ten des Materials, und Q den Druck, welcher auf Verschiebung in der Richtung der Fuge wirkt, so hat man:

$$P\mu = Q,$$

$$P = \frac{Q}{\mu}.$$

Ist also der Druck Q bekannt, so kann man den Druck P leicht finden, und es handelt sich daher zur Beantwortung der ersten Frage darum:

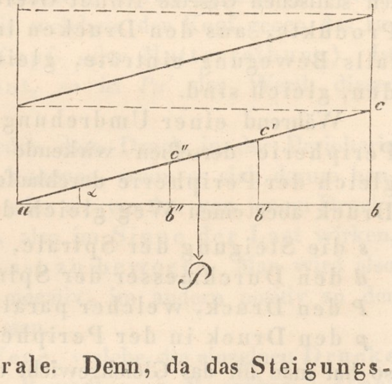
den Druck zu bestimmen, welchen man durch eine gegebene Schraube nach der Richtung ihrer Axe ausüben kann.

Man wird dann sofort die Anzahl der erforderlichen Schrauben von gegebenen Durchmessern berechnen können, wenn man mit dem Druck, welchen eine Schraube ausüben kann, in den Gesammtdruck dividirt, oder umgekehrt, man wird den Druck, welchen jede einzelne Schraube auszuhalten hat, finden, wenn man mit der gegebenen Anzahl der Schrauben in den Gesammtdruck dividirt.

Zu diesen Berechnungen ist eine Untersuchung der statischen Wirkung der Schraube nöthig, welche der folgende § enthält.

Berechnung der Schrauben auf den Widerstand gegen das Verschieben in der Richtung der Fuge.

§ 44. Denkt man eine Spirale mit konstantem Steigungsverhältnifs in der Mantelfläche eines normalen Cylinders, und wickelt man die Mantelfläche des Cylinders auf einer Ebene ab, so wird die Spirale als gerade Linie erscheinen. Bezeichnet nämlich ab die abgewickelte Peripherie, bc die Steigung der Spirale während einer Umdrehung, so ist $\frac{bc}{ab}$ das Steigungsverhältnifs; ist a der Anfangspunkt der Spirale, und zieht man ac, so ist ac die abgewickelte Spirale. Denn, da das Steigungsverhältnifs der Spirale konstant sein soll, so mufs auch für jeden Punkt der abgewickelten Spirale, z. B. für c', c'' etc. das



Verhältnifs $\frac{c'\,b'}{a\,b'}$; $\frac{c''\,b''}{a\,b''}$, welches das Steigungsverhältnifs repräsentirt, konstant, also $= \frac{bc}{ab}$ sein; und dies ist nur möglich, wenn die abgewickelte Spirale eine gerade Linie ist. Der Winkel α ist dann der Neigungswinkel der Spirale, und diese selbst stellt sich in der Abwickelung als ein System von schiefen Ebenen dar. Man kann daher eine solche Spirale als eine kontinuirliche schiefe Ebene sich vorstellen, welche auf dem Mantel eines Cylinders aufgewickelt ist. Der Neigungswinkel dieser schiefen Ebene ist überall derselbe, nur ändert sich in jedem Punkte die Richtung ihrer Bahn.

Die Schraube wird nun nach den früher aufgestellten Ansichten nichts weiter, als die körperliche Darstellung dieser schiefen Ebene, behufs ihrer praktischen Anwendung sein (§ 33).

Denkt man in irgend einem Punkte auf der schiefen Ebene einen Druck P wirksam in einer konstanten Richtung, parallel mit der Axe der Spindel, und setzt man voraus, dafs das ganze System der Richtung dieses Drucks nicht folgen könne, so wird die Schraube eine Drehung annehmen müssen; denn man braucht nur diesen Punkt als Mutter der Spirale (§ 32) anzusehen, und in Erwägung zu ziehen, dafs hier der in § 32 unter No. 4 besprochene Fall vorliegt. Will man die Spirale an der Drehung hindern, also den Punkt im Gleichgewicht halten, so wird dies dadurch erreicht werden, dafs man in der Peripherie der Spindel einen der Drehung entgegenwirkenden Druck anordnet. Nach einem bekannten statischen Gesetze findet Gleichgewicht statt, wenn die Produkte, aus den Drucken in die Wege, welche diese, falls Bewegung einträte, gleichzeitig durchlaufen würden, gleich sind.

Während einer Umdrehung der Spindel würde der an der Peripherie derselben wirkende Druck offenbar einen Weg gleich der Peripherie durchlaufen, der in der Mutter wirkende Druck aber einen Weg gleich der Steigung. Bezeichnet also:

s die Steigung der Spirale,
d den Durchmesser der Spindel,
P den Druck, welcher parallel mit der Axe wirkt,
p den Druck in der Peripherie der Spindel,

so hat man für das Gleichgewicht die Bedingungsgleichung:

$$Ps = p \,.\, \pi d,$$

folglich

$$P = p \, . \, \frac{\pi d}{s}$$

$$p = P \, . \, \frac{s}{\pi d} \, .$$

Es ist aber $\frac{s}{\pi d}$ das Steigungsverhältnifs, und wenn

α den Neigungswinkel der Spirale

bezeichnet, so hat man:

$$P = p \, . \, \operatorname{cotang} \alpha,$$
$$p = P \, . \, \operatorname{tang} \alpha.$$

Diese Betrachtung gilt nur, wenn man sämmtliche Widerstände, welche durch Reibung erzeugt werden, unbeachtet läfst. Diese Widerstände sind aber bei der Schraube gewöhnlich so beträchtlich, dafs sie nicht vernachlässigt werden dürfen, ohne bedeutende Fehler zu machen. Es sind namentlich folgende Reibungswiderstände hier in Betracht zu ziehen:

1) Auf der schiefen Ebene selbst wird sowohl durch den Druck der Last P, als durch den Druck p eine Reibung erzeugt (Reibung im Gewinde), deren Werth nach dem obigen Gesetz sich leicht finden läfst. Es ist nämlich der durch P erzeugte Normaldruck $= P \, . \cos \alpha$ und der von p erzeugte Normaldruck $= p \, . \sin \alpha$, folglich wenn μ den Reibungs-Koeffizienten bezeichnet, der Werth der Reibung $= (P \, . \cos \alpha + p \, . \sin \alpha) \mu$.

2) Durch die Drehung der Mutter oder des Kopfes beim Einschrauben wird eine beträchtliche Reibung erzeugt, welche von dem Druck P herrührt, mit welchem der Kopf gegen das ruhende Stück geprefst wird (Kopf- oder Mutterreibung). Ist μ' der Reibungs-Koefficient, so ist $P\mu'$ der Werth dieser Reibung.

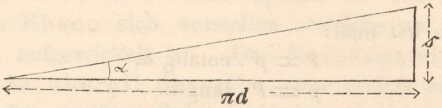
Beide Reibungswerthe werden dem Druck in der Peripherie der Spindel entweder zu Hilfe kommen, wenn es sich darum handelt, die Last fest zu halten, oder sie werden von jenem Drucke überwunden werden müssen, also im Sinne der Last wirken, wenn es darauf ankommt, die Last zu bewegen. Man wird also ihren Einflufs im ersten Falle negativ, im andern positiv zu der Wirkung von P hinzufügen müssen.

Betrachten wir jetzt die Wege, welche die einzelnen Drucke gleichzeitig bei eintretender Bewegung, z. B. während einer Umdrehung der Spindel, durchlaufen würden:

1) Der Druck p macht den Weg πd, und man hat das Produckt $p \, . \, \pi d$ gleich zu setzen dem Produkt der Widerstände in ihre Wege.

2) Der Druck P macht den Weg s.

3) Die Reibung im Gewinde $(P.\cos\alpha + p.\sin\alpha)\mu$ durchläuft offenbar die Hypotenuse des rechtwinklichen Dreiecks,



und man hat das Produkt:

$$(P\,.\cos\alpha + p\,.\sin\alpha)\mu\sqrt{(s^2 + \pi^2 d^2)}.$$

4) Der Reibungswerth $\mu' P$ ist auf der ringförmigen Fläche wirksam, welche durch die Differenz des Querschnitts des Kopfs oder der Mutter und des Spindelquerschnitts gebildet wird. Man kann denselben in einem Kreise vereinigt denken, dessen Halbmesser

$$\tfrac{2}{3}\,\frac{r^3 - r'^3}{r^2 - r'^2}$$

ist*), wenn r den gröfsten Halbmesser des Ringstücks, r' den kleinsten bezeichnet. Nennt man den Durchmesser der Spindel d, denjenigen der Mutter D; so ist $r = \tfrac{1}{2}D$, $r' = \tfrac{1}{2}d$, folglich der Halbmesser des Kreises, den der in Rede stehende Reibungswerth bei einer Umdrehung durchlaufen würde:

$$\tfrac{1}{3}\,\frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2},$$

folglich das Produkt aus der Reibung und dem Wege:

$$P\,.\,\mu'\,.\,2\,.\,\tfrac{1}{3}\,\frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2}\,.\,\pi \text{ **)}.$$

---

*) Vergl. Weisbachs Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik. Braunschweig 1845. Th. I. § 171. S. 176.

**) Man darf nicht übersehen, dafs dieser Widerstand sich anders berechnet, wenn die Schraube etwa mit einer Spitze gegen das Widerlager drückt, oder wenn überhaupt die Voraussetzung nicht zutrifft, dafs die Mutter oder der Kopf durch den Druck P gegen das Widerlager geprefst werden, und bei der Umdrehung derselben die dadurch entstehende Reibung überwunden werden mufs.

Hiernach hat man die Gleichung:

$$p.\pi d = P.s \pm \left[(P.\cos\alpha + p.\sin\alpha)\mu\sqrt{(s^2+\pi^2 d^2)} + P\mu'.\tfrac{2}{3}\,\frac{D^3-d^3}{D^2-d^2}\pi\right]$$

Setzt man hierin den Durchmesser der Mutter durchschnittlich $D = 2d$, so findet sich der Werth p, welcher an der Peripherie der Spindel wirksam sein mufs, um dem Drucke P **das Gleichgewicht zu halten** (—) oder den Druck P **zu bewegen** (+):

$$p = P\frac{s}{\pi d} \pm \left[(P.\cos\alpha + p.\sin\alpha)\mu\frac{\sqrt{(s^2+\pi^2 d^2)}}{\pi d} + P.\mu'.\frac{2}{3}.\frac{7}{3}\right]$$

$$= P.\mathrm{tang}\,\alpha \pm \left[(P + p.\mathrm{tang}\,\alpha)\,\mu + P.\frac{14}{9}.\mu'\right]$$

$$= P.\left\{\frac{\mathrm{tang}\,\alpha \pm \left(\mu + \frac{14}{9}\mu'\right)}{1 \mp \mathrm{tang}\,\alpha.\mu}\right\}.$$

Setzt man durchschnittlich $\mu = \mu'$, und für Schmiedeeisen auf Schmiedeeisen $\mu = 0{,}16$, so hat man für den Druck, welcher zum **Anziehen** der Schraube nöthig ist:

$$p = P\frac{\mathrm{tang}\,\alpha + 0{,}41}{1 - 0{,}16\ \mathrm{tang}\,\alpha}.$$

Der Werth von tang α ist abhängig von dem Verhältnifs zwischen der Steigung und dem Durchmesser der Spirale. Es folgt hieraus, dafs dieser Werth nicht nur für die verschiedenen Befestigungsschrauben des Whitworthschen Systems, sondern auch für ein und dieselbe Schraube an Punkten, deren Drehungshalbmesser verschieden ist, verschieden sein müsse (§ 33. S. 63). Um die Formel zum Gebrauch bequem zu gestalten, mufs man für tang α einen Durchschnittswerth nehmen, was um so mehr zulässig ist, als Aenderungen von tang α, innerhalb der bei Befestigungsschrauben vorkommenden Werthe, auf den Werth in der Klammer, wegen des überwiegenden Einflusses der Widerstände, nur von geringer Bedeutung sind. Aus demselben Grunde werden wir, ohne wesentlichen Fehler, überall die Spirale, welche dem Spindeldurchmesser entspricht, in Rechnung bringen können, anstatt, wie es genauer wäre, die Spirale, welche in einem Cylinder liegt, dessen Durchmesser das Mittel zwischen dem Spindeldurchmesser und dem Durchmesser des Kerns ist.

Die gewöhnlich vorkommenden Befestigungsschrauben haben selten gröfsere Durchmesser, als zwei Zoll. Nach der Whitworthschen Skala (S. 63) gehen bei zweizölligen Schrauben 9, bei viertelzölligen Schrauben 5 Gewinde auf eine Länge gleich dem Durchmesser; es ist daher nach § 34 (Tabelle auf S. 64):

im ersten Falle . . $\alpha = 2^0 2'$, tang $\alpha = 0{,}035$,

im letzten Falle . $\alpha = 3^0 39$, tang $\alpha = 0{,}064$.

Hieraus ergiebt sich mittelst der obigen Formel:

für zweizöllige Gewinde . . . $p = 0{,}44 P$,

für viertelzöllige Gewinde . $p = 0{,}48 P$.

Im Mittel also . . . . $\boldsymbol{p = 0{,}46\, P}$.

Der diesem mittlen Werthe entsprechende Werth von tang α läfst sich leicht berechnen; er ist:

$$\text{tang}\ \alpha = 0{,}0165$$

$$\alpha = 2^0 40'.$$

Es ist also bei gewöhnlichen Befestigungsschrauben der Druck, welcher zum **Festdrehen** der Schraube an der Peripherie der Spindel wirksam sein mufs, etwa 0,46 desjenigen, welcher durch das Anziehen der Schraube in der Richtung ihrer Achse erzeugt wird.

Man sieht hieraus, dafs der mit Berücksichtigung der Widerstände bestimmte Druck mehr als das Zehnfache desjenigen ist, welcher mit Vernachlässigung derselben zur Bewegung der Last gefunden worden war (S. 87).

Die Festigkeit der Schraube mufs so grofs sein, dafs sie den, auf sie einwirkenden Drucken genügenden Widerstand darbietet. Die Schraube wird nicht nur durch den Druck P auf Zerreifsen in Anspruch genommen, sondern auch durch den Druck p auf Abwürgen. Die Widerstandsfähigkeit der Schraube gegen diese letztere Belastung ist fast unter allen Umständen die geringste; man findet selten Schrauben, die der Länge nach zerrissen wären, wohl aber häufig abgewürgte Schrauben. Es folgt hieraus, dafs es nöthig ist, die Dimensionen der Schraube mit Rücksicht auf den Widerstand gegen das **Abwürgen** zu bestimmen. Nach einer, bei Gelegenheit der Berechnung der Wellenstärken näher zu erörternden Formel hat man mit Bezug auf den Widerstand eines cylindrischen Körpers gegen das Abwürgen:

$$d = 0{,}35 \sqrt[3]{(pR)},$$

wenn d der gesuchte Durchmesser (in preufsischen Zollen), p die Belastung in Pfunden, an dem Hebelsarm R (in Fufsen) wirksam gedacht

ist.

Gestalten wir die Formel für den vorliegenden Fall, so ist der auf Abdrehen wirkende Druck p hier an der Peripherie der Spindel wirksam, er hat also den Hebelsarm $\frac{1}{2}d$; nimmt man d in Zollen, und setzt $p = 0{,}46\,P$, so hat man:

$$pR = 0{,}46P \cdot \tfrac{1}{2}\,\frac{d}{12} \text{ folglich}$$

$$d = 0{,}35\sqrt[3]{\left(0{,}46P \cdot \frac{d}{24}\right)}$$

$$d = 0{,}35\sqrt{\left(\frac{0{,}46 \cdot 0{,}35}{24}\right) \cdot P}$$

$$\boldsymbol{d = 0{,}029\sqrt{P}} \text{ preufs. Zolle, oder}$$

$$\boldsymbol{d = 0{,}03\sqrt{P}} \text{ engl. Zolle,}$$

($d = 0{,}111\sqrt{P}$, wenn d in Centimètres, P in Kilogrammes) *).

Durch diese Formel findet man also den Spindel-Durchmesser d, wenn der Druck P in preufsischen Pfunden bekannt ist, welchen die Schraube in der Richtung ihrer Axe ausüben soll, und umgekehrt, ist der Spindel-Durchmesser d gegeben, so findet man den Druck P, welchen die entsprechende Schraube in der Richtung ihrer Axe ausüben kann, in preufs. Pfunden:

$$\boldsymbol{P = 1190\,d^2}, \text{ wenn } d \text{ in preufs. Zollen,}$$

$$\boldsymbol{P = 1111\,d^2}, \text{ wenn } d \text{ in engl. Zollen}$$

gegeben ist.

($P = 81\,d^2$, wenn P in Kilogrammes, d in Centimètres).

Nimmt man nun den Reibungs-Koeffizienten zwischen den zu befestigenden Flächen (§ 64) bei trockner Beschaffenheit der Oberflächen durchschnittlich:

für Holz auf Holz . . . . . $\mu = 0{,}50$,
für Holz auf Eisen . . . . . $\mu = 0{,}20$,
für Eisen auf Eisen . . . . $\mu = 0{,}16$,

so findet man den Seitendruck $Q = \mu P$ (§ 43) in preufsischen Pfunden, welcher auf Verschieben in der Richtung der Fuge wirksam sein kann, wenn die Bolzenstärke gleich d ist:

---

*) Redtenbacher giebt in seinen Resultaten für den Maschinenbau § 61 eine genau übereinstimmende Formel, nämlich:

$$d = \tfrac{1}{9}\sqrt{P},$$

wenn d in Centimètres und P in Kilogrammes genommen werden. Redtenbacher unterscheidet jedoch nicht die beiden Fälle, ob die Schraube den Druck P ausüben, oder ob sie denselben gegen Abreifsen aushalten soll.

	für Holz auf Holz:	Holz auf Eisen:	Eisen auf Eisen:
d in preufs. Zollen	$Q = 595\,d^2$	$Q = 238\,d^2$	$Q = 190\,d^2$
d in engl. Zollen	$Q = 556\,d^2$	$Q = 222\,d^2$	$Q = 178\,d^2$
(d in Centimètres	$Q = 40{,}5\,d^2$	$Q = 16{,}2\,d^2$	$Q = 13\,d^2$,

wenn Q in Kilogrammes).

Hiernach ist für die Schraubenbolzen der Whitworthschen Skala (§ 33) für die üblichen Dimensionen, welche bei Befestigungsschrauben vorkommen, folgende Tabelle berechnet worden:

IV. Tabelle

über die Widerstandsfähigkeit von Schraubenbolzen und Befestigungsschrauben, wenn der Druck auf eine Verschiebung in der Richtung der Fuge wirksam ist.

No.	Durchmesser des Bolzens nach der Whitworthschen Skala in engl. Zollen d	Druck P, welchen man durch die Schraube in der Richtung ihrer Axe ausüben kann: Pfund preufsisch	Druck Q, welchem die Befestigungsfuge in der Richtung auf Verschieben widerstehen kann, wenn dieselbe durch einen Bolzen vom Durchmesser d mit dem Druck P zusammengeprefst wird, und zwar, wenn die Befestigungsstücken sind: Holz auf Holz	Holz auf Eisen	Eisen auf Eisen
1	$\frac{1}{4}$ Zoll	69,4	34,7	14,0	11,1
2	$\frac{5}{16}$ „	108,5	54,3	21,7	17,4
3	$\frac{3}{8}$ „	156,2	78,1	31,2	25,0
4	$\frac{7}{16}$ „	212,7	106,4	42,5	34,0
5	$\frac{1}{2}$ „	277,8	138,9	55,6	44,4
6	$\frac{5}{8}$ „	434,0	217,0	86,8	69,4
7	$\frac{3}{4}$ „	625,0	312,5	125,0	100,0
8	$\frac{7}{8}$ „	850,0	425,0	170,0	136,0
9	1 „	1111,0	556,0	222,0	178,0
10	$1\frac{1}{8}$ „	1406,0	703,0	281,0	225,0
11	$1\frac{1}{4}$ „	1736,0	868,0	347,0	278,0
12	$1\frac{3}{8}$ „	2100,0	1050,0	420,0	336,0
13	$1\frac{1}{2}$ „	2500,0	1250,0	500,0	400,0
14	$1\frac{5}{8}$ „	2934,0	1467,0	587,0	469,0
15	$1\frac{3}{4}$ „	3403,0	1702,0	681,0	544,0
16	$1\frac{7}{8}$ „	3906,0	1952,0	781,0	625,0
17	2 „	4444,0	2222,0	889,0	711,0

Man sieht hieraus, dafs die Widerstandsfähigkeit der Schraubenbolzen gegen einen Seitendruck, welcher auf Verschieben in der Ebene der Fuge wirkt, nicht sehr beträchtlich ist. Es ist daher zu empfehlen, da wo ein bedeutendes Bestreben zur Verschiebung nach der Seite hin vorhanden ist, diesen Seitendruck niemals von den Schrauben allein tragen zu lassen, sondern noch auf irgend eine Weise den Schrauben zur Hilfe zu kommen. Hierher gehört z. B. das Einlassen des einen Befestigungsstückes in das andere, die Anwendung der Dübel (§ 26), oder auch eine eigenthümliche Gestaltung der Befestigungsfuge (s. Holzverbände im zweiten Kapitel A, a).

Berechnung der Schrauben auf den Widerstand gegen die Trennung der Fuge.

§ 45. Es bleibt nun noch nach § 43 die zweite Frage zu beantworten:

welche Dimensionen mufs die Schraube erhalten, um dem auf Trennung der Fuge wirkenden Druck gehörig zu widerstehen?

Der auf Trennung der Fuge, also in der Richtung der Axe der Schraube wirkende Druck kann eine Lösung der Befestigung in zwiefacher Weise bewirken; nämlich:

1) indem er das Material der Schraube zerstört, die Schraube also zerreifst, oder
2) indem er die Reibung in der Schraubenmutter überwindet, und eine Drehung und fortschreitende Bewegung des einen oder des anderen Schraubentheils hervorbringt.

Untersuchen wir zuerst die Widerstandsfähigkeit der Schrauben gegen das Zerreifsen.

Während die Berechnungen des vorigen Paragraphen den Zweck hatten, zu untersuchen, welchen Druck man mittelst der Schraube durch Umdrehung der Mutter ausüben kann, um die zu befestigenden Theile zusammen zu pressen, wird es hier sich darum handeln, zu bestimmen, welchem Druck die Schraube mit Sicherheit widerstehen könne, wenn selbiger in der Längenrichtung der Schraube auf **Zerreifsen** der Schraube wirkt.

Das Zerreifsen der Schraube kann wieder in zwiefacher Weise erfolgen:

a) indem die absolute Festigkeit der Schraube in Anspruch