sich aus durch $sr^2 df$. Denkt man in der Ebene des Querschnittes zwei Koordinaten-Axen, welche sich im Schwerpunkt des Querschnitts normal schneiden, und nennt man die normalen Entfernungen irgend eines Elementes von diesen Axen x und y, so hat man, wenn r den Abstand des Elementes von der Drehaxe, also vom Durchschnittspunkt der Koordinatenaxen bezeichnet, zunächst für die Figur abc:



$$r^2 = x^2 + y^2,$$

folglich für das Element des Torsions-Moments:

$$sr^2\, df = s[x^2\, df + y^2\, df].$$

Nun ist aber das Flächen-Element $df = dx.dy$, und da das gesammte, der Torsion widerstehende Moment gleich der Summe dieser sämmtlichen Elemente ist, so hat man:

$$\Sigma sr^2\, df = s\Sigma[x^2\, dx\, dy + y^2\, dy\, dx]$$

d. h. man findet das Moment der Torsion für die Figur abc, wenn man in dem Ausdruck rechts für x und y nach und nach alle Werthe setzt, welche der Fläche überhaupt entsprechen, die Produkte bildet, dann sämmtliche Produkte addirt. Diese Operation läuft auf ein doppeltes Integriren hinaus, indem man einmal x und dann y als urveränderlich ansieht, und man hat hiernach:

$$\Sigma s r^2 df = s\left[\int dy \int x^2 dx + \int dx \int y^2 dy\right]$$
$$= \tfrac{1}{3} s\left[\int x^3 dy + \int y^3 dx\right].$$

Es ist aber nach S. 201 $\frac{1}{3}\int x^3 dy$ das Biegungs-Moment des Querschnittes abc in Bezug auf die Axe ab und $\frac{1}{3}\int y^3 dx$ das Biegungsmoment desselben Querschnittes in Bezug auf die Axe ac. Bestimmt man in gleicher Weise das Torsions-Moment für die übrigen Quadranten, so giebt die Summe derselben das Torsions-Moment des ganzen Querschnitts $bcb'c'$ und es folgt aus der obigen Darstellung folgender Satz:

> Man findet das Moment, mit welchem der Querschnitt der **Torsion** widersteht, wenn man die **Biegungs**-Momente (S. 201) in Bezug auf zwei in der Ebene des Querschnitts liegende, und sich im Schwerpunkt desselben rechtwinklig schneidende Axen addirt.

Wir wollen das so gefundene Torsions-Moment **polares Biegungs-Moment** nennen.

Vermöge der Tabelle XIV S. 204 ist man leicht im Stande, die Momente der Torsion zu berechnen. (Für regelmäfsige Querschnitte hat man nur das Biegungs-Moment zu verdoppeln.) Es findet sich z. B.

für das Quadrat: $PR = \frac{1}{6} s h^4$,
„ „ Rechteck $PR = \frac{1}{12} s(bh^3 + hb^3)$,
$= \frac{1}{12} sbh(h^2 + b^2)$,
„ den Kreis . $PR = \frac{1}{32}\pi s d^4 = \frac{1}{2}\pi s r^4$,
„ „ Ring . . $PR = \frac{1}{32}\pi s(D^4 - d^4)$

u. s. w., wobei die Bezeichnungen der Tabelle XIV S. 204 beibehalten sind.

Nennt man wieder, wie in § 91, die Entfernung der äufsersten Faserschicht von der neutralen Axe y', und die Spannung der äufsersten Faserschicht s', so ist:

$$s' = s y'$$
$$s = \frac{s'}{y'}.$$

Setzt man diesen Werth in die obigen Ausdrücke ein, so hat man für das Quadrat $y' = \frac{1}{2} h \sqrt{2}$; $PR = \frac{1}{3\sqrt{2}} s' h^3$,

„ „ Rechteck $y' = \frac{1}{2}\sqrt{(b^2 + h^2)}$; $PR = \frac{1}{6} \frac{s' bh}{\sqrt{(b^2 + h^2)}} [h^2 + b^2]$

„ den Kreis . . $y' = r = \frac{1}{2} d$; $PR = \frac{1}{16} \pi s' d^3 = \frac{1}{2} \pi s' r^3$,

„ „ Ring . . $y' = \frac{1}{2} D$; $PR = \frac{1}{16} \pi s' \frac{D^4 - d^4}{D}$.

Die Spannung in der äufsersten Faserschicht darf nun niemals die Elastizitätsgrenze erreichen, wir werden vielmehr für s' höchstens diejenigen Belastungen nehmen dürfen, welche der Hälfte der Elastizitätsgrenze entsprechen, und welche wir in § 88. S. 191 $= \frac{1}{2} \frac{E}{x}$ berechnet, und mit k bezeichnet haben. Es ergeben sich also für die Dimensionen der Körper hinreichend grofse Werthe, wenn man in den zuletzt genannten Formeln die oft gebrauchten Werthe setzt:

für Schmiedeeisen . . . . $s' = k = 10000$,
„ Gufseisen . . . . . . $s' = k = 7000$,
„ Holz im Durchschnitt . . $s' = k = 1000$.

Nimmt man noch R in Fufsen, so hat man für die **Torsion bis zur Hälfte der Elastizitätsgrenze** *)

*) Bisher hatte man für die Berechnung der stabförmigen Körper auf Torsion eine ganz andere Theorie, als die oben vorgetragene. Man berechnete nämlich den Widerstand des Körpers allein nach der Spannung, welche die Fasern in ihrer Längenrichtung auszuhalten haben (s. den sogleich folgenden § 99). Diese Spannung ist aber bei den geringen Verdrehungen, welche überhaupt zulässig sind, gegen die Spannung nach der Richtung der Drehung, welche wir eingeführt haben, so klein, dafs die auf jene Weise berechneten Resultate viel zu kleine Koeffizienten geben, und dann durch direkte Versuche korrigirte Werthe bekommen müssen (s. Weisbach, Ingenieur- und Maschinen-Mechanik Th. I. § 211, und Salzenberg, Vorträge über Maschinenbau S. 44). Die Koeffizienten, welche unsere Theorie liefert, und welche durch Einsetzung der allgemeinen Tragfähigkeits-Werthe hergeleitet sind, stimmen dagegen mit jenen Erfahrungswerthen recht gut überein. So findet Salzenberg a. a. O. S. 45: nach Versuchen von Rennie und Dunlop für gufseiserne und schmiedeeiserne Wellen

von kreisförmigem Querschnitt $PR = 147 d^3$; $d = 0{,}29 \sqrt[3]{(PR)}$,

» quadratischem » $PR = 173 h^3$; $h = 0{,}18 \sqrt[3]{(PR)}$,

Weifsbach (Ingenieur- und Maschinen-Mechanik Th. III. § 3) für gufseiserne Wellen von kreisförm. Querschnitt $PR = 131 d^3$; $d = 0{,}197 \sqrt[3]{(PR)}$, für schmiedeeiserne Wellen soll d um 4 Prozent schwächer sein, also $d = 0{,}157 \sqrt[3]{(PR)}$, und für Holzwellen soll d doppelt so stark sein, als bei gufseisernen Wellen, also $d = 0{,}394 \sqrt[3]{(PR)}$. In jedem Falle geben unsere Werthe nicht zu geringe Dimensionen. Die Salzenbergschen Werthe sind gerade das Mittel zwischen unsern Werthen, und das von Weisbach angegebene Verhältnifs zwischen Gufseisen, Schmiedeeisen und Holz findet auch in unsern Formeln Statt.

für den **kreisförmigen** Querschnitt:

für Schmiedeeisen $PR = 164 d^3$, $d = 0{,}18 \sqrt[3]{(PR)}$,

„ Gufseisen . . $PR = 114 d^3$, $d = 0{,}21 \sqrt[3]{(PR)}$,

„ Holz . . . . $PR = 16 d^3$, $d = 0{,}40 \sqrt[3]{(PR)}$;

für den **quadratischen** Querschnitt:

für Schmiedeeisen $PR = 196 h^3$, $h = 0{,}17 \sqrt[3]{(PR)}$,

„ Gufseisen . . $PR = 137 h^3$, $h = 0{,}19 \sqrt[3]{(PR)}$,

„ Holz . . . . $PR = 20 h^3$, $h = 0{,}37 \sqrt[3]{(PR)}$.

Nimmt man R in Mètres, d und h in Centimètres, P in Kilogrammes, so hat man:

für den kreisförmigen Querschnitt:

für Schmiedeeisen $PR = 1{,}32 d^3$, $d = 0{,}91 \sqrt[3]{(PR)}$,

„ Gufseisen . . $PR = 0{,}92 d^3$, $d = 1{,}03 \sqrt[3]{(PR)}$,

„ Holz . . . . $PR = 0{,}14 d^3$, $d = 1{,}94 \sqrt[3]{(PR)}$;

für den quadratischen Querschnitt:

für Schmiedeeisen $PR = 1{,}57 h^3$, $h = 0{,}86 \sqrt[3]{(PR)}$,

„ Gufseisen . . $PR = 1{,}10 h^3$, $h = 0{,}97 \sqrt[3]{(PR)}$,

„ Holz . . . . $PR = 0{,}16 h^3$, $h = 1{,}84 \sqrt[3]{(PR)}$.

Diese Formeln sind aber nur für **ruhig wirkende** Belastungen zu benutzen, deren gröfstes auf Torsion wirkendes Moment PR ist. Sie gelten also vorzugsweise für stabile Konstruktionen.

Bei **Wellen** und **Zapfen**, welche auf Torsion in Anspruch genommen werden, kann dagegen das auf Verdrehung wirkende Moment zuweilen beträchtlich anwachsen und durch Stöfse vermehrt werden. Man pflegt daher der Sicherheit wegen für diese Art von Maschinentheilen gleich von vorne herein den vier-, sechs-, auch wohl den achtfachen Werth für PR einzuführen; d. h. man setzt in den obigen Formeln anstatt PR den Werth $4PR$, $6PR$, $8PR$.

Für Wellen, Zapfen etc., welche durch Menschen oder durch Thiere bewegt werden, z. B. für Winden und andere Hebemaschinen, und überhaupt für sehr langsam arbeitende Maschinen, bei denen keine sehr heftigen Stöfse zu befürchten sind, setzt man für den ungünstigsten Fall anstatt PR den **vierfachen** Werth; dann gehen die obigen Formeln in folgende über, worin P in Pfunden, R in Fufsen, d und h in Zollen zu nehmen sind:

für den **kreisförmigen** Querschnitt:

für Schmiedeeisen $PR = 41 d^3$, $d = 0{,}29 \sqrt[3]{(PR)}$,

„ Gufseisen . . $PR = 29 d^3$, $d = 0{,}33 \sqrt[3]{(PR)}$,

„ Holz . . . . . $PR = 4 d^3$, $d = 0{,}63 \sqrt[3]{(PR)}$;

für den **quadratischen** Querschnitt:

für Schmiedeeisen $PR = 49 h^3$, $h = 0{,}27 \sqrt[3]{(PR)}$,

„ Gufseisen . . $PR = 34 h^3$, $h = 0{,}31 \sqrt[3]{(PR)}$,

„ Holz . . . . . $PR = 5 h^3$, $h = 0{,}58 \sqrt[3]{(PR)}$.

Nimmt man P in Kilogrammes, R in Mètres, d und h in Centimètres, so hat man:

für den kreisförmigen Querschnitt*):

für Schmiedeeisen $PR = 0{,}33 d^3$, $d = 1{,}45 \sqrt[3]{(PR)}$,

„ Gufseisen . . $PR = 0{,}23 d^3$, $d = 1{,}63 \sqrt[3]{(PR)}$,

„ Holz . . . . . $PR = 0{,}35 d^3$, $d = 3{,}06 \sqrt[3]{(PR)}$;

für den quadratischen Querschnitt:

für Schmiedeeisen $PR = 0{,}39 h^3$, $h = 1{,}37 \sqrt[3]{(PR)}$,

„ Gufseisen . . $PR = 0{,}28 h^3$, $h = 1{,}53 \sqrt[3]{(PR)}$,

„ Holz . . . . . $PR = 0{,}04 h^3$, $h = 2{,}92 \sqrt[3]{(PR)}$.

Für Wellen und Zapfen von Maschinen, welche durch Elementarkräfte bewegt werden, bei denen eine plötzliche starke Zunahme des Druckes zu erwarten ist, oder wo man Stöfse befürchten kann, z. B. bei Transmissions-Wellen, bei Wellen, an denen Aus- und Einrückungen während des Ganges vorkommen etc., rechnet man, der Sicherheit wegen, anstatt PR den **sechs**fachen Werth. Für diesen Fall hat man, für P in Pfunden, R in Fufsen, d und h in Zollen:

---

*) Redtenbacher giebt in seinen Resultaten für den Maschinenbau No. 66 für Wellen von Maschinen, welche durch Menschenhände bewegt werden, gleichviel ob aus Schmiedeeisen oder aus Gufseisen $d = 0{,}335 \sqrt[3]{(PR)}$, worin P in Kilogr., d und R in Centim. zu nehmen sind. Nimmt man R in Mètres, so geht die Formel über in $d = 1{,}56 \sqrt[3]{(PR)}$, und ist ziemlich genau das Mittel aus unsern Angaben für Schmiedeeisen und Gufseisen.

für den **kreisförmigen** Querschnitt:

für Schmiedeeisen $PR = 27 d^3$, $d = 0{,}33 \sqrt[3]{(PR)}$,

„ Guſseisen . . $PR = 19 d^3$, $d = 0{,}37 \sqrt[3]{(PR)}$,

„ Holz . . . . . $PR = 2{,}7 d^3$, $d = 0{,}72 \sqrt[3]{(PR)}$;

für den **quadratischen** Querschnitt:

für Schmiedeeisen $PR = 33 h^3$, $h = 0{,}31 \sqrt[3]{(PR)}$,

„ Guſseisen . . $PR = 23 h^3$, $h = 0{,}35 \sqrt[3]{(PR)}$,

„ Holz . . . . . $PR = 3{,}3 h^3$ $h = 0{,}67 \sqrt[3]{(PR)}$.

Nimmt man P in Kilogrammes, R in Mètres, d und h in Centimètres, so gehen diese Formeln über in folgende:

für den kreisförmigen Querschnitt*):

für Schmiedeeisen $PR = 0{,}220 d^3$, $d = 1{,}66 \sqrt[3]{(PR)}$,

„ Guſseisen . . $PR = 0{,}153 d^3$, $d = 1{,}87 \sqrt[3]{(PR)}$,

„ Holz . . . . . $PR = 0{,}023 d^3$, $d = 3{,}52 \sqrt[3]{(PR)}$;

für den quadratischen Querschnitt:

für Schmiedeeisen $PR = 0{,}262 h^3$, $h = 1{,}56 \sqrt[3]{(PR)}$,

„ Guſseisen . . $PR = 0{,}182 h^3$, $h = 2{,}30 \sqrt[3]{(PR)}$,

„ Holz . . . . . $PR = 0{,}027 h^3$, $h = 3{,}33 \sqrt[3]{(PR)}$.

Hat man bedeutende Schwungmassen und sehr groſse Geschwindigkeiten, so daſs zu erwarten steht, die Wellen und Zapfen werden bedeutenden Stöſsen ausgesetzt sein, und das auf Torsion wirkende Moment könne beträchtlich zunehmen, so kann man für PR, der Sicherheit wegen, den **achtfachen** Werth einsetzen. Sodann hat man, wenn P in Pfunden, R in Fuſsen, d und h in Zollen genommen werden:

für den **kreisförmigen** Querschnitt:

für Schmiedeeisen $PR = 21 d^3$, $d = 0{,}36 \sqrt[3]{(PR)}$**),

„ Guſseisen . . $PR = 15 d^3$, $d = 0{,}41 \sqrt[3]{(PR)}$,

„ Holz . . . . . $PR = 2 d^3$, $d = 0{,}79 \sqrt[3]{(PR)}$;

---

*) Redtenbacher giebt in seinen Resultaten für den Maschinenbau in No. 66 für Wellen von Maschinen, die nicht durch Menschenhände bewegt werden, gleichviel ob aus Schmiedeeisen oder aus Guſseisen, $d = 0{,}385 \sqrt[3]{(PR)}$, worin d und R in Centimètres zu nehmen sind. Nimmt man R in Mètres, so geht die Formel über in: $d = 1{,}79 \sqrt[3]{(PR)}$, welches wieder ziemlich genau das Mittel aus unsern Angaben für Guſseisen und Schmiedeeisen ist.

) Als Mittel aus diesem Werthe und dem oben angeführten Werthe für den **quadratischen Querschnitt:

für Schmiedeeisen $\boldsymbol{PR = 29h^3}$, $\boldsymbol{h = 0{,}33\sqrt[3]{(PR)}}$,

„ Gufseisen . . $\boldsymbol{PR = 17h^3}$, $\boldsymbol{h = 0{,}39\sqrt[3]{(PR)}}$,

„ Holz . . . . . $\boldsymbol{PR = 2{,}5h^3}$, $\boldsymbol{h = 0{,}74\sqrt[3]{(PR)}}$.

Nimmt man P in Kilogrammes, R in Mètres, d und h in Centimètres, so hat man für diesen Fall:

für den kreisförmigen Querschnitt:

für Schmiedeeisen $PR = 0{,}165d^3$, $d = 1{,}83\sqrt[3]{(PR)}$,

„ Gufseisen . . $PR = 0{,}115d^3$, $d = 2{,}06\sqrt[3]{(PR)}$,

„ Holz . . . . $PR = 0{,}017d^3$, $d = 3{,}89\sqrt[3]{(PR)}$;

für den quadratischen Querschnitt:

für Schmiedeeisen $PR = 0{,}196h^3$, $h = 1{,}72\sqrt[3]{(PR)}$,

„ Gufseisen . . $PR = 0{,}138h^3$, $h = 1{,}93\sqrt[3]{(PR)}$,

„ Holz . . . . . $PR = 0{,}020h^3$, $h = 3{,}69\sqrt[3]{(PR)}$.

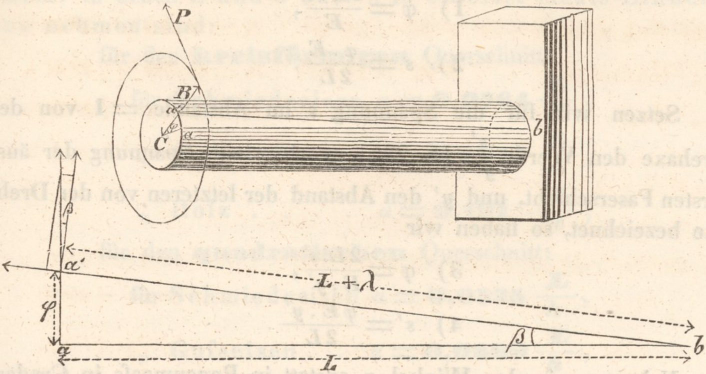
Bestimmung des Verdrehungswinkels.

§ 99. Obwohl nun die vorstehend angeführten Formeln Werthe liefern, welche eine Belastung des Körpers bis nur zur Hälfte der Elastizitätsgrenze repräsentiren, und welche folglich genügende Sicherheit gegen eine bleibende Formveränderung gewähren, so kommen doch im Maschinenbau sehr häufig Fälle vor, in denen man aufser auf die Festigkeit des Körpers, auch noch auf den Verdrehungswinkel Rücksicht zu nehmen hat.

Durch das auf Verdrehung des Körpers wirkende Moment PR wird nämlich, wenn in dem Abstande L sich ein Widerstand befindet, welcher den Körper festhält, die Faser ab, welche in der ursprünglichen Lage mit der Axe parallel war, spiralförmig gewunden, dadurch ausgereckt und in die Lage $a'b$ gebracht. Der Winkel aca', welchen die Radien nach den beiden Lagen der Endpunkte der Faser einschliefsen, heifst der Verdrehungswinkel (Torsionswinkel); wir bezeichnen denselben in Bogenmaafs

---

$d = 0{,}333\sqrt[3]{(PR)}$ kann man nehmen $d = 0{,}35\sqrt[3]{(PR)}$ und dieser Ausdruck ist auf S. 90 bei Berechnung der Schrauben gebraucht worden, weil beim Anziehen der Schrauben durch starkes Rucken am Schraubenschlüssel sehr beträchtliche Stöfse entstehen.



mit φ; denken wir die Faser ab in dem Abstande $= 1$ von der Drehaxe, so ist auch die Länge des Bogens $aa' = \varphi$. Wird das Dreieck aba' abgewickelt, so ist ab die ursprüngliche Länge der Faser $= L$, $a'b$ die Länge der ausgereckten Faser, die, wenn λ die Verlängerung bezeichnet, welche die Faser ab durch das Ausrecken erleidet, durch $L + \lambda$ ausgedrückt werden kann; endlich läfst sich der auf Drehung wirkende Druck, welcher mit der Richtung aa' zusammenfällt, in zwei andere zerlegen, von denen der eine, normal zur Faser, die mit s bezeichnete Spannung hervorbringt, der andere, in der Richtung der Faser wirkend, die Verlängerung λ erzeugt, und mit σ bezeichnet werdeu mag. Man sieht, dafs sich ausdrückt σ durch $s . \operatorname{cotg} \beta$, und weil β gleich dem Winkel bei b ist, so hat man:

$$\sigma = s \frac{\varphi}{L},$$

andererseits folgt nach S. 190, Formel 1, der Druck σ, welcher die Verlängerung λ hervorbringt:

$$\sigma = E . \frac{\lambda}{L},$$

worin E den Elastizitäts-Modulus bedeutet. Aus der Gleichsetzung beider Werthe von σ hat man:

$$\lambda = \frac{\varphi s}{E},$$

es ist aber $L^2 + \varphi^2 = (L + \lambda)^2$, und wenn wir λ^2 als sehr klein vernachlässigen, so hat man für kleine Verdrehungen:

$$\lambda = \frac{\varphi^2}{2L},$$

und durch Gleichsetzung beider Werthe von λ ergiebt sich:

$$1)\ \varphi = \frac{2L.s}{E},$$

$$2)\ s = \frac{\varphi . E}{2L}.$$

Setzen wir für die Spannung s im Abstande $= 1$ von der Drehaxe den Werth $\frac{s'}{y'}$ (S. 235), worin s' die Spannung der äussersten Faserschicht, und y' den Abstand der letzteren von der Drehaxe bezeichnet, so haben wir

$$3)\ \varphi = \frac{2L.s'}{E.y'},$$

$$4)\ s' = \frac{\varphi E.y'}{2L}.$$

Nehmen wir den Winkel φ anstatt in Bogenmaafs in Graden, und es habe φ einen Werth von α^0, so ist $\varphi = \frac{\pi\alpha}{180}$, folglich

$$5)\ \alpha = \frac{360}{\pi} . \frac{L}{E} . \frac{s'}{y'} = 114{,}59 \frac{L}{E} . \frac{s'}{y'}.$$

Bei den Berechnungen des vorigen Paragraphen haben wir überall angenommen, dafs die gröfste Belastung, welche die äusserste Faserschicht erleiden dürfe selbst für den Fall, dafs das auf Torsion wirkende Moment das vier-, sechs- oder achtfache des gewöhnlichen erreiche, doch nur höchstens die Hälfte der Belastung an der Elastizitätsgrenze betragen dürfe. Setzen wir daher für s' den dort angenommenen Werth $\frac{1}{2}\frac{E}{x}$ (S. 236), so haben wir für den gröfsten Werth von α

$$6)\ \alpha = \frac{57{,}29}{x} . \frac{L}{y'},$$

oder wenn wir für y' die auf S. 236 angegebenen Werthe setzen:

$$7) \left\{ \begin{array}{lll} \text{für den kreisförmigen Querschnitt} & \alpha = \frac{114{,}59}{x} . \frac{L}{d}, \\ \text{„ „ quadratischen „} & \alpha = \frac{80{,}2}{x} . \frac{L}{h}. \end{array} \right.$$

Nehmen wir durchschnittlich, wie auf S. 224:

für Schmiedeeisen . . . . $x = 1500$,
„ Gufseisen . . . . $x = 1200$,
„ Holz . . . . $x = 600$,

so ergiebt sich der Torsions-Winkel α in Graden für den Augenblick, wo die gröfste vorausgesetzte Belastung wirklich eintritt, wo also die Spannung in der äufsersten Faserschicht die Hälfte der Elastizitätsgrenze erreicht, durch folgende Formeln, in denen L und d oder h in einerlei Maafs-Einheiten zu nehmen sind:

für den **kreisförmigen** Querschnitt:

für Schmiedeeisen $\alpha = \mathbf{0{,}0764}\,\frac{L}{d}$,

„ Gufseisen . . $\alpha = \mathbf{0{,}0955}\,\frac{L}{d}$,

„ Holz . . . . . $\alpha = \mathbf{0{,}191}\,\frac{L}{d}$;

für den **quadratischen** Querschnitt:

für Schmiedeeisen $\alpha = \mathbf{0{,}0535}\,\frac{L}{h}$,

„ Gufseisen . . $\alpha = \mathbf{0{,}0669}\,\frac{L}{h}$,

„ Holz . . . . . $\alpha = \mathbf{0{,}134}\,\frac{L}{h}$.

Man kann auch leicht den Torsionswinkel für den normalen Werth von PR bestimmen. Aus den Formeln auf S. 236 für PR ist nämlich ersichtlich, dafs bei gegebenem Querschnitt die Belastung s' der äufsersten Faser sich verhält wie PR; jenachdem nun der normale Werth für $PR = \frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$ oder $\frac{1}{8}$ des gröfsten Werths angenommen wurde (S. 237), wird auch s' $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$ oder $\frac{1}{8}$ derjenigen Spannung sein, welche bei der gröfsten Belastung Statt findet, und da nach Formel 5) der Werth von α unter sonst gleichen Verhältnissen dem Werth von s' proportional ist, so wird der Verdrehungswinkel für den gewöhnlichen Werth von PR, beziehlich $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$ oder $\frac{1}{8}$ desjenigen Werthes sein, welcher bei der gröfsten Belastung Statt findet.

Beispiel. Eine schmiedeeiserne Welle von kreisförmigem Querschnitt werde auf eine Länge von 8 Fufs auf Torsion in Anspruch genommen. Die auf Torsion wirkende Belastung betrage 1000 Pfund und wirke an einem Hebelsarm von $1\frac{1}{2}$ Fufs. Die gröfste eintretende Belastung kann auf das Sechsfache der gewöhnlichen veranschlagt werden. Welchen Durchmesser bekommt die Welle? welches ist der gröfste Verdrehungswinkel? welches der Verdrehungswinkel bei normalem Werth von PR?

Nach S. 239 hat man $d = \frac{1}{3}\sqrt[3]{(PR)} = \frac{1}{3}\sqrt[3]{(1500)} = \frac{1}{3}.11{,}5 = 3{,}8''$.

Der gröfste Verdrehungswinkel ist:

$$\alpha = 0{,}0764\,.\,\frac{L}{d} = 0{,}0764\,.\,\frac{12\,.\,8}{3{,}8} = 1{,}93^{\circ},$$

der gewöhnliche Verdrehungswinkel:

$$\tfrac{1}{6}\alpha = 0{,}32^{\circ}.$$

16*

Zuweilen ist man bei der Berechnung stangenförmiger Körper veranlafst, das Maximum des Torsionswinkels entweder des gröfsten, oder des normalen als gegeben anzusehen. Man kann für diesen Fall die Dimensionen des Körpers sowohl aus den zuletzt aufgestellten Formeln, als auch nach den Formeln des vorigen Paragraphen berechnen, und hat dann den gröfsten gefundenen Werth definitiv anzunehmen.

Will man allgemein den Torsionswinkel eines stabförmigen Körpers bestimmen, wenn das auf Torsion wirkende Moment gegeben ist, und ohne dafs man die Spannung der äufsersten Faserschicht kennt, so hat man den Werth von s aus der Gleichung 2) in die Gleichungen auf S. 235 einzusetzen. Man erhält sodann

für den kreisförmigen Querschnitt: $PR = \frac{\pi}{64} \cdot \varphi \frac{E}{L} d^4$,

" " quadratischen " $PR = \frac{1}{12} \varphi \cdot \frac{E}{L} h^4$,

oder, da $\varphi = \frac{\pi \alpha}{180}$ ist, wenn α die Grade des in Bogenmaafs gemessenen Winkels φ bezeichnet

für den kreisförmigen Querschnitt: $PR = \alpha \cdot \frac{E}{1166} \cdot \frac{d^4}{L}$,

" " quadratischen " $PR = \alpha \cdot \frac{E}{687} \cdot \frac{h^4}{L}$.

Nimmt man für E die Werthe aus der Tabelle XI. S. 190, wie sie auch auf S. 220 zusammengestellt sind, so hat man in runden Zahlen, wenn P in Pfunden, alle Dimensionen in Zollen genommen sind:

	für den **kreisförmigen** Querschnitt:	f. d. **quadratischen** Querschnitt:
f. Schmiedeeisen	$PR = \frac{25000 \alpha d^4}{L}$,	$PR = \frac{42000 \alpha h^4}{L}$,
f. Gufseisen . .	$PR = \frac{15000 \alpha d^4}{L}$,	$PR = \frac{25000 \alpha h^4}{L}$,
f. Holz	$PR = \frac{1500 \alpha d^4}{L}$,	$PR = \frac{2500 \alpha h^4}{L}$.

Nimmt man P in Kilogrammes, alle Dimensionen in Centimètres, so gehen die Formeln über in:

	für den kreisförmigen Querschnitt:	für den quadratischen Querschnitt:
für Schmiedeeisen	$PR = \frac{1700\,\alpha d^4}{L}$,	$PR = \frac{3000\,\alpha h^4}{L}$,
„ Gufseisen . .	$PR = \frac{1000\,\alpha d^4}{L}$,	$PR = \frac{1700\,\alpha h^4}{L}$,
„ Holz	$PR = \frac{100\,\alpha d^4}{L}$;	$PR = \frac{170\,\alpha h^4}{L}$.

Die hier aufgestellten Formeln sind nach den allgemeinen Gesetzen für die Festigkeit hergeleitet und berechnet worden. Es ist wahrscheinlich, dafs der Elastizitäts-Modulus, welcher bei der Torsion in Rechnung zu bringen ist, etwas kleiner sei, als der für einfaches Ausrecken und Zusammendrücken geltende, da hier die Faser gleichzeitig nach der einen Richtung ausgereckt, nach der andern zusammengedrückt wird, und dafs sich der Werth des Elastizitäts-Modulus mit dem Verdrehungswinkel selbst ändere. An zuverlässigen Versuchen und Beobachtungen fehlt es bis jetzt; die bekannt gewordenen Versuche scheinen jene Ansicht zu bestätigen*).

---

*) Nach Angaben von Morin (Hilfsbuch des praktischen Mechanikers, deutsch von Holtzmann) hat man zu setzen anstatt der von uns berechneten Werthe der Zahlen-Koeffizienten, wenn P in Kilogrammes, die Dimensionen in Centimètres genommen werden:

	für den kreisförm. Querschnitt:	für den quadrat. Querschnitt:
für Schmiedeeisen	anstatt 1700 nur 1200,	anstatt 3000 nur 2000,
» Gufseisen . .	» 1000 » 690,	» 1700 » 1200,
» Holz	» 100 » 15,	» 170 » 25,

dies würde geben, wenn P in preufs. Pfunden, die Dimensionen in Zollen genommen werden:

	für den kreisf. Querschnitt:	für den quadr. Querschnitt:
für Schmiedeeisen	anstatt 25000 nur 18000,	anstatt 42000 nur 29000,
» Gufseisen . .	» 15000 » 10000,	» 25000 » 18000,
» Holz	» 1500 » 200,	» 2500 » 360,

Nach Versuchen von Benj. Bevan, welche in »Salzenberg Vorträge über Maschinenbau« S. 43 mitgetheilt sind, würde man dagegen folgende Werthe setzen müssen, wenn man P in Pfunden, die Dimensionen in Zollen nimmt (die a. angef. Orte mitgetheilten Werthe sind hiernach umgerechnet worden):

	für den kreisf. Querschnitt:	für den quadr. Querschnitt:
für Schmiedeeisen	anstatt 25000 nur 19000,	anstatt 42000 nur 32000,
» Gufseisen . .	» 15000 » 10000,	» 25000 » 17000,
» Holz	» 1500 » 200,	» 2500 » 300,

Es ist wahrscheinlich, dafs bei diesen Werthen schon ein Sicherheits-Koeffizient berechnet worden ist, während bei den oben von uns berechneten Werthen derselbe noch fehlt (vergl. den Text). Am auffallendsten ist die Differenz für Holz. Es scheinen übrigens die Morinschen Angaben und die nach Bevan ein und derselben Quelle anzugehören. In Weisbach Ingenieur-

So lange bis zuverlässige Versuche vorliegen, wird man jedoch mit obigen Formeln hinreichend genau rechnen. Will man jedoch eine gröfsere Sicherheit haben, so braucht man nur, wie schon auf S. 222 geschehen, den Elastizitäts-Modulus geringer zu nehmen, folglich die Zahlenwerthe in obigen Formeln zu verkleinern. Man wird genügende Sicherheit erhalten, wenn man dieselben mit $\frac{3}{4}$ bis $\frac{2}{3}$ multiplizirt.

Beispiel. Welchen Durchmesser mufs eine schmiedeeiserne Welle von kreisförmigem Querschnitt bekommen, wenn der Verdrehungswinkel bei einem Druck von 1000 Pfund, der an einem Hebelsarm von 18 Zoll wirkt, auf eine Länge von 8 Fufs nur 0,32 Grad betragen soll?

$$\text{Man hat: } PR = \frac{25000\,\alpha d^4}{L}; \; 1000 \,.\, 18 = \frac{25000 \,.\, 0{,}32}{12 \,.\, 8} \,.\, d^4,$$
$$d^4 = 216, \quad d = 3{,}83.$$

was übrigens eine hinreichend genaue Uebereinstimmung mit dem Beispiel auf S. 243 giebt, da die Differenz von 0,03 Zoll durch die Ungenauigkeit zu erklären ist, welche die Abrundung der Koeffizienten auf die Rechnung ausüben mufs.

2) Befestigung von metallenen Stangen, die auf Abreifsen in Anspruch genommen werden.

Stangenschlösser.

§ 100. Die Konstruktionen zur Befestigung eiserner Stangen aneinander sind wesentlich bedingt durch die Beschaffenheit des Druckes, welcher auf eine Trennung der Befestigungsstelle einwirkt, durch die Bestimmung, welche die Stangen zu erfüllen haben, und endlich durch die Gestalt der Stangen selbst.

Wenn der Druck vorzugsweise nach der Richtung der Stangen wirksam ist, also entweder auf Abreifsen oder auf Zerknicken wirkt, wie dies z. B. bei den Gestängen von Pumpwerken, und bei mancherlei Stangen, welche zu Bau-Konstruktionen dienen, vorkommt, und wenn man es mit massiven Stangen zu thun hat, so wendet man gewöhnlich entweder ein sogenanntes Stangenschlofs oder eine Hülse (fr. *douille* — engl. *box*) an.

---

und Maschinen-Mechanik Th. I. § 211 finden sich ebenfalls Werthe für die in Rede stehenden Koeffizienten angegeben, welche aber theilweise unrichtig sind. Dieselben stimmen für den kreisförmigen Querschnitt mit den Angaben von Morin genau überein, sind aber für den quadratischen Querschnitt 16mal gröfser als die Morinschen Angaben. Der Grund liegt in einem Rechenfehler. Derselbe Fehler findet sich in Weisbachs Ingenieur.

Die Stangenschlösser repräsentiren die einfache Befestigungsart und die Befestigung durch ein Hilfsstück, die Hülsen dagegen die Befestigung durch Zusammenstecken (§ 71. S. 161).

1) Taf. 12 Fig. 1 zeigt ein Stangenschlofs, wie es bei Grubengestängen vorkommt. Ueber die beiden Stangenenden, welche von quadratischem Querschnitt sind, ist eine passend gestaltete Hülse geschoben, welche an jedem Stangenende durch einen hochkantigen Bolzen, der durch Keile gegen das Zurückziehen gesichert ist, befestigt wird. Taf. 12. Fig. 1.

Ist b die Seite des Quadrats der Stange, und die Stärke des Bolzens $=\frac{1}{4}b$, so ist die Belastungsfähigkeit auf Zerreifsen gleich $k$mal dem Querschnitt:

$$k.(b^2 - \tfrac{1}{4}b^2) = \tfrac{3}{4}b^2.k = P.$$

Bezeichnet b' die Seite der Hülse, so hat man die Belastungsfähigkeit derselben:

$$(b'^2 - b'.\tfrac{1}{4}b - \tfrac{3}{4}b^2)\,k = P = \tfrac{3}{4}b^2 k,$$

und daraus $b' = 1{,}36\,b$, wofür man lieber

$$b' = 1{,}5\,b$$

nimmt. Jeder Bolzen hat die ganze Last auszuhalten, welche gleichmäfsig über derselben vertheilt ist; sieht man ihn an, als einen an beiden Enden unwandelbar befestigten Balken, dessen Länge $= b$, dessen Breite $=\frac{1}{4}b$ ist, und dessen Höhe mit h bezeichnet werden mag, so kann man, nach S. 218 No. 12, dafür einen einseitig befestigten Balken von der Länge $\frac{1}{8}b$ substituiren. Da nun aber die Belastung gleichförmig vertheilt ist, so liegt der Schwerpunkt derselben auf der Mitte dieser Länge, also in dem Abstande $\frac{1}{2}.\frac{1}{8}b$ von dem Bruchpunkte des an einem Ende befestigt gedachten Balkens. Reduzirt man nach S. 199 die Belastung P von diesem Abstande $\frac{1}{2}.\frac{1}{8}b$ auf das Ende des Balkens, also auf den Abstand $\frac{1}{8}b$, so hat man in diesem Abstande nur den Druck $\frac{1}{2}P$ in Rechnung zu bringen; es ist folglich das auf Bruch wirkende statische Moment $\frac{1}{2}P.\frac{1}{8}b = \frac{1}{16}Pb$.

Ganz allgemein ist hier die Bemerkung nachzutragen:

Belastungen, welche über die ganze Länge eines an beiden Enden unterstützten Balkens gleichmäfsig vertheilt sind, können zwar in ihrem Schwerpunkte vereinigt gedacht werden (§ 199), das auf Bruch wirkende statische Moment ist aber nur halb so grofs, als es sein würde, wenn dieselbe Belastung, anstatt über die ganze Länge vertheilt zu sein, im Schwerpunkt konzentrirt angriffe.

Man hat hiernach:

$$P = k \cdot \frac{16}{b} \cdot \tfrac{1}{6} \cdot \tfrac{1}{4} b h^2 = \tfrac{3}{4} b^2 k,$$

$$h = 1{,}06 b,$$

wofür $h = 1\frac{1}{12} b$ angenommen werden kann.

Taf. 12. Fig. 2. 2) Taf. 12. Fig. 2 zeigt ein Stangenschlofs, wie es zur Befestigung der Bohrstangen beim Bohren artesischer Brunnen üblich ist. Das Ende der einen Stange *a* ist gabelförmig, und umgreift das genau zwischen die Schenkel der Gabel passende Ende *b* der zweiten Stange. Zwei Bolzen sichern gegen die Trennung der Fuge, und durch den eigenthümlichen Ausschnitt der Gabelschenkel bei b', welcher über einen entsprechenden Ansatz der Stange *b* übergreift, wird die Seitenverschiebung aufgehoben. Der in der Richtung der Stange wirkende Druck wirkt auf Zerbrechen der cylindrischen Bolzen, und diese müssen danach berechnet werden. Für irgend beträchtliche Drucke werden die Bolzen sehr stark werden müssen, weshalb diese Konstruktion nur für geringere Belastungen geeignet ist. Um den Bolzen, wenn sie bei dergleichen Befestigungen den ganzen Druck allein auszuhalten haben, und auf Zerbrechen in Anspruch genommen werden, eine grössere Widerstandsfähigkeit zu geben, macht man sie lieber hochkantig, wie Fig. 1 zeigt.

Man kann auch durch eine eigenthümliche Gestaltung der Fuge die Bolzen von dem auf Zerbrechen wirkenden Drucke befreien. Es lassen sich zu diesem Zwecke die in § 74 und 75 beschriebenen Verblattungen und Verkämmungen der Hölzer auch bei den metallenen Stangen nachahmen.

Taf. 12. Fig. 3. 3) Taf. 12. Fig. 3 zeigt ein Stangenschlofs nach Art eines Hakenblattes gestaltet. Die beiden Stangen sind so zusammengefügt, dafs eine Verschiebung in der Längenrichtung nicht Statt finden kann, ohne dafs ein Absplittern des Hakens erfolgt (S. 193. No. 4). Die Festigkeit gegen das Absplittern ist jedenfalls von der Anhaftungsfläche abhängig. Da jedoch bis jetzt noch keine zuverlässigen Versuche über die Belastung, welche der Körper mit gehöriger Sicherheit gegen das Absplittern aushalten kann, vorliegen, so müssen wir vorläufig eine Annahme machen. Nach ausgeführten Maschinentheilen, welche sich als hinreichend stark bewährt haben, können wir schliefsen, dafs eine Fläche, welche auf Absplittern in Anspruch genommen wird, vollständige Sicherheit gewährt, wenn sie mit der Hälfte des Druckes belastet ist, dem sie auf Zerreifsen genügenden Widerstand leisten würde.

Bezeichnet P den Druck, welcher auf Zerreifsen der Stange wirkt, und d den Durchmesser der Stange, so ergiebt sich

$$P = \tfrac{1}{4}\pi d^2 . k,$$

folglich die Anhaftungsfläche des Hakens $\frac{1}{2}\pi d^2$. Nehmen wir den Querschnitt des Stangenschlosses nach der Zusammenfügung quadratisch, mit der Seite a, so ist, wenn l die Länge des Hakens bezeichnet, die Anhaftungsfläche $al = \frac{1}{2}\pi d^2$ zu setzen. Macht man den Vorsprung des Hakens gleich der Stärke der Bolzen $= \frac{1}{6}a$, so hat man für die Stärke des Hakens im Einschnitt $\frac{5}{12}a$, und es mufs sein: $\frac{5}{12}a . a - \frac{1}{6}a . \frac{5}{12}a = \frac{1}{4}\pi d^2$, woraus folgt $a = 1{,}5\,d$, daher $l = d$.

4) Taf. 12. Fig. 4 ist ein Stangenschlofs, welches in ganz ähnlicher Weise, wie das vorige berechnet werden kann. Die Resultate dieser Rechnung sind in der Figur bemerkt. Es ist dabei zu erinnern, dafs die beiden Schienen zusammen den Querschnitt der Stange haben müssen, wenn sie aus demselben Material sind, und dafs der Druck, welcher auf Absplittern wirkt, sich bei jeder Stange auf zwei Flächen vertheilt. Taf. 12. Fig. 4.

5) Taf. 12. Fig. 5 stellt ein Stangenschlofs mit einer Verschränkung der Fuge dar, welche dem Hakenblatt mit Keil nachgebildet ist. Die Verhältnisse sind in der Figur angegeben. Taf. 12. Fig. 5.

6) Taf. 12. Fig. 6 zeigt die Befestigung einer eisernen Stange an einer hölzernen. Die Eisenstange ist an dem Befestigungsende gabelförmig gespalten, durch Bolzen befestigt, und mit Ringen, die warm aufgetrieben werden, damit sie beim Erkalten fest anziehen, gebunden. Taf. 12. Fig. 6.

Gerade Befestigung durch Hülsen.

§ 101. Die Anwendung der Hülsen zur Befestigung metallener Stangen aneinander findet im Allgemeinen bei besseren und sauberen Ausführungen Statt, während die Stangenschlösser für rohere Arbeit, und da geeignet sind, wo es nicht auf grofse Genauigkeit ankommt. Die Hülsen bestehen gewöhnlich in genau ausgedrehten hohlen Cylindern, welche entweder mit der einen Stange in einem Stück dargestellt sind, und das Ende derselben bilden, oder auch als besondere Hilfsstücke erscheinen. In die cylindrische Höhlung wird die andere Stange genau eingepafst, und entweder durch Keile, oder durch Schrauben darin befestigt. Die Hülsen dienen sowohl zur geraden Befestigung, als auch zur Winkelbefestigung, und kommen in den mannigfaltigsten Formen vor, von denen hier einige als Beispiele ausgewählt sind.

Taf. 12. Fig. 7. 1) Die gerade Hülse mit Keil (Taf. 12. Fig. 7). Bezeichnet

d den Durchmesser der Stangen,

d' den Durchmesser des Stangenkopfes,

D den äufseren Durchmesser der Hülse,

und macht man die Breite des Keils $= \frac{1}{4} d$, so hat man die Belastungsfähigkeit der Stange $\frac{1}{4} \pi d^2 . k = P$, und wenn man den Schlitz für den Keil im Grundrifs für ein Rechteck ansieht, so hat man die Tragfähigkeit des Stangenkopfes:

$$(\tfrac{1}{4} \pi d'^2 - \tfrac{1}{4} d d') \, k = \tfrac{1}{4} \pi d^2 . k, \text{ und daraus}$$

$$d' = 1{,}17 d, \text{ oder } 1\tfrac{1}{6} d.$$

Es ist ferner die Tragfähigkeit der Hülse, wenn sie mit der Stange aus demselben Material ist:

$$[\tfrac{1}{4} \pi D^2 - \tfrac{1}{4} d D - (\tfrac{1}{4} \pi d'^2 - \tfrac{1}{4} d' d)] \, k = \tfrac{1}{4} \pi d^2 k.$$

Setzt man $d' = \frac{7}{6} d$, so folgt aus dieser Gleichung:

$$D = 1{,}66 = 1\tfrac{2}{3} d,$$

wofür man lieber $D = 2d$ nimmt.

Der Keil ist als ein Balken anzusehen, welcher an beiden Enden frei aufliegt, und durch den Druck P, welcher über seine Länge gleichmäfsig vertheilt ist, auf Zerbrechen in Anspruch genommen wird. Die Entfernung der Stützpunkte ist gleich $d' = \frac{7}{6} d$, die Breite des Balkens $\frac{1}{4} d$, und die Höhe werde mit h bezeichnet. Mit Rücksicht auf § 93. S. 216 und auf die im vorigen Paragraphen unter No. 2 gemachte Bemerkung ist sodann:

$$\tfrac{1}{2} . \tfrac{1}{4} P . \tfrac{7}{6} d = k . W.$$

Setzt man die oben ermittelten Werthe ein, so hat man:

$$\tfrac{1}{8} . \tfrac{1}{4} \pi d^2 . k . \tfrac{7}{6} d = k . \tfrac{1}{6} . \tfrac{1}{4} d . h^2,$$

$$h = 1{,}6583 d,$$

wofür genommen werden kann $h = 1\frac{2}{3} d$.

Damit der Keil gehörig anziehen könne, mufs man den Keil-Oeffnungen eine etwas gröfsere Höhe geben als dem Keil selbst; man kann aus diesem Grunde die Keil-Oeffnungen sowohl in dem Stangenkopf, als in der Hülse $1\frac{5}{6} d$ hoch machen, wobei sie aber in der Weise versetzt werden müssen, wie die Figur andeutet.

Endlich ist noch die Parallelfestigkeit der Hülse in Betracht zu ziehen, indem der Druck P das Bestreben hat, zu beiden Seiten einen Streifen, dessen Breite gleich der Breite des Keiles ist, parallel mit der Axe der Hülse hinaus zu schieben. Da zwei solcher

Streifen hinaus gedrängt werden müssen, jeder Streifen aber zwei Anhaftungsflächen hat, so hat jede dieser Flächen einen Druck $= \frac{1}{4}P$ auszuhalten, und rechnet man, wie im vorigen Paragraphen bei No. 3 die Widerstandsfähigkeit gegen das Absplittern $= \frac{1}{2}k$, so hat man für eine Breite des Streifens gleich der Wandstärke der Hülse $= \frac{1}{2}(2d - \frac{7}{6}d) = \frac{5}{12}d$ und für eine Länge desselben $= l$:

$$\tfrac{5}{12}d.l.\tfrac{1}{2}k = \tfrac{1}{4}P = \tfrac{1}{4}.\tfrac{1}{4}\pi d^2 k,$$
$$l = 0{,}94\,d,$$

wofür man lieber $l = d$ nimmt.

Dies ist die Länge, welche der Theil der Hülse von dem Keilloch abwärts bekommt. Der obere Theil der Stange wird in gleicher Weise in Anspruch genommen; es würde hier ein Streifen von der Breite des Keiles hinausgedrängt werden; nennt man die Länge dieses Streifens l', so ist der Flächeninhalt jeder der beiden Anhaftungsflächen $\frac{7}{6}d \,.\, l'$, und man hat:

$$\tfrac{7}{6}d \,.\, l' \,.\, \tfrac{1}{2}k = \tfrac{1}{2}P = \tfrac{1}{2} \,.\, \tfrac{1}{4}\pi d^2 \,.\, k$$
$$l' = 0{,}67\,d,$$

wofür $\frac{2}{3}d$ genommen werden kann.

2) Die Hülse mit Schraube (Taf. 12. Fig. 8 und 9). Man versieht das Ende der einen Stange mit einem Schraubengewinde, das Ende der andern mit einer Hülse, in welcher das Muttergewinde eingeschnitten ist. Wenn man die Stangen genau in einer bestimmten Stellung befestigen will, oder wenn zu befürchten steht, dafs durch wiederholte Stöfse die Schraube sich löse, so bringt man noch eine Gegenmutter an (Fig. 9). Man kann auch durch eine wulstartige Verstärkung die Hülse gegen das Aufspalten sichern. Bezeichnet d den Durchmesser der Stange, so hat man d nach der Formel $\frac{1}{4}\pi d^2 . k = P$ zu bestimmen, oder aus der Tabelle XII. S. 195 zu entnehmen. Der Durchmesser des Stangenkopfes ist nun gleich dem Spindel-Durchmesser einer Schraube zu nehmen, deren Kern-Durchmesser $= d$ ist. Nach S. 96 ist im ungünstigsten Falle der Kern-Durchmesser $= 0{,}616$ des Spindel-Durchmessers, folglich der Durchmesser des Stangenkopfs $d' = \frac{d}{0{,}616} = 1{,}623\,d$, wofür wir $1\frac{5}{8}d$ nehmen. Der äufsere Durchmesser der Hülse D bestimmt sich durch die Gleichung:

Taf. 12. Fig. 8 und 9.

$$\tfrac{1}{4}\pi(D^2 - d'^2) = \tfrac{1}{4}\pi d^2,$$
$$D = 1{,}91\,d,$$

wofür $D = 2d$ zu nehmen ist.

Die Länge der Hülse brauchte man nur gleich der Mutterhöhe zu nehmen, man nimmt sie jedoch der Steifheit der Befestigung wegen lieber etwas gröfser, wie die Verhältnisse in Fig. 8 und 9 zeigen.

Taf. 12. Fig. 10 und 11. 3) Die Gelenkhülsen (Taf. 12. Fig. 10 und 11). Man benutzt die Hülsen auch zuweilen, um ein Charnier zu bilden. Ueber die Konstruktion der Charniere wird unter den „Verbindungen" ausführlicher die Rede sein. Die Fig. 10 und 11 zeigen hier, wie man sowohl die Keilhülse als die Hülse mit Schraube für diesen Zweck benutzen kann und dafs die Hülse sowohl den flachen Theil (Fig. 10) (den Kopf) als den gabelförmigen Theil (Fig. 11) des Charniers darstellen kann.

Traversen oder Querarme.

§ 102. Wenn zwei stangenförmige Körper von Metall unter einem Winkel (gewöhnlich unter einem rechten Winkel) an einander befestigt werden sollen, so wendet man hierzu mit Vortheil Hülsen an. Ist der eine von beiden Körpern horizontal, so nennt man ihn gewöhnlich den Querbalken, Querarm, die Traverse (fr. *la traverse* — engl. *traverse*). Ein solcher Querarm wird in der Regel auf relative Festigkeit in Anspruch genommen, während die daran hängende Stange den Widerstand gegen Zerreifsen auszuüben hat.

Man macht diese Querbalken entweder cylindrisch oder hochkantig, und sollte sie so wenig als möglich durchlochen, obwohl man dies bei gewissen Konstruktionen nicht vermeiden kann.

Sind beide Stangen von demselben Material, so hat man, wenn man den Querarm als einen frei aufliegenden Balken von der Länge L ansieht, der in der Mitte durch den Druck P, welcher an der cylindrischen Stange vom Durchmesser d wirkt, belastet ist, nach S. 217 8):

$$P = \tfrac{1}{4}\pi d^2 . k = 4\frac{W . k}{L},$$

$$W = \frac{\pi}{16} d^2 . L \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1).$$

Setzt man L als ein Vielfaches von d, etwa

$$L = nd \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 2),$$

so hat man:

$$W = \frac{\pi}{16} nd^3 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 3).$$

1) Ist der Querarm von kreisförmigem Querschnitt mit dem Durchmesser d', so folgt nach S. 206 13):

$$\tfrac{1}{32}\pi d'^3 = W = \frac{\pi}{16} n d^3,$$

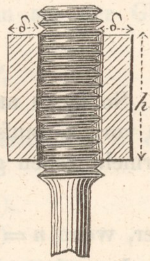
$$d' = 1{,}26\, d \sqrt[3]{n} = 1{,}26\, d \sqrt[3]{\frac{L}{d}}.$$

Es folgt hieraus:

für $L =$	d;	$2d$;	$3d$;	$4d$;	$5d$;	$6d$;	$8d$;
$d' =$	$1{,}26d$;	$1{,}59d$;	$1{,}82d$;	$2{,}00d$;	$2{,}15d$;	$2{,}29d$;	$2{,}52d$;

für $L =$	$10d$;	$12d$;	$15d$;	$20d$;	$25d$;	$30d$;
„ $d' =$	$2{,}71d$;	$2{,}88d$;	$3{,}11d$;	$3{,}42d$;	$3{,}68d$;	$3{,}91d$.

2) Ist der Querarm hochkantig, so bildet er gewöhnlich eine Hülse, um die Stange durchzustecken. Die Stange wird dann entweder in den Querarm eingeschraubt, oder durch Keile darin befestigt. Sieht man auch hier den Querarm als einen frei aufliegenden Balken von der Länge L an, und bezeichnet man



die Wanddicke der Hülse mit δ,

„ Höhe der Hülse mit h,

so hat man nach der obigen Gleichung 3) und nach S. 204 3):

$$2 \cdot \tfrac{1}{6} \delta h^2 = W = \frac{\pi}{16} n d^3.$$

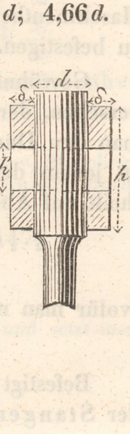
Nimmt man $\delta = \tfrac{1}{6} h$, so folgt:

$$h = 1{,}5\, d \sqrt{n}.$$

Es folgt hieraus:

für $L =$	$8d$;	$10d$;	$12d$;	$15d$;	$20d$;	$25d$;	$30d$;
„ $h =$	$3d$;	$3{,}23d$;	$3{,}43d$;	$3{,}70d$;	$4{,}07$;	$4{,}38d$;	$4{,}66d$.

Ist der Querarm noch durch einen Schlitz für den Keil durchbrochen, so ist natürlich das Widerstands-Moment kleiner. Nennt man die Höhe der Keilöffnung h', so hat man nach der obigen Formel 3) und nach S. 208. No. 21:



$$2 \cdot \tfrac{1}{6} \delta \frac{(h^3 - h'^3)}{h} = W = \frac{\pi}{16} n d^3.$$

Die Dimensionen der Stange kann man wie bei der geraden Keilhülse S. 250 bestimmen, und hat dann $h' = 1\tfrac{5}{6} d$; nimmt man auch noch

$$\delta = \tfrac{1}{6} h,$$

so folgt:

$$h = 1{,}5\, d \sqrt[3]{(n + 1{,}74)}$$

für $L = 9d$; $10d$; $12d$; $15d$; $20d$; $25d$; $30d$.
„ $h = 3{,}32d$; $3{,}42d$; $3{,}60d$; $3{,}84d$; $4{,}19d$; $4{,}50d$; $4{,}75d$.

Man hat nun noch zu untersuchen, welche Dimensionen die Hülse des Querarms bekommen mufs, um den nöthigen Widerstand gegen das Ausreifsen des Keiles zu gewähren. Durch den Keil müfsten zwei Streifen ausgerissen werden, deren jeder zwei Anhaftungsflächen von dem Querschnitt $abcd = \frac{h-h'}{2}.\delta$ hat; man würde also setzen müssen (S. 249):

$$\tfrac{1}{4}P = \tfrac{1}{4}.\tfrac{1}{4}\pi d^2.k = \frac{h-h'}{2}.\delta.\tfrac{1}{2}k,$$

und für $h' = \frac{11}{6}d$; $\delta = \frac{1}{6}h$, würde folgen:

$$h = d\left\{\tfrac{11}{12} + \sqrt{\left(\tfrac{3}{2}\pi + \tfrac{121}{144}\right)}\right\}$$

$$h = 3{,}27\,d.$$

So lange nun diese Formel gröfsere Werthe für h giebt, als die vorige, mufs h nach diesem Werthe berechnet werden. Beide Formeln geben gleiche Werthe, wenn

$$h = 3{,}27d = 1{,}5d\sqrt[3]{(n + 1{,}74)},$$

oder, wenn $n = 8{,}62$ ist.

Ist also die Länge des Querarms kleiner, als das $8\frac{1}{2}$fache des Stangen-Durchmessers, so ist immer $h = 3\frac{1}{4}d$ zu nehmen. Für gröfsere Werthe von L berechnet man h nach der Formel $1{,}5d\sqrt[3]{(n + 1{,}74)}$.

Man sieht aus diesen Rechnungen, wie unvortheilhaft es ist, die Maschinentheile zu durchbrechen, um sie durch Keile aneinander zu befestigen.

Gewöhnlich sind die Traversen an beiden Enden mit Zapfen versehen, deren Länge etwa 1,3 ihres Durchmessers beträgt. Nennt man den Durchmesser der Zapfen d'' und berücksichtigt man, dafs an jedem der Druck $\frac{1}{2}P$ über die Länge $1{,}3d''$ gleichmäfsig vertheilt auf Abbrechen wirkt, so hat man:

$$\tfrac{1}{2}.\tfrac{1}{2}P.1{,}3d'' = \tfrac{1}{2}.\tfrac{1}{2}.\tfrac{1}{4}\pi d^2.k.1{,}3d'' = \tfrac{1}{32}\pi d''^3.k,$$

$$d'' = 1{,}61\,d,$$

wofür man nimmt:

$$d'' = 1\tfrac{5}{8}d.$$

Befestigt man die Stange durch Einschrauben, so hat auch der Stangenkopf d' den Durchmesser $1\frac{5}{8}d$ (S. 251); es ist also jeder Zapfen-Durchmesser gleich dem Durchmesser des Stangenkopfs zu nehmen*).

Die sämmtlichen berechneten Verhältnisse gelten nur, wenn der Stangen-Durchmesser d auf den Widerstand gegen Zerreifsen bestimmt worden ist. Wird die Stange auf Zerknicken in Anspruch genommen, so mufs man den Stangen-Durchmesser nach den Angaben des § 96 berechnen; es ist danach für den kreisförmigen Querschnitt der Stangendurchmesser auf Zerknicken $d_{,}$

für Schmiedeeisen $d_{,} = 0{,}1\sqrt[4]{(PL_{,}^2)}$,

„ Gufseisen . . $d_{,} = 0{,}114\sqrt[4]{(PL_{,}^2)}$,

worin $L_{,}$ die Länge der Stange in Fufsen bedeutet, $d_{,}$ aber in Zollen gefunden wird.

In Bezug auf absolute Festigkeit hat man aus der Gleichung $P = \frac{1}{4}\pi d^2 \,.\, k$:

für Schmiedeeisen $d = 0{,}0113\sqrt{P}$,

„ Gufseisen . . $d = 0{,}0135\sqrt{P}$.

Setzt man den Werth von P in die obigen Werthe von $d_{,}$ ein, so findet man:

für Schmiedeeisen $d_{,} = 0{,}95\sqrt{(L_{,}d)}$,

„ Gufseisen . . $d_{,} = 0{,}98\sqrt{(L_{,}d)}$.

Nimmt man die Länge der Stange auch in **Zollen** oder überhaupt in derselben Maafs-Einheit wie den Durchmesser, so ergiebt sich der Durchmesser der Stange, wenn sie auf rückwirkende Festigkeit in Anspruch genommen wird:

für Schmiedeeisen $d_{,} = 0{,}27\sqrt{(L_{,}d)} = 0{,}27\, d\sqrt{\frac{L_{,}}{d}}$,

„ Gufseisen . . $d_{,} = 0{,}28\sqrt{(L_{,}d)} = 0{,}28\, d\sqrt{\frac{L_{,}}{d}}$,

welche Werthe sowohl für preufsisches, als für französisches

---

*) In »F. Redtenbacher Resultate für den Maschinenbau«, Mannheim 1848 sind für die Traversen Verhältnisse gegeben, welche für unsere Buchstaben-Bedeutung sich folgendermaafsen ausdrücken:

$$\frac{h}{d''} = 1{,}344\sqrt[3]{\frac{\frac{1}{2}L}{d''}},$$

$$\delta = \tfrac{1}{6}h.$$

Nimmt man, wie auch Redtenbacher angiebt, $d'' = d'$, und setzt man nach der obigen Rechnung $d' = d'' = 1\frac{5}{8}d$, so würde folgen:

$$h = 1{,}465\sqrt[3]{n},$$

was hinreichend genau mit unserer Rechnung stimmt.

Maafs gelten. In runden Zahlen kann man setzen für beide Materialien:

$$d_{,} = 0{,}28\, d \sqrt{\frac{L_{,}}{d}}.$$

Hierin liegt die Regel:

Man findet den Durchmesser ($d_{,}$) einer eisernen Stange, welche auf Zerknicken in Anspruch genommen wird, wenn man den Durchmesser auf Zerreifsen bestimmt (d) und denselben mit 0,28mal der Quadratwurzel aus dem Verhältnifs zwischen der Länge und dem Durchmesser (auf Zerreifsen) multiplizirt.

Man wird also, wenn die Stange auf Zerknicken in Anspruch genommen wird, um die Traverse zu konstruiren, zunächst den Durchmesser auf Zerreifsen berechnen, und nach demselben die sämmtlichen Verhältnisse ermitteln; den Durchmesser, welchen die Stange definitiv bekommt, berechnet man sodann nach der vorigen Regel.

Analog verfährt man, wenn die Stange aus Schmiedeeisen, und die Traverse aus Gufseisen konstruirt werden sollen.

Taf. 12. Fig. 12. Taf. 12. Fig. 12 zeigt eine Traverse in der Vertikal- und in der Horizontal-Projektion für das Verhältnifs $L = 20d$.

Winkelbefestigung durch Hülsen.

§ 103. Es folgen nun einige Hülsen, welche zur Befestigung von Stangen an Traversen in Anwendung kommen:

a) Hülsen für cylindrische Traversen.

Taf. 12. Fig. 13. 1) Die einfache T-förmige Hülse (Taf. 12. Fig. 13). Die Hülse besteht aus zwei zusammenhängenden hohlen Cylindern, deren Axen die Form eines T bilden; der eine Cylinder dient als Hülse für die Stange, und wird nach den früheren Angaben (S. 249 u. f.) proportionirt, der andere Cylinder wird auf die Traverse aufgeschoben; man giebt ihm eine Länge von etwa $3d$. Bezeichnet man die Wandstärke mit δ, so müssen die beiden horizontalen Flächen, in welchen ein Abreifsen Statt finden könnte, zusammen wenigstens gleich dem Stangenquerschnitt sein; man hat sodann:

$$2 \,.\, 3d \,.\, \delta = \tfrac{1}{4}\pi d^2,$$
$$\delta = 0{,}131\, d.$$

Diese Stärke erhöht man jedoch, wenn die Hülse aus Gufseisen ist, bis auf $\frac{1}{3}d$, und läfst sie in der Mitte bis auf $\frac{1}{2}d$ zunehmen.

Taf. 12. Fig. 14 zeigt eine getheilte T-förmige Hülse. Man wendet eine solche Hülse an, wenn man nicht im Stande ist, den auf der Traverse befindlichen Theil der Hülse von einer Seite her aufzuschieben. Die Befestigung der Hülse an der Stange geschieht entweder durch Keile oder durch Schrauben (Fig. 7 oder Fig. 8 und 9) und dieser Theil ist nach den frühern Angaben (S. 250. No. 1 und S. 251. No. 2) proportionirt; er trägt oben einen Querarm von rechteckigem Querschnitt, dessen Breite gleich dem Durchmesser der cylindrischen Hülse, also gleich $1\frac{2}{3}d$ bis $2d$ ist; die Länge desselben beträgt zwischen den Stützpunkten $2d$, und man hat daher die Höhe h nach der Gleichung für Balken, die an beiden Enden unwandelbar befestigt sind:

$$\tfrac{1}{8}P\,.\,2d = \tfrac{1}{8}\,.\,\tfrac{1}{4}\pi d^2\,.\,k\,.\,2d = \tfrac{1}{6}bh^2\,.\,k,$$
$$\tfrac{1}{16}\pi d^3 = \tfrac{1}{6}\,.\,\tfrac{5}{3}d\,.\,h^2.$$
$$h = 0{,}843\,d,$$

wofür man $h = d$ nehmen kann.

Die beiden vertikalen Seitenarme macht man von rechteckigem Querschnitt und aus konstruktiver Rücksicht in der einen Dimension gleich dem Durchmesser der Traverse, in der andern gleich $1\frac{1}{4}d$, obschon die Rechnung kleinere Dimensionen giebt. Die Keile zur Befestigung der Bänder sind als frei aufliegende Balken zu betrachten, ihre Breite sei $\frac{1}{4}d$, und da sie über ihre ganze frei liegende Länge $= d'$ mit einem Drucke $\frac{1}{2}P = \frac{1}{8}\pi d^2 k$ belastet sind, so findet man ihre Höhe h' durch die Gleichung:

$$\tfrac{1}{4}\,.\,\tfrac{1}{2}\,.\,\tfrac{1}{8}\pi d^2\,.\,k\,.\,d' = \tfrac{1}{6}h'^2\,.\,\tfrac{1}{4}d\,.\,k,$$
$$h' = 1{,}09\sqrt{dd'},$$

und setzt man nach S. 253 $d' = 1{,}26\,d\sqrt[3]{\frac{L}{d}}$, so hat man:

$$h' = 1{,}22\,d\sqrt[6]{\frac{L}{d}},$$

Für $L =$	$4d$;	$5d$;	$6d$;	$7d$;	$8d$;	$10d$;	$12d$;
ist $h' =$	$1{,}54d$;	$1{,}60d$;	$1{,}65d$;	$1{,}70d$;	$1{,}73d$;	$1{,}79d$;	$1{,}84d$;
		$20d$;	$25d$;	$30d$;			
		$2{,}01d$;	$2{,}09d$;	$2{,}15d$.			

Die Stärke δ jedes der beiden schmiedeeisernen Bänder, welche die Traverse mit den Armen vereinigen, findet sich an der Stelle, wo sie nicht durchbrochen sind, durch die Gleichung:

$$\tfrac{1}{4}P = \tfrac{1}{16}\pi d^2 . k = \delta . 1{,}25\,d . k,$$
$$\delta = 0{,}157\,d,$$

wofür man $\delta = \frac{1}{6}d$ setzen kann; an der Stelle aber, wo die Bänder durch die Keilöffnungen durchbrochen sind, hat man den Querschnitt dieser Oeffnungen noch in Abrechnung zu bringen, und findet dann bei derselben Breite $1{,}25\,d$ die Stärke δ' durch die Gleichung:

$$\tfrac{1}{4}P = \tfrac{1}{16}\pi d^2 k = \delta' . 1{,}25\,dk - \tfrac{1}{4}d\delta',$$
$$\delta' = \tfrac{1}{5}d.$$

Um noch die Länge der Bänder unterhalb der Keilöffnungen zu bestimmen, sind dieselben auf den Widerstand gegen Ausreifsen zu berechnen; es mufs also der Gesammt-Querschnitt der 8 Anhaftungsflächen, deren jede gleich $\frac{1}{5}dh''$ ist, gleich dem doppelten Querschnitt der Stange sein (S. 248. No. 3); man hat also

$$1{,}6\,dh'' = \tfrac{1}{2}\pi d^2.$$
$$h'' = d = h.$$

b) Hülsen für hochkantige Traversen.

Taf. 12. Fig. 15. Taf. 12. Fig. 15 zeigt die Befestigung einer Stange an einer hochkantigen Traverse, wobei die Stange einfach durch die Traverse gesteckt ist, sich mit einem Ansatz an den untern Rand anlegt, und durch einen Keil angezogen wird.

Taf. 12. Fig. 16. Taf. 12. Fig. 16 stellt eine ähnliche Befestigung durch Schrauben dar; das Muttergewinde ist in die Traverse eingeschnitten, und die Stange wird oben und unten durch Gegenmuttern festgehalten.

Taf. 12. Fig. 17. Taf. 12. Fig. 17. Die in dieser Figur gezeichnete Konstruktion unterscheidet sich von der vorigen dadurch, dafs die Traverse kein Muttergewinde enthält; die Stange ist durch die genau cylindrische Oeffnung durchgeschoben, und oben und unten durch Muttern und Gegenmuttern befestigt.

Taf. 12. Fig. 18. Taf. 12. Fig. 18 zeigt endlich eine Konstruktion, welche die Befestigung durch Keile und durch Schrauben vereinigt. Die Schraubenmutter, welche sich hier als besonders auffallender Theil darstellt, ist eine Hutmutter (S. 77 und Taf. 4. Fig. 5).

Mittel zum Spannen von metallenen Stangen. (Spannvorrichtungen.)

§ 104. Zuweilen ist man veranlafst, die Befestigung der Stangenenden aneinander so zu konstruiren, dafs man die Stangen mit einem gewissen Druck anziehen, und diesen Druck nach Erfordern wieder aufheben oder vermindern könne. Mit andern Worten, man mufs zuweilen den Stangen nach ihrer Längenrichtung eine Spannung geben, die sich nach Bedürfnifs reguliren läfst, oder man mufs im Stande sein, die Stangenenden einander zu nähern oder sie von einander zu entfernen. Dergleichen Konstruktionen nennt man Spannvorrichtungen (fr. *appareils à tendre* — engl. *straining apparatus*). Es finden dergleichen Spannvorrichtungen unter andern im Wasserbau bei der Konstruktion der Schleusenthore Anwendung*); ferner bei Zugstangen in Hängewerken, bei Ankern etc. Bis zu einem gewissen Grade erfüllen sowohl die Keilhülsen, als die Schraubenhülsen (Taf. 12. Fig. 7 bis 18) diesen Zweck. Wenn jedoch die Verlängerung der Stangen einen gewissen Werth erreichen soll, so kommt man mit jenen Einrichtungen nicht mehr aus, und bedient sich dann besonderer Konstruktionen, von denen hier einige als Beispiele folgen.

Taf. 12. Fig. 19 Spannvorrichtung mit einer Rechts- und einer Links-Schraube. Die Enden der beiden Stangen werden mit Schraubengewinden versehen, von denen das eine nach rechts hin, das andere nach links hin aufsteigt (S. 58); die Muttern dieser Schrauben sind in angemessener Weise zu einem zusammenhängenden Stück vereinigt, und durch Umdrehung dieses Stückes müssen sich die Stangen, wenn sie sich nicht drehen können, geradlinig fortbewegen, und zwar, da die Gewinde entgegengesetzt sind, nach entgegengesetzter Richtung; sie müssen sich also einander nähern, wenn man nach rechts und von einander entfernen, wenn man nach links herum dreht. Taf. 12. Fig. 19.

Man kann diese Einrichtung noch in der Weise abändern, dafs man die beiden Stangenenden mit Muttern in Form von Hülsen versieht, eine dritte Stange, deren eines Ende mit einem Rechtsgewinde, das andere mit einem Linksgewinde versehen ist, und welche in der Mitte in der Form eines Schraubenkopfes gestaltet ist, wird in die beiden Muttern eingeschraubt, und zieht die beiden ersten Stangen einander näher, wenn man sie rechts herum dreht, oder entfernt sie im entgegengesetzten Falle.

Die Anordnung zweier entgegengesetzten Gewinde bewirkt, dafs bei einer Umdrehung der Schraube oder der Mutter die beiden Stangenenden um die Summe der Steigungen der Gewinde bewegt werden. Die Last macht also den doppelten Weg, den sie bei einer einfachen Schraube machen würde, und diese Schrau-

*) Ueber Spannvorrichtungen für die Zugbänder der Schleusenthore siehe: »G. Hagen, Handb. der Wasserbaukunst«, II. Theiles 3ter Band, XV. p. 180 u. f. und Taf. LXIX daselbst.

ben erfordern daher eine gröfsere Kraft, als eine einfache Schraube von denselben Verhältnissen erfordern würde. Wo man diesen Uebelstand vermeiden will, wählt man eine einfache Schraube.

Taf. 12. Fig. 20. Taf. 12. Fig. 20 zeigt eine Einrichtung, durch welche nur die Bewegung des einen, hier des oberen Stangenendes allein erfolgt. Die Mutter der Schraube ist hier herzförmig gestaltet, und kann sich um die feststehende Stange drehen; ein Nietkopf hindert sie, sich von dem Stangenende zu entfernen. Zuweilen erfordert die beabsichtigte Spannung selbst bei einer einfachen Schraube einen gröfseren Druck zum Umdrehen, als man verwenden kann. Man könnte sich für diesen Fall dadurch helfen, dafs man die Steigung im Verhältnifs zum Durchmesser kleiner macht (S. 87). Hierdurch würde man indessen in mancherlei Uebelstände gerathen, und es ist daher zu empfehlen, sich in diesem Falle der sogenannten Pronyschen oder Differential-Schraube zu bedienen.

Die Anordnung der Pronyschen Schraube ist äufserlich übereinstimmend mit der Spannvorrichtung durch entgegengesetzte Gewinde (siehe oben), nur sind hier die Gewinde nach derselben Richtung, aber mit verschieden grofser Steigung angeordnet. Dreht man das Stück, welches die Muttern enthält, so schraubt es sich auf die Schraube mit gröfserer Steigung weiter hinauf, als es sich von der andern Schraube mit geringerer Steigung herabschraubt, es müssen daher die beiden Schraubenenden sich nähern, oder von einander entfernen. Auch hier läfst sich, aufser der auf Taf. 12. Fig. 19 gezeichneten Anordnung, auch die andere, oben beschriebene Konstruktion wählen, bei welcher die Stangenenden mit Muttern, und das Spannstück mit Gewinden versehen ist.

Taf. 12. Fig. 21. Taf. 12. Fig. 21 stellt eine Spannvorrichtung dar, welche zum Spannen von eisernen Stangen, Drähten, Draht- oder Hanfseilen dient, und bei Bau- und Maschinen-Konstruktionen, sowie auf Schiffen vielfach anzuwenden ist. Die eine Stange wird in die Oese *a* eingehängt, die andere Stange in die Oese *b*. Die hier gezeichnete Form der Oese *b* ist anwendbar, wenn man ein Seil einknüpfen will. Die Oese *a* bildet das Ende einer Schraubenspindel *a'*, welche ursprünglich cylindrisch war, und einen Durchmesser von $1\frac{3}{4}$ Zoll hatte. Man sieht aus Fig. II und III, dafs zwei gegenüber liegende Segmente dieses Cylinders fortgefeilt, und durch hohle Flächen begrenzt sind; der Querschnitt der Schraubenspindel ist daher jetzt hochkantig, und durch vier Bogenstücke begrenzt; die beiden kleinern Seiten sind konvex, gehören dem ursprünglichen Cylinder an, und enthalten noch das Schraubengewinde; eine davon ist in Fig. I von oben sichtbar; die beiden gröfseren Seiten sind konkav; eine davon ist in Fig. II in der vordern Ansicht gezeichnet. In die beiden Höhlungen, welche durch diese konkaven Flächen der Schraubenspindel gebildet werden, sind zwei Schienen gelegt b'. Diese Schienen haben an dem einen Ende einen geringeren Durchmesser, als die Schraubenspindel, so dafs sie die Mutter nicht berühren; sie sind hier mit Ansätzen b'' b'' versehen, zwischen welchen die Mutter liegt, die durch diese Ansätze gehindert ist, sich geradlinigt zu verschieben; das andere Ende der Schienen b' b' trägt mittelst eines Charniers die Oese b. Durch diese Schienen ist die Schraubenspindel gehindert, sich zu drehen, wohl aber kann sie sich zwischen denselben geradlinigt fortschieben. Man sieht wohl, dafs hier der Fall eintritt, dessen S. 55, unter No. 3, gedacht ist; durch Drehen der Mutter c, welche durch die Ansätze b'' b'' am Fortschreiten gehindert ist, wird die Schraube a' fortschreiten, da diese durch die flachen Schienen am Drehen gehindert ist. Die Oesen a und b werden sich demnach einander nähern, wenn man rechts herum dreht, sie werden sich von einander entfernen, wenn man links herum dreht. — Es bleibt noch zu zeigen, wie die Mutter zwischen die beiden Ansätze b'' b'' eingelegt, und gedreht werden kann. Die Mutter c besteht aus zwei Hälften, von denen eine in Fig. 5 gezeichnet ist; jede dieser Hälften, die übrigens einander ganz gleich gestaltet sind, ist mit einem Stiel c' versehen; wo sich der Stiel an die Hälfte der Mutter anschliefst, ist eine cylindrische Verstärkung c'', dieser diametral gegenüber sind zwei ähnliche Verstärkungen gabelförmig angeordnet; der Zwischenraum zwischen den Schenkeln der Gabel ist gleich der Höhe der Verstärkung c''. Legt man die beiden Hälften der Mutter c c um die Schraubenspindel a', zwischen die Ansätze b'', so kommt die Verstärkung c'' der einen Hälfte zwischen die Gabelschenkel c''' der andern Hälfte zu liegen. Durch Stifte lassen sich dann beide Hälften vereinigen. — Die Figuren sind in einem Maafsstabe von $\frac{7}{24}$ natürlicher Gröfse gezeichnet; I. Zusammenstellung der ganzen Konstruktion; die eine Hälfte der Mutter c durchschnitten, die andere in der Ansicht; die mit $c_{,}$ $c_{,}'$ $c_{,}''$ $c_{,}'''$ bezeichneten Theile gehören ein und derselben Hälfte der Mutter an, die mit c' c'' c''' bezeichneten der anderen Hälfte. II. Ansicht der Oese a mit der flach gefeilten Schraubenspindel; III. Querschnitt der Schraubenspindel a' und der Schienen b' b'; IV. Ansicht der Oese b; V. Ansicht einer Mutterhälfte.

3) Befestigung metallener Stangen, die auf Abbrechen in Anspruch genommen werden.

Zapfenbefestigungen. Berechnung der Zapfen.

§ 105. Von den verschiedenen Gruppen der Befestigungsformen stangenförmiger Körper an andern stangenförmigen Körpern, welche auf Abbrechen in Anspruch genommen werden, heben wir für unsere Betrachtung hier nur zwei heraus, nämlich:

1) die Befestigung von Zapfen an Wellen,
2) die Befestigung der Eisenbahnschienen aneinander und an ihren Unterlagen.

Die Zapfen (fr. *tourillons* — engl. *gudgeons*) bilden gewöhnlich die Enden der Wellen, und vermitteln nicht allein die Unterstützung derselben, sondern sie haben auch den Zweck, die Umdrehung der Welle um eine, als gerade Linie gedachte Axe möglich zu machen und zu sichern. Diese mathematische Drehaxe der Welle mufs daher mit der idealen Axe des Zapfens genau zusammenfallen, und der Zapfen selbst mufs einen Rotationskörper darstellen. Die häufigste Form dieses Rotationskörpers, durch welchen ein Zapfen gebildet wird, ist ein Cylinder, zuweilen wendet man auch die Kegelform an, oder man gestaltet den Zapfen kugelförmig. Bei massiven Wellen aus Schmiedeeisen oder aus Gufseisen macht man den Zapfen mit den Wellen aus einem Stück, und dreht auf der Drehbank die Wellenenden in der beabsichtigten Form ab. Hat man hölzerne Wellen, oder hohle eiserne Wellen, so wird der Zapfen als besonderer Theil dargestellt, und in der Welle befestigt; der Zapfen mufs in diesem Falle mit einer Verlängerung versehen sein, die man den Stiel oder den Schaft des Zapfens nennt, während dann der eigentliche Zapfen die Walze heifst. Wenn die Walze des Zapfens da, wo sie sich an den Stiel anschliefst, verstärkt ist, so nennt man diese Verstärkung die Brüstung (fr. *arrasement* — engl. *shoulder*) oder die Schulter des Zapfens.

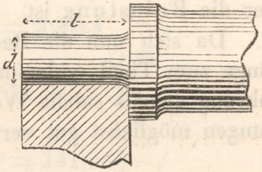
Wenn ein Zapfen nicht das Ende einer Welle bildet, wenn vielmehr ein Theil der Welle, der sich zwischen den Enden befindet, behufs Unterstützung der Welle nach Art eines Zapfens gestaltet ist, so nennt man diesen Theil den Hals oder Halszapfen der Welle. Ein solcher Hals dient dann gewöhnlich, aufser zur Unterstützung, auch zur Bewegungs-Uebertragung, so dafs er die Bewegung von dem einen Theil der Welle an den andern fortzupflanzen hat.

Die untern Zapfen stehender Wellen werden auch Spurzapfen (fr. *pivot* — engl. *pivot*) oder Stifte genannt.

Bei der Berechnung eines Zapfens hat man zunächst zu untersuchen, ob er allein auf seine Bruchfestigkeit in Anspruch genommen wird, oder ob er, wie bei den Halszapfen, zur Bewegungs-Uebertragung dient, und folglich Torsion auszuhalten hat, oder endlich ob er nur Widerstand gegen das Zerdrücken leisten soll (bei den Spurzapfen).

1) Widerstand gegen Abbrechen.

Bezeichnen wir den Durchmesser des Zapfens einer liegenden Welle mit d, seine Länge mit l, und die Belastung, welche der Stützpunkt der Welle auszuhalten hat, mit P, welcher Werth nach § 93. S. 215 Formel 2 und 3 berechnet werden kann, so kann man diese Belastung, wenn der Zapfen der ganzen Länge nach aufliegt, über dieselbe gleichmäfsig vertheilt denken, und würde dann setzen nach § 90. S. 199:



$$P \cdot \tfrac{1}{2} l = \tfrac{1}{32} \pi d^3 \cdot k.$$

Da jedoch der Fall denkbar ist, dafs der Zapfen nur an dem äufsersten Ende aufliegt, so setzt man lieber, der Sicherheit wegen,

$$P l = \tfrac{1}{32} \pi d^3 \cdot k,$$

und kann dann nach den Regeln und Formeln des § 92. S. 212 und 213 den Durchmesser berechnen.

Man sieht leicht, dafs der Durchmesser um so gröfser wird, je länger l, die Länge des Zapfens ist. Da nun der Weg, den die Zapfenreibung bei jeder Umdrehung durchläuft, gleich der Peripherie des Zapfens ist, so ist bei n Umdrehungen in der Minute, und, wenn der Reibungs-Koeffizient mit μ bezeichnet wird, das durch die Zapfenreibung verlorne Arbeits-Moment für die Sekunde:

$$= \frac{\pi \cdot d n}{60} \cdot P \cdot \mu.$$

Dieser Verlust wächst also mit dem Durchmesser, und es würde hiernach darauf ankommen, d möglichst klein, folglich auch l möglichst klein zu machen.

Andrerseits ist zu berücksichtigen, dafs jedenfalls die Abnutzung in direktem Verhältnifs zu dem Arbeitsmoment der Reibung, und im umgekehrten Verhältnifs zu der reibenden Oberfläche steht, so dafs man ein Maafs für die Abnutzung des Zapfens erhält durch den Ausdruck:

$$\left\{ \frac{\text{Reibungsmoment}}{\text{Reibungsfläche}} \right\} = \frac{\pi d n}{60} \cdot \frac{P \cdot \mu}{\pi d l} = \frac{n}{60 l} \cdot P \mu.$$

Man mufs also hiernach, um die Abnutzung zu vermindern, l möglich grofs machen. Endlich ist die durch die Zapfenreibung erzeugte Erhitzung des Zapfens in direktem Verhältnifs zum Reibungsmoment, und im umgekehrten Verhältnifs zur reibenden Oberfläche und zum kubischen Inhalt des Zapfens anzunehmen, so dafs wir als Maafs für die Erhitzung setzen können:

$$\left\{\frac{\text{Reibungsmoment}}{\text{Reibungsfläche mal Volum.}}\right\} = \frac{\pi d n \,.\, P \,.\, \mu}{60 \,.\, \pi d l \,.\, \frac{1}{4}\pi d^2 l},$$

$$= \frac{n}{15 \pi d^2 l^2} \,.\, P \,.\, \mu.$$

Hieraus folgt, dafs Zapfen, welche eine starke Erhitzung besorgen lassen, um so länger, und von um so gröfserem Durchmesser zu nehmen sind, je mehr Umdrehungen sie machen und je stärker die Belastung ist.

Da sich nun die Bedingungen für die Festsetzung der Zapfenlänge zum Theil widersprechen, so bleibt nichts übrig, als der Erfahrung gemäfs solche Werthe für l anzunehmen, welche jene Bedingungen möglichst gut vermitteln. Dies geschieht, wenn man setzt:

$$\boldsymbol{l = \tfrac{1}{3} d \sqrt[3]{n}.}$$

Da aber hiernach die Länge des Zapfens mit der Zahl der Umdrehungen n variirt, wodurch für die Konstruktion der Zapfenlager manches Unbequeme entstehen würde, so ist es rathsam, innerhalb gewisser Grenzen die Zapfenlänge konstant zu setzen, und sie überhaupt nicht kleiner als $\frac{4}{3}$ des Durchmessers zu wählen. Dieser Werth entspricht einer Zahl von 64 Umdrehungen in der Minute, und man kann, mit Zugrundelegung der obigen Formel, überhaupt setzen:

bis zu 64		Umdrehungen pro Minute die Zapfenlänge	$l = \frac{4}{3} d,$
von 64	bis 125	„ „ „ „ „	$l = \frac{5}{3} d,$
„ 125	„ 216	„ „ „ „ „	$l = 2 d,$
„ 216	„ 343	„ „ „ „ „	$l = \frac{7}{3} d,$
„ 343	„ 512	„ „ „ „ „	$l = \frac{8}{3} d,$
„ über	512	„ „ „ „ „	$l = 3 d.$

Wenden wir nun die vorhin aufgestellte Formel zur Berechnung der Zapfenstärke an, so ergiebt sich für $\boldsymbol{l = \frac{1}{3} d \sqrt[3]{n}}$:

$$Pl = P \,.\, \tfrac{1}{3} d \sqrt[3]{n} = \tfrac{1}{32} \pi d^3 k,$$

folglich für schmiedeeiserne Zapfen:

$$\boldsymbol{k = 10000 \qquad d = 0{,}0184 \sqrt{(P \sqrt[3]{n})};}$$

für gufseiserne Zapfen:

$$k = 7000 \qquad d = 0{,}0220\sqrt{(P\sqrt[3]{n})},$$

wo d in Zollen gefunden wird, wenn P in preufs. Pfunden genommen ist, und n die Zahl der Umdrehungen pro Minute bezeichnet.

(für schmiedeeiserne Zapfen $d = 0{,}070\sqrt{(P.\sqrt[3]{n})}$,

„ gufseiserne „ $d = 0{,}084\sqrt{(P.\sqrt[3]{n})}$,

wenn d in Centimètres, P in Kilogrammes).

Umgekehrt folgt die Belastung, welche ein Zapfen mit Sicherheit tragen kann, in preufs. Maafs und Gewicht:

für schmiedeeiserne Zapfen $P = 2946\,\frac{d^2}{\sqrt[3]{n}}$,

„ gufseiserne „ $P = 2064\,\frac{d^2}{\sqrt[3]{n}}$;

(für schmiedeeiserne Zapfen $P = 201{,}2\,\frac{d^2}{\sqrt[3]{n}}$,

„ gufseiserne „ $P = 141{,}0\,\frac{d^2}{\sqrt[3]{n}}$,

wenn d in Centimètres, P in Kilogrammes).

Wählt man die vorhin angegebenen Zapfenlängen, so hat man:

	bis 64 Umdr.*) $l = \frac{4}{3}d$.	bis 125 Umdr. $l = \frac{5}{3}d$.	bis 216 Umdr. $l = 2d$.
f. schmiedeeis. Zapfen	$d = 0{,}037\sqrt{P}$,	$d = 0{,}041\sqrt{P}$,	$d = 0{,}045\sqrt{P}$,
	$P = 736{,}5\,d^2$,	$P = 589\,d^2$,	$P = 491\,d^2$,
f. gufseiserne „	$d = 0{,}044\sqrt{P}$,	$d = 0{,}049\sqrt{P}$,	$d = 0{,}054\sqrt{P}$,
	$P = 516\,d^2$,	$P = 413\,d^2$,	$P = 344\,d^2$,

*) Redtenbacher giebt in seinen Resultaten f. d. Maschinenbau No. 63 die Länge der Zapfen ohne Rücksicht auf die Anzahl der Umdrehungen $l = 1{,}21\,d + 0{,}87$ Centim., dies ist für preufs. Maafs $l = 1{,}21\,d + \frac{1}{3}$ Zoll, und würde mit der Bestimmung $l = \frac{4}{3}d$ bei einem Zapfen-Durchmesser von 2,7 Zoll $= 7{,}06$ Cent. zusammenfallen. Redtenbacher giebt bei dieser Länge in franz. Maafs:

für schmiedeeiserne Zapfen $d = 0{,}12\sqrt{P}$,

» gufseiserne » $d = 0{,}18\sqrt{P}$,

welches für preufs. Maafs etc. $d = 0{,}031\sqrt{P}$ und $0{,}047\sqrt{P}$ ergeben würde, und ziemlich gut mit unserer Rechnung übereinstimmt.

Salzenberg (Vorträge über Maschinenbau, Berlin 1842) findet S. 49:

für schmiedeeiserne Zapfen $l = 0{,}88\,d$; $d = \frac{1}{28}\sqrt{P} = 0{,}036\sqrt{P}$,

» gufseiserne » $l = 0{,}8\,d$; $d = \frac{1}{26{,}8}\sqrt{P} = 0{,}037\sqrt{P}$.

Weisbach Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik, Braunschweig 1849. Theil III. S. 13 giebt für gufseiserne Zapfen $d = 0{,}12\sqrt[3]{Pl}$, und setzt $l = \frac{5}{4}d$ bis $\frac{3}{2}d$, für diesen Fall findet er $d = 0{,}048\sqrt{P}$.

für französisches Maafs und Gewicht hat man:

	bis 64 Umdr.	bis 125 Umdr.	215 Umdr.
f. schmiedeeis. Zapfen	$d = 0{,}140\sqrt{P}$,	$d = 0{,}157\sqrt{P}$,	$d = 0{,}172\sqrt{P}$,
	$P = 50{,}3\,d^2$,	$P = 40{,}2\,d^2$,	$P = 33{,}5\,d^2$,
f. gufseiserne „	$d = 0{,}168\sqrt{P}$,	$d = 0{,}188\sqrt{P}$,	$d = 0{,}206\sqrt{P}$,
	$P = 35{,}3\,d^2$,	$P = 28{,}2\,d^2$,	$P = 23{,}5\,d^2$.

Die vorstehenden Formeln lehren, wie man den Durchmesser des Zapfens finden kann, wenn man den Druck, welchen er aushalten soll, berechnet hat. Haben die beiden Endzapfen einer Welle verschieden grofsen Drucken zu widerstehen, so macht man sie dennoch von gleichem Durchmesser, und sucht im Allgemeinen die verschiedenen Zapfen-Durchmesser, welche man an einer Maschine, und in einer geordneten Maschinenwerkstatt überhaupt ausführt, auf eine gewisse nöthige Anzahl zu beschränken. Es ist daher zu empfehlen, aus den in der Tabelle (S. 187) gegebenen Durchmessern eine Auswahl solcher Werthe zu treffen, die man als Zapfen-Durchmesser überhaupt ausführen will, und wenn die Rechnung eine andere Stärke ergiebt, immer den in dieser Auswahl enthaltenen, zunächst liegenden Werth zu nehmen und auszuführen. Folgende Tabellen enthalten eine passende Zusammenstellung von Zapfen-Durchmessern mit der Belastung, welche sie mit Sicherheit tragen können.

XV. Tabelle

über die Durchmesser schmiedeeiserner Zapfen, und über die Belastungen, welchen sie mit genügender Sicherheit gegen das Abbrechen widerstehen können:

No.	Durchm. des Zapfens d	bis 64 Umdrehungen: Länge $l = \frac{4}{3}d$	bis 64 Umdrehungen: Belastung in Pfunden P	bis 125 Umdrehungen: Länge $l = \frac{5}{3}d$	bis 125 Umdrehungen: Belastung in Pfunden P	bis 216 Umdrehung.: Länge $l = 2d$	bis 216 Umdrehung.: Belastung in Pfunden P
1	$\frac{3}{4}$ Zoll	1 Zoll	414	$1\frac{1}{4}$ Zoll	331	$1\frac{1}{2}$ Zoll	276
2	1 »	$1\frac{1}{3}$ »	736	$1\frac{2}{3}$ »	589	2 »	491
3	$1\frac{1}{4}$ »	$1\frac{2}{3}$ »	1151	$2\frac{1}{12}$ »	921	$2\frac{1}{2}$ »	768
4	$1\frac{1}{2}$ »	2 »	1657	$2\frac{1}{2}$ »	1326	3 »	1105
5	$1\frac{3}{4}$ »	$2\frac{1}{3}$ »	2255	$2\frac{11}{12}$ »	1804	$3\frac{1}{2}$ »	1503
6	2 »	$2\frac{2}{3}$ »	2946	$3\frac{1}{3}$ »	2357	4 »	1964
7	$2\frac{1}{4}$ »	3 »	3726	$3\frac{3}{4}$ »	2981	$4\frac{1}{2}$ »	2484
8	$2\frac{1}{2}$ »	$3\frac{1}{3}$ »	4603	$4\frac{1}{6}$ »	3682	5 »	3068
9	$2\frac{3}{4}$ »	$3\frac{2}{3}$ »	5570	$4\frac{7}{12}$ »	4446	$5\frac{1}{2}$ »	3705
10	3 »	4 »	6629	5 »	5303	6 »	4420
11	$3\frac{1}{4}$ »	$4\frac{1}{3}$ »	7879	$5\frac{5}{12}$ »	6303	$6\frac{1}{2}$ »	5253
12	$3\frac{1}{2}$ »	$4\frac{2}{3}$ »	9022	$5\frac{5}{6}$ »	7218	7 »	6015
13	$3\frac{3}{4}$ »	5 »	10357	$6\frac{1}{4}$ »	8286	$7\frac{1}{2}$ »	6105
14	4 »	$5\frac{1}{3}$ »	11782	$6\frac{2}{3}$ »	9426	8 »	7855

No.	Durchmesser des Zapfens d	bis 64 Umdrehungen Länge $l=\frac{4}{3}d$	Belastung in Pfunden P	No.	Durchmesser des Zapfens	bis 64 Umdrehungen Länge $l=\frac{4}{3}d$	Belastung in Pfunden P.
15	$4\frac{1}{2}$ Zoll	6 Zoll	14914	20	8 Zoll	$10\frac{2}{3}$ Zoll	47136
16	5 »	$6\frac{2}{3}$ »	18413	21	9 »	12 »	59657
17	$5\frac{1}{2}$ »	$7\frac{1}{3}$ »	22279	22	10 »	$13\frac{1}{3}$ »	73650
18	6 »	8 »	26514	23	11 »	$14\frac{2}{3}$ »	89116
19	7 »	$9\frac{1}{3}$ »	36089	24	12 »	16 »	106056

XVI. Tabelle

über die Durchmesser gufseiserner Zapfen und über die Belastungen, welchen sie mit genügender Sicherheit gegen das Abbrechen widerstehen können.

No.	Durchmesser des Zapfens d	bis 64 Umdrehungen Länge $l=\frac{4}{3}d$	Belastung in Pfunden P	bis 125 Umdrehungen Länge $l=\frac{5}{3}d$	Belastung in Pfunden P	bis 216 Umdrehung. Länge $l=2d$	Belastung in Pfunden P
1	$\frac{3}{4}$ Zoll	1 Zoll	290	$1\frac{1}{4}$ Zoll	232	$1\frac{1}{2}$ Zoll	194
2	1 »	$1\frac{1}{3}$ »	515	$1\frac{2}{3}$ »	412	2 »	344
3	$1\frac{1}{4}$ »	$1\frac{2}{3}$ »	806	$2\frac{1}{12}$ »	645	$2\frac{1}{2}$ »	538
4	$1\frac{1}{2}$ »	2 »	1160	$2\frac{1}{2}$ »	928	3 »	773
5	$1\frac{3}{4}$ »	$2\frac{1}{3}$ »	1580	$2\frac{11}{12}$ »	1263	$3\frac{1}{2}$ »	1053
6	2 »	$2\frac{2}{3}$ »	2062	$3\frac{1}{3}$ »	1650	4 »	1375
7	$2\frac{1}{4}$ »	3 »	2608	$3\frac{3}{4}$ »	2087	$4\frac{1}{2}$ »	1739
8	$2\frac{1}{2}$ »	$3\frac{1}{3}$ »	3222	$4\frac{1}{6}$ »	2577	5 »	2148
9	$2\frac{3}{4}$ »	$3\frac{2}{3}$ »	3900	$4\frac{7}{12}$ »	3112	$5\frac{1}{2}$ »	2593
10	3 »	4 »	4640	5 »	3712	6 »	3093
11	$3\frac{1}{4}$ »	$4\frac{1}{3}$ »	5515	$5\frac{5}{12}$ »	4412	$6\frac{1}{2}$ »	3677
12	$3\frac{1}{2}$ »	$4\frac{2}{3}$ »	6315	$5\frac{5}{6}$ »	5053	7 »	4211
13	$3\frac{3}{4}$ »	5 »	7250	$6\frac{1}{4}$ »	5800	$7\frac{1}{2}$ »	4834
14	4 »	$5\frac{1}{3}$ »	8247	$6\frac{2}{3}$ »	6598	8 »	5499

No.	Durchmesser des Zapfens d	bis 64 Umdrehungen Länge $l=\frac{4}{3}d$	Belastung in Pfunden P	No.	Durchmesser des Zapfens	bis 64 Umdrehungen Länge $l=\frac{4}{3}d$	Belastung in Pfunden P
15	$4\frac{1}{2}$ Zoll	6 Zoll	10440	20	8 Zoll	$10\frac{2}{3}$ Zoll	32990
16	5 »	$6\frac{2}{3}$ »	12889	21	9 »	12 »	41760
17	$5\frac{1}{2}$ »	$7\frac{1}{3}$ »	15595	22	10 »	$13\frac{1}{3}$ »	51555
18	6 »	8 »	18560	23	11 »	$14\frac{2}{3}$ »	62381
19	7 »	$9\frac{1}{3}$ »	25262	24	12 »	16 »	74239

2) Widerstand gegen Torsion.

Wenn ein Halszapfen die Uebertragung der Bewegung zu vermitteln hat, so mufs er auf Torsion (S. 194. No. 6) berechnet werden. Der Zapfen hat in diesem Falle zwar jedesmal auch einen Widerstand gegen Abbrechen zu leisten, in sofern er zur Unterstützung der Welle dient, allein die Berechnung auf Torsion liefert in den meisten Fällen so bedeutend gröfsere Dimensionen, als die Berechnung auf Bruch, dafs man in der Regel annehmen kann, dafs ein Zapfen, welcher der Torsion gehörig Widerstand leistet, auch die nöthige Sicherheit gegen das Abbrechen gewähre. Es genügt also gewöhnlich für diesen Fall die Berechnung auf Torsion. Sollte man bei ausserordentlichen Belastungen im Zweifel sein, so hat man den Halszapfen sowohl auf Torsion als auf Bruch zu berechnen, und demselben diejenige Dimension zu geben, welche die gröfsere ist.

Die Formeln zur Berechnung der Zapfen auf Torsion sind unmittelbar aus § 98 (S. 238) zu entnehmen. Zuweilen ist es bequemer, anstatt des auf Torsion wirkenden Moments PR, die Anzahl der zu übertragenden Pferdekräfte (N), und die Anzahl der Umdrehung pro Minuten, einzuführen. Nach einer später zu entwickelnden Formel hat man:

$$\boldsymbol{PR = 4868\,\frac{N}{n}},$$

wenn P den Druck in Pfunden, R den Hebelsarm in Fufsen bezeichnet, folglich:

$$\sqrt[3]{PR} = 17\sqrt[3]{\frac{N}{n}},$$

oder, wenn P in Kilogr., R in Mètres genommen wird:

$$PR = 716\,\frac{N}{n},$$

$$\sqrt[3]{PR} = 9\sqrt[3]{\frac{N}{n}}.$$

Hiernach ergiebt sich mit Bezug auf § 98:

für **schmiedeeiserne** Zapfen

bei 4facher,	6facher,	8facher Sicherheit:
$\boldsymbol{d = 0{,}29\sqrt[3]{(PR)}}$;	$\boldsymbol{d = 0{,}33\sqrt[3]{(PR)}}$,	$\boldsymbol{d = 0{,}36\sqrt[3]{(PR)}}$,
$\boldsymbol{= 4{,}4\sqrt[3]{\frac{N}{n}}}$;	$\boldsymbol{= 5{,}67\sqrt[3]{\frac{N}{n}}}$,	$\boldsymbol{= 6{,}12\sqrt[3]{\frac{N}{n}}}$,
$\boldsymbol{PR = 41d^3}$;	$\boldsymbol{PR = 27d^3}$,	$\boldsymbol{PR = 21d^3}$,
$\boldsymbol{\frac{N}{n} = 0{,}0084d^3}$;	$\boldsymbol{\frac{N}{n} = 0{,}0055d^3}$,	$\boldsymbol{\frac{N}{n} = 0{,}0043d^3}$;

für **gufseiserne** Zapfen:

bei 4facher, 6facher, 8facher Sicherheit:

$$\boldsymbol{d=0{,}33\sqrt[3]{(PR)},\quad d=0{,}37\sqrt[3]{(PR)},\quad d=0{,}41\sqrt[3]{(PR)},}$$

$$\boldsymbol{=5{,}67\sqrt[3]{\frac{N}{n}},\quad d=6{,}69\sqrt[3]{\frac{N}{n}},\quad d=6{,}97\sqrt[3]{\frac{N}{n}},}$$

$$\boldsymbol{PR=29\,d^3,\quad PR=19\,d^3,\quad PR=14\,d^3,}$$

$$\boldsymbol{\frac{N}{n}=0{,}0059\,d^3,\quad \frac{N}{n}=0{,}0039\,d^3,\quad \frac{N}{n}=0{,}0029\,d^3.}$$

In diesen Formeln bezeichnet d den Durchmesser des Zapfens in Zollen, P den Druck in Pfunden, R den Hebelsarm des Drucks in Fufsen, N die Anzahl der zu übertragenden Pferdekräfte, n die Anzahl der Umdrehungen in einer Minute. Nimmt man d in Centimètres, P in Kilogrammes, R in Mètres, so hat man:

für schmiedeeiserne Zapfen*)

bei 4facher, 6facher, 8facher Sicherheit:

$$d=1{,}45\sqrt[3]{(PR)},\quad d=1{,}66\sqrt[3]{(PR)},\quad d=1{,}83\sqrt[3]{(PR)},$$

$$=13\sqrt[3]{\frac{N}{n}},\quad d=15\sqrt[3]{\frac{N}{n}},\quad d=16\sqrt[3]{\frac{N}{n}}\;{**}),$$

$$PR=0{,}33\,d^3,\quad PR=0{,}22\,d^3,\quad PR=0{,}16\,d^3,$$

$$\frac{N}{n}=0{,}00046\,d^3,\quad \frac{N}{n}=0{,}00031\,d^3,\quad \frac{L}{n}=0{,}00022\,d^3,$$

oder

für gufseiserne Zapfen

bei 4facher, 6facher, 8facher Sichetheit:

$$d=1{,}63\sqrt[3]{(PR)},\quad d=1{,}87\sqrt[3]{(PR)},\quad d=2{,}06\sqrt[3]{(PR)},$$

$$=14{,}7\sqrt[3]{\frac{N}{n}},\quad =16{,}8\sqrt[3]{\frac{N}{n}},\quad =18{,}5\sqrt[3]{\frac{N}{n}},$$

$$PR=0{,}23\,d^3,\quad PR=0{,}153\,d^3,\quad PR=0{,}115\,d^3,$$

$$\frac{N}{n}=0{,}00032\,d^3,\quad \frac{N}{n}=0{,}00022\,d^3,\quad \frac{N}{n}=0{,}00016\,d^3.$$

Nach den Formeln für preufsisches Maafs und Gewicht sind folgende Tabellen berechnet worden:

---

*) Vergl. die Anmerkung auf S. 238 und 239.

**) Diese Formel stimmt mit der von Redtenbacher in seinen Resultaten für den Maschinenbau No. 66 gegebenen überein. Redtenbacher wendet dieselbe Formel auch für Gufseisen an.

XVII. Tabelle

über die Durchmesser schmiedeeiserner Zapfen und über die Widerstände, welche sie mit Sicherheit gegen Torsion aushalten können.

No.	Durchmesser des Zapfens	4fache Sicherheit		6fache Sicherheit		8fache Sicherheit	
		PR	$\frac{N}{n}$	PR	$\frac{N}{n}$	PR	$\frac{N}{n}$
1	$\frac{3}{4}$ Zoll	17	0,0035	12	0,0023	9	0,0018
2	1 »	41	0,0084	27	0,0055	21	0,0042
3	$1\frac{1}{4}$ »	80	0,0164	53	0,0107	41	0,0082
4	$1\frac{1}{2}$ »	138	0,0283	91	0,0186	71	0,0142
5	$1\frac{3}{4}$ »	220	0,0450	145	0,0295	110	0,0225
6	2 »	328	0,0672	216	0,0440	168	0,0336
7	$2\frac{1}{4}$ »	467	0,0957	308	0,0627	234	0,0479
8	$2\frac{1}{2}$ »	641	0,1313	422	0,0859	328	0,0656
9	$2\frac{3}{4}$ »	853	0,1747	562	0,1144	427	0,0873
10	3 »	1107	0,2268	729	0,1485	567	0,1134
11	$3\frac{1}{4}$ »	1408	0,2883	927	0,1888	704	0,1442
12	$3\frac{1}{2}$ »	1758	0,3602	1158	0,2358	879	0,1801
13	$3\frac{3}{4}$ »	2162	0,4429	1424	0,2900	1081	0,2215
14	4 »	2624	0,5376	1728	9,3520	1344	0,2688
15	$4\frac{1}{2}$ »	3736	0,7655	2460	0,5012	1868	0,3827
16	5 »	5125	1,0500	3375	0,6875	2625	0,5250
17	$5\frac{1}{2}$ »	6821	1,3975	4492	0,9151	3410	0,6987
18	6 »	8856	1,8144	5832	1,1880	6536	0,9072
19	7 »	14063	2,8812	9261	1,8865	7032	1,4406
20	8 »	20992	4,3008	13824	2,8160	10752	2,1504
21	9 »	29889	6,1236	19683	4,0095	14944	3,0618
22	10 »	41000	8,4000	27000	5,5000	21000	4,2000
23	11 »	54571	11,1804	35937	7,3205	27286	5,5902
24	12 »	71048	14,5152	46656	9,5040	36288	7,2576

XVIII. Tabelle

über die Durchmesser gufseiserner Zapfen, und über die Widerstände, welche sie mit genügender Sicherheit gegen Torsion aushalten können.

No.	Durchmesser des Zapfens	4fache Sicherheit		6fache Sicherheit		8fache Sicherheit	
		PR	$\frac{N}{n}$	PR	$\frac{N}{n}$	PR	$\frac{N}{n}$
1	$\frac{3}{4}$ Zoll	12	0,0024	8	0,0016	6	0,0013
2	1 »	29	0,0059	19	0,0039	15	0,0029
3	$1\frac{1}{4}$ »	56	0,0115	37	0,0075	29	0,0057
4	$1\frac{1}{2}$ »	97	0,0198	64	0,0130	50	0,0099
5	$1\frac{3}{4}$ »	154	0,0315	102	0,0207	77	0,0158

No.	Durchmesser des Zapfens	4fache Sicherheit PR	4fache Sicherheit $\frac{N}{n}$	6fache Sicherheit PR	6fache Sicherheit $\frac{N}{n}$	8fache Sicherheit PR	8fache Sicherheit $\frac{N}{n}$
6	2 Zoll	230	0,0470	151	0,0308	118	0,0235
7	$2\frac{1}{4}$ »	327	0,0670	216	0,0439	164	0,0335
8	$2\frac{1}{2}$ »	449	0,0919	295	0,0601	230	0,0459
9	$2\frac{3}{4}$ »	597	0,1223	393	0,0801	299	0,0611
10	3 »	775	0,1588	510	0,1040	397	0,0794
11	$3\frac{1}{4}$ »	986	0,2018	649	0,1322	493	0,1009
12	$3\frac{1}{2}$ »	1231	0,2521	811	0,1651	615	0,1261
13	$3\frac{3}{4}$ »	1513	0,3100	997	0,2030	757	0,1551
14	4 »	1837	0,3763	1210	0,2464	941	0,1882
15	$4\frac{1}{2}$ »	2615	0,5359	1722	0,3508	1308	0,2679
16	5 »	3588	0,7350	2363	0,4813	1838	0,3675
17	$5\frac{1}{2}$ »	4775	0,9783	3144	0,6406	2387	0,4891
18	6 »	6199	1,2701	4082	0,8316	3175	0,6350
19	7 »	9844	2,0168	6483	1,2206	4922	1,0084
20	8 »	14694	2,9106	9677	1,9712	7526	1,5053
21	9 »	20922	4,2865	13778	2,8067	10461	2,1433
22	10 »	28700	5,8800	14800	3,9000	14700	2,9400
23	11 »	38200	7,8263	25156	5,1244	19100	3,9131
24	12 »	49734	11,1606	32659	6,6528	25402	5,0800

Es sei z. B. der Zapfen einer Kurbelwelle von Schmiedeeisen, an welcher ein Arbeiter mit einem Druck von 30 Pfund wirkt, zu bestimmen. Die Kurbel ist 16 Zoll lang:

Man hat $PR = 30 . \frac{16}{12} = 40$.

Nimmt man vierfache Sicherheit, so ergiebt die Tabelle XVII den Zapfen von 1 Zoll Durchmesser. Hat man eine Schwungradwelle für eine Dampfmaschine, welche 40 Pferdekraft überträgt und 25 Umdrehungen pro Minute macht, so ist $\frac{N}{n} = \frac{40}{25} = 1{,}6$.

Bei achtfacher Sicherheit findet man für einen gufseisernen Zapfen nach Tabelle XVIII den Durchmesser 8 Zoll.

3) Widerstand gegen Zerdrücken.

Die untern Zapfen stehender Wellen werden durch die Belastung, welche sie zu tragen haben, auf Zerdrücken in Anspruch genommen. Berechnet man diese Zapfen nach den Formeln, welche für den Widerstand gegen Zerdrücken gelten, so bekommt man in der Regel so kleine Dimensionen, dafs man aus andern Rücksichten veranlafst ist, dieselben gröfser anzunehmen. Obwohl nämlich der Gesammtwerth der Reibung von der Gröfse der reibenden Fläche unabhängig ist, und das Reibungsmoment, welches immer als

Verlust anzusehen ist, mit dem Durchmesser der reibenden Fläche wächst (vgl. S. 88), so ist doch die Reibung, welche jeder einzelne Punkt der reibenden Fläche erleidet, um so kleiner, je gröfser die reibende Fläche ist, weil sich dann der Gesammtwerth der Reibung auf desto mehr Punkte vertheilt. Die Abnutzung und Erhitzung des Zapfens ist aber, wie schon S. 263 nachgewiesen, von der Reibung abhängig, welche jeder einzelne Punkt des Zapfens erleidet, und die Erfahrung hat für verschiedene Materialien Werthe für die zulässige Belastung gegeben, welche man nicht überschreiten darf, ohne zu befürchten, dafs der Zapfen sich sehr stark erhitzt und abnutzt, wenn auch die Festigkeit gegen das Zerdrücken durch die Belastung noch lange nicht bis zur Hälfte der Elastizitätsgrenze in Anspruch genommen wird. Nach Angaben von Tredgold*) darf man, wenn eine von den beiden Berührungsflächen aus Bronze ist, nur eine Belastung von 1500 Pfund auf den Quadratzoll zulassen. Für Stahl giebt Tredgold als zulässige Belastung 7000 Pfund pro □Zoll. Unter diesen Voraussetzungen, und wenn d den Durchmesser der reibenden Stirnfläche eines **Spurzapfens**, P den Gesammtdruck auf die reibende Fläche in Pfunden bezeichnet, hat man:

für Bronze $P = 1178 d^2$, $d = 0{,}029 \sqrt{P}$,
„ Stahl $P = 5500 d^2$, $d = 0{,}014 \sqrt{P}$.

(Nimmt man d in *Centimètres*, P in *Kilogrammes*, so hat man:

für Bronze $P = 80 d^2$, $d = 0{,}111 \sqrt{P}$,
„ Stahl $P = 376 d^2$. $d = 0{,}052 \sqrt{P}$).

Diese Bestimmungen sind unabhängig von der Geschwindigkeit des Zapfens. Es ist aber aus den auf S. 264 angeführten Gründen rathsam, bei gröfseren Geschwindigkeiten dem Zapfendurchmesser noch etwas zuzulegen. Wir empfehlen daher zur Bestimmung des Durchmessers eines Spurzapfens folgende Regel:

Der Durchmesser der Stirnfläche eines Spurzapfens betrage, wenn eine der reibenden Flächen aus Bronze oder einer ähnlichen Metalllegirung besteht $\frac{3}{4}$, wenn beide aus Stahl sind $\frac{1}{2}$ von dem Durchmesser, welchen ein schmiedeeiserner Zapfen bekommen würde, der durch dieselbe Belastung auf Bruch in Anspruch genommen wird (S. 265).

*) Vergl. Salzenberg Vorträge über Maschinenbau S. 12.

Hiernach hat man für preuſs. Maaſs und Gewicht:

	bis 64 Umdrehungen,	bis 125 Umdr.,	bis 216 Umdr,
f. Bronze	$d=0{,}028\sqrt{P}$,	$d=0{,}031\sqrt{P}$,	$d=0{,}034\sqrt{P}$,
etc.	$P=1276\,d^2$,	$P=1041\,d^2$,	$P=866\,d^2$,
f. Stahl	$d=0{,}018\sqrt{P}$,	$d=0{,}020\sqrt{P}$,	$d=0{,}022\sqrt{P}$,
	$P=3086\,d^2$,	$P=2500\,d^2$,	$P=2066\,d^2$.

Nimmt man dagegen d in Centimètres, P in Kilogrammes, so hat man:

	bis 64 Umdrehungen,	bis 125 Umdr.,	bis 216 Umdr.
für Bronze etc.	$d=0{,}105\sqrt{P}$,	$d=0{,}118\sqrt{P}$,	$d=0{,}129\sqrt{P}$,
	$P=90\,d^2$,	$P=71\,d^2$,	$P=60\,d^2$,
„ Stahl . .	$d=0{,}070\sqrt{P}$,	$d=0{,}079\sqrt{P}$,	$d=0{,}086\sqrt{P}$,
	$P=204\,d^2$,	$P=1601\,d^2$,	$P=1351\,d^2$,

Eine stehende Welle (Mühleisen) sei durch einen Mühlstein, 4000 Pfund schwer, belastet; das Gewicht der Welle und des Rades betrage auſserdem 500 Pfund; die Welle macht 120 Umdrehungen, und die Spurplatte ist von Stahl, wie groſs ist der Durchmesser des Spurzapfens? Die Formel giebt $d=0{,}020\sqrt{4500}.=1{,}34$ Zoll, wofür man $1\frac{1}{4}$ oder $1\frac{1}{2}$ Zoll nehmen kann. Mit Benutzung der Tabelle XV und der obigen Regel findet man für eine Belastung von 4500 Pfund bei 120 Umdrehungen den Durchmesser des schmiedeeisernen Zapfens $2\frac{3}{4}$ Zoll, also den Spurzapfen von Stahl halb so groſs, das ist $1\frac{3}{8}$ Zoll. Da die Dimension $1\frac{3}{8}$ Zoll nicht in der Reihe der zulässigen Zapfendurchmesser enthalten ist, so nimmt man entweder $1\frac{1}{4}$ oder $1\frac{1}{2}$ Zoll.

Konstruktion und Befestigung der Zapfen für eiserne Wellen.

§ 106. Die Zapfen massiver Wellen von Eisen, welche mit denselben aus einem Stück bestehen, haben entweder denselben oder einen etwas geringern Durchmesser als die Wellen. Selbst wenn die berechnete Zapfenstärke bedeutend geringer ist als die Wellenstärke, pflegt man doch den Zapfendurchmesser für massive Wellen nur um $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{4}$ kleiner zu nehmen als den Wellen-Durchmesser. Giebt man dem Zapfen denselben Durchmesser wie der Welle, so pflegt man den Zapfen durch einen sogenannten Bund (fr. *arrasement* — engl. *shoulder*) von der Welle abzuschlieſsen (Taf. 13. Fig. 1); die Breite dieses Bundes kann etwa $\frac{1}{6}d$, der Taf. 13. Fig. 1.
Durchmesser etwa $\frac{4}{3}d$ betragen. Der Bund verhindert das Verschieben der Welle in der Richtung ihrer Axe. Ist die Welle im Querschnitt quadratisch, oder überhaupt polygonal, so genügt es,

wenn man den Zapfen gleich dem Durchmesser des eingeschriebenen Kreises macht (Taf. 13. Fig. 2); die vorspringenden Ecken des Polygons machen den Bund entbehrlich. Wenn dagegen die Welle gegen Verschieben nach beiden Richtungen hin gesichert werden soll, so giebt man dem Zapfen an beiden Enden einen Bund (Taf. 13. Fig. 3). Von dieser Konstruktion sind gewöhnlich die Zapfen der Radaxen für Eisenbahnwagen. Wegen der grofsen Zahl von Umdrehungen, welche diese Axen machen, giebt man dem Zapfen den 2- bis 3fachen Durchmesser zur Länge (vergl. S. 264). Als Beispiel ist auf Taf. 13. Fig. 4 ein Axschenkel den Eisenbahnwagen auf der Friedr.-Wilhelms-Nordbahn in $\frac{1}{8}$ natürlicher Gröfse gezeichnet. Man sieht in der Figur zugleich die Nabe des Rades, welche anf die Axe aufgetrieben und darauf befestigt ist.

Taf. 13. Fig. 2. — Taf. 13. Fig. 3. — Taf. 13. Fig. 4.

Taf. 13. Fig. 5. Taf. 13. Fig. 5 zeigt die Konstruktion der Zapfen und Axschenkel auf der Kgl. preufs. Ostbahn, wie solche unter andern in der Fabrik von F. Wöhlert in Berlin ausgeführt worden sind.

Die Spurzapfen stehender Wellen von Eisen werden zwar häufig ebenfalls mit den Wellen aus einem Stück konstruirt, doch pflegt man selten dazu ohne Weiteres weiches Schmiedeeisen zu verwenden. Entweder wird nämlich das Schmiedeeisen, soweit es den Zapfen bildet, durch Einsetzen gehärtet (fr. *trempé à paquet* — engl. *case-trempened*), (indem man es in einer Umhüllung von Eisenblech mit Pulver von thierischer Kohle glüht, dadurch an der Oberfläche in Stahl verwandelt, und dann plötzlich abkühlt*), oder man bildet den Zapfen durch Vorstählen der Welle (Verstählen fr. *armer, aciérer, acérer* — engl. *steeling*), indem man ein Stück Stahl an das Ende der Welle**) anschweifst, daraus den Zapfen formt und denselben härtet. Taf. 13. Fig. 6 und 7 stellen verschiedene Formen für den Spurzapfen, welche mit den stehenden Wellen aus einem Stücke gebildet sind, dar.

Taf. 13. Fig. 6 und 7.

Sehr zu empfehlen ist es, den Spurzapfen aus Gufsstahl zu machen. Da aber der Gufsstahl mit Schmiedeeisen schwer schweifsbar ist, so pflegt man einen solchen Zapfen als besonderen Theil darzustellen, und ihn in dem untern Ende der Welle zu befestigen. Taf. 13. Fig. 8, 9, 10, 11 zeigen dergleichen Stahlspitzen. Man berechnet den untern Durchmesser des Spurzapfens d nach den auf S. 273 gegebenen Formeln, und macht den eigentlichen Zapfen, der

Taf. 13. Fig. 8 bis 11.

---

*) Vergl. »Karmarsch Handbuch der mechan. Technologie«, II. Aufl. I. Theil. S. 29.

**) Vergl. ebendaselbst S. 190.

entweder glashart oder bis zur strohgelben Farbe gehärtet wird, etwas konisch. Die Befestigung in dem Wellenende geschieht ganz einfach dadurch, dafs man den Zapfen mit einem Stiel versieht (welcher entweder konisch (Fig. 8, 9 und 10) oder pyramidal (Fig. 11) ist), in die Welle eine entsprechende Höhlung einarbeitet, und den Stiel des Zapfens in diese Höhlung hineintreibt. Die Höhlung mufs etwas tiefer sein, als der Stiel lang ist, damit dieser in keinem Falle auf den Boden der Höhlung aufsetze. Das Gewicht der Welle drückt den Zapfen dann immer fester in die Höhlung hinein. Dafs der Stiel sich in der Höhlung drehe, ist selbst bei der konischen Form nicht zu befürchten, da die Reibung in der Höhlung immer gröfser sein wird, als in der Spur. Es ist daher nicht nöthig durch besondere Einrichtung diese Drehung aufzuheben. Um jedoch durch das keilförmige Eindringen des Zapfens in die Welle, diese nicht der Gefahr des Aufspaltens auszusetzen, bindet man zuweilen das Ende der Welle mit einem warm aufgetriebenen schmiedeeisernen Ringe (Fig. 8). Um den Zapfen wieder aus der Welle herauszuziehen, genügt es, die Welle aufzuheben, und durch einige Schläge seitwärts auf den Zapfen den Stiel in der Höhlung loszudröhnen. Dies ist nicht mehr möglich, wenn der Zapfen kurz von der Welle abgebrochen ist. Damit man auch in diesem Falle den Zapfenstiel herausbekommen könne, ist es rathsam, gleich von vorne herein quer durch die Welle in der Nähe des Endes des Zapfenstiels eine Höhlung zu arbeiten, in welche die äufserste Spitze des Stiels ein wenig hineinreicht. Treibt man durch diese Höhlung einen Dorn, so wird der Zapfenstiel hinausgedrückt. Die punktirten Linien in Fig. 8 deuten diese Konstruktion an.

Die Zapfen hohler Wellen von Gufseisen kann man ebenfalls mit denselben aus einem Stück giefsen (Taf. 13. Fig. 12 und 13), indem man den Zapfen auch hohl macht, oder die Höhlung der Welle vor dem Zapfen aufhören läfst. Haben jedoch die hohlen Wellen einen beträchtlichen Durchmesser, so zieht man es vor, den Zapfen besonders einzusetzen. Taf. 13. Fig. 12 und 13.

Taf. 13. Fig. 14 zeigt eine hohle gufseiserne Welle, in welcher ein schmiedeeiserner Zapfen in ähnlicher Weise wie die Stahlspitzen in den stehenden Wellen befestigt ist. Der konische Stiel des Zapfens ist in eine passend gebohrte Höhlung der Welle eingetrieben. Damit sich der Stiel in der Höhlung nicht drehe, ist ein Bund von quadratischem Querschnitt angeordnet, der sich in eine entsprechende, in dem Wellenende angeordnete Höhlung einsetzt. Um das feste Anziehen des Stieles zu ermöglichen, darf der Bund sich nicht auf Taf. 13. Fig. 14.

den Boden der Höhlung aufsetzen; endlich ist noch das Wellenende, um das Aufspalten zu verhüten, mit einem warm aufgetriebenen, schmiedeeisernen Ringe gebunden.

Die Befestigung des Zapfens in der Welle kann durch Keile, Schrauben etc. geschehen, indem man die bei den Hülsen gegebenen Konstruktionen nachahmt.

Taf. 13. Fig. 15. Taf. 13. Fig. 15 zeigt die Befestigung eines schmiedeeisernen Zapfens in einer hohlen Welle von Gufseisen, welche aus mehren einzelnen Theilen zusammengesetzt ist*). Die Welle ist aus drei cylindrischen und zwei konischen Endstücken zusammengesetzt, und dient zum Betriebe einer Wasserhebe-Maschine in Augsburg; sie macht $10\frac{1}{2}$ Umdrehungen in der Minute, überträgt die Kraft eines darauf befestigten eisernen unterschlächtigen Wasserrades (von 14 Fufs Durchmesser, $6\frac{1}{2}$ Fufs Breite mit 24 hölzernen Schaufeln) an einen Krummzapfen, und hat ein Arbeitsmoment von ungefähr 14 Pferdekräften.

Wenn ein gufseiserner Zapfen an einer hohlen, gufseisernen Welle befestigt werden soll, so kann man die Konstruktion Taf. 13. Fig. 16. wählen, welche auf Taf. 13 in Fig. 16 gezeichnet ist. Der Stiel des Zapfens wird durch drei Flügel gebildet, deren Enden in der Peripherie eines Kreises liegen; die hohle Welle hat am äufsern Ende nach Innen drei Vorsprünge, welche den Flügeln entsprechen, und in der Peripherie eines eben so grofsen Kreises liegen; die Flügel und die Vorsprünge werden passend abgedreht, mit Nuthen versehen, zusammengeschoben, und durch Keile, welche die Nuthen ausfüllen, am Drehen gehindert; das Ende der Welle wird mit einem schmiedeeisernen Ringe gebunden.

Endlich kann man für hohle gufseiserne Wellen den gufseisernen Zapfen mit einer Scheibe versehen und an das Wellenende anschrauben. Man wendet dann die in den Fig. 25 und 26 auf Taf. 13 für hölzerne Wellen gezeichneten Konstruktionen (S. 279) an, indem man für die gufseiserne Hülse auf der Holzwelle die hohle gufseiserne Welle substituirt.

Konstruktion und Befestigung der Zapfen für hölzerne Wellen.

§ 107. Die Befestigung eiserner Zapfen in hölzernen Wellen bietet etwas mehr Schwierigkeit dar, als bei eisernen Wellen, da hier die Befestigung immer im Hirnholz der Welle Statt finden mufs, und da hölzerne Wellen dem Aufspalten viel mehr aus-

*) W. Salzenberg Vorträge über Maschinenbau S. 13.

gesetzt sind, als eiserne. Um das Aufspalten der Wellen zu verhüten, und um die Holzfasern fest an den in der Welle steckenden Theil des Zapfens anzuschliefsen, bindet man das Ende der Welle nach dem Einsetzen des Zapfens mit schmiedeeisernen Ringen, welche warm aufgetrieben werden, damit sie durch das Zusammenziehen beim Erkalten die Holzfasern fest umschliefsen. Gewöhnlich werden drei, bei kleineren Wellen auch nur zwei, bei sehr grofsen auch wohl vier Ringe aufgetrieben. Der dem Wellenende zunächst sitzende Ring heifst der Stirnring, er ist etwa $\frac{1}{4}$ Zoll stärker und $\frac{1}{2}$ Zoll breiter als die übrigen Ringe, und liegt etwa $\frac{1}{2}$ bis 1 Zoll vom Wellenende entfernt. Die übrigen Ringe bekommen $\frac{1}{4}$ bis $\frac{3}{4}$ Zoll Stärke, und $1\frac{1}{2}$ bis 3 Zoll Breite; im Allgemeinen läfst sich die Stärke dieser Ringe gleich ($\frac{1}{4}$ Zoll $+ \frac{1}{24}d$) annehmen, d. h. man macht die Ringe wenigstens $\frac{1}{4}$ Zoll stark, und fügt für jeden Zoll des Zapfen-Durchmessers noch eine halbe Linie der Stärke hinzu. Die Breite macht man gleich der drei bis sechsfachen Stärke. Um die Ringe fest auftreiben zu können, wird das Wellenende konisch zugespitzt. Man nennt diesen Theil den Hals der Welle (Taf. 13. Fig. 17) und giebt demselben folgende Verhältnisse: Taf. 13. Fig. 17.

Durchmesser der hölzernen Welle . . . . . . $= D$,
gröfster Durchmesser des Halses . . . . . . $\frac{11}{12}$ bis $\frac{17}{18}D$,
kleinster „ „ „ . . . . . . $\frac{5}{6}$ „ $\frac{8}{9}D$,
Länge des Halses . . . . $= D$,
Verjüngung des Halses auf jeder Seite . $= \frac{1}{24}D$ bis $\frac{1}{36}D$,
Durchmesser der Walze des Zapfens . . . . $d = \frac{1}{6}D$ *).

Die üblichsten Konstruktionen zur Befestigung des Zapfens in den hölzernen Wellen sind folgende:

Der Spitzzapfen (Taf. 13. Fig. 18). Der Stiel des Zapfens bildet eine abgestumpfte, vierkantige Pyramide, deren Länge gleich dem 6 bis 8fachen Zapfen-Durchmesser ist, und deren Kanten nach Art der Widerhaken aufgehauen sind. Mittelst eines Nabenbohrers wird eine Höhlung in das Ende der Welle gebohrt, der Stiel des Zapfens hineingeschlagen, und der Hals durch Ringe fest anschliessend gebunden. Diese Konstruktion ist nur für ganz leichte Wellen anwendbar; ebenso die vier folgenden: Taf. 13. Fig. 18.

Der einfache Hakenzapfen (Taf. 13. Fig. 19). Der Stiel ist ähnlich wie bei dem Spitzzapfen geformt, nur ohne Widerhaken, und am Ende mit einem rechtwinklig umgebogenen Haken Taf. 13. Fig. 19 und 20.

*) Vorausgesetzt, dafs die Rechnung nicht gröfsere Dimensionen liefert.

versehen. Man arbeitet eine Vertiefung in die Welle, in welche man den Zapfen von oben her einlegt, nachdem für den Haken ein Loch durchgestämmt ist. Diese Vertiefung wird mittelst eines eingelegten Spundes von Holz ausgefüllt, worauf man den Hals mit eisernen Ringen bindet. Der doppelte Hakenzapfen (Taf. 13. Fig. 20) ist in seiner Konstruktion und in der Art des Einlegens in die Welle dem einfachen ähnlich.

Taf. 13. Fig. 21. Der künstliche Hakenzapfen (Taf. 13. Fig. 21). Anstatt den Haken des doppelten Hakenzapfens mit dem Zapfenstiel aus einem Stück zu schmieden, versieht man auch wohl das Ende des Zapfenstieles mit einer Oese, und steckt, nachdem der Zapfen wie ein Spitzzapfen eingelegt ist, durch diese Oese und durch eine vorher durch den Hals gebohrte passende Oeffnung einen Bolzen, den man mittelst einer eingelassenen Schraubenmutter anzieht.

Taf. 13. Fig. 22. Der Schuhzapfen (Taf. 13. Fig. 22). Wenn man das Ende der Welle durch das Einbohren nicht schwächen will, oder wenn die Welle durch einen frühern Zapfen oder durch andere Einflüsse so beschaffen ist, dafs der Stiel in dem Holze nicht mehr fest genug haftet, so kann man die Brüstung des Zapfens mit drei, vier oder mehr Armen versehen, die an ihren Enden umgebogen sind, sich an den Hals der Welle genau anschliefsen, und mittelst Holzschrauben oder Nägel befestigt werden. Vereinigt man diese Arme zu einer zusammenhängenden Hülse, so entsteht:

Taf. 13. Fig. 23 und 24. Der Ringzapfen (Taf. 13. Fig. 23). Die Hülse (der Ring) bekommt eine Länge, die etwa $\frac{3}{4}$ vom Durchmesser der hölzernen Welle beträgt; die Wandstärke derselben kann etwas gröfser als die Stärke der schmiedeeisernen Ringe (S. 277) genommen werden, so dafs es passend ist, sie etwa gleich $\frac{3}{8}$ Zoll $+ \frac{1}{24} d$ zu nehmen. Die konische Höhlung der Hülse wird auf den konischen Hals der Welle scharf aufgetrieben, doch so, dafs der Boden derselben nicht auf die Stirn der Welle aufstöfst. Auch kann man die Hülse etwas weiter machen, als der Wellenhals stark ist, und sie durch hölzerne Keile, nach Art der Naben, aufkeilen. Damit die Hülse sich nicht auf der Welle drehe, befestigt man sie durch Holzschrauben. Bei grösseren Wellen-Durchmessern ist es nicht nöthig, den Boden der Hülse als volle Scheibe zu machen, man kann ihn durchbrechen, so dafs er die Form von Armen annimmt, welche den Ring mit dem Zapfen verbinden (Taf. 13. Fig. 24).

Zuweilen, namentlich bei sehr grofsen Wellen, oder, wenn der Zapfen einer besonders starken Abnutzung unterworfen ist, ist es zweckmäfsig, den Zapfen von der Hülse getrennt zu konstruiren, und ihn dann an der Hülse zu befestigen. Diese Anordnung nennt man einen Scheibenzapfen.

Taf. 13. Fig. 25 zeigt in $\frac{1}{32}$ natürlicher Gröfse einen Scheibenzapfen von $10\frac{2}{3}$ Zoll Durchmesser und 12 Zoll Länge. Die Hülse ist durch Aufkeilen auf dem Wellenende befestigt; sie hat einen vorspringenden Flansch, an welchem die Scheibe mit dem Zapfen durch acht Schraubenbolzen befestigt ist. Damit diese Schraubenbolzen weniger stark in Anspruch genommen werden, greift die Scheibe noch ein wenig in die Hülse ein, auch sind vier flache, schmiedeeiserne Dübel zwischen die Scheibe und den Flansch eingeschoben (vergl. S. 93). Auch bei dieser Anordnung kann man, wie in Fig. 24 angedeutet worden, die Scheibe durch Arme ersetzen. Taf. 13. Fig. 26 zeigt eine solche Anordnung. Der Zapfen hat vier Arme, der Rand der Hülse entsprechende Einsenkungen, in welche die Arme eingelegt und an denen sie mit Schrauben befestigt werden. Diese Konstruktion rührt von dem englischen Ingenieur Hughes her. Taf. 13. Fig. 25. Taf. 13. Fig. 26.

Der Blattzapfen, Bleuelzapfen. Eine sehr zweckmäfsige Art, den Zapfen in der Welle zu befestigen, besteht darin, dafs man den Stiel des Zapfens, welcher hier gewöhnlich konisch ist, mit zwei bis vier Flügeln (Blättern) versieht. Zweiflügelige Zapfen nennt man auch wohl Bleuel, sie sind oft aus Schmiedeeisen, und die Flügel etwa $\frac{1}{2}d$ stark. (Taf. 13. Fig. 27). Drei- und vierflügelige Zapfen werden, da sie schwierig zu schmieden sind, gewöhnlich aus Gufseisen dargestellt. (Taf. 13. Fig. 28, 29). Die vierflügeligen Zapfen aus Gufseisen sind am häufigsten im Gebrauch; man nennt sie Kreuzzapfen (Taf. 13. Fig. 29). Die Flügel erhalten eine Länge, welche gleich der Länge des Wellenhalses ist. Der Durchmesser der Flügel ist etwas kleiner, als der des Wellenhalses, damit dieselben nicht bis zur äufsern Peripherie herausragen, und dadurch die Ringe hindern, die Holzfasern zusammenzuziehen; der zwischen den Flügeln und den Ringen bleibende Zwischenraum wird mit einem Holzstäbchen ausgefüllt. Die Verhältnisse des Kreuzzapfens sind etwa folgende: Taf. 13. Fig. 27 bis 29.

Durchmesser der Walze	d,
Länge derselben	$\frac{4}{3}d$,
Durchmesser des Bundes	$\frac{4}{3}d$,
Stärke desselben . . . , ...	$\frac{1}{6}d$,
Länge der Flügel	$6d$ oder D,
Gröfster Durchmesser derselben	$5d$,
Kleinster „ „	$4\frac{1}{2}d$,
Stärke der Flügel	$\frac{1}{4}$ Zoll $+\frac{1}{8}d$.

Nachdem der Zapfen eingelegt, und die Ringe aufgetrieben sind, pflegt man zuweilen die Befestigung des Zapfens noch dadurch zu sichern, dafs man das Hirnholz der Welle durch Keile, die man längst der Flügel in einem Abstande von etwa 2 Zoll von denselben in das Wellenende eintreibt, aufspaltet und an die Flügel herandrängt. (Verkeilen des Zapfens.) In der Vorderansicht der Fig. 29 sind diese Keile angedeutet.

Wenn man eine stehende Welle von Holz hat, so kann man den Spurzapfen in ganz ähnlicher Weise befestigen, wie die Zapfen liegender Wellen. Man hat nur die Walze des Zapfens nach Art der Spurzapfen zu gestalten. Für schwerere Wellen wendet man einen gufseisernen Kreuzzapfen an, in welchen man eine Stahlspitze nach Art der Fig. 8 bis 11 einbohrt. Die Flügel des Kreuzzapfens können hier kürzer sein, doch mufs man dafür sorgen, dafs dieselben durch das Gewicht der Welle nicht tiefer hineingedrückt werden. Zu diesem Zwecke versieht man sie mit einer Scheibe, welche sich gegen das Hirnholz der Welle anlegt.

Taf. 13. Fig. 30. Taf. 13. Fig. 30 zeigt eine sehr zweckmäfsige Konstruktion eines Kreuzzapfens mit Stahlspitze für stehende Wellen. Die Platte, welche mit Ausschnitten versehen ist, um den Zapfen verkeilen zu können, ist mittelst vier Schraubenbolzen, deren Muttern seitwärts in die Welle eingestemmt sind, befestigt; die Flügel, welche als Rippen der Platte erscheinen, sind in die Welle eingelegt, und diese mit einem schmiedeeisernen Ringe gebunden.

Befestigung von Eisenbahnschienen. Konstruktion und Anordnung der Eisenbahnschienen.

§ 108. Die bei Eisenbahnen zur Anwendung kommenden Schienen (fr. *rails* — engl. *rails*) sind gegenwärtig ausschliefslich aus gewalztem Eisen fabrizirt. So verschieden auch ihre Form und ihre Dimensionen sein mögen, so lassen sie sich doch wesentlich auf folgende Hauptformen zurückführen:

1) Stuhlschienen,
2) Breitbasige Schienen (Vignolschienen),
3) Sattel- oder Brückenschienen,
4) Wege-Uebergangsschienen.

Die zuletzt genannte Art von Schienen (Taf. 14. Fig. 14) findet nur bei manchen Bahnen an den Stellen Anwendung, wo ein Fahrweg, eine Chaussée oder eine Strafse die Eisenbahn in gleichem Niveau schneidet.

Die Sattel- oder Brückenschienen (Taf. 14. Fig. 13) sind gegenwärtig bei gröſsern Bahnen wenig in Gebrauch, sie haben einen hufeisenförmigen Querschnitt, und werden entweder auf Langschwellen, oder auf Querschwellen von Holz befestigt; man findet diese Schienen nur noch auf einem Theil der Leipzig-Dresdner, der Niederschlesisch-Märkischen (Taf. 14. Fig. 13) und der Magdeburg-Köthen-Halle-Leipziger-Eisenbahn.

Die Stuhlschienen und die breitbasigen Schienen haben eine fast gleich ausgedehnte Anwendung. Beide Arten von Schienen bestehen aus einem Kopf, d. i. der obere, gewöhnlich gewölbte Theil, auf welchem die Räder der Eisenbahnwagen laufen, einem Fuſs, d. i. der untere Theil, welcher vorzugsweise zur Befestigung der Schienen dient, und einem Steg, d. i. der mittle Theil, welcher den Kopf mit dem Fuſs verbindet, und von gröſserer Höhe, aber geringerer Breite ist, als Kopf und Fuſs.

Bei den Stuhlschienen hat der Fuſs eine gewölbte, dem Kopf ähnliche Form (Taf. 14. Fig. 1 und 2); die Schienen dieser Form werden auf den Unterlagen gewöhnlich mittelst guſseiserner Schienenstühle (fr. *coussinets* — engl. *chairs*) befestigt, doch geschieht die Befestigung auch zuweilen in anderer Weise (z. B. Taf. 14. Fig. 12).

Das Profil der breitbasigen oder Vignolschienen unterscheidet sich von dem Profil der Stuhlschienen hauptsächlich in der Form des Fuſses. Der Fuſs ist hier durch eine breite Platte gebildet (Taf. 14. Fig. 2, 3, 4 etc.), und wird gewöhnlich durch Hakennägel, Schraubenbolzen oder Holzschrauben auf den Unterlagen befestigt, obwohl man auch bei den Vignolschienen zuweilen Stühle anwendet (z. B. Taf. 14. Fig. 9, 10, 11).

Welches von beiden Schienenprofilen den Vorzug verdiene, ist bis jetzt noch nicht mit Sicherheit entschieden. In der Versammlung deutscher Eisenbahntechniker, welche im Februar 1850 zu Berlin Statt fand, und an welcher Techniker von fast allen deutschen Eisenbahnen Theil nahmen, wurde ein Vorzug der Stuhlschienen vor den breitbasigen Schienen mit 20 gegen 13 Stimmen in Abrede gestellt, dagegen aber auch mit 17 gegen 16 Stimmen abgelehnt, den breitbasigen Schienen einen Vorzug vor den Stuhlschienen zuzuerkennen*). Bei Gelegenheit der Bestimmung der Schienenform für die Königl. Preuſs. Ostbahn erklärten sich von 14 Berichten, welche von den erfahrensten Eisenbahn-Techni-

*) Vergl. Verhandlungen der Versammlung deutscher Eisenbahn-Techniker in Berlin im Februar 1850 von L. Klein und E. Wiebe. Berlin 1850. S. 32.

kern und Eisenbahn-Kommissarien eingeholt worden waren, neun überwiegend für die breitbasigen Schienen, drei entschieden für die Stuhlschienen, und zwei liefsen nach Erörterung des Gegenstandes die Frage unentschieden. Für die Ostbahn hat man schliefslich breitbasige Schienen gewählt.

Um der Entscheidung jener Frage näher zu kommen, sind auf Veranlassung der Königl. preufs. Regierung unter Leitung des Bauinspektors Th. Weishaupt im Sommer 1851 Versuche angestellt worden, welche die Ermittelung des Widerstandes der Eisenbahnschienen gegen Durchbiegung und gegen Bruch zum Zweck hatten*). Das Resnltat dieser Versuche ist im Allgemeinen folgendes:

Die Schienen, welche an beiden Enden, bei einer Entfernung der Stützpunkte von 3 Fufs, frei auflagen, und in der Mitte belastet waren, zeigten ein viel gleichartigeres Verhalten gegen den Bruch als gegen die Durchbiegung, wenn das Material von guter Qualität war. Die erforderlichen Eigenschaften des zu den Schienen zu verwendenden Eisens sind namentlich Härte, Zähigkeit, vorzügliche Schweifsung und Homogenität, es mufs daher feinkörniges, reines, namentlich schwefel- und phosphorfreies Eisen, wenigstens zum Kopf der Schienen, verwendet werden. Der Elastizitäts-Modulus der Schienen ist um so gröfser, je gröfser die Oberfläche im Verhältnifs zum Volum ist; er variirt bei den untersuchten Schienen von 19146930 Pfund (bei der breitbasigen Berlin-Anhalter-Schiene, welche pro laufenden Fufs 22,15 Pfund wiegt) bis zu 21243420 Pfund (bei der 18,6pfündigen, breitbasigen Niederschlesisch-Märkischen Schiene). Die Durchbiegung der Schienen bei derselben Belastung ist nahezu gleich grofs, wenn die Schiene in gewöhnlicher Lage, oder wenn sie mit dem Kopf aufliegend belastet wird. Der Widerstand der Stuhlschienen gegen Biegung ist im allgemeinen gröfser, der Widerstand gegen Bruch kleiner, als bei den breitbasigen Schienen. Breitbasige Schienen haben bei gleicher Höhe mit Stuhlschienen eine gröfsere Widerstandsfähigkeit gegen Seitenbiegung. Die gröfste Belastung, welche die Schienen in einem Punkte auszuhalten haben, beträgt etwa 135 Centner (14850 Pfund), wenn man die Hälfte des Lokomotiv-Gewichtes (550 Ctr.) auf der Triebaxe lastend, und davon die Hälfte für jedes Triebrad annimmt.

Die Mittelwerthe aus den Weishauptschen Versuchen in Be-

---

*) Vergl. Untersuchungen über die Tragfähigkeit verschiedener Eisenbahnschienen von Th. Weishaupt. Berlin 1852.

zug auf Biegung und Bruch enthält folgende Tabelle. Die Schienen sind in ihrer gewöhnlichen Lage, bei drei Fuſs Entfernung der Stützpunkte von einander, frei aufliegend in der Mitte belastet.

XIX. Tabelle

über den Widerstand verschiedener Eisenbahnschienen gegen Biegen und Brechen.

Laufende Nummer	Benennung der Bahn	Form der Schiene	Dimensionen der Schiene: Höhe	Dimensionen der Schiene: Breite des Kopfes	Dimensionen der Schiene: Breite des Fuſses	Dimensionen der Schiene: Breite des Steges	Gewicht pro laufenden Fuſs.	Tragfähigkeit der Schiene innerhalb der Grenzen der vollkommenen Elastizität: mindestens	höchstens	im Mittel aller Versuche	Durchschnittsmaaſs d. Biegg. pro Centner.	Durchschnittsmaaſs d. Biegg. im Ganzen.	Tragfähigkeit bis zum Bruch: mindestens	höchstens	im Mittel aller Versuche	Reihenfolge der Schienen in Bezug ihrer Tragfähigkeit bis zum Bruch.
				Zoll	Zoll	Zoll	Pfd.	Ctr.	Ctr.	Ctr.	Zoll	Zoll	Ctr.	Ctr.	Ctr.	No.
1	Stargard-Posener	breitbasig	4,5	2,3	4	0,65	22,82	112	229	152	0,00037	0,056	526	553	538	4
2	Niederschles.-Märkische *)	desgl.	4,5	2,12	3,81	0,69	22	166	166	166	0,000373	0,062	607	607	607	1
3	Dieselbe	desgl.	4,5	2,13	3,68	0,63	22	157	175	166	0,000375	0,062	562	562	562	3
4	Ostbahn	desgl.	4,5	2,17	4	0,63	22	130	229	170	0,000384	0,065	535	616	577	2
5	Berlin-Potsdam-Magdeb. .	Stuhl-	4,5	2,35	2	0,75	20	130	166	150	0,000416	0,062	463	526	495	7
6	Thüringische	breitbasig	4,25	2,31	3,65	0,68	22	130	166	148	0,000417	0,062	517	526	522	5
7	Berlin-Hamburger	desgl.	4	2,26	3,8	0,8	22,15	103	121	112	0,000454	0,051	508	517	512	6
8	Westfälische	Stuhl-	4,5	2,3	1,5	0,75	19,5	112	157	130	0,000465	0,060	355	391	373	9
9	Berlin-Anhaltische	desgl.	4,41	2,26	1,87	0,71	19,3	94	103	97	0,000482	0,047	363	363	363	10
10	Dieselbe	desgl.	3,91	2,43	1,81	0,58	18	112	121	117	0,000561	0,066	382	382	382	8
11	Westfälische	desgl.	4	2,35	1,65	0,75	18	103	121	110	0,000569	0,063	319	319	319	11
12	Niederschlesisch-Märkische	breitbasig	3,25	2,4	3,75	0,55	18,6	72	90	81	0,000667	0,054	310	328	319	
13	Dieselbe	Brück-	2,33	1,95	4,45	2.0,6	15,4	44	58	51	0,00189	0,096	166	166	166	12
14	Magdeburg-Leipziger . . .	desgl.	2,15	2,0	4,65	2.0,5	14	26	39	31	0,00213	0,066	121	157	139	13

*) Probeschiene.

Ueber die Anordnung und die Lage der Schienen enthalten die von der oben erwähnten Versammlung deutscher Eisenbahn-Techniker vereinbarten: „Grundzüge für die Gestaltung der Eisenbahnen Deutschlands"*) in den §§ 9 bis 38 und 42 bis 46 folgende Bestimmungen, bei denen übrigens zu bemerken ist, dafs sämmtliche Maafse in englischem Maafssystem genommen sind:

Spurweite.

§ 9. Die Spurweite mufs im Lichten 4 Fufs $8\frac{1}{2}$ Zoll**) betragen. Es wird als dringendes Bedürfnifs anerkannt, dafs diejenigen deutschen Bahnen, welche dieses Maafs nicht haben, dasselbe sobald als möglich erhalten.

Freier Raum für die Bahn.

§ 10. Die Bahngeleise in der freien Bahn sollen von Mittel zu Mittel nicht weniger als 11 Fufs 4 Zoll von einander entfernt sein.

§ 11. Gegenstände, welche höher hinauf reichen, als die Sohle der Bahnwagen, sollen wenigstens 6 Fufs 7 Zoll vom Mittel des nächsten Bahngeleises entfernt sein. Gegenstände von geringerer Höhe als die Wagensohle, welche mehr als 1 Fufs 3 Zoll hoch über die Schienen ragen, sind mindestens 5 Fufs 5 Zoll vom Mittel des nächsten Geleises zu entfernen.

§ 12. Die freie lichte Höhe über der ganzen Breite eines jeden Bahngeleises soll wenigstens 15 Fufs 9 Zoll über den Schienen betragen.

§ 13. Die festen Theile des Ausgusses der Wasserkrahne sollen mindestens 8 Fufs 3 Zoll über der Oberkante der Schienen liegen.

Schienen.

§ 14. Die Schienen sollen aus geeignetem und unter Kontrolle gewalztem Eisen bestehen und in der Regel in Längen von nicht weniger als 18 Fufs verwendet werden.

§ 15. Der Kopf der Schienen soll nicht weniger als $2\frac{1}{4}$ Zoll breit sein und eine gewölbte Oberfläche haben, deren Halbmesser zwischen 5 und 7 Zoll beträgt.

§ 16. Die Höhe der Schienen soll nicht weniger als 4 Zoll betragen.

§ 17. Die gröfseste Belastung, welche die Schienen durch ein Rad zu erleiden haben, soll 120 Centner nicht übersteigen.

§ 18. Die Schienen sollen nach Innen geneigt gestellt sein, und soll diese Neigung $\frac{1}{20}$ der Höhe betragen.

Lage der Schienen.

§ 19. Die Oberflächen der beiden Schienen eines Geleises sollen in geraden Strecken genau in gleicher Höhe liegen.

---

*) Verhandlungen der Versammlung deutscher Eisenbahn-Technikerin Berlin im Februar 1850, von L. Klein und E. Wiebe. Berlin 1850 S. 65 u. f.

**) 4 Fufs $6\frac{7}{8}$ Zoll preufsisch.

In Kurven soll die äufsere Schiene mit Berücksichtigung der Fahrgeschwindigkeit um so viel höher gelegt werden als die innere, dafs die Schienenkante nicht von den Spurkränzen nachtheilig angegriffen wird.

§ 20. In Kurven, welche mehr als 2000 Fufs Halbmesser haben, tritt keine Erweiterung des Spurmaafses ein. In engeren Kurven darf die Erweiterung bis höchstens $\frac{3}{4}$ Zoll betragen.

Schienenbefestigung.

§ 21. Die Köpfe der Schienen sollen an den Stofsenden in einer zu der Axe der Schienen normalen Ebene abgeschnitten sein.

§ 22. Die Befestigung der Schienen auf den Unterlagern sooll swohl durch Stühle, als bei breitbasigen Schienen durch unmittelbares Auflager Statt finden können.

§ 23. Die Stofsverbindungen der beiden Schienen eines Geleises sollen einander normal gegenüber angeordnet werden.

§ 24. Die Befestigung der Stofsverbindungen mufs den erforderlichen Spielraum für Temperatur-Veränderungen gestatten*).

§ 25. Stofsverbindungen breitbasiger Schienen mit blofsen Hakennägeln oder Holzschrauben sind, selbst bei Anwendung von nicht übergreifenden Unterlagsplatten, in Hauptgeleisen unzulässig.

§ 26. Bei Stuhlschienen wird die Stofsverbindung mit Stühlen und einfachen Keilen für ausreichend erachtet.

§ 27. Auch bei der Stofsverbindung der Stuhlschienen ist die Anwendung von Laschen den einfachen Keilen vorzuziehen.

Unterlagen.

§ 28. Die besten Unterlagen für Schienen sind diejenigen aus Holz, welches von einer Substanz durchdrungen ist, die es gegen Fäulnifs schützt.

§ 29. Das System der Querschwellen ist dem der Langschwellen unbedingt vorzuziehen.

§ 30. Bei Qnerschwellen sollen diejenigen unter den Stöfsen eine grössere Grundfläche haben, als die Mittelschwellen.

§ 31. Die den Stofsschwellen zunächst liegenden Mittelschwellen sollen den ersteren so nahe gelegt werden, als es das vollkommene Unterstopfen irgend gestattet.

§ 32. Wo ausnahmsweise Langschwellen zur Anwendung kommen, sol-

---

*) Bei jeder Veränderung der Temperatur um 25 ° C. dehnt sich das Eisen um 0,000305 seiner Länge aus. Werden die Schienen bei einer mittlern Temperatur von 15 ° gelegt, und nimmt man die höchste Temperatur durch die direkte Einwirkung der Sonnenstrahlen auf 45 ° an, so hat man eine Temperatur-Differenz von 30 °, folglich eine Längenausdehnung bei 18′ langen Schienen von $18.12.12.0{,}000305.\frac{30}{25}=0{,}96$ Linien, wofür man jedoch $1\frac{1}{2}$ auch wohl 2 Linien anzunehmen pflegt.

Anmerk. des Verfassers.

len dieselben mindestens an den Stofsverbindungen dergestalt mit einander verbunden werden, dafs ihre gegenseitige Entfernung sich nicht verändern kann.

§ 33. Stein-Unterlagen sind bei neuen Bahnen nur da zu gestatten, wo ihr Bettungsmaterial den gewachsenen Boden erreicht.

§ 34. Auf Dämmen sollen bei älteren Bahnen die Stein-Unterlagen nur dann gelegt werden, wenn die Dämme wenigstens 5 Jahre lang befahren sind.

§ 35. In Kurven von geringerem Halbmesser als 2500 Fufs müssen die Stein-Unterlagen an den Stofsverbindungen, und mindestens einmal in der Mitte der Schienenlänge, so miteinander verbunden sein, dafs eine Veränderung der Spurweite vollständig verhindert wird. In flacheren Kurven und geraden Linien kann diese Verbindung fortbleiben, wenn die Steinwürfel die Neigung der Schienen erhalten und an ihrer äufseren Seite mit Bettungsmaterial fest hinterstopft werden.

§ 36. Zwischen den Stein-Unterlagen und den Schienen soll sich ein elastisches Mittel befinden, bei welchem auf eine genügende Dauer der Elastizität zu rechnen ist.

Bettungsmaterial.

§ 37. Das Bettungsmaterial soll sowohl unter den Schwellen als unter den Stein-Unterlagen wenigstens 8 Zoll stark sein.

§ 38. Das Bettungsmaterial soll eine solche Beschaffenheit haben, dafs es weder bei anhaltender Nässe durchweicht, noch durch Frost zerstört wird.

Wege-Uebergänge.

§ 42. Bei Wege-Uebergängen soll die Rinne für den Spurkranz $2\frac{5}{8}$ Zoll breit und wenigstens $1\frac{1}{2}$ Zoll tief sein. Ueber diese Tiefe darf am inneren Rande der Schienen überhaupt kein Konstruktionstheil hervorragen.

§ 43. Diese Rinne ist so zu konstruiren, dafs die übergehenden Zugthiere sich nicht mit einem Theile ihrer Hufe darin festklemmen können.

§ 44. Bei Chausseen und befestigten Kommunalwegen ist der Wege-Uebergang in einer solchen Breite horizontal anzulegen, dafs die Fuhrwerke vollständig horizontal stehen, bevor die Zugthiere an der Deichsel die Schienen erreichen.

§ 45. Auch das Pflaster zwischen den Schienen mufs nach der Breite horizontal und ohne alle Wölbung ausgeführt werden.

Streichschienen.

§ 46. Aufser bei Wege-Uebergängen und in Bahnhöfen ist die Anbringung von Streichschienen (sogenannten Sicherheitsschienen) unstatthaft.

Befestigungsarten der Eisenbahnschienen.

§ 109. Bei den Eisenbahnschienen kommt sowohl die gerade, als die Winkelbefestigung zur Anwendung. Die Schienen liegen gewöhnlich auf hölzernen Querschwellen (fr. *traverses* — engl. *sleepers*), mit denen sie durch eine Winkelbefestigung vereinigt sind; sie sind entweder unmittelbar auf das Holz gelegt (Taf. 14. Fig. 8 und 12), oder man legt sie auf eiserne Platten (Taf. 14. Fig. 3, 4, 5, 6, 7, 13) (Unterlagsplatten) oder endlich man befestigt auf den Schwellen gufseiserne Stühle (Schienenstühle), und befestigt die Schienen in den Stühlen durch hölzerne Keile (Taf. 14. Fig. 1, 2, 9, 11), auch wohl durch Schrauben (Taf. 14. Fig. 10). Die Schienenstühle werden gewöhnlich mit starken Nägeln auf den Schwellen festgenagelt (Fig. 2), seltener durch Schraubenbolzen befestigt (Fig. 4). Die Unterlagsplatten, oder bei direkter Auflage der Schienen, die Füfse der Schienen werden gewöhnlich durch Nägel, deren Kopf hakenförmig übergreift (Hakennägel) festgehalten; diese Nägel haben noch seitwärts am Kopfe Vorsprünge, welche das Wiederherausziehen erleichtern. Die Unterlagsplatten sind zuweilen mit aufgenieteten Blechen versehen, an die sich der Schienenfufs fest anlehnen kann (Fig. 4), oder man giebt auch wohl der Unterlagsplatte eine Einsenkung, in welcher der Schienenfufs Platz findet (Fig. 6 und 7) oder endlich, man biegt (krempelt) einen Rand der Platte falzartig um (Fig. 3 und 5), so dafs er über den Schienenfufs übergreift (Krempelplatte).

Die Schienen, welche aus einzelnen Stangen von etwa 18 Fufs Länge bestehen, müssen an ihren Enden zu einem zusammenhängenden Gestänge vereinigt werden. Diese Befestigung der Schienenenden aneinander (Stofsbefestigung) bildet immer eine gerade Befestigung. Bei Stuhlschienen erfolgt die Stofsbefestigung dadurch, dafs man die beiden Schienenenden in einen gemeinschaftlichen Schienenstuhl einlegt, und darin festkeilt (Taf. 14. Fig. 11). Dieser Stofsstuhl ist oft ebenso konstruirt, wie die übrigen Stühle, nur etwas länger, oft hat er auch eine abweichende Form. Bei breitbasigen Schienen legt man die Schienenenden entweder nur auf ein und dieselbe, etwas breitere Schwelle (Stofsschwelle) und nagelt sie daran fest, oder man giebt ihnen eine gemeinschaftliche Unterlagsplatte, oder man legt sie auf ein und dieselbe Krempelplatte. Die Erfahrung hat gelehrt, dafs diese Methoden zur Befestigung breitbasiger Schienen unzureichend sind, und nicht genügende Sicherheit gewähren. Man wählt daher gegenwärtig ziemlich allgemein die Stofsbefestigung durch Laschen. Die Schienen werden in der Nähe des Endes zweimal quer durchgelocht, man legt zwischen den Kopf und Fufs, parallel mit dem Stege zu beiden Seiten der Schienen, Laschen von Eisen, neuerdings auch von Stahl*), welche mit den beiden Schienenenden verbolzt werden (Fig. 7 und 8). Man pflegt die Laschen nicht flach an den Steg anschliefsen zu lassen, sondern legt sie gewöhnlich hohl, damit sie durch die Schraubenbolzen nach Art der Federn gespannt werden. Die Schienenenden müssen natürlich ausserdem noch durch Hakennägel oder durch Schrauben auf den Stofsschwellen befestigt werden.

Die auf Tafel 14 gezeichneten Schienenbefestigungen mögen als Beispiele das Gesagte erläutern. Sämmtliche Figuren sind in $\frac{1}{4}$ der natürlichen Gröfse gezeichnet**).

1) Stuhlschienen mit Stühlen.

Taf. 14. Fig. 1. Taf. 14. Fig. 1. Stuhlschiene der Berlin-Anhaltischen Bahn auf der Strecke von Jüterbock nach Röderau (sächsische Grenze). Die Bahn hat zwei Arten von Schienenstühlen; der hier gezeichnete Stuhl ist für die Zwischenschwellen; der Stofsstuhl ist ebenso geformt, nur in der Richtung der Schienen $\frac{3}{4}$ Zoll breiter; aufserdem hat die Bahn noch eine andere Art von Stuhlschienen auf der Strecke Berlin-Köthen, und auch noch Vignolschienen (Fig. 3).

Taf. 14. Fig. 2. Taf. 14. Fig. 2. Stuhlschiene der Friedrich-Wilhelms-Nordbahn. Der hier gezeichnete Schienenstuhl ist der Stofsstuhl; für die Mittelschwellen ist der Schienenstuhl ebenso geformt, nur in der Richtung der Schienen um einen Zoll schmäler.

2) Breitbasige Schienen ohne Stühle.

Taf. 14. Fig. 3. Taf. 14. Fig. 3. Vignolschiene der Berlin-Anhaltischen Eisenbahn. Die Figur zeigt die Stofsbefestigung; die Krempelplatte ist in die Stofsschwelle eingelassen, und wird mit zwei Hakennägeln, welche die Schienenenden übergreifen, und durch die Platte hindurchgehen, befestigt. Die Krempelplatte ist 7 Zoll lang.

Taf. 14. Fig. 4. Taf. 14. Fig. 4. Breitbasige Schiene der Oberschlesischen, Krakau-Oberschlesischen, und Neifse-Brieger-Bahn. Befestigung des Schienenstofses; Unterlagsplatte $5\frac{1}{4}$ Zoll

---

*) Ueber die Anwendung der Laschen von Stahl, namentlich von Puddelstahl, findet sich ein interessanter Aufsatz von Malberg in der »Zeitschrift für Bauwesen« Jahrgang III. S. 110.

**) Vergleiche: Deutsche Eisenbahn-Statistik für das Betriebsjahr 1850. Zusammengestellt von der geschäftsführenden Direktion des Vereins deutscher Eisenbahn-Verwaltungen, dem Direktorium der Berlin-Stettiner-Eisenbahn-Gesellschaft. Stettin 1851.

lang, $7\frac{1}{4}$ Zoll breit; auf der äufsern Seite ist eine Platte von $2\frac{1}{8}$ Zoll Breite mit drei Nieten aufgenietet, gegen welche sich der Schienenfufs stützt.

Taf. 14. Fig. 5. Breitbasige Schiene der Berlin-Stettiner-Eisenbahn. Die Bahn hat zwei Arten von Schienen; die hier gezeichnete ist die schwerere. Stofsbefestigung durch eine $6\frac{3}{4}$ Zoll lange, $6\frac{1}{4}$ Zoll breite Krempelplatte, und vier Hakennägel. Taf. 14. Fig. 5.

Taf. 14. Fig. 6. Breitbasige Schienen der Münster-Hammer-Bahn. Die hier gezeichnete Stofsbefestigung geschieht mittelst einer 6 Zoll langen, $6\frac{1}{2}$ Zoll breiten Unterlagsplatte, in deren Einsenkung in der Mitte die $3\frac{3}{4}$ Zoll breiten Füfse der Schienenenden eingelegt sind. Ueber den Stofs sind zu beiden Seiten des Steges 3 Zoll lange, 2 Zoll breite Platten über die Füfse gelegt, und mit Schraubenbolzen an den Schwellen befestigt. Taf. 14. Fig. 6.

Taf. 14. Fig. 7. Breitbasige Schiene der Ostbahn. Die Bahn hat zwei Arten von Stofsbefestigungen: die hier gezeichnete ist mit Unterlagsplatte, die andere in Fig. 10 dargestellte mit einer Art von Schienenstuhl. Die Unterlagsplatte ist 6 Zoll lang und $6\frac{1}{2}$ Zoll breit, sie wird durch vier Hakennägel, welche die Schienenfüfse übergreifen, an den Schwellen befestigt; aufserdem sind die Schienenenden durch zwei 18 Zoll lange, $\frac{1}{2}$ Zoll starke und $2\frac{1}{2}$ Zoll hohe Laschen, die mit vier $\frac{3}{4}$ Zoll starken Schrauben verbolzt sind, mit einander vereinigt. Taf. 14. Fig. 7.

Taf. 14. Fig. 8. Breitbasige Schiene der Lübeck-Büchener-Eisenbahn. Ueber diese Schienenbefestigung enthält die Zeitschrift für Bauwesen, Jahrg. II. S. 87, folgende Mittheilungen: Taf. 14. Fig. 8.

Die 18 Fufs langen Vignolesschienen haben ein Gewicht von 23 Pfund preufs. pr. laufenden Fufs. Die Unterstützung des Geleises ist durch 8 Fufs lange, 6 und 10 Zoll starke, in Kupfervitriol gekochte Querschwellen von Kiefernholz, welche an den Stöfsen 2 Fufs, in den Mitten der Schienen $4\frac{1}{2}$ Fufs von einander entfernt liegen, und die Befestigung der Schienen auf den Querschwellen vermittelst Hakennägel bewirkt.

Die Schienen sind mit besonderer Rücksicht auf die Stofsverbindung geformt, so nämlich, dafs die Unterflächen der Köpfe bequeme Tragflächen für die anzubringenden Laschen darbieten. Ebenso sind auch die Verbindungs-Laschen, besonders dem Profil anpassend, gewalzt, und zwar, wie die Zeichnung angiebt, etwas gröfser, als es, des Zwischenraumes zwischen Kopf und Fufs der Schienen wegen, nöthig gewesen wäre. Ihre Form geht im Uebrigen aus der Zeichnung näher hervor; sie sind von fast gleicher Tragfähigkeit, wie die Schienen selbst, und mit je 4 Schrauben möglichst stark an die Schienen geprefst, so dafs sie sich zwischen den Kopf und den Fufs derselben stemmen, und dadurch den Druck des Rades von dem einen Schienenende auf das andere übertragen.

Es erschien zweckmäfsig, die Schienenenden, statt wie bisher gebräuchlich, durch zwei Laschen, durch nur eine Lasche (auf der äufsern Seite), zu verbinden, weil Schienen von absolut gleichen Dimensionen sich nicht darstellen lassen, und zwei ungleiche Schienen nur dadurch vollständig festgekuppelt werden können, dafs jede von ihnen, unabhängig von der andern, gegen eine und dieselbe Lasche geprefst wird. Um aber bei den fortwährenden Erschütterungen, welchen das Bahngestänge in Folge der darüber hingehenden Wagenzüge ausgesetzt ist, dem Lösen der Schrauben, und so der vollständigen Nutzlosigkeit der ganzen Verbindung vorzubeugen, sind zwei Schraubenmuttern zur Festhaltung eines jeden Schraubenbolzens angewandt worden. Nachdem die Schrauben mit ihren Kontramuttern fest angezogen waren, wurden die Ober- und Seitenflächen der Schienenstöfse mittelst der Feile vollständig geebnet; indem auf diese Weise ein sanftes Hinübergehen der Räder wirklich erreicht ist, gewährt die aufserordentlich kräftige und einfache Laschen-Verbindung die Möglichkeit, Unterlagsplatten und alle sonstigen Sicherungen der Stöfse zu ersparen.

Die Kosten einer vollständigen Stofsverbindung belaufen sich auf 2 Thlr. 3 Sgr., wobei das Bohren der Laschen und Schienen, der Transport der Laschen und Schrauben nach der Verbrauchsstelle, das Anpassen und Nachfeilen, kurz, alle Nebenkosten mit berechnet sind.

Die Zwischenräume zwischen den Schienenenden wurden beim Legen des Bahngestänges auf die Weise bestimmt, dafs die Schienen auf einer $\frac{1}{4}$ Meile langen Strecke an dazu gewählten, sehr heifsen Tagen, nachdem sie jedesmal bis zum Nachmittag der stärksten Sonnenhitze ausgesetzt waren, so verlegt wurden, dafs sie sich vollständig berührten, und dafs die eintretenden Zwischenräume die Normen für die Entfernungen der Enden für die, bei denselben Temperaturen zu legenden Schienen abgaben. Es hat sich hierbei ergeben, dafs die Summe von 335 Zwischenräumen bei $+ 2^0$ R. auf einer 500 Ruthen langen Strecke $17\frac{3}{4}$ Zoll beträgt, welches Maafs genau der Ausdehnung des Stabeisens bei einer Temperatur-Differenz von 20^0 R. entspricht, und also auch das theoretisch richtige ist. Es ist nicht anzunehmen, dafs die Eisenbahnschienen selbst bei grofser Hitze über 22^0 R. erwärmt werden, weil sie nur von einer Seite den Sonnenstrahlen ausgesetzt sind, und mit ihrer Unterfläche auf der Erde ruhen, wodurch sie abgekühlt werden. Die Messung der Zwischenräume zwischen den Schienenenden ist übrigens auf das Allersorgfältigste dadurch geschehen, dafs eben geschliffene, $4\frac{1}{2}$ Zoll hohe und 2 Zoll breite Eisenplatten, von denen stets eine um $\frac{1}{32}$ Zoll dicker war als die andere, zwischen die Schienenenden gepafst wurden.

Die Lage des Gestänges in den Kurven ist durch eingeschlagene, 4 Fufs lange, 4 Zoll im Quadrat starke eichene Pfähle gesichert, und auf eine Erhöhung des äufsern Schienenstranges gegen den innern, um 2 bis 3 Zoll Bedacht genommen, um bei der hier angenommenen Fahr-Geschwindigkeit von 8 Meilen in der Stunde die Wirkung der Centrifugalkraft möglichst aufzuheben.

Die Schwellen sind in Kies gebettet, und ist, wo es erreichbar war, unter dem Kiesbett noch eine 8 Zoll hohe Packung von runden Lesesteinen gebildet.

3) Breitbasige Schienen mit Stühlen.

Taf. 14. Fig. 9 zeigt die Schienenbefestigung auf der pfälzischen Ludwigsbahn. Die Schienen sind breitbasig, gleichwohl sind sie in gufseiserne Schienenstühle eingesetzt, und mit hölzernen Keilen befestigt. Taf. 14. Fig. 9.

Taf. 14. Fig. 10 stellt eine Stofsverbindung für breitbasige Schienen dar, welche mittelst gufseiserner Schienenstühle bewirkt wird; dieselbe ist versuchsweise auf einer Strecke der Königl. preufs. Ostbahn in Anwendung gebracht. Die Schienenstühle sind mit Hakennägeln auf den Holzschwellen befestigt, sie sind 18 Zoll lang, und die Oberfläche, auf welche sich die Füfse der beiden Schienenenden auflegen, ist bogenförmig gewölbt, so dafs bei einer Breite von 4 Zoll eine Pfeilhöhe von $\frac{1}{8}$ Zoll Statt findet. Jede Schiene ist mit vier, $\frac{3}{4}$ Zoll starken Schraubenbolzen auf der Unterlagsplatte (dem Schienenstuhl) befestigt. Die gewölbte Auflagerungsfläche gestattet, dafs man durch entsprechendes Anziehen der Schrauben die Profile der beiden Schienenenden genau korrespondirend stellen kann. Taf. 14. Fig. 10.

Taf. 14. Fig. 11 ist die Stofsverbindung für breitbasige Schienen, welche auf der Königl. preufs. Saarbrücker-Bahn ausgeführt ist. Die Schienenenden sind in den gufseisernen Schienenstuhl eingesetzt, und jedes Ende durch einen besondern Keil festgehalten; die beiden Keile können durch einen durchgehenden Schraubenbolzen fest angezogen werden. Auf den Mittelschwellen sind die Schienen durch Hakennägel befestigt. Eine sehr ähnliche Konstruktion ist auch auf der Stargard-Posener Bahn in Anwendung. Taf. 14. Fig. 11.

4) Stuhlschienen mit Laschen.

Taf. 14. Fig. 12 zeigt ein Beispiel, wie man auch bei Stuhlschienen die Stofsbefestigung durch Laschen bewirken kann. Die hier gezeichnete Konstruktion ist auf der Königl. preufs. Westphälischen Staats-Eisenbahn in Anwendung; die Schienenenden werden durch zwei, 15 Zoll lange Winkellaschen eingeschlossen. Diese sind auf den Schwellen mittelst vier, 7 Linien starker Holzschrauben, und an jedem Schienenende durch zwei ebenso starke Bolzen befestigt. Die Befestigung der Schienen auf den Mittelschwellen geschieht durch gufseiserne Schienenstühle. Taf. 14. Fig. 12.

5) Brückenschienen.

Taf. 14. Fig. 13. Taf. 14. Fig. 13. Auf einem Theil der Niederschlesisch-Märkischen Eisenbahn sind noch die alten Brückenschienen in Anwendung. Die Stofsbefestigung ist durch eine $6\frac{3}{4}$ Zoll lange Krempelplatte bewirkt, welche nur auf der Aufsenseite des Gleises durch zwei hindurchgehende, den Schienenfufs übergreifende Hakennägel befestigt ist. Auch auf der Leipzig-Dresdener und auf der Magdeburg-Cöthen-Halle-Leipziger-Bahn ist diese ältere Schienenform noch theilweise in Anwendung.

6) Wegeübergangsschienen.

Taf. 14. Fig. 14. Taf. 14. Fig. 14. Zur Herstellung des Schienengleises an den Stellen, wo Fahrwege die Eisenbahn in gleichem Niveau schneiden, bedient man sich zuweilen besonders gestalteter Schienen. Die hier als Beispiel gezeichnete Schiene ist auf der Königl. preufs. Ostbahn in Anwendung. Sie wiegt $26\frac{3}{4}$ Pfund auf den laufenden Fufs und ist in der Fabrik von Jakobi, Haniel und Huyssen zu Sterkerade gefertigt. Eine ähnliche Schiene aus derselben Fabrik ist auf der Königl. preufs. Niederschlesisch-Märkischen Bahn in Gebrauch; sie wiegt 28 Pfund auf den laufenden Fufs.

4) Befestigung metallener Stangen, die auf Torsion in Anspruch genommen werden.

Befestigungsformen für stangenförmige Körper, die auf Torsion in Anspruch genommen werden.

§ 110. Die Befestigung stangenförmiger Körper aneinander für den Fall, dafs die Konstruktion auf Torsion in Anspruch genommen wird, kommt im Maschinenbau vorzugsweise bei den Wellenleitungen vor. Auch hier findet sowohl die gerade Befestigung als die Winkelbefestigung Anwendung (S. 160).

Die gerade Befestigung wird durch eine Gruppe von Befestigungsformen repräsentirt, welche man unter der Bezeichnung Kuppelungen, Wellenkuppelungen (fr. *accouplements* — engl. *couplings*) zusammenfafst.

Die Winkelbefestigung stangenförmiger Körper, welche auf Torsion in Anspruch genommen werden, geschieht in der Regel in der Weise, dafs man das Ende des einen Körpers mit einer Höhlung versieht, diese Höhlung auf den andern Maschinentheil aufschiebt, und die Befestigung durch Keile oder Schrauben bewirkt.

Das für diesen Zweck passend gestaltete Ende nennt man die Nabe (fr. *le moyeu* — engl. *the nave*).

Wir werden demgemäfs in diesem Abschnitt folgende beide Gruppen von Befestigungsformen abhandeln:

1) Kuppelungen,
2) Naben.

Wellenkuppelungen.

Anordnung der Wellenkuppelungen.

§ 111. Die Befestigung zweier Wellen aneinander setzt voraus, dafs die Bewegung von der einen Welle auf die andere, welche an jene angekuppelt ist, und folglich die Fortsetzung derselben bildet, übertragen werde. Die erste Welle nennt man in diesem Falle die treibende, die andere die getriebene. Die treibende Welle wird unmittelbar vor der Kuppelung unterstützt; bei schweren Wellen, und bei gewissen Konstruktionen unterstützt man auch noch die getriebene Welle unmittelbar hinter der Kuppelung. Die Wellen bekommen an den Stellen, wo sie unterstützt werden, Halszapfen (S. 262), welche man auf Torsion berechnen mufs (S. 268). Das Ende der Welle, welches sich aufserhalb des Halszapfens befindet, und welches die Befestigung vermittelt, heifst der Kuppelungskopf. In seltenen Fällen kann man zwar auch Wellen kuppeln, ohne unmittelbar neben der Kuppelung die treibende Welle zu unterstützen, auch findet man wohl zuweilen, dafs nur die getriebene Welle unterstützt ist, die treibende aber von derselben getragen wird; allein diese Anordnungen sind in der Regel nicht zu empfehlen, und eignen sich nur für leichte Wellen.

Die Befestigung der beiden Wellenenden aneinander findet nach allen drei Befestigungs-Methoden (S. 161) Statt. Bei der einfachen Befestigungs-Methode ahmt man die Verblattungen und Verkämmungen hölzerner Balken (S. 164) nach, und befestigt die beiden Stücke durch Schrauben aneinander. Bei Anwendung der Methode des Zusammensteckens wird das Ende der getriebenen Welle mit einer Höhlung versehen und auf das passend gestaltete Ende der treibenden Welle aufgeschoben; die Konstruktion kann den cylindrischen Hülsen (S. 250) nachgebildet werden. Wendet man die Befestigungs-Methode durch ein Hilfsstück an, so schiebt man einen hohlen Cylinder, oder ein hohles Prisma auf die beiden Wellenenden auf, und befestigt letztere in der Höhlung dieses Stücks. Ein solches Hilfsstück heifst dann gewöhnlich eine Muffe (fr. *manchon* — engl. *coupling-box*).

Die Kuppelungen sind zuweilen so eingerichtet, dafs die Befestigung ohne Schwierigkeit nach Erfordern gelöst und wieder hergestellt werden kann. Man nennt dergleichen Anordnungen bewegliche, lösbare, auch lose Kuppelungen. Im Gegensatze hierzu pflegt man solche Kuppelungen, welche eine dauernde Befestigung zwischen den beiden Wellen bezwecken, feste oder unlösbare zu nennen.

Es ist sehr schwer, die Unterstütznngen so anzuordnen und zu erhalten, dafs die ideale Axe der Wellen genau in eine gerade Linie fallen. Weichen die Axen auch nur um ein Geringes von einander ab, so mufs bei der Rotation ein starkes Klemmen in der Kuppelung und in den Lagern der getriebenen Wellen entstehen, wenn die Kuppelung eine absolut feste Verbindung darstellt. Um dies zu vermeiden, richtet man die Kuppelung zuweilen so ein, dafs sie solchen Unregelmäfsigkeiten ein wenig nachgiebt, und nennt sie dann eine biegsame Kuppelung. Ist die Kuppelung in diesem Sinne nicht biegsam, so nennt man sie eine steife Kuppelung.

Die losen Kuppelungen sind in der Regel vermöge ihrer Konstruktion auch biegsam; bei den festen Kuppelungen wählt man, um sie biegsam zu machen, die Methode des Zusammensteckens, während die einfache Befestigungs-Methode steife Kuppelungen liefert. Die Befestigungs-Methode durch ein Hilfsstück kann sowohl für steife als für biegsame Kuppelungen angewendet werden.

In manchen Fällen kommt es darauf an, dafs die Befestigung nur so lange Widerstand leistet, bis der Druck einen bestimmten Werth erreicht hat. Wird diese Grenze von dem Druck, der bei der Uebertragung der Bewegung wirkt, überschritten, so findet zwischen beiden Theilen eine relative Bewegung Statt. Zu einer derartigen Regulirung des Druckes bedient man sich gewöhnlich der Reibung, und konstruirt sogenannte Friktionskuppelungen.

Der bei der Uebertragung der Bewegung durch Kuppelungen wirksame Druck ist selten auf eine Trennung der Fuge gerichtet, d. h. es ist gewöhnlich kein Bestreben vorhanden, die beiden Wellenenden nach ihrer Längenrichtung von einander zu entfernen; dagegen wirkt der Druck meistens auf Verschieben (S. 7). Die Kuppelungen sind daher gewöhnlich so konstruirt, dafs sie diesem Verschieben oder Verdrehen genügenden Widerstand leisten, während zur Verhinderung der Entfernung der beiden Wellenenden von einander sehr häufig gar keine Befestigungsmittel in Anwendung gebracht werden.

In dem Folgenden werden wir das Gesagte durch einige Beispiele erläutern, und zwar

1) die festen Kuppelungen,
2) die lösbaren Kuppelungen,
3) die Friktions-Kuppelungen

besprechen.

Feste Kuppelungen.

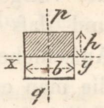
§ 112. Von der grofsen Menge von Konstruktionen, welche man nach den Andeutungen des vorigen Paragraphen zur festen Kuppelung zweier Wellen anwenden kann, wollen wir hier nur einige als Beispiele herausheben und erörtern:

1) Kuppelung durch Ueberblatten.

Taf. 15. Fig. 1 zeigt eine Kuppelung mit quadratischen Köpfen, welche überblattet sind. Man schneidet die Kuppelungsköpfe der beiden Wellen in einer Ebene, welche durch die Drehaxe geht, zur Hälfte aus, legt sie aufeinander und bolzt sie zusammen. Der Querschnitt der zusammengestellten Kuppelung ist gewöhnlich ein Quadrat, folglich der Querschnitt des Kuppelungskopfes jeder Welle ein Rechteck. Bezeichnen wir die Breite dieses Rechtecks, in der Fuge der Zusammenblattung gemessen, mit b, die andere Dimension mit h, so ist, wenn die Kuppelung nach der Zusammenfügung einen quadratischen Querschnitt haben soll, Taf. 15. Fig. 1.

$$h = \tfrac{1}{2} b.$$

Der rechteckige Querschnitt des Kuppelungskopfes mufs der Torsion widerstehen, doch findet die Torsion nicht um eine durch den Schwerpunkt gehende Axe Statt. Nach Anleitung der Entwickelung auf S. 234 und 235 findet man ohne Schwierigkeit das Torsionsmoment für diesen Fall gleich der Summe der Biegungs-Momente des Rechteckes in Bezug auf die Axe xy und in Bezug auf die Axe pq. Man hat aber das Biegungs-Moment in Bezug auf xy nach der Regel in § 90 S. 202: und nach S. 204 No. 3:



$$= \tfrac{1}{12} b h^3 + b h \,.\, (\tfrac{1}{2} h)^2,$$

das Biegungs-Moment in Bezug auf pq:

$$= \tfrac{1}{12} h b^3,$$

folglich das Torsions-Moment des Querschnitts:

$$= \tfrac{1}{12} b h^3 + \tfrac{1}{4} b h^3 + \tfrac{1}{12} h b^3 = \tfrac{1}{12} b h (4 h^2 + b^2).$$

Setzt man $h = \frac{1}{2} b$, und bezeichnet, wie früher die Spannung im Abstande $= 1$ von der Drehaxe mit s, so hat man für das Torsions-Moment:

$$s \cdot \tfrac{1}{12} b^4.$$

Es ist aber die Entfernung y' der äufsersten Faserschicht von der neutralen Axe $\sqrt{(\frac{1}{4} b^2 + h^2)} = \frac{1}{2} b \sqrt{2}$ und es folgt daher das Widerstands-Moment gegen Torsion nach S. 235 und 236, indem man für s den Werth $\frac{s'}{y'} = \frac{s'}{\frac{1}{2} b \sqrt{2}}$ substituirt.

Dieses Widerstands-Moment mufs wenigstens gleich demjenigen sein, welches der auf Torsion berechnete Halszapfen besitzt; bezeichnet man den Durchmesser desselben mit d, so hat man nach S. 236:

$$\tfrac{1}{6} \frac{s'}{\sqrt{2}} \cdot b^3 = \tfrac{1}{16} \pi s'' d^3,$$

worin s' und s'' die Spannungen in den äufsersten Faserschichten bezeichnen. Nehmen wir diese Spannungen gleich grofs, indem sie höchstens den Werth k erreichen dürfen, so folgt:

$$b = d \sqrt[3]{\left(\frac{22}{7} \cdot \frac{b\sqrt{2}}{16}\right)} = 1{,}41\, d,$$

wofür $\boldsymbol{b = 1{,}5\, d}$

genommen werden kann.

Den Schraubenbolzen giebt man passend einen Durchmesser, etwa gleich $\frac{1}{4} d$; sie haben nur das Gewicht der angekuppelten Welle zu tragen. Die Länge des Kuppelungskopfes kann man $\boldsymbol{l = 1{,}25\, d + 2}$ **Zoll** machen. Die übrigen Verhältnisse zeigt die Figur.

Taf. 15. Fig. 2. Kuppelung durch Ueberblatten mit cylindrischem Kopfe (Taf. 15. Fig. 2). Diese Kuppelung unterscheidet sich von der vorigen dadurch, dafs die Kuppelungsköpfe cylindrisch sind, und dafs die Vereinigung der beiden Wellen gewöhnlich durch Aufschieben einer gufseisernen Hülse oder Muffe bewirkt wird, die man entweder durch eine Klemmschraube oder durch einen Keil befestigt. Diese Muffe dient hier nicht zur Bewegungs-Uebertragung, sie hat vielmehr nur das Gewicht der getriebenen Welle zu tragen. Der Durchmesser des Kuppelungskopfes bestimmt sich in ganz ähnlicher Weise, wie bei der vorigen Kuppelung. Bezeichnet man denselben mit d', den Durchmesser des auf Torsion berechneten Zapfens mit d, so ist das Widerstands-Moment gegen Torsion für die halbkreisförmige Anhaftungsfläche des Kuppelungkopfes $\frac{1}{32} \pi s'' d'^3$, und das Widerstands-Moment des Zapfens $\frac{1}{16} \pi s' d^3$.

Nimmt man wieder die Spannungen in den äufsersten Faserschichten s' und s'', in beiden Theilen gleich grofs, so folgt $\frac{1}{32}\pi d'^3 = \frac{1}{16}\pi d^3$

$$d' = d\sqrt[3]{2} = 1{,}26\,d,$$

wofür man in runder Zahl

$$\boldsymbol{d' = 1{,}25\,d}$$

nehmen kann.

Die Wandstärke der Muffe läfst sich durch Rechnung nur feststellen, wenn man die Belastung kennt, welche sie zu tragen hat. In den meisten Fällen giebt jedoch die Rechnung eine viel geringere Dimension, als man vermöge des Materials auszuführen vermag; man wird eine angemessene Wandstärke bekommen, wenn man dieselbe gleich $\frac{1}{4}$ Zoll macht, und für jeden Zoll des Zapfen-Durchmessers noch 3 Linien hinzufügt. Die übrigen Dimensionen lassen sich ebenfalls nur empirisch feststellen. Man hat dann folgende Verhältnisse*):

Durchmesser des Zapfens	$= d,$
Durchmesser des Kuppelungskopfes	$d' = 1{,}25\,d,$
Länge der Muffe . . . $l = d' + 2$ Zoll	$= 1{,}25\,d + 2$ Zoll,
Wandstärke derselben	$\delta = \frac{1}{4}d + \frac{1}{4}$ Zoll,
Aeufserer Durchmesser derselben .	$D = 1{,}75\,d + \frac{1}{2}$ Zoll,
Breite und Höhe des Keiles	$k = \frac{1}{12}d + \frac{1}{4}$ Zoll.

Diese Kuppelung empfiehlt sich durch Einfachheit und gehört zu den besten Konstruktionen für steife Kuppelungen.

2) Kuppelung durch Zusammenstecken.

(Taf. 15. Fig. 3). Man macht den Kuppelungskopf der treibenden Welle gewöhnlich cylindrisch, schiebt das passend ausgebohrte Ende der getriebenen Welle darauf, und schlägt quer hindurch einen Keil von Stahl. Bezeichnet d den Durchmesser des Zapfens, d' den Durchmesser des Kuppelungskopfes, b die Breite des Keils, Taf. 15. Fig. 3.

*) Redtenbacher giebt in seinen Resultaten für den Maschinenbau folgende Verhältnisse:

Durchmesser der getriebenen Welle . . .	$= d,$
Durchmesser des Kuppelungskopfes . . .	$d' = 1{,}25\,d,$
Länge der Muffe	$l = 2{,}7 + 1{,}9\,d,$
Wandstärke derselben	$\delta = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}d,$
Aeufserer Durchmesser derselben	$D = 1 + 1{,}92\,d,$
Breite des Keils	$k = 0{,}9\,\delta,$
Dicke desselben	$h = \frac{1}{2}k.$

Die Maafse sind Centimètres. Die Wandstärke und die Länge der Muffe so wie die Dimensionen des Keils fallen bei gröfserem Zapfen-Durchmesser hiernach etwas kolossal aus.

so findet man das Torsions-Moment des Kuppelungskopfes an der Stelle, wo derselbe durch die Keilöffnung geschwächt ist (S. 235):

$$\frac{\frac{1}{32}\pi k d'^4 - \frac{1}{12} k b d' (b^2 + d'^2)}{\frac{1}{2} d'}.$$

Nimmt man die Stärke des Keils $b = \frac{1}{4} d'$ und setzt man dieses Widerstands-Moment gleich demjenigen des Zapfens, so hat man:

$$\tfrac{1}{16}\pi d'^3 - \frac{17}{16 \cdot 24} d'^3 = \tfrac{1}{16}\pi d^3,$$

$$d' = 1{,}09\, d,$$

wofür man $d' = 1{,}1\, d$ nehmen kann.

In ähnlicher Weise läfst sich die Wandstärke der Höhlung auf Torsion bestimmen. Bezeichnet nämlich D den äufsern Durchmesser der Hülse, so hat man, wenn die Keilöffnung vernachlässigt wird:

$$\tfrac{1}{16}\pi k \frac{D^4 - d'^4}{D} = \tfrac{1}{16}\pi k d^3,$$

$$D^3 - \frac{d'}{D} d'^3 = d^3,$$

Setzen wir hier $\frac{d'}{D}$ näherungsweise $= 1$, wodurch D ein wenig zu grofs gefunden werden würde, so ergiebt sich:

$$D = d\sqrt[3]{(1 + (1{,}1)^3)} = 1{,}33\, d.$$

Die Wandstärke δ würde also sein:

$$\delta = \frac{D - d'}{2} = \frac{0{,}23}{2} d, \text{ oder nahezu } \tfrac{1}{8} d.$$

Aus praktischen Rücksichten fügt man der berechneten Stärke noch $\frac{1}{2}$ Zoll hinzu, so dafs man setzen kann:

$$\delta = \tfrac{1}{8} d + \tfrac{1}{2} \text{ Zoll},$$

$$D = 1{,}35\, d + 1 \text{ Zoll}.$$

Um die Höhe des Keils zu finden, ist zu beachten, dafs derselbe auf Abschneiden oder Absplittern in Anspruch genommen wird. Ist nämlich der Keil nicht stark genug, um dem bei der Uebertragung der Bewegung Statt findenden Druck gehörig Widerstand leisten zu können, so wird dieser Druck die getriebene Welle festhalten, während die treibende Welle sich mit dem Kuppelungskopf in der Höhlung dreht und den Keil in der cylindrischen Fuge fortdrückt, so dafs die einzelnen Theile desselben in ihren Sitzen stecken bleiben; es werden dabei zwei Trennungsflächen entstehen, und wenn wir die Widerstandsfähigkeit gegen Absplittern nach S. 249 gleich der Hälfte derjenigen auf Abreifsen setzen, diese aber für das Material des Keils mit k' bezeichnen, so ist die Belastung, welche der Keil mit Sicherheit aushalten kann, $2 \,.\, bh \,.\, \frac{1}{2}k' = bhk'$. Der in der Fuge wirksame Druck ist aber leicht aus dem Torsions-Moment zu bestimmen, wenn man dasselbe durch den Abstand der Fuge, d. i. durch $\frac{1}{2}d' = \frac{1}{2} \,.\, 1{,}1\,d$ dividirt. Man hat sodann:

$$\frac{\pi d^3 \,.\, k}{16 \,.\, \frac{1}{2} \,.\, 1{,}1\,d} = bh \,.\, k' = \tfrac{1}{4}d \,.\, hk'$$

$$h = \frac{10}{7} \,.\, \frac{k}{k'}\, d.$$

Ist der Keil aus Stahl, so kann man nach der Tabelle XI (S. 192) setzen $k' = 18000$, und es folgt:

für Wellen von Schmiedeeisen $k = 10000$; $\boldsymbol{h = 0{,}80\,d}$,
„ Wellen von Gufseisen . . $k = 7000$; $\boldsymbol{h = 0{,}56\,d}$.

Diese Kuppelung ist überhaupt nur bis zu einem Zapfen-Durchmesser von etwa 4 Zollen anwendbar, weil für gröfsere Durchmesser die Dimensionen des Keils sehr beträchtlich werden.

Will man das Prinzip des Zusammensteckens für stärkere Wellen anwenden, so sucht man den Keil dadurch entbehrlich zu machen, dafs man dem Kuppelungskopf und der Höhlung eine Form giebt, durch welche das Mitnehmen der getriebenen Welle an und für sich bedingt wird. Die Figuren 4 bis 7 auf Taf. 15 geben Beispiele von dergleichen Konstruktionen, welche sich vorzugsweise für gufseiserne Wellen eignen. Der Kuppelungskopf und die entsprechende Höhlung kann im Querschnitt entweder quadratisch (Fig. 4) oder kreisförmig mit parallel abgeschnittenen Segmenten (Fig. 5) oder mit Vorsprüngen (Fig. 6) konstruirt werden. Zuweilen macht man auch wohl die Hülse an der treibenden Welle, und stekt den Kuppelungskopf der getriebenen Welle hinein (Fig. 6). Die Form der Vorsprünge in der Hülse und der Einschnitte im Kuppelungskopf, welche in Fig. 6 dargestellt ist, kann man in mannigfacher Weise variiren, und es ist nicht schwer, daraus die Konstruktion abzuleiten, welche Fig. 7 zeigt. Die Enden der beiden zu kuppelnden Wellen sind hier ganz gleich gestaltet; die Hülse und der Kuppelungskopf sind in die Form von cylindrischen Scheiben übergegangen, die an ihrer Grundfläche mit Vorsprüngen versehen sind; jeder dieser Vorsprünge nimmt einen Quadranten der Scheibe ein, und die Vorsprünge der einen Scheibe greifen in die Zwischenräume zwischen den Vorsprüngen der andern Scheibe hinein.

Taf. 15. Fig. 4 bis 7.

3) Kuppelung durch ganze Muffen.

Die unter der vorigen Nummer mitgetheilten Kuppelungen haben den Uebelstand, dafs das Zusammenfügen derselben nur möglich ist, indem man eine der beiden Wellen der Länge nach verschiebt. Die Aufstellung langer Wellenleitungen bietet daher bei der Anwendung dieses Systems einige Schwierigkeit dar; auch eignet sich dasselbe nicht wohl für den Fall, wo die beiden Wellenenden in ihren Lagern fest liegen. Man zieht unter solchen Umständen die Befestigung durch ein Hülfsstück vor, indem man eine Muffe auf die beiden gleich geformten Kuppelungsköpfe der Wellenenden aufschiebt, und, bei quadratischen Wellen durch eine Schraube, bei cylindrischen durch einen Keil oder durch Nuth und Feder befestigt. Es mufs dann auf der angekuppelten Welle Platz genug sein, dafs man die Muffe um so viel zur Seite schieben kann, als sie bei der Zusammenstellung über die andere Welle übergreifen soll.

Taf. 15. Fig. 8. Taf. 15. Fig. 8 und 9 zeigen dergleichen Anordnungen für Wellen bis zu etwa 3 Zoll Durchmesser. Fig. 8 ist eine feste Kuppelung mit cylindrischer Muffe, welche auf die abgedrehten cylindrischen Kuppelungsköpfe genau aufgepafst, und gegen das Drehen durch Federn gesichert ist. In jedes der beiden Wellenenden ist nämlich eine prismatische Feder von Stahl oder von eingesetztem Eisen (S. 274) eingelegt, welche in eine entsprechende Nuth der Muffe einfafst; nachdem die Muffe in die richtige Lage gebracht worden ist, schraubt man eine kleine Schraube von Aufsen hinein, deren Ende zwischen die beiden Federn fafst und so das Verschieben der Muffe nach der Seite verhindert. Die Federn werden auf Absplittern in Anspruch genommen; ist die Belastung für die Flächeneinheit, welche das Material mit Sicherheit gegen Abreifsen aushalten könnte, k', und ist l die Länge der Muffe, folglich $\frac{1}{2}l$ gleich der Länge der Feder, welche in jedem Wellenende steckt, b aber die Breite der Feder, so hat man ähnlich wie unter No. 2 auf S. 299:

$$\tfrac{1}{2}k' \cdot b\tfrac{1}{2}l = \tfrac{1}{8}\pi d^2 \cdot k,$$

(da $\frac{1}{8}\pi d^2 k$ der Druck an der Peripherie der Welle ist, welcher auf Absplittern wirkt) folglich:

$$b \cdot \tfrac{1}{2}l = \tfrac{1}{4}\pi d^2 \cdot \frac{k}{k'} = 0{,}783\, d^2 \cdot \frac{k}{k'},$$

setzt man $b = 0{,}3\,d$, so findet sich, wenn man k' für Stahl zu 18000 annimmt (S. 192), abgerundet:

für schmiedeeiserne Wellen $l = 3d$*),
„ gufseiserne Wellen . . $l = 2d$.

Fig. 9 zeigt eine feste Kuppelung mit quadratischer Muffe. Die Höhlung der Muffe ist des leichten Bearbeitens wegen in der Mitte erweitert, so dafs nur die äufsern Ränder derselben in einer Breite von etwa $\frac{3}{4}d$ genau bearbeitet und auf die Kuppelungsköpfe aufgepafst zu werden brauchen. Das Verschieben nach der Seite ist durch einen Stift verhindert, welcher zwischen die beiden Wellenenden fafst, und von Aufsen an der Muffe festgeschraubt wird. Taf. 15. Fig. 9.

Taf. 15. Fig. 10 stellt eine feste Kuppelung für quadratische Wellen dar, welche eine sehr sichere Unterstützung der getriebenen Welle darbietet. Die Muffe hat in der Mitte eine Scheidewand, welche centrisch ausgebohrt ist; die Wellenenden sind cylindrisch und genau passend abgedreht, und ruhen in dieser Durchbohrung. Der abgedrehte Theil der einen Welle mufs so lang sein, dafs man die Muffe weit genug zur Seite schieben kann, um das andere Wellenende frei zu machen. Ein Bolzen, welcher durch die Muffe und die Welle gezogen wird, hindert nach der Zusammenstellung der Konstruktion das Verschieben nach der Seite. Taf. 15. Fig. 10.

Eine feste, aber biegsame Kuppelung ist auf Taf. 15. Fig. 11 in $\frac{1}{16}$ der natürlichen Gröfse gezeichnet. Diese Kuppelung wird gewöhnlich für Walzwerke angewendet**). Die Walzen liegen in Gerüsten, in welchen sie verstellbar sind; sie werden durch eine Wellenleitung getrieben, welche in ihren Lagern fest liegt und dem Auf- und Niedergange der Walzen nicht folgen kann; um nun ein Klemmen beim Verstellen der Walzen zu vermeiden, legt man zwischen den Kuppelungskopf der treibenden Welle und den Kuppelungskopf der Walzen eine kurze Welle ein, welche an beide Theile durch Muffen angekuppelt ist, keine weitere Unterstützung erhält, und welche wenigstens so lang sein mufs, dafs man die beiden Muffen darauf vollständig zurückschieben kann, wenn die Zwischenwelle eingelegt oder wieder herausgenommen werden soll. Die Muffen sind von Gufseisen, äufserlich cylindrisch, im Innern mit vier halbkreisförmigen Federn versehen, welche in die entsprechende Nuthen der Welle und der Kuppelungsköpfe eingreifen. Um ein Zurückschieben der Muffen während des Ganges zu vermeiden, legt man in die Nuthen der Welle Holzdrempel ein, welche durch umgeschnürte Riemen festgehalten werden. Die hier gezeichnete Taf. 15. Fig. 11.

---

*) Vergl. die Berechnung der Keile für Naben in § 117.
**) W. Salzenberg Vorträge über Maschinenbau S. 61.

Kuppelung überträgt 20 Pferdekräfte bei 80 Umdrehungen in einer Minute.

4) Kuppelung durch getheilte Muffen.

Wenn der Raum, um welchen die Kuppelungsmuffe behufs der Zusammenstellung verschoben werden kann, sehr beschränkt ist, so pflegt man die Muffe wohl zu theilen, und zwar durch eine Ebene, welche normal zur Axe der Welle ist. Es bilden sich dann zwei Hälften, von denen jede auf einem der beiden Kuppelungsköpfe befestigt wird, und welche in passender Weise in einander greifen müssen. Man kann für diesen Zweck die in Fig. 6 und 7 auf Taf. 15 gegebenen Konstruktionen nachahmen, indem man die eigenthümlich gestalteten Kuppelungsköpfe nicht mit der Welle in einem Stück, sondern als besonders aufgeschobene Theile konstruirt. Als Beispiel für derartige Konstruktionen möge die auf Taf. 15. Fig. 12 gezeichnete Kuppelung dienen. Diese Kuppelung wird in der Maschinen-Werkstatt der Gebrüder Sharp (Sharp-Brothers, früher Sharp-Roberts) in Manchester für Wellen von $1\frac{1}{2}$ bis 8 Zoll Durchmesser ausgeführt*). Die beiden Theile der Kuppelungsmuffe sind einander ganz gleich, sie werden auf den runden Wellen mittelst Nuth und Keil befestigt; die normal zur Wellenaxe stehende Stirnfläche jedes Theiles ist mit vier hervorragenden Zähnen versehen, welche eben soviel Zwischenräume lassen; die Zähne und die Zwischenräume bilden Sektoren, deren Bogen $\frac{1}{8}$ der Peripherie beträgt; sie haben also kongruente Querschnitte, und es passen daher die Zähne des einen Theils genau in die Zwischenräume des andern. Bis zur Hälfte der Höhe der Zähne (parallel mit der Wellenaxe gemessen) sind dieselben mit einem kreisförmigen Mantel umschlossen, so dafs hier die Zwischenräume als Höhlungen einer Buchse, die Zähne aber als Scheidewände erscheinen; die über diesen Mantel hervorragenden Zähne des einen Theils schieben sich in jene Höhlungen des andern, so dafs man nach der Zusammenstellung der Konstruktion die Zähne von aufsen nicht sieht, sondern nur die kreisförmige Fuge wahrnimmt, in welcher sich die Mäntel treffen. In der obengenannten Fabrik werden diese Kuppelungen in den Dimensionen ausgeführt, welche folgende Tabelle giebt. Die Buchstaben bedeuten die in der Figur 12 damit bezeichneten Theile:

Taf. 12. Fig. 12.

---

*) W. Salzenberg Vorträge über Maschinenbau S. 76.

XX. Tabelle

über die Dimensionen von Wellen-Kuppelungen aus der Fabrik der Gebrüder Sharp in Manchester:

Durchmesser der Wellen in Zollen	Dimensionen der Kuppelung in Linien					
	a.	b.	c.	d.	e.	f.
$1\frac{1}{2}$ bis $1\frac{3}{4}$	90	60	52	45	20	4
2 „ $2\frac{1}{4}$	105	73	64	55	21	$4\frac{1}{2}$
$2\frac{1}{2}$ „ $2\frac{3}{4}$	120	87	76	65	23	$5\frac{1}{2}$
3 „ $3\frac{1}{2}$	135	100	88	75	25	6
4 „ $4\frac{1}{2}$	165	127	113	96	28	7
5 „ 6	194	154	137	116	31	$8\frac{1}{2}$
7 „ 8	254	208	186	157	38	11

Die Resultate dieser Tabelle lassen sich hinreichend genau wiedergeben durch folgende Verhältnisse, welche berechnet worden sind, indem wir den kleinsten der beiden zusammenstehenden Zapfen-Durchmesser zum Grunde legten:

Durchmesser der Welle . . . . D,
Länge der Kuppelung nach dem Zusammenstellen . . . . $a = 2\frac{1}{2}D + 45$ Lin.,
Gröfster Durchmesser der Muffe . . . $b = 2\frac{1}{4}D + 20$ „
Aeufserer Durchmesser der Zähne . . $c = 2\ D + 16$ „
Kleinster Durchmesser der Muffe . . $d = 1\frac{3}{4}D + 12$ „
Ganze Höhe der Zähne . . . . $e = \frac{1}{4}D + 16$ „
Wanddicke des Mantels . . . . $f = \frac{1}{8}D + 2$ „
$= \frac{b - c}{2}$

Eine Kuppelung mit normal zur Welle getheilter Muffe, welche eine sehr grofse Biegsamkeit besitzt, zeigt Taf. 15. Fig. 13. Taf. 15. Fig. 13.
Die beiden Theile der Muffe sind Scheiben, welche in angemessener Weise auf den Wellenenden befestigt und an ihrer Stirnfläche mit einer diametralen Nuth von rechteckigem Querschnitt versehen sind. Eine dritte Scheibe hat auf beiden Seiten vorspringende Rippen, welche in die Nuthen jener Muffentheile einfassen, und dadurch die Bewegungs-Uebertragung vermitteln; die Rippen liegen in Durchmessern, welche rechtwinklig zu einander sind. Es müssen hier beide Wellen in der Nähe der Kuppe-

lung unterstützt sein, weil die lose eingesetzte Scheibe die getriebene Welle nicht in allen Lagen gehörig unterstützt. Die Länge der Höhlung, durch welche die beiden Muffentheile auf der Welle durch Nuth und Feder befestigt sind, ist genau wie auf S. 300 bei Fig. 8 zu berechnen, sie beträgt

für schmiedeeiserne Wellen . . . . . . $\frac{1}{2}l = 1{,}5d$,

„ gufseiserne Wellen . . . . $\frac{1}{2}l = d$,

wenn d den auf Torsion berechneten Wellen-Durchmesser bezeichnet. Nennt man b die Breite der Rippe, also auch der Nuth in den Muffen, d' aber den Durchmesser der Scheibe, so wird das Widerstandsmoment, mit welchem die rechteckige Rippe der Torsion widersteht, gleich demjenigen des Zapfens sein müssen. Man hat hiernach (S. 236):

$$\tfrac{1}{16}\pi s' d^3 = \tfrac{1}{6}\,\frac{s'' b d'}{\sqrt{(b^2 + d'^2)}}\,.\,[d'^2 + b^2].$$

Nimmt man wieder $s' = s''$ (wie bei Fig. 1 und 2), und setzt man:

$$b = \tfrac{1}{4}d,$$

so folgt:

$$d' = 1{,}62d.$$

Man vermehrt den Durchmesser gewöhnlich noch um $\frac{1}{4}$ Zoll, so dafs man setzen kann:

$$\boldsymbol{d' = 1{,}6d + \tfrac{1}{4}\ \textbf{Zoll}.}$$

5) Kuppelung durch Schienen.

Wenn es überhaupt nicht möglich ist, die ganzen, oder auch die getheilten Muffen zur Seite zu schieben, so bleibt nichts anders übrig, als die Welle dadurch zu kuppeln, dafs man über beide Wellenenden Schienen legt, und diese durch Bolzen zusammenzieht.
Taf. 15. Fig. 14. Eine sehr einfache Konstruktion zeigt Taf. 15. Fig. 14. Die beiden Schienen werden auf Torsion in Anspruch genommen, und ihr Widerstandsmoment mufs gleich dem des Zapfens sein. Nennt man die Stärke der Schienen δ, so ist die Höhe der ganzen Kuppelung $d + 2\delta = H$; setzt man die Breite der Schienen mit Vernachlässigung des zu beiden Seiten für die Bolzenlöcher überstehenden Randes $= d$, so ergiebt sich (nach der Regel auf S. 235 und nach S. 208 No. 21, sowie mit Rücksicht darauf, dafs der Abstand der äufsersten Faserschicht von der neutralen Axe $= \frac{1}{2}H\sqrt{2}$ ist) das Widerstandsmoment gegen Torsion:

$$\frac{\tfrac{1}{12}d(H^3 - d^3) + \tfrac{1}{12}(H - d)d^3}{\tfrac{1}{2}H\sqrt{2}}\,s,$$

setzt man dies gleich dem Widerstandsmoment des Zapfens gegen Torsion und nimmt man wieder die Spannungen in den äufsersten Faserschichten gleich grofs an, so findet sich:

$$\frac{1}{6H}[H^3-d^3+(H-d)d^2]=\frac{1}{16}\sqrt{2}\,.\,\pi d^2$$

$$H^3-\tfrac{2}{3}d^2H-2d^3=0,$$

woraus sich mittelst der Cardanischen Formel ergiebt:

$$H=1{,}26d.$$

Die Stärke der Schienen ist also $\delta=\frac{H-d}{2}=\frac{1}{8}d$; aus konstruktiven Gründen ist es rathsam, diese Stärke um etwa $\frac{1}{8}$ Zoll zu vermehren, also zu nehmen:

$$\boldsymbol{\delta=\tfrac{1}{8}d+\tfrac{1}{8}\ \textbf{Zoll},}$$

$$\boldsymbol{H=\tfrac{5}{4}d+\tfrac{1}{4}\ \text{„}}$$

Die Bolzen werden auf Zerreifsen in Anspruch genommen. Der Druck, welcher auf Zerreifsen wirkt, wird gefunden, wenn man das Torsionsmoment durch den Abstand des Angriffspunkts von der Drehaxe $\frac{1}{2}d\sqrt{2}$ dividirt; er ist also:

$$P=\frac{1}{8}\frac{\pi}{\sqrt{2}}d^2\,.\,s'.$$

Nehmen wir im Ganzen acht Bolzen an, so hat jeder einen Druck von $\frac{1}{8}P$ auszuhalten, und man findet die Bolzenstärke nach der Formel auf S. 97:

$$\delta'=0{,}018\sqrt{(\tfrac{1}{8}P)}=0{,}018\sqrt{\left(\frac{\pi}{64\sqrt{2}}\,.\,d^2\,.\,s'\right)},$$

$$=0{,}0033d\sqrt{s'}.$$

Nimmt man die Spannung der äufsersten Faserschicht für schmiedeeiserne Wellen $s'=10000$ Pfund, für gufseiserne Wellen $s'=7000$ Pfund, so hat man die Bolzenstärke:

für schmiedeeiserne Wellen $\delta'=0{,}33d$,
„ gufseiserne Wellen . . $\delta'=0{,}28d$,

wofür man durchschnittlich

$$\boldsymbol{\delta'=0{,}3d}$$

setzen kann.

Man ordnet die Schienen auch wohl in der Weise an, wie Fig. 15 und 16 auf Taf. 15 zeigen. Fig. 15 stellt eine Schienenkuppelung für quadratische Wellen dar. Taf. 15. Jede Schiene umgreift zwei Seiten des Quadrates; Fig. 15 in Fig. 16 ist eine ähnliche Anordnung und 16. für Wellen von kreisförmigem Querschnitt gezeichnet. Um die Wellen gehörig zu centriren, steckt man in der Mitte einen genau abgedrehten Zapfen in beide Wellen ein. Die beiden Figuren 15 und 16 sind in $\frac{1}{12}$ der natürlichen Gröfse gezeichnet. Die Kuppelung Fig 15 soll zur Uebertragung einer Kraft von 16 Pferden bei 32 Umdrehungen in einer Minute dienen*); die Bolzen sind jedoch, wie der Augenschein und eine einfache Rechnung ergiebt, für eine viel geringere Sicherheit, als der Zapfen bestimmt, so dafs sie die schwächste Stelle der Konstruktion bilden und stärker in Anspruch genommen werden, als irgend ein anderer Theil. Es ist nämlich nach der auf S. 268 erwähnten Formel:

$$P \cdot R = 4868 \frac{N}{n}.$$

Man findet hieraus den Druck, welcher auf Zerreifsen der Schrauben wirkt, wenn man für R den Abstand der Schrauben von der Drehaxe einsetzt; derselbe beträgt in Fig. 16 $4\frac{1}{2}$ Zoll $= \frac{3}{8}$ Fufs; es ist also der von den Schrauben auszuhaltende Druck

$$P = \frac{4868}{R} \cdot \frac{N}{n} = \frac{4868}{\frac{3}{8}} \cdot \frac{16}{32}$$
$$= 6485 \text{ Pfund}.$$

Da im Ganzen vier Schrauben sind, so wird jede durch 1621 Pfund in Anspruch genommen. Nach Tabelle V. S. 99 kann aber eine Schraube von $\frac{5}{4}$ Zoll Durchmesser mit Sicherheit 4820 Pfund tragen; es gewähren also die Schrauben dreifache Sicherheit. Nach der Tabelle XVIII findet man aber bei $\frac{N}{n} = \frac{16}{32} = 0{,}5$, für eine gufseiserne Welle bei achtfacher Sicherheit einen Durchmesser von $5\frac{1}{2}$ Zoll; die Welle hat daher eine mehr als $2\frac{2}{3}$ mal so grofse Sicherheit, als die Bolzen.

6) Kuppelungen für hölzerne Wellen.

Um hölzerne Wellen zu kuppeln, kann man in die beiden zu vereinigenden Wellenenden einen einzigen Zapfen einlegen
Taf. 15. Fig. 17. (Taf. 15. Fig. 17); die Walze eines solchen Zapfens ist an beiden Enden mit Flügeln versehen, nach Art der Blattzapfen oder der Kreuzzapfen (S. 279). Das Einlegen des Zapfens ist jedoch mit Schwierigkeiten verknüpft; die Kuppelung ist sehr steif und nur für leichte Wellen anwendbar. Empfehlenswerther ist die auf
Taf. 15. Fig. 18. Taf. 15. Fig. 18 gezeichnete Methode: in das Ende der treibenden Welle wird ein Kreuzzapfen eingelegt, die Walze desselben ist verlängert und bildet den Kuppelungskopf; an dem Ende der getriebenen Welle wird der zweite Kuppelungskopf ganz in derselben Weise wie ein Zapfen befestigt, indem man ihn mit einem Stiel und mit Flügeln versieht. Die Kuppelung selbst kann nach irgend

*) Salzenberg, Vorträge über Maschinenbau S. 62.

einer der vorhin beschriebenen Methoden erfolgen; in der Zeichnung ist die in Fig. 3 dargestellte Konstruktion gewählt.

7) Kuppelung durch Hebel.

Sehr biegsame Kuppelungen erhält man, wenn man auf den Kuppelungsköpfen der Wellen zweiarmige oder auch einarmige Hebel befestigt.

Taf. 15. Fig. 19 zeigt eine Kuppelung durch zweiarmige Hebel; jede Welle ist unmittelbar neben der Kuppelung unterstützt; der Hebel auf der einen Welle, gleichviel ob es die treibende oder die getriebene Welle ist, hat an seinen Enden Ansätze, welche parallel mit der Welle hervorragen und sich hinter die Arme des andern Hebels legen. Ist der Abstand des Angriffspunktes des Ansatzes von der Drehaxe $1{,}5d$, so findet sich nach dem Frühern (vergl. Taf. 15. Fig. 14 auf S. 305) der Druck im Angriffspunkt des Ansatzes $\frac{1}{16}\frac{\pi d^3}{1{,}5d} \cdot s' = \frac{1}{24}\pi d^2 s'$. Obwohl jeder der beiden Hebelsarme nur die Hälfte dieses Druckes auszuhalten hat, so ist doch zu rathen, jeden für den ganzen Druck zu berechnen, da der Fall eintreten kann, dafs wirklich nur ein Hebelsarm zum Angriff kommt. Sehen wir jeden Hebelsarm als einen Balken an, welcher an einem Ende befestigt, am andern belastet ist; setzen wir seine Länge $= l$, seine Breite, parallel mit der Axe, $= b$ und seine Stärke in der Richtung der Bewegung $= h$, so haben wir nach bekannten Regeln (S. 203): Taf. 15. Fig. 19.

$$\frac{1}{24}\pi d^2 \cdot s' \cdot l = \frac{1}{6} b h^2 \cdot k.$$

Wenn die Welle und der Hebel aus demselben Material sind, so hat man $s' = k$ zu setzen; nehmen wir aufserdem $\boldsymbol{l = d}$, $\boldsymbol{b = \frac{3}{4} d}$, so folgt:

$$\boldsymbol{h = d}\ *).$$

Diese Dimension für den Hebelsarm gilt unmittelbar an der Welle, sie kann nach dem Ende hin bis auf $\frac{3}{4}d$ vermindert werden. Die Ansätze sind gleichfalls auf Bruch zu berechnen; sie können von quadratischem Querschnitt gemacht werden, und wenn man jeden wieder auf den ganzen Druck berechnet, die Länge von der Anhaftungsfläche bis zur Mitte des anliegenden Hebelsarmes nach der Figur $\frac{1}{8}d + \frac{3}{8}d = \frac{1}{2}d$ nimmt, so findet man die Seite des Quadrats h' durch die Gleichung:

$$\frac{1}{24}\pi d^2 \cdot s' \cdot \frac{1}{2}d = \frac{1}{6}h'^3 k,$$
$$h' = 0{,}37\, d,$$

wofür man $\boldsymbol{h' = \frac{3}{4} d}$ nehmen kann.

*) Vergl. die Berechnung der Armstärken in § 116.

Der mit Ansätzen versehene Hebelsarm heifst der Mitnehmer.

Es ist leicht einzusehen, dafs man das Prinzip dieser Kuppelung in der mannigfaltigsten Weise zur Geltung bringen kann, indem man die in Fig. 17 gezeichnete Form variirt. Man kann z. B. den einen Hebelsarm gabelförmig machen, und die Ansätze des Mitnehmers zwischen die Arme der Gabel fassen lassen, oder man kann die Ansätze als cylindrische Zapfen konstruiren, und den andern Theil mit entsprechenden Höhlungen versehen, oder man kann beide Hebel mit Zapfen versehen, und diese Zapfen unmittelbar aneinander anliegen lassen, oder auch dieselben durch eine Schiene, welche ziehend wirkt, aneinander anhängen. Diese letzte Konstruktion führt auf die sogenannte Krummzapfenkuppelung
Taf. 15. Fig. 20. oder Kniekuppelung, von welcher auf Taf. 15. Fig. 20 ein Beispiel gezeichnet ist*). Die Figur zeigt eine solche Kniekuppelung für eine Welle, welche bei Uebertragung von 30 Pferdekräften, 30 Umdrehungen in der Minute machen soll; nach Tabelle XVIII findet man bei achtfacher Sicherheit den Durchmesser einer gufseisernen Welle für $\frac{N}{n} = \frac{30}{30} = 1$ zu 7 Zoll, wie er auch mit der Ausführung übereinstimmt. Die Figur ist in $\frac{1}{12}$ der natürlichen Gröfse gezeichnet.

8) Kuppelungen für stehende Wellen.

Die Kuppelungen stehender Wellen werden in ganz ähnlicher Weise konstruirt, wie diejenigen für liegende Wellen. Da stehende Wellen beim Aufstellen sich leichter richten lassen als liegende, so lassen sich namentlich die steifen Kuppelungen hier bequem anwenden. Die Wellen selbst werden gewöhnlich, zur Erleichterung des Centrirens, in der Mitte mit einem kleinen Zapfen ineinander gesteckt, und die untere Welle bekommt in der Regel den Halszapfen, selbst wenn sie die getriebene sein sollte. Es wird nicht schwer sein, die eben gegebenen Konstruktionen auch für stehende Wellen umzuformen, und noch durch neue Anordnungen zu vermehren.

Lösbare Kuppelungen.

§ 113. Lösbare Kuppelungen sind solche, die mit Vorrichtungen versehen sind, durch welche man die Befestigung

---

*) Salzenberg: Vorträge über Maschinenbau S. 66.

zwischen beiden Wellen mit geringer Mühe aufheben, und demnächst wieder herstellen kann. Es eignen sich hierzu fast alle diejenigen, im vorigen Paragraphen beschriebenen Konstruktionen, welche aus zwei, auf die Wellenenden aufgeschobenen Theilen bestehen. Wenn man den einen von beiden Theilen so einrichtet, dafs er ohne Schwierigkeit auf der Welle zurückgeschoben werden kann, so dafs er aufser Zusammenhang mit dem andern Theile kommt, so hat man dadurch eine lösbare Kuppelung hergestellt.

Eine solche Einrichtung besteht gewöhnlich darin, dafs man den zu verschiebenden Kuppelungstheil hinter der Kuppelung mit einer ringförmigen Nuthe, einem sogenannten Hals, versieht; in diese Nuthe greift das Ende eines Hebels (Rückhebels, Rückscheere), doch so, dafs der Kuppelungstheil dadurch zwar nicht an der Rotation gehindert wird, wohl aber dem Rückhebel folgen mufs, wenn derselbe parallel mit der Wellenaxe bewegt wird. Giebt man dem Rückhebel diese Bewegung, so wird dadurch der Kuppelungstheil entweder vorwärts oder rückwärts geschoben, und auf diese Weise die Kuppelung hergestellt oder gelöst.

Der verschiebbare Theil der Kuppelung befindet sich gewöhnlich auf der getriebenen Welle. Ist der Kuppelungskopf cylindrisch, so sichert man durch prismatische Federn, welche parallel zur Wellenaxe eingelegt sind, und in entsprechende Nuthen der Kuppelungshülse eingreifen, den Zusammenhang zwischen beiden Theilen während der Rotation.

Da durch das Lösen der Kuppelung bei den gewöhnlichen Konstruktionen jeder Zusammenhang zwischen den beiden Wellen unterbrochen wird, so würde auch die Unterstützung der getriebenen Welle aufhören, wenn man nicht durch Anordnung eines Lagers unmittelbar hinter der Ausrückung für hinreichende Sicherheit sorgte. Bei Anordnung lösbarer Kuppelungen sind daher stets beide Wellenenden zu unterstützen. Es folgen hier einige Beispiele lösbarer Kuppelungen.

Taf. 16. Fig. 1 zeigt eine lösbare Kuppelung. Diese Konstruktion ist bekannt unter der Benennung: englische Kuppelung. Die beiden Scheiben sind mit schräg eingeschnittenen Zähnen versehen, deren schräge Oberflächen durch Schraubenflächen begränzt sind. Die in der Mantelfläche der Scheiben liegenden Fugen bilden daher die Anfänge zu eben so viel Spiralen, als Zähne vorhanden sind. Diese Anordnung kann nur dann gewählt werden, wenn die zu kuppelnden Wellen immer nach derselben Richtung sich umdrehen, hat aber für diesen Fall den Vortheil, Taf. 16. Fig. 1.

dafs sie sich von selbst löst, wenn die treibende Welle durch irgend einen Zufall eine rückgängige Bewegung macht.

Die Anzahl der Zähne, welche man ineinandergreifen läfst, kann sehr verschieden angenommen werden. Es genügt für die Uebertragung der Bewegung ein einziger Zahn. (Taf. 16. Fig. 2). Hier sind deren zwölf angenommen. Hat man nur einen Zahn, so existirt auch nur eine Stellung der beiden Theile gegeneinander, in welcher man sie wieder einrücken kann; eine Vermehrung der Zähne erleichtert daher das Einrücken der beiden Scheiben, aufserdem vermehrt man dadurch die Sicherheit bei der Uebertragung der Bewegung. Man berechnet nämlich die Kuppelung, selbst bei der Anordnung mehrerer Zähne, doch immer so, als ob ein Zahn allein den ganzen bei der Uebertragung Statt findenden Druck auszuhalten habe, weil man niemals voraussetzen kann, dafs alle Zähne gleichmäfsig anliegen. Sind die Zähne eingerückt, so wirkt der Druck auf Absplittern des Zahnes. Ist nun:

z die Anzahl der Zähne,
d der Wellen-Durchmesser,
D der äufsere Durchmesser der Scheiben,
b die Breite der Zähne radial gemessen,

so ist:

$\frac{D-b}{2}$ der Abstand der Mitte der Zähne von der Drehaxe, folglich wenn das Torsions-Moment der Welle $\frac{1}{16}\pi d^3 k$ ist, der Druck, welcher bei der Uebertragung der Bewegung wirkt (vergl. S. 305): $\frac{1}{8}\frac{\pi d^3 k}{D-b}$. Die Anhaftungsfläche eines Zahnes drückt sich aber aus durch $\frac{(D-b)\pi}{z} . b$ und wenn k' die Belastung ist, welche das Material des Zahns mit Sicherheit gegen Abreifsen aushalten kann, so hat man nach der Bemerkung auf S. 249:

$$\frac{1}{8}\frac{\pi d^3 k}{D-b} = \frac{1}{2} k' \frac{(D-b)\pi}{z} . b.$$

Setzt man, wie es passend ist:

$$b = \tfrac{1}{6} D,$$

so folgt:

$$D = 1{,}29\, d \sqrt[3]{\left(\frac{k}{k'} z\right)}.$$

Ist die Kuppelungsscheibe und die Welle aus demselben Material, so ist $k = k'$ und man kann setzen:

$$D = 1{,}3\, d \sqrt[3]{z}.$$

Ist die Welle von Schmiedeeisen, die Kuppelungsscheibe von Gufseisen, so ist $\frac{k}{k'} = \frac{10000}{7000}$ und man hat:

$$\boldsymbol{D = 1{,}5\,d\sqrt[3]{z}.}$$

Es ist jedoch zu bemerken, dafs der geringste Werth von D, den man zu wählen hat, nicht kleiner sein sollte als der Durchmesser einer Nabe, welche der Welle entspricht, d. i. etwa $2d$ (§ 115).

In dem in Fig. 1 gezeichneten Beispiel ist die Welle und die Kuppelung aus Gufseisen; es ist $z = 12$, und man findet nach unserer Formel:

$$D = 1{,}3\,d\sqrt[3]{12} = 3\,d.$$

Bei dem auf Taf. 16. Fig. 4 mitgetheilten Beispiel einer ausgeführten Kuppelung ist die Welle von Schmiedeeisen und zwar $d = 2\frac{2}{3}$ Zoll; $z = 4$, man findet also nach der zweiten Formel:

$$D = 1{,}5 \,.\, 2\tfrac{2}{3} \,.\, \sqrt[3]{4} = 6{,}35 \text{ Zoll},$$

wofür in der Ausführung für die äufsere Peripherie der Zähne 7 Zoll genommen sind. Den Vorsprung der Zähne über die Anhaftungsfläche kann man etwa $\frac{1}{3}d$ machen; um etwas gröfser als dieser Vorsprung mufs das Stück sein, um welches die Kuppelungsscheibe seitwärts verschoben werden kann; man kann dasselbe etwa gleich $\frac{1}{2}d$ nehmen. Der Rückhebel ist nun so anzuordnen, dafs seine Richtung in der Mitte des Weges, um welchen die Verschiebung erfolgen soll, zur Drehaxe normal ist. Damit der Ausschlagswinkel des Rückhebels nicht zu grofs werde, macht man die Entfernung vom Angriffspunkt bis zum Stützpunkt des Hebels etwa sechsmal so grofs, als die Verschiebung betragen soll, oder, nach den gewählten Verhältnissen, gleich $3d$. Da das Ausrücken der Kuppelung niemals während der Bewegungs-Uebertragung Statt findet, so ist auch der Druck, welchen man durch den Hebel auszuüben hat, nur ein geringer. Die Stärke des Hebelarmes ist daher nur empirisch zu bestimmen. Ist derselbe von Schmiedeeisen und quadratisch, so kann man seine Stärke in der Nähe des Drehpunktes etwa $\frac{1}{6}d + \frac{1}{2}$ Zoll nehmen, dem Querschnitt der Gabelschenkel aber in der Dimension a parallel zur Welle eben so viel, in der andern Dimension h aber $\frac{1}{12}d + \frac{1}{2}$ Zoll geben.

Der Rückhebel ist entweder ein zweiarmiger Hebel (Fig. 1 und 2) oder er kann auch unter Umständen als einarmiger Hebel konstruirt werden (Fig. 3). Im ersten Falle ist das Hebelende, welches den Hals der Kuppelungsscheibe umfafst, gewöhnlich gabelförmig und die Enden der Schenkel sind einfach umgebogen. Da der Hebel bei der Verschiebung immer andere Winkel mit dem Einschnitt in der Kuppelungsscheibe macht, so liegt auch nur immer ein Punkt dieses umgebogenen Endes an den Rand des Halses an. Will man ein vollständigeres Angreifen des Taf. 16. Fig. 2. Rückhebels erzielen, so wählt man die auf Taf. 16. Fig. 2 dargestellte Konstruktion. Der Hals der Kuppelungsscheibe ist von einem aus zwei Hälften zusammengefügten Bande von Eisen umschlossen, welches hinreichenden Spielraum hat, damit sich der Hals in demselben frei drehen könne. Dieses Band greift mit zwei Zapfen in das Ende der Gabel des Rückhebels ein; es kann in diesen Zapfen schwingen, so dafs es beim Verschieben der Kuppelung stets parallel mit dem Halse bleibt, aber verschiedene Winkel mit dem Rückhebel zu bilden vermag.

Taf. 16. Fig. 3. Taf. 16. Fig. 3 zeigt eine lösbare Kuppelung für eine schmiedeeiserne Welle mit einem einzigen Zahn; die Verhältnisse sind die oben besprochenen und soweit sie den Hals, den Rückhebel etc. betreffen, denen in Fig. 1 analog. Der äufsere Durchmesser ist $D = 2d$. Beispielsweise ist hier ein einarmiger Rückhebel gewählt, bei welchem der Angriffspunkt an den Hals der Scheibe zwischen dem Stützpunkt und dem Hebelende liegt.

Für alle diese Anordnungen kann man auch die auf Taf. 15. Fig. 12 dargestellte und auf S. 302 beschriebene Konstruktion wählen, indem man die Zähne bis zur Hälfte ihrer Höhe mit einer Mantelfläche umgiebt.

Will man die Ausrückung während des Ganges der Maschine bewirken, so mufs man den Rückhebel bedeutend stärker konstruiren, als wir bisher angenommen haben. Es mufs nämlich in diesem Falle die Reibung überwunden werden, welche aus dem Drucke zwischen den Zähnen hervorgeht. Der Rückhebel bekommt dann etwas plumpe Verhältnisse und aufserdem würde es bei schweren Wellen immer noch einer beträchtlichen Kraftanstrengung bedürfen, um die Kuppelung zu lösen. Man wählt in solchem Falle mit Vortheil eine sogenannte „selbstthätige Aus-Taf. 16. Fig. 4. rückung“, wie sie auf Taf. 16. Fig. 4*) in einer obern Ansicht, und in einer Stirnansicht der getriebenen Kuppelungsscheibe gezeichnet ist. Die Ausrückung geschieht hier durch die Bewegung der Wellen selbst. Jede Kuppelungsscheibe hat nämlich

---

*) Salzenberg Vorträge über Maschinenbau S. 64.

einen über die Peripherie der Zähne vortretenden Rand; diese Ränder sind so angeordnet, dafs sie, wenn die Kuppelung eingerückt ist, nicht dicht zusammenschliefsen, sondern einen Zwischenraum lassen, in welchen der kurze Arm eines Hebels eingelegt werden kann, der aufserhalb der Kuppelung an einer Stütze einen festen Drehpunkt hat. Auf dem Ringstück, welches zwischen dem vorspringenden Rand und der äufsern Peripherie der Zähne gebildet wird, befindet sich an der verschiebbaren Kuppelungsscheibe ein Vorsprung, welcher einen Theil eines Schraubengewindes bildet und so allmählich den Zwischenraum zwischen beiden Rändern verengt. Wird nun das Ende des vorerwähnten Hebels, welcher etwa die Dicke des Zwischenraumes hat, zwischen die Ränder der beiden Scheiben gebracht, so wird sich beim Rotiren der Wellen der Vorsprung gegen die Seite des Hebels drängen, und so die verschiebbare Scheibe zu einer Seitenbewegung nach der Länge der Welle zwingen, bis die Zähne der Kuppelung aufser Eingriff sind, und die getriebene Welle still steht. Der Vorsprung mufs also wenigstens so weit über die angreifende Seitenfläche des Hebels hervorragen, als der Weg beträgt, um welchen die seitliche Verschiebung erfolgen soll, die etwas mehr als die Höhe der Zähne ausmacht; es bildet also die Höhe dieses Vorsprungs die Steigung der Schraubenfläche für den Bogen, welchen sie während des Ausrückens durchläuft; jenachdem nun dieser Bogen die ganze Peripherie, oder nur einen Theil derselben (hier etwas weniger als $\frac{1}{4}$) beträgt, wird die Kuppelung langsamer oder geschwinder ausgerückt. Man pflegt bei langsam gehenden Wellen auch wohl mehrere solcher Vorsprünge anzuordnen, um so die Zahl der Punkte auf der Peripherie zu vermehren, an welchen die Ausrückung Statt finden kann. Damit der Hebel, wenn er einmal eingelegt ist, nicht zu tief durchschlagen kann, ist ein Knaggen an der Stütze angebracht, auf welchen sich der Hebel auflegt. Um die Kuppelung, nachdem der Hebel zurückgeschlagen worden, wieder einrücken zu können, ist eine Rückgabel vorhanden.

Friktionskuppelungen.

§ 114. Es kommen Fälle vor, in welchen der Widerstand in der getriebenen Welle plötzlich so bedeutend zunimmt, dafs das auf Torsion wirkende Moment dasjenige beträchtlich übersteigt, für welches die Welle, selbst mit Rücksicht auf die vier- bis achtfache Sicherheit (S. 237) berechnet worden ist. Die Folge davon könnte ein Bruch oder wenigstens eine bleibende Verdrehung der Welle sein. Dies kommt z. B. vor bei Walzwerken, wenn irgend ein ungehöriger Körper zwischen die Walzen geräth, und in ähnlichen Verhältnissen. Man sucht für solche Fälle eine Kuppelung zu konstruiren, welche nur die Uebertragung bis zu einem bestimmten Torsions-Moment an die getriebene Welle gestattet, die Uebertragung jedes gröfseren Torsions-Momentes aber versagt. Diesen Anforderungen genügen die Friktionskuppelungen.

Bei den Friktionskuppelungen wird der bei der Uebertragung Statt findende Druck durch Reibung der getriebenen Welle mitgetheilt. Die Reibung ist so zu reguliren, dafs sie einem ganz bestimmten Drucke das Gleichgewicht hält, von dem Drucke jedoch überwunden wird, sobald er über jenes Maafs anwächst; in diesem Falle ist die Reibung nicht im Stande, den gröfseren Druck an die getriebene Welle zu übertragen, es findet ein Gleiten statt, und der Ueberschufs des Druckes wird durch die Arbeit konsumirt, welche er durch die Ueberwindung der Reibung verrichtet.

Wächst der bei der Uebertragung wirkende Druck dadurch an, dafs der Widerstand in der getriebenen Welle über ein gewisses Maafs zunimmt, so bleibt diese stehen, und die treibende Welle bewegt sich fort, indem gewisse Kuppelungstheile über einander fortgleiten. Wenn dagegen der Widerstand in der getriebenen Welle das Maximum erreicht hat, welches durch die Kuppelung übertragen werden kann, und es wächst der Druck in der treibenden Welle, so bewegt sich die getriebene Welle mit einer gewissen Geschwindigkeit fort, während die treibende Welle eine gröfsere Geschwindigkeit annimmt; es entsteht also zwischen beiden Wellen eine relative Geschwindigkeit, mit welcher eben die Reibung fortbewegt wird, und welche den Ueberschufs an Druck und Arbeit konsumirt.

Man hat im Allgemeinen drei Systeme, um bei Friktionskuppelungen die Reibung zu erzeugen und an die getriebene Welle zu übertragen, nämlich:

1) Die Reibung wird auf der Mantelfläche einer cylindrischen Scheibe durch ein umgelegtes Band (Schlofsband) erzeugt, indem man das Band mittelst Schraubenbolzen spannt; die Uebertragung geschieht durch einen Mitnehmer (S. 308).

2) Die Reibung wird auf der Mantelfläche zweier Kegel, von denen der eine einen hohlen, der andere einen vollen Kegel darstellt, erzeugt, indem man die beiden Kegel mit einem

angemessenen, nach der Richtung der Wellenaxen wirkenden Druck ineinander schiebt; die Uebertragung an die Wellen geschieht durch die Kegel selbst, indem auf jedem Wellenende ein Kegel angeordnet ist.

3) Die Reibung wird an der Grundfläche zweier cylindrischen Scheiben erzeugt, indem man dieselben mittelst Schraubenbolzen aneinander prefst. Die Uebertragung geschieht durch die Scheiben an die Wellen.

Taf. 16. Fig. 5 zeigt eine Friktionskuppelung mit cylindrischer Scheibe und Schlofsband. Auf der treibenden Welle ist eine Scheibe befestigt, welche auf ihrer äufsern Peripherie mit einer Nuth versehen ist; in diese Nuth wird ein Schlofsband eingelegt, d. i. ein schmiedeeisernes Band, welches in seiner Höhlung genau passend zu der gut abgedrehten Scheibe bearbeitet ist. Das Schlofsband besteht aus zwei Hälften, damit man es in die Nuth gehörig einlegen kann; durch Schraubenbolzen werden diese beiden Hälften nicht allein vereinigt, sondern auch mit einem gewissen Druck gegen die Scheibe geprefst; es wird dadurch zwischen der Peripherie der Scheibe und dem Bande eine entsprechende Reibung erzeugt, welche durch das Anziehen der Schrauben genau regulirt werden kann, und welche dem zu übertragenden Drucke gleich gemacht werden mufs. Auf der Welle sitzt ein Mitnehmer, der mit seinen Vorsprüngen hinter den Köpfen der Schraubenbolzen liegt, und so lange von der treibenden Welle mit in Umdrehung versetzt wird, als das Schlofsband auf der Scheibe nicht gleitet. Die Verhältnisse dieser Anordnung sind in folgender Weise zu berechnen. Taf. 16. Fig. 5.

Es bezeichne:

P den Druck in der Peripherie der Scheibe,

D den Durchmesser der Scheibe,

d den Durchmesser eines Halszapfens, welcher für das zu übertragende Torsionsmoment berechnet ist; also im Allgemeinen des Halszapfens der getriebenen Welle*),

---

*) Will man dem Zapfen oder der Welle eine gröfsere Sicherheit geben, als der Kuppelung, so ist doch unter d immer der Zapfen zu verstehen, welcher dieselbe Sicherheit gewährt, wie die Kuppelung. Soll z. B. die Kuppelung ein gegebenes Moment PR übertragen, der Halszapfen oder die Welle aber die $x$fache Sicherheit für dieses Moment gewähren, so würde man das d, welches für die Verhältnisse der Kuppelung maafsgebend ist, finden, indem man die berechnete, oder aus den Tabellen XVII und XVIII auf S. 270 entnommene Zapfenstärke mit $\sqrt[3]{x}$ dividirt.

h die radiale Dimension für den Querschnitt des Schlofsringes,

b die Dimension desselben, parallel mit der Axe,

δ den Durchmesser jedes der vier stählernen Schraubenbolzen zum Anziehen des Bandes.

Wenn die Uebertragung des Druckes von dem Schlofsringe an den Mitnehmer Statt findet, so hat das Ende des Schlofsringes, welches an den Vorsprung angreift, und unmittelbar schiebend wirkt, eine gröfsere Spannung zu erleiden, als das andere Ende, und zwar ist diese Spannung gröfser um den Werth der Reibung, welche auf dem umschlossenen Theile der Peripherie Statt findet. Bezeichnen wir die gröfsere Spannung mit T, die kleinere mit t, und berücksichtigen wir, dafs der Werth der Reibung auf der ganzen Peripherie der Scheibe gleich dem zu übertragenden Drucke sein mufs, folglich für den von einem halben Ringe umschlossenen Theil gleich $\frac{1}{2}P$ ist, so haben wir:

$$1)\quad T - t = \tfrac{1}{2}P.$$

Während die Uebertragung des Druckes nicht Statt findet, ist die Spannung in beiden Enden gleich grofs, und vertheilt sich von selbst in der angedeuteten Weise, so bald das eine Ende dadurch, dafs es unmittelbar dem Widerstande zum Angriffspunkt dient, stärker in Anspruch genommen wird. Die Summe der Spannungen ist also konstant, und es ist während der Ruhe die Spannung in jedem Ende:

$$2)\quad T' = \frac{T + t}{2}.$$

Diese mittlere Spannung T' ist also diejenige, welche man dem Bande durch die Schraubenbolzen ertheilen, und auf welche man diese berechnen mufs.

Nach einem Gesetze der Mechanik, welches bei Gelegenheit der Riemscheiben zur näheren Besprechung gelangt, ist aber auch

$$3)\quad \log T = \log t + 2{,}728\, a\mu,$$

wenn a das Verhältnifs des umschlungenen Bogens zur ganzen Peripherie, und μ den Reibungs-Koeffizienten zwischen Band und Scheibe bezeichnet. Für unsern Fall ist $a = \frac{1}{2}$ und der Reibungs-Koeffizient für Schmiedeeisen auf Gufseisen $= 0{,}16$ zu setzen; es folgt sodann:

$$\log T = \log t + 2{,}728 \cdot \tfrac{1}{2} \cdot 0{,}16 = \log t + 0{,}21824.$$

$$4)\quad T = 1{,}653\, t,$$

$$t = \frac{T}{1{,}653},$$

setzen wir diesen Werth von t in die Gleichung 1), so folgt:

$$T = 2{,}53 \,.\, \tfrac{1}{2} P = 1{,}27 P,$$

und aus der Gleichung 2):

$$T' = \tfrac{1}{2}\left(T + \frac{T}{1{,}653}\right) = \frac{1{,}27}{2} P \,.\, \frac{2{,}653}{1{,}654} = P.$$

Es mufs nun der Querschnitt des Bandes grofs genug sein, um die Spannung T mit Sicherheit aushalten zu können. Man hat also:

$$5)\quad bh \,.\, 10000 = T = 1{,}27 P.$$

Der Druck P läfst sich aber auch in bekannter Weise (S. 299) aus dem Torsions-Momente, welches übertragen werden soll, bestimmen, und ergiebt sich:

$$P = \tfrac{1}{8} \frac{\pi d^3}{D} \,.\, k.$$

Gewöhnlich nimmt man:

die Breite des Bandes $\mathbf{b = d}$,

„ Dicke desselben . $\mathbf{h = \tfrac{1}{8} d}$;

setzt man diese Werthe in die Gleichung 5), so findet man:

$$\tfrac{1}{8} d^2 \,.\, 10000 = 1{,}27 \,.\, \tfrac{1}{8} \frac{\pi d^3 \,.\, k}{D}.$$

Ist die Welle von Schmiedeeisen, so ist auch $k = 10000$, und es folgt:

der Durchmesser der Scheibe $\mathbf{D = 4 d}$.

Für gufseiserne Wellen wäre k gleich 7000 und es würde sich $\mathbf{D = 2{,}8\, d}$ ergeben.

Die Bolzen, durch welche die beiden Hälften des Friktionsringes zusammengehalten werden, müssen stark genug sein, um die Spannung $T' = P$ auszuhalten. Bolzen von Schmiedeeisen würden zu grofse Durchmesser bekommen, da die Spannung, welche sie zu erleiden haben, sehr beträchtlich ist; es ist daher rathsam, Bolzen von Stahl zu wählen und zwar an jeder Schlufsstelle deren zwei; es hat also jeder Bolzen die Spannung $\tfrac{1}{2} T' = \tfrac{1}{2} P$, oder nach der vorstehenden Berechnung:

$$\tfrac{1}{16} \frac{\pi d^3}{D} k$$

auszuhalten. Nun trägt ein schmiedeeiserner Bolzen der Whitworthschen Skala vom Durchmesser δ nach S. 97 mit Sicherheit $3086\delta^2$ Pfund; es ist aber die Tragfähigkeit des Stahls 18000, wenn die des Schmiedeeisens 10000 ist; ein stählerner Bolzen würde also mit Sicherheit

$$\frac{3086 \,.\, 18}{10} = 5555 \delta^2 \text{ Pfund}$$

tragen, und es würde zu setzen sein:

$$5555\,\delta^2 = \tfrac{1}{16}\pi\frac{d^3}{D}k.$$

Da nun sowohl für schmiedeeiserne als für gufseiserne Wellen $\frac{k}{D} = \frac{2500}{d}$ ist, so folgt für beide Materialien

die Bolzenstärke $\delta = 0{,}3\,d$.

Sehr häufig findet man nur einen Schraubenbolzen an jeder Schlufsstelle, und diesen viel schwächer, als die Rechnung ergeben würde. Solche Konstruktion ist jedenfalls unproportionirt, denn die Schraubenbolzen werden dann viel stärker in Anspruch genommen, als irgend ein anderer Theil der Kuppelung, sie werden daher auch vielfachen Reparaturen unterliegen und man wird sehr häufig nicht im Stande sein, die nöthige Spannung des Bandes zu erzielen. In Folge davon können Verluste an Arbeit nicht ausbleiben, welche durch ein zu frühes Gleiten des Bremsbandes auf der Scheibe herbeigeführt werden.

Nach den obigen Verhältnissen ist auf Taf. 16. Fig. 4 eine Friktionskuppelung für eine schmiedeeiserne Welle entworfen. Die Verhältnisse sind eingeschrieben. Die Kuppelung ist zugleich eine lösbare, indem der Mitnehmer mittelst einer Rückgabel zurückgeschoben werden kann. Die hier gezeichnete Anordnung zeigt auch, wie man bei einer lösbaren Kuppelung mit einem einzigen Lager auskommen kann. Die getriebene Welle ruht nämlich in der verlängerten Nabe der Kuppelungsscheibe, welche sich um den Kuppelungskopf der getriebenen Welle frei drehen kann, wenn diese still steht.

Taf. 16. Fig. 6. Taf. 16. Fig. 6 stellt eine Friktionskuppelung mit zwei Kegeln dar; der Kegel auf der treibenden Welle ist fest, und bietet der Reibung eine konkave Oberfläche dar; der andere, auf der getriebenen Welle befestigte Kegel ist mittelst einer Rückgabel verschiebbar, und seine konvexe Oberfläche hat die Reibung zu erleiden.

Das Moment der Reibung, welche aus dem Normaldruck zwischen den Kegelmänteln hervorgeht, mufs gleich dem Torsionsmoment sein, welches durch die Welle übertragen wird.

Es bezeichne:

d den Durchmesser der getriebenen Welle, für das zu übertragende Torsionsmoment berechnet *),

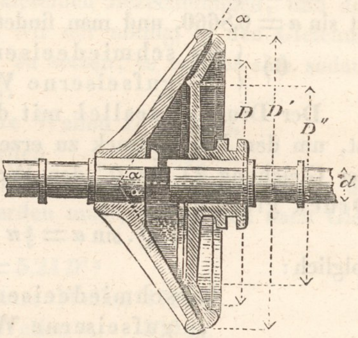
*) Die Anmerkung auf S. 315 gilt auch hier.

D' den äufsern, D'' den innern, D den mittlen Durchmesser der reibenden Kegeloberfläche,

μ den Reibungs-Koeffizienten,

Q den Normaldruck zwischen den Kegelmänteln,

α den halben Winkel, welchen die Seiten des Kegels miteinander bilden.



Nach einer bereits auf S. 88 gebrauchten Formel ist der mittle Durchmesser der Reibung:

$$D = \tfrac{2}{3}\,\frac{D'^3 - D''^3}{D'^2 - D''^2},$$

und daher das Reibungsmoment:

$$Q\mu\,.\,\pi\,.\,\tfrac{2}{3}\,\frac{D'^3 - D''^3}{D'^2 - D''^2},$$

und da dasselbe gleich dem Torsionsmoment sein soll, so hat man:

$$1)\quad Q\mu\,.\,\pi\,.\,\tfrac{2}{3}\,\frac{D'^3 - D''^3}{D'^2 - D''^2} = \tfrac{1}{16}\pi d^3\,.\,k.$$

Wenn zuweilen ein Schleifen Statt findet, so ist es aus den auf S. 272 angeführten Gründen rathsam, dafs der Normaldruck zwischen beiden Flächen einen gewissen Werth nicht überschreite. Sind die reibenden Oberflächen aus Gufseisen, und ist auf ein sorgfältiges Schmieren nicht zu rechnen, so darf man den Quadratzoll der reibenden Oberflächen höchstens mit 12 Pfd. belasten. Da nun die Berührungsfläche der Kegel sich ausdrückt durch:

$$\tfrac{1}{4}\pi\,\frac{D'^2 - D''^2}{\sin\alpha},\ \text{so folgt}$$

$$2)\quad Q = \tfrac{1}{4}\pi\,\frac{D'^2 - D''^2}{\sin\alpha}\,.\,12.$$

Setzen wir diesen Werth in die Gleichung 1), so ergiebt sich:

$$3)\quad D'^3 - D''^3 = d^3\,.\,\frac{3\,.\,k\,.\sin\alpha}{96\,.\,\pi\,.\,\mu}.$$

Nehmen wir:

$$D'' = \tfrac{2}{3}D'$$

und für Eisen auf Eisen $\mu = 0{,}16$, so folgt:

$$4)\quad D' = 0{,}44\,d\sqrt[3]{(k\,.\sin\alpha)}.$$

Setzt man für k wieder **10000**, beziehlich **7000**, so erhält man:

$$5)\left\{\begin{array}{l}\text{für schmiedeeiserne Wellen } D' = 9{,}5\,d\sqrt[3]{\sin\alpha},\\ \text{„ gufseiserne Wellen . . } D' = 8{,}4\,d\sqrt[3]{\sin\alpha}.\end{array}\right.$$

Es ist passend, den Winkel $\alpha = 60$ Grad zu nehmen, dann ist $\sin\alpha = 0{,}8660$, und man findet:

$$6)\left\{\begin{array}{l}\text{für schmiedeeiserne Wellen } \boldsymbol{D' = 9d},\\ \text{„ gufseiserne Wellen . . } \boldsymbol{D' = 8d}.\end{array}\right.$$

Der Druck, parallel mit der Welle, welcher erforderlich ist, um den Normaldruck zu erzeugen, ist $Q \cdot \sin\alpha$. Setzt man in der Gleichung 2) für D'' den Werth $\frac{2}{3}D'$, so ergiebt sich dieser Druck gleich:

$$7)\ Q \cdot \sin\alpha = \tfrac{5}{3}\pi \cdot D'^2 = 5{,}236\,D'^2,$$

folglich:

für schmiedeeiserne Wellen $424\,d^2$,
„ gufseiserne Wellen . . $355\,d^2$.

Es ist also der Druck, mit welchem die Kegel aneinander geprefst werden müssen, sehr beträchtlich; da er aufserdem durch den Rückhebel ausgeübt wird, so eignet sich diese Kuppelung überhaupt nur für geringe Wellenstärken. Sie hat freilich den Vortheil, dafs man den Zusammenhang zwischen beiden Wellen durch eine geringe Bewegung sofort lösen und wieder herstellen kann, und dafs man das zu übertragende Moment sehr genau, leicht und schnell reguliren kann. Man wendet daher diese Konstruktion überall da an, wo das zu übertragende Moment zwar gering, aber doch sehr veränderlich ist, und wo ein häufiger Wechsel zwischen Einrücken und Ausrücken Statt findet. Für feste Kuppelungen eignet sich besser die Konstruktion, welche die folgende Figur zeigt:

Taf. 16. Fig. 7. Taf. 16. Fig. 7 stellt das dritte System der Friktionskuppelungen (S. 315) dar. Auf dem Ende der getriebenen Welle befindet sich eine Scheibe a, welche sich auf der Welle zwar ein wenig verschieben läfst, aber doch so mit derselben zusammenhängt, dafs sie mit ihr gemeinschaftlich rotiren mufs; auf der treibenden Welle ist eine ähnliche Scheibe b befestigt, zwischen den Grundflächen beider Scheiben liegt eine Scheibe von Leder, Pappe, oder einem ähnlichen nachgiebigen Material; die Rückseite der Scheibe a ist an dem Rande genau eben abgedreht, und wird von einem ebenfalls gut abgedrehten Ringe c umfafst, welcher durch Schraubenbolzen an der Scheibe b befestigt ist. Durch die Schrauben ist es möglich, den Ring mit einem passenden Drucke gegen den Rand der Scheibe zu pressen. Die Reibung, welche aus diesem Drucke entspringt, mufs gleich dem Druck sein, welcher an die getriebene Welle übertragen wird, und folglich auch das Moment der Reibung gleich dem Torsionsmoment der Welle.

Man wird also diese Kuppelung genau so berechnen können, wie die Figur 6; behalten wir dieselben Bezeichnungen, und dieselben Verhältnisse bei, so haben wir nur nöthig, in den Gleichungen der Fig. 6 überall $\sin\alpha = 1$ zu setzen; es ergiebt sich sodann für $D'' = \frac{2}{3}D'$ nach Gleichung 5):

für schmiedeeiserne Wellen $D' = 9{,}5d$,
„ gufseiserne Wellen . . $D' = 8{,}4d$.

Der mit der Welle parallele Druck, welcher durch die Schraubenbolzen ausgeübt werden mufs, findet sich nach Gleichung 7):

$$\tfrac{5}{3}\pi D'^2 = 5{,}24 D'^2$$

für schmiedeeiserne Wellen $473d^2$,
„ gufseiserne Wellen . . $370d^2$.

Nehmen wir 6 Bolzen an, so hat also jeder $\frac{1}{6}$ des Gesammtdruckes auszuüben und wir finden die Bolzenstärke in preufsischen Zollen nach der Formel auf S. 91:

$$\delta = 0{,}029\sqrt{P},$$

das ist:

für schmiedeeiserne Wellen $\delta = 0{,}26d$,
„ gufseiserne Wellen . . $\delta = 0{,}23d$,
oder durchschnittlich . . $\delta = \frac{1}{4}d$.

Naben und Wellkränze.

Anordnung und Berechnung der Naben.

§ 115. Die Naben (fr. *moyeux* — engl. *naves*) dienen zur Befestigung von Maschinentheilen auf stangenförmigen Körpern, namentlich auf Wellen; so werden z. B. Räder, Scheiben, Hebel, Kurbeln u. s. w. mittelst Naben auf den Drehaxen befestigt. Die Naben repräsentiren ausschliefslich die Befestigungs-Methode des Zusammensteckens (S. 161); sie bilden gewöhnlich hohle Cylinder oder Prismen, welche auf die Welle aufgeschoben, und darauf in der Regel durch Keile befestigt werden. Sowohl der äufsere Querschnitt der Nabe, als der Querschnitt der Höhlung sind in den meisten Fällen dem Wellenquerschnitt ähnliche Figuren, doch pflegt man auch wohl von dieser Regel abzuweichen, wenn gewisse Konstruktions-Verhältnisse, z. B. der Anschlufs von Radarmen an die Nabe, eine abweichende Form bedingen.

Bei der Befestigung der Nabe auf der Welle kommt es vorzugsweise auf Erfüllung folgender drei Bedingungen an:

1) Dafs die geometrische Axe der Nabe, oder vielmehr des mittelst der Nabe befestigten Maschinentheils genau mit der geometrischen Axe der Welle zusammenfalle, und dafs folglich:

2) Jede zur Axe der Nabe normale Ebene auch genau normal zur Wellenaxe stehe, und endlich:

3) Dafs die Nabe mit der Welle so genau zusammenhänge, dafs eine noch so kleine Drehung der einen nicht möglich sei, ohne auch gleichzeitig die andere in Umdrehung zu setzen, dafs also nach der Richtung der Umdrehung keine relative Bewegung möglich sei.

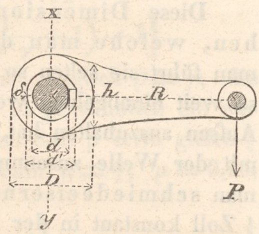
Wenn die erste Bedingung nicht erfüllt ist, so sagt man, „der Maschinentheil schlage auf der Welle, wenn die zweite Bedingung nicht erfüllt wird, er „schwenke“ oder „schwanke“, und endlich, wenn die dritte Bedingung unerfüllt bleibt, er „schlottere“ auf der Welle. Eine gehörig befestigte Nabe darf also weder „schlagen“, noch „schwanken“, noch „schlottern“.

Um die beiden ersten Bedingungen möglichst vollständig zu erfüllen, pflegt man bei exakt ausgeführten Arbeiten die Naben genau centrisch, cylindrisch oder auch konisch auf einer Drehbank auszubohren, die Welle an der Stelle, wo die Nabe befestigt wird, ganz genau und scharf passend abzudrehen, und nun die Nabe zuweilen unter Anwendung eines starken, durch die hydraulische Presse ausgeübten Druckes auf die Welle aufzuschieben. Bei weniger exakten Ausführungen sucht man die richtige Lage der Nabe gegen die Welle dadurch zu erreichen, dafs man die Nabenhöhlung ein wenig gröfser macht, als den Querschnitt der Welle an der Befestigungsstelle, und den Spielraum durch Keile ausfüllt. Durch Anziehen der Keile einerseits, und durch Lösen derselben andrerseits, kann man die Nabe recht genau in die beabsichtigte Stellung bringen. Man nennt dies Verfahren „in die Lehre bringen“ (Ablehren), oder, da hierbei die Welle in Lagern ruhend fortwährend langsam an einem festen Punkt vorübergedreht wird, das „Ableiern“ der Nabe. Zur Befestigung von Naben auf hölzernen Wellen wendet man das zuletzt beschriebene Verfahren ausschliefslich an.

Um die dritte Bedingung zu erfüllen, um also die Befestigung zwischen der Nabe und der Welle herbeizuführen, bedient man sich fast ohne Ausnahme der Keile; nur in solchen Fällen, wo die Nabe nach der Längenrichtung der Welle leicht verschiebbar sein soll, während doch in jeder Stelle die gemeinschaftliche Rotation gesichert bleiben mufs, wendet man Feder und Nuth an.

Die Festigkeit der Nabe wird in verschiedener Weise in Anspruch genommen, es lassen sich daher auch mancherlei Bestimmungen über die Dimensionen derselben treffen. Es hängt dies vorzüglich von der Art des Maschinentheils, welcher durch die Nabe auf der Welle befestigt werden soll, und von der Art der Befestigung selbst ab. Selten wird die Nabe ohne Weiteres als ein hohler prismatischer Körper auf Torsion zu berechnen sein, da die bei der Torsion vorausgesetzten Bedingungen für die Uebertragung des Druckes hier nicht zu treffen. Wir wollen hier nur zwei Gesichtspunkte besprechen, aus denen die Dimensionen der Nabe bestimmt werden können; einer von beiden wird in den meisten Fällen angewandt werden können. Es läst sich nämlich die Nabe entweder 1) auf Bruch oder 2) auf Zerreifsen berechnen, und wir halten auch hier den Grundsatz fest, dafs die Nabe dieselbe Sicherheit in Bezug auf Festigkeit gewähren müsse als die Welle, welche auf Torsion in Anspruch genommen ist.

Berechnung der Naben auf Bruch: Denken wir uns die Nabe auf der Welle fest, die Welle durch den Widerstand festgehalten, und an dem Hebelsarm R den Druck P wirkend, so wird die relative Festigkeit der Nabe in Anspruch genommen. Sind alle Theile fest genug, die Nabe aber zu schwach, so wird in der Linie xy ein Bruch erfolgen. Es bezeichne:



d den auf Torsion berechneten Wellen-Durchmesser,

d' den Durchmesser der Höhlung
D den äufsern Durchmesser
$\delta = \frac{D - d'}{2}$ die Wandstärke
der Nabe,

l die Länge der Nabe, parallel zur Axe.

Wir haben nach S. 208 No. 21:

$$PR = \tfrac{1}{6} l \frac{D^3 - d'^3}{D} \,.\, k.$$

Es ist aber auch PR gleich dem Torsionsmoment der Welle, folglich:

$$\tfrac{1}{6} l \frac{D^3 - d'^3}{D} \,.\, k = \tfrac{1}{16} \pi d^3 k',$$

worin k und k' die Belastungen, welche das Material der Nabe und das der Welle mit Sicherheit tragen können, bezeichnen.

Setzen wir:

$$l = \alpha D \text{ und } d' = \beta d,$$

so folgt:

$$D = d\sqrt[3]{\left(\tfrac{3}{8}\frac{\pi}{\alpha}\cdot\frac{k'}{k} + \beta^3\right)};$$

für $\alpha = \frac{3}{4}$, $\beta = 1$ ergiebt sich hieraus:

1) wenn Welle und Nabe aus demselben Material sind, also $k' = k$;

$$D = 1{,}36\,d,$$
$$\delta = 0{,}18\,d,$$

2) wenn die Welle von Schmiedeeisen, die Nabe von Gufseisen, $k' = 10000$, $k = 7000$,

$$D = 1{,}48\,d,$$
$$\delta = 0{,}24\,d,$$

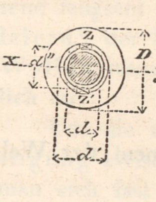
3) wenn die Welle von Holz, die Nabe von Gufseisen ist, $k' = 1000$, $k = 7000$:

$$D = 1{,}07\,d,$$
$$\delta = 0{,}035\,d.$$

Diese Dimensionen sind als die geringsten anzusehen, welche man der Wandstärke der Nabe geben darf, man führt sie selten so schwach aus, und darf überhaupt nur dann so weit hinabgehen, wenn die Nabe keinen Druck von Innen nach Aufsen auszuhalten hat, wenn sie also z. B. durch Nuth und Feder mit der Welle zusammenhängt; aber selbst in diesem Falle pflegt man schmiedeeisernen Naben $\frac{1}{8}$ Zoll, gufseisernen Naben $\frac{1}{4}$ Zoll konstant in der Wandstärke zuzulegen.

Berechnung der Naben auf Zerreifsen.

Wenn die Naben einen Druck von Innen nach Aufsen auszuhalten haben, wenn sie z. B. durch Keile auf der Welle befestigt werden, so entsteht durch das Antreiben der Keile eine Spannung, welche das Bestreben hat, die Nabe in der Linie xy abzureifsen. Wenn wir genau den Druck kennten, welcher von den Keilen gegen die Nabe ausgeübt wird, so liefse sich der Querschnitt der Anhaftungsfläche leicht berechnen; dieser Druck ist aber nicht genau zu bestimmen, und es bleibt daher nur übrig, ihn für den ungünstigsten Fall festzustellen. Dieser ungünstigste Fall ist of-



fenbar der, wo die Nabe nur durch die Reibung, die aus dem Druck der Keile entspringt, auf der Welle befestigt ist. Ist p der Druck, welchen der Keil radial zur Nabe in dem Punkte z ausübt, so wird auch der entgegengesetzte Punkt z' mit diesem Druck gegen die Welle gepreſst, und der Gesammtdruck, welcher an der Peripherie des Nabensitzes Reibung erzeugt, ist $2p$. Wir behalten die vorigen Bezeichnungen bei, und es sei noch

d'' der Durchmesser des Nabensitzes,
μ der Reibungs-Koeffizient.

Es muſs nun das Moment der Reibung gleich dem Torsions-Moment der Welle sein; wir haben also:

$$2p \,.\, \mu \,.\, \tfrac{1}{2} d'' = \tfrac{1}{16} \pi d^3 \,.\, k',$$

$$p = \tfrac{1}{16} \frac{\pi d^3 \,.\, k'}{d'' \mu}.$$

Die Nabe muſs stark genug sein, um diesen Druck mit Sicherheit aushalten zu können, und es ist also zu setzen:

$$(D - d')\, l \,.\, k = \tfrac{1}{16} \frac{\pi d^3 \,.\, k'}{d'' \mu}.$$

Nehmen wir wieder $l = \alpha D$, $d' = \beta d$ und $d'' = \gamma d$, so folgt:

$$D = \tfrac{1}{2} \beta d \left[1 + \sqrt{\left(\tfrac{1}{4} \frac{\pi}{\mu} \,.\, \frac{k'}{k} \,.\, \frac{1}{\alpha \,.\, \beta^2 \gamma} + 1\right)}\right]$$

$$\delta = \frac{D - \beta d}{2} = \tfrac{1}{4} \beta d \left[\sqrt{\left(\tfrac{1}{4} \frac{\pi}{\mu} \,.\, \frac{k'}{k} \,.\, \frac{1}{\alpha \beta^2 \gamma} + 1\right)} - 1\right].$$

Bei ausgebohrten Naben ist $d'' = d'$, folglich $\beta = \gamma$; die Stelle, auf welcher die Nabe befestigt wird, ist gewöhnlich ein wenig stärker als der übrige Theil der Welle, so daſs β etwa gleich $\frac{7}{6}$ zu nehmen ist; setzt man endlich wie vorhin $\alpha = \frac{3}{4}$; $\mu = 0{,}16$, so folgt:

$$1)\ \delta = \tfrac{7}{24} d \left[\sqrt{\left(4{,}12 \frac{k'}{k} + 1\right)} - 1\right].$$

Bei Naben, welche ringsum durch Keile auf der Welle befestigt werden, ist der Nabensitz nicht stärker als die Welle; dagegen ist die innere Höhlung der Nabe etwa $\frac{5}{4}$ von der Wellenstärke. Setzt man also hier $\gamma = 1$; $\beta = \frac{5}{4}$; α und μ wie vorhin, so folgt

$$2)\ \delta = \tfrac{5}{16} d \left[\sqrt{\left(4{,}19 \frac{k'}{k} + 1\right)} - 1\right].$$

Setzt man $k' = k$, so liefert die erste Formel: $\delta = 0{,}37 d$, die zweite $0{,}4 d$; setzt man $k' = 10000$, $k = 7000$, so erhält man $\delta = 0{,}47 d$ und $\delta = 0{,}51 d$. Führt man anstatt des Wellen-Durchmessers d den Durchmesser der innern Höhlung ein, so bekommt man:

a) wenn Nabe und Welle aus **aus demselben Material sind** ($k' = k$):

für passend ausgebohrte Naben . . $\delta = \mathbf{0{,}37\,d} = 0{,}31\,d'$

„ Naben mit Spielraum und Keilen $\delta = \mathbf{0{,}4\,d} = 0{,}32\,d'$

b) wenn die Nabe von **Gufseisen**, die Welle von **Schmiedeeisen** ist ($k' = 10000$, $k = 7000$):

für passend ausgebohrte Naben . . $\delta = \mathbf{0{,}47\,d} = 0{,}40\,d'$

„ Naben mit Spielraum und Keilen $\delta = \mathbf{0{,}51\,d} = 0{,}41\,d'$;

c) für **gufseiserne** Naben auf **hölzernen** Wellen ist $k' = 1000$, $k = 7000$ zu setzen; man macht hier den Nabensitz nicht gröfser als den Wellen-Durchmesser, also $\gamma = 1$, und giebt auf allen Seiten einen Spielraum zwischen Nabe und Welle gleich $\frac{1}{24}d$, so dafs $\beta = \frac{13}{12}$ zu nehmen ist; setzt man noch $\alpha = \frac{1}{2}$, so findet man:

$$\delta = \mathbf{0{,}13\,d} = 0{,}12\,d'.$$

Rundet man die eben gefundenen Zahlen für die Praxis ab, so bekommen die Naben die Verhältnisse, welche folgende Tabelle enthält:

XXI. Tabelle

über die Verhältnisse der Naben, wenn der Durchmesser der Welle $= d$ ist:

Konstruktion der Nabe	Material der Welle	Material der Nabe	Durchmesser des Nabensitzes d''	Durchm. der Höhlung der Nabe d'	Aeufserer Durchmesser der Nabe D	Länge der Nabe l	Wandstärke der Nabe
Passend ausgebohrt	Schmiedeeisen Gufseisen	Schmiedeeisen Gufseisen	$\frac{7}{6}d$	$\frac{7}{6}d$	$1\frac{11}{12}d$	$1\frac{1}{2}d$	$\frac{3}{8}d$
Desgleichen	Schmiedeeisen	Gufseisen	$\frac{7}{6}d$	$\frac{7}{6}d$	$2\frac{1}{6}d$	$1\frac{5}{8}d$	$\frac{1}{2}d$
Nabe mit Zwischenraum u. Keilen	Schmiedeeisen Gufseisen	Schmiedeeisen Gufseisen	d	$\frac{5}{4}d$	$2d$	$1\frac{1}{2}d$	$\frac{3}{8}d$
Desgleichen	Schmiedeeisen	Gufseisen	d	$\frac{5}{4}d$	$2\frac{1}{4}d$	$1\frac{5}{8}d$	$\frac{1}{2}d$
Desgleichen	Holz	Gufseisen	d	$\frac{13}{12}d$	$1\frac{1}{3}d$	$\frac{13}{24}d$	$\frac{1}{8}d$

Hiernach ist die Wandstärke der Naben gleich $\frac{3}{8}d$, wenn Nabe und Welle aus demselben Material sind; gleich $\frac{4}{8}d$, wenn die Welle von Schmiedeeisen, die Nabe von Gufseisen; gleich $\frac{1}{8}d$, wenn die Welle von Holz, die Nabe von Gufseisen ist. Die Länge der Nabe beträgt beziehlich das 4,

$3\frac{1}{4}$ und $4\frac{1}{3}$fache der Wandstärke. Dies Verhältnifs für die Länge der Nabe ist oft noch von andern Rücksichten abhängig, wie z. B. bei den Naben der Zahnräder; das hier festgestellte ist als das kleinste zu betrachten.

Obwohl die hier berechneten Verhältnisse für cylindrische Wellen und für Naben gelten, welche nur durch die Reibung der Keile gehalten werden, so behält man sie doch auch für andere Formen und Konstruktionen bei, da sie mit der Annahme der Praxis sehr gut übereinstimmen.

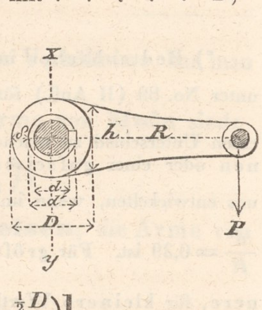
Ueber die Naben-Dimensionen für hohle Wellen siehe den § 118 bei Taf. 17. Fig. 13.

Berechnung der Arme für Naben und Wellkränze.

§ 116. Zuweilen schliefsen sich an die Nabe unmittelbar Arme (fr. *bras* — engl. *arms*) an, durch welche der Druck entweder von der Welle weiter übertragen wird, oder welche den Druck an die Welle übertragen. Der Querschnitt solcher Arme ist gewöhnlich rechteckig, oder auch T- oder kreuzförmig; man stellt jedoch immer nur den rechteckigen Querschnitt in Rechnung, und vernachlässigt etwaige Verstärkungsrippen.

Bezeichnet man die Anzahl der Arme, auf welche sich der Druck vertheilt, mit . . . . z,
die Höhe der Arme, d. i. die Dimension in der Richtung des Druckes mit . . . . h,
die Dicke der Arme mit . . . . c,
die Länge der Arme vom Mittelpunkt der Welle gemessen mit . . . . R,
den Durchmesser der Welle mit . . . . d,
den äufsern Durchmesser der Nabe mit . . . . . D,

so ist der Druck am Ende des Hebelarms R aus dem Torsions-Momente der Welle zu finden, und da die Anhaftungsfläche des Armes an der Nabe die Bruchfläche des Armes ist, so ergiebt sich nach einer einfachen Betrachtung



$$\tfrac{1}{16}\frac{\pi d^3}{Rz}\left(R-\tfrac{1}{2}D\right)k' = \tfrac{1}{6}ch^2 \,.\, k,$$

nimmt man $c = xh$, so findet sich:

$$h = 1{,}05\,d\sqrt[3]{\left[\frac{1}{z\,.\,x}\,.\,\frac{k'}{k}\left(1-\frac{\frac{1}{2}D}{R}\right)\right]},$$

für eiserne Wellen ist nach der Tabelle XXI durchschnittlich $D=2d$, für hölzerne Wellen und gufseiserne Naben ist $D=\frac{4}{3}d$. Man findet hiernach den Werth von h:

a) wenn die Welle und die Arme von demselben Material sind:

$$h=1{,}05\,d\sqrt[3]{\left[\frac{1}{xz}\left(1-\frac{d}{R}\right)\right]};$$

b) wenn die Welle von Schmiedeeisen, die Arme von Gufseisen sind:

$$h=1{,}19\,d\sqrt[3]{\left[\frac{1}{xz}\left(1-\frac{d}{R}\right)\right]};$$

c) wenn die Welle von Holz, und die Arme von Gufseisen sind:

$$h=0{,}55\,d\sqrt[3]{\left[\frac{1}{xz}\left(1-\frac{2d}{3R}\right)\right]}.$$

Gewöhnlich macht man für **eiserne Arme:**

$$c=\tfrac{1}{5}h,\quad x=\tfrac{1}{5},$$

und dann gehen die Formeln über in folgende:

d) wenn die Welle und die Arme von **demselben Material** sind*):

$$h=\frac{1{,}8\,d}{\sqrt[3]{z}}\sqrt[3]{\left(1-\frac{d}{R}\right)},$$

e) wenn die Welle von **Schmiedeeisen,** und die Arme von **Gufseisen** sind:

$$h=\frac{2{,}0\,d}{\sqrt[3]{z}}\sqrt[3]{\left(1-\frac{d}{R}\right)}$$

---

*) Redtenbacher in seinen »Resultaten für den Maschinenbau« giebt unter No. 89 (II Aufl.) für die Armstärke der Zahnräder $h=\frac{1{,}7\,d}{\sqrt[3]{z}}$, ohne einen Unterschied zu machen, ob d der Durchmesser einer schmiedeeisernen oder einer gufseisernen Welle ist. Die Formel stimmt mit der von uns entwickelten, wenn im ersten Falle $\frac{d}{R}=0{,}16$, im andern Falle, wenn $\frac{d}{R}=0{,}39$ ist. Für gröfsere Werthe von $\frac{d}{R}$ giebt unsere Formel kleinere, für kleinere Werthe von $\frac{d}{R}$ giebt unsere Formel gröfsere Dimensionen, als die von Redtenbacher.

f) wenn die Welle von **Holz** und die Nabe von **Gufseisen** ist:

$$h = \frac{0{,}94\,d}{\sqrt[3]{z}} \sqrt[3]{\left(1 - \frac{2d}{3R}\right)}.$$

Es sei z. B. der Arm einer gufseisernen Kurbel zu bestimmen, welcher 18 Zoll lang ist; die schmiedeeiserne Welle übertrage eine Kraft von 36 Pferden bei 40 Umdrehungen in einer Minute, mit achtfacher Sicherheit. Man hat $\frac{N}{n} = 0{,}9$, daher nach Tab. XVII

$d = 6$ Zoll: $\frac{d}{R} = \frac{1}{3}$; $z = 1$; $h = 2d\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$, folglich die Höhe des Arms an der Nabe: $h = 1{,}75\,d = 10\frac{1}{2}$ Zoll; $c = 2{,}1$ Zoll; die Wandstärke der Nabe $\delta = 3$ Zoll, der Durchmesser des Nabensitzes 7 Zoll, der äufsere Durchmesser 13 Zoll, die Länge der Nabe $9\frac{3}{4}$ Zoll.

Man wendet auch wohl hölzerne Arme an, welche man an eisernen Naben befestigt. Die Nabe bekommt für diesen Fall einen vorspringenden Rand, an welchen die Arme angeschraubt werden. Eine so eingerichtete Nabe heifst ein Wellkranz oder eine Rosette (s. § 119). Die Breite jenes Randes macht man passend $\frac{1}{6}$ von der Länge des hölzernen Arms, also $\frac{1}{6}(R - \frac{1}{2}D)$, so dafs der übrig bleibende, frei liegende Theil des Armes $\frac{5}{6}(R - \frac{1}{2}D)$ bleibt, wir haben daher in die Formel für h (S. 327) anstatt $(R - \frac{1}{2}D)$ nur $\frac{5}{6}(R - \frac{1}{2}D)$ einzusetzen, und finden unter dieser Voraussetzung:

$$h = 0{,}99\,d \sqrt[3]{\left[\frac{1}{xz} \cdot \frac{k'}{k}\left(1 - \frac{\frac{1}{2}D}{R}\right)\right]}.$$

Den Querschnitt **hölzerner Arme** macht man gewöhnlich quadratisch; man hat dann:

$$c = h, \qquad x = 1.$$

Mit Beibehaltung der oben aufgestellten Verhältnisse hat man dann:

g) wenn sowohl die Welle als die Arme von **Holz** sind:

$$h = \frac{0{,}99\,d}{\sqrt[3]{z}} \sqrt[3]{\left(1 - \frac{2d}{3R}\right)};$$

h) wenn die Welle von **Schmiedeeisen**, die Arme von **Holz** sind:

$$h = \frac{2{,}13\,d}{\sqrt[3]{z}} \sqrt[3]{\left(1 - \frac{d}{R}\right)};$$

i) wenn die Welle von **Gufseisen**, die Arme von **Holz** sind:

$$h = \frac{1{,}89\,d}{\sqrt[3]{z}} \sqrt[3]{\left(1 - \frac{d}{R}\right)}.$$

Es sei z. B. für eine hölzerne Welle von 2 Fufs Durchmesser ein gufseiserner Wellkranz mit 8 hölzernen Armen für ein Rad von 6 Fufs Halbmesser zu konstruiren. Man findet nach dem Obigen die Seite des Armes $= \frac{0{,}99 \cdot 24}{2} \cdot \sqrt[3]{(1 - \frac{4}{18})} = 10{,}93$ Zoll.

Berechnung der Keile und Federn zur Befestigung von Naben.

§ 117. Um die Keile zu bestimmen, durch welche die Naben auf den Wellen befestigt werden, kann man wieder von zwei Gesichtspunkten ausgehen. Wenn der Keil zwischen die Nabe und die Welle eingetrieben wird, ohne in beide mittelst einer Nuth einzugreifen, so ist er so stark zu machen, dafs er dem Drucke p (S. 325), welchen er auszuhalten hat, mit genügender Sicherheit gegen Zerdrücken widerstehen kann. Wenn aber der Keil nach Art einer Feder, sowohl in der Welle als in der Nabe in einer Nuth liegt, so wird der in der Peripherie des Nabensitzes wirksame Druck das Bestreben haben, ihn abzuschneiden, und er wird auf Absplittern (S. 193 und 249) zu berechnen sein. Zwar wird in diesem Falle der Keil auch noch einen radialen Druck gegen die Nabe ausüben, und daher auch auf rückwirkende Festigkeit in Anspruch genommen werden, allein dieser Druck hat nur das Verschieben der Nabe nach der Länge der Welle zu verhüten, ist gewöhnlich viel unbedeutender als jener Druck p, welcher durch die erzeugte Reibung dem Bestreben auf Umdrehung widerstehen mufs, und kann in den meisten Fällen vernachlässigt werden, da die Berechnung auf Absplittern solche Dimensionen liefert, welche auch genügende Sicherheit für diesen Druck gewähren. Hat man eine Feder, welche keinen radialen Druck auf die Nabe ausübt, so ist diese allein auf Absplittern zu berechnen.

1) Berechnung des Keils auf Zerdrücken. Der Druck p, welchen der Keil auszuhalten hat, ist nach S. 325:

$$p = \frac{1}{16} \frac{\pi d^3 \cdot k'}{d'' \mu}.$$

Setzen wir $d'' = \gamma d$, die Länge des Keils gleich derjenigen der Nabe, also mindestens nach Tabelle XXI für eiserne Wellen gleich $1\frac{1}{2} d$, seine Breite in der Richtung der Tangente zur Welle gleich ε, die Belastungsfähigkeit gegen Zerdrücken gleich k'', so ist:

$$\tfrac{1}{16}\,\frac{\pi d^2 k'}{\gamma \mu} = k''\,.\,1{,}5\,d\,.\,\varepsilon,$$

also die Breite des Keiles:

$$\varepsilon = \frac{\pi}{16}\,.\,\frac{2}{3}\,.\,\frac{k'}{k''}\,.\,\frac{d}{\gamma}\,.\,\frac{1}{0{,}16};$$

für passend ausgebohrte Wellen ist $\gamma = \frac{7}{6}$ (Tab. XXI. S. 326), daher

$$\varepsilon = 0{,}70\,\frac{k'}{k''}\,d.$$

Ist der Keil von Schmiedeeisen, so hat man:

für schmiedeeiserne Wellen $\varepsilon = 0{,}70\,d$,
„ gufseiserne Wellen . . $\varepsilon = 0{,}49\,d$.

Macht man den Keil von Stahl, also $k'' = 18000$, so folgt:

für schmiedeeiserne Wellen $\varepsilon = 0{,}39\,d$,
„ gufseiserne Wellen . . $\varepsilon = 0{,}27\,d$;

für Naben mit Zwischenraum, ist $\gamma = 1$, folglich:

$$\varepsilon = 0{,}82\,\frac{k'}{k''}\,d,$$

und unter denselben Voraussetzungen bei Anwendung schmiede eiserner Keile:

für schmiedeeiserne Wellen $\varepsilon = 0{,}82\,d$,
„ gufseiserne Wellen . . $\varepsilon = 0{,}57\,d$;

dagegen für Stahlkeile:

für schmiedeeiserne Wellen $\varepsilon = 0{,}45\,d$,
„ gufseiserne Wellen . . $\varepsilon = 0{,}32\,d$.

Hat man q Keile, so folgt leicht aus der Betrachtung auf S. 325, dafs sich der Druck $2p$, welcher die Reibung erzeugt, nun auf q Punkte vertheilt, dafs also jeder Keil nur einen Druck von $\frac{2p}{q}$ auszuhalten hat, also auch nur eine Breite von $\frac{2\varepsilon}{q}$ zu bekommen braucht. Bei Anwendung von drei Keilen aus Schmiedeeisen hat man z. B. die Breite jedes Keils für passend ausgebohrte Naben:

für schmiedeeiserne Wellen $\varepsilon = \frac{2}{3}\,.\,0{,}70\,d = 0{,}43\,d$,
„ gufseiserne Wellen . . $\varepsilon = \frac{2}{3}\,.\,0{,}49\,d = 0{,}33\,d$.

Die Nabenstärke nimmt man gleich wohl nach den frühern Bestimmungen in der Tabelle XXI.

2) Berechnung des Keils auf Absplittern. Der in der Peripherie des Nabensitzes auf Absplittern wirksame Druck findet sich (S. 299) gleich dem Torsions-Moment dividirt durch

den Halbmesser des Nabensitzes; mit Rücksicht auf die Bemerkung auf S. 249 hat man also:

$$\frac{1}{8}\,\frac{\pi d^3}{d''}\,k' = \frac{1}{2}k''\,.\,1{,}5\,d\,.\,\varepsilon,$$

$$\varepsilon = \frac{11}{21}\,\frac{k'}{k''}\,\frac{d}{\gamma}\,.$$

Dieser Fall kommt nur bei passend ausgebohrten Naben vor; hier ist

$$\gamma = \tfrac{7}{6}d, \text{ und } \varepsilon = 0{,}45\,\frac{k'}{k''}\,d;$$

für Keile oder Federn von Schmiedeeisen ergiebt sich dann:

für schmiedeeiserne Wellen $\varepsilon = 0{,}45\,d$,
„ gufseiserne Wellen . . $\varepsilon = 0{,}32\,d$;

für Keile oder Federn von Stahl:

für schmiedeeiserne Wellen $\varepsilon = 0{,}25\,d$,
„ gufseiserne Wellen . . $\varepsilon = 0{,}18\,d$.

Aus diesen Entwickelungen kann man für die Praxis folgende Regeln herleiten:

1) für passend ausgebohrte Naben mache man Federn oder Keile, welche in Nuthen eingreifen, wenn sie von **Schmiedeeisen** sind, $\frac{4}{9}$ des Durchmessers einer schmiedeeisernen, oder $\frac{3}{9}$ desjenigen einer gufseisernen Welle breit. Federn oder Keile von **Stahl** mache man unter denselben Verhältnissen $\frac{4}{16}$ und $\frac{3}{16}$ des Wellen-Durchmessers breit. — Keile, welche ohne in Nuthen einzugreifen nur zwischen Nabe und Welle geklemmt sind, mache man, wenn sie aus **Schmiedeeisen** sind, eben so breit, wie im ersten Falle ($\frac{4}{9}$ und $\frac{3}{9}$ des Wellen-Durchmessers), doch wende man dann drei *) Keile an; nimmt man **Stahl**, so kann man mit einem Keil auskommen, wenn derselbe bei schmiedeeisernen Wellen $\frac{3}{8}$, bei gufseisernen Wellen $\frac{3}{9}$ des Wellen-Durchmessers breit wird.

2) Ein Keil, welcher nicht in Nuthen eingreift, mufs unter denselben Verhältnissen $1\frac{1}{2}$ mal so breit sein, als eine Feder, oder als ein Keil, welcher in Nuthen eingreift. Man macht jedoch einen Keil nicht gern breiter, als höchstens $\frac{1}{2}d$ und wendet lieber mehre Keile an, wenn sich gröfsere Breiten ergeben sollten.

---

*) Man kann anstatt dreier Keile, welche um 120 Grad von einander abstehen, auch nur zwei anwenden, welche denselben Abstand haben, da in dem dritten Punkte die Nabe sich beim Anziehen der Keile von selbst mit dem entsprechenden Drucke an die Welle anschliefst.

3) Die Höhe des Keils (radial zur Nabe) macht man etwa $\frac{1}{2}$ von seiner Breite, also $\frac{1}{2}\varepsilon$.

4) Für quadratische oder polygonale Wellen läfst man dieselben Verhältnisse gelten, wie für kreisförmige. Man substituirt immer für *d* den Durchmesser des eingeschriebenen Kreises.

Konstruktion und Befestigung der Naben.

§ 118. Die in den vorigen Paragraphen festgestellten Verhältnisse für die Naben wollen wir hier in einigen Beispielen zur Anwendung bringen.

Passend ausgebohrte Naben.

Wenn die Naben passend ausgebohrt sind, so befestigt man sie gewöhnlich durch Keile, welche in Nuthen eingreifen, oder durch Federn. Wenn die Nabe auf dem Ende einer Welle sitzt, so stellt man den Keil zuweilen als einen konischen Stift dar, wie die Fig. 1 auf Taf. 17 nachweist, welche eine schmiedeeiserne Taf. 17. Nabe mit Stahlkeil auf einer schmiedeeisernen Welle zeigt. Fig. 1.

Taf. 17. Fig. 2 ist eine gufseiserne Nabe auf einer schmiede- Taf. 17. deeisernen Welle, der Keil ist von Schmiedeeisen, flach Fig. 2. und nach den Verhältnissen auf S. 112 (Taf. 6. Fig. 18) konstruirt; um ihn bequem herausschlagen zu können, ist er mit einer Nase oder einem Kopf versehen.

Wendet man anstatt des Keiles Federn an, so mufs man die Verschiebung der Nabe nach der Länge der Welle noch durch besondere Vorrichtungen beseitigen. Man bedient sich zu diesem Zwecke häufig noch eines besondern Keiles, den man den Schliefskeil oder den Schlüssel nennt, und der nur zum Festklemmen der Nabe an einer bestimmten Stelle dient. Taf. 17. Taf. 17. Fig. 3 zeigt bei einer gufseisernen Nabe mit schmiedeeiser- Fig. 3. ner Feder auf einer gufseisernen Welle diese Einrichtung. Der Schlüssel ist von halbkreisförmigem Querschnitt, liegt flach auf dem Nabensitz auf, und steht von der Feder um 120 Grad auf der Peripherie entfernt. Diese Anordnung ist derjenigen vorzuziehen, wo der Schlüssel der Feder diametral gegenüber sitzt, weil durch die hier gezeichnete Anordnung die Nabe gezwungen wird, in drei Punkten der Welle sich anzuschliefsen, während bei der diametralen Lage immer nur zwei Punkte des Querschnitts angeprefst werden, und daher, wenn das Aufpassen nicht vollkommen exakt ist, ein Schwanken der Nabe möglich bleibt. Anstatt des Schlüssels wendet man auch eine Klemmschraube an.

Taf. 17. Fig. 4. Taf. 17. Fig. 4 zeigt eine schmiedeeiserne Welle mit Nabe und Feder von Schmiedeeisen, und mit einer Klemmschraube.

Wendet man bei stehenden Wellen zur Befestigung der Nabe Federn an, so hat man das Niedergleiten der Nabe entweder in ähnlicher Weise wie in Fig. 3 und 4 zu verhüten, oder man wen-
Taf. 17. Fig. 5 und 6. det einen Klemmring an (Taf. 17. Fig. 5), auch hilft man sich dadurch, dafs man den Nabensitz nach unten hin konisch erweitert (Taf. 17. Fig. 6).

Fig. 5 zeigt eine gufseiserne Welle mit gufseiserner Nabe und Stahlfeder; die Nabe wird durch einen Klemmring gehalten, welcher entweder an einer Stelle der Peripherie aufgeschlitzt, mit Lappen versehen, und durch einen Bolzen angespannt werden kann, oder dem man auch die Form bei *a* geben kann.

Fig. 6 ist eine gufseiserne Nabe auf einer schmiedeeisernen Welle; die Feder ist von Stahl, und der Nabensitz konisch.

Wenn man passend ausgebohrte Naben durch Keile auf der Welle festklemmen will, welche nicht in Nuthen der Welle eingreifen, so mufs man die cylindrische Welle an den Stellen, wo die Keile aufliegen, eben feilen, wenn man nicht den Keilen eine, auf die Rundung der Welle passende konkave Basis geben will.

Taf. 17. Fig. 7. Taf. 17. Fig. 7 zeigt eine schmiedeeiserne Welle mit gufseiserner Nabe und drei Keilen von Schmiedeeisen, welche nach dem vorigen Paragraphen bestimmt sind.

Naben mit Spielraum auf eisernen Wellen.

Wenn man die Naben durch Keile in die Lehre bringen will, so giebt man immer zwischen der Nabe und der Welle einen Spielraum; beide Theile bedürfen dann nicht einer so sorgfältigen Bearbeitung, wie die passend ausgebohrten Naben, und es genügt, wenn man nur die Keilsitze gehörig eben arbeitet. Bei der Bestimmung der Nabenstärke und der Keile benutzt man die im vorigen Paragraphen gegebenen Regeln. Es folgen hier einige Beispiele.

Taf. 17. Fig. 8. Taf. 17. Fig. 8. Cylindrische Nabe für eine cylindrische Welle, beide, sowie die vier Keile von Schmiedeeisen. Nach S. 331 würde ein Keil $0{,}82\,d$, und von vier Keilen jeder $\frac{2 \cdot 0{,}82\,d}{4} = 0{,}4\,d$ breit werden.

Taf. 17. Fig. 9. Nabe und Welle von quadratischem Querschnitt, beide von Gufseisen, die Keile von Schmiedeeisen. Jeder Keil ist nach S. 331 $\frac{2 \cdot 0{,}57d}{4} = 0{,}28d$ breit; es ist dafür $\varepsilon = 0{,}3d$ genommen.

Taf. 17. Fig. 10 zeigt eine Nabe von Gufseisen für eine quadratische Welle von Schmiedeeisen. Diese Konstruktion eignet sich besonders für lange Naben, und wenn mit der Nabe ein Rad oder eine Scheibe von grofsem Durchmesser zusammenhängt, weil sie wegen der grofsen Anzahl von Keilen das Ablehren erleichtert. Es sind hier im Ganzen 16 Keile; nämlich auf jeder Seite der Nabe vier Paare. Die Keile sind in Keilsitzen der Nabe gelagert, und die Mündung der Nabe ist zu diesem Zwecke verengt. Die in der Figur bezeichneten Verhältnisse ergeben sich leicht aus den Betrachtungen des vorigen Paragraphen. Die Keile sind von Schmiedeeisen. Taf. 17. Fig. 10.

Taf. 17. Fig. 11 und 12. Gufseiserne Naben für achteckige Wellen von Gufseisen. Die Nabe kann entweder ebenfalls achteckig sein (Fig. 11) oder man kann auch eine cylindrische Nabe anwenden (Fig. 12). Die Keile sind von Schmiedeeisen. Sämmtliche in den Figuren bezeichnete Verhältnisse sind nach dem vorigen Paragraphen bestimmt. Taf. 17. Fig. 11 und 12.

Taf. 17. Fig. 13. Gufseiserne Nabe mit achteckigem Querschnitt für eine hohle gufseiserne Welle mit ringförmigem Querschnitt. Um die Verhältnisse der Naben für hohle Wellen zu bestimmen, kann man denselben Weg gehen, wie wir ihn im vorigen Paragraphen für massive Wellen eingeschlagen haben. Es bezeichne Taf. 17. Fig. 13.

$$\left.\begin{array}{l} d \text{ den äufsern Durchmesser} \\ d_{\prime} \;\text{„ innern „} \end{array}\right\} \text{einer hohlen Welle,}$$

und es sei $d_{\prime} = qd$; $q = \frac{d_{\prime}}{d}$, so ist das Torsions-Moment der Welle mit ringförmigem Querschnitt nach S. 236:

$$\tfrac{1}{16}\pi s' \frac{d^4 - d_{\prime}^{\,4}}{d} = \tfrac{1}{16}\pi s' d^3 \,.\, (1 - q^4).$$

Behalten wir nun sämmtliche angenommenen Verhältnisse der Nabe und der Keile genau so bei, wie im vorigen Paragraphen, indem wir sie auf den äufsern Durchmesser der Welle beziehen, so sind die gefundenen Dimensionen überall mit $(1 - q^4)$ zu multipliziren, wenn sie für hohle Wellen gelten sollen. Es sei z. B. der innere Durchmesser der hohlen Welle $\frac{2}{3}$ vom äufsern, so hat man $(1 - q^4) = \frac{65}{81} = 0{,}8$, folglich die Nabenstärke (wenn Nabe und Welle von Gufseisen sind):

$$\delta = \tfrac{3}{8} d \,.\, 0{,}8 = 0{,}3d.$$

Die Breite der schmiedeeisernen Keile (S. 331) $\varepsilon = 0{,}57\,d \,.\, 0{,}8 = 0{,}46\,d$, und wenn, wie hier, 8 Keile sind, so bekommt jeder Keil eine Breite von $\frac{2 \,.\, 0{,}46\,d}{8} = 0{,}11\,d = \frac{1}{9}\,d$.

Um den Keilen eine ebene Lagerfläche zu gewähren, ist an der Stelle, wo die Nabe befestigt werden soll, die cylindrische Welle mit Vorsprüngen versehen, deren Oberfläche eben bearbeitet wird.

Naben auf hölzernen Wellen.

Wenn man gufseiserne Naben auf Wellen von Holz zu befestigen hat, so macht man den Querschnitt der Welle an dem Nabensitze gewöhnlich sechs- oder achteckig. Ist die Welle im Querschnitt kreisförmig, oder, wie es üblicher ist, in Form eines Sechzehneckes beschlagen, so stellt man die achteckige Form durch Auffuttern von Holzstücken, nicht aber durch Abschneiden der Kanten her. Die Befestigung der Nabe geschieht durch Keile von hartem Holz, welche aus Kloben gespalten (nicht mit der Säge geschnitten) sind, und welche man vor dem Eintreiben in Mehlkleister tränkt, theils um dadurch für das Eintreiben eine Schmiere zu haben, theils auch um nach dem Trocknen des Kleisters eine Art Bindemittel für die Keile zu gewinnen.

Taf. 17. Fig. 14 bis 16. Taf. 17. Fig. 14, 15, 16 zeigen gufseiserne Naben für hölzerne Wellen. Fig. 14 ist eine achteckige Nabe; die Keile sind dicht neben einander eingetrieben, und füllen den Zwischenraum zwischen Welle und Nabe ganz aus. Fig. 15 ist eine sechseckige Nabe, welche auf jeder Seite des Sechseckes mit drei Keilen befestigt ist. Fig. 16 ist eine Nabe, deren Höhlung kreisförmig ist, während die Welle einen achteckigen Querschnitt hat; es ist in diesem Falle zu empfehlen, der Nabe nach Innen hin einzelne Vorsprünge zu geben, welche zwischen die Keile eingreifen, und dadurch verhindern, dafs die Nabe über die Aufsenfläche der Keile fortgleitend sich drehe.

Nachdem die Keile gehörig fest eingetrieben sind, stämmt man die aus der Nabe vorstehenden Enden gleichmäfsig ab, und nagelt Leisten rings herum, welche das Herausziehen der Keile verhüten. Ist zu befürchten, dafs nach dem Aufkeilen der Nabe die Welle oder die Keile noch weiter zusammentrocknen, wodurch die Nabe lose werden würde, so wartet man mit dem Abstämmen der Keile, bis man kein ferneres Schwinden mehr zu befürchten hat.

Wellkränze oder Rosetten.

§ 119. Wellkränze oder Rosetten sind Naben, welche so eingerichtet sind, dafs man Arme von Holz oder von Eisen daran befestigen kann; sie unterscheiden sich also von deu eigentlichen Naben dadurch, dafs an diesen entweder gar keine Arme befindlieh sind, oder dafs die Arme mit den Naben in einem Stück geschmiedet oder gegossen sind. Gewöhnlich macht man dergleichen Wellkränze von Gufseisen, und giefst einen Rand in Scheibenform an. An diesen Rand schraubt man entweder die Arme ohne Weiteres an, oder man versieht denselben mit Rippen, so dafs sich Schuhe bilden, zwischen welche man die Arme einlegt. Die Breite dieses Randes (radial gemessen) ist passend gleich $\frac{1}{6}$ von der Länge der Arme zu machen, also nach den Bezeichnungen des § 116 gleich $\frac{1}{6}(R - \frac{1}{2}D)$. Bei sehr langen Armen macht man die Breite des Randes, also auch das Stück, um welches die Arme an der Rosette anliegen, $\frac{1}{10}$ von der Länge der Arme, bei sehr kurzen Armen auch wohl $\frac{1}{4}$ derselben. In allen Fällen findet man die Höhe der Arme mit hinreichender Sicherheit durch die Formel (S. 327):

$$h = \frac{d}{\sqrt[3]{z}} \sqrt[3]{\left[\frac{1}{x} \cdot \frac{k'}{k}\left(1 - \frac{\frac{1}{2}D}{R}\right)\right]},$$

worin h die Höhe der Arme in der Richtung der Tangente zur Peripherie der Anhaftungsfläche,

x das Verhältnifs zwischen der Dicke (c) und der Höhe (h) der Arme, gleich $\frac{c}{h}$,

z die Anzahl der Arme, auf welche sich der Druck vertheilt,

d der Wellen-Durchmesser,

k' die Belastung, welche das Material der Welle,

k diejenige, welche das Material der Nabe mit Sicherheit tragen kann,

D der äufsere Durchmesser der Nabe,

R die Länge der Arme vom Mittelpunkt der Welle bis zum Angriffspunkt des Drucks gemessen

ist, und sämmtliche Dimensionen auf dieselbe Einheit (Zoll, Centimètre) bezogen sind.

Die Scheibe, an welche die Arme angeschraubt werden, unterliegt dem Bestreben, an ihrer Anhaftungsfläche an der äufsern Peripherie der Nabe durch den auf Umdrehung wirkenden Druck abgesplittert zu werden. Der Druck, welcher auf Absplittern in dieser Fläche wirkt, ist (S. 299):

$$\tfrac{1}{8}\pi \frac{d^3}{D} \cdot k',$$

und, da die Länge der Anhaftungsfläche gleich der äufsern Peripherie der Nabe ist, so hat man, wenn man die Stärke der Nabe, parallel zur Welle gemessen mit c' bezeichnet, nach der Bemerkung auf S. 219:

$$\tfrac{1}{8}\pi \frac{d^3}{D} k' = \pi D \cdot c' \cdot \tfrac{1}{2} k,$$

$$c' = \tfrac{1}{4} \cdot \frac{k'}{k} \cdot \frac{d^3}{D^2}.$$

Nehmen wir für eiserne Wellen nach der Tabelle XXI. S. 326) durchschnittlich $D = 2d$, und für hölzerne Wellen $D = \frac{4}{3}d$, so folgt:

für gufseiserne Wellkränze, die Stärke c' der Scheibe:

a) auf schmiedeeisernen Wellen $c' = 0{,}09\,d$,
b) auf gufseisernen Wellen . . $c' = 0{,}063\,d$,
c) auf hölzernen Wellen . . . $c' = 0{,}02\,d$.

Da diese Dimension in den meisten Fällen so gering ausfällt, dafs ihre Herstellung praktische Schwierigkeiten hat, so ist es rathsam sie etwas gröfser zu nehmen, und dem berechneten Werthe konstant etwa $\frac{1}{2}$ Zoll hinzuzufügen. Vergleicht man diese Stärke mit der in § 115 (Tab. XXI.) gefundenen Nabenstärke δ, so folgt für die Stärke c' der Scheibe eines Wellkranzes, ganz allgemein, sowohl für eiserne, wie für hölzerne Wellen:

$$c' = \tfrac{1}{6}\delta + \tfrac{1}{2}\ \textbf{Zoll}$$
$$(c' = \tfrac{1}{6}\delta + 1{,}3\ \textit{Centimètres}).$$

Als Beispiele für derartige Konstruktionen mögen die Figuren auf Taf. 17 von Fig. 17 bis zu Fig. 20) dienen.

Taf. 17. Fig. 17. Taf. 17. Fig. 17. Gufseiserner Wellkranz auf einer schmiedeeisernen Welle; Arme von Gufseisen. Die Welle überträgt 30 Pferdekräfte mit 6facher Sicherheit bei 15 Umdrehungen in der Minute. Die Arme sind 5 Fufs lang ($R = 5'$). Man hat $\frac{N}{n} = \frac{30}{15} = 2$, folglich:

Wellen-Durchmesser (Tab. XVII. S. 270) . .	$d =$	7 Zoll,
Nabensitz (Tab. XXI. S. 326)	$d' = \frac{7}{6}d =$	$8\frac{1}{6}$ „
Wandstärke der Nabe	$\delta = \frac{1}{2}d =$	$3\frac{1}{2}$ „
Aeufserer Durchmesser der Nabe . . .	$D = 2\frac{1}{6}d =$	$15\frac{1}{6}$ „
Länge der Nabe	$l = 1\frac{5}{8}d =$	$11\frac{3}{8}$ „
Breite des Federkeils (S. 322)	$\varepsilon = \frac{4}{9}d =$	$3\frac{1}{9}$ „
dafür nach Tab. X.		3 „

Dicke desselben gleich der halben Breite . . . . $= 1\frac{1}{2}$ Zoll,
Breite der Scheibe . . . . $= \frac{1}{6}(R - \frac{1}{2}D) = 8\frac{3}{4}$ „
Stärke derselben . . . . $c' = \frac{1}{6}\delta + \frac{1}{2}$ Zoll $= 1\frac{1}{12}$ „

Höhe der Arme (S. 328 e) . . $h = \frac{2.7}{\sqrt[3]{6}}\sqrt[3]{\left(1 - \frac{7}{60}\right)} = 7\frac{2}{5}$ „

Dicke der Arme . . . . $c = \frac{1}{5}h = 1\frac{1}{2}$ „

Die Scheibe ist mit vorspringenden Rippen versehen, zwischen welchen die Arme liegen.

Taf. 17. Fig. 18. Gufseiserner Wellkranz auf einer hölzernen Welle mit 6 hölzernen Armen für denselben Fall, wie Fig. 17: Taf. 17. Fig. 18.

Wellen-Durchmesser: Nach S. 239 . . $d = 0{,}72\sqrt[3]{PR}$,

nach S. 268 ist $\sqrt[3]{(PR)} = 17\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$, folglich $d = 0{,}72 . 17\sqrt[3]{2} = 15{,}42$,
wofür zu nehmen ist . . . . $d = 16$ Zoll.
Innere Höhlung der Nabe (Tab. XXI. S. 326) $d' = 17\frac{1}{3}$ Zoll,
Wandstärke in den Ecken . . . . $\delta = \frac{1}{8}d = 2$ „
Breite der Scheibe . . . . . $= \frac{1}{6}(R - \frac{1}{2}D) = 8\frac{1}{6}$ „
Stärke derselben . . . . . . $c' = \frac{1}{6}\delta + \frac{1}{2}$ Zoll $= \frac{7}{6}$ „
Höhe der quadratischen Arme (S. 329 g)

$$h = \frac{0{,}99 . 16}{\sqrt[3]{6}}\sqrt[3]{\left(1 - \frac{2 . 16}{3 . 60}\right)} = 8 \text{ „}$$

Auch hier ist die Scheibe mit Rippen versehen, deren Stärke etwa $\frac{3}{4}$ von der Stärke der Scheibe ist. Diese Rippen bilden Schuhe, welche die Arme einschliefsen. Man kann die Wandungen der Schuhe entweder parallel zur Richtung des Arms begrenzen (wie bei a), oder man giebt den Schuhen die Form eines Schwalbenschwanzes (b), oder man läfst die Rippen in der bei c oder bei d angedeuteten Weise in die hölzernen Arme eingreifen. Die Scheibe oder der Kranz ist entweder kreisförmig begrenzt (e), oder man zieht die Begrenzung zwischen den Schuhen etwas ein (f), oder endlich man giebt der Scheibe zwischen den Schuhen Durchbrechungen (g).

Taf. 17. Fig. 19. Gufseiserner Wellkranz auf einer gufseisernen Welle mit 24 hölzernen Armen für denselben Fall wie in Fig. 17 und 18: Taf. 17. Fig. 19.

Wellen-Durchmesser (Tab. XVIII. S. 271) . . $d = 8$ Zoll,
Nabensitz mit Spielraum und Keilen . . . $d' = 10$ „
Wandstärke der Nabe . . . . . $\delta = \frac{3}{8}d$ $\delta = 3$ „

Aeufserer Durchmesser der Nabe . . . . . . $D = 16$ Zoll,
Länge der Nabe . . . . $l = 12$ „
Breite der drei eisernen Keile (S. 332) . . . . . $\varepsilon = 2\frac{2}{3}$ „
Dicke derselben . . . . $\frac{1}{2}\varepsilon = 1\frac{1}{3}$ „
Höhe der quadratischen Arme

$$\text{(S. 330}\,i\text{)}\; h = \frac{1{,}89\,.\,8}{\sqrt[3]{24}}\sqrt[3]{\left(1 - \frac{8}{60}\right)} = 5 \text{ „}$$

Die 24 Arme (bei *a*) sind dicht nebeneinander auf den Wellkranz gelegt, zusammengepafst und jeder ist mit zwei Schrauben angebolzt. Anstatt der Unterlagsplatten für die Schraubenköpfe hat man zwei schmiedeeiserne Ringe genommen, welche in sämmtliche Arme eingelassen sind, und so einen Verband zwischen den Armen herstellen. Wenn die Arme den Wellkranz nicht vollständig bedecken, welcher Fall z. B. eintreten würde, wenn man nur 12 Arme angenommen hätte, so wählt man die Konstruktion bei *b*. Bei 12 Armen bekommt jeder eine Stärke von $h = \frac{1{,}89\,.\,8}{\sqrt[3]{12}}\sqrt[3]{\left(1 - \frac{8}{60}\right)} = 6{,}3$ Zoll; die Zwischenräume zwischen je zwei Armen werden durch hölzerne Keile ausgefüllt, in welche die schmiedeeisernen Ringe ebenfalls eingelassen sind; hierdurch ist das Herausfallen der Keile gehindert.

Taf. 17. Fig. 20. Taf. 17. Fig. 20 zeigt eine etwas abweichende Konstruktion eines Wellkranzes. Derselbe ist bei einem rückenschlächtigen Wasserrade zum Betriebe einer Mahlmühle mit zwei Gängen ausgeführt*).

c) Befestigung von Röhren aneinander.

1) Berechnung der Röhren-Dimensionen.

Allgemeine Bemerkungen über die Berechnung der Röhren.

§ 120. Röhren (fr. *tuyaux* — engl. *pipes, tubes*) sind stangenförmige Körper mit ringförmigem Querschnitt, welche also in der Mitte eine Höhlung (Bohrung) haben. Diese Bohrung sowohl, als die äufsere Form der Röhren ist gewöhnlich cylindrisch, und der Querschnitt in der Regel kreisförmig, doch hat man auch prismatische Röhren, und Röhren mit elliptischem Querschnitt. Die Röhren macht man aus Metall, Holz, Stein, Thon, Glas

---

*) Vergl. Archiv für den praktischen Mühlenbau von demselben Verfasser I. Abth. Blatt 12, und Le Blanc Recueil des machines etc. I. pl. 49.

etc., auch wohl aus Leder, Hanfgeweben, Gutta-Percha, Kautschuk. Die letztgenannten Materialien wählt man, wenn die Röhren sehr biegsam sein sollen, z. B. zu Schläuchen für Feuerspritzen etc.

Der Zweck der Röhren ist gewöhnlich die Leitung von Flüssigkeiten, sowohl tropfbarer als luftförmiger, z. B. von Wasser, Säuren, Auflösungen, Luft, Wasserdampf etc. Man nennt sie dann Leitungsröhren (fr. *conduits* — engl. *conduits*).

Die Wandstärke der Röhren ist von zwei Bedingungen abhängig, welche von einander wesentlich verschieden sind; nämlich:

1) die Wandstärke ist so zu bestimmen, dafs der auf die Röhrenwandungen wirkende Druck keine bleibende Formveränderung, geschweige denn eine Zerstörung der Röhre herbeizuführen vermag; und

2) die Wandstärke ist durch die Möglichkeit der praktischen Ausführbarkeit bedingt. Man kann nicht aus jedem Material Röhren von beliebig dünnen Wandstärken ausführen.

Um beide Bedingungen in einer Formel für die Wandstärke zu vereinigen, pflegt man den Ausdruck für die Wandstärke der Röhren aus zwei Summanden zu bilden, von denen einer von dem Druck, welcher auf die Röhre einwirkt, und von der Widerstandsfähigkeit der Röhre abhängig ist, der andre aber durch die praktische Möglichkeit, die Röhre herzustellen, gegeben ist. Dieser Summand ist daher für ein und dasselbe Material konstant, und giebt, wenn der erste Summand gleich Null wird, wenn also kein Druck auf die Röhre einwirkt, die geringste mögliche Wandstärke. Diese geringste Wandstärke soll erfahrungsmäfsig betragen, für Röhren:

aus Eisenblech . . .	$\frac{1}{9}$	Zoll	oder	0,29	Centim.
„ Gufseisen . . .	$\frac{1}{3}$	„	„	0,87	„
„ Kupfer	$\frac{1}{6}$	„	„	0,44	„
„ Blei	$\frac{1}{5}$	„	„	0,52	„
„ Zink (gegossen) .	$\frac{1}{6}$	„	„	0,44	„
„ Holz	1	„	„	2,62	„
„ Sandstein . .	$1\frac{1}{6}$	„	„	3,06	„
„ gebranntem Thon	$1\frac{1}{2}$	„	„	3,92	„ *).

*) Vergleiche Redtenbacher Resultate für den Maschinenbau II. Aufl. S. 81. No. 102, woselbst statt der genannten, folgende, wenig verschiedene, aus Morin »Aide mémoire etc.« entnommene Werthe der Reihe nach angegeben sind: 0,30; 0,85; 0,40; 0,50, 0,40; 2,70; 3,00; 4,00.

Man vergröfsert diese konstanten Werthe, wenn die Röhren starken Abnutzungen unterworfen sind, noch um ein Gewisses. So nimmt man für gufseiserne Röhren, die der Wärme oder gar der Flamme ausgesetzt sind, anstatt $\frac{1}{3}$ Zoll auch $\frac{1}{2}$ Zoll, und bei Dampfmaschinen-Cylindern auch wohl $\frac{3}{4}$ Zoll als geringste Wandstärke. Andererseits findet man auch geringere Röhrenstärken als die oben angegebenen ausgeführt, wenn die Röhren sehr kleine Bohrungen haben, und keinen beträchtlichen Drucken ausgesetzt sind. Man kann dann bei gufseisernen Röhren auf $\frac{1}{4}$ Zoll herabgehen; ebenso haben die sogenannten Drain-Röhren von gebranntem Thon oft nur $\frac{1}{2}$ Zoll Wandstärke bei 2 Zoll Bohrung.

Die Berechnung der Röhrenstärken nach dem Druck, welchen sie auszuhalten haben, geschieht in zwei Beziehungen:

1) Die Röhren haben einen Druck von Innen nach Aufsen zu erleiden; die Flüssigkeit, welche die Höhlung der Röhre ausfüllt, drückt auf alle Punkte der Röhre gleich stark, und äufsert das Bestreben, die Röhre entweder in einer Ebene, normal zur Axe abzureifsen (Querbruch, Transversalbruch), oder die Röhre in der Richtung der Axe, also der Länge nach, aufzureifsen (Längenbruch, Longitudinalbruch) — Röhren mit innerem Druck.

2) Die Röhren haben einen Druck von Aufsen nach Innen auszuhalten; eine Flüssigkeit, oder auch die Erde, welche die Röhren von Aufsen umgiebt, äufsert einen gröfsern Druck, als die Flüssigkeit im Innern der Röhre, und hat das Bestreben, die Röhre flach zu drücken, einzudrücken — Röhren mit äufserem Druck.

Bestimmung des Drucks einer Flüssigkeit auf die Röhrenwände.

§ 121. Der Druck einer Flüssigkeit auf die Wandungen der Gefäfse, oder der Röhren, welche dieselbe einschliefsen (der hydrostatische Druck) pflegt in verschiedener Weise gemessen zu werden.

1) Man giebt den Druck in Gewichts-Einheiten (Pfunden, Kilogrammes) an, welchen jede Flächen-Einheit (Quadratzoll, Quadratfufs — Quadrat-Centimètre etc.) der Gefäfswandung auszuhalten hat. Ist der Druck auf die Flächen-Einheit p, und der Flächeninhalt der Projektion der gedrückten Fläche auf irgend eine Ebene f, so ist der hydrostatische Druck P, den die Fläche in der Richtung normal zu jener Ebene auszuhalten hat, $P = pf$.

2) Da dieser Druck nach bekannten Gesetzen der Hydrostatik in einfachem Verhältnifs mit der Höhe der Flüssigkeitssäule,

d. i. mit dem vertikalen Abstande des höchsten Flüssigkeitsspiegels von dem Schwerpunkt der Projektion der gedrückten Fläche, und mit dem spezifischen Gewicht der Flüssigkeit wächst, so pflegt man ihn auch durch Angabe jener Höhe (der hydrostatischen Druckhöhe) und durch das spezifische Gewicht der Flüssigkeit zu bestimmen.

Ist die hydrostatische Druckhöhe h, der Flächeninhalt der Projektion, wie unter 1) gleich f, und das Gewicht einer Kubik-Einheit gleich s, wobei Alles auf dieselbe Maafs-Einheit bezogen wird, so ist:

$$P = f . s . h; \quad p = s . h.$$

3) Man kann für die Flüssigkeit, welche den Druck wirklich ausübt, behufs Messung dieses Druckes auch irgend eine andere Flüssigkeit substituirt denken, deren Gewicht für die Volum-Einheit z. B. s' sein mag. Die hydrostatische Druckhöhe h', welche dieser Flüssigkeit zukommen würde, um einen gleich grofsen Druck auszuüben, findet sich leicht durch die Gleichsetzung von

$$p = s h = s' h',$$

$$h' = \frac{s}{s'} h; \quad h = \frac{p}{s}.$$

Hiernach kann man also den hydrostatischen Druck des Wassers, der Luft, des Dampfes etc. auch durch eine Quecksilbersäule, oder durch eine Wassersäule messen.

Es betrage z. B. der Druck irgend einer Flüssigkeit auf einen Quadratzoll 15,08 Pfund, wie grofs ist die Wassersäule, und die Quecksilbersäule, welche diesen Druck mifst? — Ein Kubikfufs Wasser wiegt 66 Pfund, ein Kubikzoll also $\frac{66}{1728}$ Pfund, folglich ist die Wassersäule nach der Formel $h = \frac{p}{s}$:

$$h = \frac{15{,}08 . 1728}{66} = 394{,}92 \text{ Zoll},$$

oder 32,91 Fufs.

Nun ist Quecksilber 13,594 mal so schwer als Wasser; man hat also $s' = 13{,}594 s$, folglich die Höhe der Quecksilbersäule:

$$h' = \frac{s}{s'} h = \frac{394{,}92}{13{,}594} = 29{,}05 \text{ Zoll}.$$

4) Da der natürliche Druck der Atmosphäre im Barometer einer Quecksilbersäule von etwa 29,05 Zoll das Gleichgewicht hält, so beträgt derselbe nach dem Vorigen 15,08 Pfund auf jeden Quadratzoll. Man kann nun den Druck einer Flüssigkeit auch dadurch bestimmen, dafs man angiebt, wie viel mal er den Druck

einer Atmosphäre enthalte; in diesem Falle sagt man, der Druck werde nach Atmosphären bestimmt. Es betrage z. B. der Druck n Atmosphären, und der Druck der natürlichen Atmosphäre betrage auf die Flächen-Einheit α Gewichts-Einheiten, so ist nach dem Vorigen:

$$P = n\alpha f = hsf = h's'f = pf,$$

worin s das Gewicht einer Volum-Einheit Wasser, s' dasjenige einer Volum-Einheit Quecksilber bezeichnet. Es folgt daraus:

$$n = \frac{hs}{\alpha} = \frac{h's'}{\alpha} = \frac{p}{\alpha}.$$

Die Bestimmung des hydrostatischen Druckes nach Atmosphären hat den Vortheil, daſs die Zahl n unabhängig von den Landes-Maaſsen und Gewichten ist. Folgende Tabelle giebt eine Vergleichung der verschiedenen Ausdrucksweisen zur Bestimmung des hydrostatischen Druckes:

XXII. Tabelle

über die Bestimmung des hydrostatischen Druckes nach Atmosphären, nach Gewichts-Einheiten, Wassersäulen und Quecksilbersäulen.

Anzahl der Atmosphären.	Druck: Pfund pro □ Zoll	Druck: Kilogr. pro □ Centim.	Wassersäule: Fuſs	Wassersäule: Mètres	Quecksilbersäule: preuſs. Zoll	Quecksilbersäule: Centimètres
$\frac{1}{8}$	1,89	0,129	4,11	1,29	3,63	9,5
$\frac{1}{4}$	3,77	0,258	8,22	2,58	7,26	19
$\frac{1}{2}$	7,54	0,516	16,45	5,16	14,53	38
$\frac{3}{4}$	11,31	0,774	24,67	7,74	21,78	57
1	15,08	1,033	32,91	10,33	29,05	76
1,5	22,62	1,549	49,36	15,49	43,57	114
2	30,17	2,066	65,82	20,66	58,11	152
2,5	37,71	2,582	82,27	25,82	72,63	190
3	45,25	3,099	98,73	30,99	87,16	228
3,5	52,79	3,615	115,18	36,15	101,69	266
4	60,33	4,132	131,64	41,32	116,22	304
4,5	67,87	4,648	148,09	46,48	130,74	342
5	75,42	5,165	164,56	51,65	145,27	380
5,5	82,96	5,681	181,02	56,81	159,80	418
6	90,50	6,198	197,47	61,98	174,33	456
7	105,58	7,231	230,38	72,31	203,38	532

Anzahl der Atmosphären	Druck		Wassersäule		Quecksilbersäule	
	Pfund pro □ Zoll	Kilogr. pro □ Centim.	Fuſs	Mètres	preuſs. Zoll	Centimètres
8	120,66	8,264	263,29	82,64	232,44	608
9	135,75	9,297	296,20	92,97	251,49	684
10	150,84	10,335	329,11	103,35	290,55	760
11	165,92	11,363	362,02	113,63	319,60	836
12	181,00	12,396	394,94	123,96	348,66	912
13	196,09	13,429	427,85	134,29	377,71	988
14	211,17	14,462	460,76	144,62	406,77	1064
15	226,26	15,495	493,67	154,95	435,82	1140
16	241,34	16,528	526,59	165,28	464,88	1216
17	256,43	17,561	559,50	175,61	493,93	1292
18	271,51	18,594	592,41	185,94	522,99	1368
19	286,59	19,627	625,32	196,27	552,04	1444
20	301,67	20,660	658,23	206,60	581,10	1520

Man hat hiernach:

$$n = \frac{p}{15,08} = 0,0663p, \qquad p = 0,458h,$$

$$n = \frac{h}{32,91} = 0,0304h, \qquad p = 0,519h',$$

$$n = \frac{h}{29,05} = 0,0344h', \qquad h = 1,13h.$$

wenn n die Anzahl der Atmosphären,

p den Druck in preuſs. Pfunden auf einen preuſs. Quadratzoll,

h die Höhe einer Wassersäule in preuſs. Fuſsen,

h' die Höhe einer Quecksilbersäule in preuſs. Zollen

bezeichnet;

$$\left(\textit{oder}\ n = \frac{p}{1,033} = 0,968p, \qquad p = 0,100h,\right.$$

$$n = \frac{h}{10,33} = 0,097h, \qquad p = 0,0136h',$$

$$n = \frac{h'}{76} = 0,0131h', \qquad h = 0,136h',$$

wenn p den Druck in Kilogrammes auf 1 □ Centimètre,

h die Höhe einer Wassersäule in Mètres,

h' die Höhe einer Quecksilbersäule in Centimètres

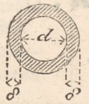
bezeichnet).

Berechnung der Röhren mit innerem Druck auf Längenbruch.

§ 122. Wenn eine Röhre mit einer Flüssigkeit gefüllt ist, welche unter einem hydrostatischen Druck steht, so wird dieser Druck, indem er überall normal auf die Röhrenwandung wirkt, das Bestreben äufsern, die Röhre zu erweitern, indem er die Wandung der Röhre ausreckt. Diese Ausreckung kann endlich die Grenze der vollkommenen Elastizität überschreiten und demnächst zum Bruche führen, indem die Peripherie der Wandung an irgend einer Stelle aufreifst (Longitudinalbruch). Da die Formveränderungen, welche dem Zerreifsen vorhergehen, gewöhnlich so unbedeutend sind, dafs sie sich der direkten Beobachtung entziehen, so hat man, behufs der Berechnung der Röhren, verschiedene Hypothesen aufgestellt, welche zu verschiedenen und oft zu widersprechenden Resultaten führen. Man hat z. B. angenommen, dafs die Trennung der Röhren immer in zwei, diametral gegenüber liegenden Stellen, und zwar nach dem Gesetz des einfachen Zerreifsens Statt finden werde.

Ist d der innere Durchmesser der Röhre,
δ die Wandstärke,
L die Länge irgend eines Röhrenstücks,

so ergiebt sich die zulässige Belastung gegen Abreifsen $2\delta \,.\, L \,.\, k$, und da die Projektion der gedrückten Fläche $d.L$ ist, so hat man, unter p den Druck auf die Flächen-Einheit verstanden:



$$2\delta \,.\, Lk = d \,.\, Lp,$$

$$1)\quad \delta = \tfrac{1}{2} d \,.\, \frac{p}{k}.$$

Allein jene Annahme, die zuerst von Mariotte aufgestellt worden ist*), trifft nur dann zu, wenn alle Elemente des Querschnitts der Wandung in ganz gleichem Maafse in Anspruch genommen werden, wenn man also von jeder Ausdehnung der Röhre vor dem Zerreifsen und von der Elastizität gänzlich absieht. Es ist schon im Eingange zu diesem Paragraphen erwähnt worden, dafs die Verhältnisse andere sind.

Wenn wir es mit einer cylindrischen Röhre von überall gleicher Wandstärke zu thun haben, und es bezeichnet

d den innern Durchmesser,
D den äufsern Durchmesser,

---

*) Vergl. einen Aufsatz von Brix in den Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbfleifses in Preufsen. Jahrgang 1834. S. 120.

so recken sich durch den Druck die einzelnen koncentrischen Elemente aus, und der innere Durchmesser geht in d', der äufsere in D' über. Nach Annahmen von Barlow erfolgt nun diese Aenderung des Röhrenquerschnittes in der Weise, dafs der Flächeninhalt der Wandung konstant bleibt, dafs also immer

$$\tfrac{1}{4}\pi(D^2-d^2)=\tfrac{1}{4}\pi(D'^2-d'^2)$$

ist, und dafs daher die Dicke der Röhrenwand immer geringer werde, je weiter die Röhre sich ausdehnt. Diese Annahme führt nach einer Entwickelung von Severin in den Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbfleifses in Preufsen vom Jahre 1828 S. 50 auf den Ausdruck:

$$2)\quad \delta=\tfrac{1}{2}d\frac{p}{k-p},$$

welcher jedenfalls gröfsere Resultate liefert, als der Ausdruck 1), aber für den möglichen Fall, dafs bei irgend einem Material p gleich oder gröfser als k wird, unmögliche Werthe giebt.

Brix hat in den Verhandlungen des genannten Vereins vom Jahre 1834 S. 124 die mehr wahrscheinliche Hypothese zum Grunde gelegt, dafs die Veränderungen in der Dicke der Röhrenwand, so lange man sich noch innerhalb der Elastizitätsgrenze hält, so unbedeutend seien, dafs man sie vernachlässigen könne. Wir wollen diese Ansicht adoptiren, und also voraussetzen, dafs die Wandstärke für unsere Untersuchungen konstant bleibe. Man hat daher die Grundbedingung:

$$\frac{D-d}{2}=\frac{D'-d'}{2}=\delta=\text{Const.}$$

Es folgt hieraus:

$$D'-D=d'-d.$$

Es drückt aber $\pi(d'-d)$ die Verlängerung eines unendlich dünnen koncentrischen Elementes vom Durchmesser d, welches sich zum Durchmesser d' erweitert, aus, und da $\pi(d'-d)=\pi(D'-D)$ ist, so folgt, dafs diese Verlängerungen für alle Elemente gleich grofs sind, so bald die Röhre überhaupt eine Ausdehnung erleidet.

Denken wir ein unendlich dünnes Element von dem Radius y, der Dicke dy (radial gemessen) und der Breite L (parallel mit der Axe gemessen), so ist der Flächeninhalt des Querschnitts $L.dy$, die Länge dieses Elements aber $2\pi y$; nennen wir die Verlängerung, welche es erleidet, λ, und die Span-

nung, welche erforderlich ist, um diese Verlängerung zu erzeugen, also auch den Widerstand, mit welchem das Element der Verlängerung widersteht, ds, so folgt, wenn man in die Formel (S. 193)

$$E = \frac{P}{F} \cdot \frac{l}{\lambda}$$

die betreffenden Werthe einsetzt, und ds entwickelt:

$$ds = \frac{E \cdot L \cdot \lambda}{2\pi} \cdot \frac{d \cdot y}{y}.$$

Aus dieser Gleichung folgt, daſs die Spannungen, welche die einzelnen Elemente erleiden, sich umgekehrt verhalten, wie ihre Radien y, daſs also die gröſste Spannung an der innern Peripherie Statt findet, und ferner daſs der Gesammt-Widerstand, welchen die Röhrenwand an irgend einer Stelle der Ausdehnung entgegensetzt, zu finden ist, wenn man auf beiden Seiten integrirt, und das Integral von $y = \frac{1}{2}d$ bis $y = \frac{1}{2}D$ nimmt. Man hat also den Gesammtwiderstand:

$$\int ds = s = \frac{EL\lambda}{2\pi} \int_{\frac{1}{2}D}^{\frac{1}{2}d} \frac{dy}{y}$$

$$= \frac{EL\lambda}{2\pi} \left\{ \log \text{nat} \tfrac{1}{2}D - \log \text{nat} \tfrac{1}{2}d \right\}$$

$$= \frac{EL\lambda}{2\pi} \log \text{nat} \frac{D}{d}.$$

Soll nun die gröſste Spannung höchstens gleich dem oft genannten Werth k sein, so hat man, wenn l die Länge desjenigen Elementes ist, in welchem die Spannung k Statt findet, nach S. 190: $E\lambda = kl$, und da dies Element, nach dem Obigen, das innerste des Querschnitts ist, so folgt, wenn man für l den Werth πd setzt: $E\lambda = \pi dk$, folglich:

$$s = \frac{d}{2} \cdot kL \cdot \log \text{nat} \frac{D}{d}.$$

Da nun immer zwei, diametral gegenüber liegende Stellen der Röhrenwandung gleichzeitig, und in gleicher Weise in Anspruch genommen werden, so ist der Gesammt-Widerstand der Röhrenwand:

$$2s = d \cdot kL \cdot \log \text{nat} \frac{D}{d}.$$

Dieser Widerstand $2s$ muſs aber gleich dem Druck sein, welchen die Flüssigkeit auf die Röhrenwandung erzeugt; derselbe ist nach S. 346 $= pdL$. Setzt man diesen Werth für $2s$ ein, so folgt:

$$\frac{p}{k} = \log \text{nat} \frac{D}{d},$$

oder, wenn e die Basis der natürlichen Logarithmen bedeutet:

$$\frac{D}{d} = e^{\frac{p}{k}}; \quad D = d.e^{\frac{p}{k}}.$$

$$3) \quad \delta = \frac{D-d}{2} = \frac{d}{2}\left(e^{\frac{p}{k}} - 1\right).$$

Wendet man gemeine Logarithmen an, so ist:
$\log e = \log 2{,}7182818 = 0{,}4342945$, folglich:

$$4) \quad \mathbf{\log D = \log d + 0{,}43429 \,.\, \frac{p}{k}}.$$

Man kann auch in der Gleichung 3) den Ausdruck $e^{\frac{p}{k}}$ in eine Reihe verwandeln nach dem bekannten Gesetz:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^3}{1.2.3} \ldots .$$

Es folgt dann:

$$\delta = \frac{d}{2}\left(\frac{p}{k} + \frac{p^2}{2k^2} + \frac{p^3}{6k^3} + \ldots .\right)$$

und, wenn man das dritte Glied in der Klammer, und die folgenden vernachlässigt, was jedoch nur zulässig ist, wenn p im Vergleich zu k sehr klein ist, so hat man näherungsweise:

$$5) \quad \delta = \frac{d}{2} \cdot \frac{p}{k}\left(1 + \frac{p}{2k}\right).$$

In diesem Ausdruck bezeichnet:

δ die Wandstärke der Röhre in Zollen (Centimètres),
p den Druck in Pfunden auf den Quadratzoll der Röhrenwandung (oder in Kilogrammes auf den Quadrat-Centimètre),
k die zulässige Belastung des Materials in Pfunden auf den Quadratzoll (oder in Kilogr. auf den Quadrat-Centim.).

Für gewöhnliche Leitungsröhren kann man auch noch das zweite Glied in der Klammer vernachlässigen, und bekommt dann, noch weniger genau:

$$6) \quad \delta = \tfrac{1}{2} d \frac{p}{k}.$$

Diese Formel giebt denselben Werth, welchen die nach den Ansichten von Mariotte berechnete Formel 1) liefert.

Für Schmiedeeisen ist $k = 10000$, für Gufseisen aber nach der Bemerkung auf S. 195, da hier das Material ausschliefslich auf Zerreifsen in Anspruch genommen wird, $k = 3500$ zu setzen.

Beispiel. Es sei die Wanddicke eines Prefscylinders für eine hydraulische Presse zu bestimmen. Der Druck auf den Quadratzoll betrage **1500 Pfund**, und der innere Durchmesser **10 Zoll.** Man hat:

$$\text{Log}\, D = \log 10 + 0{,}43429 \,.\, \tfrac{1500}{3500} = 1{,}18612,$$

$$D = 15{,}351;\quad \delta = \frac{D-d}{2} = 2{,}675 \text{ Zoll},$$

wozu noch nach S. 341 konstant $\frac{1}{3}$ Zoll addirt wird, so dafs sich die Wandstärke gleich 3 Zoll ergiebt. Die Näherungsformel 6) würde geben:

$$\delta = \frac{10}{2} \cdot \frac{1500}{3500} + \tfrac{1}{3} = 2{,}143 + \tfrac{1}{3} = 2{,}47 \text{ Zoll},$$

also eine Wandstärke, die mehr als $\frac{1}{2}$ Zoll zu schwach wäre. Die Näherungsformel 5) dagegen liefert:

$$\delta = \frac{10}{2}\,\frac{1500}{3500}\left(1 + \frac{1500}{7000}\right) + \tfrac{1}{3} \text{ Zoll} = 2{,}934 \text{ Zoll},$$

also ein bei Weitem genaueres Resultat.

Nach der Barlowschen Formel 2) findet man:

$$\delta = \frac{10}{2} \cdot \frac{1500}{3500 - 1500} + \tfrac{1}{3} \text{ Zoll} = 4{,}083 \text{ Zoll}.$$

Häufig findet man als Regel angeführt, dafs man bei hydraulischen Pressen die Wandstärke gleich $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{2}$ des innern Durchmessers machen solle; es würde rathsam sein, diese Wandstärke nicht zu überschreiten; man hätte für diesen Fall $D = \frac{5}{3}d$ bis $2d$, folglich nach Formel 4):

$$p = \frac{k}{0{,}43429} \cdot \log \frac{D}{d} = 1788 \text{ bis } 2427.$$

Es würde also für hydraulische Pressen mit Cylinder von Gufseisen ein Druck von 1800 bis 2400 Pfund auf den Quadratzoll nicht zu überschreiten sein.

Gewöhnliche Leitungsröhren haben in der Regel viel geringere Drucke auszuhalten, und man kann sich dann mit vollkommener Sicherheit der Näherungsformel 6) bedienen. Setzt man in jener Formel nach S. 345 $p = 15{,}08n$, wenn n den Druck in Atmosphären bedeutet, und bezeichnet man den konstanten Summanden (S. 341) mit c, so hat man:

$$7)\quad \delta = \frac{7{,}54}{k} \cdot dn + c.$$

Folgende Tabelle giebt die Formeln, nach welchen die Wandstärken näherungsweise zu bestimmen sind.

XXIII. Tabelle

über die Formeln zur Berechnung der Wandstärken von Leitungsröhren aus verschiedenen Materialien, nach der Näherungsformel

$$\delta = \frac{7{,}54}{k} \cdot dn + c:$$

Material	Zulässige Belastung pro □Zoll in Pfunden k*)	Formel zur Berechnung der Wandstärke n in Atmosphären	Koeffizient von nd nach Morin
Schmiedeeisen . . .	10000	$\delta = 0{,}000759\,dn + \frac{1}{9}$ Zoll	—
Eisenblech	9000	$\delta = 0{,}00084\,dn + \frac{1}{9}$ »	0,00086
Gufseisen	3500	$\delta = 0{,}00214\,dn + \frac{1}{3}$ »	0,00238
Kupfer, gezogen . .	5000	$\delta = 0{,}00152\,dn + \frac{1}{6}$ »	0,00148
» gegossen . .	3500	$\delta = 0{,}00214\,dn + \frac{1}{6}$ »	—
Blei	800	$\delta = 0{,}00949\,dn + \frac{1}{5}$ »	0,00242
Zinn	730	$\delta = 0{,}01038\,dn + \frac{1}{6}$ »	—
Zink	1500	$\delta = 0{,}00506\,dn + \frac{1}{6}$ »	0,00507
Messing	7000	$d = 0{,}00042\,dn + \frac{1}{8}$ »	—
Holz	230	$d = 0{,}03300\,dn + 1$ »	0,03230
Sandstein	200	$d = 0{,}03795\,dn + 1\frac{1}{6}$ »	0,03690
Gebrannter Thon .	140	$d = 0{,}05421\,dn + 1\frac{1}{2}$ »	0,05380

Wenn die Röhren der Einwirkung der Wärme oder gar der Glühhitze ausgesetzt sind, so vermindert sich ihre Festigkeit bedeutend. Dieser Fall tritt unter andern bei den Dampfkesseln, den Dampfleitungs-Röhren, den Siederöhren etc. ein. Man kann die Belastungsfähigkeit unter solchen Umständen nur etwa gleich der Hälfte derjenigen setzen, welche die vorige Tabelle angiebt, so dafs man für Eisenblech etwa $k = 5000$ Pfund, für Gufseisen nur 1500 Pfund zu rechnen pflegt. Setzt man in die Formel 3) diese Werthe für k ein, und nimmt man anstatt p nach S. 345 $15{,}08n$, so findet man:

$$\text{für Eisenblech } \delta = \tfrac{1}{2}d\left(e^{0{,}003\,n} - 1\right) + 0{,}1 \text{ Zoll,}$$

$$\text{„ Gufseisen } \delta = \tfrac{1}{2}d\left(e^{0{,}01\,n} - 1\right) + \tfrac{1}{3} \text{ „}$$

Diese Formeln sind diejenigen, welche das preufsische „Regulativ, die Anlage von Dampfkesseln betreffend, vom 6. September 1848" zur Berechnung der Wandstärken cylindrischer Kessel vorschreibt. Gufseisen ist übrigens nur für Sie-

*) Die Angaben dieser Kolumne dienen zugleich, um mittelst der Formel 4) S. 349 die genaue Wandstärke zu bestimmen.

deröhren bis zu 18 Zoll Durchmesser erlaubt, Messing ist für Röhren mit innerem Druck überhaupt verboten, und kupferne Bleche sollen dieselbe Stärke haben, wie schmiedeeiserne.

Setzt man die genannten Werthe von k in die Näherungsformel 7), so bekommt man für Dampf-Kessel und Röhren

von Eisenblech $\delta = 0{,}0015\,nd + 0{,}1$ Zoll,

„ Gufseisen $\delta = 0{,}0050\,nd + \frac{1}{3}$ „

Das französische, und nach demselben das österreichische, sächsische und belgische Regulativ verbieten für Dampfkessel das Gufseisen ganz und gar, und schreiben zur Bestimmung der Stärke schmiedeeiserner Bleche für Dampfkessel die Formel vor:

$\delta = 0{,}0018\,nd + \frac{1}{9}$ Zoll oder $+ 3$ Millimètres,

worin δ und d in gleichen Maafs-Einheiten zu nehmen sind. Diese Formel entspricht nur einem Werthe von k gleich etwa 4200 Pfund.

Berechnung der Röhren mit innerem Druck auf Querbruch.

§ 123. Wenn eine Röhre am untern Ende geschlossen ist, so kann der Druck der Flüssigkeit auf den Boden der Röhre unter gewissen Umständen auf Abreifsen derselben wirken, in der Weise, dafs er zunächst ein Ausrecken der Röhre nach der Richtung der Axe, und demnächst eine Trennung des Querschnitts, welcher normal zur Axe liegt, herbeiführt. Hat man es mit einem ruhenden Druck (todten Druck) zu thun, so ist die Berechnung sehr einfach, denn es mufs in diesem Falle sein:

$$\tfrac{1}{4}\pi(D'^2 - d^2)\, k = p\,.\,\tfrac{1}{4}\pi d^2,$$

wenn D den äufsern Durchmesser der Röhre,

d den innern Durchmesser der Röhre,

$\frac{D-d}{2} = \delta$ die Wandstärke,

p den Druck der Flüssigkeit auf die Flächen-Einheit,

k die Belastungsfähigkeit der Flächen-Einheit

bezeichnet. Es folgt daraus:

$$1)\ D = d\sqrt{\left(\frac{p}{k} + 1\right)}; \quad \delta = \tfrac{1}{2} d \left[\sqrt{\left(\frac{p}{k} + 1\right)} - 1\right].$$

Da aber immer $\sqrt{\left(\frac{p}{k} + 1\right)}$ kleiner ist, als $\frac{p}{k} + 1$, also auch $\left[\sqrt{\left(\frac{p}{k} + 1\right)} - 1\right]$ kleiner als $\frac{p}{k}$, so giebt dieser Ausdruck immer einen geringern Werth als die Näherungsformel 6) des vorigen Paragraphen, und es folgt daraus, dafs, wenn man die Röhren auf

Längenbruch berechnet hat, dieselben auch immer stark genug sein werden, um dem Druck auf Abreifsen zu widerstehen, so lange dieser Druck ein ruhender ist, oder so lange nur der hydrostatische Druck allein auf der Röhre einwirkt.

Ganz anders verhält es sich aber, wenn in der Röhre ein Stofs Statt findet. Fliefst z. B. Wasser mit einer gewissen Geschwindigkeit durch die Röhre, und wird plötzlich die Ausflufsöffnung geschlossen, so dafs die Geschwindigkeit augenblicklich vernichtet wird, so übt die bis dahin bewegte Wassermasse gegen den Boden der Röhre einen Stofs aus, welcher die Röhrenwandung abreifst, wenn die Elastizität der Röhre nicht hinreichend ist, um seine Wirkung zu vernichten.

Bezeichnet

- G das Gewicht der stofsenden Wassersäule,
- L die Länge derselben,
- G' das Gewicht des Röhrensystems, so weit es als elastisch anzusehen ist,
- L' die Länge desselben,
- λ die Verlängerung, welche es durch den Stofs erleidet,
- E den Elastizitäts-Modulus,
- F den Flächeninhalt des Röhren-Querschnittes,
- α das Gewicht einer Kubik-Einheit des gestofsenen Röhrensystems,
- β das Gewicht einer Kubik-Einheit der stofsenden Flüssigkeit,
- v die Geschwindigkeit, welche die Flüssigkeit vor dem Stofse hatte, und welche durch den Stofs vernichtet wird,

und behält man übrigens die frühern Bezeichnungen bei, so ist das Arbeits-Moment, welches durch den Stofs Statt findet, und welches auf Ausdehnung des Röhrensystems wirkt, nach bekannten Gesetzen der Mechanik *):

$$\frac{G^2}{G+G'} \cdot \frac{v^2}{2g} .$$

Ist nun P der Widerstand, welcher sich der Ausdehnung entgegensetzt in dem Augenblick, wo dieselbe gleich λ geworden ist, so ist, da dieser Widerstand im ersten Augenblick gleich 0 war, und gleichmäfsig mit der Ausreckung bis P gewachsen ist, der mittle Werth desselben $\frac{1}{2}P$, und das Arbeits-Moment des Wider-

*) Vergl. Weisbach Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinenmechanik 1. Aufl. Th. I. § 259.

standes $\frac{1}{2}P\lambda$. Da nun das Arbeits-Moment des Stofses durch dasjenige des Widerstandes aufgehoben werden mufs, so hat man:

$$\frac{G^2}{G+G'}\cdot\frac{v^2}{2g}=\tfrac{1}{2}P\lambda.$$

Es ist aber nach S. 193 $\lambda=\frac{PL'}{EF}$, und, wenn die Widerstandsfähigkeit des Materials für die Flächen-Einheit nur bis zu dem Werthe k, welcher einem bestimmten Theil der Elastizitätsgrenze entspricht, in Anspruch genommen werden soll, so ist kF für P einzusetzen; dann ergiebt sich:

$$\frac{G^2}{G+G'}\cdot\frac{v^2}{2g}=\tfrac{1}{2}\frac{k^2\,.\,F^2\,.\,L'}{E\,.\,F},$$

woraus für die Bestimmung des Röhren-Querschnittes F folgt:

$$1)\ F=\frac{2G^2}{G+G'}\cdot\frac{v^2}{2g}\cdot\frac{E}{k^2}\cdot\frac{1}{L'}.$$

Nehmen wir das Röhrensystem durchweg von gleichem Querschnitt und von gleicher Wandstärke, so ist $G'=F.L'.\alpha$, folglich:

$$2)\ F=\frac{G'}{L'\alpha},$$

und wenn man diesen Werth in die Gleichung 2) einsetzt, so folgt durch eine leichte Umformung:

$$G'^2+GG'=G^2\cdot\frac{v^2}{g}\cdot\frac{E}{k^2}\cdot\alpha,$$

$$3)\ \frac{G'}{G}=\tfrac{1}{2}\left\{-1+\sqrt{\left(\frac{4E\alpha}{k^2}\cdot\frac{v^2}{g}+1\right)}\right\}.$$

Ist D der äufsere, d der innere Durchmesser des Rohres, so hat man:

$$G'=\tfrac{1}{4}\pi(D^2-d^2)L'\,.\,\alpha,$$
$$G=\tfrac{1}{4}\pi d^2\,.\,L\beta;$$

folglich: $\frac{G'}{G}=\frac{D^2-d^2}{d^2}\cdot\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{L'}{L}$ und hieraus, mit Bezug auf Gleichung 3):

$$4)\ D=d\sqrt{\left[1+\tfrac{1}{2}\frac{\beta}{\alpha}\,\frac{L}{L'}\left\{-1+\sqrt{\left(\frac{4E\alpha}{k^2g}\,v^2+1\right)}\right\}\right]}$$

und

$$5)\ \delta=\frac{D-d}{2}=\tfrac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left[1+\tfrac{1}{2}\frac{\beta}{\alpha}\,\frac{L}{L'}\left\{-1+\sqrt{\left(\frac{4E\alpha}{k^2g}v^2+1\right)}\right\}\right]}\right\}.$$

In dieser Formel sind sämmtliche Werthe auf dieselbe Maafs-Einheit zu beziehen, also z. B. auf den Zoll, dann mufs auch v und g in Zollen genommen werden. Nehmen wir v und g in Fufsen, so bleibt noch unter dem zweiten Wurzelzeichen das erste Glied mit 12 zu multipliziren.

Wenn die Flüssigkeit Wasser ist, so ist $\beta = 0{,}0382$; es ist $g = 31{,}25$ Fufs, und aufserdem:

für Schmiedeeisen:
$\alpha = 0{,}295$ (S. 186),
$E = 29000000$ (S. 192),
$k = 10000$ (S. 192),
$$\frac{48 \,.\, E \,.\, \alpha}{k^2 g} = 0{,}1314.$$

für Gufseisen:
$\alpha = 0{,}278$ (S. 186),
$E = 17000000$ (S. 192),
$k = 3500$ (S. 195 und S. 349),
$$\frac{48 E \alpha}{k^2 g} = 0{,}5935.$$

Setzt man diese Werthe in die Gleichung 5) und reduzirt dieselbe in angemessener Weise, so folgt zur Bestimmung der Wandstärke von Röhren, die durch den Stofs des Wassers auf Querbruch in Anspruch genommen werden, mit Berücksichtigung der Konstanten (S. 341):

6) für Schmiedeeisen: $\delta =$
$$\tfrac{1}{2} d \left\{ -1 + 0{,}152 \sqrt{\left[43{,}2 + \frac{L}{L'} \left\{ -2{,}76 + \sqrt{\left(v^2 + 7{,}62\right)} \right\} \right]} \right\} + \tfrac{1}{9} \text{ Zoll},$$

7) für Gufseisen: $\delta =$
$$\tfrac{1}{2} d \left\{ -1 + 0{,}230 \sqrt{\left[18{,}8 + \frac{L}{L'} \left\{ -1{,}30 + \sqrt{\left(v^2 + 1{,}69\right)} \right\} \right]} \right\} + \tfrac{1}{3} \;\text{„}$$

worin δ und d in derselben Maafs-Einheit, v aber in Fufsen zu nehmen sind.

(Nimmt man v in Mètres, so hat man:

für Schmiedeeisen:
$$\delta = \tfrac{1}{2} d \left\{ -1 + 0{,}27 \sqrt{\left[13{,}55 + \frac{L}{L'} \left\{ -0{,}87 + \sqrt{\left(v^2 + 0{,}75\right)} \right\} \right]} \right\} + 0{,}29 \text{ Ctm.}$$

für Gufseisen:
$$\delta = \tfrac{1}{2} d \left\{ -1 + 0{,}41 \sqrt{\left[5{,}91 + \frac{L}{L'} \left\{ -0{,}41 + \sqrt{\left(v^2 + 0{,}17\right)} \right\} \right]} \right\} + 0{,}87 \text{ Ctm.}).$$

In vielen Fällen ist die Länge L', bis zu welcher das Rohr dem Stofse mittelst seiner Elastizität nachgeben kann, gleich der Länge der stofsenden Wassersäule L. Setzt man in den obigen Formeln $\frac{L}{L'} = 1$, so gehen dieselben über in folgende für preufs. Maafs:

für Schmiedeeisen:
$$\delta = \tfrac{1}{2} d \left\{ -1 + 0{,}152 \sqrt{\left[40{,}44 + \sqrt{\left(v^2 + 7{,}62\right)} \right]} \right\} + \tfrac{1}{9} \text{ Zoll},$$

für Gufseisen:
$$\delta = \tfrac{1}{2} d \left\{ -1 + 0{,}230 \sqrt{\left[17{,}5 + \sqrt{\left(v^2 + 1{,}69\right)} \right]} \right\} + \tfrac{1}{3} \;\text{„}$$

worin v in Fufsen zu nehmen ist.

(*Nimmt man v in Mètres, so ist:*

für Schmiedeeisen:

$$\delta = \tfrac{1}{2}d\left\{-1+0{,}27\sqrt{\left[12{,}68+\sqrt{\left(v^2+0{,}75\right)}\right]}\right\}+0{,}29\text{ Centim.}$$

für Gufseisen:

$$\delta = \tfrac{1}{2}d\left\{-1+0{,}41\sqrt{\left[5{,}50+\sqrt{\left(v^2+0{,}17\right)}\right]}\right\}+0{,}87\quad\text{„}\quad)$$

Diese Formeln gelten namentlich für die Berechnung der Saug- und Steigeröhren von Pumpen, bei welchen die Wassersäule bei jedem Kolbenwechsel zur Ruhe kommt; für Leitungsröhren der Turbinen etc., bei welchen ein plötzliches Schliefsen der Röhren Statt findet etc. Man wird in solchen Fällen das Rohr sowohl auf Längenbruch (nach dem vorigen Paragraphen) als auf Querbruch berechnen, und die gröfsere Dimension wählen.

Folgende Tabelle giebt die Wandstärken eiserner Röhren, welche durch den Stofs der Wassersäule in Anspruch genommen werden.

XXIV. Tabelle

zur Berechnung der Wandstärken schmiedeeiserner und gufseiserner Röhren, welche durch den Stofs der Wassersäule in Anspruch genommen werden*):

Geschw. des Wassers in Fufsen	Wandstärke		wenn $L=L'$ ist	
	Schmiedeeisen $\delta=$	Gufseisen $\delta=$	Schmiedeeisen $\delta=$	Gufseisen $\delta=$
1	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}0042\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}0181\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$0{,}0001d$	$0{,}0045d$
2	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}0150\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}0577\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$0{,}0037d$	$0{,}0144d$
3	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}0306\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}1048\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$0{,}0075d$	$0{,}0260d$
4	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}0486\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}1544\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$0{,}0120d$	$0{,}0372d$
5	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}0683\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}2056\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$0{,}0168d$	$0{,}0490d$

*) Die Konstanten (S. 341) für Schmiedeeisen $\frac{1}{9}$ Zoll, für Gufseisen $\frac{1}{3}$ Zoll, sind überall noch hinzuzufügen.

Geschw. des Wassers in Fuſsen	Wandstärke Schmiedeeisen δ	Wandstärke Guſseisen δ	wenn $L = L'$ ist: Schmiedeeisen δ	wenn $L = L'$ ist: Guſseisen δ
6	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}0891\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}2574\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$0{,}0218d$	$0{,}0607d$
7	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}1107\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}3096\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$0{,}0270d$	$0{,}0722d$
8	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}1322\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}3620\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$0{,}0320d$	$0{,}0837d$
9	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}1542\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}4146\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$0{,}0372d$	$0{,}0984d$
10	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}1759\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$\frac{1}{2}d\left\{-1+\sqrt{\left(1+0{,}4672\frac{L}{L'}\right)}\right\}$	$0{,}0420d$	$0{,}1056d$

Z. B. In einem guſseisernen Leitungsrohr von 6 Zoll Durchmesser bewege sich das Wasser mit einer Geschwindigkeit von 3 Fuſs in der Sekunde, das Rohr sei durch einen Schieber verschlieſsbar, so daſs das Wasser plötzlich zum Stillstand kommen kann; wenn das Wasser in Ruhe ist, so steht es unter dem Druck einer Wassersäule von 131,64 Fuſs oder nach Tab. XXII. S. 344 von 4 Atmosphären. Wie groſs muſs die Wandstärke des Rohrs sein? — Die Formel aus der Tabelle XXIII. S. 351 liefert für den hydrostatischen Druck:

$$\delta = 0{,}00214 \,.\, 6 \,.\, 4 + \tfrac{1}{3}\text{ Zoll} = 0{,}3847\text{ Zoll} = 4\tfrac{5}{8}\text{ Linien};$$

dagegen die Formel der vorstehenden Tabelle für den Stoſs bei 3 Fuſs Geschwindigkeit:

$$\delta = 0{,}0260 \,.\, 6 \,. + \tfrac{1}{3}\text{ Zoll} = 0{,}4893\text{ Zoll} = 5\tfrac{7}{8}\text{ Linien},$$

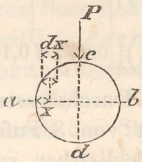
also eine, um $1\frac{1}{4}$ Linie gröſsere Wandstärke, welche man in diesem Falle zu wählen hätte.

Die Einflüsse des Stoſses auf die Röhrenleitungen, und die Berechnung derselben in dieser Beziehung sind bisher, so viel ich weiſs, noch nicht in dieser Weise berücksichtigt worden. Es wird aber nach den obigen Entwickelungen nicht mehr auffallend erscheinen, daſs Röhren, welche, mit sehr groſser Sicherheit gegen Bruch, nach dem hydrostatischen Druck berechnet und ausgeführt worden sind, dennoch brachen, sobald man den Durchfluſs des Wassers plötzlich hemmte.

Berechnung der Röhren auf äuſseren Druck.

§ 129. Die Berechnung der Röhren auf äuſsern Druck (S. 342) kommt zwar viel seltener zur Anwendung, als die Berechnung auf innern Druck, dennoch ist sie in vielen Fällen nicht zu entbehren. Röhren, welche luftleer erhalten werden, oder welche durch Flüssigkeiten führen, die unter einem stärkern Drucke stehen als das Innere der Röhre, z. B. die innern Feuerzüge der Dampfkessel, müssen so stark gemacht werden, dafs sie von dem Druck der sie umgebenden Flüssigkeit nicht zerknickt werden. Dasselbe gilt von Röhren, durch welche Dampf geleitet wird, wenn vorauszusetzen ist, dafs durch eine plötzliche Kondensation des Dampfes die Röhre luftleer werden kann.

Denken wir, es wirke in dem Punkte c auf die Röhre ein Druck P, in der Richtung des Durchmessers cd, so hat derselbe das Bestreben, 1) die Röhre in c durchzubiegen, indem sie bei a und b ausweicht, und 2) die Röhre in a und b, wie eine Stange, welche in a und b fest aufsteht, abzuknicken. Wir können uns also den Druck P als die Summe dreier Drucke denken, von denen der eine die Durchbiegung bei c, der zweite das Zerknicken bei a und der dritte das Zerknicken bei b bewirkt. Die letztgenannten beiden Drucke sind gleich grofs. Ist



B das Biegungs-Moment des Röhren-Querschnitts,
E der Elastizitäts-Modulus,
$l = d$ die Länge, welche bei der Durchbiegung in Betracht kommt,
$l' = \frac{1}{2}d$ die Länge, welche beim Zerknicken in Betracht kommt,

so haben wir nach Formel 5) S. 220, wenn wir l wieder in Zollen nehmen mit Bezug auf S. 223, und nach S. 226:

$$P = \frac{144}{48000}\,\frac{BE}{\frac{1}{16}l^2} + 2\,.\,\frac{3BE}{l'^2},$$

$$= \frac{3BE}{d^2}(0{,}016 + 8).$$

Man sieht, dafs der Druck, welcher auf Durchbiegung bei c wirkt, gegen den auf Zerknicken durchaus vernachlässigt werden kann, und wenn wir aufserdem wie auf S. 226 der Sicherheit wegen nur $\frac{1}{3}$ der Widerstandsfähigkeit als zulässige Belastung gelten lassen, so folgt:

$$1)\ P = \frac{8BE}{d^2}.$$

Der Druck P ist aber der auf den Punkt c reducirte Druck, aus sämmtlichen, mit cd parallel wirkenden Drucken der Flüssigkeit auf die einzelnen Röhren-Elemente. Auf irgend ein Element des Quadranten ac ist nach S. 342 der Paralleldruck gleich $p.l.dx$, wenn p der Druck auf die Flächen-Einheit, $l.dx$ die Projektion dieses Elementes ist, und nach der Regel auf S. 198 ist der auf den Punkt c reducirte Druck dieses Elementes $\frac{pl.dx.x}{\frac{1}{2}d}$. Integrirt man und nimmt das Integral zwischen den Grenzen $x=0$, und $x=\frac{1}{2}d$, so ist der auf den Punkt c reduzirte Druck des Quadranten $ac=\frac{1}{4}pld$, und beider Quadranten ac und cb zusammen, also der Gesammtdruck:

$$2)\quad P=\tfrac{1}{2}pld.$$

Nun ist aber für eine Röhrenlänge l das Biegungs-Moment $B=\frac{1}{12}l\delta^3$ und es ergiebt sich durch Einführung dieses Werthes in die Gleichung 1) und, wenn man 1 und 2 gleichsetzt:

$$\delta=d\sqrt[3]{\frac{3p}{4E}},$$

oder, wenn man nach S. 345 $p=15{,}08n$ setzt:

$$\delta=d\sqrt[3]{\frac{11{,}31n}{E}},$$

worin δ die Wandstärke der Röhre,
d den lichten Durchmesser derselben,
E den Elastizitäts-Modulus des Materials,
(Alles auf dieselbe Einheit bezogen)
n die Anzahl der Atmosphären, um welche die Röhre von Aufsen nach Innen stärker gedrückt wird, als von Innen nach Aufsen,

bezeichnet.

Die hinzuzufügenden konstanten Werthe pflegt man für Röhren mit äufserem Druck nur halb so grofs zu nehmen, als für Röhren mit innerem Druck (S. 341); bezeichnet man dieselben mit c, so folgt, indem man für E die Werthe der Tab. XI. S. 192 einsetzt:

für Röhren von Schmiedeeisen $\delta=0{,}00731\,d\sqrt[3]{n}+c$,
„ „ „ Gufseisen . . $\delta=0{,}00846\,d\sqrt[3]{n}+c$,
„ „ „ Messing . . . $\delta=0{,}01060\,d\sqrt[3]{n}+c$,
„ „ „ Kupfer . . . $\delta=0{,}00891\,d\sqrt[3]{n}+c$,
„ „ „ Blei . . . . . $\delta=0{,}02490\,d\sqrt[3]{n}+c$.

Die Werthe von c betragen:

für Röhren von Schmiedeeisen $c = \frac{1}{18}$ Zoll oder $= 0{,}15$ Centim.,
" " " Gufseisen . . $= \frac{1}{6}$ " " 0,44 "
" " " Messing . . . $= \frac{1}{14}$ " " 0,19 "
" " " Kupfer . . . $= \frac{1}{12}$ " " 0,22 "
" " " Blei . . . . . $= \frac{1}{10}$ " " 0,26 "

Das preufsische „Regulativ, die Anlage von Dampfkesseln betreffend, vom 6. September 1848", giebt ziemlich übereinstimmend mit unserer Rechnung für die durch den Dampfkessel gehenden cylindrischen Feuer- oder Rauchröhren, welche den Druck der Dämpfe auf ihrer äufsern Oberfläche zu erleiden haben,

a) wenn dieselben aus gewalztem oder gehämmertem Eisenblech bestehen:

$$\delta = 0{,}0067\, d \sqrt[3]{n} + 0{,}05 \text{ Zoll};$$

b) für cylindrische Feuerröhren aus Messingblech;

$$\delta = 0{,}01\, d \sqrt[3]{n} + 0{,}07 \text{ Zoll.}$$

Derartige Röhren von Messingblech sind nach dem Regulativ überhaupt nur bis zu einem Durchmesser von 4 Zoll gestattet; gufseiserne Röhren mit äufserem Druck bei Dampfkesseln aber verboten.

2) Befestigungs-Konstruktionen für Röhren.

Allgemeines.

§ 125. Die Konstruktion, welche man zur Befestigung der Röhrenenden aneinander zu wählen hat, ist wesentlich bedingt durch das Material, aus welchem die Röhre besteht, und durch den Zweck, zu welchem sie bestimmt ist. Im Allgemeinen kommt es bei diesen Befestigungen darauf an, dafs sie möglichst einfach und leicht herzustellen seien, da sie oft in einem sehr beschränkten Raume (z. B. beim Legen der Wasserleitungsröhren in einer Grube) ausgeführt werden müssen, dafs ferner durch die Befestigung die Bohrung der Röhre nicht verengt werde, dafs die Befestigungsstellen dicht halten, und wenigstens dieselbe Festigkeit darbieten wie die Röhre selbst; in vielen Fällen kommt es endlich auch darauf an, dafs die Befestigung sich wieder ohne Schwierigkeit lösen lasse. Diesen Bedingungen treten oft noch andere hinzu, z. B. dafs die Befestigungsstelle in höherem oder geringerem Grade biegsam sei, dafs das Röhrensystem (der Röhrenstrang) seiner ganzen Länge nach den Veränderungen folgen könne, welche durch den Wechsel der Temperatur bedingt werden etc. Man sieht leicht, dafs, je nachdem eine oder die andere dieser Bedingungen überwiegend ist, die Röhrenbefestigung eine besondere Konstruktion erfordern müsse, und dafs sich daher auch nicht ohne Weiteres angeben lasse, welche von den sehr zahlreichen Konstruktionen zur Befestigung der Röhre überhaupt die beste sei.

Befestigung hölzerner Röhren.

§ 126. Wasserleitungsröhren von Holz*) werden gewöhnlich aus einem vollen, möglichst geraden und astfreien Stamm gebohrt. Man kann dazu fast jede Holzart benutzen, welche nicht zu kurze Röhrenstücke liefert, da jede Zusammensetzung nicht nur Kosten verursacht, sondern auch schwache Stellen in der Röhrenleitung herbeiführt. Man wählt am häufigsten Kiefern- und Lerchenholz, auch wohl Ulmenholz, und sucht möglichst festes, und wegen der gröfsern Dauerhaftigkeit möglichst harziges Holz aus. Weiden- und Pappelholz wird fast nie zu Wasserleitungsröhren genommen, und das Eichenholz vermeidet man wegen des Beigeschmacks, welchen es dem Wasser ertheilt.

Die einzelnen Röhrenstücke werden 12 bis 18 Fufs, höchstens 20 Fufs lang, da eine gröfsere Länge wegen der Schwierigkeit des Bohrens nicht wohl herzustellen ist. Man macht die Holzröhren in der Bohrung von $1\frac{1}{2}$ Zoll bis zu 8 Zoll weit, und kann die Wandstärke nach den Regeln der vorigen Paragraphen bestimmen. Es ist jedoch zu bemerken, dafs man bei der Bestimmung der Wandstärke immer darauf zu achten hat, dafs das durchfliefsende Wasser die Röhren angreift, die Bohrung nach und nach erweitert, und die Wandstärke vermindert. Es kommt also nicht allein darauf an, dafs die Röhre durch den Wasserdruck nicht zerstört werde, sondern auch darauf, dafs das Durchsickern des Wassers durch die Poren des Holzes möglichst vermieden werde. Aus diesen Gründen hat man die Wandstärke immer sehr reichlich zu wählen. Man pflegt daher die Regel zu befolgen, dafs man bei hölzernen Röhren die Wandstärke gleich der Bohrung zu machen habe, oder, dafs die Bohrung nicht mehr als $\frac{1}{3}$ vom äufsern Durchmesser der Röhre betragen solle.

Die Zusammensetzung der hölzernen Röhren geschieht am häufigsten durch Zusammenstecken. Taf. 18. Fig. 1 zeigt die gewöhnlichste Methode. Das eine Ende wird in dem Verhältnifs von 1 zu 4, besser noch von 1 zu 5 oder 6 kegelförmig abge- Taf. 18. Fig. 1 und 2.

*) Vergl. Handbuch der Wasserbaukunst von G. Hagen 1. Theil, Abschnitt III. § 22.

spitzt, das andere Ende passend ausgebohrt, der volle Kegel wird mit Oelkitt überstrichen, oder besser mit getheerter Leinwand oder mit getheertem Hanf umwickelt und in die Höhlung hineingetrieben. Damit diese nicht aufspalte, treibt man einen eisernen Ring von mindestens $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{2}$ Zoll Dicke und 2 bis 3 Zoll Breite darüber. Diese Konstruktion eignet sich auch zu Winkelbefestigungen von Röhren, wie Taf. 18. Fig. 2 zeigt. Man kann sie anwenden, wenn ein Seitenrohr, sei es rechtwinklig oder unter einem spitzen Winkel, von dem Hauptrohr abgezweigt werden soll.

Taf. 18. Fig. 3. Anstatt das Röhrenende kegelförmig zuzuspitzen, pflegt man auch wohl einen cylindrischen Zapfen zu wählen (Taf. 18. Fig. 3). Dies hat den Vortheil, dafs, wenn der Zapfen durch das Eindringen des Wassers quillt, der Schlufs immer fester wird, während bei der konischen Zusammenfügung das Quellen des Röhrenendes ein Bestreben zum Auseinanderschieben des Systems herbeiführt. Die Länge des Zapfens macht man etwa $\frac{1}{2}\delta + 2$ Zoll, den äufsern Durchmesser $d + \delta$; der Zapfen wird mit getheerter Leinwand umwickelt und in die Höhlung hineingetrieben; von Aufsen wird die Röhre mit einem eisernen Ringe gebunden.

Taf. 18. Fig. 4 und 5. Taf. 18. Fig. 4 zeigt eine Methode der Zusammensetzung von hölzernen Wasserleitungsröhren, welche als die beste empfohlen wird, wenn sie auch etwas kostspieliger als die vorhin beschriebenen Konstruktionen ist. Die Röhrenenden werden stumpf abgeschnitten, und zwischen beide wird in das Hirnholz der Röhren eine schmiedeeiserne, auf beiden Enden zugeschärfte Büchse A eingetrieben. Diese Büchse hat in der Mitte einen scheibenförmigen Rand, welcher hindert, dafs sie sich in das eine Röhrenende tiefer hineinziehe, als in das andere. Die Wanddicke der Büchse beträgt in der Nähe der Scheibe etwa $\frac{1}{2}$ Zoll, die Dicke der Scheibe etwa $\frac{3}{4}$ Zoll. Auch diese Konstruktion läfst sich mit geringen Modifikationen für Röhrenabzweigungen anwenden (Taf. 18. Fig. 5). Die Büchse wird mit dem einen Ende, welches hier nicht zugeschärft ist, in die gehörig ausgearbeitete Seitenöffnung des Rohrs eingetrieben, mit Holzkeilen ringsum gedichtet, und das andere zugeschärfte Ende greift auf gewöhnliche Weise in das Hirnholz des Seitenrohrs ein.

Die beste Methode, Biegungen und Abzweigungen bei hölzernen Röhrenleitungen herzustellen, besteht in der Anwendung gufseiserner Hilfsstücke. Diese Stücke haben die Form der
Taf. 18. Fig. 6. Biegung (Taf. 18. Fig: 6), sie können an den Enden konisch zugespitzt werden, und man steckt sie in das passend erweiterte Ende

der hölzernen Röhren ein, worauf sie durch Holzkeile, die in Theer getränkt sind, ringsum gedichtet werden. Um das Aufspalten des hölzernen Rohrs zu verhüten, mufs man es auch hier mit einem schmiedeeisernen Ringe binden.

Befestigungs-Methoden für gufseiserne Röhren.

§ 127. Die gufseisernen Röhren finden zu Wasserleitungen, Gasleitungen etc. als Hauptröhrenstränge die ausgedehnteste Anwendung, sie zeichnen sich durch eine bei Weitem gröfsere Dauerhaftigkeit und Festigkeit vor den hölzernen Röhrenleitungen aus, man kann Biegungen und Abzweigungen in sehr einfacher Weise herstellen, und die Röhrenenden lassen sich sehr dicht und dauerhaft befestigen.

Ein Uebelstand bei der Anwendung gufseiserner Röhren besteht darin, dafs sie dem Rosten ausgesetzt sind, und dafs sie dadurch sowohl von Aufsen, als auch, namentlich die Wasserleitungsröhren, von Innen angegriffen werden. Um die Röhren gegen den Rost zu schützen, versieht man sie von Aufsen und Innen mit einem Anstrich von Oelfarbe, oder mit einem Ueberzug von Steinkohlentheer oder Asphalt, welcher auf die erwärmten Röhren warm aufgetragen wird; auch hat man Wasserleitungsröhren im Innern mit hydraulischem Mörtel überzogen, und bei den Leitungsröhren der Wassersäulen-Maschine zu Huelgoat versah man die Röhren im Innern mit einem Ueberzug aus einer Mischung von Bleiglätte und Leinöl, welche mittelst eines sehr starken Druckes in das Eisen hineingetrieben wurde*). Neuerdings hat Herr Kühnell bei den Gasleitungsröhren der städtischen Gasanstalt zu Berlin die Röhren mit einem Ueberzug von Talg versehen, indem die warm gemachten Röhren in den geschmolzenen heifsen Talg kurze Zeit eingetaucht wurden (s. weiter unten S. 366).

Was die Zusammensetzung der einzelnen Röhrenenden, welche man in Längen von drei bis zehn Fufs**) herzustellen pflegt, anbetrifft, so finden hier alle drei Befestigungs-Methoden (S. 161) Anwendung:

1) Die Methode der einfachen Befestigung wird in der Weise in Anwendung gebracht, dafs man die Röhrenenden mit Flanschen versieht, welche durch Schraubenbolzen vereinigt werden.

---

*) Vergl. Hagen Handbuch der Wasserbaukunst I. S. 338.

**) Redtenbacher giebt in seinen Resultaten für den Maschinenbau 2. Aufl. S. 81 die Länge eines Röhrenstückes gleich $5d + 200$ Centimètres ($5d + 6\frac{1}{2}$ Fufs).

2) Die Methode des Zusammensteckens besteht bei den Röhren darin, dafs man das eine Röhrenende erweitert, das Ende des andern Rohrs hineinschiebt und die Fuge dichtet.

3) Die Methode der Befestigung durch ein Hilfsstück geschieht bei den Röhren durch Aufschiebung einer Muffe, in welcher beide Röhrenenden befestigt werden.

Befestigung gufseiserner Röhren durch Flanschen und Schrauben.

§ 128. Die Befestigung gufseiserner Röhren durch Flanschen und Schrauben wird in sehr verschiedener Weise zur Ausführung gebracht.

Taf. 18. Fig. 7. Die gewöhnlichste Methode zeigt Taf. 18. Fig. 7. Jedes Röhrenstück ist an beiden Enden mit einem Rande versehen, welcher flach konisch begrenzt ist; zwischen die beiden Ränder legt man einen passenden Ring von Blei, welcher auf jeder Seite mit einer getheerten Tuch- oder Lederscheibe versehen ist, so dafs er innerhalb der Schraubenbolzen liegt, und nun zieht man die Schraubenbolzen fest an.

Die Zahl der Schraubenbolzen und ihre Dimensionen sind von dem Druck abhängig, welcher erforderlich ist, um die beiden Röhrenenden so fest zusammenzuziehen, dafs die Fuge dicht werde. Wie grofs dieser Druck sein müsse, darüber liegen keine direkten Erfahrungen vor, es wird aber genügen, die Bolzen so zu bestimmen, dafs der Druck, welchen man mit sämmtlichen Bolzen ausüben kann, wenigstens gleich dem hydrostatischen Druck sei, welcher bei geschlossener Röhre auf Trennung der Röhren wirkt. Bezeichnet nun:

d den lichten Durchmesser der Röhre,
δ die Wandstärke derselben,
δ' die Stärke der Schraubenbolzen,
n die Anzahl derselben, und
p den Druck auf die Einheit der Röhrenfläche,

so ist der hydrostatische Druck $\frac{1}{4}\pi d^2 p$, und, da der Druck, welchen man mit einem Bolzen vom Durchmesser δ' ausüben kann, nach S. 91 sich findet gleich $1190\delta'^2$, so hat man zu setzen:

$$\tfrac{1}{4}\pi d^2 . p . = n . 1190\delta'^2.$$

Nach der Näherungsformel 6) auf S. 349 folgt aber, wenn wir den konstanten Werth bei der Röhrenstärke aufser Acht lassen, wodurch eine gröfsere Sicherheit erreicht wird, $\frac{1}{2} dp . = \delta k$, folglich:

$$n = \frac{\frac{1}{2}\pi d . \delta . k}{1190\delta'^2}.$$

Nehmen wir, wie es passend ist:

$$\delta' = \tfrac{4}{3}\delta,$$

k wie auf S. 349 für Gufseisen $= 3500$, so folgt für die Zahl der Schraubenbolzen

$$n = 1{,}6\sqrt{\frac{d}{\delta}},$$

wofür natürlich die nächste passende ganze Zahl zu nehmen ist.

Die Stärke des Flansches macht man gleich dem Durchmesser der Schraubenbolzen, und die Breite desselben so, dafs sich die Muttern bequem anziehen lassen *).

Für ein Rohr von 10 Zoll Durchmesser und $\frac{5}{8}$ Zoll Wandstärke, wie Fig. 7 darstellt, ist hiernach:

die Stärke der Schraubenbolzen $\delta' = \frac{5}{6}$ Zoll (dafür nach der Whitworthschen Skala S. 63 $\frac{7}{8}$ Zoll engl.),

die Zahl der Schraubenbolzen $n = 1{,}6\sqrt{\frac{80}{5}} = 6{,}4$, wofür 6 oder 7 genommen werden können.

(Nach Redtenbacher (s. die Note) wäre $\delta' = 0{,}857$ Zoll $n = 6{,}73$, wofür 7 zu nehmen wären).

Bei kleineren Röhren hat man oft nur zwei Schraubenbolzen, man läfst dann den Flansch nicht in seiner ganzen Breite rings umgehen, sondern versieht das Rohr nur mit zwei Lappen (Taf. 18. Fig. 8). Taf. 18. Fig. 8.

Die Zwischenlage macht man häufig, namentlich wenn die Röhrenleitung warme Flüssigkeit, oder Dampf führen soll, aus einem Ringe von Schmiedeeisen, welcher mit Hanfschnüren umwickelt und mit Oelkitt überzogen wird; auch benutzt man Pappscheiben, welche mit Oelkitt getränkt sind, und für kalte Flüssigkeiten Leder oder Filzscheiben als Zwischenlagen. In neuerer Zeit wendete man mit grofsem Vortheil, selbst bei heifsen Flüssigkeiten, Ringe aus vulkanisirtem (mit Schwefel bearbeitetem) Kautschuk an.

Bei sehr exakten Arbeiten läfst man die Zwischenlagen ganz fort; die Röhrenenden werden genau eben abgedreht, und durch die Schrauben zusammengezogen (Taf. 18. Fig. 9). Um das Ab- Taf. 18. Fig. 9.

---

*) Redtenbacher giebt in seinen Resultaten für den Maschinenbau 2. Aufl. S. 81 folgende Regeln:

Länge einer Flansche . .	$1{,}8\,\delta + 1$ Cent.	$= 1{,}8\,\delta + 0{,}38$ Zoll,
Dicke einer Flansche . .	$1{,}17\,\delta + 0{,}33$ C.	$= 1{,}17\,\delta + 0{,}126$ Zoll,
Anzahl der Schrauben . .	$= 3 + \frac{d}{7}$	$= 3 + 0{,}373\,d$,
Durchmesser eines Bolzens	$= 1{,}17\,\delta + 0{,}33$	$= 1{,}17\,\delta + 0{,}126$ Zoll.

drehen nur auf den Querschnitt der Röhrenwandung zu beschränken, läfst man diesen ein wenig über den Flansch hervorragen.

Wenn man Röhrenwandungen von einiger Dicke hat, so
Taf. 18. Fig. 10. kann man auch die auf Taf. 18. Fig. 10 angedeutete Konstruktion wählen. Das eine Röhrenende ist über den Flansch hinaus verlängert, aber mit einer geringern Wandstärke, und greift in das entsprechend erweiterte Ende der andern Röhre ein. Die Dichtung geschieht durch Hanfschnüre, welche in Oelkitt getränkt sind, oder durch aufgelockertes, in heifsen Theer getauchtes Tauwerk. Diese Art der Zusammenfügung und die in Taf. 18. Fig. 11 dargestellte Methode nähern sich schon der Befestigung durch Zusammenstecken.

Taf. 18. Fig. 11. Taf. 18. Fig. 11 zeigt die Zusammensetzung eines gufseisernen Rohres mit einem Rohre aus anderem Material, und von geringerer Wandstärke. Das gufseiserne Rohr ist konisch erweitert, das andere Rohr passend zugespitzt und in die Erweiterung eingeschoben; ein Ring, welcher auf das schwächere Rohr aufgelöthet oder aufgenietet ist, dient als Flansch zur Aufnahme der Schraubenbolzen.

Befestigung gufseiserner Röhren durch Zusammenstecken.

§ 129. Die Methode des Zusammensteckens kommt nicht nur bei Röhren von Gufseisen sehr häufig zur Anwendung, sondern wird in gleicher Weise auch bei Röhren von Thon, Porzellan, Stein, und überhaupt bei allen Röhren, welche in Formen gegossen oder gedrückt sind, ausgeführt. Jedes Röhrenstück bekommt an einem Ende eine Erweiterung (Hals oder Muffe genannt), das andere Ende dagegen ist schlank. Man schiebt nun immer das schlanke Ende der einen Röhre in die Muffe der andern hinein, und dichtet nach einer der gleich zu beschreibenden Methoden.

Taf. 18. Fig. 12. Taf. 18. Fig. 12 zeigt die Konstruktion der Röhrenbefestigung, wie sie bei den städtischen Gaswerken zu Berlin in Anwendung gebracht ist. Die Röhren sind (freilich nicht durch die ganze Stadt, sondern nur in einzelnen Strecken versuchsweise) in der oben beschriebenen Art mit einem Talg-Ueberzuge versehen. Die Verhältnisse sind folgende*):

---

*) Diese Verhältnisse sind durch Messung von Röhren von 3, 4. 5, 6, 7 und 8 Zoll Durchmesser als Durchschnittswerthe ermittelt. Redtenbacher giebt in seinen Resultaten für den Maschinenbau 2. Aufl. S. 81 folgende Verhältnisse:

Innere Länge einer Muffe . $d + 2\delta$.
Innerer Durchmesser einer Muffe $d + 4{,}4\delta$,
Metalldicke einer Muffe . . . $1{,}2\delta$.

Innere Länge der Muffe . . $\frac{1}{3}d + 3$ Zoll $= \frac{1}{3}d +$ 7,85 Centim.
Innerer Durchmesser d. Muffe $d + 4\delta$,
Metalldicke der Muffe gleich derjenigen der Röhre $= \delta$.

Die Muffe hat im Innern einen konzentrischen Absatz, in welchen sich das schlanke Röhrenende hineinlegt; die Breite dieses Absatzes ist etwa gleich 2δ.

Der Zwischenraum zwischen dem schlanken Röhrenende und der Muffe wird mit aufgelockertem Tauwerk, oder mit sogenanntem Schümannsgarn fest ausgestampft, so weit, dafs etwa noch ein Raum von $1\frac{1}{2}$ bis 2 Zollen übrig bleibt; in diesen Raum giefst man geschmolzenes Blei, nachdem man zuvor einen Lehmschlag um die Muffe gemacht hat. Nach Entfernung des Lehmschlages wird in den Bleigufs mit einem passenden Eisen eine Nuth eingehauen, wodurch man das Blei sowohl an die äufsere Wandung der Röhre, als auch an die innere der Muffe antreibt, und so den Verschlufs dicht macht. Bei Wasserleitungsröhren wird das Tauwerk vorher in Theer und für warme Flüssigkeiten in Oelkitt getränkt.

Nachstehende Tabelle enthält die Dimensionen und die Gewichte der Leitungsröhren für die städtische Gasanstalt zu Berlin*).

XXV. Tabelle

über die Dimensionen und über die Gewichte verschiedener Gasleitungsröhren von Gufseisen:

Innerer Durchmesser d in Zollen	Länge eines Röhrenstücks in engl. Fufsen	Wandstärke in Zollen	Tiefe der Muffen in Zollen	Länge der Röhren in d. Strecke in preufs. Mafs. Fufs	Zoll	Stärke der Bleifuge in Zollen	Gewicht pro Röhre in Pfd	Bleibedarf pro Fuge in Pfd.	Schümannsgarn pro Fuge in Pfd.	Gewich des Talg zum Ueberzug in Pfd
2	6	$\frac{3}{8}$	$4\frac{1}{2}$	5	$5\frac{2}{3}$	$\frac{3}{8}$	56	3	$\frac{1}{5}$	$1\frac{1}{4}$
$2\frac{1}{2}$	6	$\frac{3}{8}$	$4\frac{1}{2}$	5	$5\frac{2}{3}$	$\frac{3}{8}$	66	$3\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$1\frac{2}{5}$
3	9	$\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	8	$4\frac{2}{3}$	$\frac{3}{8}$	148	5	$\frac{3}{8}$	$2\frac{1}{2}$
4	9	$\frac{1}{2}$	5	8	$4\frac{1}{6}$	$\frac{3}{8}$	206	6	$\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{3}$
5	9	$\frac{1}{2}$	5	8	$4\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	256	$9\frac{1}{2}$	$\frac{11}{16}$	4
6	9	$\frac{1}{2}$	5	8	$4\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	294	$12\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$	$4\frac{3}{4}$
8	9	$\frac{9}{16}$	6	8	$3\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	434	$16\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{4}$	$6\frac{1}{4}$
10	9	$\frac{5}{8}$	6	8	$3\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	594	24	$1\frac{1}{2}$	$7\frac{3}{4}$

Der Centner Röhren wird mit $3\frac{1}{2}$ bis 4 Thlr. berechnet, der Centner Blei mit $5\frac{1}{2}$ bis 7 Thlr., das Pfund des Schümannsgarns mit

---

*) Wir verdanken diese Angaben der gefälligen Mittheilung des Herrn Kühnell, technischen Direktors der berliner Gaswerke.

3 Sgr., und das Pfund Talg mit 4 Sgr. Hiernach stellt sich folgender **Kosten-Anschlag** heraus, wenn man überall die **höchsten Preise** rechnet.

XXVI. Tabelle

über die Material- und Legungskosten von Gasleitungsröhren:

Dm. der Röhre	Ein Rohr kostet		Das Blei pro Fuge kostet		Das Garn pro Fuge koset		Der Talg zum Ueberzug pro Röhre		1 Röhrenleger à 25 sgr. u. 10 Mann à 14 sgr. legen tägl. Röhren	Legungskosten pro Röhre		Pflasterarbeit à 1 sgr. pro laufenden Fuſs		Transport, Kohlen, Probiren, Talgüberzug, kleine Ausg.		Gesammtkosten pro Röhre			Kosten pro laufenden Fuſs in der Strecke		
	thlr.	sgr.	thlr.	sgr.	sgr.	pf.	sgr.	pf.		sgr.	pf.	sgr.	pf.	sgr.	pf.	thlr.	sgr.	pf.	thlr.	sgr.	pf.
2	2	$1\frac{1}{12}$	—	$5\frac{3}{4}$	—	7	5	—	36	4	7	5	6	—	9	2	23	3	—	15	2
$2\frac{1}{2}$	2	12	—	$7\frac{1}{6}$	—	9	5	7	30	5	6	5	6	—	11	3	7	5	—	17	10
3	5	$11\frac{1}{2}$	—	$9\frac{7}{12}$	1	2	10	—	25	6	7	8	4	2	6	6	19	8	—	23	10
4	7	$14\frac{3}{4}$	—	$11\frac{1}{2}$	1	6	13	4	20	8	3	8	4	3	—	9	1	8	1	2	7
5	9	$9\frac{1}{4}$	—	$18\frac{1}{6}$	2	1	16	—	17	9	8	8	4	3	6	11	7	—	1	10	5
6	10	$20\frac{3}{4}$	—	$24\frac{1}{3}$	2	8	19	—	14	11	9	8	4	4	—	13	—	10	1	16	9
8	15	$23\frac{1}{2}$	1	2	3	9	25	—	9	18	4	8	3	6	—	18	26	10	2	8	7
10	21	18	1	$15\frac{5}{6}$	4	6	31	—	7	23	7	8	3	8	3	25	19	5	3	3	1

Taf. 18. Fig. 13 zeigt eine andere, häufig vorkommende Gestalt der Röhrenenden. Es fehlt der Absatz in der Muffe, dagegen ist das schlanke Röhrenende mit einem Wulst versehen. Diese Methode hat gegen die vorhin (Fig. 12) angedeutete den Nachtheil, dafs das Richten der Röhren (fugerecht legen) bedeutend schwieriger ist; sie gewährt dagegen gröfsere Haltbarkeit als jene, wenn ein Bestreben auf Auseinanderziehen der einzelnen Röhren vorhanden ist. Die Verhältnisse der Muffen können wie in Fig. 12 gewählt werden. Die hier gezeichnete Figur 13 zeigt die Zusammensetzung der Wasserleitungsröhren für die Fontainen in Sanssouci bei Potsdam. Die Hauptröhren sind 10 Zoll im lichten Durchmesser mit $\frac{3}{4}$ Zoll Wandstärke bei einem hydrostatischen Drucke von 144 Fufs $7\frac{1}{4}$ Zoll; die einzelnen Röhrenstücke sind mit der Muffe $10\frac{1}{2}$ Fufs lang und wiegen $8\frac{3}{4}$ Centner; über die Zusammensetzung selbst enthält ein Aufsatz von Gottgetreu in der Berliner Zeitschrift für Bauwesen Jahrg. II. S. 265 Folgendes: Taf. 18. Fig. 13.

Die Röhrenverlegung geschah nach vorheriger Prüfung mit der hydraulischen Presse mit gröfster Sorgfalt. Nachdem die Röhren nach Fig. 13 auf Taf. 18 zusammengeschoben und fugerecht gelegt waren, wurden sie im Innern mittelst eines sogenannten Rauhkopfs gereinigt und mit getheertem Werg bis etwa 2 Zoll von der äufsern Kante in den Muffen fest verschlagen. Sodann erfolgte mittelst grofser, eiserner und erhitzter Ueberlegeringe die Anwärmung der Muffen, wodurch sich eine Dehnung um 1 Linie im Durchmesser der Muffen ergab. Nach dieser Operation wurde ein zweiter, aus zwei Theilen bestehender Ring gegen die Fuge gebracht und mit Thon verstrichen. Dann geschah der Eingufs des geschmolzenen Bleies in die Muffenfuge (wozu etwa 8 Pfund Blei pro Muffe bei 10zölligen Röhren verbraucht wurden) durch einen besondern mit Talg oder Fett überstrichenen Trichter; ferner, nach der Erkaltung der Röhrmuffen, das Abstämmen des Bleikopfes an der Angufsstelle, und endlich die sorgfältigste Verstämmung der Fugen. Bei dieser Arbeit kam es mehrmals vor, dafs einzelne Muffen feine Risse erhielten, was sich durch den Ton beim Verstämmen der Fugen sogleich bemerklich machte. In diesen Ausnahmefällen blieb, um das Ausschmelzen mehrerer Röhren zu vermeiden, nichts weiter übrig, als aus 2 Theilen bestehende Ueberlegemuffen mit einer gehörigen Fuge zur Eisenkittverdichtung um die fehlerhaften Stellen zu legen. In warmen Tagen mufs man einer solchen Verdichtung mindestens 24 Stunden Zeit lassen, bevor dieselbe mit Erde überschüttet werden darf.

Anstatt der vorhin beschriebenen Dichtungen pflegt man auch wohl die Fuge, welche sich in der Muffe bildet, mit Eisenkitt (S. 20) oder mit Harzkitt (S. 15) anzufüllen, und diese Kitte gehörig fest einzustampfen. — Wenn die Röhren mit Eisenkitt gehörig zusammengerostet sind, so sind sie so fest und steif, als ob sie zusammengegossen wären; es ist dies in vielen Fällen ein Nachtheil, da man oft eine geringe Biegsamkeit des Röhrensystems wünscht. Die zuerst beschriebene Methode gewährt diese Biegsamkeit, und ebenso die folgende, welche sich noch durch Wohlfeilheit auszeichnet

Diese dritte Methode besteht nämlich darin, dafs man die Zwischenräume zwischen dem schlanken Rohrende und der Muffe mit dicht aneinander schliefsenden Holzkeilen ausfüllt. Diese Methode hat sich bei englischen Wasserleitungen schon über 50 Jahre bewährt, und ist bis zu einem Drucke von 712 Fufs Wassersäule probirt worden. Die Kosten dieser Verbindungsart sollen sich zu denjenigen der Zusammenfügung durch Eisenkitt und der Dichtungsmethode mit Blei, wie 1 zu 2 zu 3 verhalten. Der Vortheil ist bei weitern Röhren beträchtlicher, als bei engen.

In dem „Handbuch der Wasserbaukunst von G. Hagen 1. Th. S. 325" ist das Verfahren bei der Anfertigung und Einbringung der Holzkeile folgendermafsen beschrieben:

Man schneidet Kiefernstämme (*Danzig fir*) in 9 Zoll lange Klötze und spaltet sie mit der Axt in Stücke von etwa 2 Zoll Breite und $\frac{3}{4}$ Zoll Stärke, sie werden auf der Schneidebank mit einem Schneidemesser, das die Rundung der innern Röhre hat, auf der einen Seite konkav cylindrisch geformt, auf der äufsern Seite aber mit einem flacheren Schneidemesser kegel- oder keilförmig
Taf. 18. Fig. 14 und 15. nach beiden Enden zugeschärft. Taf. 18 Fig. 14 stellt diese Doppelkeile in der vordern Ansicht und im Längen- und Querdurchschnitte dar. Nun sägt man sie in der Mitte auseinander nnd so giebt jedes Stück zwei Keile. Auf den Seiten müssen sie gleichfalls glatt geschnitten werden. Sie sind alsdann zum Gebrauche fertig, man stellt sie im Kreise in die zu schliefsende Fuge, und wenn sie nicht den ganzen Raum füllen, so spaltet man von einem Keile so viel ab, bis er sich an die beiden nächsten anschliefst. Nunmehr hält der Arbeiter ein passendes Holz darüber und schlägt mit dem Hammer immer im Kreise herum, so dafs alle Keile gleichmäfsig eindringen. Ist er nicht im Stande sie ganz hineinzubringen, so wird der noch vorstehende Theil abgeschnitten. Am Schlusse jedes Tagewerkes füllt man den frischgelegten Theil mit Wasser und setzt ihn demjenigen Wasserdrucke aus, den er später erleiden kann; am leichtesten ist es also, dafs man das Ende der letzten Röhre verstopft und das Wasser aus dem Speisebassin hineintreten läfst. Man untersucht nun sorgfältig jede Fuge, und wenn eine derselben nicht dicht war, so wird sie gezeichnet; in diese treibt man noch feine Keile ein, wie Taf. 18. Fig. 15 dieses darstellt.

Befestigung gufseiserner Röhren durch ein Hilfsstück.

§ 130. Die Methode des Zusammensteckens bietet für die Befestigung von Röhrenenden aneinander so grofse Vortheile dar, dafs sie gegenwärtig für gröfsere Röhrenleitungen fast ausschliefslich in Anwendung ist; dennoch stellt sich dabei der eigenthümliche Uebelstand heraus, dafs man eine schadhaft gewordene Röhre in der Strecke nicht leicht herausnehmen kann; denn, wenn man auch die Dichtung an beiden Stöfsen löst, so hindern doch die Muffen das Entfernen der abgelösten Röhre. Man pflegt dann wohl sich damit zu helfen, dafs man die Muffe, da wo sie in das Rohr übergeht, ringsum anbohrt und abmeifselt, auch würde sich jener Uebelstand nach dem Vorschlag von Hagen*) dadurch vermeiden lassen, dafs man jede Röhre nur bis zur Mitte der Muffe reichen liefse; in diesem Falle könnte man nämlich, nach Entfernung der Dichtung, die Röhre auf dem einen Ende so tief in die Muffe hineinschieben, dafs sie auf dem andern Ende frei ist. Allein diese Methode ist, wie an dem angeführten Orte bemerkt wird, nicht üblich, und man pflegt vielmehr in solchen Fällen in Abständen von 100 bis 300 Fufs einzelne Röhren einzulegen, die gar keine angegossene Muffe haben, sondern an beiden Enden schlank sind. Diese Röhrenenden werden durch ein Hilfsstück, welches in einem übergeschobenen Cylinder besteht, aneinander befestigt. Die Dichtung erfolgt hier in derselben Weise wie im ganzen Röhrensystem. Soll nun eine Röhre ausgewechselt werden, so mufs man sämmtliche Röhren bis zu der Stelle aufnehmen, wo sich ein solches Hilfsstück befindet, dieses wird gelöst, auf dem einen Rohr zur Seite geschoben, und nun kann man die Röhren auseinander ziehen.

Wenn das Auswechseln der Röhren oft vorkommt, so kann man dergleichen Hilfsstücke in kürzeren Entfernungen, etwa alle 40 bis 60 Fufs, anbringen, oder auch die ganze Leitung in den Stöfsen durch solche Hilfsstücke zusammenfügen. Taf. 18. Fig. 16 zeigt die Zusammenfügung durch ein Hilfsstück, welches mit Keilen auf den Röhren befestigt ist, Fig. 17 ein anderes für Bleivergufs. Die Verhältnisse sind den angegossenen Röhrenmuffen nachgebildet. Taf. 18. Fig. 16 und 17.

Bei solchen Röhrenleitungen, in denen ein Bestreben auf Entfernung der Röhrenenden von einander vorhanden ist, giebt man dem Hilfsstück eine Form, durch welche die Röhren zusammengehalten werden können. Taf. 18. Fig. 18 zeigt eine Konstruktion für diesen Zweck. Die Röhrenenden sind mit Rändern versehen, welche sich an der Aufsenfläche konisch verjüngen; ein Schlofsband mit entsprechend konischer Nuth und aus zwei Hälften bestehend wird übergelegt, und durch Schrauben zusummengezogen. Zwischen die beiden Röhrenenden legt man einen Dichtungsring. Taf. 18. Fig. 18.

Die Anwendung eines Hilfsstückes findet auch Statt,

---

*) Handbuch der Wasserbaukunst von G. Hagen, Th. I. S. 325.

24 *

wenn man von einem gufseisernen Rohr ein kleineres Rohr abzweigen will, auf welches man ursprünglich nicht Rücksicht ge-
Taf. 18. nommen hatte. Man wendet dann die auf Taf. 18. Fig. 19 gege-
Fig. 19. bene Konstruktion an. Das Zweigrohr bekommt einen Flansch, welcher mittelst einer geeigneten Zwischenlage an das Hauptrohr, dessen Seitenwandung durchbohrt worden ist, sich anschliefst, und durch ein Schlofsband aus zwei Hälften fest angezogen wird. — Hat man die Abzweigung eines Seitenrohrs von Hause aus vorgesehen, so giefst man an das Hauptrohr einen sogenannten Spund
Taf. 18. an (Taf. 18. Fig. 20), an welchem das Zweigrohr in üblicher
Fig. 20. Weise befestigt wird.

Befestigung von Röhren aus Schmiedeeisen.

§ 131. Die Röhren aus Schmiedeeisen, welche im Maschinenbau vorkommen, sind entweder aus Blechen zusammengenietet, wenn sie von gröfserem Durchmesser und von geringer Wandstärke sind, oder sie werden aus eisernen Platten zusammengeschweifst oder auch aus vollen Stücken gebohrt, wenn man Röhren von geringer lichter Weite und von gröfserer Wandstärke herstellen will.

Die aus Blechtafeln zusammengenieteten Röhren pflegt
Taf. 18. man oft ein wenig konisch zu machen (Taf. 18. Fig. 21), so dafs
Fig. 21. man das zugespitzte Ende des einen Rohrs, in das entsprechend erweiterte Ende des andern Rohrs hineinschieben kann. Die Vereinigung der Röhrenenden geschieht dann durch Zusammennieten. Hierbei ist darauf zu achten, dafs die Nietreihen, welche der Längenrichtung der Röhren entsprechen, bei der Zusammensetzung nicht in dieselbe gerade Linie fallen, sondern verwechselt werden, und dafs ferner, wie aus dem Querschnitt der Fig. 21 ersichtlich, die Ecken der Blechtafeln an der Stelle, wo der Längenstofs mit dem Querstofs zusammentrifft, dünner ausgezogen werden, damit beim Zusammensetzen sich hier keine scharf abfallende Kante bildet. Wenn es dagegen auf einen möglichst konstanten Querschnitt der Röhren ankommt, so stöfst man sie stumpf zusammen
Taf. 18. (Taf. 18. Fig. 22), und nietet einen cylindrischen Ring von Schmie-
Fig. 22. deeisen oder Gufseisen darüber.

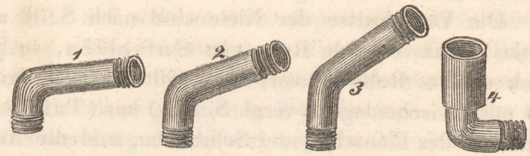
Hat man Winkelbefestigungen zu konstruiren, so giebt man dem abzuzweigenden Rohr einen Flansch, der am besten aus einer schmiedeeisernen Schiene von Winkeleisen be-
Taf. 18. steht (Taf. 18. Fig. 23). Das Winkeleisen wird in einem pas-
Fig. 23. senden Gesenk (Ambos mit Höhlung) in die richtige Form gebo-

gen, an den Enden zusammengeschweifst und an beide Stücke angenietet. Die Verhältnisse der Niete sind nach S. 30 zu bestimmen. Ist das abzuzweigende Rohr von Gufseisen, so giefst man den Flansch an das Rohr mit an, und stellt die Befestigung durch Schrauben mit Zwischenlagen (vergl. S. 364) her (Taf. 18. Fig. 24). Die Verhältnisse des Flansches, der Schrauben, und die Anzahl derselben ist nach den Bestimmungen auf S. 365 zu ermitteln. Taf. 18. Fig. 24.

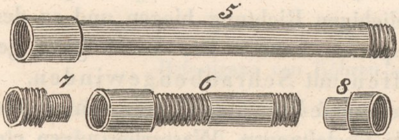
Geschweifste Röhren aus Schmiedeeisen, welche nach dem Schweifsen auf einer Ziehbank gezogen worden, wendet man sehr häufig als Zweigröhren für Gas- und Wasserleitungen an. Sie haben das Bequeme, dafs man sie, nachdem sie rothwarm gemacht worden, leicht nach jeder beliebigen Richtung biegen und so den verschiedensten Lokalitäten anpassen kann. Die Vereinigung geschieht gewöhnlich durch Muffen mit Schraubengewinden.

Taf. 18. Fig. 25 und 26 zeigt eine Zusammenfügung von schmiedeeisernen Röhren, wie sie bei Gasleitungen, Wasserheizungen etc. vorkommt. Die Enden der beiden Röhren sind mit Schraubengewinden versehen, von denen eins eine Rechts-Schraube, das andere eine Links-Schraube (S. 58) ist; die Muffe, welche beide Röhren zusammenhält, hat die entsprechenden Muttergewinde, so dafs beim Aufschrauben beide Röhrenenden gegen einander gezogen worden. Die Dichtung geschieht entweder durch eine Zwischenlage (S. 365), wie in Fig. 25, oder man kann auch den Rand des einen Rohrs konisch zuschärfen, so dafs er sich beim Anziehen der Schraubenhülse in das stumpfe Ende des anderen Rohrs hineinzieht (Fig. 26). Die Verhältnisse sind in den Figuren angegeben. Taf. 18. Fig. 25 und 26.

In der grofsen Industrie-Ausstellung zu London vom Jahre 1851 waren geschweifste und gezogene schmiedeeiserne Röhren (fr. *fers creux étirés et soudés à chaud)*, unter anderen auch aus der Fabrik von Gandillot et Comp. zu Paris, ausgestellt. Die Röhren, zu Gas-, Wasser- und Dampfleitungen bestimmt, liefert die genannte Fabrik von 5 Millimètres (0,19 Zoll) innerem Durchmesser bei $2\frac{1}{2}$ Millim. (0,095 Zoll) Wandstärke bis zu 80 Millim. (3 Zoll) innerem Durchmesser, bei 12,5 Millim. (0,48 Zoll) Wandstärke; sie sind auf einen innern Druck von 15 Atmosphären probirt, an beiden Enden mit Schraubengewinden versehen, und werden durch aufgeschraubte Muffen aneinander gefügt. Die bei dergleichen Leitungsröhren vorkommenden Theile zeigen die folgenden Holzschnitte 1, 2, 3 und 4. Verschiedene Kniestücke (*coudes*) No. 4 mit aufgeschraubter Muffe.

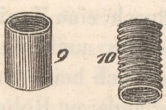


5. Röhrenstück an einem Ende mit aufgeschraubter Muffe. Diese Stücke werden in Längen von 1 bis 4 Mètres, auf Bestellung auch in andern Längen angefertigt.



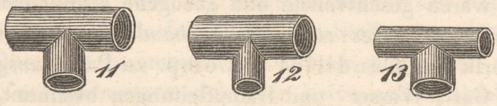
6., Röhrenstück mit langer Schraube, um die Muffe ganz heraufzuschrauben, wenn man ein Rohr auswechseln will. (Vergl. S. 371).

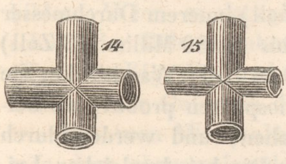
7., 8. Verengerungsbüchsen (*boîtes à diminuation*), um aus einem gröſsern Röhren-Durchmesser in eine Leitung von kleinerem Durchmesser überzugehen. No. 7 mit äuſserem, No. 8 mit innerem Schraubengewinde.



9. und 10. Muffen zur Vereinigung zweier Röhrenstücke, No. 9 mit innerer Schraube (*manchon à vis pour raccord*), No. 10 mit äuſserer Schraube (*mamelon*).

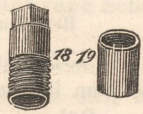
11., 12., 13. Spundröhren (*boîtes de communication à 3 branches*) zum Abzweigen von Leitungen, No. 11 von gleichem, No. 12 und 13 von ungleichem Durchmesser.



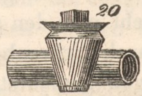


14., 15. Kreuzstücke (*boîtes de communication à 4 branches*), No. 14 für gleiche, No. 15 für ungleiche Röhren-Durchmesser.

16., 17. Eckstücke (*boîtes d'équerre*), No. 16 für gleiche, No. 17 für verschiedene Röhren-Durchmesser.



18., 19. Stöpsel. No. 18. Stöpsel mit äusserer Schraube (fr. *bouchon à vis extérieure* — engl. *plug*), **No. 19** Stöpsel mit innerem Gewinde, Kappe (fr. *bouchon à vis intérieure* — engl. *cap*).



20. Hahnstück (*robinet*).

Die Dimensionen und die Preise, zu welchen die genannte Fabrik die obigen Röhrentheile liefert, giebt folgende Tabelle:

XXVII. Tabelle

über die Dimensionen und die Preise von schmiedeeisernen, gezogenen und geschweifsten Röhren und Befestigungstheilen.

Durchmesser im Lichten Milli-mètres	Durchmesser Aufsen Milli-mètres	Preise in Francs: No. 1. 2. 3 pro Stück	No. 4 u. 6 pro Stück	No. 5 pro Mètre	No. 7. 8. 9. 18. 19 pro Stück	No. 10 pro Stück	No. 11. 12. 13 pro Stück	No. 14. 15 pro Stück	No. 16. 17 pro Stück	No. 18. 20 pro Stück	Preis f. d. Anschneiden eines Gewindes an d. Ende e. Rohrs
5	10	1,00	1,00	1,50	0,60	0,50	1,25	1,50	1,00	4,00	0,25
8	13	1,15	1,15	1,75	0,75	0,60	1,50	1,75	1,25	4,00	0,30
12	17	1,25	1,25	2,00	1,00	0,75	1,75	2,00	1,50	5,00	0,35
15	21	1,50	1,50	2,50	1,25	1,00	2,00	2,50	1,75	7,00	0,40
21	27	2,00	2,00	3,00	1,25	1,25	2,50	3,00	2,25	8,00	0,50
27	34	2,50	2,50	4,00	1,50	1,50	3,00	3,50	2,75	10,00	0,60
33	42	3,75	3,75	6,00	1,75	1,75	3,50	4,00	3;25	15,00	0,75
40	49	4,25	4,25	7,00	2,00	2,00	4,00	5,00	3,75	20,00	1,00
45	54	5,50	5,50	9,00	2,50	2,25	5,00	6,00	4,50	25,00	1,25
50	60	6,00	6,00	10,00	3,00	2,50	6,00	7,00	5,00	30,00	1,50
55	68	9,00	9,00	14,00	5,00	4,00	8,00	9,00	6,50	35,00	2,00
60	75	12,00	11,00	18,00	8,00	6,00	10,00	11,00	8,00	40,00	2,50
65	80	20,00	15,00	24,00	10,00	8,00	12,00	14,00	10,00	45,00	3,00

Röhren von gröfserer Wandstärke, welche auf 75 Atmosphären probirt sind, erleiden einen Preiszuschlag von 25 Prozent bei demselben äufsern Durchmesser.

Befestigung von Röhren aus Messing, Kupfer, Blei, Glas etc.

§ 132. Aufser den bereits beschriebenen Röhren-Befestigungen kommen im Maschinenbau noch eine Menge anderer Konstruktionen vor. Röhren von Messing, Kupfer etc. befestigt man in ähnlicher Weise, wie gufseiserne und schmiedeeiserne Röhren, gewöhnlich giebt man den gegossenen messingenen Röhren Flanschen, welche durch Schraubenbolzen aneinander befestigt und durch Zwischenlagen gedichtet werden. Bei dünnen Röhren, und wo der Platz beschränkt ist, wählt man andere Verschraubungen, deren Anordnung durch die besondern Umstände bedingt wird, welche der Fall bietet. Es folgen hier einige Beispiele:

Taf. 19. Fig. 1. Taf. 19. Fig. 1 zeigt eine Verschraubung, welche häufig bei Röhren aus Messing vorkommt. Das Ende des einen Rohrs ist mit einem Schraubengewinde versehen, das Ende des andern Rohrs mit einer Muffe, welche die Mutter enthält, und welches äufserlich sechskantig gestaltet ist, um es mit einem Schraubenschlüssel anziehen zu können. Man kann auch verschiedene andere Formen für die Schraubenmutter wählen (vergl. S. 69 u. f.). Zwischen die beiden Ränder legt man auch wohl Dichtungsscheiben (S. 365). Diese Konstruktion setzt aber voraus, dafs man eines von beiden Röhrenstücken behufs des Anschraubens frei drehen könne, wo dies nicht möglich ist, wählt man eine der in den drei folgenden Figuren dargestellten Konstruktionen.

Taf. 19. Fig 2. Taf. 19. Fig. 2. Befestigung zweier Röhren von Kupferblech mittelst einer Schraubenmutter von Messing. Das Ende des einen Rohrs ist verstärkt und mit einem Schraubengewinde versehen, das andere Rohr hat einen kleinen Flansch, wird durch eine übergeschobene Mutter angezogen, und durch einen Dichtungsring gedichtet.

Taf. 19. Fig. 3. Taf. 19. Fig. 3 stellt die Befestigung einer Röhre von geringer Wandstärke δ, an einer andern, von demselben lichten Durchmesser aber mit gröfserer Wandstärke δ' dar. Die Röhre, welche eine gröfsere Wandstärke hat, ist mit einer Muffe versehen, welche das Muttergewinde enthält, die dünnere Röhre hat einen kleinen Flansch, welcher mittelst einer besondern Schraube gegen den Boden der Muffe gedrückt wird, nachdem man eine Dichtungsscheibe eingelegt hat.

Taf. 19. Fig. 4. Taf. 19. Fig. 4, Befestigung zweier Röhren aus einem weichen Metall, z. B. aus Blei, Zinn etc. aneinander. Man giebt beiden Röhren kurze Flanschen und schiebt Ringe von Messing oder von Eisen darüber, welche durch zwei oder mehrere Schraubenbolzen zusammengehalten werden.

Die Befestigung gläserner Röhren in metallenen Hülsen geschieht gewöhnlich durch Einkitten; man bedient sich dazu des Schellacks (S. 12) oder anderer geeigneter Kitte (S. 15). Dies Verfahren ist jedoch nicht anwendbar, wenn die Möglichkeit, die Befestigung zeitweise zu lösen, vorbehalten bleiben soll, oder wenn zu befürchten steht, dafs die ungleichmäfsige Ausdehnung des Metalls und des Glases bei gröfseren Temperaturen die Befestigung lockere und die Fuge undicht mache. Beide Verhältnisse treten unter Andern bei den sogenanten Wasserstandsgläsern ein, wie sie bei Dampfkesseln zur Erkennung des Wasserstandes im Kessel gebraucht werden. Die Glasröhren, welche man für diesen Zweck verwendet, sind $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{2}$ Zoll im lichten Durchmesser, und haben etwa 2 bis 3 Linien Wandstärke; ihre Länge beträgt 7 bis 9 Zoll. Man befestigt dieselben in messingenen Gehäusen, welche zugleich die Hähne zum Abschliefsen der Kommunikation mit dem Kessel enthalten. Taf. 19. Fig. 5 und 6 zeigen dergleichen Konstruktionen.

Taf. 19. Fig. 5 ist die Befestigung eines Glasrohrs in der obern Hülse; das untere Ende ist in einer ganz gleichen Hülse auf dieselbe Weise befestigt. Ueber das Glasrohr ist eine Mutter geschoben, welche beim Anziehen eine Packung von Ringen aus vulkanisirtem Kautschuk zusammendrückt, und dadurch den Anschlufs dichtet. Die Figur zeigt zugleich, in welcher Art die Mündungen von metallenen Röhren dampfdicht geschlossen werden können; man schraubt Stöpsel hinein, welche mit einem konischen Ansatz versehen sind; dieser läfst sich durch Anziehen der Schraube sehr fest in den passend gearbeiteten Sitz hineinschrauben. Die Figuren 5 sind in einem Viertel der natürlichen Gröfse gezeichnet. Taf. 19. Fig. 5.

Taf. 19. Fig. 6 stellt eine andre Methode der Befestigung eines Wasserstandsrohrs in einer Hülse dar. Hier wird die Packung in den Raum *a* gelegt, und das Rohr von oben her eingesteckt, so dafs es von der Packung rings umgeben ist; unter der Packung liegt ein stählerner Ring *b*, welcher ringsum mit einer hohlen Nuth, und aufserdem mit Durchbrechungen versehen ist, um die Cirkulation des Wassers oder des Dampfes möglich zu machen; dieser Ring wird von der Schraube *c* von unten nach oben gedrückt, und prefst so die Packung fest an das Glasrohr an. Die Zeichnung ist von einem Apparat entnommen, welcher zugleich das Wasserstandsglas und die Probirhähne enthält; hierdurch wird das Taf. 19. Fig. 6.

Rohr *d* erklärlich. Der Maafsstab ist ein Viertel der natürlichen Gröfse.

Drehbare und biegsame Röhren, Schlauchbefestigungen.

§ 133. Sehr häufig kommt es vor, dafs zwei Röhren so zusammengefügt werden müssen, dafs der eine Theil um den andern drehbar sei. Obwohl nun solche Zusammenfügungen zu den „Verbindungen“ (S. 4) zu zählen sind, so wollen wir doch des Zusammenhanges wegen hier einige darstellen.

Taf. 19. Fig. 7. Taf. 19. Fig. 7 zeigt eine Röhrenverbindung, deren unterer Theil um den obern drehbar ist. Die gezeichnete Konstruktion rührt von einem Wasserkrahn her, wie ein solcher auf den Eisenbahnstationen zum Füllen des Tenders mit Wasser angewandt wird. An *a* schliefst sich das Ausgufsrohr an, welches über die Tenderöffnung, und nach dem Gebrauch zur Seite gedreht werden kann. Die Drehung geschieht um den Zapfen bei *b*, und um das feststehende Rohr *c*, welches von einer Muffe des drehbaren umschlossen, und genau darin eingepafst ist; das Rohr *d* führt zu den Behältnissen, aus welchen das Wasser zur Füllung entnommen wird. Damit durch das Rohr *a* und dessen Verlängerung nicht ein Seitendruck auf die Muffe ausgeübt werde, ist das Gewicht jener Theile entweder durch ein Zugband nach oben hin aufgehängt, oder durch eine Strebe nach unten hin unterstützt. Sowohl ein solches Zugband, als eine solche Strebe müssen um einen Zapfen, welcher in der Drehaxe des Rohrs liegt, und welcher mittelst eines ähnlichen Arms wie der Zapfen *b* an der Mauerplatte *e* befestigt werden kann, drehbar sein. Diese zuletzt angedeuteten Konstruktionen sind in der Figur, welche übrigens in einem Zwölftel natürlicher Gröfse gezeichnet ist, nicht mit dargestellt.

Taf. 19. Fig. 8. Taf. 19. Fig. 8 zeigt eine Konstruktion, welche dieselbe Bedingung erfüllt für leichte Röhren. Die Röhren sind von Messing, und dienen zur Gaserleuchtung. Der Arm *a*, welcher um den Zapfen *b* drehbar ist, trägt den Brenner. Der Zapfen *b* ist konisch, enthält zur Gaszuführung eine Durchbohrung *c*, welche in eine Nuth ausmündet *c'*, die sich in der Mantelfläche des Kegels *b* und übereinstimmend in der Höhlung der Hülse *a'* des drehbaren Arms *a* befindet. Diese Einrichtung gestattet, dafs in jeder Lage, welche der Arm *a* durch Drehung durchlaufen mag, das Gas aus dem Zuleitungsrohr *d* nach dem Rohr *a* hinströmen kann. In dem Arm *a* befindet sich in der Nähe des Brenners der hier nicht gezeichnete Abschlufshahn. Durch die Schraube *e* mit Unterlagsscheibe kann die Hülse *a'* hinreichend fest und dichtschliefsend auf den Konus *b* hinaufgeschoben werden. Die Figuren sind in der Hälfte der natürlichen Gröfse gezeichnet.

Sehr häufig bedarf man biegsamer Röhren, welche man leicht nach allen Richtungen hin biegen und um Ecken herumführen kann. Wo es zulässig ist, stellt man ein solches Rohr aus einem flexibeln Material dar, und dann nennt man es einen Schlauch (fr. *outre, tuyaux* — engl. *pipe, funnel*). Von dieser Art ist z. B. ein Spritzenschlauch (fr. *canal* — engl. *hose of a fire-engine*). Die Schläuche werden aus Hanf gewebt oder aus Leder genäht oder genietet; häufig sind sie noch mit getheerter Leinwand überzogen, und wenn sie, wie z. B. bei Saugepumpen, auf äufsern Druck in Anspruch genommen werden, so versieht man sie im Innern mit einer Drahtspirale, um ihre Widerstandsfähigkeit gegen Zusammendrücken zu vermehren. Die Enden der Schläuche sind gewöhnlich mit Ansatzröhren von Messing versehen, auf welche man sie hinaufzieht und dann festbindet. Diese Ansatzröhren dienen zur Befestigung der einzelnen Schlauchenden aneinander, indem man sie miteinander verschraubt oder mittelst eines sogenannten Bayonettschlusses aneinander fügt. Die Figuren **9**, **10** und **11** auf Tafel **19** geben Beispiele von dergleichen Befestigungen.

Taf. 19. Fig. 9 zeigt die Schlauchverschraubung an den Spritzen der Königlichen Feuerwehr zu Berlin. Jeder Schlauch ist an dem einen Ende mit einem messingenen Röhrenstück von der Form bei *a*, an dem andern Ende mit einem solchen von der Form bei *b* versehen, indem die Höhlung des Schlauchs in ähnlicher Weise, wie die Fig. 10 zeigt, auf das Rohrende hinaufgezogen und mit umwickelten Draht festgebunden ist. Das Rohrende *b* ist erweitert, so dafs man es leicht auf das Ende *a* aufstekken kann, es ist von Aufsen mit einem Schraubengewinde versehen, auf welches die Mutter *c* aufgeschraubt wird. Diese Mutter ist, bevor das Stück *a* an den Schlauch angebunden wurde, auf das Rohrende aufgeschoben worden, kann sich um dasselbe frei drehen, und drückt gegen einen Ansatz desselben. Die Mutter ist in der äufsern Begrenzung kreisförmig, mit zahnartigen Vorsprüngen versehen, welche es möglich machen, sie zunächst mit der Hand zu drehen, dann aber durch Ansetzen eines eigenthümlichen Schlüssels, welcher ähnlich dem auf Taf. 3. Fig. 5 (S. 72) dargestellten Schraubenschlüssel ist, fest anzuziehen. Die Figuren sind in einem Viertel der natürlichen Gröfse gezeichnet.

Taf. 19. Fig. 9.

Taf. 19. Fig. 10. Taf. 19. Fig. 10 stellt eine ähnliche Schlauchverschraubung dar; dieselbe rührt von einer englischen von Dowton konstruirten Pumpe her. Sowohl das Röhrenstück *a*, welches mit dem äufsern Schraubengewinde versehen ist, als die Mutter *b* haben cylindrische Zapfen, *c* und *c'*, um erstes festhalten, letzte drehen zu können. Bei der Zusammenfügung schiebt sich das Röhrenstück *b* mit der Mutter in die erweiterte Höhlung des Stücks *a* mit der Schraube. Um die Mutter leicht auf das Gewinde bei *a* aufsetzen zu können, ist dieses am äufsersten Ende fortgedreht, und bietet einen cylindrischen Vorsprung von etwas geringerem Durchmesser als die Höhlung der Mutter dar. Die Figuren zeigen die beiden Röhrenenden im Durchschnitt, und in der Ansicht, und sind in einem Viertel der natürlichen Gröfse gezeichnet.

Das Aufpassen der Mutter auf das Gewinde ist immer etwas umständlich, und führt namentlich bei der Eile, mit welcher diese Zusammenfügungen bei Feuersgefahr gemacht werden müssen, und besonders wenn die Hände durch Kälte erstarrt sind, mancherlei Aufenthalt herbei. Dieser Uebelstand soll durch die in Fig. 11 gezeichnete Konstruktion beseitigt werden.

Taf. 19. Fig. 11. Taf. 19. Fig. 11 zeigt eine Schlauchbefestigung mit sogenanntem Bayonettschlufs in einem Viertel der natürlichen Gröfse und mit allen Details. Das Rohrstück *a*, welches in die erweiterte Mündung des Stückes *b* geschoben wird, hat anstatt der Schraubenmutter einen schmiedeeisernen Ring *c*, der sich um dasselbe frei drehen kann, sich gegen einen Ansatz *a'* lehnt, mit zwei, zur Axe der Röhren parallelen Armen versehen ist, und endlich mit den hakenförmig umgebogenen Enden dieser Arme hinter passend gestaltete Ansätze *d d'* des Rohrstückes *b* greift. Diese Ansätze bilden geneigte, keilförmige Flächen, also eigentlich ein unvollständiges doppelgängiges Schraubengewinde; sie lassen bei *e* und *e'* einen Zwischenraum, durch welchen man die hakenförmigen Klauen des Ringes *c* hindurchschieben kann, worauf man denselben in die Lage dreht, welche er in der Figur einnimmt, und welche der Befestigung der Schlauchenden entspricht. Je weiter man die Klaue auf die schraubenförmigen Ansätze hinauf dreht, desto tiefer werden die konischen Röhrenenden in einander gedrückt*).

Aufser bei den Feuerspritzen finden die flexibeln Befestigungen von Röhren noch mannigfache andere Anwendung. So

*) Vergl. Notizblatt für das Königreich Hannover 1847 No. 5 und Polytechnisches Centralblatt 1848. S. 375.

mufs z. B. der Tender mit der Lokomotive durch eine Röhrenkonstruktion zusammenhängen, welche das Wasser des Tenders den Speisepumpen des Lokomotivkessels zuführt. Diese Röhrenkonstruktion mufs sich leicht lösen lassen, wenn man den Tender von der Lokomotive trennen will, sie mufs aber auch die erforderliche Biegsamkeit besitzen, um den Schwankungen nachzugeben, welche beide Theile unabhängig von einander bei der Bewegung annehmen können. Man hat zur Erreichung dieses Zweckes mancherlei Konstruktionen versucht, von denen hier nur zwei als Beispiele gezeichnet sind.

Taf. 19. Fig. 12 zeigt die Röhrenverbindung zwischen Lokomotive und Tender, wie sie in der Fabrik von F. Wöhlert in Berlin für Lokomotiven der Königl. preufsischen Ostbahn ausgeführt ist. Die Figur ist in einem Achtel der natürlichen Gröfse gezeichnet. Das Stück *a* ist an dem Tender befestigt, das Rohr *b* führt zu den Speisepumpen der Lokomotiven. Die Biegsamkeit des ganzen Systems ist durch die beiden Kugelcharniere *c* und *d* vermittelt, während das Rohr *e* in der Stopfbuchse *f* gleitend den Längenschwankungen nachgeben kann. Diese Stopfbuchse vermittelt zugleich die Möglichkeit, auf leichte Weise den Zusammenhang zwischen beiden Theilen zu lösen. Wenn man die Mutter *g* losschraubt, so wird die Packung der Stopfbuchse locker, und das Rohr *e*, welches dann mit dem Rohrstück *a* zusammenhängend am Tender verbleibt, läfst sich herausziehen. Die Mutter *g*, welche da, wo man den Schraubenschlüssel ansetzen mufs, sechseckig ist, hat nach dem Tender hin eine trichterförmige Erweiterung, welche das Einbringen des Rohrendes *e* in die Stopfbuchse behufs der Wiedervereinigung beider Theile erleichtert. An den Kugelcharnieren sind die beiden äufsern Halbkugeln durch Flanschen mit Schraubenbolzen vereinigt, und durch Zwischenlagen von Pappe gedichtet. An den Stellen *h* und *h'*, wo das Rohr Einschnitte nach Art der Halszapfen hat, ist dasselbe mittelst umfassender Halseisen an dem Lokomotivkessel aufgehängt. Bei *k* ist der Sitz für den Abschlufshahn, welcher vom Führerstande aus, gewöhnlich mittelst eines, auf dem Fufsboden liegenden, durch einen Fufstritt zu bewegenden Hebels, geöffnet, und geschlossen werden kann, wenn die Pumpen in Wirksamkeit treten, oder leer arbeiten sollen. Endlich sieht man bei *l* die Einmündung eines Kupferrohrs, welches, wenn man einen in der Nähe des Kessels befindlichen Hahn öffnet, den Dampf aus dem Kessel durch das Speiserohr in den Tender leitet, um ihn zum Vorwärmen des Kesselwassers zu benutzen. Die

Taf. 19. Fig. 12.

Art der Befestigung dieses Rohrs mittelst eines konischen umgelötheten Ringes, der durch eine aufgeschobene Schraube in einen passenden Sitz hineingedrückt wird, ist zur Ergänzung der im vorigen Paragraphen beschriebenen Rohrbefestigungen zu bemerken.

Taf. 19. Fig. 13. Taf. 19. Fig. 13 stellt eine andere Anordnung für die Röhren-Konstruktion zwischen Lokomotive und Tender dar. Der flexible Zusammenhang ist durch einen Schlauch aus vulkanisirtem Kautschuk mit Leinwand umwickelt hergestellt. Dieser Schlauch (in der Figur nicht gezeichnet) ist auf die Enden der beiden Rohrstücke *a* und *e* aufgezogen, nnd in ähnlicher Weise wie die Spritzenschläuche daran festgebunden. Bei *g* ist eine Röhrenverschraubung, ähnlich der Schlauchverschraubungen, welche wir in Fig. 9, 10 und 11 beschrieben haben. Durch Lösen der Schraubenmutter *g* wird der Zusammenhang der Röhren aufgehoben; das Rohr *a*, der Schlauch und das Rohr *e* mit der Mutter *g* verbleiben am Tender. Die Röhren *b* und *l* haben dieselbe Bedeutung und auch dieselbe Konstruktion, wie die mit gleichen Buchstaben bezeichneten Röhren der vorigen Figur. Auch diese Konstruktion ist in der Wöhlertschen Fabrik in Berlin ausgeführt. Die Zeichnungen sind in einem Achtel der natürlichen Gröfse dargestellt.

Kompensations-Vorrichtungen.

§ 134. Wenn man längere Röhrenleitungen hat, die aus einzelnen fest verbundenen Röhrenstücken bestehen, so dafs das ganze System einen fest verbundenen Strang bildet, dessen einzelne Theile sich nicht unabhängig von einander bewegen können, so tritt häufig der Uebelstand ein, dafs die Röhren durch den Einflufs der Temperatur-Veränderungen sich verlängern und verkürzen, und dafs diese Bewegung, indem sie sich aus den einzelnen Röhrenstücken summirt, auf die Länge des ganzen Systems eine störende Wirkung ausübt. Dies findet namentlich Statt, wenn die Röhren mit Flanschen und Schrauben, oder auch mit Muffen, aber durch Eisenkitt an einander befestigt sind. Wählt man die Befestigung durch Bleivergufs (S. 369) oder mit Holzkeilen (S. 370), so ist dadurch schon eine geringe Verschiebbarkeit der einzelnen Röhrenenden gegen einander möglich gemacht. Nach Beobachtungen von Tretgold*) dehnt sich das Gufseisen bei einer Temperatur-Veränderung vom Gefrierpunkt bis zum Siedepunkt des Wassers um 0,00111 seinei Länge bei 0 Grad C. aus; nach Beobachtungen

*) Vergl. Hagen Handbuch der Wasserbaukunst I. Theil S. 332.

von Girard (*Journal du Genie civil* 1831) ist diese Ausdehnung um den neunten Theil geringer, so dafs man mit Hagen dieselbe auf ein Tausendtel der Länge schätzen kann. Es würde also bei einer Temperatur-Differenz von 16 Grad ein Röhrenstrang von einer Viertelmeile oder 6000 Fufs Länge eine Ausdehnung von $\frac{0{,}001 \,.\, 16 \,.\, 6000}{100} = 0{,}96$ F., also fast von einem Fufs erfahren. Um nun bei einem solchen festen Röhrensystem dergleichen Ausdehnungen möglich zu machen, bringt man in einzelnen Entfernungen sogenannte Kompensations-Vorrichtungen, Ausgleichungsstücke an. Eine ältere Einrichtung der Art besteht darin, dafs man zwischen zwei Röhrenenden einen gufseisernen Ring von bedeutend gröfserem Durchmesser einlegt, die Ränder dieses Ringes durch dünne Kupferscheiben mit den Röhrenenden verbindet, und so an gewissen Stellen einen erweiterten Sack bildet, dessen Ränder, vermöge des biegsamen Kupferbleches sich nach Erfordern mehr oder weniger ausbauchen können. Hierdurch ist nun die Möglichkeit einer geringen Verschiebung des Röhrensystems gegeben. Diese Einrichtung ist jedoch wenig solide, und man hat daher es vorgezogen, sie durch andere zu ersetzen.

Taf. 19. Fig. 14 zeigt eine Kompensations-Vorrichtung mit einer Ledermanschette. Das eine Rohrende ist etwas verstärkt, um es genau abdrehen und poliren zu können, das andere ist mit einer erweiterten Muffe versehen, in welche sich jenes hineinschiebt. Eine aus Sohlleder geprefste Manschette ist in die Muffe hineingeschoben, an derselben durch einen übergelegten Ring aus Metall durch Schrauben befestigt, und umschliefst das abgedrehte Rohrende. Durch den stattfindenden Wasserdruck wird die Manschette noch fester an die Aufsenfläche des Rohrs angedrückt. Die Figur ist in einem Viertel der natürlichen Gröfse gezeichnet. Taf. 19. Fig. 14.

Taf. 19. Fig. 15 ist ein nach Art der Stopfbuchsen konstruirtes Kompensationsstück. Die Dichtung wird hier durch eine Packung (fr. *garniture* — engl. *packing*) aus Werg oder Hanf bewirkt, und das Anschliefsen derselben bringt man durch Nachziehen der Schraubenbolzen zu Stande. Zuweilen läfst man die Packung auch wohl aus einem Ringe bestehen, der aus Holzkeilen zusammengesetzt ist. Diese Einrichtung ist von Hachette angegeben*). Die nach dem System der Stopfbuchsen konstruirten Kompensations-Einrichtungen sind die häufigsten; sie sind unter an- Taf. 19. Fig. 15.

---

*) Vergl. Gerstner Handbuch der Mechanik Taf. 48.

dern bei den Wasserleitungen zu **Paris** in Anwendung, woselbst alle 100 Mètres oder 318 Fufs eine derartige Einrichtung angebracht ist. Es ist indessen hervorzuheben, dafs sie nur dann zulässig sind, wenn die Stellen, wo sie liegen, zugänglich bleiben, damit man die Schrauben erforderlichen Falls anziehen kann; wenn also die Röhren entweder frei, oder in einer Gallerie liegen. — Die Figur ist in einem Viertel der natürlichen Gröfse gezeichnet.

Taf. 19. Fig. 16. Taf. 19. Fig. 16 stellt in demselben Maafsstab eine Kompensations-Einrichtung dar, welche von Aufsen nicht nachgezogen werden kann. Auch hier ist die Dichtung durch eine Ledermanschette bewirkt, welche mittelst Schraubenbolzen mit versenkten Muttern vor der Stirnfläche des einen Rohrendes befestigt ist. Der Wasserdruck prefst die Manschette an die innere Höhlung der Muffe, mit welcher das andere Rohrende versehen ist, fest an.

Die Kompensations-Vorrichtungen hat man in neuerer Zeit möglichst zu vermeiden gesucht, indem man die Röhrenenden entweder mit einem elastischen Kitt, oder doch auf eine Weise gedichtet hat, welche eine gewisse Verschiebbarkeit gestattet (vergl. oben). So hat man z. B. bei Anwendung der auf Taf. 18. Fig. 13 dargestellten und auf S. 369 beschriebenen Zusammensetzung der Röhrenleitung für die Wasserkünste in Sanssouci die Kompensations-Einrichtung ganz fortgelassen, ohne bis jetzt einen daraus entstandenen Nachtheil wahrgenommen zu haben.

B. Befestigung plattenförmiger Körper an andern plattenförmigen Körpern.

a) Holzverbände.

Allgemeines.

§ 134. Die Befestigung plattenförmiger Körper an andern plattenförmigen Körpern läfst sich sehr häufig der Befestigung stangenförmiger Körper nachbilden. Dies gilt besonders von den Winkelbefestigungen hölzerner Platten oder Bretter (fr. *planches*, *tablettes*, *ais* — engl. *boards*, *planks*) und der Bohlen (fr. *madriers* — engl. *planks*). Man braucht in diesem Falle sich nur vorzustellen, dafs eine Platte durch mehre Parallelschnitte in einzelne stangenförmige Körper zerlegt werden, und dafs man für jeden derselben die Befestigungsart der stangenförmtgen Körper wiederholen kann. Auf diese Weise lassen sich Bretter durch Zusammenstofsen, durch den Stofs mit Versatzung, durch den