



Severin Kraft BSc

# **Drehzahlsynchrones Unrundschleifen- Entwicklung einer Software zur Geometrieberechnung**

## **MASTERARBEIT**

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium Maschinenbau

eingereicht an der

**Technischen Universität Graz**

Betreuer

Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Franz Haas

Dipl.-Ing. Dr.techn. Matthias Steffan

Institut für Fertigungstechnik

### **Eidesstattliche Erklärung**

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

Graz, am 8. April 2018

---

Severin Kraft, BSc

### **Statutory Declaration**

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources/resources, and that I have explicitly marked all material which has been quoted either literally or by content from the used sources.

Graz, am 8. April 2018

---

Severin Kraft, BSc

## Danksagung

Ein großes Dankeschön möchte ich dem gesamten Institut für Fertigungstechnik aussprechen, insbesondere Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Franz Haas für die Chance diese Arbeit zu verfassen und die Einrichtungen des Instituts jederzeit uneingeschränkt zu benützen.

Dieser Dank gilt gleichermaßen meinem Betreuer Dipl.-Ing. Dr.techn. Matthias Stefan, der stets ein offenes Ohr für meine Fragen hatte und mir auf Augenhöhe mit Rat und Anregungen zur Seite stand. Bei Dipl.-Ing. Thomas Spenger möchte ich mich ebenfalls für seine Unterstützung beim Verfassen dieser Arbeit bedanken.

Ein Studium ist charakterisiert durch viele Höhen und Tiefen. Um diese Täler zu queren und wieder einen Aufstieg zu schaffen sind mehrere Menschen notwendig die einen auf dem Weg zum nächsten Gipfel unterstützen. Dazu gehören besonders die Kommilitoninnen und Kommilitonen mit denen man den gleichen Weg bestreitet. Daher gebührt ein großer Anteil am Erfolg meines Studiums der „Stammtischrunde“ und da ganz besonders meinem langjährigen Freund Patrick Peter, der immer eine große Unterstützung war und es immer wieder geschafft hat mich zu motivieren. Gleiches gilt für meine Freundin Eva, die schon bei meiner Bachelorarbeit eine mentale Stütze war und jetzt auch beim Verfassen der Diplomarbeit meinen Rücken stärkte. Jeder Mensch ist die Summe seiner Erfahrungen. Dazu gehören auch die Erfahrungen und Erlebnisse die man mit seinen Freunden teilt. Darum möchte ich auch meinen Freunden in Tirol danken, ohne sie wäre ich wahrscheinlich nicht die Person die ich heute bin.

Die größte Anerkennung gebührt jedoch meiner Familie, meinen Eltern und meinem Bruder, die an mich geglaubt haben und mich in allen Belangen des Studiums kompromisslos unterstützten und mir darüber hinaus diese Ausbildung erst finanziell ermöglicht haben. Ihnen möchte ich diese Arbeit widmen. Vielen Dank!

Graz, am 8. April 2018

## Kurzfassung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit dem **drehzahlsynchronen Unrundschleifverfahren (DSUS)** und der Entwicklung einer Software zum Berechnen und Abrichten der unrunder Schleifscheibenkontur.

Präzisionsteile werden standardmäßig mit einem konventionellen Unrundschleifverfahren endbearbeitet. Dabei muss die konzentrische Schleifscheibe abhängig vom Rotationswinkel des Werkstückes in einer pendelnden Bewegung relativ zum Werkstück vor und zurück schwenken. Daraus resultieren hohe Antriebskräfte und lange Bearbeitungszeiten.

Beim DSUS Verfahren bewegen sich das Werkstück und die Schleifscheibe nur in einer Zustellbewegung relativ zueinander. Eine pendelnde Relativbewegung beider Wirkungspartner entfällt und gleichzeitig bleibt der Achsenabstand quasi konstant. Dementsprechend muss im Schleifprozess die Kontur der Schleifscheibe auf das Werkstück übertragen werden, um die gewünschte Werkstückgeometrie zu erhalten. Zusätzlich ist im Vergleich zum konventionellen Pendelhubschleifen bei diesem Verfahren die Schleifscheibengeometrie nicht trivial kreisrund, sondern vorerst unbekannt. Um ein unrunderes Werkstück mit dem drehzahlsynchronen Unrundschleifverfahren herzustellen, muss in einem ersten Schritt die passende Schleifscheibengeometrie mittels Softwareprogramm berechnet werden. Das Berechnungsprogramm wurde im Zuge dieser Masterarbeit, mit der kommerziellen Software MATLAB geschrieben. Ausgehend von einer endlichen Anzahl von Punkten, welche die Kontur des Werkstückes vorgeben, wird durch eine Iterationsvorschrift auf die gesuchte Schleifscheibengeometrie geschlossen. Um das Werkstück zu fertigen, muss die berechnete Kontur der Schleifscheibe durch einen konventionellen CNC-Unrundschleifvorgang abgerichtet werden. Die dafür notwendigen Bewegungskordinaten werden ebenfalls von der Software berechnet. Durch die Eingabe bestimmter Parameter werden neben der gesuchten Schleifscheibenkontur auch sekundäre Daten und Grafiken, wie Relativgeschwindigkeiten, Animationen beider Wirkungspartner oder auch die Lage aller Berührungspunkte ausgegeben und visualisiert. In der Software sind diverse Bedingungen und theoretische Verfahrensgrenzen implementiert, welche fortlaufend die Machbarkeit des drehzahlsynchronen Unrundschleifens für ein bestimmtes Werkstück kontrollieren.

Die Grenzen und Bedingungen dieses Schleifverfahrens sind ein weiterer Schwerpunkt dieser Arbeit. Zum Schluss wurde die Software für einen einfachen praxisnahen Einsatz als grafische Oberfläche Graphical User Interface (GUI) ausgeführt.

## Abstract

The thesis is about the **RPM-Synchronous Grinding Process** and the development of a software to calculate the grinding wheel contour and its dressing process. High precisely turned parts are commonly made by the Unround Grinding Process. Therefore the concentric grinding disk is dependent on the rotary workpiece angle and has to move back and forth relative to the turning part. The result are high driving forces and longer processing periods. Regarding the RPM-Synchronous Grinding Process there are only small grinding intrusion motions but no oscillating movements of the two interacting partners relative to each other. The axis distance is effectively constant. According to this the contour of the grinding disk must copy its shape on the outside shape of the turning part in order to get the requested workpiece. In comparison with the conventional Unround Grinding Process, at the beginning of the process the grinding disk is not trivial circular, but the disk shape is unidentified.

To manufacture an unround workpiece with the RPM-Synchronous Grinding Process, the initial step is the calculation of a suitable grinding wheel through a software. The computation was written with the commercial software MATLAB. Starting with a finite number of workpiece points, which represent the shape of the workpiece geometry, an iteration instruction calculates the contour of the grinding wheel. In order to manufacture the workpiece, the shape of the grinding disk has to be adequately adjusted via a conventional unround grinding process. The essential motion data for this process is also calculated by the grinding calculation software. Through the submission of certain parameters, secondary data like graphical plots of relative velocity, animation of the two interacting grinding partners or the position of all grinding contact points are shown and visualised. Diverse conditions and theoretical limits of the method implemented in the software constantly control the feasibility of the RPM-Synchronous Grinding Process to produce a certain workpiece. The constraints of the method are also a focus of this master thesis. Finally, a graphical user interface was implemented with the aim to simplify the usage of the grinding software.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Technologische Grundlagen des Schleifens</b>	<b>4</b>
2.1	Schleifprozess . . . . .	4
2.1.1	Umfangsgeschwindigkeiten . . . . .	5
2.1.2	Schnittkräfte . . . . .	6
2.2	Schleifverfahren . . . . .	7
2.2.1	Flachschleifen . . . . .	7
2.2.2	Rundschleifen . . . . .	7
2.2.3	Unrundschleifverfahren . . . . .	8
2.2.4	Drehzahlsynchrones Unrundschleifen . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Rechenverfahren für das drehzahlsynchrone Unrundschleifen</b>	<b>11</b>
3.1	Einführung Theoretische Grundlagen . . . . .	11
3.2	Stellvertretende Rechenmethode - Strahlenverfahren . . . . .	13
3.3	Schleifscheibengeometrie Berechnung nach identen Tangenten . . . . .	14
3.3.1	Grundlagen der Lösungsmethode . . . . .	15
3.3.2	Lösungsbedingungen . . . . .	16
3.3.3	Relativgeschwindigkeit $\overrightarrow{v_{REL}}$ . . . . .	18
3.3.4	Iteratives Lösungsverfahren . . . . .	21
3.3.5	Konstruktion der Schleifscheibengeometrie . . . . .	23
3.4	Abrichtprozess der Schleifscheibenkontur . . . . .	25
<b>4</b>	<b>Berechnungssoftware</b>	<b>27</b>
4.1	Matlab Programmaufbau . . . . .	27
4.1.1	Splineinterpolation . . . . .	29
4.1.2	Werkstücktangente bestimmen . . . . .	34
4.1.3	MATLAB Solver . . . . .	38
4.1.4	Algorithmus . . . . .	40
4.2	Grafische Software . . . . .	41
<b>5</b>	<b>Ergebnisse und Lösungen der Software</b>	<b>44</b>
5.1	Geometrische und Kinematische Randbedingungen . . . . .	44

## Inhaltsverzeichnis

---

5.2	Berechnete Schleifscheibenkonturen . . . . .	49
5.2.1	Sonderfall Gleich- und Gegenlauf, konzentrisches Werkstück . . . . .	49
5.2.2	Sonderfall Gegenlauf, $iv=1$ , konvexes Werkstück . . . . .	51
5.2.3	Gegenlauf, $iv > 1$ . . . . .	57
5.2.4	Gleichlauf, $iv \leq -1$ . . . . .	61
5.3	Schleifscheibenkonturfertigung . . . . .	64
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>68</b>
<b>7</b>	<b>Ausblick</b>	<b>70</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>73</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>76</b>

# Nomenklatur

## Abkürzungen

CNC Computer Numeric Control

DSUS Drehzahlsynchrones Unrundschleifen

GGL Gegenlauf

GLL Gleichlauf

IFT Institut für Fertigungstechnik

## Indizes

$P_0$  Berührungspunkt beider Wirkpartner zum Zeitpunkt  $t_0$

$P_B$  Berührungspunkt beider Wirkpartner

$P_S$  Punkt auf der Schleifscheibenkontur

$P_W$  Punkt auf der Werkstückkontur

S Schleifscheibe

W Werkstück

## Griechische Symbole

$\alpha$  Relativer Werkstückwinkel  $rad$

$\alpha_0$  Bezugswinkel des Werkstückes  $rad$

$\kappa_{min}$  Minimale Krümmung  $\frac{1}{mm}$

$\omega_S$  Winkelgeschwindigkeit der Schleifscheibe  $\frac{1}{s}$

$\omega_W$  Winkelgeschwindigkeit des Werkstückes  $\frac{1}{s}$

$\psi$  Rotationswinkel der Schleifscheibe beim Schleifen  $rad$

## Nomenklatur

---

$\rho_{max}$	Maximaler Krümmungskreisradius	<i>mm</i>
$\varphi$	Rotationswinkel des Werkstückes beim Schleifen	<i>rad</i>
$\vartheta$	Polarwinkel der Schleifscheibengeometrie	<i>rad</i>
$\zeta$	Rotationswinkel der Schleifscheibe beim Abrichten	<i>rad</i>

### Symbole

$\Delta r$	Inkrementeller Radius	<i>mm</i>
$\Delta x$	x-Komponente des Tangentenvektors	<i>mm</i>
$\Delta y$	y-Komponente des Tangentenvektors	<i>mm</i>
$\vec{n}$	Normalenvektor	<i>mm</i>
$\vec{r}_S$	Radienvektor der Schleifscheibe	<i>mm</i>
$\vec{t}_S$	Schleifscheibenkonturtangentenvektor	<i>mm</i>
$\vec{t}_W$	Werkstückkonturtangentenvektor	<i>mm</i>
$\vec{t}$	Tangentevektor	<i>mm</i>
$\vec{v}_{REL}$	Vektor der Relativgeschwindigkeit	$\frac{m}{s}$
$\vec{v}_S$	Vektor der Schleifscheibenumfangsgeschwindigkeit	$\frac{m}{s}$
$\vec{v}_W$	Vektor der Werkstückumfangsgeschwindigkeit	$\frac{m}{s}$
$\vec{x}_{AB}$	Vektor von Schleifscheibendrehachse zur Abrichtscheibe	<i>mm</i>
<i>Achse</i>	Achsenabstand der Rotationsachsen beider Wirkpartner	<i>mm</i>
$b_{seff}$	Effektive Schleifscheibenbreite	<i>mm</i>
$D_S$	Schleifscheibendurchmesser	<i>m</i>
$d_W$	Werkstückdurchmesser	<i>m</i>
$F_a$	Axialkraft	<i>N</i>
$F'_a$	Relative Axialkraft	$\frac{N}{mm}$
$F_n$	Normalkraft	<i>N</i>

## Nomenklatur

---

$F'_n$	Relative Normalkraft	$\frac{N}{mm}$
$F_s$	Schnittkraft	$N$
$F'_s$	Relative Schnittkraft	$\frac{N}{mm}$
$F_t$	Tangentialkraft	$N$
$F'_t$	Relative Tangentialkraft	$\frac{N}{mm}$
$i_V$	Drehzahlverhältnis	—
$M_{evcc}$	3x3 Matrix der Einheitsvektoren im Berührungspunkt	$mm$
$n_S$	Schleifscheibendrehzahl	$\frac{1}{s}$
$n_W$	Werkstückdrehzahl	$\frac{1}{s}$
$P_c$	Schleifleistung	$W$
$P'_c$	Relative Schleifleistung	$\frac{W}{mm}$
$q$	Geschwindigkeitsverhältnis	—
$R$	3x3 Rotationsmatrix	—
$r_{AB}$	Radius der Abrichtscheibe	$mm$
$r_{Smin}$	Minimaler Schleifscheibenradius	$mm$
$r_S$	Radius der Schleifscheibe	$mm$
$r_{Wmax}$	Maximaler Werkstückradius	$mm$
$r_W$	Radius des Werkstückes	$mm$
$v_c$	Schnittgeschwindigkeit	$\frac{m}{s}$
$v_{S_x}$	x-Komponente der Schleifscheibenumfangsgeschwindigkeit	$\frac{m}{s}$
$v_{S_y}$	y-Komponente der Schleifscheibenumfangsgeschwindigkeit	$\frac{m}{s}$
$v_S$	Schleifscheibenumfangsgeschwindigkeit	$\frac{m}{s}$
$v_{W_x}$	x-Komponente der Werkstückumfangsgeschwindigkeit	$\frac{m}{s}$
$v_{W_y}$	y-Komponente der Werkstückumfangsgeschwindigkeit	$\frac{m}{s}$

## Nomenklatur

---

$v_W$	Werkstückumfangsgeschwindigkeit	$\frac{m}{s}$
$x$	Koordinatenposition in x-Richtung	$mm$
$x_0$	Startwert für Solver	$rad$
$x_{AB}$	Abstand von Schleifscheibendrehachse zur Abrichtscheibe	$mm$
$y$	Koordinatenposition in y-Richtung	$mm$

# 1 Einleitung

Höchste Produktivität und höchste Präzision sind oftmals zwei Eigenschaften, die nur schwer miteinander vereinbar sind. Bei Schleifmaschinen jedoch, sind sie eng aneinander geknüpft und bilden die Kernkompetenz einer jeden leistungsfähigen Maschine. Von einem Schleifverfahren wird höchste Präzision, bei gleichzeitig geringer Durchlaufzeit eines Erzeugnisses vorausgesetzt. Gleichzeitig darf die Qualität des Produktes nicht beeinträchtigt werden. Diese Diskrepanz stößt bei konventionellen Schleifverfahren immer wieder an seine Grenzen, da diesen Verfahren in ihrem Bewegungsprinzip gewisse Einschränkungen gesetzt sind.

Nicht so beim **Drehzahl Synchronen Unrundschleifen (DSUS)**. Werkstück und Schleifscheibe bewegen sich nur synchron rotierend, nicht aber translatorisch zueinander. Dieser Umstand erspart eine vom Werkstück abhängige pendelnde Bewegung der Schleifscheibe und daraus resultierend, lange Bearbeitungszeiten des Werkstückes. Dieser Aspekt macht das Drehzahl Synchron Unrundschleifen für die Forschung besonders interessant. Das *Institut für Fertigungstechnik (IFT)* an der *TU Graz* beschäftigt sich schon seit längerer Zeit mit dem Verfahren des DSUS. Dazu gehören neben empirischen Versuchen auch das Erforschen von theoretischen Zusammenhängen und die Weiterentwicklung von Rechenverfahren für das DSUS. Exakt mit diesen Themen setzt sich diese Arbeit auseinander.

Auf der Basis eigener Untersuchungen und diversen Forschungspublikationen auf diesem Gebiet, zum Beispiel von *Eichhorn*<sup>1 2</sup> galt es eine Methode zu finden, welche die unbekannte Schleifscheibengeometrie für ein bestimmtes Werkstück berechnet. Die Berechnung der Geometrie stellt aber nur einen Zwischenschritt dar. Das Hauptziel ist die Ausgabe der Bewegungskordinaten für einen CNC gesteuerten Abrichtprozess der Schleifscheibe.

Die Herangehensweise bei der praktischen Umsetzung erfolgte überwiegend durch kinematische Untersuchungen mit der Software *GEOMETRICA*. Dadurch ließen sich Bewegungsmodelle rasch realisieren und sehr leicht veranschaulichen. Ebenfalls konnten damit einflussnehmende Parameter leicht adaptiert und theoretische Annahmen

---

<sup>1</sup> Vgl. Spur und Eichhorn, 1993, S. 179 ff.

<sup>2</sup> Vgl. Spur und Eichhorn, 1997, s. 242 ff.

## 1. Einleitung

---

einfach analysiert und überprüft werden. Die Erstellung einer Berechnungssoftware erfolgte mit dem kommerziellen Programm MATLAB.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in mehrere Kapitel, welche in etwa der Chronologie ihrer Verfassung entspricht. In den ersten Kapiteln wird auf allgemeine Grundlagen verwiesen, welche für ein Schleifverfahren wichtig sind. Das dritte Kapitel erläutert die mathematischen als auch kinematischen Prinzipien näher, welche hinter der Berechnung der Schleifscheibengeometrie liegen. Hiervon ausgehend, wird im vierten Kapitel die Software und dessen Funktionen beschrieben. Zum Schluss werden verschiedene Verfahren näher analysiert und theoretische als auch praktische Verfahrensgrenzen dargelegt und beschrieben.

### Ziel der Arbeit

Die Zielsetzung dieser Arbeit ist die Erstellung einer Software zum Berechnen einer Schleifscheibengeometrie zum **drehzahlsynchronen Unrundschleifen (DSUS)**. Ausgehend von der Kontur des Werkstückes, welche in Form von Polarkoordinaten als Eingangsgröße vorliegt, soll durch eine Berechnungssoftware auf die Schleifscheibengeometrie geschlossen werden. Anschließend lautet die Zielsetzung, durch die geometrische Vorgabe einer Abrichttrades die Bewegungskordinaten zum Abrichten der zuvor berechneten Schleifscheibe zu berechnen. Die Software hat dementsprechend den Zweck, die Daten für diesen Abrichtprozess zu berechnen und dient quasi als Bindeglied zwischen dem Werkstück und dem notwendigen Abrichtprozess der Schleifscheibe. Neben dem Programmieren der Berechnungssoftware für das DSUS gilt es, zudem den theoretischen Hintergrund des drehzahlsynchronen Unrundschleifens zu analysieren und entsprechende Verfahrensgrenzen auszuarbeiten. Diese betreffen in erster Linie geometrische als auch kinematische Grenzen. Des Weiteren ist es erforderlich, dass im Sinne einer anwendungsfreundlichen Handhabung die Berechnungssoftware in Form einer grafischen Oberfläche (*Graphical User Interface GUI*) ausgeführt ist. Diese Forderung soll eine unkomplizierte Handhabung der Software für einen praxisnahen Einsatz garantieren.

# 2 Technologische Grundlagen des Schleifens

## 2.1 Schleifprozess

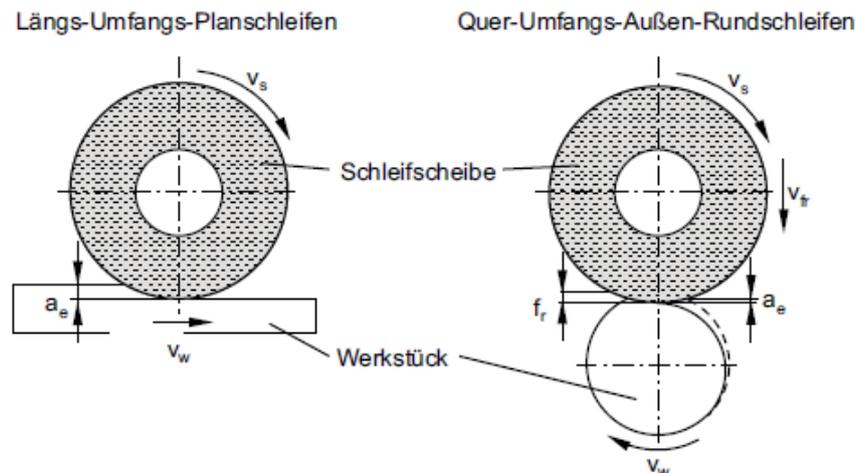
Schleifen ist nach Einteilung der Fertigungsverfahren DIN 8580 ein trennendes Verfahren mit geometrisch unbestimmter Schneide. Die Charakteristik des Schleifens ist ein Abtrennmechanismus, bei dem eine Vielzahl an Schneiden im Eingriff sind. Schleifen ist besonders gekennzeichnet durch hohe Geschwindigkeiten der Schneiden bei gleichzeitig geringen Spandicke gegenüber anderen spanenden Fertigungsverfahren. Die Wirkmechanismen beim Schleifen sind stark abhängig von verschiedenen Prozessgrößen. Auf Grund der geometrisch unbestimmten Schneiden ist der Korneingriff in der Kontaktzone nur statistisch beschreibbar. Dabei beeinflussen die kinematischen und geometrischen Parameter die Wirkungskriterien wie Rauheit, Temperaturen in der Kontaktzone als auch die bezogene Zerspanungsenergie maßgeblich.<sup>1</sup>

Wesentliche Parameter beim Schleifen sind die Umfangsgeschwindigkeit der Schleifscheibe  $v_s$ , die radiale Vorschubgeschwindigkeit  $v_{fr}$ , die Umfangsgeschwindigkeit des Werkstückes  $v_s$  und der Arbeitseingriff  $a_e$ .<sup>2</sup> Im Schema (siehe Abb.2.1) sind die wesentlichen kinematischen Stellgrößen für das *Planschleifen*, sowie für das *Rundschleifen* dargestellt.

---

<sup>1</sup> Vgl. Heisel u. a., 2014, , S. 531.

<sup>2</sup> Vgl. Dietrich, 2008, S. 231.



**Abbildung 2.1:** Kinematische Kenngrößen beim *Plan* und *Rundschleifen*, Quelle: Heisel u. a., 2014, , S. 231.

Die Zerspanungsdaten sind abhängig von der Körnung der Schleifscheibe und den geometrischen Abmessungen des Werkstückes. Die Schnitttiefe  $a_e$  variiert mit der Art der Körnung. Sie kann bei grober Körnung größer sein als bei feinkörnigen Schleifscheiben. Zusammengefasst gilt die Regel, dass die Schnitttiefe  $a_e$  stets kleiner sein muss als der Abstand des Schleifkornes, welches aus der Bindung herausragt.<sup>3</sup>

### 2.1.1 Umfangsgeschwindigkeiten

Beim Schleifverfahren sind die Umfangsgeschwindigkeiten bis zu  $120 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  groß. Dies entspricht einem Vielfachen der Umfangsgeschwindigkeit beim Drehen.<sup>4</sup> Verursacht durch die Relativgeschwindigkeit zwischen dem Werkstück und der Schleifscheibe erfolgt ein Materialabtrag am Werkstück. Die Berechnung der Schleifscheibenumfangsgeschwindigkeit  $v_s$  zeigt die Gleichung 2.1.

$$v_s = \pi \cdot D_s \cdot n_s \quad (2.1)$$

Sie berechnet sich als Produkt des Durchmessers  $D_s$  der Schleifscheibe und der Drehzahl  $n_s$  der Schleifscheibe, unter Berücksichtigung der richtigen Einheit in  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Für die Umfangsgeschwindigkeit des Werkstückes  $v_w$  geht man grundsätzlich gleich vor wie bei der zuvor beschriebenen Umfangsgeschwindigkeit  $v_s$ . Die Gleichung 2.2 beschreibt die Umfangsgeschwindigkeit des Werkstückes.

<sup>3</sup> Vgl. Dietrich, 2008, S. 238.

<sup>4</sup> Vgl. ebd., S. 231.

## 2. Technologische Grundlagen des Schleifens

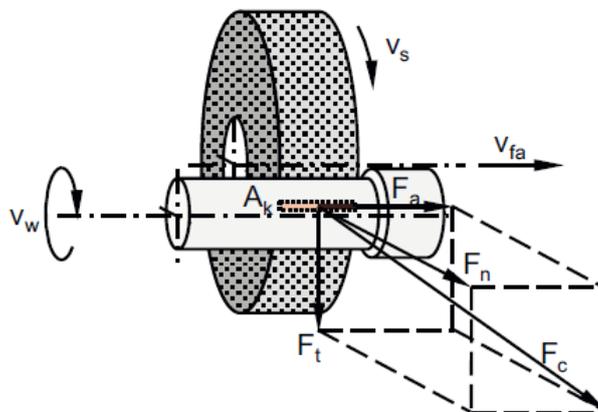
$$v_w = \pi \cdot d_w \cdot n_w \quad (2.2)$$

Eine wichtige Kennzahl für einen Schleifprozess ist das Verhältnis  $q$  beider Umfangsgeschwindigkeiten (siehe Gl.2.3). Die Verhältniszahl  $q$  ist abhängig von der Art des zu bearbeitenden Werkstoffes und muss, um ein thermisches Überlasten der Oberflächenrandzonen zu verhindern, in einem gewissen Grenzwert ( $80 < q < 120$ ) liegen.<sup>5</sup>

$$q = \frac{v_S}{v_W} \quad (2.3)$$

### 2.1.2 Schnittkräfte

Wie im Abschnitt 2.1 erläutert, kann die Bearbeitung der Schneiden nur statistisch bestimmt werden. Die Schnittkräfte können dementsprechend nicht exakt einer Hauptschneide zugeteilt werden und in weiterer Folge ist auch eine genaue Berechnung der Antriebsleistung nicht möglich.<sup>6</sup> Die Abbildung 2.2 stellt die auftretenden Kräfte beim Außen-Rundschleifen dar.



**Abbildung 2.2:** Kräfte beim Außen-Rundschleifen, Quelle: Heisel u. a., 2014, S. 533.

In einem kartesischen Koordinatensystem kann die Zerspanungskraft  $F_c$  in orthogonale Teilkräfte aufgeteilt werden. In der Kontaktfläche  $A_k$  wirken folge dessen eine Tangentialkraft  $F_t$ , eine Axialkraft  $F_a$  und eine Normalkraft  $F_n$ . Umgelegt auf den Schleifprozess entspricht die Normalkraft  $F_n$  einer Passivkraft  $F_p$  bzw. die Tangentialkraft  $F_t$  einer Schnittkraft  $F_s$ .<sup>7</sup> Um das Vergleichen unterschiedlicher Schleifscheiben leichter zu ermöglichen, werden die Prozesskräfte auf die effektive Breite  $b_{seff}$  der Schleifscheibe bezogen (siehe Gl.2.4).

<sup>5</sup> Vgl. Heisel u. a., 2014, S. 533.

<sup>6</sup> Vgl. Dietrich, 2008, S. 246.

<sup>7</sup> Vgl. Heisel u. a., 2014, S. 533.

$$F'_t = \frac{F_t}{b_{seff}} \quad F'_n = \frac{F_n}{b_{seff}} \quad F'_a = \frac{F_a}{b_{seff}} \quad (2.4)$$

Die Schleifleistung  $P_c$  (siehe Gl.2.5) kann über die Schnittgeschwindigkeit  $v_c$  und die Schnittkraft  $F_s$  berechnet werden.<sup>8</sup>

$$P_c = F_s \cdot v_c \quad (2.5)$$

Wiederum bezogen auf die effektive Schleifbreite lautet die relative Schleifleistung (siehe Gl.2.6).

$$P'_c = F'_s \cdot v_c \quad (2.6)$$

## 2.2 Schleifverfahren

In diesem Abschnitt werden die grundlegenden Arten von Schleifverfahren kurz erläutert. Zudem das Prinzip des drehzahlsynchronen Unrundschleifens veranschaulicht.

### 2.2.1 Flachsleifen

Das Flachsleifen bezeichnet das Bearbeiten von ebenen Flächen, wobei die Schleifscheibe die Zustellbewegung ausführt und das Werkstück eine Vorschubbewegung vollzieht. Die Schleifscheibe kann dabei mit der Stirnfläche das Werkstück bearbeitet werden. In diesem Fall spricht man vom *Stirnschleifen* oder mit Hilfe der Umfangsfläche, so bezeichnet man das Verfahren als *Umfangsschleifen*.<sup>9</sup>

### 2.2.2 Rundschleifen

Dieses Verfahren beschreibt das Bearbeiten von rotationssymmetrischen Werkstücken. Eine weitere Unterteilung erfolgt in den Kategorien *Außenrundschleifen* und *Innenrundschleifen* (siehe Abb.2.3). Beim Außenrundschleifen wird das Werkstück zwischen den Spitzen oder dem Futter festgespannt. Die Zustell- und Längsvorschubbewegung kann von der Schleifscheibe ausgeführt oder die Vorschubbewegung auch vom Werkstück bewerkstelligt werden. Dabei müssen die Werkstückdrehzahl und der Vorschub gemeinsam abgestimmt werden, um ein schraubenförmiges Schliffbild auf

---

<sup>8</sup> Vgl. Heisel u. a., 2014, S. 533.

<sup>9</sup> Vgl. Dietrich, 2008, S. 231 ff.

## 2. Technologische Grundlagen des Schleifens

dem Werkstück zu unterbinden. Die Schleifscheibenbreite muss dabei stets kleiner sein als der Vorschub pro Werkstückumdrehung.<sup>10</sup>

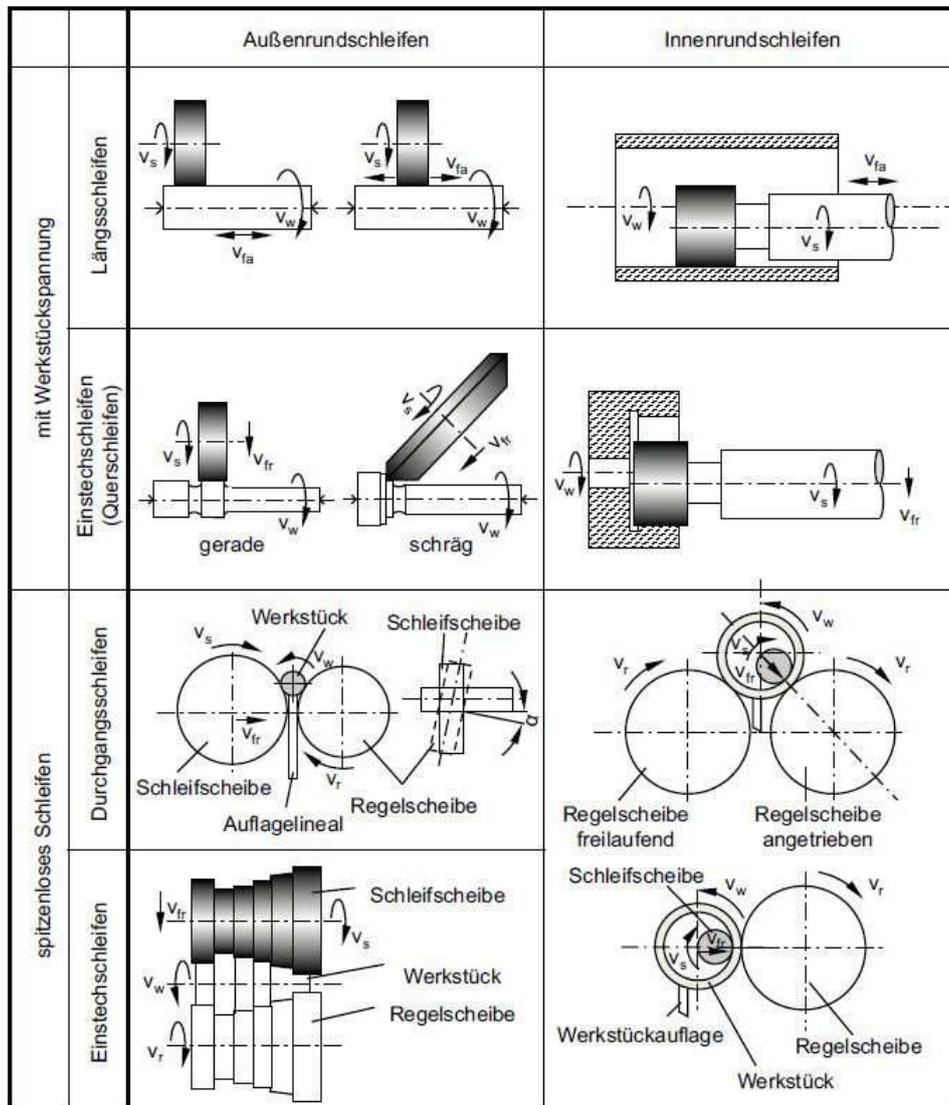


Abbildung 2.3: Rundsleifverfahren, Quelle: Heisel u. a., 2014, S. 238.

### 2.2.3 Unrundsleifverfahren

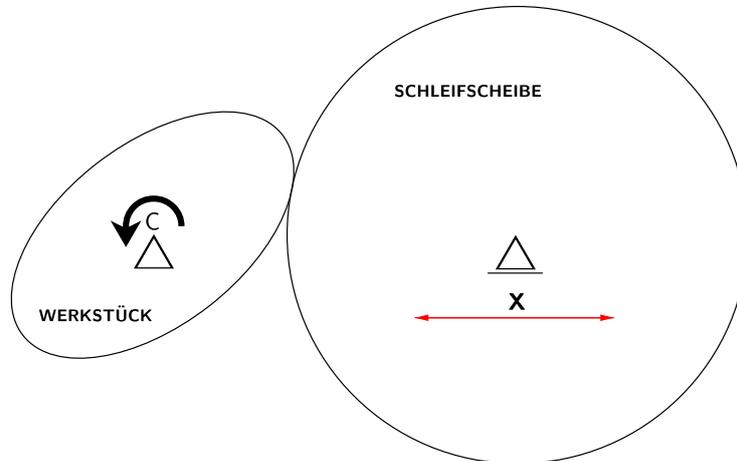
Das CNC Unrundsleifen kann als ein Sonderverfahren des Rundsleifens angesehen werden. Es findet eine Anwendung bei unrunder Werkstücken, wie zum Beispiel für Nockenwellen, Polygonprofile und dergleichen. Ein Computer übernimmt die Bahnsteuerung der Längskontur beim Schleifen. Die Rotationsachse  $C$ , die Zustellachse  $X$  und die Vorschubachse  $Z$  sind als CNC Achsen ausgeführt. Beim Unrundsleifen wird die kreisrunde Schleifscheibe, abhängig vom Drehwinkel und der Form

<sup>10</sup> Vgl. Dietrich, 2008, S. 234 ff.

## 2. Technologische Grundlagen des Schleifens

---

des Werkstückes, in X-Richtung vor und zurück bewegt. Dieser Lauf ist einer pendelnden Bewegung ähnlich, weshalb dieses Verfahren auch als **Pendelhubschleifen** bezeichnet wird (siehe Abb.2.4).



**Abbildung 2.4:** Prinzip des Pendelhubschleifens, Quelle: Eigene Darstellung.

Dementsprechend wird beim Unrundscheifen die Schleifscheibe je nach Lage des Werkstückes beschleunigt und wieder abgebremst. Daraus resultiert ein ineffizienter Energieeinsatz und mögliche abweichende Fertigungsmaßeinheiten. Zudem müssen große Massen in kurzer Zeit bei geforderter hoher Präzision bewegt werden. Dieser Umstand bewirkt, dass hohe Anforderung an alle Antriebseinheiten und Komponenten gestellt werden und Verschleiß sowie Wartung als Faktor zunehmen.<sup>11</sup>

### 2.2.4 Drehzahlsynchrones Unrundscheifen

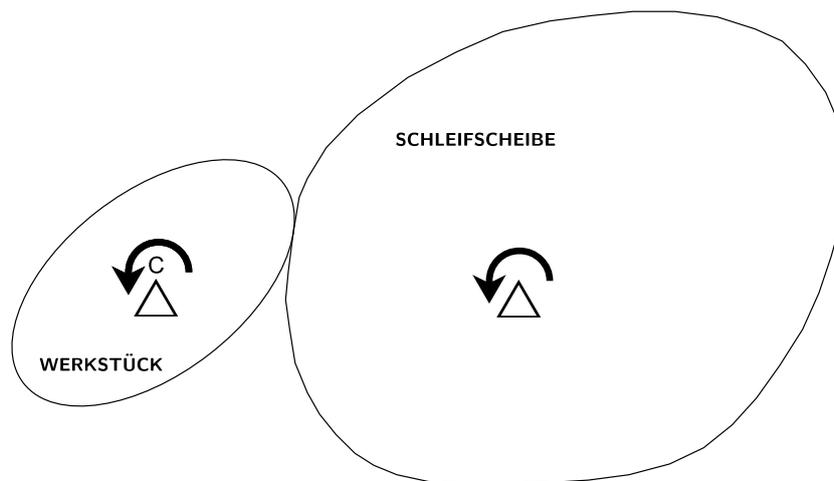
Das drehzahlsynchrone Unrundscheifen ist ebenfalls ein CNC geregeltes Schleifverfahren. Der große Unterschied zum konventionellen Pendelhubverfahren besteht darin, dass der Achsenabstand beider Rotationsachsen zueinander quasi konstant ist und sich nur inkrementell im Schritt einer weiteren Zustellung der Schleifscheibe ändert.

---

<sup>11</sup> Vgl. Ablinger, 2014, S. 11.

## 2. Technologische Grundlagen des Schleifens

---



**Abbildung 2.5:** Prinzip des drehzahlsynchronen Unrundscheifens im **GGL**, Quelle: Eigene Darstellung.

Um die gewünschte Form und Präzision des Werkstückes zu realisieren, muss sich nun die Schleifscheibe der geometrischen Zwangslage unterordnen und seine Form abhängig vom aktuellen Drehwinkel des Werkstückes anpassen. Rückschließend bedeutet dies, dass die Schleifscheibe im Gegensatz zum Pendelhubschleifen keine kreisförmige Gestalt aufweist und diese der geometrischen Form des zu bearbeitenden Bauteiles unterliegt (siehe Abb.2.5). Neben der **geometrischen Kontur** des Werkstückes gibt es noch weitere Parameter, welche die Gestalt der Schleifscheibe beeinflussen. Zum einen der **Achsenabstand** beider Rotationsachsen, des Weiteren das **Drehzahlverhältnis** sowie die **Drehrichtung** beider Wirkungspartner.

Ein wichtige Unterscheidung beim DSUS ist die Drehrichtung beider Wirkungspartner. Je nach Drehsinn des Werkstückes oder der Schleifscheibe unterteilt sich das DSUS in ein **Gleichlauf-** oder **Gegenlaufverfahren**. Das Gleichlaufverfahren unterscheidet sich von der Abbildung 2.5 nur durch eine entgegengesetzte Drehrichtung der Schleifscheibe. Zu beachten ist, dass sich die Bezeichnungen Gleichlauf und Gegenlauf nicht auf den Drehsinn beziehen, sondern auf die Richtung der jeweiligen Umfangsgeschwindigkeiten im gemeinsamen Berührungspunkt. So rotieren im Gegenlaufverfahren beide Objekte mit dem gleichen Drehsinn, im gemeinsamen Kontaktpunkt sind ihre Umfangsgeschwindigkeiten aber entgegengesetzt gerichtet. Vice versa im Gleichlaufverfahren.

# 3 Rechenverfahren für das drehzahlsynchrone Unrundschleifen

In diesem Kapitel wird detaillierter auf die Grundlagen der zur Berechnung notwendigen Methoden und auf die Vorgehensweise bei der Lösungsfindung eingegangen. Es werden die dahinterstehenden mathematischen sowie geometrischen Theorien näher dargelegt und beschrieben.

## 3.1 Einführung Theoretische Grundlagen

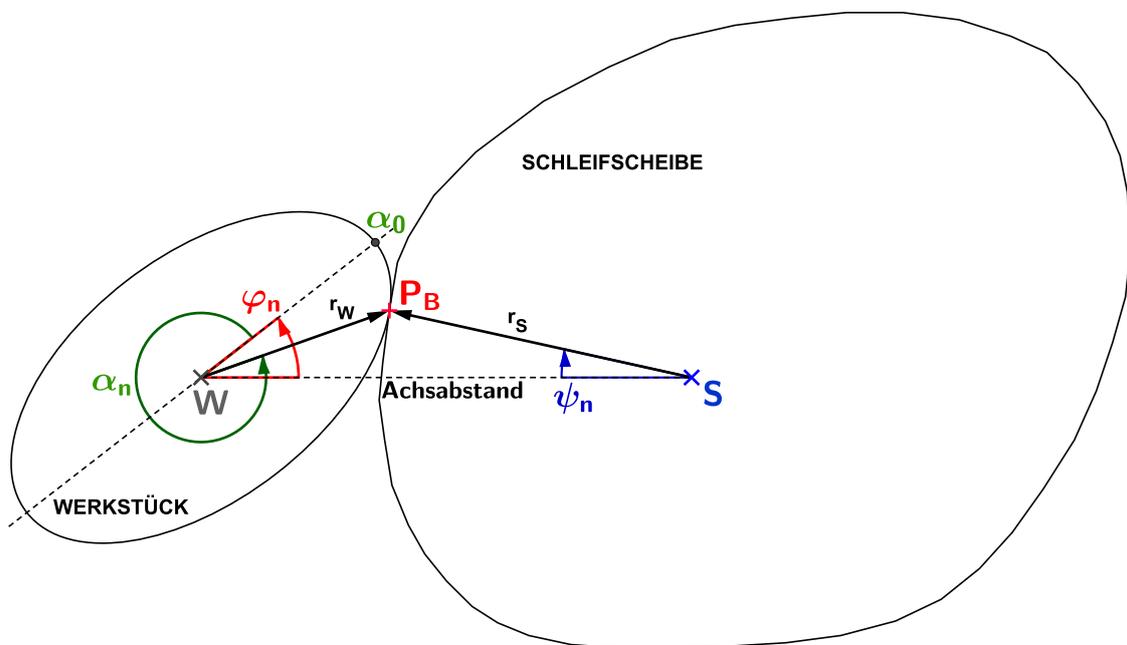
Die Herausforderung beim drehzahlsynchronen Unrundschleifen besteht darin, eine passende Schleifscheibenkontur für ein bestimmtes Bauteil zu ermitteln. Da der Querschnitt eines Werkstückes meist nicht exakt durch eine analytische Funktion bestimmbar ist, wird dessen Kontur als Punktetabelle in Form von Polarkoordinaten dargestellt (siehe Tab.3.1). Diese besteht infolgedessen aus endlich vielen Punkten, welche zusammengesetzt einer Näherung der exakten Geometrie entsprechen.

$\alpha$	$r_w(\alpha)$
0°	35.00
1°	34.84
2°	33.67
.	.
.	.
358°	33.67
359°	34.84
360°	35.00

**Tabelle 3.1:** Beispiel einer Werkstückgeometrie in Polarkoordinaten, Quelle: Eigene Darstellung.

### 3. Rechenverfahren für das drehzahlsynchrone Unrundschleifen

Am Beginn des Lösungsweges liegt wie oben beschrieben eine Punktetabelle (siehe Tab.3.1) des Werkstückes vor. Es gilt nun eine Methode zu finden, ausgehend von den endlichen Punkten des Werkstückes, ebenfalls auf eine endliche Anzahl von Koordinatenpunkten für die gesuchte Schleifscheibenkontur zu schließen. Die nachfolgende Abbildung 3.1 veranschaulicht die Bezeichnungen und Indizes, welche für die weitere Berechnung herangezogen werden. Schleifscheibe und Werkstück berühren einander in einem **Berührungspunkt**  $P_B$ . In der Grundvorstellung bedeutet dies, dass jeder Berührungspunkt gleichzeitig ein Konturpunkt des Werkstückes ist  $P_B \equiv P_W$ . Im Kontakt beider Wirkungspartner sind die Radien des Werkstückes  $r_W$  und der Schleifscheibe  $r_S$  ausgehend von den jeweiligen Rotationsachsen  $W$  bzw.  $S$  bestimmbar. Der Achsabstand ist konstant und entspricht jenem Abstand, wie er bei einer möglichen Endmaßbearbeitung des Werkstückes einzustellen ist.



**Abbildung 3.1:** Modell für das drehzahlsynchrone Unrundschleifen, Quelle: Eigene Darstellung.

Für die Berechnung gilt es zwei Winkel zu unterscheiden. Den **Rotationswinkel**  $\varphi$  des Werkstückes und den **Relativwinkel**  $\alpha$  des Berührungspunktes  $P_B$ . Der gesuchte Berührungspunkt ist stets abhängig vom aktuellen Rotationswinkel  $\varphi_n$ . Das bedeutet für jeden Winkel  $\varphi$  gibt es jeweils einen zutreffenden Berührungspunkt  $\varphi_n \rightarrow P_{B_n}(\varphi_n)$ .

Wie in Tabelle 3.1 beschrieben, ist jeder Konturpunkt des Werkstückes in Polarkoordinaten darstellbar. Ausgehend von einem Bezugswinkel  $\alpha_0$ , kann somit jedem Berührungspunkt bei einem bestimmten Rotationswinkel  $\varphi_n$ , ein Radius  $r_W$  und der entsprechende Relativwinkel  $\alpha_n$  zugewiesen werden  $\varphi_n \rightarrow P_{B_n}(\varphi_n) \rightarrow r_W(\alpha_n)$ .

### 3. Rechenverfahren für das drehzahlsynchrone Unrundschleifen

---

Neben den geometrischen Eingangsparametern wie Achsabstand und Werkstückkontur ist auch das **Drehzahlverhältnis**  $i_V$  erforderlich (siehe Gl.3.1).

$$i_V = \frac{\omega_W}{\omega_S} \quad \text{sign } i_V = \begin{cases} -1 \Rightarrow \text{Gleichlauf} \\ +1 \Rightarrow \text{Gegenlauf} \end{cases} \quad (3.1)$$

Bei der Methode des DSUS ist  $i_V$  das Bindeglied zwischen der aktuellen Lage des Werkstückes und dem dazugehörigen Rotationswinkel  $\psi$  der Schleifscheibe (siehe Gl.3.2). Infolgedessen kann von der Summe aller Berührungspunkte auf die gesuchte Kontur der Schleifscheibe geschlossen werden.

$$\psi = \frac{1}{i_V} \cdot \varphi \quad (3.2)$$

## 3.2 Stellvertretende Rechenmethode - Strahlenverfahren

Zu Beginn der Einarbeitungsphase galt es im Zuge des Lernprozesses verschiedene Lösungen für das DSUS kennenzulernen. Diese halfen derweilen den Prozess des DSUS besser zu verstehen und tiefer in die Thematik einzutauchen.

Bei der Ausarbeitung des Konzeptes dieser Arbeit, konnte unterdessen auf das sogenannte „Strahlenverfahren“ zurückgegriffen werden. Diese stellvertretende iterative Rechenpraxis ist im engeren Sinne ein geometrisches Verfahren. Das Werkstück wird wiederum über Polarkoordinaten als Polygonzug approximiert. Die Schleifscheibe, deren wahre Kontur noch nicht bekannt ist, wird im ersten Schritt durch gleichmäßig angeordnete Strahlen umrissen. Durch eine Rotation beider Wirkungspartner schneiden die Strahlen je nach ihrer aktuellen Ausrichtung das Werkstück (siehe Abb.3.2).

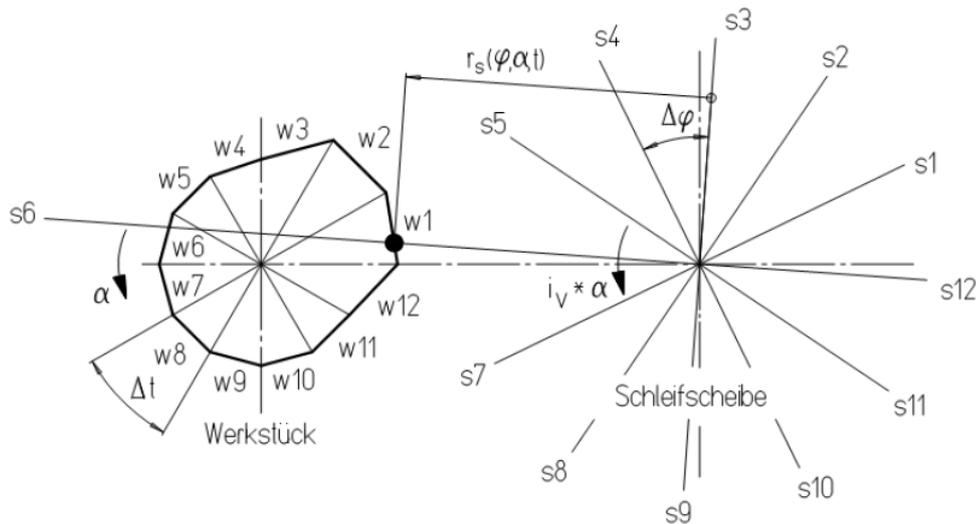


Abbildung 3.2: Prinzip des Strahlenverfahrens, Quelle: Ablinger, 2014, S. 64.

Indes ist jeder Schnittpunkt auch ein vorläufiger Berührungspunkt. Als Teil der Lösung sind aber nur jene Punkte von Relevanz, deren Radius kleiner als der des vorherigen Berührungspunktes ist. Gedanklich wird mit jedem Schnittpunkt der betreffende Strahl gekürzt und die Schleifscheibe näher ihrer geometrischen Lösung modifiziert. Nach einer vollen Umdrehung der Schleifscheibe sind alle individuellen Radien der Strahlen bestimmt und die Kontur fertig approximiert. Die Präzision der Geometrieberechnung ist abhängig von der Anzahl und Dichte der angeordneten Strahlen, des Weiteren von der Winkelschrittweite  $\Delta t$  des Werkstückes und der Rotationsschrittweite  $\Delta \alpha$ . Für eine größere Genauigkeit der errechneten Schleifscheibe bedarf es demnach einer höheren Anzahl an Strahlen und einer Verkleinerung der Schrittweiten. Damit korrelieren aber auch längere Rechenzeiten.<sup>1</sup>

### 3.3 Schleifscheibengeometrie Berechnung nach identen Tangenten

Neben der zuvor angeführten Lösungsmethode des „Strahlenverfahrens“ gibt es eine weitere Möglichkeit die Schleifscheibenkontur zu berechnen. *Eichhorn*<sup>2</sup> publizierte hier für einen analytischen Ansatz zum *Schleifen mit starrer kinematischer Kopplung der Wirkpartner*.

<sup>1</sup> Vgl. Ablinger, 2014, S. 66.

<sup>2</sup> Vgl. Spur und Eichhorn, 1993

#### 3.3.1 Grundlagen der Lösungsmethode

Darin wird beschrieben, dass zum Zeitpunkt  $t_0$  das Werkstück und die Schleifscheibe gemeinsam einen Berührungspunkt  $P_0$  besitzen (siehe Abb.3.3). Das bedeutet, dass die Punkte  $P_0$ ,  $P_W$  und  $P_S$  zum Zeitpunkt  $t_0$  quasi identisch miteinander sind. Weiters darf zu einem späteren Zeitpunkt  $t \neq t_0$  kein nachfolgender Punkt  $P_{W'}$  des Werkstückes ein körperlich innerer Punkt der Schleifscheibe sein<sup>3</sup>.

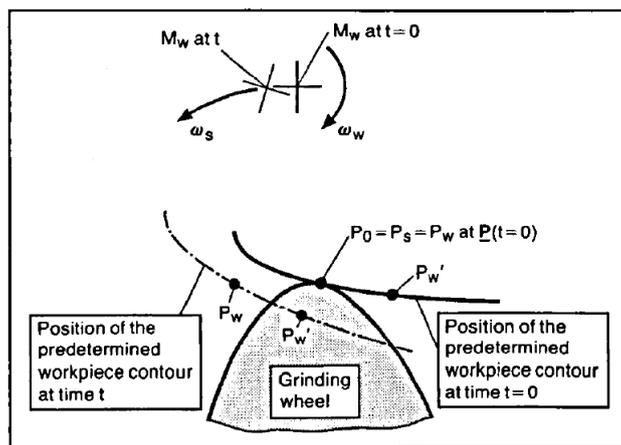


Abbildung 3.3: Körperlich innerer Punkt  $P_{W'}$  zum Zeitpunkt  $t \neq t_0$ , Quelle: Spur und Eichhorn, 1994, S.182.

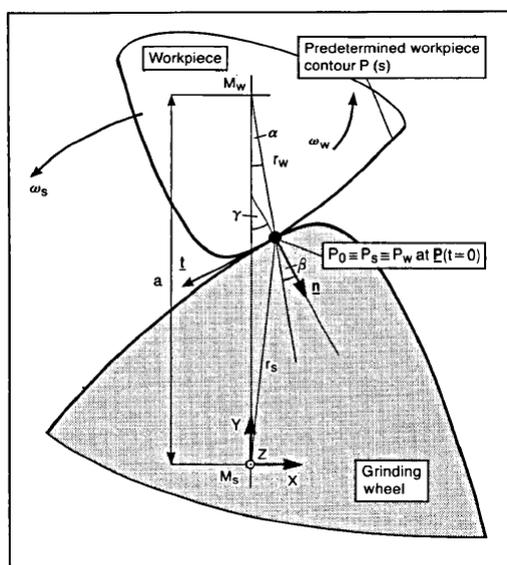


Abbildung 3.4: Berührungspunkt  $P_0$  zum Zeitpunkt  $t_0$  Spur und Eichhorn, 1994

<sup>3</sup> Vgl. Spur und Eichhorn, 1993, S.182.

### 3. Rechenverfahren für das drehzahlsynchrone Unrundschleifen

Als Bedingung für einen gemeinsamen Kontaktpunkt muss gelten, dass die Ausrichtung der Relativgeschwindigkeit beider Partner kongruent ist mit den Konturtangenten in den Punkten  $P_W$  und  $P_S$  im selben Punkt  $P_0$  (siehe Abb.3.4).<sup>4</sup>

#### 3.3.2 Lösungsbedingungen

Ausgehend von den im Unterkapitel 3.3.1 dargelegten Voraussetzungen galt es eine Methode zu finden um für ein beliebiges Werkstück die passende Schleifscheibe zu berechnen. Zur leichteren Vorstellung und Herangehensweise sei angemerkt, dass es zweckdienlicher ist, einzelne Punkte für das Berechnungsmodell heranzuziehen. Dem folgend wird nicht die gesamte Werkstückkontur betrachtet sondern nur ein einzelner Punkt. Damit ein Werkstückkonturpunkt gleichzeitig einem Berührungspunkt entspricht, sollten drei Bedingungen erfüllt sein Kap.(3.3.1):

- Als ersten Schritt muss für einen beliebigen Werkstückkonturpunkt  $P_W$ , dessen Tangentenvektor  $\vec{t}_W$  bestimmt werden (siehe Abb.3.5).

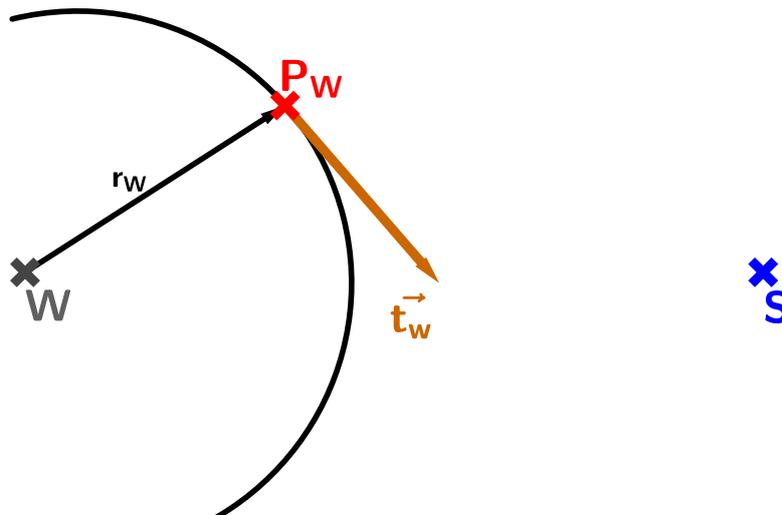
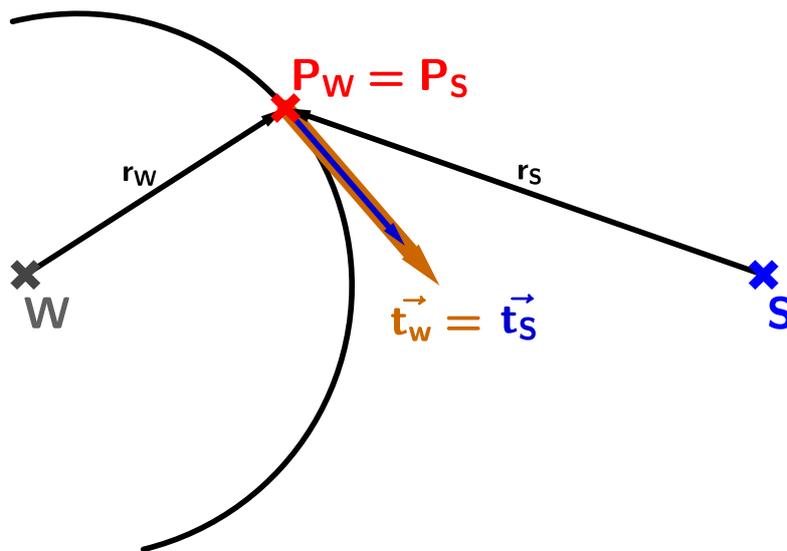


Abbildung 3.5:  $\vec{t}_W$  bestimmen für  $P_W$ , Quelle: Eigene Darstellung.

- Da im Punkt  $P_W \equiv P_S$  die Tangenten beider Wirkpartner gleich sind, gilt des Weiteren folgende Randbedingung (siehe Gl.(3.3)). Damit kann im ersten Schritt schon auf eine vorläufige Kontur der Schleifscheibe intendiert werden (siehe Abb.(3.6)). Um diesen Punkt auch als wahren Berührungspunkt zu bestätigen, muss in letzter Instanz noch eine folgende, weitere Bedingung überprüft werden.

<sup>4</sup> Vgl. Spur und Eichhorn, 1993, S.182.

### 3. Rechenverfahren für das drehzahlsynchrone Unrundschleifen



$$\vec{t}_W = \vec{t}_S \quad (3.3)$$

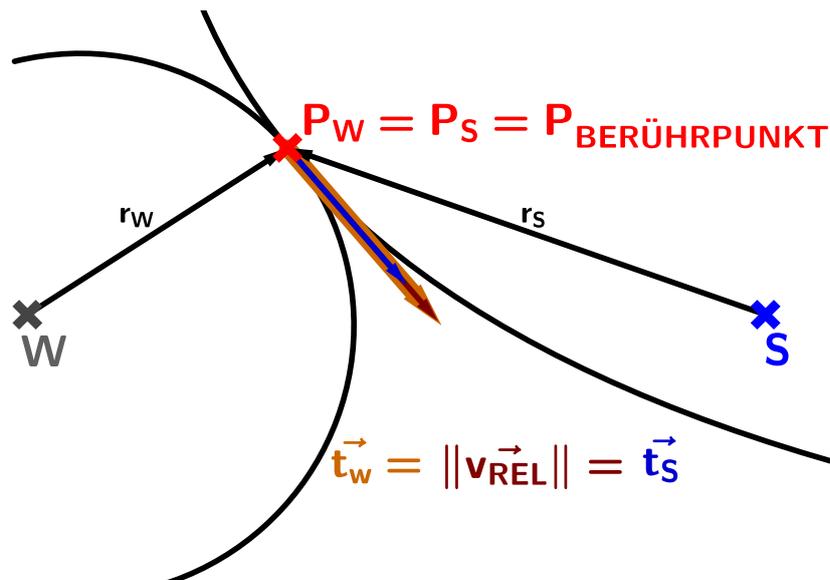
**Abbildung 3.6:** Gleiche Konturtangenten beider Wirkpartner, Quelle: Eigene Darstellung.

Ausgehend vom vorgegebenen Achsenabstand und dem Schleifscheibenmittelpunkt  $S$ , ist der Radius  $r_S$  zum Punkt  $P_W$  herleitbar. Es gilt wiederum die Annahme  $P_W \equiv P_S$  (siehe Kap.(3.1)). Nun muss für beide Radien  $r_W$  und  $r_S$  im ausgewählten Punkt  $P_W$  bzw.  $P_S$ , deren Umfangsgeschwindigkeiten (siehe Gl.(3.4)) errechnet werden. Von diesen Geschwindigkeitsvektoren kann man des Weiteren auf die Relativgeschwindigkeit schließen (siehe Gl.(3.5)).

$$\vec{v}_W = \begin{bmatrix} v_{Wx} \\ v_{Wy} \end{bmatrix} \quad \vec{v}_S = \begin{bmatrix} v_{Sx} \\ v_{Sy} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$\vec{v}_{REL} = \vec{v}_S - \vec{v}_W \quad |\vec{v}_S| \geq |\vec{v}_W| \quad (3.5)$$

- Im letzten Punkt vergleicht man die Ausrichtung der Relativgeschwindigkeit  $\vec{v}_{REL}$  mit dem Tangentialvektor  $\vec{t}_W$  des Punktes  $P_W$  bzw. mit dem Tangentialvektor  $\vec{t}_S$  (siehe Gl.(3.7)). Trifft diese letzte Bedingung für einen beliebigen Punkt  $P_W$  des Werkstückes zu, so ist der Berührungspunkt  $P_B$  für eben diesen Punkt  $P_W$  bestimmt. Zusammenfassend müssen für einen Berührungspunkt drei Bedingungen übereinstimmen (siehe Abb.(3.7)). Diese sind in der Gleichung (3.6) nochmals zusammengefasst.



$$\vec{t}_W \triangleq \|\vec{v}_{REL}\| \triangleq \vec{t}_S \quad (3.6)$$

Abbildung 3.7: 3-Punkt Bedingung für Berührungspunkt, Quelle: Eigene Darstellung.

Da für jeden zu überprüfenden Punkt die Bedingung (siehe Gl.(3.3)) gültig ist und zudem die Geometrie des Werkstückes stets bekannt ist, wird nur die Werkstücktangente  $\vec{t}_W$  für die Berechnung herangezogen. Somit kann die notwendigen Bedingungen für einen Berührungspunkt auf die Gleichung (3.7) beschränkt werden. Diese Bedingung kommt in der nachfolgenden Kalkulation der Schleifscheibengeometrie zur Anwendung und wird entsprechend softwaretechnisch umgesetzt.

$$\vec{t}_W \triangleq \|\vec{v}_{REL}\| \quad (3.7)$$

#### 3.3.3 Relativgeschwindigkeit $\vec{v}_{REL}$

Die Berechnung der Relativgeschwindigkeit ist eine Voraussetzung für die korrekte Wiedergabe des Berührungspunktes. Dabei spielen die Winkellage, die Vektorlänge sowie die allgemeine Position im Koordinatensystem eine Rolle. Zusätzlich ist eine Unterscheidung zwischen Gleich- und Gegenlaufverfahren zu treffen. Nach Gleichung 3.5 gilt es im Vorhinein festzuhalten, dass der Betrag der Schleifscheibenumfangsgeschwindigkeit  $\vec{v}_S$  für die Berechnung stets größer gleich dem Betrag der Umfangsgeschwindigkeit des Werkstückes  $\vec{v}_W$  sein muss. Dies ist auf Grund der verwendeten Durchmesser der Scheiben und Drehzahlen, welche in der Praxis eingesetzt werden, eine meist zutreffende Annahme.

### 3. Rechenverfahren für das drehzahlsynchrone Unrundschleifen

In Abbildung 3.8 ist eine allgemeine Annahme für das Gegenlaufverfahren dargestellt. Diese zeigt, wie die Relativgeschwindigkeit für einen beliebigen Punkt  $P_W$  bestimmt werden kann.

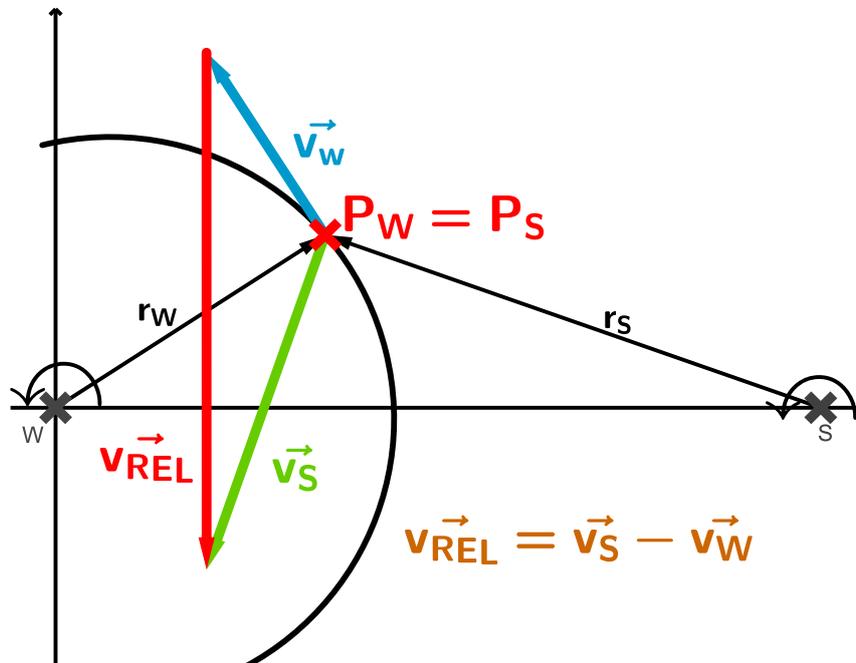


Abbildung 3.8: Vektorsumme der Geschwindigkeiten, **GGL**,  $i_V = +1$ , Quelle: Eigene Darstellung.

$$i_V = \frac{n_W}{n_S} \quad \text{sign } i_V = \begin{cases} -1 \Rightarrow \text{Gleichlauf} \\ +1 \Rightarrow \text{Gegenlauf} \end{cases} \quad (3.8)$$

Das Drehzahlverhältnis  $i_V$  ist hier nach Gleichung 3.8 definiert. Die jeweiligen Umfangsgeschwindigkeiten können wiederum entsprechend dem kartesischen Koordinatensystem in ihre Einzelkomponenten nach Gleichung 3.4 unterteilt werden. Allgemein lässt sich die x-Komponente des Werkstückes als ein Vielfaches der x-Umfangskomponente der Schleifscheibe berechnen GL.3.9.

$$v_{W_x} = v_{S_x} \cdot i_V \quad (3.9)$$

Wie man aus Gleichung 3.9 sehen kann, sind bei einem Drehzahlverhältnis von eins, beide x-Komponenten gleich und daher ist die Relativgeschwindigkeit stets senkrecht gerichtet (siehe Abb.3.8). Dieser Sonderfall wird in Kapitel 5.2.2 noch näher betrachtet und erläutert.

Für nachfolgende Schleifscheibengeometrieberechnungen und Anschauungen gilt immer, dass der Ursprung des Koordinatensystems im Drehpunkt  $W$  des Werkstückes liegt.

### 3. Rechenverfahren für das drehzahlsynchrone Unrundschleifen

Allgemein ist eine Unterscheidung zwischen Gegen- und Gleichlauf zu treffen. Dieser Umstand beeinflusst die Lage und Ausrichtung der Relativgeschwindigkeit maßgeblich. Wie in Abbildung 3.9 zu sehen ist, ändert sich abhängig vom Vorkommen des Berührungspunktes (1.Quadrant, ..., 4.Quadrant) die Winkellage und Richtung der Relativgeschwindigkeit. Das bedeutet, dass sich rein über die Information des Vorzeichens von  $i_V$ , also ob GLL oder GGL, eine erste Vorhersage über Ausrichtung und Winkellage der Relativgeschwindigkeit treffen lässt.

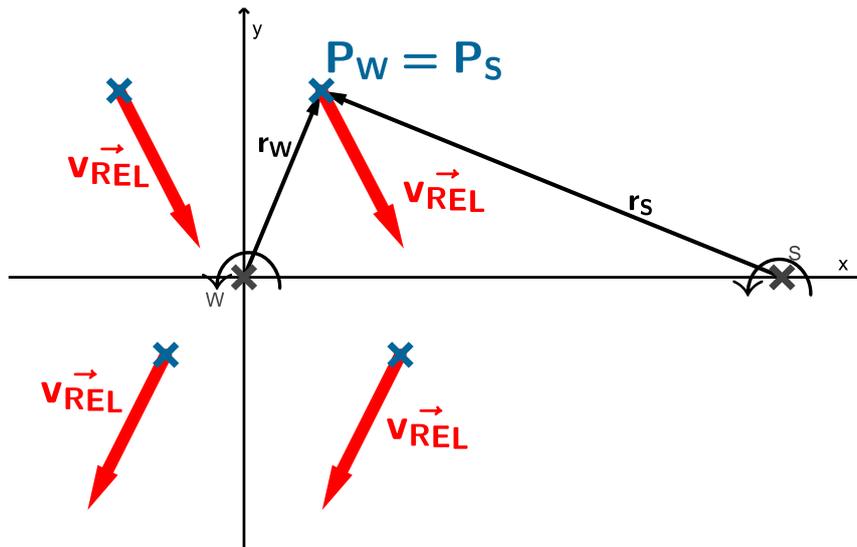


Abbildung 3.9: Allgemeine Lage und Ausrichtung von  $\vec{v}_{REL}$ , GGL, Quelle: Eigene Darstellung.

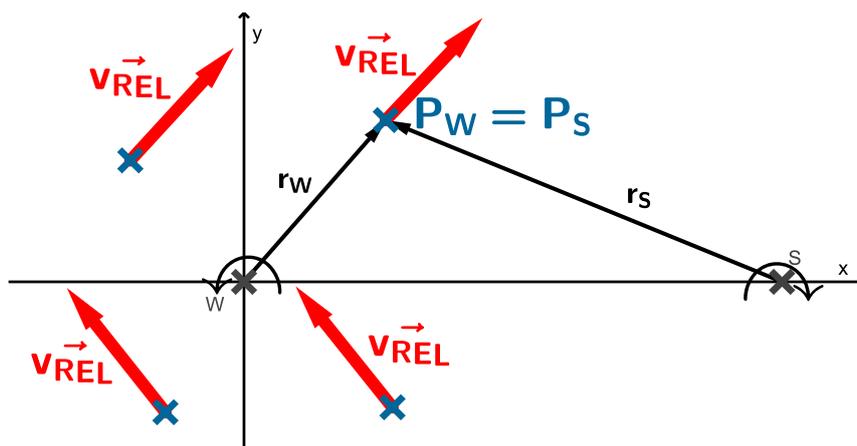


Abbildung 3.10: Allgemeine Lage und Ausrichtung von  $\vec{v}_{REL}$ , GLL, Quelle: Eigene Darstellung.

Der Unterschied der Relativgeschwindigkeiten ist zwischen beiden Abbildungen 3.9 und 3.10 erkennbar. Ihre tendenzielle Winkelrichtung lässt sich im Vorhinein bestimmen. Nur die exakte Neigung und Länge ist noch eine Unbekannte und abhängig

### 3. Rechenverfahren für das drehzahlsynchrone Unrundschleifen

---

von der Größe des Drehzahlverhältnis  $i_V$ . Von geringer praktischer Bedeutung sind die auftretenden Fälle im zweiten und dritten Quadranten, da im Bezug auf den Drehpunkt  $W$ , bei einer rechten Anordnung der Schleifscheibe, die Berührungspunkte nur im ersten und vierten Quadranten liegen können. Diese Zusammenhänge sind bei der späteren Umsetzung einer Berechnungssoftware hilfreich.

#### 3.3.4 Iteratives Lösungsverfahren

Ausgehend von Gleichung 3.7 gilt es diese Bedingung in einen mathematischen Ausdruck zu verpacken, um mit dessen Hilfe die Berechnung in einer Software abarbeiten zu können. Die Lösung für dieses Problem liegt im Vergleichen beider Winkel miteinander (siehe Gl.3.10). Umgeformt errechnet sich daraus eine Winkeldifferenz, welche nur dann Null wird, wenn beide Vektoren idente Neigungen aufweisen (siehe Gl.3.11).

$$\sphericalangle \vec{t}_W = \sphericalangle \vec{v}_{REL} \quad (3.10)$$

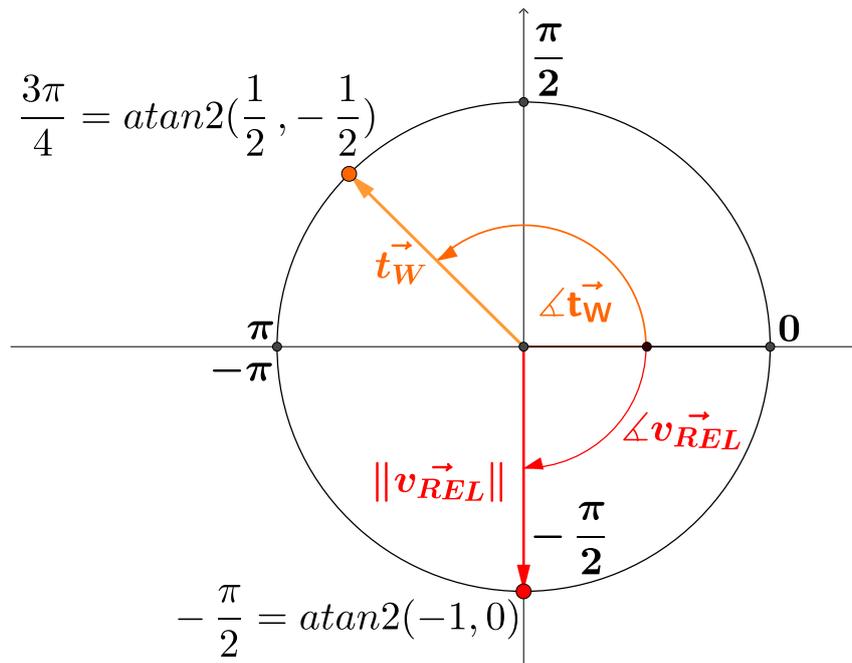
$$\text{Winkeldifferenz} = \sphericalangle \vec{t}_W - \sphericalangle \vec{v}_{REL} \quad (3.11)$$

Für die Winkelberechnung gilt nicht das globale Koordinatensystem, welches seinen Ursprung im Drehpunkt  $W$  aufweist. Für die Berechnung wird das System des Einheitskreises angewendet. Gedanklich wird dessen Mittelpunkt jeweils in den Ausgangspunkt des betreffenden Vektors  $\vec{t}_W$  oder  $\vec{v}_{REL}$  verschoben. Anschließend wird mittels  $\text{atan2}$ -Funktion deren beider Winkel berechnet. Die  $\text{atan2}(y, x)$ -Funktion verwendet zwei reelle Zahlen als Input im geschlossenen Intervall  $[-\pi, \pi]$ . Der ausgegebene Funktionswert kann damit einem bestimmten Quadranten zugeordnet werden (siehe Abb.3.11).<sup>5</sup>

---

<sup>5</sup> Vgl. MathWorks, 2018a, Onlinequelle [30.03.2018].

### 3. Rechenverfahren für das drehzahlsynchrone Unrundschleifen



**Abbildung 3.11:** Beispiel einer  $\text{atan2}$ -Funktion zur Berechnung der beiden Winkel, Quelle: Eigene Darstellung.

Die Art der Gleichung 3.11 entspricht der Form  $f(x) = 0$ . Für ein bestimmtes  $x$  lässt sich dementsprechend eine Nullstelle finden und die Gleichung lösen. Das Auffinden einer bestimmten Lösung  $x$  für die  $f(x)$  gleich Null wird, nennt man Nullstellensuche. Dieses gliedert sich in sogenannte *Iterationsverfahren* ein.<sup>6</sup> Das iterative Vorgehen beim Finden einer Lösung in Bezug auf das DSUS ist in der Rechenvorschrift 3.12 ersichtlich. Der Relativwinkel  $\alpha$  wird immer wieder verändert, bis die Winkeldifferenz Null wird.

$$f(\alpha_0) \neq 0 \mapsto f(\alpha_1) \neq f \cdots f(\alpha_n) = 0 \quad (3.12)$$

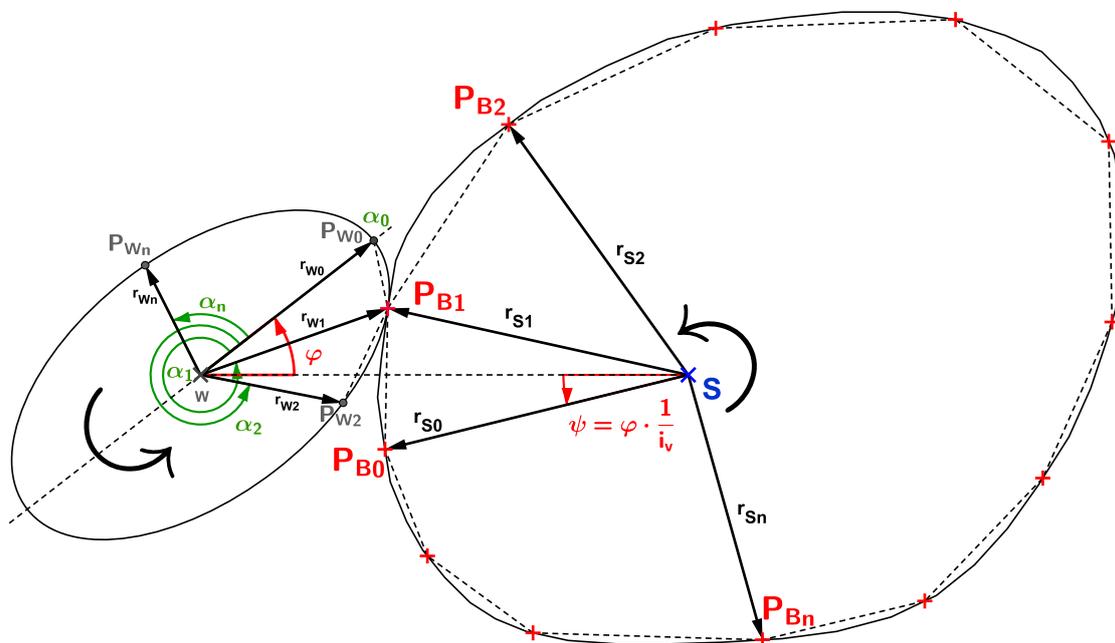
Da es sich beim Lösen der Gleichung 3.12 um ein numerisches Verfahren handelt, würde das Auffinden einer exakten Nullstelle theoretisch unendlich lange dauern. Daher ist es notwendig, die Lösung zu approximieren und bewusst Fehler hinzunehmen. Nachdem die auftretende Differenz kleiner ist als ein definierter Abbruchfehler wird das Rechenverfahren abgebrochen und eine Näherungslösung ist gefunden (siehe Gl.3.13).

$$f(\alpha_0) \neq 0 \mapsto f(\alpha_1) \neq 0 \cdots f(\alpha_n) \approx 0 \quad (3.13)$$

<sup>6</sup> Vgl. Papula, 2008, S.406.

#### 3.3.5 Konstruktion der Schleifscheibengeometrie

Sind mittels einer iterativen Berechnung alle Berührungspunkte berechnet, ist es möglich, von diesen auf die Schleifscheibengeometrie zu schließen.



**Abbildung 3.12:** Konstruktion der Schleifscheibengeometrie über  $P_B$  Punkte, Quelle: Eigene Darstellung.

Zu jedem Berührungspunkt  $P_B$  ist ein einziger Relativwinkel  $\alpha$  und Rotationswinkel  $\varphi$  zuordenbar. Zusammen mit den Informationen über die Drehrichtung, Achsabstand und dem Drehzahlverhältnis  $i_V$  ist es folglich möglich, den Schleifscheibenkonturpunkt  $P_S$  bzw.  $P_B$  über alle weiteren Werkstückrotationen eindeutig zu verfolgen. Vollzieht man diese Herangehensweise bei allen berechneten Berührungspunkten, so kann man mit jedem weiteren Rotationswinkel  $\Delta\varphi$  die Schleifscheibengeometrie konstruieren (siehe Abb.3.12).

Der Rotationswinkel der Schleifscheibe ist dabei immer um den Faktor des Drehzahlverhältnisses  $i_V$  kleiner als die Rotation des Werkstückes. Da die Werkstückkontur aus einer endlichen Anzahl von Punkten vorgegeben wird, besteht auch die berechnete Schleifscheibengeometrie aus endlich vielen Punkten. Diese spannt sich in Form eines Polygonzuges bei einem Drehzahlverhältnis von eins  $360^\circ$  auf.

Das Drehzahlverhältnis hat demnach auf die Konstruktion der Schleifscheibenkontur einen direkten Einfluss. Die berechnete Kontur der Schleifscheibe wird durch das Drehzahlverhältnis auf ein Teilintervall von  $360^\circ : i_V$  beschränkt. Bei einem Ver-

### 3. Rechenverfahren für das drehzahlsynchrone Unrundschleifen

hältnis von zwei entspricht dies einer Schleifscheibenkontur mit  $180^\circ$  Umfang (siehe Abb.3.13).

Da die konstruierten Teilstücke eine Periodizität aufweisen, können diese mit dem Faktor  $|i_V|$  um den gemeinsamen Drehpunkt  $S$  vervielfältigt werden. Im direkten Vergleich von Verfahren mit verschieden großem  $i_V$ , aber gleicher Anzahl an Werkstückkonturpunkten und gleichem Achsabstand, bewirkt eine Erhöhung des Drehzahlverhältnisses eine größere Genauigkeit der Schleifscheibenkontur, da die Teilschleifscheibenkonturpunkte bei gleicher Anzahl einen immer geringeren Teilumfang bemessen und ihre Abstände zueinander stetig verkleinern.

Alle Konturpunkte der Schleifscheibe können in weiterer Folge in Form von kartesischen Koordinaten tabellenförmig gespeichert werden. Nachfolgend kann anhand dieser Informationen eine Berechnung zur Abrichtkonturierung der Schleifscheibe getätigt werden.

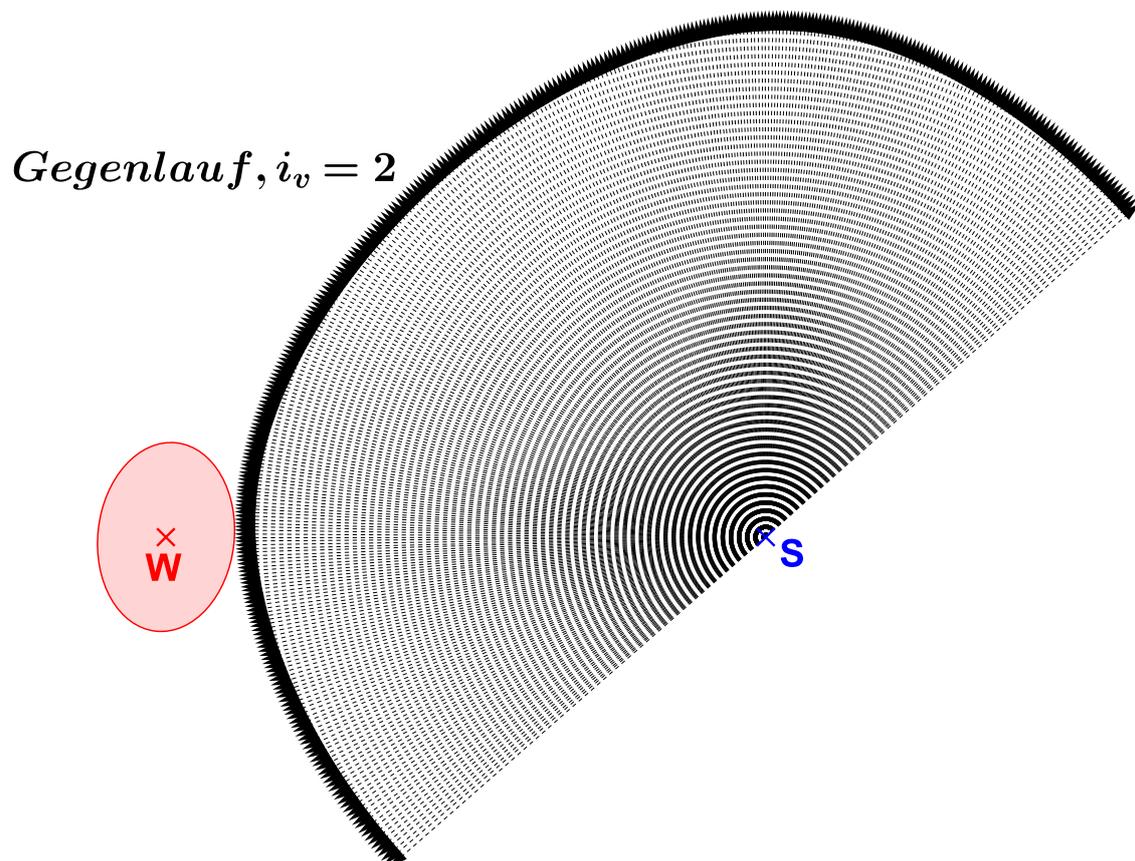


Abbildung 3.13: Berechnete Schleifscheibenkontur bei  $i_V = 2$ , GGL, Quelle: Eigene Darstellung.

#### 3.4 Abrichtprozess der Schleifscheibenkontur

Nachdem die Schleifscheibengeometrie für ein bestimmtes Werkstück feststeht, muss die Schleifscheibe mittels konventionellem CNC Unrundschleifverfahrens gefertigt werden. Dieser Fertigungsschritt wird mit Hilfe einer Diamantabrichtscheibe vollzogen. In diesem Arbeitsschritt drehen sich die bisher zu treffenden Rollen der Wirkungspartner um. Die eigentliche Schleifscheibe ist in diesem Fall als Werkstück zu betrachten und die Abrichtscheibe als Werkzeug.

Da es sich bei diesem Verfahren nicht um ein DSUS-Verfahren handelt, sind die Drehzahlen beider Wirkungspartner voneinander entkoppelt und nur betreffend der technologischen Eigenschaften des Schleifens einzustellen. Der Durchmesser der Diamantscheibe ist ein wichtiger Eingangsparameter, welcher besonders bei der Bearbeitung von konkaven Schleifscheibengeometrien eine Rolle spielt.

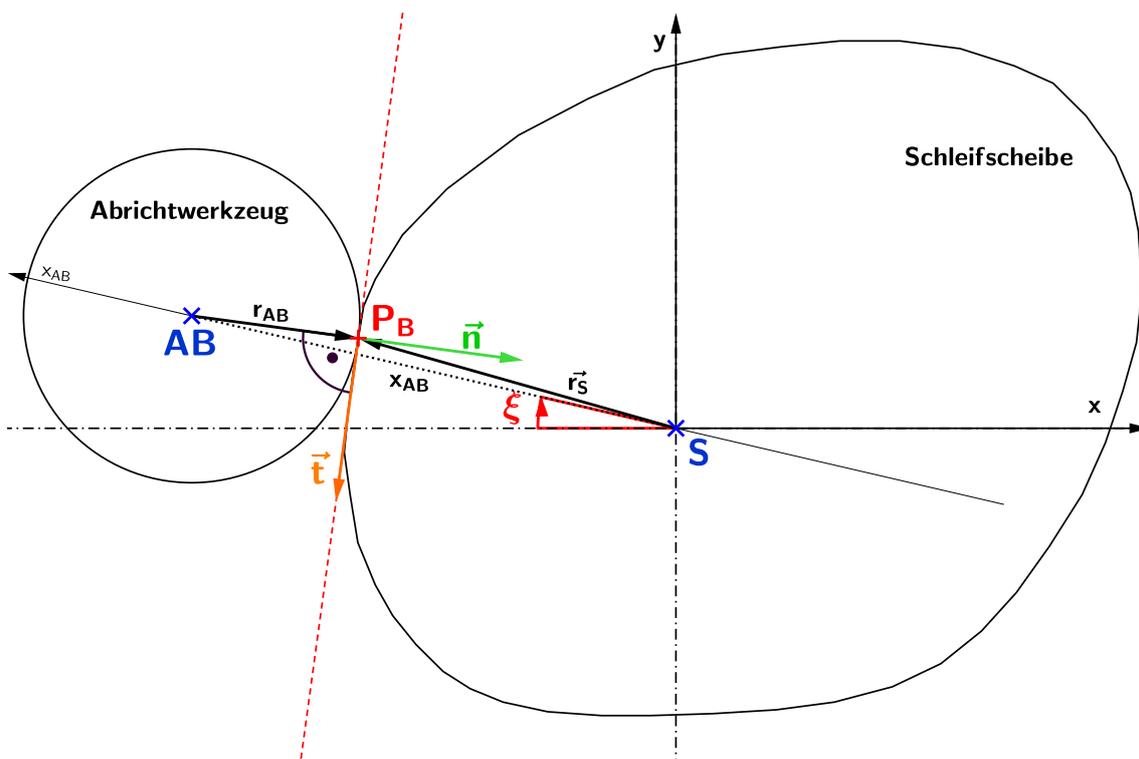


Abbildung 3.14: Modell zum Berechnen des Abrichtprozesses, Quelle: Eigene Darstellung.

In Abbildung 3.14 wird das Prinzip zum Berechnen des Abrichtprozesses näher dargestellt. Die Abrichtscheibe hat eine konzentrische Form. Das bedeutet, dass beim Abrichten eines unrunder Körpers der gemeinsame Berührungspunkt  $P_B$  nicht exakt auf der Verbindungsachse beider Wirkungspartner liegen muss. Diese Punkte befinden sich entweder ober- oder unterhalb dieser Verbindungsgeraden. Ausgenommen sind alle Punkte die auf dem kleinsten bzw. größten Radius liegen oder gemeinsam mit ih-

### 3. Rechenverfahren für das drehzahlsynchrone Unrundschleifen

---

ren Nachbarpunkten einen konstanten Radius beibehalten. Für eine CNC technische Umsetzung gilt es, diesen Abstand  $x_{AB}$  der Verbindungsgerade für einen bestimmten Konturpunkt der Schleifscheibe zu berechnen. Der Winkel  $\zeta$  bezieht sich für jeden zu abrichtenden Punkt der Schleifscheibe auf die negative Abszissenachse. Dieser Umstand hat seinen Ursprung in der rechten Anordnung und Lage der Schleifscheibe in Bezug auf das Werkstück.

Ist die Kontur der Schleifscheibe bekannt, so kann über die Tangente  $\vec{t}$  der Normalenvektor  $\vec{n}$  bestimmt werden (siehe Gl.3.14). Für die Bestimmung der Länge  $x_{AB}$  wird ein neues Koordinatensystem eingeführt. Ausgehend von seinem Ursprung in der Drehachse  $S$ , kann der Abstand mit Hilfe der *Punkt-Richtungs-Form* einer Geraden vektoriell bestimmt werden (siehe Gl.3.15). Der Richtungsvektor  $\vec{n}$  wird mit einem reellen Parameter, dem Radius  $r_{AB}$  der Diamantabrichtscheibe multipliziert und mit den vorgegebenen Koordinaten des Berührungspunktes addiert. Zuletzt berechnet sich die Länge  $x_{AB}$  aus dem Betrag des Vektors  $\vec{x}_{AB}$  (siehe Gl.3.16).

$$\vec{t} \cdot \vec{n} = 0 \quad (3.14)$$

$$\vec{x}_{AB} = \vec{r}_S + \vec{n} \cdot (-r_{AB}) \quad (3.15)$$

$$|\vec{x}_{AB}| = x_{AB} = \sqrt{x_{ABx}^2 + x_{ABy}^2} \quad (3.16)$$

Der Abstand  $x_{AB}$  kann im Anschluss relativ zu einem Maschinennullpunkt umgerechnet und als Ausgangsgröße für einen Pendelhubabrichtprozess verwendet werden.

# 4 Berechnungssoftware

Die Software zum Berechnen der Schleifscheibengeometrie wurde mit dem kommerziellen Programm MATLAB (*R2015b*) geschrieben.

Der Name MATLAB steht für *Matrix Laboratory* und eignet sich besonders, um große Datenmengen verarbeiten und visualisieren zu können. Zudem stehen bei der Nutzung des Programms eine Vielzahl an implementierten Funktionen und separate Toolboxes zu Verfügung, welche das Arbeiten in einem ingenieurnahen Kontext erheblich erleichtern. MATLAB ist kein Programm, um Berechnungen in analytischer, symbolischer Form zu verarbeiten. Es arbeitet vielmehr mit numerischen Genauigkeiten und gleicht sich mit einem gewissen Fehler der exakten mathematischen Form und Lösung an.

Auf den folgenden Seiten wird die programmtechnische Umsetzung der oben beschriebenen Theorie umfassender beschrieben. Später wird mit Hilfe einer erstellten GUI die Software für eine praktische Handhabe leichter zugänglich gemacht.

## 4.1 Matlab Programmaufbau

Zu Beginn der Programmierfähigkeit stand die Funktionstauglichkeit der Software im Vordergrund. Das Rechenprogramm wurde als normaler MATLAB Code ausgearbeitet und erst nach Fertigstellung in ein GUI Format umgewandelt. So entstanden zwei Softwarevarianten, welche sich nur in ihrer Benutzeroberfläche unterscheiden aber in ihrer Funktionsweise vollständig gleichwertig sind. Die Software gliedert sich in ein „Hauptprogramm“ und mehrere „Unterfunktionen“, wobei zwischen dem grafischen Hauptprogramm `GUI_DSUS_Software_v1.m` und der ursprünglichen Rohfassung `Main_DSUS_Software_v1.m` zu unterscheiden ist (siehe Tab.4.1). Die „Unterfunktionen“ werden an den entsprechenden Stellen im Hauptprogramm aufgerufen und übergeben ihre berechneten Werte wieder an das Hauptprogramm zurück.

## 4. Berechnungssoftware

---

GUI_DSUS_Software_v1.m	
	↪ daten_GUI.m
	↪ pp_ableitung_routine.m
	↪ loesung_funkt.m
	↪ w_tangente_winkel.m
	↪ relativ_geschw.m
	↪ w_tangente_data.m
	↪ ss_tangente_data.m
Main_DSUS_Software_v1.m	
	↪ daten.m
	↪ pp_ableitung_routine.m
	↪ loesung_funkt.m
	↪ w_tangente_winkel.m
	↪ relativ_geschw.m
	↪ w_tangente_data.m
	↪ ss_tangente_data.m

**Tabelle 4.1:** Softwaregliederung in Haupt- und Unterfunktionen, Quelle: Eigene Darstellung.

Am Anfang der Hauptcodezeilen werden die notwendigen Eingangsgrößen wie Drehzahlen, Drehzahlverhältnis  $i_V$ , Achsabstand oder Durchmesser der Abrichtscheibe fix vorgegeben oder eingelesen. Beide Softwarevarianten nutzen bis auf zwei Unterfunktionen `daten.m` sowie `daten_GUI.m`, die gleichen Unterprogramme. In den `daten`-Files wird die endliche Anzahl an Werkstückkonturpunkten in Form von Polarkoordinaten geladen (siehe Tab.3.1). Diese bilden sozusagen die Information für die Werkstückkontur und werden des Weiteren für eine korrekte Berechnung in eine kartesische Koordinatenform umgewandelt. In der unteren Abbildung 4.1 ist die grafische Oberfläche der Berechnungssoftware dargestellt.

## 4. Berechnungssoftware

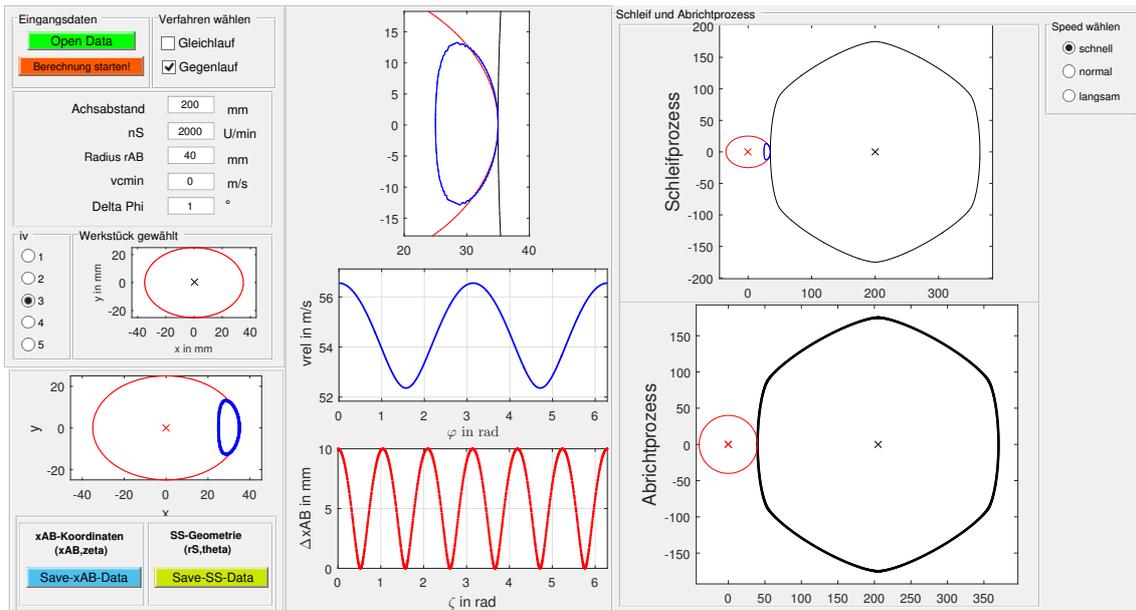
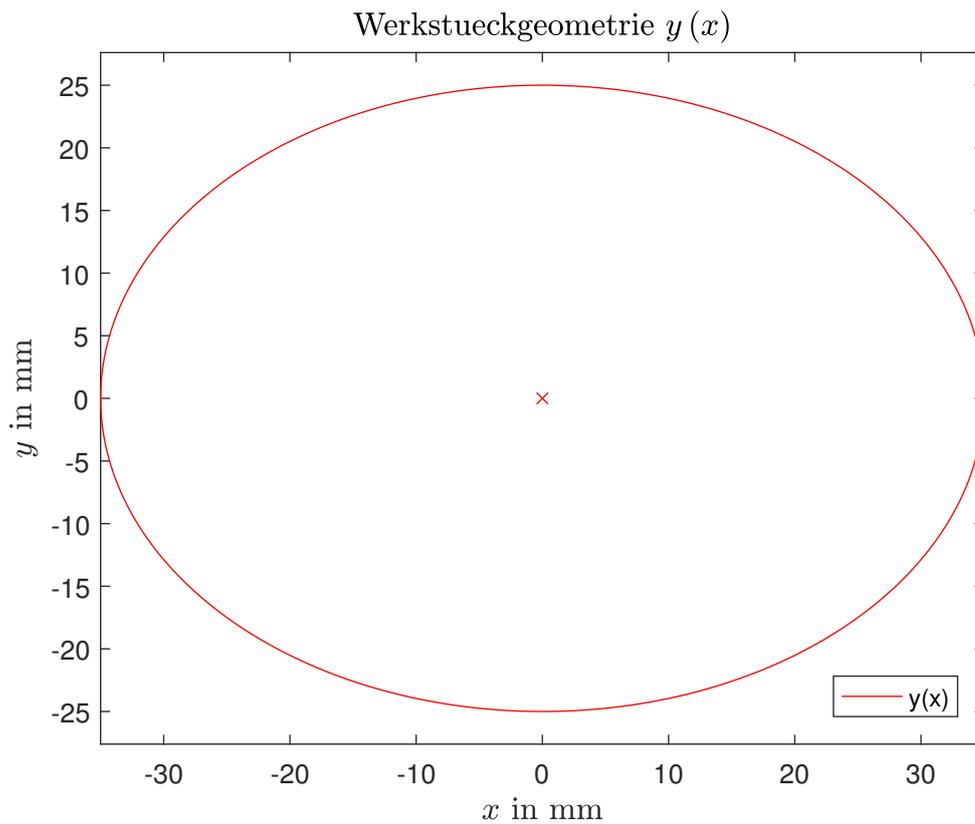


Abbildung 4.1: GUI Berechnungssoftware, Quelle: Eigene Darstellung.

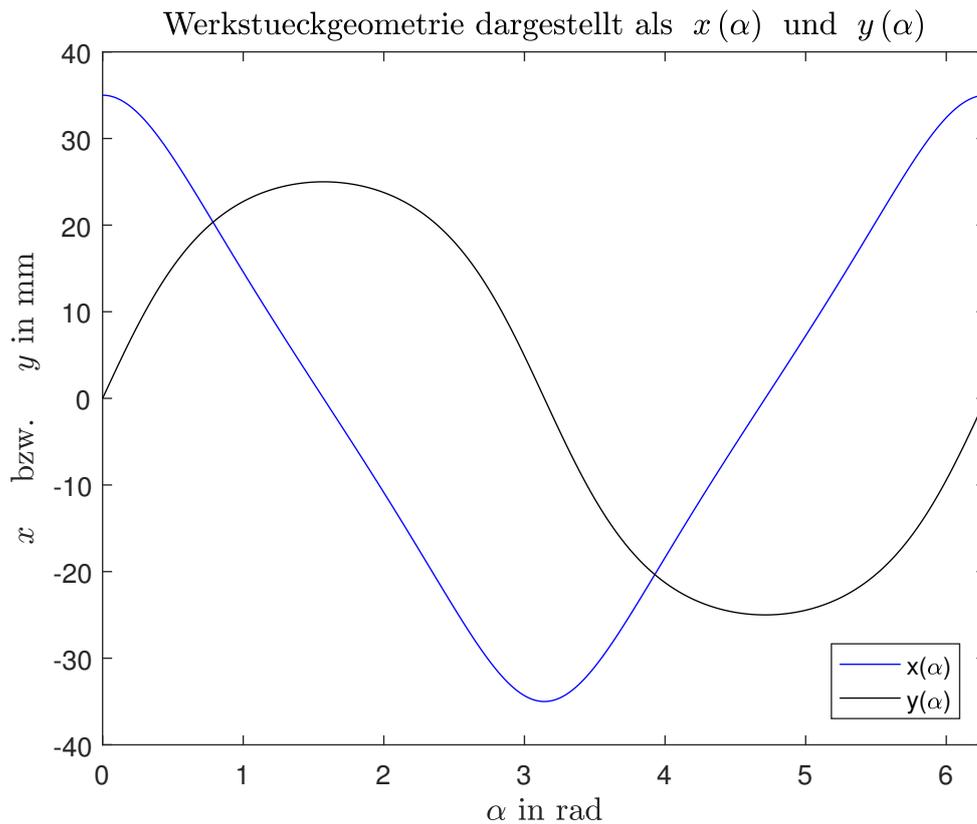
### 4.1.1 Splineinterpolation

Die Werkstückkontur kann infolgedessen in Form einer  $y(x)$ -Funktion dargestellt werden. Die Abbildung 4.2 zeigt eine Werkstückgeometrie in Form einer Ellipse mit den Halbachsen  $a = 35\text{mm}$  und  $b = 25\text{mm}$ . Das Werkstück befindet sich in der Ausgangsstellung. Diese ist durch einen Nullwert des Rotationswinkels  $\varphi$  definiert.



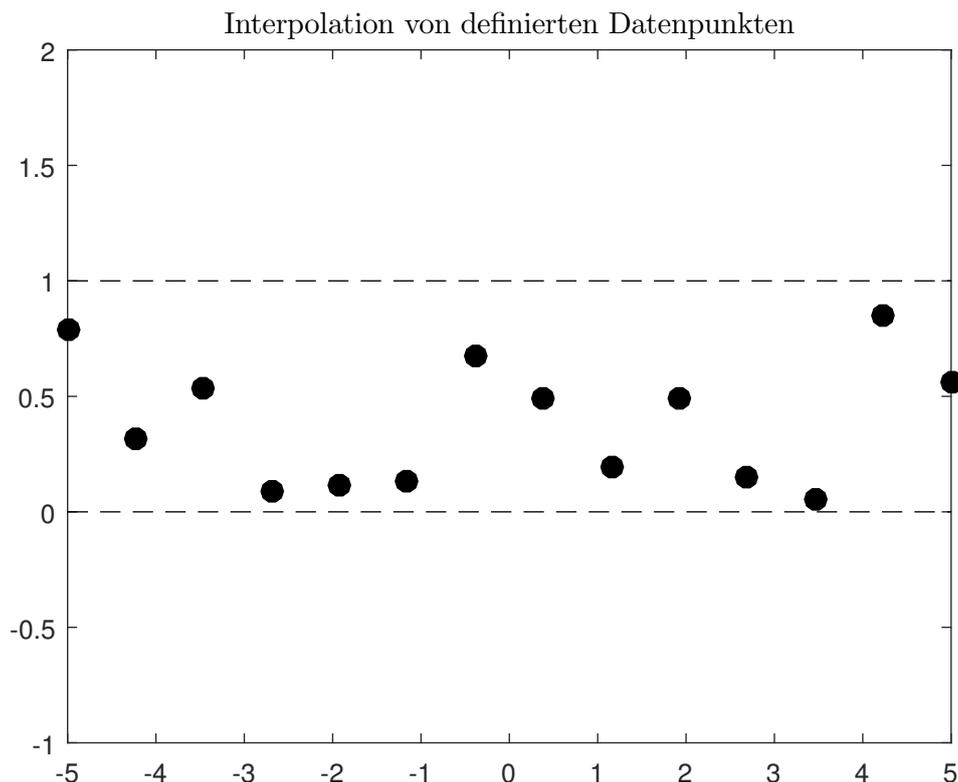
**Abbildung 4.2:** Ellipse in Ausgangsstellung  $\varphi = 0$ , Quelle: Eigene Darstellung.

Für das Finden einer Schleifscheibengeometrie ist es zweckdienlich, wenn das Werkstück überdies auch vom Relativwinkel  $\alpha$  abhängt. Die Werkstückgeometrie muss hierfür in zwei getrennte Funktionen aufgeteilt werden. Zum einen in eine Funktion  $x(\alpha)$  und zum anderen in die Form  $y(\alpha)$ . Beide sind dementsprechend vom Relativwinkel  $\alpha$  abhängig.



**Abbildung 4.3:** Ellipsengeometrie durch zwei Funktionen dargestellt, Quelle: Eigene Darstellung.

Die oben dargestellte Abbildung 4.3 gilt ebenfalls nur für die Ausgangslage  $\varphi = 0$ . Der Rotationswinkel  $\varphi$  ist Null und das Werkstück liegt noch in Ausgangslage vor. Um eine stetige Funktion zu erhalten, müssen die einzelnen Punkte zunächst interpoliert werden. Die Geometriepunkte sind bekannt aber eine analytische Funktion, welche durch diese Punkte führt, ist noch unbekannt. Die Funktion soll an den bekannten Punkten ihre Stützstellen aufweisen und so die definierten Werte exakt wiedergeben (siehe Abb.4.4).



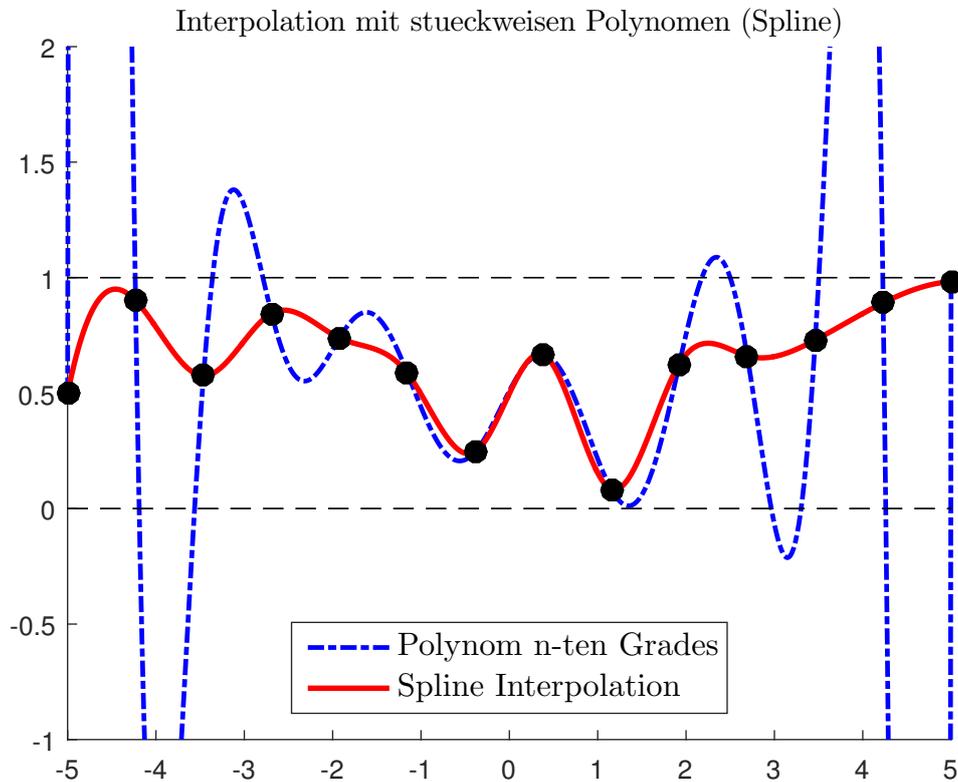
**Abbildung 4.4:** Bekannte Datenpunkte durch eine Kurve approximieren Quelle: University, 2018, Onlinequelle [07.02.2018] (leicht modifiziert).

Zwischen den bekannten Stützstellen wird die Funktion näherungsweise beschrieben. In der Literatur werden verschiedene Verfahren zum Interpolieren angeführt. Die häufigsten sind *lineare Interpolation*, *höhergradige Interpolation* oder *stückweise Interpolation*.

Für eine Anwendung im Zuge dieser Arbeit ist es wichtig, dass die Interpolationsfunktion mindestens zweimal differenzierbar ist und zwischen den einzelnen Punkten nicht oszilliert. Lineare Interpolation ist die einfachste Methode zwischen zwei Punkten zu interpolieren. Sie ist im Allgemeinen stetig, aber in den Stützpunkten nicht differenzierbar, weshalb sie für die Approximation der Werkstückgeometrie nicht einsetzbar ist. Im Fall von höhergradigen Interpolationsfunktionen schwingt die Funktion schon bei Graden höher fünf sehr stark und scheidet deshalb ebenfalls für eine Approximation der Werkstückgeometrie aus. Bei der stückweisen Interpolation, auch als *Spline-Interpolation* bezeichnet, werden die Stützstellen mit Hilfe von stückweisen stetigen Polynomen interpoliert. Sie bestehen aus stückweisen Polynomen höchstens  $n$ -ten Grades und sind  $(n - 1)$  mal stetig differenzierbar. Kubische Splines, also Polynome dritten Grades erfüllen dabei am Besten die notwendigen An-

## 4. Berechnungssoftware

forderungen für diese Arbeit. Sie sind zweimal stetig differenzierbar und beschränken sich auf die Teilintervalle zwischen den Stützpunkten. Die Wiedergabe eines Funktionswertes  $f(x)$  durch eine approximierte Interpolationsfunktion, verbessert sich annähernd um den Faktor  $1/16$  bei einer Verdoppelung der Stützstellenanzahl.<sup>1 2</sup>



**Abbildung 4.5:** Interpolation der bekannten Punkte, Quelle: In Anlehnung an University, 2018, Onlinequelle [07.02.2018].

Die Unterschiede der Interpolationsvarianten sind oben in der Abbildung 4.5 erkennbar. Die blau dargestellte Funktion entspricht einem Polynom höheren Grades. Sie oszilliert sehr stark zwischen den Stützpunkten und bildet aus diesem Grund die Kontur des Werkstückes nur unzureichend ab. Die rote Kurve hingegen entspricht einer stückweisen Interpolation mit dementsprechend 13 Polynomen dritten Grades. Diese sind in weiterer Folge zweimal stetig differenzierbar und ermöglichen eine bessere Geometrieapproximation zwischen den Punkten. In den Teilabschnitten  $[x_j, x_{j+1}]$  kann jedes Polynom durch die Gleichung 4.1 beschrieben werden.

$$p_j(x) = a_0 + a_1(x - x_j) + a_2(x - x_j)^2 + a_3(x - x_j)^3 \quad (4.1)$$

<sup>1</sup> Vgl. Arens u. a., 2015, S.354 ff.

<sup>2</sup> Vgl. Kress, 1998, S.178.

## 4. Berechnungssoftware

---

Um eine passende Spline Kurve zu finden, bietet MATLAB eine eigene `spline` Funktion.

```
spline_funktion = spline(xdata,ydata);
```

Allgemein erzeugt MATLAB eine Spline Funktion mit den vorhandenen Datenwerten `xdata` und `ydata`. Dabei gilt es zu beachten, dass der Vektor `xdata` nur einzigartige Werte beinhalten darf, welche den passend vorhandenen `ydata` Werten entsprechen. Die Endkurve eines Splines in MATLAB folgt verschiedenen möglichen Randbedingungen.<sup>3</sup>

- Haben die Vektoren `xdata` und `ydata` die gleiche Länge, so wird eine „not-a-knot“ Endbedingung angewendet.<sup>4</sup> Die dritte Ableitung im ersten und letzten Punkt muss stetig sein.
- Besitzt der Vektor `ydata` zwei Einträge mehr als der `xdata` Vektor, so verwendet die `spline` Funktion den ersten und letzten `y`-Wert in `ydata` als Funktionswert für die erste Ableitung im ersten und letzten Punkt des Splines.<sup>5</sup>

Die Berechnung der zwei Funktionen  $x(\alpha)$  und  $y(\alpha)$  wurde in MATLAB mit folgenden Befehlen durchgeführt:

```
ppx_spline = spline(alpha,xdata);
```

```
ppy_spline = spline(alpha,ydata);
```

Der `spline` Befehl speichert verschiedene Informationen der Funktionen, wie die Dimension, alle Koeffizienten, die Anzahl an Stücken und die Anhaltspunkte der Abszissenwerte (`alpha`).

Ist die Splinekurve berechnet, kann mittels MATLAB Befehl `ppval` ein Funktionswert `f` an einer Stelle der Interpolationsfunktion ausgegeben werden. Der Vektor `xs` entspricht dabei den gewünschten Werten, an welchen die Splinefunktion ausgewertet werden soll.

```
f = ppval(spline_funktion,xs);
```

### 4.1.2 Werkstücktangente bestimmen

Wie in Kapitel 3.3.1 beschrieben, ist die Information der Werkstücktangente  $\vec{t}_W$  essentiell für die Berechnung der Schleifscheibenkontur. Die softwaretechnische Umset-

---

<sup>3</sup> Vgl. MathWorks, 2018b, Onlinequelle [09.02.2018].

<sup>4</sup> Vgl. ebd., Onlinequelle [09.02.2018].

<sup>5</sup> Vgl. ebd., Onlinequelle [09.02.2018].

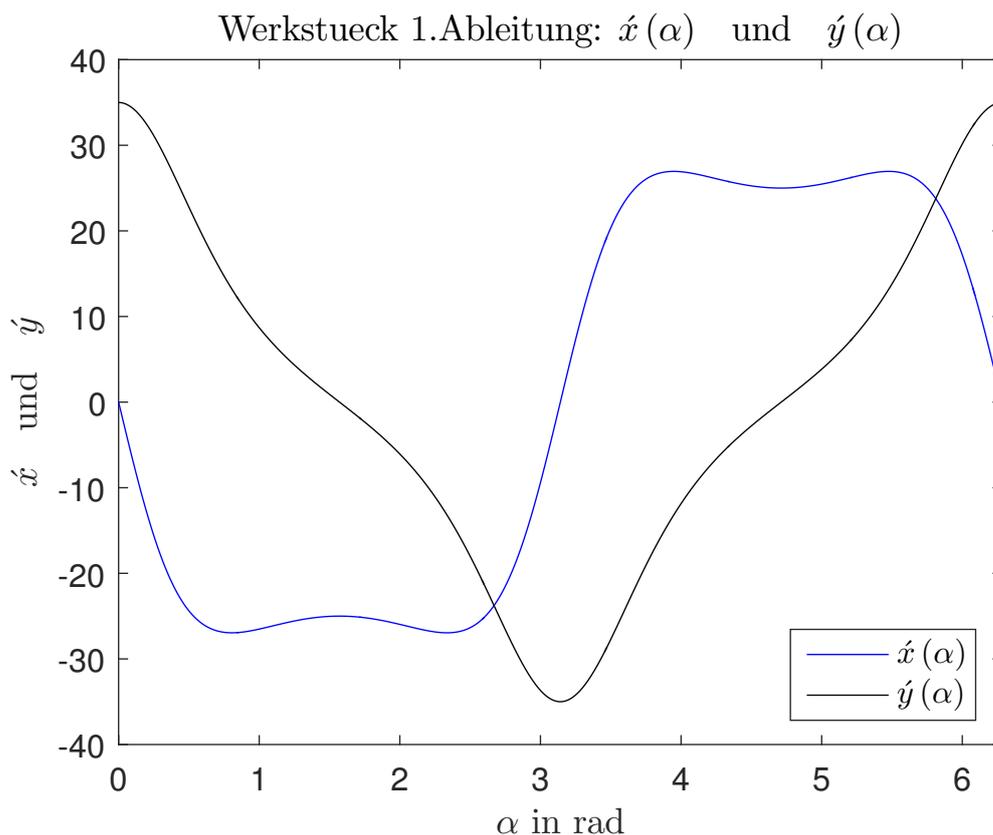
## 4. Berechnungssoftware

zung zur Ermittlung der Tangente wurde in der Unterfunktion `w_tangente_data.m`, sowie in `w_tangente_winkel.m` festgehalten.

Als Grundlage für die Berechnung dienen die beiden Ableitungsfunktionen aus den zuvor ermittelten Splinefunktionen  $x(\alpha)$  und  $y(\alpha)$ . Wiederum bietet MATLAB einen Funktionsbefehl `polyder` an, um die Ableitung eines Polynoms zu bestimmen.

Der Befehl `polyder` liefert die neuen Koeffizienten des abgeleiteten Polynoms. Da es sich bei einem Spline um stückweise Polynome handelt, musste eine Berechnungsroutine gefunden werden, welche jedes einzelne Polynom des Splines nacheinander ableitet und auswertet. Diese Routine ist gesondert in der Unterfunktion `pp_ableitung_routine.m` gespeichert.

Die Funktionswerte der neuen abgeleiteten Kurve können wiederum an entsprechender Stelle mittels `ppval` Befehl festgehalten und infolgedessen auch grafisch dargestellt werden. In der Abbildung 4.6 sind die beiden Ableitungskurven  $\dot{x}(\alpha)$  und  $\dot{y}(\alpha)$  der oben beschriebenen Ellipse (siehe Abb.4.3) dargestellt.



**Abbildung 4.6:** Ableitungsfunktionen der Ellipsegeometrie, Quelle: Eigene Darstellung.

Mit Hilfe der vier Funktionen  $x(\alpha)$ ,  $y(\alpha)$  bzw.  $\dot{x}(\alpha)$  und  $\dot{y}(\alpha)$  ist es möglich, die numerischen Werte einer Tangente an einem bestimmten Punkt der Geometrie zu berechnen. Ein Funktionswert der 1.Ableitung  $\dot{x}(\alpha)$ , entspricht dem Wert der Ände-

## 4. Berechnungssoftware

---

zung des  $x$ -Wertes im gleichen Punkt der  $x(\alpha)$ -Funktion (siehe Gl.4.2). Das Gleiche gilt für die  $y(\alpha)$ -Funktion (siehe Gl.4.3).

$$dx = \dot{x}(\alpha) d\alpha \quad (4.2)$$

$$dy = \dot{y}(\alpha) d\alpha \quad (4.3)$$

Die Werte  $dx$  und  $dy$  entsprechen dabei den Komponenten eines Steigungsdreieckes und können mittels Normierungsbefehl `norm[dx,dy]` zu einem Einheitsvektor verarbeitet werden. Mit den Werten aus den beiden Funktionen  $x(\alpha)$  und  $y(\alpha)$  wird eine entsprechende  $3 \times 3$  Matrize  $M_{evect}(\alpha)$  für die Tangente gebildet (siehe Gl.4.4).

$$M_{evect}(\alpha) = \begin{bmatrix} (x - dx) & x & (x + dx) \\ (y - dy) & y & (y + dy) \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Zu beachten ist, dass sich die berechnete Matrize  $M_{evect}(\alpha)$  auf den Ausgangszustand  $\varphi = 0$  des Werkstückes bezieht (siehe Abb.4.7). Will man beispielsweise die Tangente an einem definierten Punkt und zu einem bestimmten Zeitpunkt, sprich bei einem bestimmten Rotationswinkel  $\varphi$  berechnen, so muss die Matrize  $M_{evect}(\alpha)$  mit einer Rotationsmatrix  $R(\varphi)$  multipliziert werden (siehe Gl.4.5 und Gl.4.6). Die Berechnung der neuen Matrix nach einer Rotation  $\varphi$  ist in der Abbildung 4.8 dargestellt.

$$R(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$M_{evect} = R(\varphi) \cdot M_{evect}(\alpha) \quad (4.6)$$

Die eigentliche Berechnung des Winkels der Tangente  $\vec{t}_W$  erfolgt in der Unterfunktion `w_tangente_winkel.m`. In dieser wird die oben erläuterte Funktion `w_tangente_data.m` aufgerufen und die Matrix  $M_{evect}$  berechnet, welche wiederum an `w_tangente_winkel.m` zurückgegeben wird. Anschließend wird der Winkel mit der unter Kapitel 3.3.4 beschriebenen Funktion `atan2(dy,dx)` bestimmt.

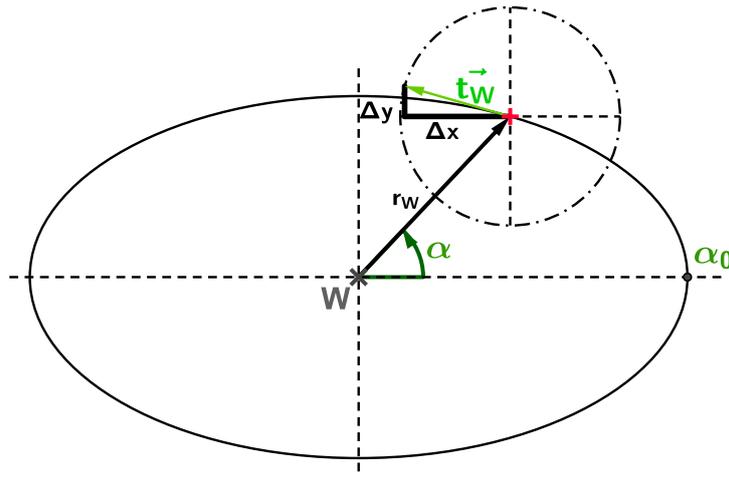


Abbildung 4.7: Prinzipskizze von  $M_{evec}(\alpha)$  bei Ausgangslage  $\varphi = 0$ , Quelle: Eigene Darstellung.

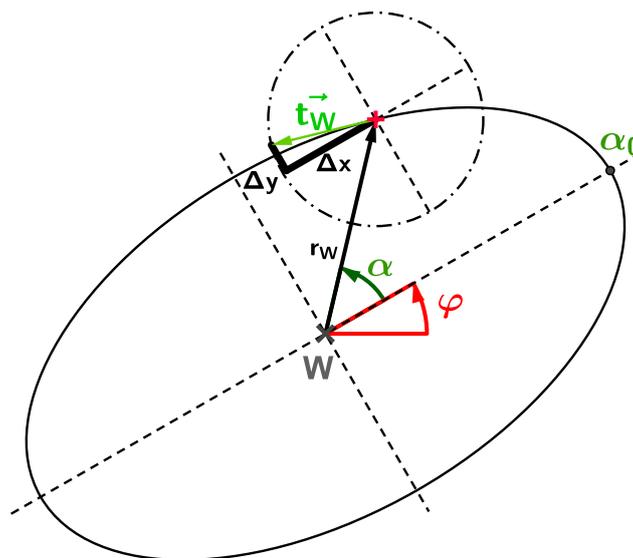


Abbildung 4.8: Prinzipskizze von  $R(\varphi) \cdot M_{evec}(\alpha)$  bei Rotation  $\varphi \neq 0$ , Quelle: Eigene Darstellung.

Bei der Bestimmung der Werkstücktangente ist auf die Bewegungsrichtung beider Wirkpartner im Gegen- oder Gleichlauf zu achten. Wie in den Abbildungen 3.9 und 3.10 zu sehen, ändert die Relativgeschwindigkeit abhängig vom Quadranten ihre Lage und Ausrichtung. Um eine näherungsweise gleiche Richtung der Werkstücktangente und Relativgeschwindigkeit vor Beginn der Berechnung zu garantieren, muss die Tangente in Bezug auf die vorhergesagte Neigung der Relativgeschwindigkeit aus dem vorwärts oder rückwärts gerichteten Punkt der Matrix  $M_{evec}$  berechnet werden (siehe Gl.4.7).

$$M_{evcc} = \begin{bmatrix} (x - dx) & x & (x + dx) \\ (y - dy) & y & (y + dy) \\ \underbrace{1}_{\text{Rückwärtiger Pkt.}} & \underbrace{1}_{\text{Zentraler Pkt.}} & \underbrace{1}_{\text{Vorwärtiger Pkt.}} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Im **Gegenlaufverfahren** sind die Abstände  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  zum **rückwärtigen Punkt** für die Berechnung der Tangente heranzuziehen (siehe Gl.4.8).

$$\Delta x = x - (x - dx) \quad \Delta y = y - (y - dy) \quad (4.8)$$

Im **Gleichlaufverfahren** sind die Abstände  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  zum **vorwärtigen Punkt** zu verwenden (siehe Gl.4.9).

$$\Delta x = (x + dx) - x \quad \Delta y = (y + dy) - y \quad (4.9)$$

Zum besseren Verständnis sind die Einträge aus  $M_{evcc}$  in der Abbildung 4.9 grafisch dargelegt und sollen die zur Berechnung gewählten Punkte noch einmal verdeutlichen.

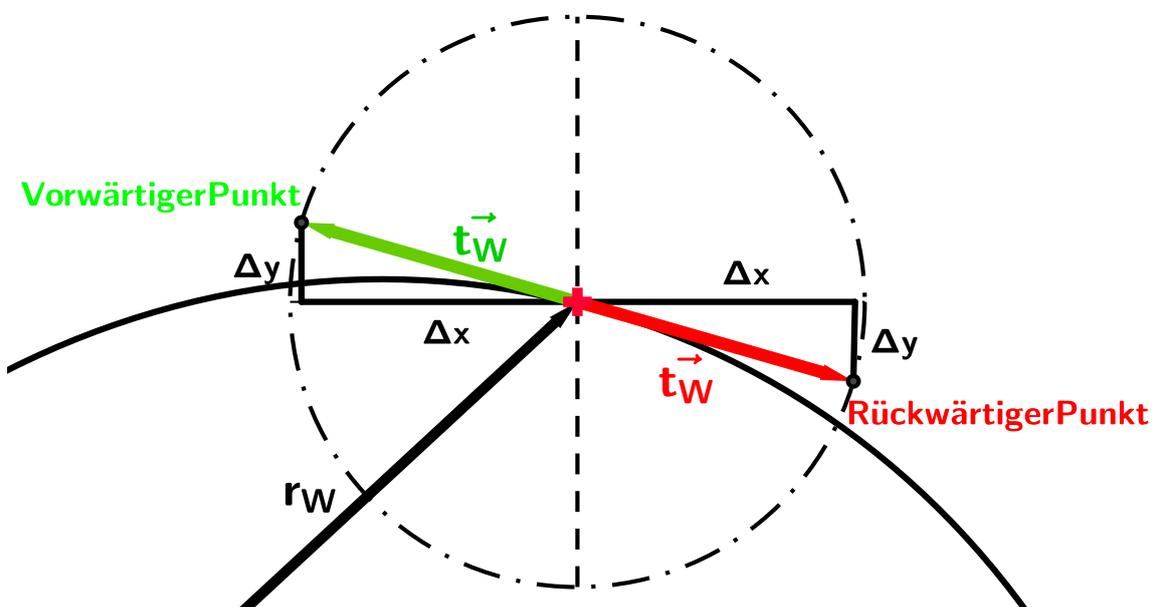


Abbildung 4.9: Prinzipskizze zur Wahl der Richtung von  $\vec{t}_W$  aus  $M_{evcc}$ , Quelle: Eigene Darstellung.

### 4.1.3 Matlab Solver

Wie in Kapitel 3.3.4 beschrieben, muss bei einem bestimmten Rotationswinkel  $\varphi$  jener Winkel  $\alpha$  gefunden werden, bei dem die Werkstücktangente und Relativge-

## 4. Berechnungssoftware

schwindigkeit einen identen Winkel aufweisen. Diese Routine wird mit Hilfe einer Nullstellsuche vollzogen. MATLAB bietet hierfür ebenfalls einen Befehl `fsolve` an. Die Funktion löst numerisch Systeme von nichtlinearen Gleichungen in der Form von  $f(x) = 0$  und MATLAB verwendet hierfür einen *trust-region-dogleg* Algorithmus. Allgemein wird die Funktion `fsolve` in ihrer einfachsten Ausführung wie folgt angewendet.

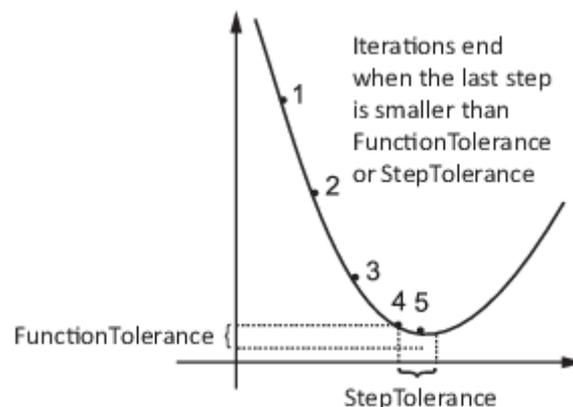
```
x = fsolve(fun, x0);
```

Der Solver startet beim Wert `x0` und versucht in weiterer Folge die Funktion  $\text{fun}(x)=0$  zu lösen. Der Startpunkt `x0` entspricht einem realen Vektor bzw. Matrize. Dieser sollte so nah wie möglich an der Nullstelle liegen.

In der Software wird `fsolve` durch ein function handle, welches sich auf die Unterfunktion `loesung_funkt.m` bezieht, ausgeführt und die Berechnung gestartet. Die Funktion `loesung_funkt.m` ruft dabei wiederum die Unterfunktionen `w_tangente_winkel.m` und `relativ_geschw.m` auf, welche zusammen die beiden Winkel der Werkstücktangente und der Relativgeschwindigkeit ausgeben. Anschließend wird an dieser Stelle der Software, die oben angeführte Gleichung 3.11 ausgeführt.

```
winkel_diff = winkel_tw - winkel_vrel;
```

Der kalkulierte Zahlenwert `winkel_diff` muss unter einem definiertem Fehler liegen, damit der Solver abbricht und eine Lösung ausgibt. Voreingestellter Standard in MATLAB ist ein *FunctionTolerance* Wert von  $1e-6$  (siehe Abb.4.10). Ist die Abweichung des neu berechneten Funktionswertes kleiner als  $1e-6$  zum vorher kalkulierten Funktionswert, bricht der Solver ab und gibt den aktuellen Funktionswert als Lösung aus.



**Abbildung 4.10:** Abbruchkriterium nach  $n$ -Iterationen Quelle: MathWorks, 2018c, Onlinequelle [10.02.2018].

## 4. Berechnungssoftware

Die Wahl des Startpunktes  $x_0$  ist essentiell für das Finden einer Lösung. Bei jedem neuen Rotationswinkel  $\varphi$  startet der Solver erneut seine Berechnung und ein Startpunkt muss abermals initialisiert werden. Bei Nullstellenverfahren kann die Wahl des Startwertes unter Umständen ausschlaggebend für eine korrekte Lösung sein. Speziell konkave Werkstückformen zeigten Anfangs Probleme auf Grund schlecht gewählter Startwerte. Diesem Verhalten konnte mit einer besseren Wahl des Startpunktes  $x_0$  entgegengewirkt werden.

Die Rechenvorschrift für den Startpunkt lautet  $x_0 = -\text{phi}(k) - (1e-10)$ . Der Initialisierungspunkt auf der Lösungsfunktion  $f(x)$  des Solvers soll immer an jener Stelle liegen, dessen Abszissenwert  $-(1e-10)$  beträgt. Umgelegt auf das rotierende Werkstück entspricht dieser Wert jenem Punkt auf der Werkstückkontur, welcher im vierten Quadranten knapp unterhalb der Abszisse liegt (siehe Abb.4.11). Diese Lage bestärkt den Solver, bei gegebenenfalls exakt auf der Abszisse liegenden Lösungen, nicht über die gesamte Werkstückkontur zu iterieren.

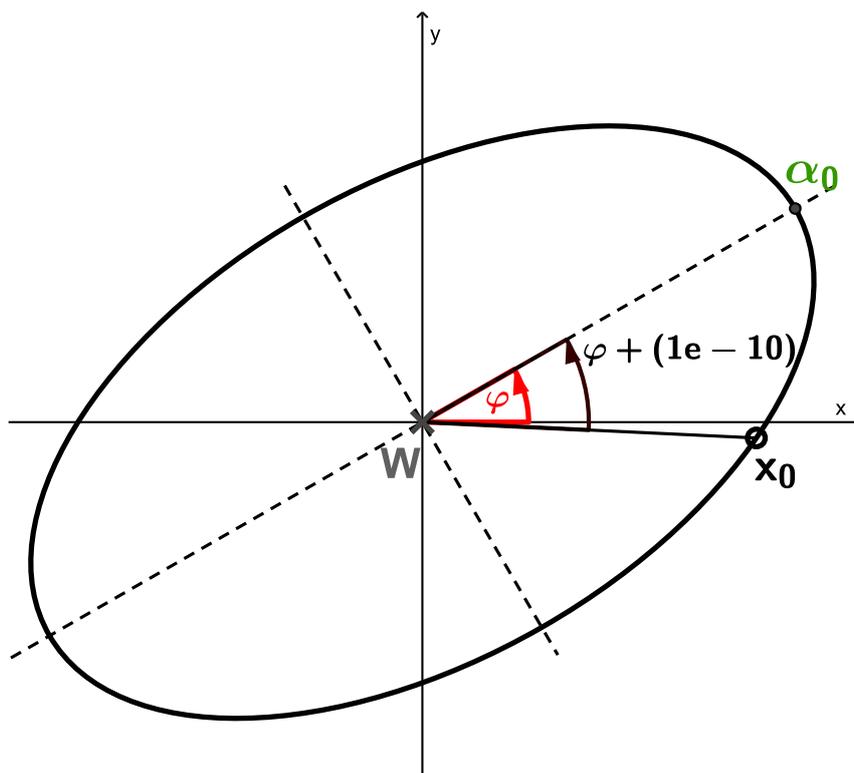


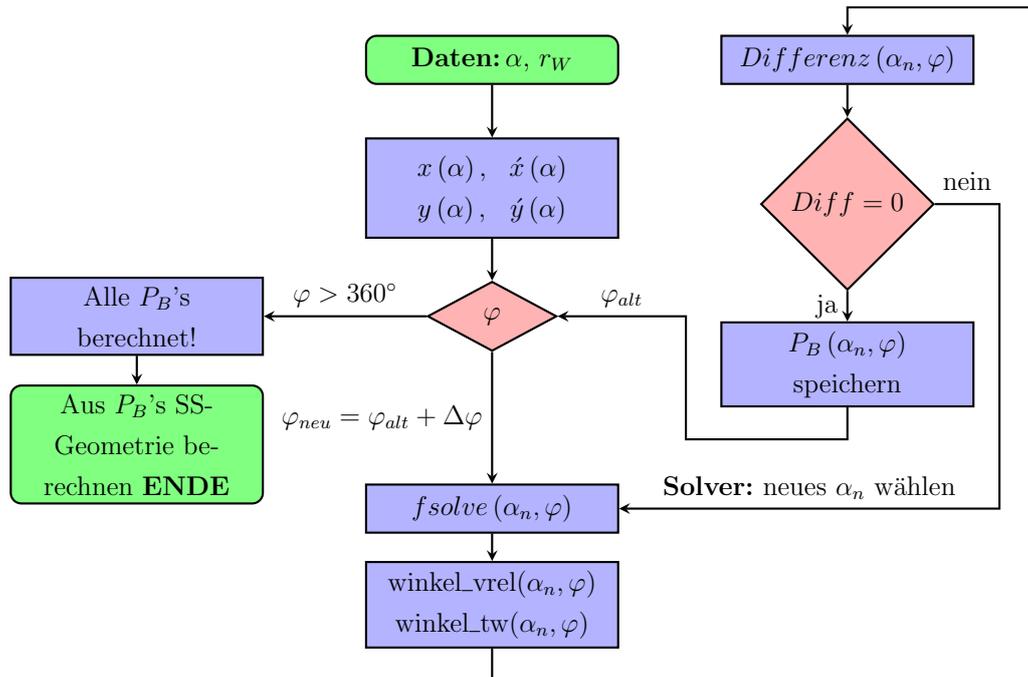
Abbildung 4.11: Wahl des Startpunktes  $x_0$  für Nullstellensuche, Quelle: Eigene Darstellung.

### 4.1.4 Algorithmus

Zusammenfassend kann die Rechenvorschrift der Software in Form eines Flussdiagramms dargestellt werden (siehe Abb.4.12). Der Solver iteriert bis die Differenz

## 4. Berechnungssoftware

$< 1e - 6$  beträgt. Danach wird die berechnete Variable  $\alpha$  in einem Zeilenvektor mit der Größe  $[1 \times (360 : \Delta\varphi) + 1]$  geschrieben und gespeichert. Die Größe dieses Vektors entspricht demnach der Anzahl aller Rotationsschritte des Werkstückes. Der aktuell berechnete Relativwinkel  $\alpha$  wird an jene Stelle des Vektors geschrieben, wie diese der aktuellen Anzahl von Rotationsschrittweiten entspricht. Die Berechnung endet, wenn sich das Werkstück um  $360^\circ$  gedreht hat und wieder in der zu Beginn der Berechnung vorliegenden Ausgangsstellung vorliegt.



**Abbildung 4.12:** Algorithmus zum Berechnen der Schleifscheibenkontur, Quelle: Eigene Darstellung.

Nach einer vollständigen Drehung des Werkstückes sind alle Punkte berechnet. Im nächsten Schritt wird wie in Kapitel 3.3.5 beschrieben, die Schleifscheibe aus den zuvor ermittelten Punkten quasi konstruiert. An dieser Stelle der Software beginnt in weiterer Folge die Berechnung der Abrichtkonturierung der Schleifscheibengeometrie und damit das eigentliche Ziel, mit diesen Informationen eine CNC Abrichtbearbeitung der Schleifscheibe zu realisieren.

## 4.2 Grafische Software

Der in einer Rohfassung geschriebene Algorithmus ist für einen Anwender ferner unzureichend nutzbar. Die Software sollte in letzter Konsequenz als ein Werkzeug

## 4. Berechnungssoftware

---

verstanden und auch dementsprechend eingesetzt werden. Dabei sollte diese einfach anwendbar und in gewisser Weise auch selbsterklärend sein. Im Sinne einer Software bedeutet dies, eine grafische Oberfläche zu schaffen und alle Daten bzw. Informationen dem Nutzer visualisiert aufzubereiten. Die grafische Oberfläche teilt sich in mehrere Gebiete auf (siehe Abb.4.1).

Der Nutzer hat die Möglichkeit mit dem Button **Open Data** die Daten des zu bearbeitenden Werkstückes zu laden. Diese können in Form einer `.dat`, `.txt`, `.csv` oder als `.mat` Datei gespeichert sein. Wichtig ist, dass die Geometriedaten in Polarform vorhanden sind und die Koordinaten des letzten Punktes übereinstimmen mit den Werten im ersten Punkt (siehe Tab.(3.1)). Nachdem die Werkstückdaten geladen wurden, erscheint im unteren Bereich eine Vorschau des zu bearbeiteten Werkstückes. Die notwendigen Eingangsbedingungen sind in den jeweiligen Textfeldern einzutragen. Zudem ist über Häkchen das zu verwendete Verfahren **Gleichlauf** oder **Gegenlauf** auszuwählen. Sind alle diese Voreinstellungen getätigt, kann der Nutzer auf den Button **Berechnung starten!** klicken und die Software beginnt zu rechnen. Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass es nicht möglich ist, die zuvor eingestellten Parameter während der Berechnung zu ändern.

Nachdem die Kalkulation abgeschlossen ist, starten in den zwei rechten Fenstern Animationen, welche den drehzahlsynchronen Schleif und den konventionellen Abrichtprozess der Schleifscheibe zeigen. Für eine bessere Auflösung startet zudem auch eine Nahaufnahme aller Berührungspunkte beim Schleifprozess. Die Geschwindigkeit der Animationen kann durch drei Knöpfe im ganz rechten Panel jederzeit angepasst werden.

Die beiden unteren Plots im mittleren Segment der GUI (siehe Abb.4.1) zeigen zum einen den Betrag der Relativgeschwindigkeit  $v_{REL}$  über eine ganze Rotation  $\varphi [0, 2\pi]$  des Werkstückes und zum Anderen die Abrichtbewegung  $\Delta x_{AB}$  der Schleifscheibe relativ zum Abrichtwerkzeug. Der maximale  $\Delta x_{AB}$  Wert spiegelt dabei immer die größte Differenz zwischen dem maximalen und minimalen Radius des Werkstückes wieder.

Ist das Ergebnis der Kalkulation zufriedenstellend, kann der Anwender durch ein Betätigen der Button **Save-xAB-Data** und **Save-SS-Data** die Ergebnisse in Tabellenform speichern. Das eigentliche Ziel der Berechnung sind die Bewegungsdaten  $x_{AB}$  zum Schaffen der notwendigen Schleifscheibe für ein bestimmtes Werkstück. Die Werte werden zusammen mit dem jeweiligen Rotationswinkel  $\zeta$  der Schleifscheibe beim Abrichten gespeichert. Zusätzlich besteht die Möglichkeit, die errechnete Schleifscheibengeometrie in Form von Polarkoordinaten zu speichern.

#### 4. Berechnungssoftware

---

Ist die Berechnung nicht erfolgreich und keine Lösung gefunden, erscheinen am Bildschirm Nachrichten, welche die Ursache und mögliche Probleme aufzeigen. Darin sind auch Informationen und Tipps enthalten, welche dem Nutzer bei einer erneuten Berechnung eine korrekte Lösung liefern sollten. Trotz einer nicht korrekten Kalkulation werden die Animationen gestartet. Generell können Änderungen an den Eingangsparametern immer nur nach dem Ende der Animationen vorgenommen werden. Ausgenommen sind das Speichern der Daten und die Wahl der Geschwindigkeit.

# 5 Ergebnisse und Lösungen der Software

Da die Software selbst schon als eine Art „Ergebnis“ dieser Arbeit gesehen werden kann, beschäftigt sich dieses Kapitel mehr mit den dahinter stehenden Erkenntnissen dieses Verfahrens aber teilweise auch mit konkreten Lösungen welche die Software bereitstellt.

Durch die Vorgabe weniger Eingangsparameter, lässt sich anhand der Software dementsprechend viel Information über den Schleif- und Abrichtprozess generieren und visualisieren. Diese Information beinhalten vor allem die Kontur der Schleifscheibengeometrie, aber auch Verläufe von Geschwindigkeiten, die Lage und Form aller Berührungspunkte zueinander oder auch Bewegungsabläufe zwischen Schleifscheibe und Diamantabrichtscheibe. Hinzu kommen aber auch Informationen über Grenzen der Berechenbarkeit und Einschränkungen, welche von geometrischer als auch kinematischer Natur sind. Neben allgemeinen Lösungen gibt es auch Fälle, die besondere Charakteristika aufweisen und daher einer eigenen Begutachtung bedürfen. Auch diese sollen in diesem Kapitel ihren Platz finden und diskutiert werden.

## 5.1 Geometrische und Kinematische Randbedingungen

Neben der Erstellung einer Software für das DSUS galt es auch die Grundlagen der Kinematik und damit einhergehende Zusammenhänge verstehen zu lernen. Damit die Beschreibung und Durchführung der Berechnung leichter verifizierbar ist, mussten zuvor einige Definitionen getroffen werden. Die festgelegten Konventionen lauten wie folgt:

Die Rotationsachsen beider Wirkungspartner sind zueinander parallel ausgerichtet. Die zu berechnende Schleifscheibenkontur bezieht sich auf das Endmaß des zu fertigenden Werkstückes. Das globale Koordinatensystem hat seinen Ursprung in der Drehachse des Werkstückes und seine Abszisse fällt mit der Achse beider Wirk-

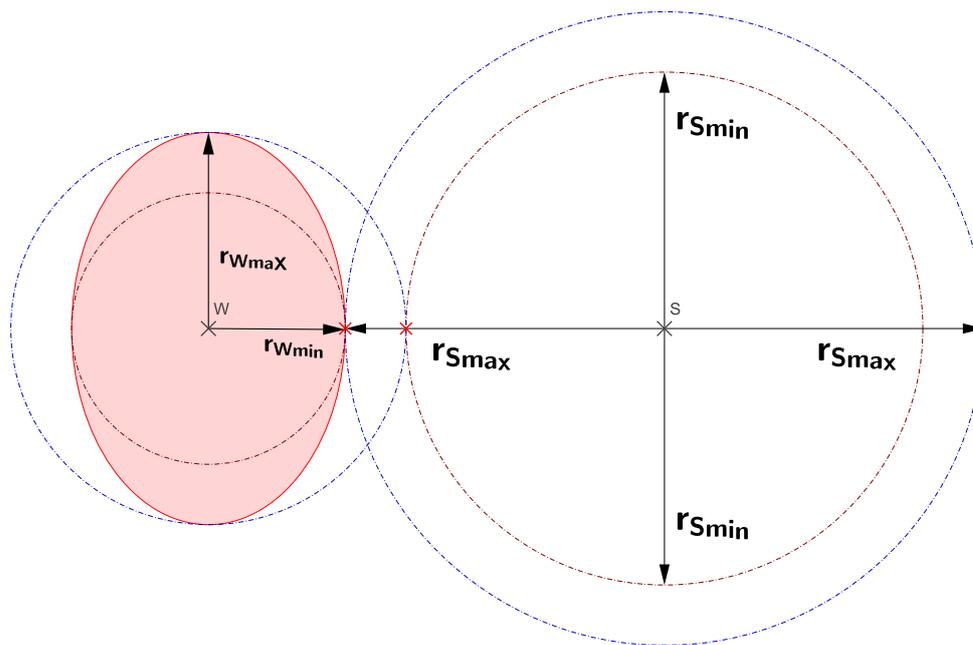
partner zusammen. Der Mittelpunkt der Schleifscheibe liegt damit in Richtung der positiven Abszissenachse. Sein Abstand zum Koordinatenursprung beträgt dem zu wählenden Achsabstand beider Wirkungspartner. Weiters gilt die Definition, dass die Drehrichtung des Werkstückes immer dem positiven mathematischen Drehsinn entspricht. Nur die Schleifscheibe verändert abhängig vom Fertigungsverfahren ihren Drehsinn. Es wird zudem angenommen, dass der Betrag der Schleifscheibenumfangsgeschwindigkeit in jedem Berührungspunkt größer ist als die des Werkstückes  $v_S > v_W$ .

Das drehzahlsynchrone Unrundscheifen ist an einige geometrische als auch kinematische Randbedingungen geknüpft. Diese Bedingungen und Verfahrensgrenzen stecken die Möglichkeiten einer Bearbeitung in engen Korridoren ab und helfen dabei die Machbarkeit eines Verfahrens objektiv zu bewerten. Diese Bedingungen werden hier nacheinander angeführt und erläutert.

- Als wichtiger Eingangsparameter gilt der Achsabstand beider Wirkungspartner. Die Drehachse der Schleifscheibe darf zu keinem Zeitpunkt innerhalb der Werkstückkontur liegen. Ausgehend von einer rein theoretischen Betrachtungsweise, muss der Achsabstand der Ungleichung 5.1 genügen.

$$\text{Achse} > r_{W_{max}} \quad (5.1)$$

- Allgemein unterliegt die Geometrie der zu berechnenden Schleifscheibe gewissen Grenzen. So zeigt sich, dass die Kontur der Schleifscheibe nur in einer gewissen radialen Grenze schwanken darf. Abhängig vom gewählten Achsabstand und den vorgegeben minimalen  $r_{W_{min}}$  und maximalen Radien  $r_{W_{max}}$  des Werkstückes gelten schon mindestens zwei Punkte der Schleifscheibe als bekannt. Alle folgenden Konturpunkte der Schleifscheibe liegen zwischen diesen beiden Extrema, wobei deren gemeinsame Berührungspunkte direkt auf der Verbindungsachse beider Wirkungspartner liegen. Die Abbildung 5.1 soll diese geometrische Grenzen noch einmal verdeutlichen.



**Abbildung 5.1:** Geometrische Einschränkung der Schleifscheibenkontur, Quelle: Eigene Darstellung.

Blickt man wiederum auf die Abbildung 5.1, so ist zudem eine Vorhersage für alle auftretenden Berührungspunkte möglich. Die beiden größten Wälzkreise der jeweiligen Wirkpartner bilden zusammen eine Schnittmenge. Nur auf bzw. innerhalb dieser linsenförmigen Schnittmenge können alle Berührungspunkte existieren. Dieses Verhalten kann für einen effizienteren Durchlauf der Iteration herangezogen werden. Dem Solver muss hierfür das Berechnungsintervall in Form zweier Winkel als Randbedingung mitgegeben werden. Das zwingt den Solver nur in dem oben beschriebenen Bereich nach einer Lösung zu suchen und die Berechnungszeit auf ein Minimum zu reduzieren.

- Um eine Konturübertragung im Berührungspunkt zu ermöglichen, muss die Relativgeschwindigkeit  $v_{REL}$  zu jedem Zeitpunkt größer als Null sein. Im Fall, dass  $v_{REL}$  gegen Null geht, konvergiert die Werkstücktangente  $\vec{t}_W$  im Berührungspunkt (siehe Gl.3.7) ebenfalls gegen Null. Infolgedessen konvergiert auch der Normalenvektor der Werkstücktangente gegen Null. Dieser Umstand entspricht einer unendlich großen Krümmung im Berührungspunkt und damit einer spitzen, punktförmigen Kontur im Werkstück. Daraus lässt sich im Umkehrschluss ableiten, dass spitze Elemente mit unendlich großer Krümmung nicht fertigbar sind.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Vgl. Spur und Eichhorn, 1997, S.248.

Um sicherstellen zu können, dass in allen Berührungspunkten die Relativgeschwindigkeit größer als Null ist, müssen gewisse Bedingungen berücksichtigt und eingehalten werden. Die Gefahr einer zu Null konvergierenden Relativgeschwindigkeit ist wie im Unterabschnitt 5.2.4 beschrieben, mehr im Gleichlaufverfahren gegeben. Hier ist die minimalste Relativgeschwindigkeit im Berührungspunkt mit dem größten Werkstückradius  $r_{W_{max}}$  zu finden. An dieser Stelle muss überprüft werden ob die Relativgeschwindigkeit zu Null konvergiert. Ist die unten angeführte Ungleichung 5.2 für das Gleichlaufverfahren erfüllt, so kann für jeden Punkt eine von Null verschiedene Relativgeschwindigkeit garantiert werden.

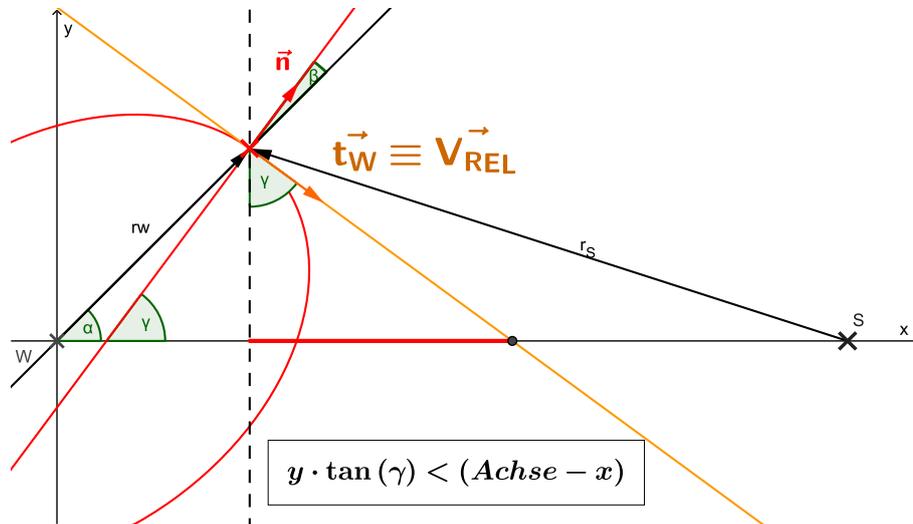
$$\begin{aligned}
 & \text{für } v_S > v_W \text{ gilt :} \\
 & v_S(r_{S_{min}}) - v_W(r_{W_{max}}) > 0 \\
 & \omega_S \cdot r_{S_{min}} - \omega_W \cdot r_{W_{max}} > 0 \\
 & \cancel{\omega_S} \cdot r_{S_{min}} - \cancel{\omega_S} \cdot |i_V| \cdot r_{W_{max}} > 0 \\
 & \underbrace{r_{S_{min}}}_{(Achse - r_{W_{max}})} - |i_V| \cdot r_{W_{max}} > 0 \\
 & Achse - r_{W_{max}} \cdot (|i_V| + 1) > 0 \\
 & \frac{Achse}{r_{W_{max}}} - 1 > |i_V| \tag{5.2}
 \end{aligned}$$

Vom technologischen Standpunkt aus genügt eine von Null verschiedene Relativgeschwindigkeit meist nicht, um ein positives Schleifergebnis zu erhalten. Um die Prozesskräfte gering zu halten, muss eine Mindestschnittgeschwindigkeit implementiert werden. Bei einer Unterschreitung steigt die Druckbeanspruchung im Korningriff stärker an und die Schleifleistung nimmt ab. Diese Gefahr ist wiederum mehr im Gleichlaufverfahren gegeben, weshalb hier erneut der Punkt mit dem maximalen Werkstückradius  $r_{W_{max}}$  zu kontrollieren ist (siehe Gl.5.3). Es gilt hierfür wiederum die Bedingung  $v_S > v_W$ , wobei  $v_{C_{min}}$  der Mindestrelativgeschwindigkeit zwischen den Wirkpartnern entspricht und die Drehzahlen als positive reelle Zahlen einzusetzen sind.

$$\begin{aligned}
 & \frac{v_{C_{min}} + v_{W_{max}}}{v_{S_{min}}} \leq 1 \\
 & \frac{v_{C_{min}} + 2\pi \cdot n_W \cdot r_{W_{max}}}{2\pi \cdot n_S \cdot \underbrace{(Achse - r_{W_{max}})}_{r_{S_{min}}}} \leq 1 \tag{5.3}
 \end{aligned}$$

## 5. Ergebnisse und Lösungen der Software

- Eine weitere Verfahrensgrenze betrifft den Relativwinkel bzw. Berührungswinkel  $\alpha$ . Diese geometrische Grenze soll anhand der Abbildung 5.2 beschrieben werden.



**Abbildung 5.2:** Verfahrensgrenze bei Berührungswinkel  $\alpha$  kontrollieren, Quelle: In Anlehnung an Spur und Eichhorn, 1997, S. 245.

Der Winkel  $\alpha$  kann nur existieren, wenn der Normalenvektor  $\vec{n}$  im Berührungspunkt nicht zusammenfällt mit der Radialen  $r_W$  des Werkstückes im gleichen Punkt. Trifft dieser Umstand nicht zu, so befindet sich der Berührungspunkt exakt auf der Verbindungsachse beider Wirkungspartner und  $\alpha$  muss zwangsläufig Null sein. Existiert der Winkel  $\alpha$ , so ergibt sich ein Konturwinkel  $\beta$ . Der Winkel  $\beta$  definiert sich als Einschluss zwischen dem Normalenvektor  $\vec{n}$  und der Verlängerung der Werkstückradialen  $r_W$ . In Abbildung 5.2 ist zudem der Winkel  $\gamma$  zu erkennen, dessen Größe durch die Summe von  $\alpha$  und  $\beta$  gekennzeichnet ist (siehe Gl.5.4).

$$\gamma = \alpha + \beta \quad (5.4)$$

Die Konturtangente  $\vec{t}_W$  steht immer senkrecht zum Normalenvektor und damit ebenfalls senkrecht auf die verlängerte Gerade, welche den Winkel  $\gamma$  mit der Verbindungsachse einschließt. Im Berührungspunkt gilt wiederum die Bedingung nach Gleichung 3.10. Gemeinsam mit dem Winkel  $\gamma$  lässt sich davon auf folgenden Zusammenhang schließen (siehe Gl.5.5).

$$\text{für } \beta < 90^\circ : \tan(\gamma) = \frac{v_{RELx}}{v_{RELy}} = \frac{\text{Achse} - x}{y} \quad (5.5)$$

$$y \cdot \tan(\gamma) < (\text{Achse} - x) \quad (5.6)$$

Der  $y$ -Wert entspricht der Ordinate des aktuellen zu überprüfenden Berührungspunktes, ähnlich der  $x$ -Wert. Tritt die obere Bedingung (siehe Gl.5.6) nicht ein, so schneidet die Wirkungslinie der Relativgeschwindigkeit im Berührungspunkt erst die Abszissenachse hinter dem Drehpunkt der Schleifscheibe. Ein Schleifen ist unter diesen Bedingungen nicht möglich, da sich die Schleifscheibe quasi selbst „hinter schneiden“ würde. Diese Bedingung muss für jedes Drehzahlverhältnis kontrolliert werden.<sup>2</sup>

- Eine Vereinfachung des Rechenalgorithmus kann durch eine Ausnutzung vorhandener Symmetrien und Periodizitäten der Werkstückkontur erreicht werden. Das Werkstück muss drehsymmetrisch sein. Ist der Anteil gleicher Konturelemente am gesamten Umfang des Werkstückes ident mit ihrem Rotationsmuster, so kann die Iteration ebenfalls auf deren Anteil an der Gesamtwerkstückkontur beschränkt sein (siehe Gl.5.7). Um eine vollständige Lösung für die gesamte Werkstückgeometrie zu erhalten, muss die berechnete Teilkontur entsprechend multipliziert werden. Bei einer rotationssymmetrischen Ellipse ist dem folgend eine Iteration über die halbe Werkstückgeometrie ausreichend. Im Fall einer rotationssymmetrischen quadratischen Figur reicht ein Viertel der Gesamtgeometrie, um eine vollständige Lösung zu generieren.

$$\frac{360^\circ}{\text{Anzahl gleicher Konturelemente}} = \text{Periodizität in } ^\circ \quad (5.7)$$

## 5.2 Berechnete Schleifscheibenkonturen

In diesem Unterkapitel sollen die verschiedenen Verfahren miteinander verglichen werden. Eine Diskussion über die Lösungen der Software ist dabei nur möglich, wenn man sich auf ein bestimmtes Werkstück bezieht. Hierfür wurde eine im Schwerpunkt rotierende Ellipse als Werkstück herangezogen. Um eine aufschlussreiche Aussage zu generieren, war es zweckdienlich, die verschiedenen Eingangs und Randbedingungen zum Lösen der jeweiligen Probleme ident beizubehalten und nur zwischen Gleich- oder Gegenlauf zu unterscheiden.

### 5.2.1 Sonderfall Gleich- und Gegenlauf, konzentrisches Werkstück

Die Bearbeitung eines konzentrischen Werkstückes kann als Spezialfall des DSUS betrachtet werden. Am Beispiel eines kreisrunden Werkstückes lassen sich eben-

---

<sup>2</sup> Vgl. Spur und Eichhorn, 1993, S.185 f.

## 5. Ergebnisse und Lösungen der Software

so alle Methoden zur Findung einer korrekten Schleifscheibengeometrie anwenden. Aus diesem Grund diente dieser Fall besonders als Verifizierung und Evaluierung der Software. Von der bekannten Lösung abweichende Berechnungen, konnten so leicht und zuverlässig erkannt und dementsprechende Handlungen gesetzt werden. Die Abbildung 5.3 zeigt die Lösung für ein kreisrundes Werkstück.

Alle Berührungspunkte münden in einem einzigen Punkt. Die Eingangsparameter wie Drehzahlverhältnis, Drehsinn oder in gewissen Grenzen auch der Achsabstand haben hier keinen Einfluss auf die zu berechnende Kontur der Schleifscheibe. Das Ergebnis ist immer das Gleiche und entspricht ebenfalls einer kreisrunden Geometrie der Schleifscheibe.

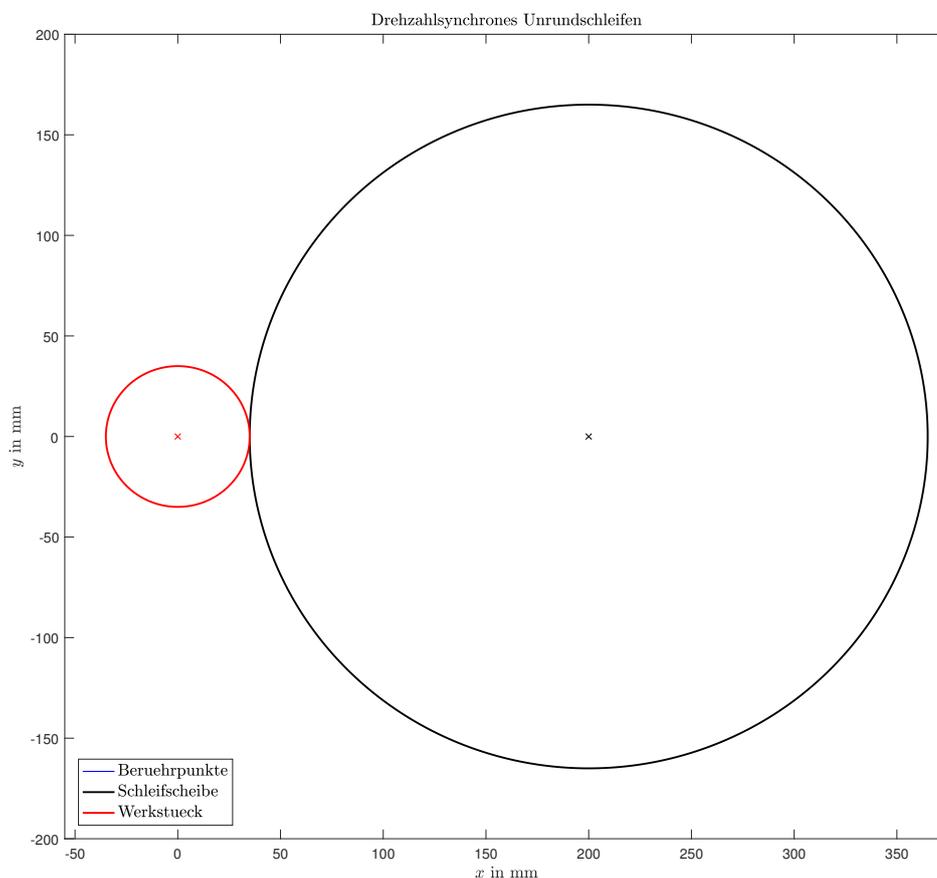


Abbildung 5.3: Schleifscheibenkontur bei GGL,  $i_V = 3$  u. konzentrischem Werkstück, Quelle: Eigene Darstellung.

### 5.2.2 Sonderfall Gegenlauf, $i_V=1$ , konvexes Werkstück

Wie im Abschnitt 3.3.3 kurz angedeutet, ist die Relativgeschwindigkeit  $\overrightarrow{v_{REL}}$  im Gleichlauf und bei einem Drehzahlverhältnis von Eins stets senkrecht auf die Verbindungsachse beider Wirkungspartner gerichtet. Ausgehend von einer kinematischen Beobachtung mit der Software GEOGEBRA und der anschließenden Annahme nach Gleichung 3.9 konnte hiervon auf den senkrechten Abstand des Berührungspunktes  $P_B$  zur Verbindungsachse geschlossen werden. Der Beweis, dass Gleichung 3.9 gültig ist, wird unter Gleichung 5.8 angeführt.

$$\begin{aligned}
 \omega_W &= \omega_S \cdot i_V \\
 v_{W_X} &= v_{S_X} \cdot i_V \\
 v_W \cdot \sin(\delta) &= v_S \cdot \sin(\varepsilon) \cdot i_V \\
 r_W \cdot \underbrace{\omega_W}_{\omega_S \cdot i_V} \cdot \sin(\delta) &= r_S \cdot \omega_S \cdot \sin(\varepsilon) \cdot i_V \\
 r_W \cdot \cancel{\omega_S} \cdot \cancel{i_V} \cdot \sin(\delta) &= r_S \cdot \cancel{\omega_S} \cdot \sin(\varepsilon) \cdot \cancel{i_V} \\
 r_W \cdot \sin(\delta) &= r_S \cdot \sin(\varepsilon) \tag{5.8}
 \end{aligned}$$

Die Gleichung  $r_W \cdot \sin(\delta) = r_S \cdot \sin(\varepsilon)$  entspricht demnach den Ordinaten beider Wirkpartner im gemeinsamen Berührungspunkt  $P_B$ . Da diese beiden Werte im gemeinsamen Berührungspunkt vom Prinzip her gleich sind, ist dem folgend die oben angeführte Annahme  $v_{W_X} = v_{S_X} \cdot i_V$  gültig und bewiesen. Nachfolgend ist dieser Zusammenhang nochmals in der Abbildung 5.4 dargestellt.

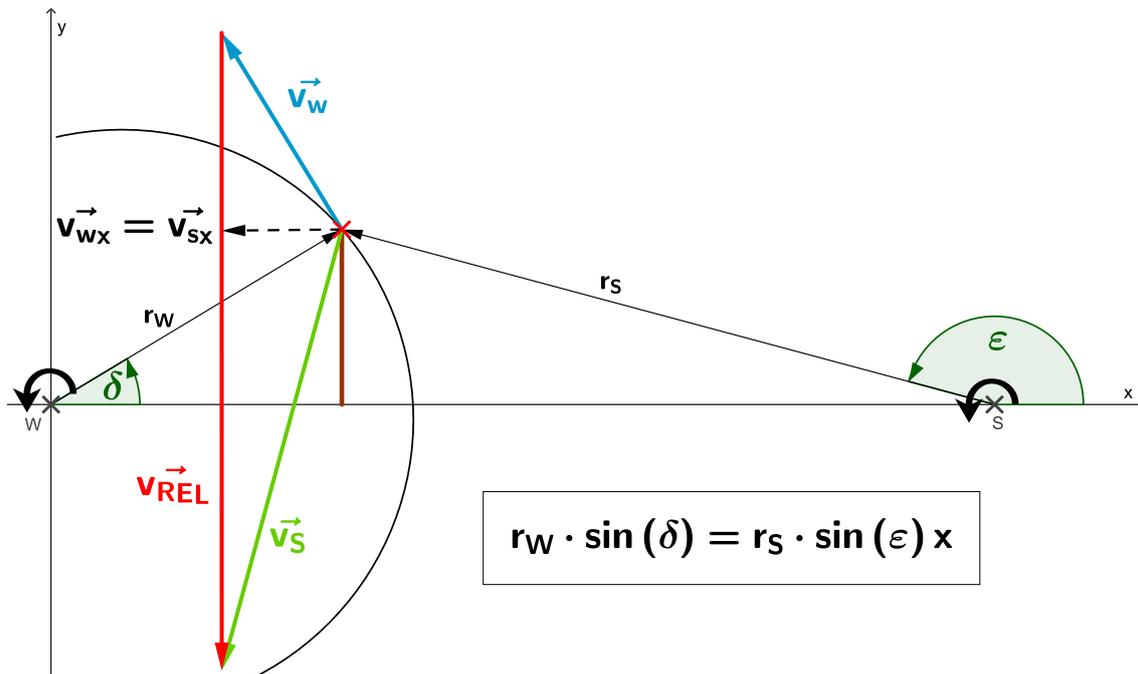


Abbildung 5.4: Geometrischer Zh. zwischen  $v_{Sx}$  und  $v_{Wx}$ , Quelle: Eigene Darstellung.

Das bedeutet im **Gegenlaufverfahren** mit  $i_V = +1$  sind die beiden  $x$ -Komponenten stets gleich und ident (siehe Gl.5.9).

$$v_{Wx} = v_{Sx} \quad (5.9)$$

Daraus folgend beinhaltet der Vektor der Relativgeschwindigkeit  $\vec{v}_{REL}$  keine Komponente in  $x$ -Richtung und weist demnach nur einen Betrag in  $y$ -Richtung auf. Umgelegt auf ein kartesisches Koordinatensystem bedeutet dies einen stets senkrecht gerichteten Relativvektor  $\vec{v}_{REL}$ , unabhängig von der allgemeinen Lage des Punktes  $P_B$  im Koordinatensystem. Da für einen Berührungspunkt die Gleichung 3.10 gelten muss und der Relativgeschwindigkeitsvektor stets senkrecht auf die Verbindungsachse gerichtet ist, muss im Berührungspunkt auch  $\vec{t}_W$  senkrecht platziert sein. Demnach sind für diesen Fall auch nur konvexe Formen und keine geraden, ebenen Flanken herstellbar.

Dabei tritt eine weitere Besonderheit dieses Verfahrens zu Tage. Die Relativgeschwindigkeit ist uneingeschränkt der globalen Lage des Berührungspunktes stets konstant groß (siehe Abb.5.5).

## 5. Ergebnisse und Lösungen der Software

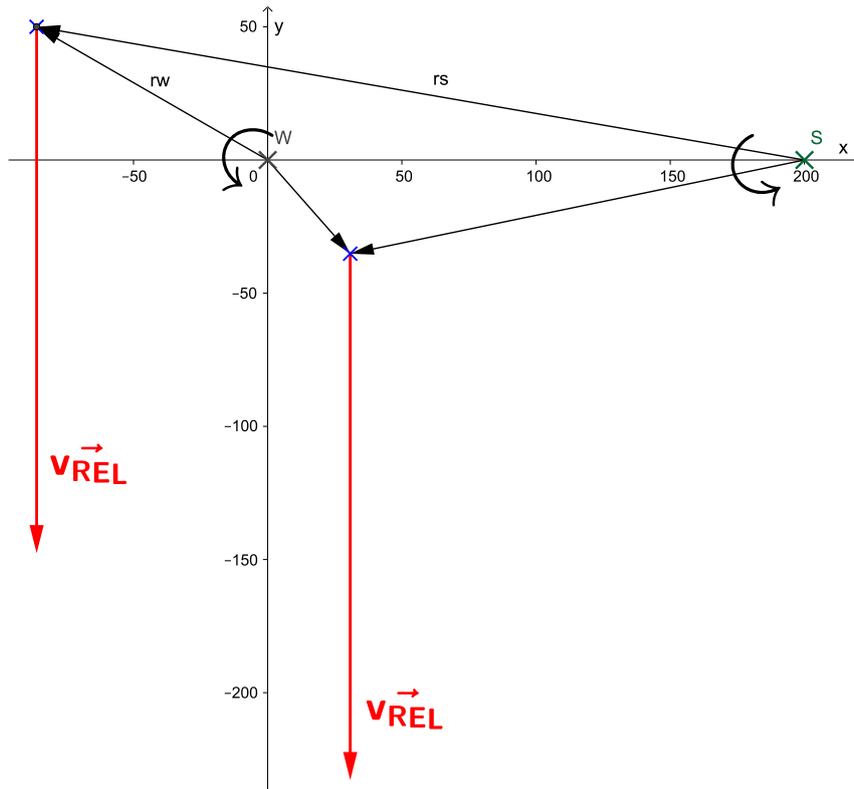
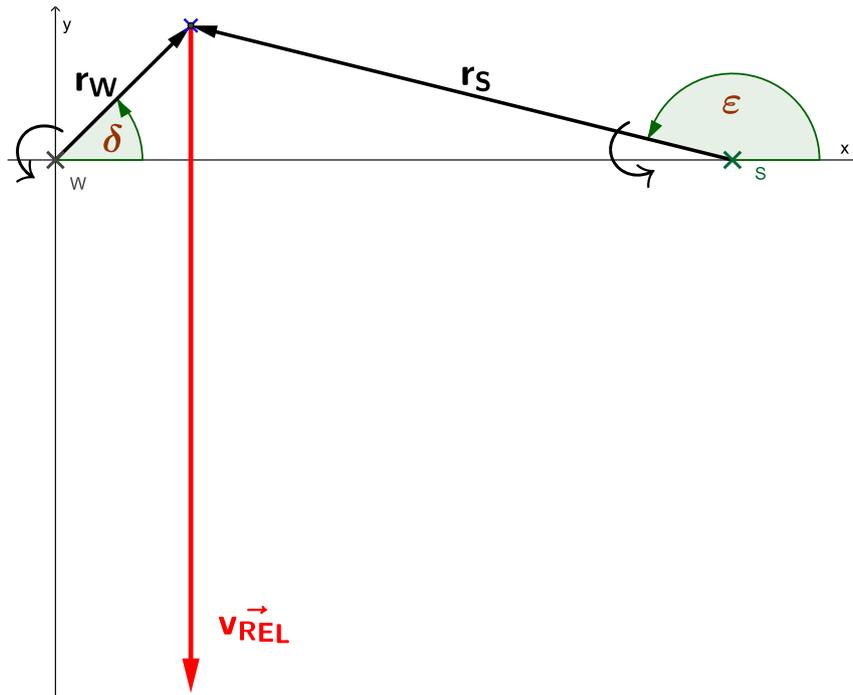


Abbildung 5.5: Konstant große  $|\vec{v}_{REL}|$  bei GGL,  $i_V = 1$ , Quelle: Eigene Darstellung.

Da bei einem Drehzahlverhältnis von Eins beide Winkelgeschwindigkeiten gleich sind, sind die  $y$ -Geschwindigkeiten proportional zum jeweiligen Radius und dem entsprechenden Cosinus (siehe Gl.5.10 und Abb.5.6).

$$\begin{aligned}
 v_{W_Y} &= r_w \cdot \cos(\delta) \cdot \omega_W \quad \sim r_w \cdot \cos(\delta) \\
 v_{S_Y} &= r_S \cdot \cos(\varepsilon) \cdot \omega_S \quad \sim r_S \cdot \cos(\varepsilon)
 \end{aligned}
 \tag{5.10}$$



**Abbildung 5.6:**  $|\vec{v}_{REL}|$  ist proportional zum Achsabstand bei **GGL**,  $i_V = 1$ , Quelle: Eigene Darstellung.

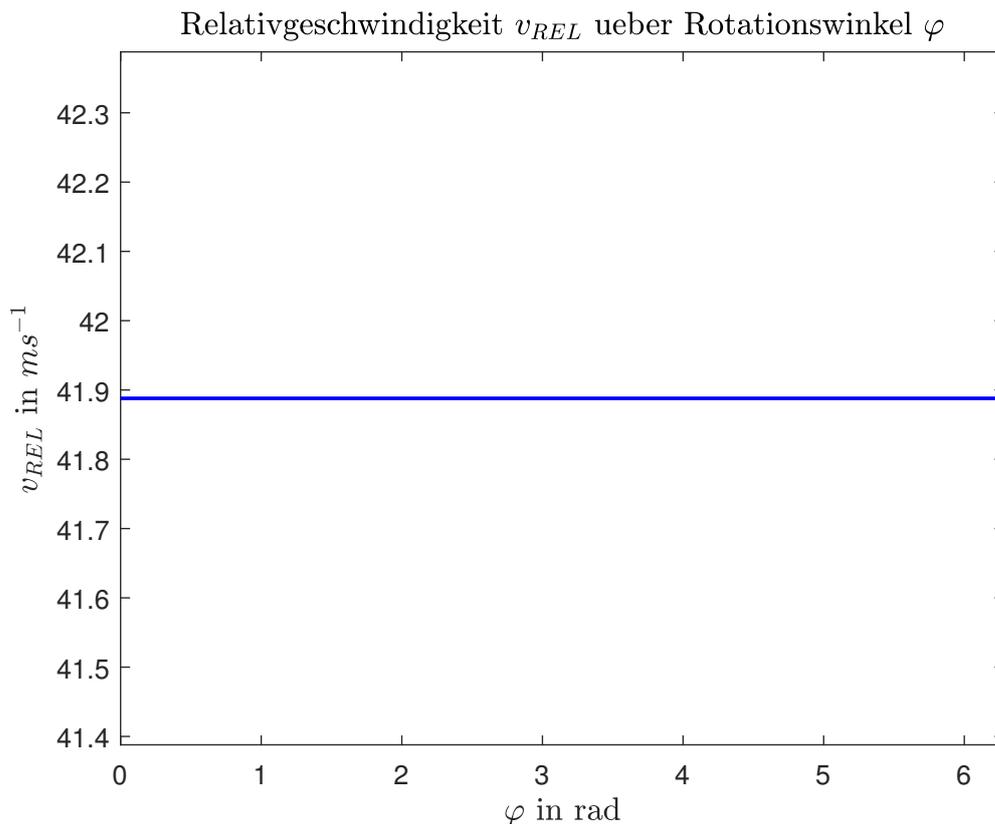
Laut Gleichung 3.5 berechnet sich die Relativgeschwindigkeit wie folgt nach Gleichung 5.11. Dabei wird ersichtlich, dass nach einer Subtraktion der beiden  $y$ -Komponenten der Betrag der Relativgeschwindigkeit proportional groß zum Achsabstand beider Wirkpartner ist (siehe Gl.5.13).

$$\vec{v}_{REL} = \begin{bmatrix} v_{RELX} \\ v_{RELY} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{SX} \\ v_{SY} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} v_{WX} \\ v_{WY} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ v_{SY} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ v_{WY} \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

$$v_{RELY} \sim r_S \cdot \cos(\varepsilon) - r_w \cdot \cos(\delta) \sim \text{Achsabstand} \quad (5.12)$$

$$|\vec{v}_{REL}| \sim \text{Achsabstand} \quad (5.13)$$

In der Abbildung 5.7 ist der Verlauf der Relativgeschwindigkeit zu sehen, welche die Software für ein wahlweises Werkstück berechnet hat. Die Relativgeschwindigkeit ist über die gesamte Rotation  $\varphi$  des Werkstückes konstant.



**Abbildung 5.7:** Verlauf der Relativgeschwindigkeit bei **GGL**,  $i_V = 1$ , Quelle: Eigene Darstellung.

Der Achsabstand dient neben seiner Beziehung zur Relativgeschwindigkeit auch als wichtiger Indikator für die Durchführbarkeit dieses speziellen Verfahrens. Die Kontur des konvexen Werkstückes beinhaltet eine minimale Krümmung  $\kappa_{min}$  und damit einen maximalen Krümmungsradius  $\rho_{max}$ . Um das Werkstück auch tatsächlich fertigen zu können, muss der zu wählende Achsabstand immer größer als der maximale Krümmungsradius des Werkstückes sein (siehe Gl.5.14). Bei Nichteinhaltung entstehen an der Schleifscheibenkontur Unstetigkeitsstellen in Form von Ecken.<sup>3</sup>

$$\frac{1}{\kappa_{min}} = \rho_{max} < \text{Achsabstand} \quad (5.14)$$

Das hat zur Folge, dass die Bearbeitung gerader Flanken mit einem gegen unendlich konvergierenden Krümmungsradius einen ebenso unendlichen Achsabstand der Wirkpartner benötigt (siehe Gl.5.15).

$$\rho_{max} \rightarrow \infty \implies \text{Achsabstand} \rightarrow \infty \quad (5.15)$$

---

<sup>3</sup> Vgl. Spur und Eichhorn, 1993, S.184.

## 5. Ergebnisse und Lösungen der Software

---

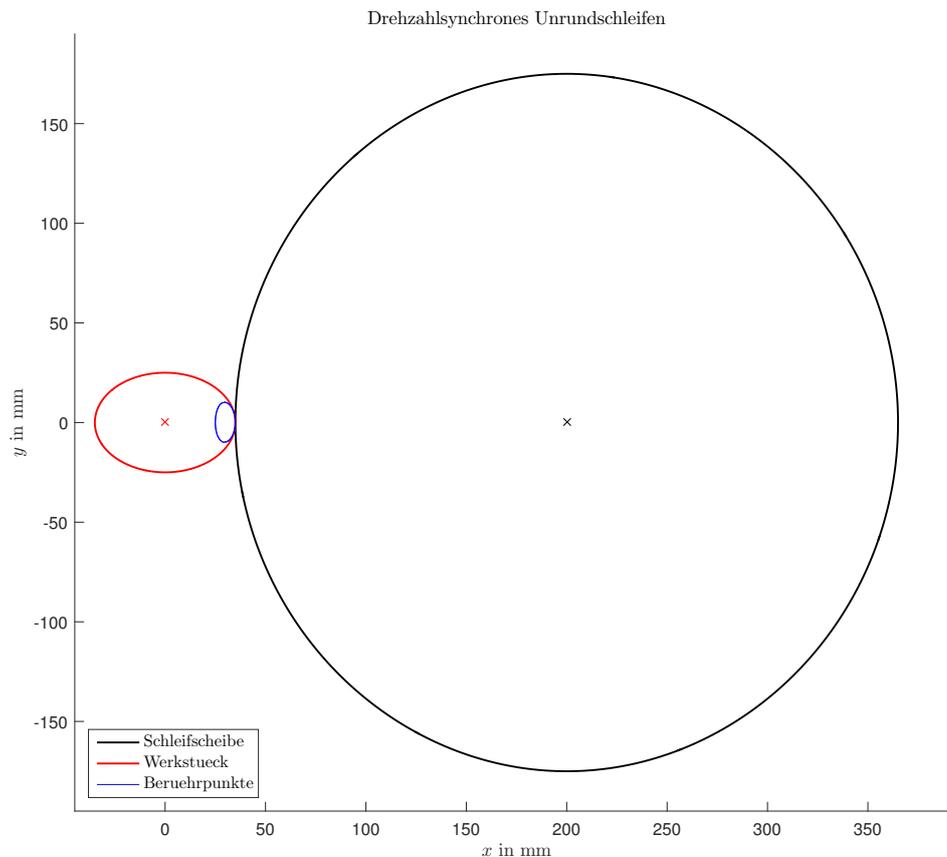
Ein großer Nachteil bei diesem Verfahren liegt in der nicht symmetrischen Geometrie der berechneten Schleifscheibe. Auf Grund dessen und der meist stark ausgeprägten Masse von Schleifscheiben können hier sehr große Zentrifugalkräfte entstehen. Diese gilt es durch geeignete Maßnahmen klein zu halten.

Der gesuchte Berührungspunkt muss nach Gleichung 3.9 jener sein, dessen Tangente ebenfalls senkrecht und normal auf die gemeinsame Verbindungsgerade beider Wirkungspartner liegt. Ausgehend von der Konvention, die Schleifscheibe sei in Richtung der positiven Abszisse vom Werkstück positioniert, muss ein Berührungspunkt im ersten und vierten Quadranten des Werkstückes liegen.

In diesem Fall muss jener Konturpunkt gewählt werden, dessen Abszissenwert einem Maximum gegenüber allen anderen Konturpunkten entspricht  $x(P_W) = \max$ . Umgelegt auf eine Funktion, welche die  $x$ -Koordinate eines jeden Punktes beschreibt, ist jener Punkt zu bestimmen, dessen Funktionswert größer als Null ist und gleichzeitig eine globale Extremstelle aufweist (siehe Gl.5.16). Diese Berechnungsmethode lässt sich bei rein konvexen Werkstücken anwenden. Hier ist die  $x$ -Funktion vor der Extremstelle streng monoton steigend und danach wieder streng monoton fallend.

$$\begin{aligned}x(\alpha, \varphi) &> 0 \\ \dot{x}(\alpha, \varphi) &= 0\end{aligned}\tag{5.16}$$

Mit einem Tabellenkalkulationsprogramm ist es folglich schon möglich, ohne großen mathematischen Aufwand den gesuchten Werkstückkonturpunkt zu finden. Beispielsweise kann mit Hilfe einer entsprechenden `max()` Suchfunktion, der größte  $x$ -Wert ausgelesen und daraus der entsprechende Punkt identifiziert werden. Aus diesem Grund ist dieses Verfahren als speziell zu bezeichnen und macht es besonders für konventionelle und einfache Berechnungssoftware attraktiv. Die Abbildung 5.8 zeigt als Beispiel für dieses Verfahren eine Schleifscheibe mit einem elliptischen Werkstück.



**Abbildung 5.8:** Schleifscheibenkontur bei **GGL**,  $i_V = 1$  u. elliptischem Werkstück, Quelle: Eigene Darstellung.

### 5.2.3 Gegenlauf, $i_V > 1$

Allgemein ist ein Gegenlaufverfahren aus technologischen Gründen immer einem Gleichlaufverfahren vorzuziehen. Durch die entgegengesetzte Richtung beider Umfangsgeschwindigkeiten im Berührungspunkt ist die Relativgeschwindigkeit mindestens gleich oder größer als die höchste Umfangsgeschwindigkeit eines Wirkungspartners. Somit wird immer eine Mindestrelativgeschwindigkeit garantiert.

Das Gegenlaufverfahren eignet sich nur für konvexe Werkstücke. Konkave Stellen würden auf Grund der gegenläufigen Bewegung der Wirkpartner zu einer Geometrieverletzung führen. Wie in Abbildung 5.9 zu sehen, dringen größere Radien der Schleifscheibe mit fortlaufender Drehung wieder in die Kontur des Werkstückes ein.

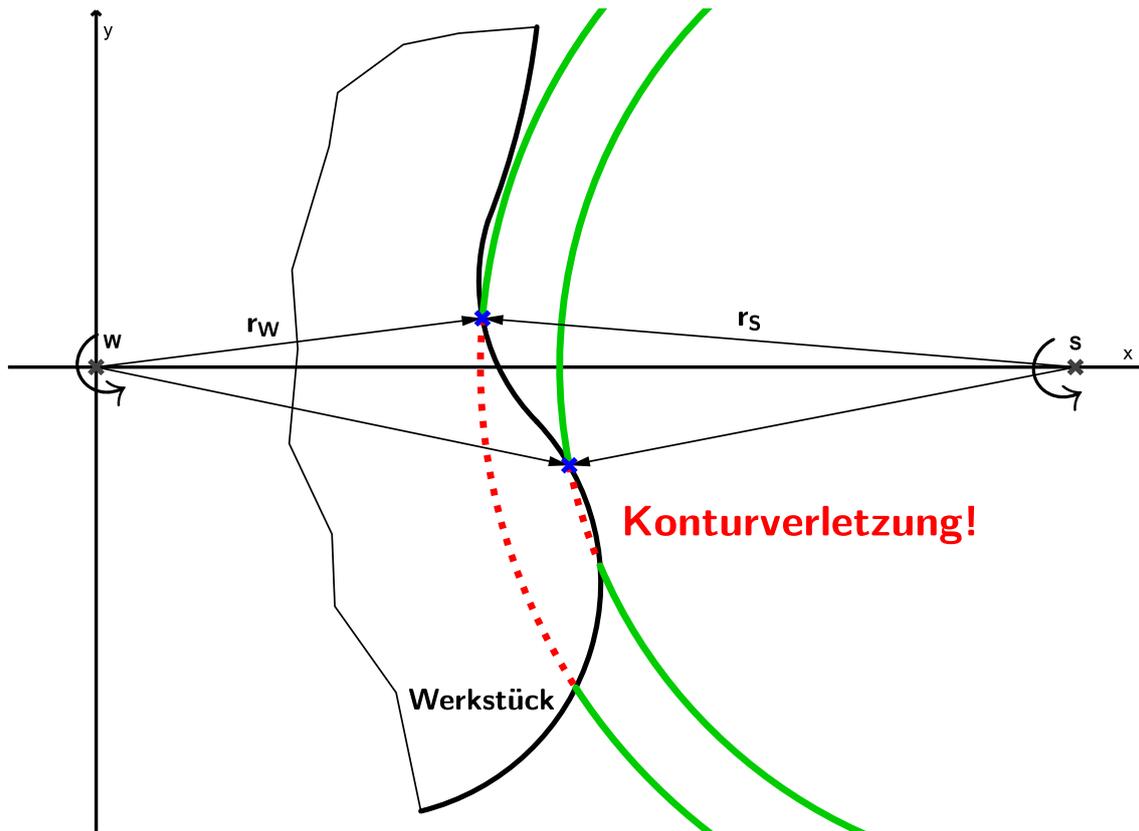
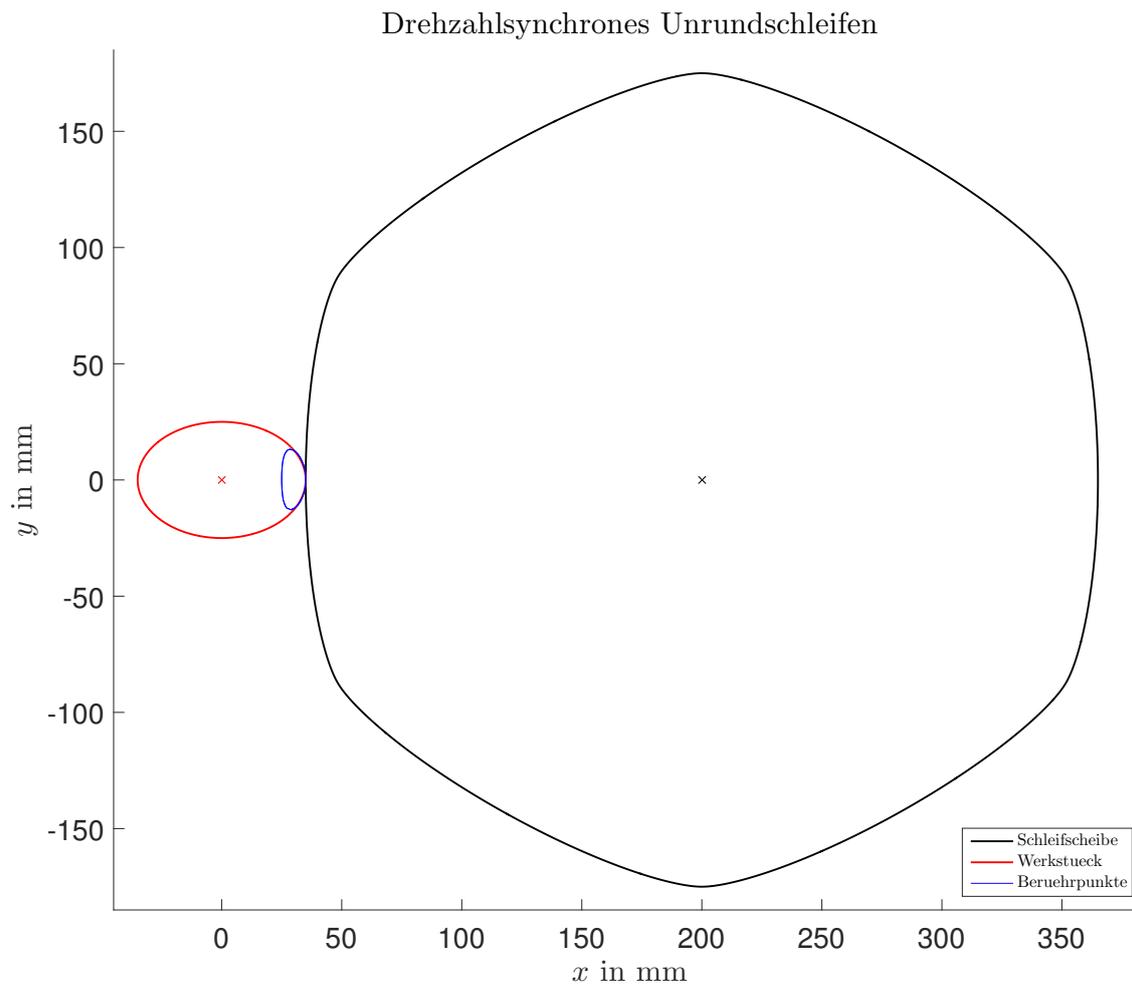


Abbildung 5.9: Konturverletzung im GGL bei konkavem Werkstück, Quelle: Eigene Darstellung.

Eine drehzahlsynchrone Fertigung konkaver Geometrien ist dementsprechend nicht möglich.

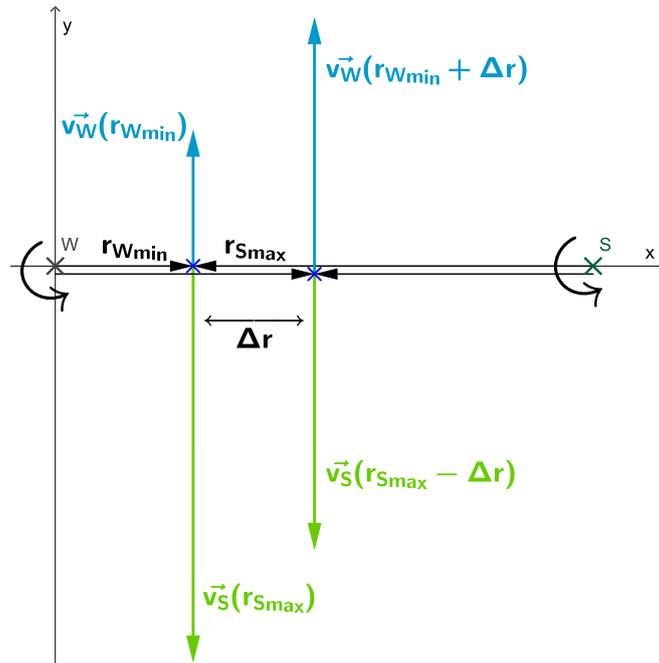
In der Abbildung 5.10 ist die Schleifscheibenkontur bei Gegenlauf und einem Drehzahlverhältnis von Drei dargestellt. In dieser Darstellung befindet sich das Werkstück in Ausgangsstellung mit  $\varphi = 0$ . Zu erkennen ist eine rein konvexe Geometrie der Schleifscheibe. Zudem ist an der Kontur der Schleifscheibe eine Periodizität von  $120^\circ$  festzustellen. Die blau gekennzeichnete Linie entspricht allen berechneten Berührungspunkten.



**Abbildung 5.10:** Schleifscheibenkontur bei **GGL**,  $i_V = 3$  u. elliptischem Werkstück, Quelle: Eigene Darstellung.

Analysiert man für das oben genannte Beispiel den Verlauf der Relativgeschwindigkeit in Abbildung 5.12, so schwankt der Betrag der Geschwindigkeit um ein relativ hohes Niveau. Mit fortlaufender Rotation des Werkstückes verändert sich die Größe der Relativgeschwindigkeit periodisch und erreicht ihr Minimum jeweils an den Punkten mit dem kleinsten Radius des Werkstückes.

Generell ist das Minimum der Relativgeschwindigkeit in jenen Punkten des Werkstückes zu finden, deren Radius der Kleinste  $r_{W_{min}}$  ist. Diese Aussage soll anhand eines Modells, welches seine Berührungspunkte stets auf der Verbindungsachse positioniert, hergeleitet und bewiesen werden (siehe Abb.5.11). Ausgehend von diesem Modell bildet sich die Relativgeschwindigkeit aus der Summe beider Umfangsgeschwindigkeiten (siehe Abb.5.11).



**Abbildung 5.11:** Modell für min und max-Umfangsgeschwindigkeiten,  $i_V = 1$ , Quelle: Eigene Darstellung.

Wird der Radius des Werkstückes um  $\Delta r$  vergrößert, so verkleinert sich gleichzeitig der Radius  $r_S$  der Schleifscheibe um den selben Wert  $\Delta r$ . Die Ungleichung 5.17 zeigt wie die Relativgeschwindigkeit mit steigendem  $\Delta r$  zunimmt und sich dabei beide Seiten um den Term  $\Delta r \cdot (i_V - 1)$  unterscheiden. Damit wird ersichtlich, dass die Relativgeschwindigkeit im **Gegenlauf** ihr Minimum im kleinsten und ihr Maximum im größten Werkstückradius aufweist.

$$\begin{aligned}
 v_W(r_{W_{min}}) + v_S(r_{S_{max}}) &< v_W(r_{W_{min} + \Delta r}) + v_S(r_{S_{max} - \Delta r}) \\
 \omega_W \cdot r_{W_{min}} + \omega_S \cdot r_{S_{max}} &< \omega_W \cdot (r_{W_{min}} + \Delta r) + \omega_S \cdot (r_{S_{max}} - \Delta r) \\
 \omega_S \cdot i_V \cdot r_{W_{min}} + \omega_S \cdot r_{S_{max}} &< \omega_S \cdot i_V \cdot (r_{W_{min}} + \Delta r) + \omega_S \cdot (r_{S_{max}} - \Delta r) \\
 i_V \cdot r_{W_{min}} + r_{S_{max}} &< i_V \cdot r_{W_{min}} + i_V \cdot \Delta r + r_{S_{max}} - \Delta r \\
 i_V \cdot r_{W_{min}} + r_{S_{max}} &< i_V \cdot r_{W_{min}} + r_{S_{max}} + \underbrace{\Delta r \cdot (i_V - 1)}_{\geq 1} \quad (5.17)
 \end{aligned}$$

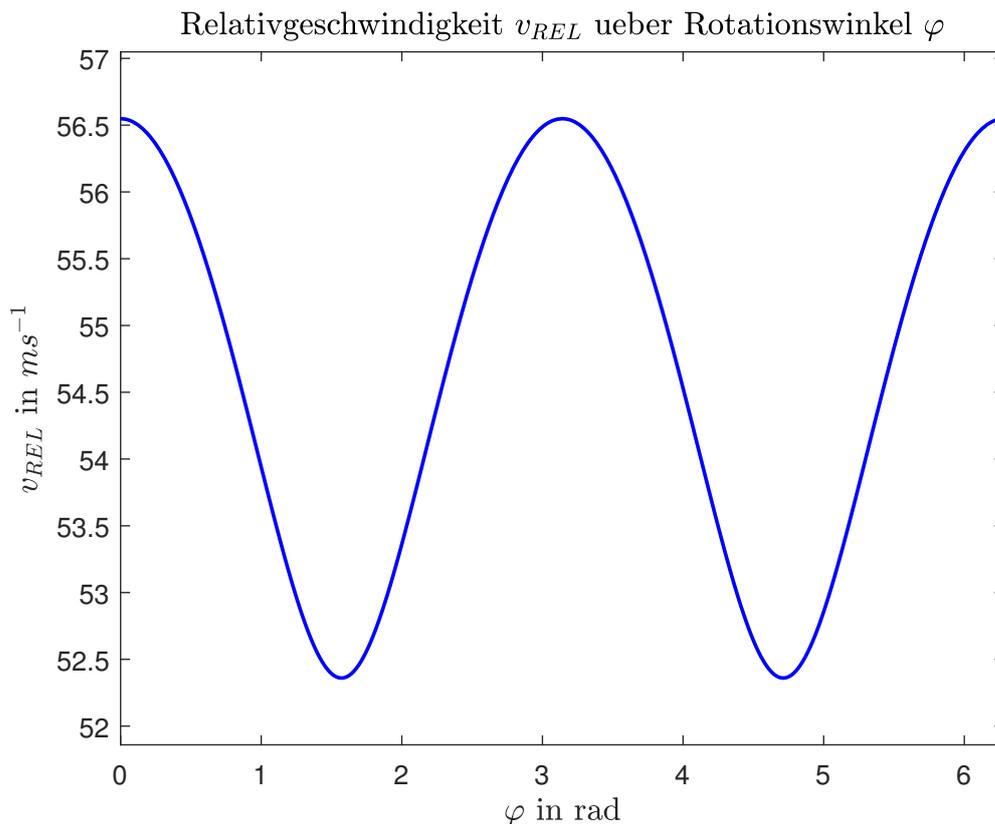
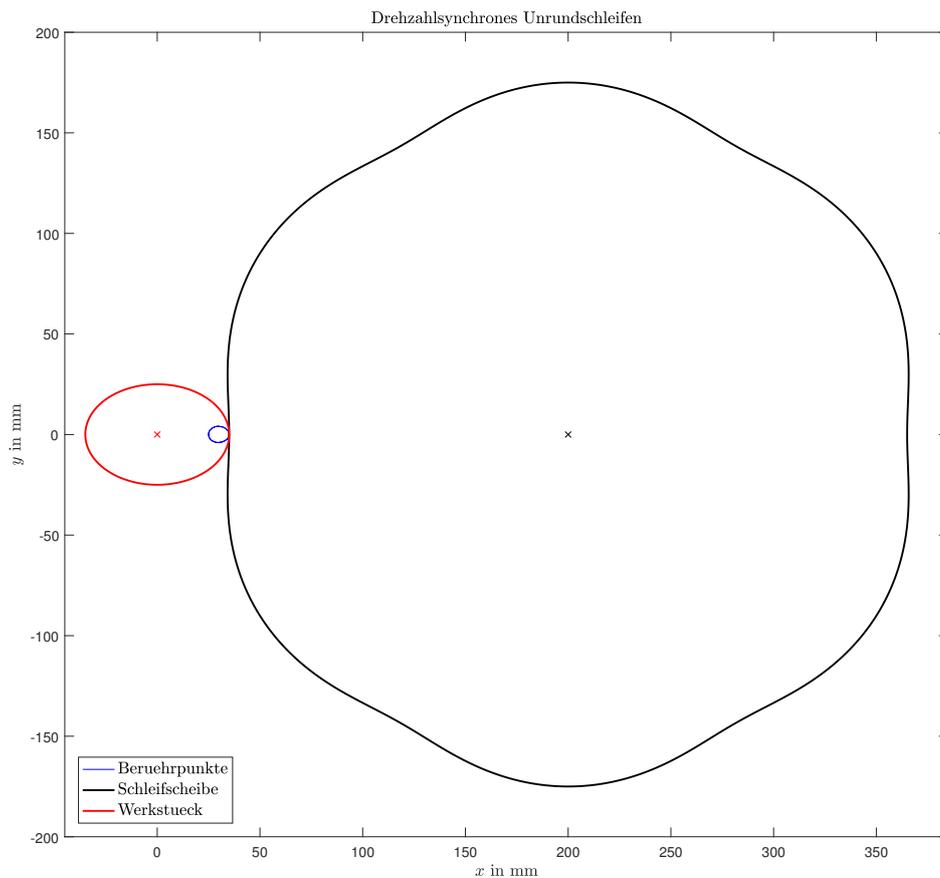


Abbildung 5.12:  $v_{REL}$  bei GGL und  $i_V = 3$ , Quelle: Eigene Darstellung.

### 5.2.4 Gleichlauf, $i_V \leq -1$

Beim Gleichlaufverfahren muss ganz besonders auf die Einhaltung einer Mindestrelativgeschwindigkeit geachtet werden. Hier sind die Umfangsgeschwindigkeiten im Berührungspunkt gleichgerichtet und die Relativgeschwindigkeit kann unter Umständen auf Null sinken. Besonders bei einer Erhöhung des Drehzahlverhältnisses  $i_V$  muss zur Gewährleistung einer minimalen Relativgeschwindigkeit der Achsabstand dementsprechend vergrößert werden.

Vergleicht man Abbildung 5.13 mit der oben angeführten Abbildung 5.10, so lässt sich ein Unterschied in den Grundzügen der Schleifscheibengeometrie erkennen. Anders als beim Gegenlaufverfahren (siehe Abb.5.10), entsteht beim Gleichlaufverfahren eine Schleifscheibengeometrien mit teilweisen konkaven Formen (siehe Abb.5.13). Die Krümmungsradien dieser konkaven Stellen werden umso kleiner, je größer der Betrag des Drehzahlverhältnisses  $i_V$  wird. Bei einem anschließenden Abrichtprozess muss der Radius der Diamantabrichtscheibe auf den kleinsten Krümmungsradius abgestimmt werden. Andernfalls ist eine Unrundkonturierung der Schleifscheibe nicht möglich.



**Abbildung 5.13:** Schleifscheibenkontur bei **GLL**,  $i_V = -3$  u. elliptischem Werkstück, Quelle: Eigene Darstellung.

Betrachtet man wiederum den Verlauf der Relativgeschwindigkeit (siehe Abb.5.18) über den Winkel  $\varphi$ , so drehen sich die Bedingungen wie sie oben für den Gegenlauf gelten um. Das Drehzahlverhältnis ist  $i_V < -1$ . Aus diesem Grund verändert sich die Ungleichung 5.17 zu Ungleichung 5.18. Infolgedessen liegt im **Gleichlaufverfahren** das Minimum im größten und das Maximum im kleinsten Werkstückradius. Zudem ist das Niveau der mittleren Relativgeschwindigkeit weitaus geringer als im Gegenlaufverfahren. Die Mindestgeschwindigkeit sinkt bis unter  $13\text{ms}^{-1}$ . In Hinsicht auf die technologischen Eigenschaften verdeutlicht dieses Beispiel, wie stark sich die Verfahren in Bezug auf die Relativgeschwindigkeit unterscheiden.

$$i_V \cdot r_{W_{min}} + r_{S_{max}} > i_V \cdot r_{W_{min}} + r_{S_{max}} + \underbrace{\Delta r \cdot (i_V - 1)}_{\leq -2} \quad (5.18)$$

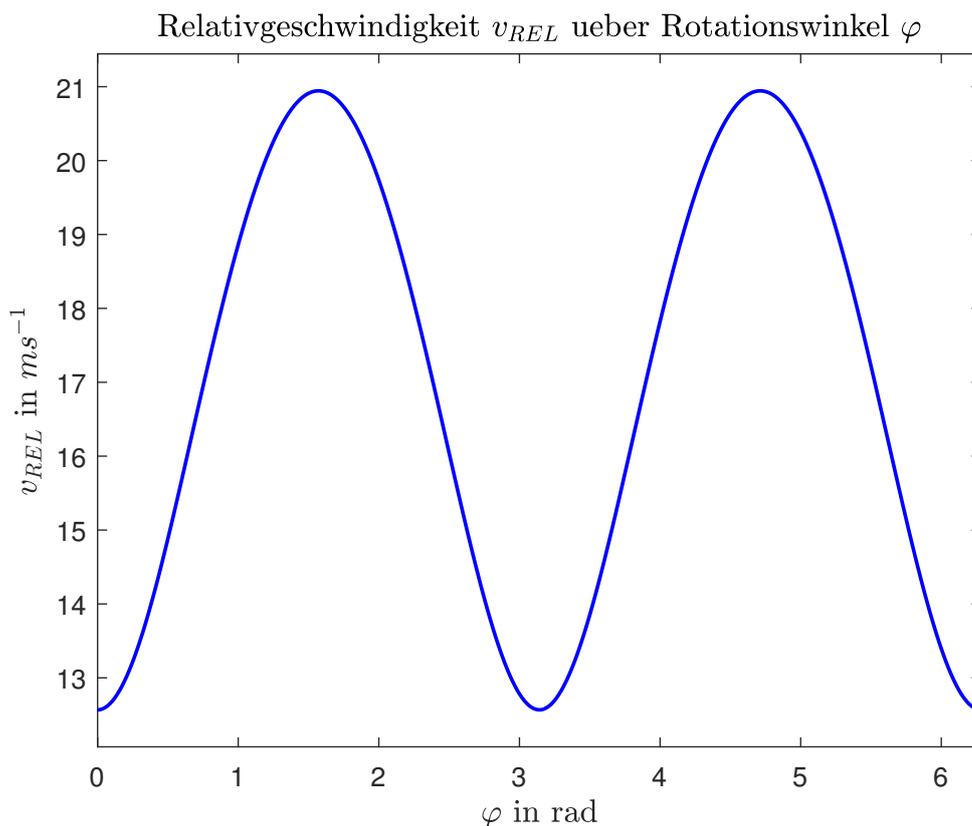


Abbildung 5.14:  $v_{REL}$  bei **GLL** und  $i_V = -3$ , Quelle: Eigene Darstellung.

Das Schleifen von konkaven Werkstückgeometrien, z. B. Nockenwellen, ist nur im Gleichlauf möglich. Weisen diese Werkstücke komplexe Konturen mit stark gekrümmten Elementen auf, so muss gleichzeitig die Relativgeschwindigkeit, wie im Abschnitt 5.1 beschrieben, sehr klein werden und das Geschwindigkeitsverhältnis  $q$  konvergiert gegen Eins. Dementsprechend würde die Konturübertragung am Besten bei einem Abrollen beider Wirkungspartner funktionieren.<sup>4</sup> Dieses Verhältnis führt aber wiederum zu höchsten Druckbeanspruchungen und zu keiner spanabhebenden Bewegung der Schleifkörner. Infolgedessen kann nicht jede konkave Geometrie mit diesem Verfahren gefertigt werden und es muss zudem auf eine ausreichend hohe Mindestrelativgeschwindigkeit bei der Konturierung geachtet werden.

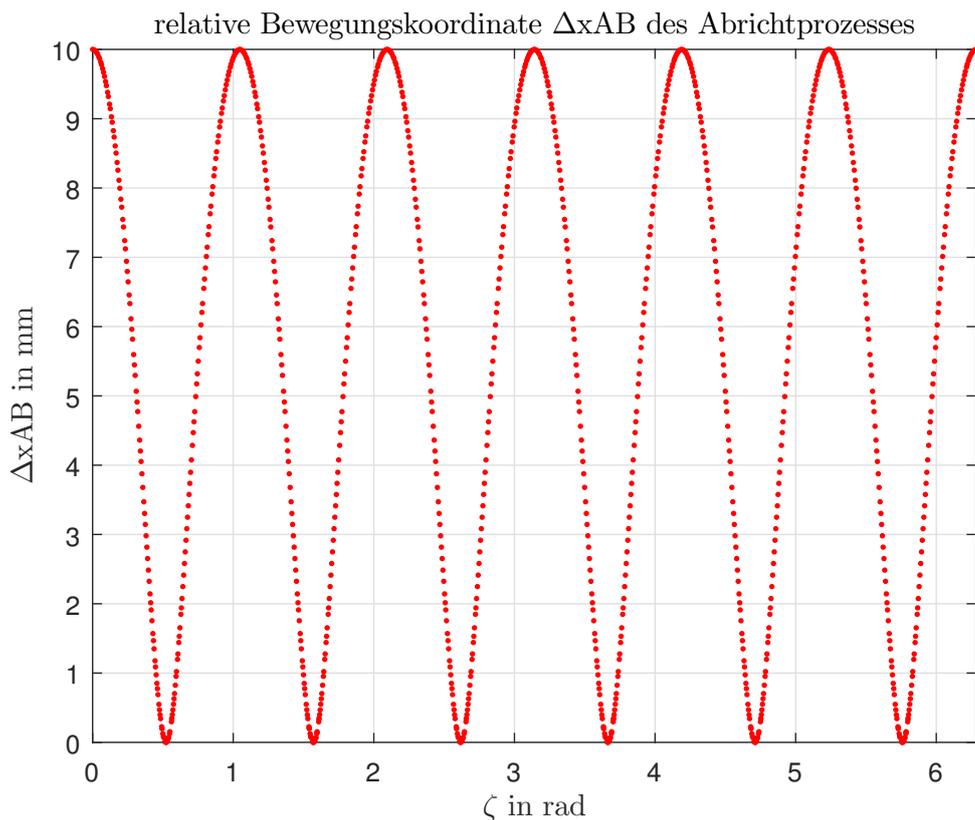
Dementsprechend kann im Vorfeld einer Schleifgeometrieberechnung keine pauschale Aussage über die Möglichkeit einer Fertigung eines Werkstückes mit diesem Verfahren erfolgen.

---

<sup>4</sup> Vgl. Spur und Eichhorn, 1997, S.248.

### 5.3 Schleifscheibenkonturfertigung

Sind alle Punkte der Schleifscheibenkontur berechnet, muss die Geometrie in eine Abrichtbewegung umgerechnet werden. Für diese Berechnung ist wie im Kapitel 3.4 beschrieben, die Tangente  $\vec{t}$  bzw. der Normalenvektor  $\vec{n}$  im jeweiligen Punkt der Schleifscheibe notwendig. Dafür muss die punktförmige Geometrie der Schleifscheibe ähnlich der Werkstückberechnung, durch zwei Splinefunktionen approximiert werden. Dieser Rechenaufwand ist im File `ss_tangente_data.m` der Software implementiert. An die Hauptfunktion werden die absoluten  $x_{AB}$ -Werte und die dazugehörigen  $\zeta$ -Winkel zurückgegeben. Diese beiden Werte entsprechen, demnach einer Abrichtbewegung in Polarkoordinatenform. Alle  $\zeta$ -Datenpunkte sind in einer variablen Winkelschrittweite zueinander aufgelöst, da sie stets abhängig von der polaren Verteilung der Schleifscheibenkonturpunkte sind. Die Abrichtbewegung wird in der GUI Software als relativer  $\Delta x_{AB}(\zeta)$ -Plot dargestellt (siehe Abb.5.15).



**Abbildung 5.15:** Relative Abrichtbewegung der Schleifscheibe für ein elliptisches Werkstück bei GGL und  $i_V = 3$ , Quelle: Eigene Darstellung.

Die Daten der Schleifscheibengeometrie sind ebenfalls ein wichtiges Endergebnis der Berechnung. Die Geometrie wird in Polarkoordinatenform gespeichert, wobei das für

## 5. Ergebnisse und Lösungen der Software

die Berechnung notwendige Koordinatensystem hier im Drehpunkt  $S$  platziert ist. Der Polarwinkel  $\vartheta$  der Schleifscheibe, berechnet sich erneut durch die  $\text{atan2}(y_S, x_S)$ -Funktion. Da die ersten Punkte der Schleifscheibe auf Grund der rechten Anordnung der Schleifscheibe gegenüber dem Werkstück in Richtung der negativen Abszissenachse liegen, müssen alle  $\vartheta$ -Werte entsprechend ihrer Lage auf die positive Abszissenachse bezogen werden. Damit wird ein kontinuierlicher Anstieg des Polarwinkels ähnlich den Indizes der Konturpunkte erzwungen. Genauere Informationen dazu, sind in den entsprechenden Codezeilen von `Main_DSUS_Software_v1.m` oder `GUI_DSUS_Software_v1.m` enthalten. Neben den  $\zeta$ -Werten, sind auch die  $\vartheta$ -Winkel von der inhomogenen polaren Verteilung der Schleifscheibenkonturpunkte abhängig und daher in keiner konstanten Winkelschrittweite zueinander aufgelöst. Die untere Abbildung 5.16 zeigt die Verteilung der Schleifscheibengeometriepunkte im GGL vor der Umrechnung auf die Bezugsachse.

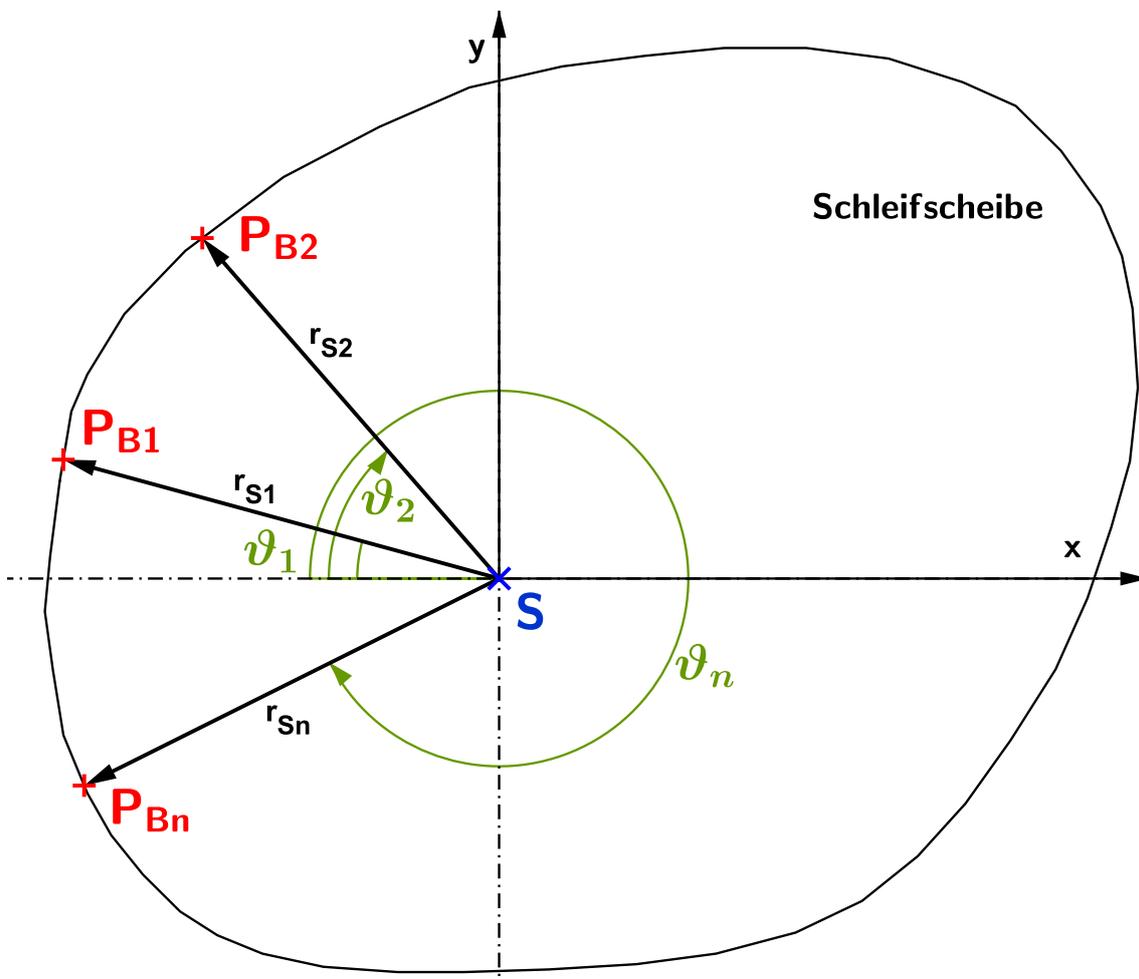


Abbildung 5.16: Anordnung der Schleifscheibengeometriepunkte bei GGL, Quelle: Eigene Darstellung.

## 5. Ergebnisse und Lösungen der Software

Für eine exakte Fertigung eines Werkstückes ist im Umkehrschluss auch eine präzise Kontur der Schleifscheibe notwendig. Ungenauigkeiten der Schleifscheibengeometrie haben bei einem späteren Schleifprozess auch Ungenauigkeiten der Werkstückkontur zur Folge. Eine Abweichung kann besonders auf Grund einer geringen Anzahl an berechneten Geometriepunkten in bestimmten Bereichen der Schleifscheibenkontur entstehen. Diese betreffen vor allem Bereiche der Schleifscheibe, welche konkave Stellen des Werkstückes bearbeiten. In der folgenden Abbildung 5.17 ist eine Detailaufnahme einer Nockenwellenkonturierung im GLL-Verfahren dargestellt. Zu erkennen ist eine Schleifscheibengeometrie, dessen punktförmige Verteilung der Kontaktpunkte besonders im konkaven Bereich der Nockenwelle abweicht.

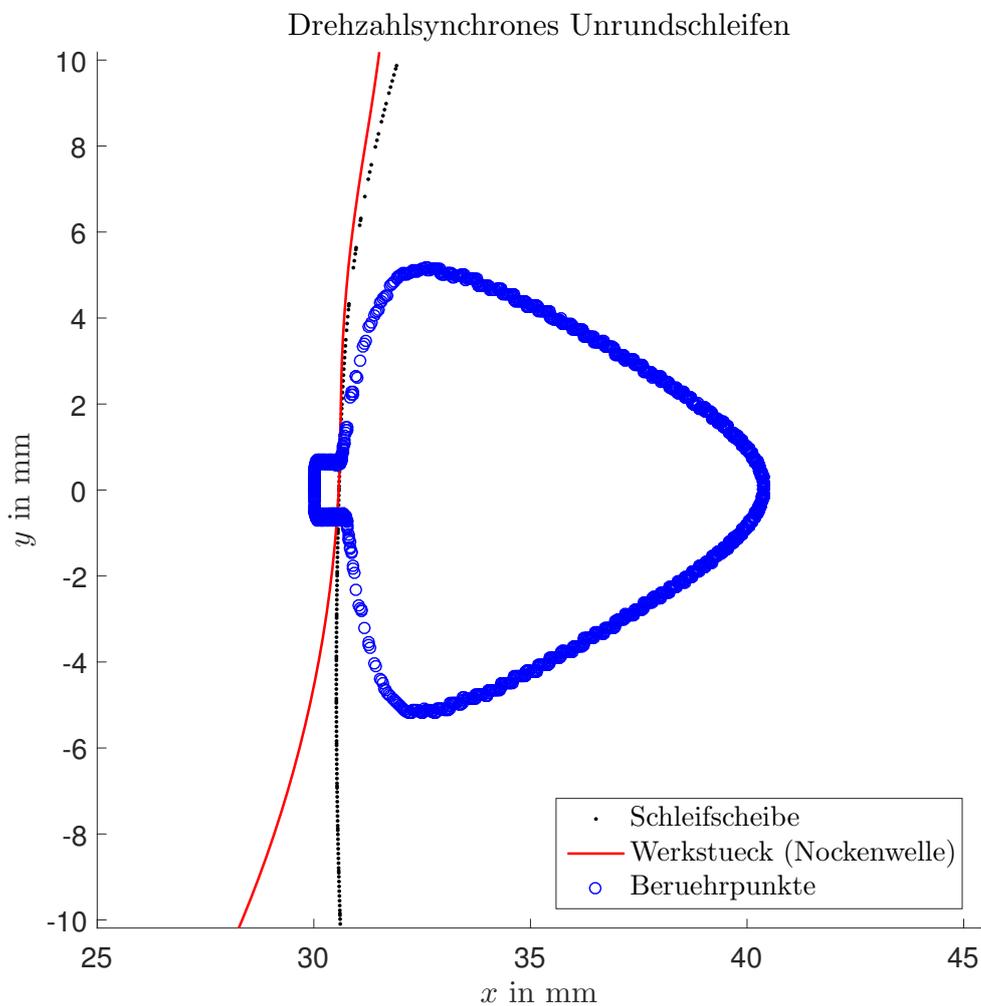


Abbildung 5.17: Detailaufnahme einer Nockenwellenkonturierung, Quelle: Eigene Darstellung.

## 5. Ergebnisse und Lösungen der Software

---

Bei konvexen Werkstücken im GGL-Verfahren sind jene Bereiche problematisch, die in naher Umgebung des größten Werkstückradius  $r_{W_{max}}$  im Eingriff sind. Es zeigt sich, dass bei gleichen Randbedingungen das GLL-Verfahren gegenüber dem GGL-Verfahren eine homogenere Verteilung aller berechneten Schleifscheibenkonturpunkte erreicht. Eine günstigere Anordnung der Berührungspunkte bzw. der Schleifscheiben-geometriepunkte kann in erster Linie durch eine kleinere Rotationsschrittweite  $\Delta\varphi$  erzielt werden. Diese Änderung korreliert aber mit einer langen Rechenzeit. Eine nachhaltige Lösung wäre eine individuelle Rotationsschrittweite  $\Delta\varphi_i$ , welche ihren Wert an kritische Konturen des Werkstückes anpasst.

## 6 Zusammenfassung

Die besondere Eigenschaft des drehzahlsynchronen Unrundschleifens ist ein konstanter Abstand der parallelen Drehachsen von Werkstück und Schleifscheibe. Gleichzeitig rotieren beide Wirkpartner in einem fixen Drehzahlverhältnis zueinander, wobei deren Drehsinn gleich- oder entgegengerichtet sein kann. Die starre Konstellation des Werkstückes und der Schleifscheibe ist die wesentliche Herausforderung dieses Verfahrens. Es muss eine passende unrunde Schleifscheibengeometrie für das zu fertigende Werkstück, unter bestimmten technologischen Randbedingungen wie Achsabstand, Drehzahlverhältnis und Drehrichtung, gefunden werden.

Die Berechnung der unbekanntenen Schleifscheibenkontur erfolgt durch eine Iterationsvorschrift über die gesamte bekannte Kontur des Werkstückes. Die dahinterstehende Methode beruht auf dem Vergleich der Winkellagen dreier Vektoren im intendierten Berührungspunkt. Dabei muss die Tangente des Werkstückes als auch die Tangente der Schleifscheibe gemeinsam mit dem Relativgeschwindigkeitsvektor die gleiche Winkellage im selben Punkt aufweisen. Da im Berührungspunkt beide Konturtangenten ident sind, kann die notwendige Bedingung auf eine gleiche Winkellage der Werkstücktangente und des Relativvektors beschränkt werden. Bei der Iteration wird das Werkstück um eine gewisse Winkelschrittweite gedreht und für jeden Schritt der passende Berührungspunkt auf der Werkstückkontur berechnet. Mit den Eingangsparametern wie Achsabstand, Drehzahlverhältnis, Drehsinn und bekannter Werkstückgeometrie können ausgehend von den jeweiligen Drehachsen, die Umfangsgeschwindigkeiten und infolgedessen die resultierende Relativgeschwindigkeit in jedem Punkt berechnet werden. Der gesamte iterative Rechenprozess wird im Rahmen eines Nullstellensuchverfahrens durchgeführt.

Das Drehzahlverhältnis setzt die Schleifscheibe und das Werkstück direkt in Beziehung. Hierdurch wird eine Nachbildung der Schleifscheibengeometrie über alle berechneten Berührungspunkte ermöglicht. Das Ziel der gesamten Berechnung sind die notwendigen Daten für einen konventionellen Pendelhubprozess zum Abrichten der Schleifscheibenkontur. Als zusätzlicher Eingangsparameter wird hierfür der Radius der Abrichtscheibe benötigt. Mit Hilfe der Punkt-Richtungsform einer Geraden wird für jeden bekannten Konturpunkt der Schleifscheibe der direkte Abstand zwi-

## 6. Zusammenfassung

---

schen Abricht- und Schleifscheibe ermittelt. Diese Information ist essentiell für einen anschließenden pendelnden Abrichtprozess der Schleifscheibe.

Die Umsetzung und Implementierung aller notwendigen Theorien wurde mit der kommerziellen Software MATLAB bewerkstelligt. Die am Ende durchgeführte Programmierung einer grafischen Oberfläche ermöglicht einen leichteren und benutzerfreundlichen Umgang mit dieser Software.

Nicht alle Werkstückgeometrien eignen sich für das drehzahlsynchrone Unrundschleifen. Konkave Werkstücke können nur mit einem Gleichlaufverfahren bearbeitet werden. Bei sehr stark konkaven Elementen muss die Relativgeschwindigkeit gegen Null gehen um eine theoretische Fertigung vollziehen zu können. Ein technologischer Schleifprozess ist unter diesen Bedingungen aber nur schwer realisierbar. Die Einhaltung einer Mindestschnittgeschwindigkeit ist dabei ein wichtiges Kriterium bei der Beurteilung eines jeden Schleifprozesses. Die Bearbeitung konvexer Werkstücke ist hingegen mit beiden Varianten möglich, wobei das Gegenlaufverfahren auf Grund der höheren Relativgeschwindigkeit der Gleichlaufbewegung vorzuziehen ist. Bei letzterem weist die Schleifscheibe konkave Konturelemente bei einem konvexen Werkstück auf. Im anschließenden Abrichtprozess darf der Radius der Abrichtscheibe nicht größer als der kleinste Krümmungsradius der Schleifscheibe sein.

Beim Gegenlaufverfahren mit einem Drehzahlverhältnis gleich eins, lässt sich Folgendes feststellen. Die Relativgeschwindigkeit ist in jedem Berührungspunkt stets normal auf die Verbindungsachse beider Wirkpartner gerichtet. Somit ist der Berührungspunkt jener, dessen Abszissenwert in Bezug auf ein kartesisches Koordinatensystem ein Maximum der gesamten Werkstückgeometrie entspricht. Darüber hinaus ist eine Konturierung nur möglich, wenn der Achsabstand größer als der Kehrwert der kleinsten Krümmung des Werkstückes ist. Im Allgemeinen ist die  $x$ -Komponente der Werkstückumfangsgeschwindigkeit proportional zum Drehzahlverhältnis und der  $x$ -Geschwindigkeitskomponente der Schleifscheibe.

Eine höhere Auflösung der Werkstückgeometrie hat eine Steigerung der Genauigkeit des Berechnungsverfahrens zur Folge. Gleiches gilt für eine kleinere Rotationsschrittweite des Werkstückes, jedoch steigt hier ebenso die benötigte Rechenzeit an. Die Rotationsschrittweite hat darüber hinaus einen direkten Einfluss auf die Dichte und Auflösung der Konturpunkte in bestimmten Teilen der Schleifscheibe. Eine Verbesserung kann wiederum eine kleinere Schrittweite bewirken oder auch eine betragsmäßige Erhöhung des Drehzahlverhältnisses.

## 7 Ausblick

Es konnte gezeigt werden, dass die Berechnung einer passenden Schleifscheibengeometrie numerisch über einen iterativen Lösungsweg möglich ist. Die Schwierigkeiten bei der Erstellung der Software lagen im Verhalten des Nullstellensolvers und in der programmiertechnischen Umsetzung der oben genannten Methode. Generell kann die Berechnung noch optimiert werden. Liegt ein drehsymmetrisches Werkstück mit periodisch wiederkehrenden Trajektorieelementen vor, muss nicht das gesamte Werkstück sondern nur ein Teil berechnet und dementsprechend vervielfältigt werden. Zusätzlich ist es nicht nötig, für jeden Zeitpunkt die gesamte Werkstückkontur zu berechnen, da alle Berührungspunkte nur in einem gewissen Bereich beider Wirkpartner auftreten können. Diese Verbesserungen würden die Rechenzeit verkürzen. Bei einer Weiterentwicklung der Software könnte zudem ein anderer Solver implementiert werden, dessen Berechnungsintervall innerhalb der Grenzen aller theoretisch vorhandenen Berührungspunkte liegt. Eine weitere Verbesserung wäre eine individuelle Anpassung des Rotationswinkels abgestimmt auf bestimmte Bereiche des Werkstückes, um eine kontinuierliche Genauigkeit der Schleifscheibengeometrie zu gewährleisten.

Das Programm ist derzeit für eine zweidimensionale Konturierung ausgelegt. In der Zukunft besteht die Möglichkeit, die Software für eine dreidimensionale Konturierung zu adaptieren. Die Software soll als Werkzeug für weiterführende empirische Untersuchungen dienen. Ergänzend dazu ist es essentiell, bei der Anwendung des Programms einen kritischen Blick über alle berechneten Lösungen beizubehalten. Darüber hinaus besteht langfristig die Möglichkeit, eine Software zu entwickeln, welche eine ganzheitliche Strategie zum Fertigen des Werkstückes bis hin zum Abrichten der drehzahlsynchronen Schleifscheibe bereitstellt. Die Software könnte in der Lage sein, im Rahmen der CNC-Maschinenspezifikationen den optimalen und wirtschaftlichsten Schleifprozess mit allen notwendigen Randbedingungen für ein bestimmtes dreidimensionales Werkstück zu errechnen und das Ergebnis als G-Code für eine CNC-Schleifmaschine ausgeben. Nach dem Abrichtprozess der Schleifscheibe bearbeitet die Software mit den optimalen Schleifprozessdaten das gewünschte Werkstück. Nachfolgende Arbeiten könnten zudem das Potential des drehzahlsyn-

## 7. Ausblick

---

chronen Unrundschleifens im Sinne einer erweiterten Automatisierung näher erläutern. Zudem mögliche wirtschaftliche Vorteile gegenüber dem konventionellen Unrundschleifen hervorheben und Vorschläge ausarbeiten, wie das drehzahlsynchrone Unrundschleifen als Fertigungstechnologie mehr in den Fokus der Wirtschaft rücken könnte.

# Literaturverzeichnis

- Ablinger (Nov. 2014). „Drehzahlsynchrones Unrundschleifen“. Diss. Technische Universität Graz. URL: <http://diglib.tugraz.at/download.php?id=576a7b48ce259&location=browse>.
- Arens, Tilo u. a. (2015). *Mathematik*. 3. Auflage. Berlin Heidelberg: Springer Spektrum. ISBN: 9783642449185.
- Dietrich, Jochen (2008). *Praxis der Zerspantechnik*. Vieweg+Teubner Verlag. ISBN: 9783834805409. URL: <https://books.google.de/books?id=romZ0BPvq6UC>.
- Heisel, Uwe u. a. (Okt. 2014). „Schleifen“. In: *Schleifen*. Hrsg. von Uwe Heisel u. a. Carl Hanser Verlag GmbH & Co. KG, S. 529–809. DOI: 10.3139/9783446436992.013. URL: <https://doi.org/10.3139/9783446436992.013>.
- Kress, Rainer (1998). *Numerical Analysis (Graduate Texts in Mathematics)*. Hrsg. von S. Axler, F.W. Gehring und K.A. Ribet. New York: Springer. ISBN: 9781461268338.
- MathWorks (2018a). *Documentation*. [Online; Stand 30. März 2018]. URL: <https://de.mathworks.com/help/matlab/ref/atan2.html?requestedDomain=true#buct8h0-4>.
- (2018b). *Documentation*. [Online; Stand 9. Februar 2018]. URL: <https://de.mathworks.com/help/matlab/ref/spline.html?requestedDomain=true>.
- (2018c). *Documentation*. [Online; Stand 10. Februar 2018]. URL: [https://de.mathworks.com/help/optim/ug/fsolve.html?searchHighlight=fsolve&stid=doc\\_srchttitle#butc7f0-1](https://de.mathworks.com/help/optim/ug/fsolve.html?searchHighlight=fsolve&stid=doc_srchttitle#butc7f0-1).
- Papula, Lothar (2008). *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. Bd. 11. 1. Vieweg + Teubner. ISBN: 978-3-8348-0224-8.
- Spur, G. und H. Eichhorn (1993). „Unrundschleifen durch starre kinematische Koppelung der Wirkpartner“. In: *Industrie-Diamanten-Rundschau* 27.3, S. 179–187. ISSN: 0935-1469.
- (1994). „Contour grinding by rigid kinematic coupling of the interacting partners“. In: *Industrial Diamond Review* 54.560, S. 35–42. ISSN: 0019-8145.
- (1997). „Drehzahlsynchrones Unrundschleifen“. In: *Industrial Diamond Review* 31.3. 49571, S. 242–246, 248–254. ISSN: 0935-1469.

## LITERATURVERZEICHNIS

---

University, Boise State (2018). *Matlab tutorials-Splines and the geometry of curves*.  
[Online; Stand 7. Februar 2018]. URL: [http://math.boisestate.edu/~calhoun/teaching/matlab-tutorials/lab\\_15/html/lab\\_15.html](http://math.boisestate.edu/~calhoun/teaching/matlab-tutorials/lab_15/html/lab_15.html).

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Kinematische Kenngrößen beim <i>Plan</i> und <i>Rundschleifen</i> , Quelle: Heisel u. a., 2014, , S. 231. . . . .	5
2.2	Kräfte beim Außen-Rundschleifen, Quelle: Heisel u. a., 2014, S. 533. . . . .	6
2.3	Rundschleifverfahren, Quelle: Heisel u. a., 2014, S. 238. . . . .	8
2.4	Prinzip des Pendelhubschleifens, Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	9
2.5	Prinzip des drehzahlsynchronen Unrundschleifens im <b>GGL</b> , Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	10
3.1	Modell für das drehzahlsynchrone Unrundschleifen, Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	12
3.2	Prinzip des Strahlenverfahrens, Quelle: Ablinger, 2014, S. 64. . . . .	14
3.3	Körperlich innerer Punkt $P_{W'}$ zum Zeitpunkt $t \neq t_0$ , Quelle: Spur und Eichhorn, 1994, S.182. . . . .	15
3.4	Berührungspunkt $P_0$ zum Zeitpunkt $t_0$ Spur und Eichhorn, 1994 . . . . .	15
3.5	$\vec{t}_W$ bestimmen für $P_W$ , Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	16
3.6	Gleiche Konturtangenten beider Wirkpartner, Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	17
3.7	3-Punkt Bedingung für Berührungspunkt, Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	18
3.8	Vektorsumme der Geschwindigkeiten, <b>GGL</b> , $i_V = +1$ , Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	19
3.9	Allgemeine Lage und Ausrichtung von $\vec{v}_{REL}$ , <b>GGL</b> , Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	20
3.10	Allgemeine Lage und Ausrichtung von $\vec{v}_{REL}$ , <b>GLL</b> , Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	20
3.11	Beispiel einer <i>atan2</i> -Funktion zur Berechnung der beiden Winkel, Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	22
3.12	Konstruktion der Schleifscheibengeometrie über $P_B$ Punkte, Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	23
3.13	Berechnete Schleifscheibenkontur bei $i_V = 2$ , <b>GGL</b> , Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	24

3.14	Modell zum Berechnen des Abrichtprozesses, Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	25
4.1	GUI Berechnungssoftware, Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	29
4.2	Ellipse in Ausgangsstellung $\varphi = 0$ , Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	30
4.3	Ellipsengeometrie durch zwei Funktionen dargestellt, Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	31
4.4	Bekannte Datenpunkte durch eine Kurve approximieren Quelle: University, 2018, Onlinequelle [07.02.2018] (leicht modifiziert). . . . .	32
4.5	Interpolation der bekannten Punkte, Quelle: In Anlehnung an University, 2018, Onlinequelle [07.02.2018]. . . . .	33
4.6	Ableitungsfunktionen der Ellipsengeometrie, Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	35
4.7	Prinzipiskizze von $M_{evcc}(\alpha)$ bei Ausgangslage $\varphi = 0$ , Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	37
4.8	Prinzipiskizze von $R(\varphi) \cdot M_{evcc}(\alpha)$ bei Rotation $\varphi \neq 0$ , Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	37
4.9	Prinzipiskizze zur Wahl der Richtung von $\vec{t}_W$ aus $M_{evcc}$ , Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	38
4.10	Abbruchkriterium nach $n$ -Iterationen Quelle: MathWorks, 2018c, Onlinequelle [10.02.2018]. . . . .	39
4.11	Wahl des Startpunktes $x_0$ für Nullstellensuche, Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	40
4.12	Algorithmus zum Berechnen der Schleifscheibenkontur, Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	41
5.1	Geometrische Einschränkung der Schleifscheibenkontur, Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	46
5.2	Verfahrensgrenze bei Berührungswinkel $\alpha$ kontrollieren, Quelle: In Anlehnung an Spur und Eichhorn, 1997, S. 245. . . . .	48
5.3	Schleifscheibenkontur bei <b>GGL</b> , $i_V = 3$ u. konzentrischem Werkstück, Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	50
5.4	Geometrischer Zh. zwischen $v_{Sx}$ und $v_{Wx}$ , Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	52
5.5	Konstant große $ \vec{v}_{REL} $ bei <b>GGL</b> , $i_V = 1$ , Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	53
5.6	$ \vec{v}_{REL} $ ist proportional zum Achsabstand bei <b>GGL</b> , $i_V = 1$ , Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	54
5.7	Verlauf der Relativgeschwindigkeit bei <b>GGL</b> , $i_V = 1$ , Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	55

5.8	Schleifscheibenkontur bei <b>GGL</b> , $i_V = 1$ u. elliptischem Werkstück, Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	57
5.9	Konturverletzung im <b>GGL</b> bei konkavem Werkstück, Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	58
5.10	Schleifscheibenkontur bei <b>GGL</b> , $i_V = 3$ u. elliptischem Werkstück, Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	59
5.11	Modell für min und max-Umfangsgeschwindigkeiten, $i_V = 1$ , Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	60
5.12	$v_{REL}$ bei <b>GGL</b> und $i_V = 3$ , Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	61
5.13	Schleifscheibenkontur bei <b>GLL</b> , $i_V = -3$ u. elliptischem Werkstück, Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	62
5.14	$v_{REL}$ bei <b>GLL</b> und $i_V = -3$ , Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	63
5.15	Relative Abrichtbewegung der Schleifscheibe für ein elliptisches Werkstück bei <b>GGL</b> und $i_V = 3$ , Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	64
5.16	Anordnung der Schleifscheibengeometriepunkte bei <b>GGL</b> , Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	65
5.17	Detailaufnahme einer Nockenwellenkonturierung, Quelle: Eigene Darstellung. . . . .	66