

Simulation und Verifikation des vibro-akustischen Verhaltens von PKW-Antriebssystemen mit Echtzeit und Offline Modellen

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor der technischen Wissenschaften



Technische Universität Graz

vorgelegt von
Dipl.-Ing. Josef Girstmair

Betreuer:

Ao. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Hans-Herwig Priebisch
Institut für Verbrennungskraftmaschinen und Thermodynamik

Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Wolfgang Hirschberg
Institut für Fahrzeugtechnik

Graz, Juni 2012

Danksagung

Diese Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Kompetenzzentrum Das virtuelle Fahrzeug Forschungsgesellschaft mbH. und dem Akustikkompetenzzentrum Forschungsgesellschaft mbH. Letzteres ist 2007 ins Kompetenzzentrum Das virtuelle Fahrzeug integriert worden.

Besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Prof. Hans-Herwig Priebisch, der, wie er auch zu sagen pflegt, immer eine offene Tür für meine einerseits technischen Fragestellungen als auch für alle anderweitigen Anliegen während der interessanten Zusammenarbeit über die letzten 6 Jahre hatte. Ich schätze seine offene Art, Ruhe und Wertschätzung gegenüber seinen Kollegen und Studenten.

Ebenso möchte ich mich bei Prof. Wolfgang Hirschberg für die Übernahme der Zweitbegutachtung bedanken. In der gemeinsamen wissenschaftlichen Zusammenarbeit in einem für meine Arbeit besonders relevanten Forschungsprojekt, setzte er sich stets für meine Dissertationsmöglichkeit ein und förderte diese wo er nur konnte. In vielen für meine Arbeit wertvollen technischen Diskussionen war es ihm immer ein Anliegen mein Ingenieurwissen zu erweitern und zu fördern.

Weiter gilt mein Dank der Geschäftsführung des Virtuellen Fahrzeugs, Dr. Jost Bernasch und des Akustikkompetenzzentrums, Dr. Josef Affenzeller für die Möglichkeit zur Promotion. Den Industriepartnern AVL List GmbH. und Magna Steyr danke ich für die interessante und von der Industrie getriebene Aufgabenstellung. Dem Area Leiter Mag. DI Franz Markus Reich bin ich besonders dankbar für die Unterstützung und die anwendungsorientierten und technischen Diskussion im Zusammenhang mit Echtzeit-Simulationen.

Meiner Frau Andrea gelang es in wunderbarer Weise mir einerseits viel Rücksicht für die unzähligen Stunden beim Verfassen der Arbeit entgegenzubringen und mich andererseits in den Momenten der Motivationskrise auf meinem Weg mit viel Liebe und Kraft zu unterstützen. Danke für alles.

Meinen Eltern Josef und Johanna möchte ich danken, dass sie meine Ausbildung stets gefördert und bestmöglich unterstützt haben.

Nicht zuletzt möchte ich noch allen Mitarbeitern und Mitarbeiterinnen des Kompetenzzentrums Das virtuelle Fahrzeug Danke sagen, die mir bei der Ausführung der Arbeit eine wesentliche Hilfe und Unterstützung waren. Insbesondere möchte ich hier Dr. Walter Fließner erwähnen, der mir bei den experimentellen Untersuchungen mit seinem Fachwissen und Geschick eine große Hilfe war.

Graz, Juni 2012

Josef Girstmair

Kurzfassung

Schwingungen des Antriebsstranges, verursacht durch die Drehungleichförmigkeit der Verbrennungskraftmaschine, führen oftmals zu komfortmindernden NVH-Phänomenen, wie zum Beispiel dem Boom-Geräusch (Brumm-Geräusch). Um die Qualität zukünftiger Produkte weiter zu verbessern und um in diesem Zusammenhang eine noch effizientere Produktentwicklung zu erreichen, ist es notwendig, vor allem virtuelle Entwicklungsmethoden, auch in Kombination mit realer Hardware, zu verbessern. Ziel ist es, eine möglichst frühe und zunehmend virtuelle Absicherung im Prozess voranzutreiben, um Kosten und Entwicklungszeiten weiter zu senken.

In dieser Arbeit werden Echtzeit- und Offline-Mehrkörpersimulationsmodelle eines PKW-Antriebsstranges zur Simulation des vibro-akustischen Verhaltens, insbesondere des Boom-Geräusches hinsichtlich der Modellbildung, Ergebnisqualität und Recheneffizienz analysiert. Die gezeigten Untersuchungen dienen als Basis um die aufgebauten Modelle hinsichtlich der Modelldetaillierung, -parametrierung und Berechnungsdauer zu verbessern und um eine verallgemeinerbare Vorgehensweise zur Phänomenabbildung von NVH-Phänomenen daraus abzuleiten. Die Berechnungen wurden mit umfangreichen Messungen am akustischen Rollenprüfstand validiert. Am Antriebsstrangprüfstand wurde eine einfache aber effiziente Vorgehensweise erarbeitet um Kardanwellenbiegeschwingungen mit einem Scanning Laservibrometer zu erfassen.

Detaillierte Offline-Simulationsmodelle können herangezogen werden um Echtzeit-Modelle hinsichtlich der genannten Eigenschaften zu verbessern und ermöglichen so bereits in frühen Entwicklungsphasen eine erste Modellvalidierung, bevor erste Prototypenmessungen vorhanden sind.

Die vorliegende Arbeit gibt dabei Rückschlüsse mit welchem Detaillierungsgrad und in welchem Frequenzbereich Echtzeit-Modelle des Antriebsstranges noch mit hinreichender Ergebnisqualität im Vergleich zu sehr detaillierten Offline-Modellen berechnet werden können. Es konnte nachgewiesen werden, dass Drehschwingungen im Frequenzbereich bis ca. 80 Hz mit Echtzeit-Modellen mit sehr guter Ergebnisqualität berechnet werden können. Ferner konnte gezeigt werden, dass die Einbindung modal kondensierter Körper (z.B. im Bereich der Kardanwelle) in der Echtzeit-Simulation beherrschbar ist, es aber noch Erweiterungen bei der Modellportierung seitens der Softwarehersteller bedarf. An die Grenzen der Echtzeitfähigkeit stoßen

Echtzeit-Modelle bei der gekoppelten Simulation von Aufbau- und Aggregatschwingungen (Motor-Getriebe-Verband und Hinterachsgetriebe), welche im untersuchten Frequenzbereich nicht mehr in Echtzeit simuliert werden können. Im Gegensatz dazu ist es möglich mit detaillierten Offline-Modellen des Antriebsstranges Biegeschwingungen der Kardanwelle, welche mit Schwingungen des Hinterachsgetriebes gekoppelt sind, mit guter Übereinstimmung zur Messung zu berechnen. Zur Verbesserung der Ergebnisqualität ist es notwendig, insbesondere die frequenzabhängigen Parameter von nichtlinearen Komponenten (z. B. Elastomerlager, Hardyscheiben) im Modell zu berücksichtigen. Mittels einer automatisierten und systematischen Parameteridentifikation für Echtzeit- und Offline-Modelle mit nichtlinearer Optimierung kann die Ergebnisqualität nochmals deutlich verbessert werden. Im Gegensatz zu den normalerweise verwendeten idealisierten Randbedingungen am Komponentenprüfstand kann mit dieser Methode das reale Umfeld für Elastomerlager im Gesamtantrieb berücksichtigt werden. Mit dem beschriebenen Vorgehen liegt auch ein verallgemeinerbarer Ansatz mit Richtlinien zur effizienten und detaillierten Simulation von NVH-Phänomenen vor.

Abstract

Drive train vibrations, excited by the rotational irregularity of internal combustion engines, often cause uncomfortable NVH phenomena like the booming noise. To further improve the quality of future products and to reach a more efficient product development process it is essential to mainly improve virtual and combinations of virtual and hardware based product development methods. The aim is to increase virtual reliability in the process, to further reduce costs and development time.

In this thesis real time and offline multi body simulation models of a passenger car drivetrain, used to simulate the vibro-acoustic behaviour with focus on booming noise, are analysed towards different modeling approaches, results quality and calculation efficiency. The shown investigations are a basis to improve the developed models with respect to results quality and calculation efficiency to derive a general valid approach for simulating NVH phenomena. The calculations are compared with various measurements on an acoustic roller dyno. At a drivetrain testrig a simple but efficient approach was developed to measure bending vibrations of the propeller shaft.

Detailed offline simulation models can be used to improve real time models towards the mentioned aspects. Thereby they allow a first model validation already at early development stages, before first measurements of prototypes are available.

In this thesis conclusions can be drawn which level of detail and which frequency range is valid for real time models for a precise simulation. It could be shown, that rotational irregularities can be simulated in real time, with high results quality and in the frequency range up to 80 Hz. Further it could be shown, that implementing modal condensed bodies (e.g. of the propshaft) is possible in real time simulation, but still enhancements for the model transfer to the hardware target are required from the software manufacturers. Limitations are given for real time simulation models for the coupled simulation of body and aggregates vibrations (eg. power unit, rear axle drive), which cannot be simulated under real time in the considered frequency range. In contrast offline simulation models of the drivetrain allow simulating coupled bending vibrations of the propshaft and the rear axle drive with good correlation compared to the measurements. To improve results quality it is essential to include the frequency dependent parameters of nonlinear components (elastomeric mounts, hardy discs) in the model. With an automatized and sys-

tematic parameteridentification method for real time and offline simulation models results quality can be improved significantly. Compared to the normally used ideal boundary conditions on component test rigs, this method allows to consider the real surrounding conditions of the entire drive train. The available approach provides a generally valid method to efficiently and precisely simulate NVH phenomena.

EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am

.....
(Unterschrift)

Formelzeichen und Abkürzungen

α	Winkelbeschleunigung	$[rad/s^2]$
α^i	Winkelbeschleunigung im Koordinatensystem i	$[rad/s^2]$
α_k	Schrittlänge der Iteration k	[]
$\delta \mathbf{r}$	Virtuelle Verschiebung	$[m]$
Δ	Differenz	[]
ϵ	Mechanische Dehnung	[]
ϕ	Winkel	$[rad]$
ψ	Kurbelwinkel	$[rad]$
κ	Reifenschlupf im Kontaktpunkt	[]
\mathcal{K}	Kinetische Energie	$[J]$
λ	Pleuelstangenverhältnis	[]
λ	Lagrange-Multiplikator	[]
λ_{Fz0}	Nominale Reifenaufstandskraft Pacejka Magic Formula	$[N]$
$\lambda_{\sigma\kappa}$	Verhältnis Längs- zu Schlupfsteifigkeit	$[m]$
λ	1. Lamé-Parameter Materialgesetz	$[Pa]$
μ	2. Lamé-Parameter Materialgesetz	$[Pa]$
Φ	Matrix Bindungsgleichungen	[]
ρ	Dichte	$[kg/m^3]$
ρ_0	Dichte im Zustand 0	$[kg/m^3]$
σ	Spannung	$[N/m^2]$
Θ	Rotationskoordinaten	$[rad]$
Θ_C	Massenträgheitsmoment der Kurbelkröpfung	$[kgm^2]$
\mathcal{V}	Potentielle Energie	$[J]$
∇	Nabla-Operator	[]
ξ	Differenzvektor zw. un- und verformter Konfiguration	$[m]$
\mathcal{F}	Regressionsmodell	[]
\mathcal{L}	Lagrange-Funktion	[]
\mathcal{R}	Korrelationsmodell	[]
$\text{Div} \Sigma$	Summe der Oberflächenkräfte	$[N]$
\mathbf{x}	Vektor unverformte Konfiguration	$[m]$
\mathbf{u}	Differenzvektor zw. un- und verformter Konfiguration	$[m]$
ω	Kreisfrequenz	$[rad/s]$
$\boldsymbol{\omega}$	Winkelgeschwindigkeit	$[rad/s]$
$\boldsymbol{\omega}^i$	Winkelgeschwindigkeit im Koordinatensystem i	$[rad/s]$

A	Transformationsmatrix, Transformationsmatrix vom	[]
A^{ij}	Transformationsmatrix vom System i nach j	[]
a	Beschleunigung,	[m/s ²]
aⁱ	Beschleunigung im Koordinatensystem i	[m/s ²]
a_k	Koeffizienten Bindungsgleichungen	[]
b_k	Koeffizienten Bindungsgleichungen	[]
c_k	Koeffizienten Bindungsgleichungen	[]
B	Matrix der Bindungsgradienten	[]
B_k	Näherungsmatrix für Hesse-Matrix der Iteration k	[]
\bar{B}	Modeshape-Matrix	[]
c	Steifigkeit	[N/m]
C	Holonome Bindungsgleichungen	[]
C_{Fκ}	Schlupfsteifigkeit in Längsrichtung	[Ns]
C_{Fx}	Reifensteifigkeit in Längsrichtung	[]
d	Dämpfung	[Ns/m]
D	Matrix der Spannungen	[N/m ²]
d	Differentialoperator	[]
e_{ij}	Spannungsvektor	[N/m ²]
E	Elastizitätsmodul	[Pa]
E	Matrix der elastischen Koeffizienten (Materialgesetz)	[Pa]
f	Allgemein Funktion, Funktionen in Vektorschreibweise	[]
f	Funktionen in Vektorschreibweise	[]
f^e	Eingeprägte externe Kräfte	[N]
f_k	Ansatzfunktion	[]
g_k	Ansatzfunktion	[]
h_k	Ansatzfunktion	[]
F	Kraft	[N]
F_K	Kraftvektor am Körper K	[N]
Fⁱ	Kraftvektor im System i	[N]
g	Anzahl der Geschwindigkeitsfreiheitsgrade	[]
H	Hesse-Matrix	[]
H_k	Hesse-Matrix der Iteration k	[]
h	Zeitschrittweite	[s]
i	Übersetzungsverhältnis	[]
I	Einheitsmatrix	[]
I^e	Eingeprägte Momente	[Nm]
J	Qualitätsfunktion	[]
J	Tensor der Verschiebungsgradienten	[]
\bar{J}	Tensor der Verschiebungsgradienten	[]
k₀	Volumenkräfte	[N]
K	Steifigkeitsmatrix	[N/m]
K_i	Körper i	[]
L	Drehimpuls	[kgm ² /s]

l_1	Schwerpunktsabmessung Pleuelstange	[m]
l_2	Schwerpunktsabmessung Pleuelstange	[m]
e	Schwerpunktsabmessung Pleuelstange	[m]
m	Masse	[kg]
M	Massematrix	[kg]
M	Moment	[Nm]
m_1	Ersatzmasse Pleuelstange	[kg]
m_2	Ersatzmasse Pleuelstange	[kg]
m_3	Ersatzmasse Pleuelstange	[kg]
m_K	Kolbenmasse	[kg]
n	Drehzahl	[min ⁻¹]
n_y	Anzahl der Freiheitsgrade	[]
n_z	Anzahl der Freiheitsgrade	[]
O	Fehlerordnung	[]
0	Globales Koordinatensystem	[]
0	Körperfestes Koordinatensystem i	[]
p	Parameter	[]
p	Druck	[Pa]
p	Impuls in Vektorschreibweise	[kgm ² /s]
P	Schalldruck	[Pa]
P	Punkt	[]
P_0	Punkt am unverformten Körper	[]
P^i	Punkt am Körper i	[]
p_{Tx1}	Reifenparameter Pacejka Magic Formula	[]
p_{Tx2}	Reifenparameter Pacejka Magic Formula	[]
p_{Tx3}	Reifenparameter Pacejka Magic Formula	[]
$q(x)$	Polynom	[]
Q	Generalisierte Kräfte	[N]
Q_eⁱ	Generalisierte externe Kräfte	[N]
q	Vektor der generalisierten Koordinaten	[m]bzw.[rad]
r	Residualvektor	[]
R_0	Reifenradius unverformt	[m]
R	Positionsvektor	[m]
Rⁱ	Positionsvektor im Koordinatensystem i	[m]
r	Positionsvektor	[m]
rⁱ	Positionsvektor im Koordinatensystem i	[m]
$rand[0, 1]$	Randomfunktion	[]
s	Vektor der Minimalverschiebungen	[m]bzw.[rad]
s₁	Vektor der Minimalverschiebungen (Translationen)	[m]
s₂	Vektor der Minimalverschiebungen (Rotationen)	[rad]
S	Matrix der Ansatzfunktionen	[]
t	Zeit	[s]
T	Kinetische Energie	[J]

u	Reifenlängsnachgiebigkeit	$[m]$
u_{ij}	Verschiebungsvektor von i nach j	$[m]$
\mathbf{u}^i	Verschiebungsvektor im Koordinatensystem i	$[m]$
\mathbf{v}^i	Geschwindigkeitsvektor im Koordinatensystem i	$[m/s]$
\mathbf{v}_s	Geschwindigkeitsvektor (Minimalkoordinaten)	$[m/s]$
v_{sx}	Schlupfgeschwindigkeit in Längsrichtung	$[m/s]$
v_{sx}^c	Schlupfgeschwindigkeit in Längsrichtung im Kontaktpunkt	$[m/s]$
W	Arbeit	$[J]$
W^e	Arbeit der externen Kräfte	$[J]$
x	Vektor verformte Konfiguration	$[m]$
\bar{x}	Vektor unverformte Konfiguration	$[m]$
z	Stochastischer Prozess	$[]$
\mathbf{Z}	Impedanz-Matrix	$[Ns/m]$

1D	1-dimensional
3D	3-dimensional
ASR	Antischlupfregelung
C/C++	Programmiersprache C/C++
CAD	Computer aided design
CAE	Computer Aided Engineering
CAN	Controller Area Network (Bussystem)
CPU	Central Processing Unit
DAE	Differential algebraic equations (Differential-algebraische-Gleichungen)
DIN	Deutsche Industrie Norm
ESP	Elektronisches Stabilitätsprogramm
dB	Einheit Dezibel
dB(A)	Einheit Dezibel A-bewertet
ECU	Engine Control Unit (Motorsteuergerät)
engl.	englisch
EV	Electric Vehicle (Elektrofahrzeug)
FE	Finite Elemente
FFT	Fast-Fourier-Transformation
FHG	Freiheitsgrad
HAG	Hinterachsgetriebe
HiL	Hardware in the Loop
HRH	Hilfsrahmen Hinterachse
Hz	SI-Einheit der Frequenz (Herz)
inkl.	inklusive
ISO	Internationale Organisation für Normung
LHD	Latin Hypercube Design
LHS	Latin Hypercube Samples
M	Symbol Elektromotor
math.	mathematisch
MiL	Model in the Loop
MKS	Mehrkörpersysteme, Mehrkörpersimulation
MO	Motorordnung
ms	Millisekunden, Zeiteinheit
N	Newton, Einheit der Kraft
NVH	Noise Vibration Harshness
ODE	Ordinary differential equations (Gewöhnliche Differentialgleichungen)
PC	Personal Computer
PHEV	Plugin-Hybrid-Electric-Vehicle (Plugin-Hybridfahrzeug)
PKW	Personenkraftwagen
PTO	Power Take Off (Leistungsverzweigung)
PWM	Pulsweiten moduliert
SiL	Software in the Loop
TDI	Turbodiesel mit Direkteinspritzung

ugs.	umgangssprachlich
min^{-1}	Einheit für Drehzahl (Umdrehungen pro Minute)
VM	Verbrennungsmotor
VW	Volkswagen
XiL	X in the Loop
z. B.	zum Beispiel
ZMS	Zweimassenschwungrad
zw.	zwischen

Die in der gesamten Arbeit dargestellten Achsrichtungen (x-, y- und z-Richtung) beziehen sich auf das nach ISO 8855 bzw. DIN 70000 genormte Fahrzeugkoordinatensystem (rechtshändig und fahrzeuggebunden) mit der x-Achse in Fahrtrichtung, der y-Achse nach links und der z-Achse nach oben.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Einführung	1
1.2	Stand der Wissenschaft	4
1.2.1	Offline-Simulation	5
1.2.2	Echtzeit-Simulation Antriebsstrang	9
1.3	Zielsetzung der Arbeit	13
1.4	Gliederung der Arbeit	15
1.5	Zusammenfassung der Ergebnisse	16
1.6	Ausblick	17
2	NVH-Phänomene des Antriebsstranges im Frequenzbereich bis 150 Hz	21
2.1	Erregerquellen von Schwingungen im Antriebsstrang	21
2.2	Zusammenfassung der wesentlichen NVH-Phänomene	22
2.3	Das Boom-Geräusch in Antriebssystemen	26
2.4	Systeme zur Schwingungsreduktion im Antriebsstrang	27
3	Grundlagen zur Berechnung und Optimierung von Schwingungen in Antriebssystemen	29
3.1	Grundlagen der Mehrkörpersimulation	30
3.1.1	Definition von Mehrkörpersystemen	30
3.1.2	Beschreibung von starren Körpern in Mehrkörpersystemen	31
3.1.3	Bindungen in Mehrkörpersystemen	32
3.1.4	Lagrangesches Prinzip	33
3.2	Elastische Strukturen in Mehrkörpersystemen	38
3.2.1	Mechanik verformbarer Körper	39
3.2.2	Rayleigh-Ritz Ansatz	42
3.2.3	Floating Frame of Reference	43
3.2.4	Reduktionsmethoden bei elastischen Körpern	45
3.2.5	Reduktion und Regularisierung der Zwangsgleichungen	47
3.3	Formalismen und Lösungsverfahren für Mehrkörpersysteme	49
3.3.1	Formalismen bei Mehrkörpersystemen	49
3.3.2	Lösungsverfahren bei Mehrkörpersystemen	50

3.4	Grundlagen zum systematischen Abgleich zwischen Messung und Rechnung	60
3.4.1	Unrestringierte Optimierungsprobleme	60
3.4.2	Restringierte Optimierungsprobleme	63
3.5	Grundlagen der Response Surface Methode	65
4	Beschreibung des Versuchsträgers	69
5	Experimentelle Untersuchungen	73
5.1	Fahrversuche mit subjektiver Beurteilung des Schwingungs- und Geräuschkomforts	73
5.2	Validierungsmessungen am Rollenprüfstand	74
5.2.1	Innengeräuschmessung	74
5.2.2	Messung von Drehschwingungen im Antriebsstrang	81
5.2.3	Messung von Beschleunigungen an den Krafteinleitungspunkten zur Karosserie	88
5.3	Messung von Biegeschwingungen der Kardanwelle am Antriebsstrangprüfstand	89
5.4	Ermittlung der dynamischen Eigenschaften von Elastomerlagern über Komponentenversuche	94
5.5	Vermessung des Reifens und der Achse	98
6	Echtzeitfähige Antriebsstrangmodelle für Schwingungsuntersuchungen	101
6.1	Einleitung	101
6.2	Anwendungsgebiete und Einsatzmöglichkeiten	101
6.3	Begriffsdefinition Echtzeit-Simulation	102
6.4	Aufbau des echtzeitfähigen Basis Antriebsstrangmodells	105
6.5	Verbesserungen der Modellarchitektur zur Verbesserung der Ergebnisqualität und Echtzeitfähigkeit	107
6.5.1	Analyse von echtzeitfähigen Motormodellen zur Abbildung der Momentenanregung der Verbrennungskraftmaschine	107
6.5.2	Untersuchung verschiedener Modellansätze im Bereich Kardanwelle	111
6.6	Überprüfung des Modells auf die Abbildbarkeit der realen physikalischen Phänomene	115
6.6.1	Echtzeitfähige Reifenmodelle zur Untersuchung von Schwingungen	115
6.7	Systematischer Messungs- und Rechnungsabgleich mittels nichtlinearer Optimierung	120
6.7.1	Mathematische Formulierung der Problemstellung	120
6.8	Systematischer Abgleich von Messung und Rechnung am Gesamtmodell	122

6.9	Untersuchungen zur Parametersensitivität	127
6.10	Ergebnisse Echtzeit-Modelle	131
6.11	Test der Echtzeit-Modelle auf einer Hardware in the Loop Plattform .	136
6.12	Grenzen von Echtzeit-Modellen	138
7	Aufbau eines Offline-Modells für das Geräuschphänomen Boom	149
7.1	Basismodelle für Schwingungsuntersuchungen im Antriebsstrang . . .	149
7.2	Schrittweise Modellvalidierung und -verbesserung	153
7.3	Analyse des nichtlinearen Schwingungsverhaltens im Antriebsstrang .	158
7.3.1	Modellbildung und Simulation des Zweimassenschwungrades .	159
7.4	Modellbildung und Simulation Elastomerlager	163
7.4.1	Simulation von Biegeschwingungen der Kardanwelle	178
7.5	Systematischer Messungs- und Rechnungsabgleich	181
7.6	Ergebnisse Offline-Modell	192
7.7	Definition der verallgemeinerbaren Vorgehensweise für die Phäno- menabbildung	199
8	Zusammenfassung der Ergebnisse	201
	Literaturverzeichnis	207

1. Einleitung

1.1 Einführung

Das NVH-Verhalten von Personenkraftwagen ist heutzutage ein wichtiges primäres Qualitätsmerkmal und beeinflusst damit die Kaufentscheidung des Kunden entscheidend (Abbildung 1.1). Niederfrequente Schwingungen des Antriebsstranges (bis ca. 100 Hz) werden dabei hauptsächlich durch die Verbrennungskraftmaschine (Drehungleichförmigkeit) und durch Fahrbahnunebenheiten (Fahrbahn erregte Schwingungen) angeregt. Durch das Eigenschwingungs- und Übertragungsverhalten des gesamten Antriebssystems können die Anregungen unter charakteristischen Betriebsbedingungen im Triebstrang verstärkt und in den Fahrzeugaufbau eingeleitet werden. Dadurch werden globale Eigenmoden des Aufbaus angeregt. Die Fahrzeuginsassen nehmen die dadurch hervorgerufenen Schwingungen und Geräusche je nach Stärke und Ausmaß als qualitätsmindernd, als unangenehm oder verbundenen mit Unwohlsein wahr.

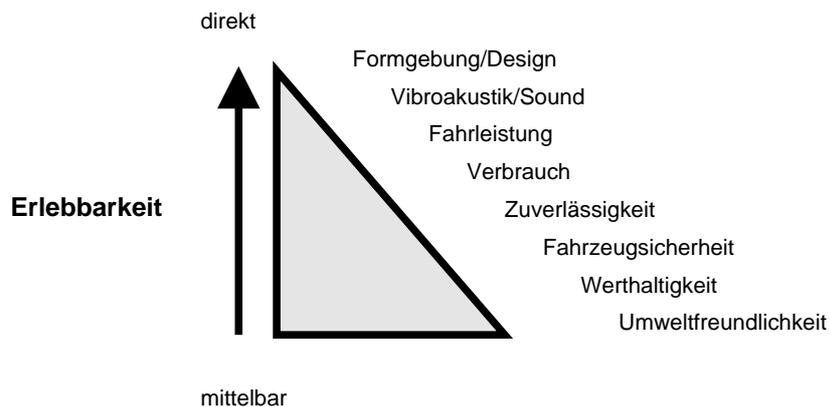


Abbildung 1.1: Unmittelbarkeit des Erlebens wesentlicher Fahrzeugeigenschaften nach [236]

Die Simulation von Antriebssystemen spielt in der Fahrzeugentwicklung eine immer wichtigere Rolle, da dadurch Entwicklungszeiten verkürzt und Entwicklungskosten gesenkt werden können. Hierbei ist jedoch entscheidend, dass die Simulation in

1. Einleitung

allen Phasen der Entwicklung in Abhängigkeit von der jeweiligen Anforderung aussagekräftige und auch belastbare (belastbar im Sinne von abgesichert) Ergebnisse liefern kann. Dies erfordert effiziente und an die bei der Entwicklung auftretenden Probleme angepasste CAE-Methoden mit einer hohen Ergebnisqualität. So ist es möglich bereits in der frühen Konzept- und Design-Phase die hohen Anforderungen an das zukünftige Produkt zu evaluieren, frühzeitig in den Prozess einzusteuern und diesen somit besser abzusichern. In späteren Entwicklungsphasen können mit Hilfe von Simulationen zeitaufwendige und kostenintensive Prototypentests mit Varianten- und Parameterstudien reduziert werden. Entwicklungszeiten werden dadurch verkürzt (sogenanntes Frontloading im Entwicklungsprozess) und Entwicklungskosten gesenkt (siehe Abbildung 1.2 und 1.3).

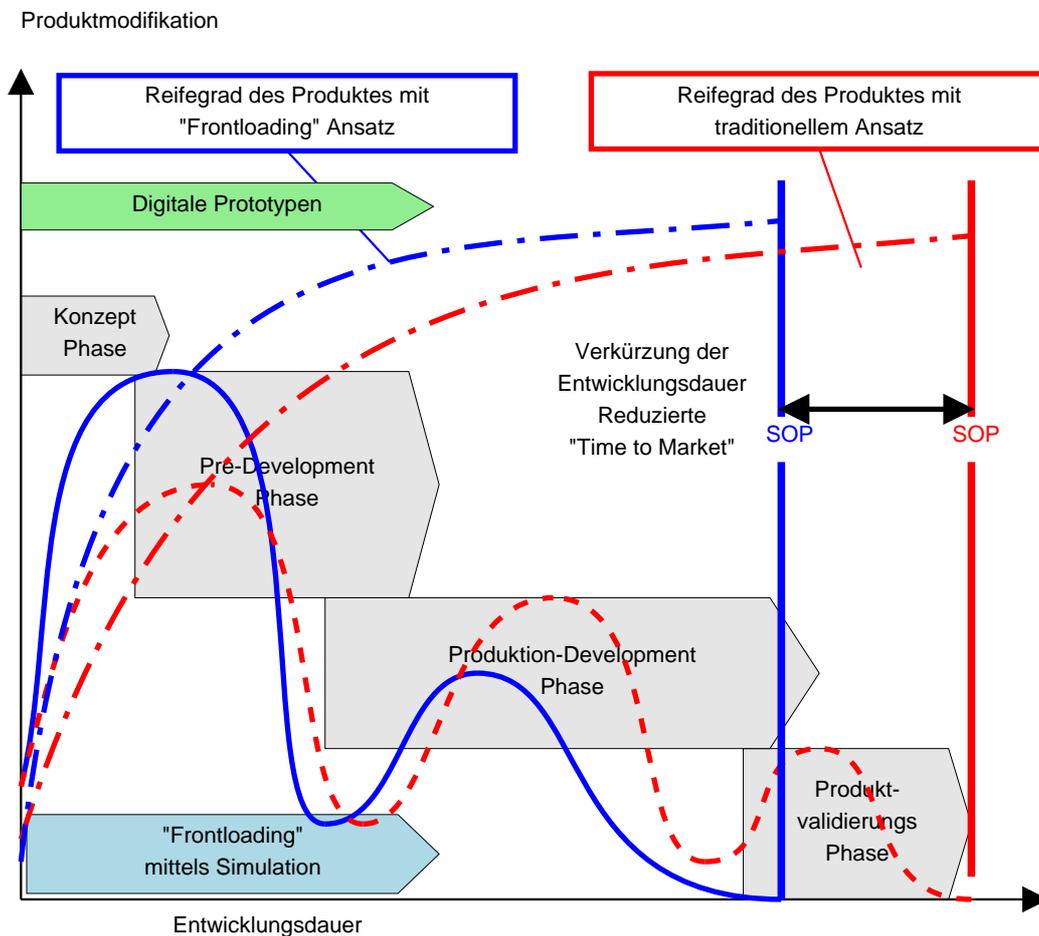


Abbildung 1.2: Optimierung des Antriebsstrang-Entwicklungsprozesses durch Frontloading nach [171]

Die hier vorliegende Arbeit behandelt Schwingungen des Triebstranges hervorgerufen durch die Drehungleichförmigkeit des Verbrennungsmotors. Die Thematik ist

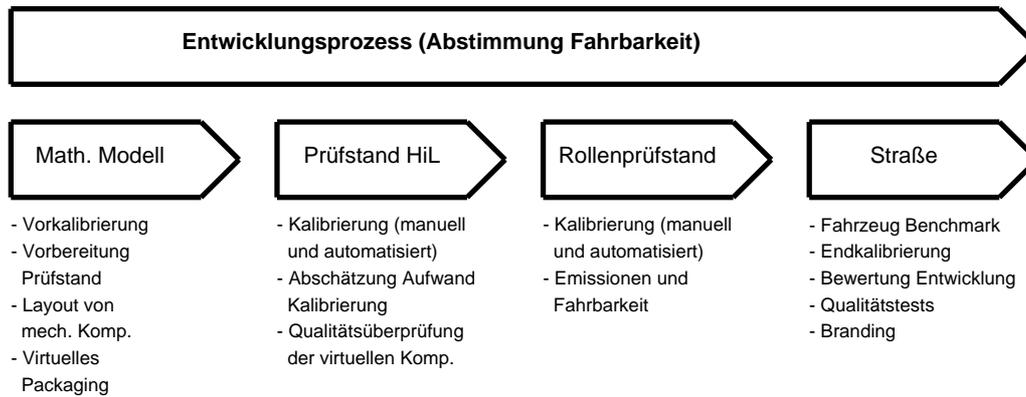


Abbildung 1.3: Abstimmung der Fahrbarkeit im Entwicklungsprozess [234]

insofern von hoher Relevanz, da aufgrund von Downsizing Methoden, wie Reduktion der Zylinderzahlen, verstärkte Aufladung und verbesserte Brennverfahren mit höherer Zylinderdruckanregung, die Anregung der Verbrennungskraftmaschine weiter zunimmt. Vor allem aufgeladene Dieselmotoren, in Kombination mit hinsichtlich Verbrauch und Emissionen optimierten Brennverfahren, stellen hier enorme Herausforderungen an die NVH-Abstimmung des Antriebsstranges dar. Verschärft wird diese Tendenz zusätzlich noch durch eine verbrauchsoptimale Betriebsstrategie bei niedrigen Drehzahlen und höheren Lasten (Downspeeding).

Die hohe Drehungleichförmigkeit ist jedoch kein rein dieselmotorisches Attribut, denn auch beim Ottomotor steigt aufgrund der Einführung der Direkteinspritzung und Aufladung die motorseitige Anregung. Für zukünftige Fahrzeugentwicklungen bedarf es daher einer optimierten NVH-Abstimmung des gesamten Antriebsstranges.

1.2 Stand der Wissenschaft

Historisch gesehen hat H. Frahm [63] zu Beginn des 19. Jahrhunderts erste Untersuchungen über dynamische Vorgänge in Wellensystemen von Schiffsmaschinen sowohl experimentell als auch rechnerisch durchgeführt. 1901 hat L. Göttingen [152] theoretische Untersuchungen über die Dynamik von Kurbelgetrieben veröffentlicht. Entscheidend vorangetrieben wurde die Forschung durch die Forderung nach Leichtbau für Luftschiffe und Flugzeuge [51].

Mit dem Beginn des Computerzeitalters erfolgt eine rasante Weiterentwicklung der Simulation von Antriebssystemen. Heutzutage kommt vor allem der übergeordneten Gesamtsystembetrachtung [136, 137, 140, 138, 139] eine besondere Rolle zu, da sich durch das Zusammenwirken der verschiedenen Teilsysteme Synergieeffekte zeigen.

Die begrenzte Verfügbarkeit fossiler Kraftstoffe und die zunehmende Umweltbelastung beeinflussen hauptsächlich die legislativen und gesellschaftlichen Rahmenbedingungen in der Fahrzeugentwicklung. Dabei müssen die betriebswirtschaftlichen Aspekte sowie die Nachhaltigkeit des Produktes berücksichtigt werden. Hinsichtlich der Optimierung des Antriebsstranges gehört zu den wesentlichen Zielen die Fahrleistung und den Komfort zu verbessern und gleichzeitig eine Reduktion des Verbrauchs zu erreichen [26].

Zink und Hauer gehen in [240] im Detail auf Downsizing Maßnahmen bei Dieselmotoren und den Auswirkungen auf das Drehschwingungsverhalten ein. Seit der Einführung neuer Brennverfahren bei Dieselmotoren in Kombination mit Turboaufladung Anfang der neunziger Jahre steigt die Anregung der Verbrennungskraftmaschine über die Drehungleichförmigkeit zunehmend und es wurden Systeme zur Schwingungsisolierung entwickelt und eingeführt. Zukünftige Entwicklungen gehen von einer weiteren Erhöhung des Motormomentes und geringeren Zylinderzahlen aus (4 statt 6 Zylinder, 3 statt 4 Zylinder und in Zukunft auch 2 statt 3 Zylinder) und führen dadurch zu einer weiteren Erhöhung der Anregung. Eine weitere Steigerung der Zylinderdrücke führt direkt zur Erhöhung der Drehungleichförmigkeit und bei gleich bleibendem Hubraum zu einer schlechteren Abkoppelung durch den Dämpfer, da dieser aufgrund der steigenden Momente entsprechend angepasst werden muss. Die Verringerung der Zylinderanzahl führt bei gleichem Moment zu größeren Drehungleichförmigkeiten bei jedoch tieferen Anregungsfrequenzen. Die Schwingungsanregung verschärft sich zusätzlich durch eine höhere Sensitivität des Antriebsstranges begründet durch Maßnahmen zur Verlustreduktion, des Leichtbaus und aufgrund ständig steigender Kundenanforderungen.

Reik gibt in [174] auch einen Überblick über Anregungsmechanismen und Erregerquellen von Torsionsschwingungen im Antriebsstrang. Die Haupterregerquelle

stellt die Drehungleichförmigkeit der Verbrennungskraftmaschine dar. Diese wird durch die Massen- und Gaskräfte hervorgerufen. Erstere treten erst bei höheren Drehzahlen in Erscheinung. Bei Schwingungsphänomenen ist auch die ungleichmäßige Zündung oder sogar eventuelle Zündaussetzer für das Schwingungsverhalten von besonderem Interesse. Eine sprunghafte Änderung des Motormomentes regt niederfrequente Schwingungen des Antriebsstranges (Ruckeln) an.

Für die Simulation von Schwingungen in Antriebssystemen werden hauptsächlich die Mehrkörpersimulationsmethode und die Finite Elemente Methode eingesetzt. Die Mehrkörpersimulation erlaubt es gegenüber der Finite Elemente Methode transiente Fahrmanöver und Nichtlinearitäten im Modell im Zeitbereich effektiv zu simulieren. Elastische Eigenschaften von verformbaren Körpern können über statische und dynamische Kondensierungsmethoden in das Modell eingebunden werden. Holzer stellt in [108] eine Methodik zur Berechnung des Motorhochlaufes mittels Finite Elemente Methode (FEM), über die Berechnung von stationären Drehzahlpunkten vor. In [113] wird die Finite Elemente (FE) Modellierung der flexiblen Mehrkörpersystemdynamik beschrieben und dabei auf die 3 Systemkomponenten dreidimensional elastisch deformierbare Körper, Starrkörper und elastischer Balken genauer eingegangen.

Ein Überblick über die mathematische und mechanische Grundlagen von Mehrkörpersystemen ist z. B. in [48, 200, 201, 221] gegeben. In der Literatur werden unterschiedliche Möglichkeiten zur Beschreibung des Koordinatensystems in relativen, mittels Referenzpunkt, natürlichen und gemischten Koordinaten erläutert. Ausgehend von der kinematischen Analyse werden die Bewegungsgleichungen für die dynamische Analyse in Form von abhängigen und unabhängigen Koordinaten sowie die Formulierung der Bewegungsgleichungen auf Basis von Geschwindigkeitstransformationen und kanonischen Gleichungen angegeben. Im Bereich der Echtzeit-Simulation wird auf die unterschiedlichen Formulierungen der Gleichungen eingegangen.

1.2.1 Offline-Simulation

Bei der Simulation von Schwingungen im Antriebsstrang sind besonders die Modellbildung und die -parametrierung von großem Interesse, um die abzubildenden Phänomene mit hoher Ergebnisqualität und -effizienz simulieren zu können. Zahlreiche Autoren haben sich mit den Grundlagen über die Modellbildung und Simulation von Antriebsstrangschwingungen beschäftigt z. B. [62, 87, 135, 143, 110, 192].

Zur Modellierung der Drehungleichförmigkeit der Verbrennungskraftmaschine existieren verschiedene Ansätze, die sich vorwiegend nach dem Untersuchungsziel und dem Detaillierungsgrad unterscheiden. Oftmals werden die Massenkräfte der Verbrennungskraftmaschine durch eine starre Kurbelwelle mit Punktmassen für die hin- und hergehenden Bauteile modelliert. Die Gaskräfte werden über freie Kräfte,

welchen auf die Kolben wirken, aufgeprägt [12, 53, 178, 177, 218]. Die dabei benötigten Daten werden aus Indizierdaten ermittelt. Stehen für die Untersuchungen keine Zylinderdruckdaten zur Verfügung, so werden vorhandene Indizierdaten von einem ähnlichen Aggregat entsprechend der Momentenkennlinie des verwendeten Motors skaliert. Ein weiterer einfacher Ansatz zur Abbildung der Gaskraftanregung basierend auf Ansatzfunktionen ist in [196, 197] beschrieben. Weitere Modelle zur Abbildung der Drehungleichförmigkeit sind ebenfalls in [196, 197] zu finden.

Mit dem Einfluss des Arbeitsprozesses von Dieselmotoren auf den Reibmitteldruck hat sich Schwarzmeier [198] beschäftigt. In der Arbeit wird eine sehr detaillierte Methode zur Berechnung des Reibmitteldruckes erarbeitet. Bei der Simulation von Schwingungen in Antriebssystemen wird das Reibmoment vielfach über ein von der Drehzahl abhängiges und über das Arbeitsspiel konstantes Verlustmoment abgebildet.

Zur Untersuchung von tieffrequenten Geräuschphänomenen im Antriebsstrang (< 150 Hz) werden Strukturen wie Gehäuse (Motor-Getriebe-Verband, Hinterachsgetriebegehäuse) häufig starr abgebildet, da die ersten globalen Eigenformen bei Frequenzen größer als ca. 200 Hz auftreten. Erst zur Untersuchung höherfrequenter Schwingungsphänomene werden elastische Strukturen in die Modelle eingebunden [218, 86]. Um eine effiziente Simulation im Zeitbereich zu gewährleisten, wird für elastische Körper eine statische und dynamische Reduktion der Freiheitsgrade durchgeführt [53]. In [178, 177] wird eine weitere Methode zur Berücksichtigung des elastischen Verhaltens angewandt. Dabei werden das Motor- und Getriebegehäuse über starre Körper abgebildet und mittels elastischer Elemente gekoppelt, sodass die ersten Eigenformen abgebildet werden können. Bohn [24] hat ebenfalls die Wechselwirkungen von Schwingungen zwischen dem Motor-Getriebe-Verband und dem Kurbeltrieb zur Körperschallanalyse untersucht und dabei festgestellt, dass durch das modale Verhalten der elastische Abgasanlage Schwingungen am Schwungrad (Schwungradtaumeln) beeinflusst werden.

Zur Analyse von NVH-Phänomenen im Antriebsstrang werden die rotierenden Bauteile des Getriebes als Feder-Masse-Systeme unter Berücksichtigung des rotatorischen Freiheitsgrades abgebildet [20, 141, 142, 183, 211, 231, 112, 90]. Es ergeben sich je nach gewähltem Gang und Übersetzung unterschiedliche Drehmassen und Steifigkeiten, wenn von einem auf die Bezugswelle reduzierten System ausgegangen wird. Es kann aber auch als ein verzweigtes System mit den nicht reduzierten Werten berechnet werden. Für die Untersuchung höherfrequenter Antriebsstrangschwingungen ist in [218] eine sehr detaillierte Abbildung des Getriebes mit Balken-Massen Modellen für die Getriebewellen und nichtlinearen Kraftelementen (inkl. Verzahnungsspiel) zur detaillierten Abbildung der nichtlinearen Verzahnungskräfte dargestellt (Abbildung des Phänomens Rasseln).

Nichtlineare Übertragungselemente werden in der Literatur hinsichtlich der Modellbildung und Ergebnisqualität genau betrachtet und dahingehend auch im Detail analysiert. Im Bereich des Schwungrades werden heutzutage für moderne Fahrzeugantriebe mit Dieselantrieb fast ausschließlich Zweimassenschwungräder (ZMS) verbaut. Das nichtlineare Verhalten des Zweimassenschwungrades wird häufig über nichtlineare Kennlinien für Steifigkeit und Dämpfung berücksichtigt [112, 178, 177, 176, 195, 211]. Eine detaillierte physikalische Abbildungen mit Berücksichtigung der Federmasse und Kanalreibung aufgrund der Flieh- und Federkräfte ist in [218, 187, 127] beschrieben. Umfangreiche Untersuchungen im Zusammenhang mit dem Zweimassenschwungrad wurden auch von Reik und Schnurr [193] durchgeführt. Schnurr hat das Schwingungsverhalten des sogenannten Weitwinkel ZMS (weichere Abstimmung) hinsichtlich des Ruckelverhaltens und bezüglich der ZMS Eigenfrequenz untersucht. Die Rückschlüsse wurden dabei mit einem sehr einfachen 3 Massenschwinger für Primärseite, Antriebsstrang und Fahrzeug abgeleitet. Für das Weitwinkel ZMS ergeben sich dabei sowohl Vorteile in der Schwingungsisolierung bei Ruckelvorgängen als auch günstigere physikalische Zusammenhänge bei der ZMS Resonanz. Balashov [18] geht auf die simulationsgestützte ZMS Auslegung und Optimierung näher ein. Das dynamische Verhalten von Kupplungen wurde in [195] untersucht.

Über die Aggregatlager werden einerseits die Schwingungen des Antriebsstranges vom Fahrzeugaufbau entkoppelt, gleichzeitig müssen aber die Reaktionskräfte abgestützt werden. Das Steifigkeits- und Dämpfungsverhalten von Lagern ist daher für die Anregung der Karosserie von zentraler Bedeutung. Häufig werden Motorlager mittels nichtlinearen Kraft-Weg Gesetzen (statische Kennlinien) als Feder-Dämpfer-Elemente abgebildet. Die theoretischen Grundlagen zum Schwingungs- und Übertragungsverhalten von hydraulischen Motorlagern wurden sehr detailliert von Singh und Lee untersucht [203, 146, 147, 145]. In der Simulation werden einerseits mechanische Ersatzmodelle mit Feder-Dämpfer Elementen und Punktmassen [146], sog. Lumped Parameter Modelle (Zusammenfassung der Fluidvolumen, physikalischer Ansatz) und linearisierte Modelle über Übertragungsfunktionen verwendet. Lee [146] hat sich im Detail mit den Charakteristiken und Unterschieden der einzelnen Modellbildungen beschäftigt.

Für den Rad Straße Kontakt werden häufig Modelle mit hinterlegten Schlupfkennlinien implementiert (z. B. [178, 177, 176, 218]). Detailliertere Reifenmodelle sind heutzutage in kommerziell erhältlichen Softwarepaketen für Mehrkörperdynamiksimulation inkludiert. Es gilt zwischen empirischen, semi-empirischen und physikalischen Reifenmodellen zu unterscheiden. Häufig implementierte Reifenmodelle in gängigen MKS-Softwarepaketen sind z.B. Pacjeka Magic Formula [167] und FTire [74].

Für tieffrequente Schwingungsuntersuchungen im Antriebsstrang wird der Fahrzeugaufbau vorwiegend als Starrkörper im Modell berücksichtigt. In [20] wird eine

1. Einleitung

modal abgebildete Karosseriestruktur in der MKS-Software untersucht um die Ergebnisqualität zu verbessern.

Mit der Messung von NVH-Phänomenen im Antriebsstrang hat sich Reitz [181, 180] beschäftigt. Er beschreibt unterschiedliche Prüfstandsanordnungen und Konfiguration um verschiedenste NVH-Phänomene des Antriebsstranges zu untersuchen. Die Messung von Rotationsschwingungen und deren Einfluss auf das Innengeräusch hat auch Williams [226] analysiert.

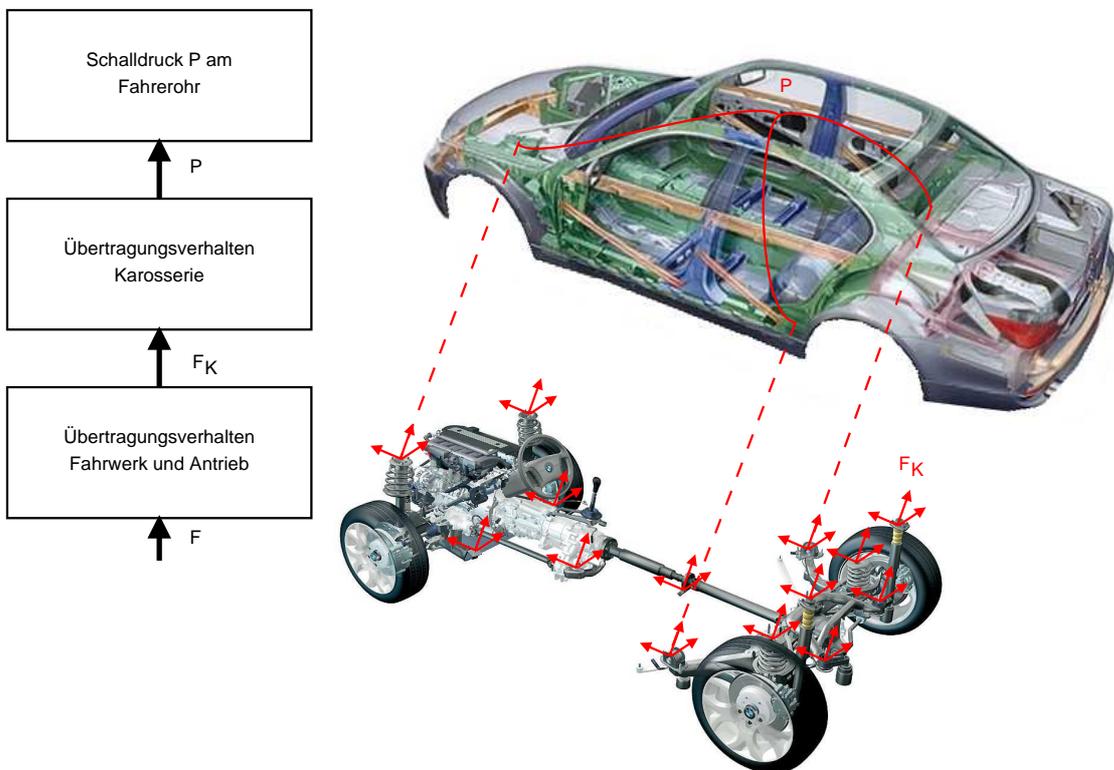


Abbildung 1.4: Vorgehensweise zur Berechnung des Innengeräusches (Schalldruckpegel Fahrerohr)

Ein wesentliches Thema der Simulation von Schwingungen im Antriebsstrang ist die Berechnung des dadurch angeregten Innengeräusches. Die Innengeräuschsimulation zur Beurteilung von Prototypenaggregaten hat Alt in [6, 7] im Detail analysiert. Dabei werden einerseits Verfahren zur Bestimmung der benötigten Funktionen zur Beschreibung der Luft- und Körperschallübertragungswege beschrieben und andererseits die Anregungen des bereits optimierten Antriebsaggregates am Versuchsträger ermittelt. Die relevanten Übertragungsfunktionen wurden dabei an einem Prototypen bzw. am Serienfahrzeug gemessen. Dabei wird das reziproke Verfahren (Vertauschen von Sender und Empfänger) angewendet mit dem Nachteil, dass kei-

ne binauralen Übertragungsfunktionen bestimmt werden können. In [2, 132] wird ebenfalls die Simulation der Geräuschübertragung von Fahrzeugkarosserien analysiert. Die Einflüsse von Karosserieschwingungsformen mit dem Fokus auf das Innengeräusch wie dem tieffrequentem Brumm- und Dröhngeräusch hat Frappier [64] untersucht.

Mit der Simulation von Schwingungen bei Allrad-Fahrzeugen haben sich Schreiber [196, 197], Du [53] und vor allem Riepl et. al [183, 54] beschäftigt. Riepl bewertet die Schwingungsanregung des Antriebsstranges über die z-Amplituden im Bereich des Hinterachsgetriebes (Roll- und Nickschwingungen).

1.2.2 Echtzeit-Simulation Antriebsstrang

Echtzeit-Simulationsmodelle des Antriebsstranges werden für Hardware in the Loop (HiL) und Fahrsimulator Anwendungen [46, 47, 239] eingesetzt. HiL Simulationen z.B. [68, 58, 57, 199, 229, 111] werden vor allem zum Testen von Steuergeräten und Mechatronik-Komponenten im Bereich Antriebsaggregat, Getriebe und Antriebsstrang verwendet. Bei Echtzeit-Simulationen ist die Entwicklungsumgebung in welcher die Modelle aufgebaut und parametrisiert werden von entscheidender Bedeutung. In der Entwicklungsumgebung werden die Modelle für die Zielplattform kompiliert und auf diese transferiert. Trotz heutiger moderner graphischer Entwicklungsumgebungen, die mit gängigen Echtzeitsystemen kompatibel sind, ist die Modellentwicklung eng an die Hardware des Zielsystems gebunden. Als Entwicklungsumgebung für Echtzeit-Modelle werden signalflussorientierte Ansätze, objektorientierte Modellierungssprachen wie Modelica und auch Eigenentwicklungen auf Basis von C/C++ eingesetzt.

Häufig verwendete Entwicklungsumgebungen für die Modellerstellung sind Matlab/Simulink [114] (signalflussorientiert), Dymola (objektorientiert) [66] oder eigenständig entwickelte Softwareumgebungen [45, 184]. Als Reifenmodelle kommen bei Echtzeitanwendungen aus Gründen der Rechenzeit meist schlupfbasierte Modelle zum Einsatz. Rill und Hirschberg haben in [184, 185, 106] ein effektives semi-physikalisches Reifenmodell beschrieben, das auch für Echtzeitanwendungen einsetzbar ist.

Die in der Literatur verwendeten Fahrzeug-Echtzeit-Modelle weisen eine stark reduzierte Anzahl von Freiheitsgraden auf z.B. Rill [184] mit 24 Freiheitsgraden (Auslegung Fahrzeugregelparameter, Abbildung 1.5), AVL VSM Vehicle Model (Bewertung der Fahrbarkeit) mit 24 Freiheitsgraden [235], Echtzeit-Modell von Gsöllpointner [91] mit 14 Freiheitsgraden zur Untersuchung der Fahrzeugdynamik und Modell nach Capatani [36] zur Untersuchung der Fahrbarkeit mit 9 Freiheitsgraden.

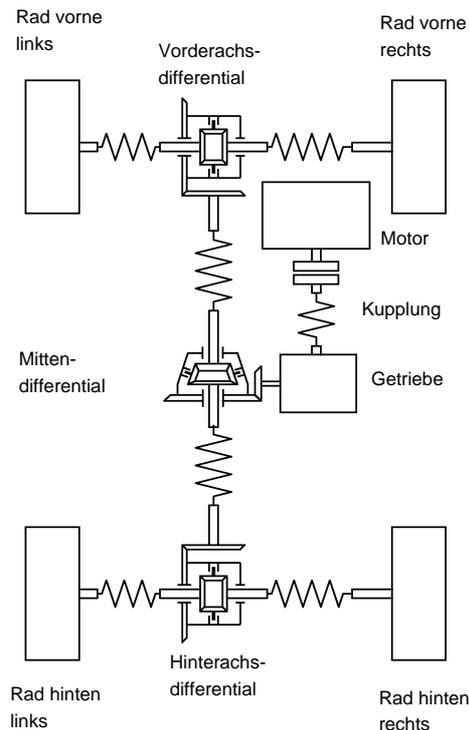


Abbildung 1.5: Echtzeit-Modell des Antriebsstranges [184]

Echtzeitanwendungen für Hardware in the Loop Systeme oder Fahr simulatoren erfordern geeignete Integrationsverfahren um das zu Grunde liegende Gleichungssystem innerhalb einer definierten Zeit zu lösen. (Definition Echtzeit siehe auch Unterkapitel 6.3 „Echtzeitfähige Antriebsstrangmodelle für Schwingungsuntersuchungen“ ab Seite 102). Dazu werden Integrationsverfahren mit fester Schrittweite eingesetzt. Verfahren wie das explizite Euler Verfahren bietet den Vorteil, dass der numerische Aufwand zur Zeitintegration gering ist. Es treten jedoch bei steifen Systemen Probleme mit der Stabilität auf. Implizite Euler Methoden haben gute Stabilitätseigenschaften aber benötigen zusätzliche Iterationsschritte zur Lösung des impliziten Gleichungssystems [32]. In modernen Softwarepaketen sind explizite und implizite Runge Kutta Verfahren höherer Ordnung implementiert. Grundlagen zu den Runge Kutta Verfahren sind in [65, 210, 94, 95] angeführt.

Eine wesentliche Rolle im Zusammenhang mit Echtzeit-Simulationen spielen Methoden zur Modellvereinfachung zur Verbesserung der Recheneffizienz. Wallrapp [221, 222] hat eine Methode zur Auswahl von zu berücksichtigenden Eigenmoden bei der dynamischen Modellreduktion von elastischen Strukturen beschrieben. Mittels Modal-Participation-Faktoren wird eine optimierte Auswahl an Eigenmoden festgelegt. Es zeigt sich, dass schon mit einer geringen Anzahl von selektierten Eigenmoden die Ergebnisse mit guter Genauigkeit im Vergleich zu FE-Ergebnissen simuliert werden können. Auf den Einfluss der Rechenperformance bei der modalen

Kondensation, insbesondere hinsichtlich der berücksichtigten dynamischen Eigenmoden, der Diskretisierung, des Integrationsfehlers und der Schrittweite, wird in [46] eingegangen. Einen Überblick über Methoden zur Einbindung flexibler Komponenten in Mehrkörpersystemen wird in [131, 130, 148] gegeben. Die modale Darstellung beruht mathematisch gesehen auf einer Projektion mittels Beschreibung von Projektionsmatrizen, deren Spalten aus Eigenmoden der elastischen Teilsysteme bestehen.

Mit der Reduktion des Gleichungssystems am konkreten Beispiel einer Radaufhängung hat sich Rulka [188] beschäftigt. In [100] wird eine Methode zur Vereinfachung der Bewegungsgleichungen von Mehrkörpersystemen vorgestellt. Die Vorgehensweise beruht auf einer Koordinatentransformation über die Projektion der Bewegungsgleichungen, wobei die lokalen Koordinatenachsen tangential zum Unterraum gewählt werden. Die Methode stellt vorerst noch eine theoretische Betrachtung zur Modellvereinfachung dar, da bisher noch keine Transformation mit den Voraussetzungen der Bijektion, Differenzierbarkeit und vollem Rang der Jakobi-Matrix existiert. Bei Brühls [28] werden weitere Vorgehensweisen zur Modellreduktion vorgestellt, die auf einer ähnlichen Vorgehensweise wie in Heirman [100] beruhen. Stewart [205] greift auf ein Metamodell zur Beschreibung der Longitudinaldynamik bei PKW zurück und erreicht damit eine deutliche Modellvereinfachung. Laschet stellt in [133] ein Verfahren zur Reduktion von torsionalen Schwingerketten vor, welches auf dem Verfahren von Di [49] beruht.

In Zusammenhang mit Echtzeit-Simulationen in HiL-Umgebungen werden häufig die Vorteile von HiL-Tests erwähnt. Zu den wichtigsten Argumenten sind zu zählen [162]:

- Verkürzung der Entwicklungszeit:
 - Einsparung von Prototypen
 - Kein Fahrer und keine Teststrecke sind notwendig
 - Tests können beliebig oft unter gleichen Bedingungen wiederholt werden
 - Tests können automatisiert werden
- Zunehmende Komplexität aufgrund der gegenseitigen Interaktion der verschiedenen Steuergeräte:
 - Betrachtung des Gesamtsystems aufgrund der Interaktionen notwendig
 - Mehrere Steuergeräte greifen gleichzeitig ein (z.B. ECU und Getriebesteuerung greifen gleichzeitig in Longitudinaldynamik ein).
 - Die Steuergeräte tauschen untereinander Informationen aus (CAN Bus, Flex Ray usw.)
 - Geräte Funktionen werden über mehrere Steuergeräte verteilt

Weitere Echtzeitanwendungen finden sich unter anderem noch in [56, 23, 190]. In [47] ist ein Echtzeit-Modell für einen Fahr Simulator beschrieben. Für die Beschreibung der Bewegungsgleichungen werden relative Koordinaten und das Jourdain'sche Prinzip angewendet. Als Integrationsverfahren wird ein partieller impliziter Euler Integrator verwendet.

In [48] werden Voraussetzungen für Integrationsverfahren bei Echtzeitanwendungen aufgelistet:

- Konstante Integratorschrittweite
- Konstante Integrationszeitdauer (muss kleiner als die Rechenschrittweite sein)
- Stabilität des Verfahrens
- Keine zeitaufwendigen Rechenoperationen
- Große Rechenschrittweiten

Bei Echtzeit-Simulationen stehen für die mathematische Systembeschreibung prinzipiell gewöhnliche Differentialgleichungen (ordinary differential equations, ODE) und differential algebraische Gleichungen (differential algebraic equations, DAE) zur Verfügung. Aufgrund des geringeren Aufwandes bei der numerischen Lösung sind ODE eher echtzeitgeeignet. DAE können mittels Differentiation der kinematischen Bindungsgleichungen, mittels Beschreibung über Minimalkoordinaten oder Straffunktionen als ODE 2. Ordnung formuliert werden. Die Theorie zur Lösung von ODE ist schon seit langem bekannt und es gibt hier umfangreiche Untersuchungen zur Stabilität, dem Konvergenzverhalten und über die Genauigkeit der Lösungsverfahren.

Für die Stabilisierung von DAE wird in der Literatur die Methode nach Baumgarte und Projektionsmethoden [32] vorgestellt. Bei der Baumgarte Stabilisierung werden die Zwangsbedingungen über eine Linearkombination im Beschleunigungslevel dargestellt. Durch die Projektion wird die numerische Lösung in ein Minimierungsproblem umgeformt. Um dieses Minimierungsproblem zu lösen, werden die Zwangsbedingungen mit Lagrange-Parametern mit der ursprünglichen Gleichung gekoppelt. Dieses nichtlineare System wird über ein Newton Verfahren gelöst.

Der Abgleich von Simulationsmodellen auf Basis von Validierungsmessungen wird heutzutage nach wie vor vorwiegend händisch basierend auf den Erfahrungen und dem Geschick des Berechnungsingenieurs durchgeführt. Nur vereinzelt und häufig vor allem bei vereinfachten Modellen werden systematische Vorgehensweisen zur Parameteridentifikation eingesetzt. Zum Beispiel wird in [166] die Optimierung von Motorlagern bezüglich NVH, Fahrverhalten und Fahrbarkeit beschrieben. Durch

Entkoppeln und Clustern von Parametervariablen kann ein effizienter Optimierungsprozess für den Entwicklungsprozess dargestellt werden. Mittels der Methode Design of Experiments werden in [150] nicht robuste Parameter für eine spätere vereinfachte Optimierung identifiziert. Einen guten Überblick über generelle Methoden zur Parameteridentifikation mit allgemeinen Beispielen gibt Will in [224]. Auf einschlägigen Tagungen zur Optimierung (z. B. Weimarer Optimierungs- und Stochastik Tage, NAFEMS Tagungen ...) werden zahlreiche Optimierungsbeispiele angeführt. Diese haben jedoch nicht das Schwingungsverhalten des Antriebsstranges mittels Mehrkörpersimulation zum Thema.

Mit dem Design und der Analyse von Simulationen hat sich eingehend Kleijnen [123] beschäftigt. Bei den Optimierungsmethoden von Simulationsmodellen geht er dabei einerseits auf die klassischen Response Surface Methoden und auf neuere Methoden mit Kriging Metamodellen ein. Eine detaillierte Beschreibung der Grundlagen von Response Surface Methoden sind in [120, 159] gegeben. Grundlagen zur nichtlinearen Optimierung werden in [10, 163] erläutert.

1.3 Zielsetzung der Arbeit

Die Erkenntnisse aus der Recherche zum Stand der Technik zeigen, dass zum Themenbereich Offline-Simulationen von Schwingungen in Antriebssystemen sehr umfangreiche Informationen zur Modellbildung, Parametrierung, Modellabstimmung/Validierung und Ergebnisqualität bestehen. Bei Echtzeit-Simulationen wird nach wie vor auf stark vereinfachte Modelle mit wenigen Freiheitsgraden zurückgegriffen. Vor allem hier sind die Auswirkungen auf die Ergebnisqualität und die Vorgehensweise hinsichtlich Modellbildung, Parametrierung und Abstimmung/Verifikation zur Simulation von höherfrequenten Schwingungen (> 20 Hz) nicht näher beschrieben.

Ziel dieser Arbeit ist es Schwingungen in PKW Antriebssystemen mit Verbrennungskraftmaschine im niederfrequenten Bereich bis ca. 100 Hz zu simulieren. Dabei soll eine Vorgehensweise für die Simulation für zwei unterschiedliche Aufgabenstellungen im virtuellen Entwicklungsprozess entwickelt, charakterisiert und analysiert werden. Der Fokus ist erstens vor allem auf echtzeitfähige Antriebsstrangmodelle, die zur Bewertung der Fahrbarkeit verwendet werden und zweitens auf detailliertere Offline-Modelle, die zur Vorhersage der Anregung für die Innengeräuschberechnung dienen, zu legen. Zuerst gilt es die verschiedenen und zum Teil gegensätzlichen Anforderungen an die Simulation zu erarbeiten. Hier soll vor allem auf die Themenbereiche des relevanten Frequenzbereiches, typische dabei auftretende Phänomene und deren charakteristische Eigenschaften, eingegangen werden. In weiterer Folge müssen die für die jeweilige Aufgabenstellung verwendeten Modelle entwickelt und für die Simulation von Schwingungen in PKW-Antriebssystemen analysiert werden.

Es gilt zu klären wie detailliert die Modelle für die verschiedenen Anforderungen wie Echtzeit-Simulation und Innengeräuschberechnung sein müssen um relevante Phänomene abbilden zu können. Es sollen Grenzen der einzelnen Vorgehensweisen aufgezeigt und dargestellt werden. Insbesondere interessieren dabei:

- Bis zu welchem Frequenzbereich sind echtzeitfähige Modelle gültig und welche Ergebnisqualität wird dabei erreicht?
- Welche Grenzen und Unterschiede in den Ergebnissen ergeben sich mit den unterschiedlichen Modellansätzen?
- Wo liegen die Grenzen der Aussagefähigkeit von Echtzeit-Modellen und wo liegen die Grenzen für Offline-Modelle zur Vorhersage der Fahrbarkeit und der Anregung für das Innengeräusch?
- Kann eine Aussage gemacht werden welche Schwingungsmodelle des Antriebsstranges für welchen Frequenzbereich geeignet sind?

Die entwickelten Modelle sollen über experimentelle Untersuchungen an einem Testfahrzeug verifiziert werden. Hier interessieren vor allem:

- Welche Messgrößen können herangezogen werden um die entwickelten Modelle zu validieren?
- Welche Messverfahren inklusive der Applikation der Messtechnik werden eingesetzt?
- Definition von geeigneten Fahrmanövern für die Messung der Schwingungsphänomene?

Auf Basis der vorhandenen Messungen soll eine effiziente Methodik zum Modellabgleich entwickelt werden. Dabei sind von besonderem Interesse:

- Welche qualitativen Verbesserungen können bei der Abstimmung im Vergleich zu vorhandenen Methoden erreicht werden?
- Ergeben sich Grenzen für die Abstimmung?
- Welche Rückschlüsse können aus dem Abgleich gezogen werden?

1.4 Gliederung der Arbeit

Nach dem einführenden Kapitel 1 werden im nachfolgenden Kapitel 2 die für den betrachteten Frequenzbereich relevanten NVH-Phänomene des Antriebsstranges beschrieben und dabei vor allem auf die Ursache und Wirkung im Sinne der auftretenden Schwingungs- und Geräuschphänomene näher eingegangen.

Im Anschluss erfolgt in Kapitel 3 die Zusammenfassung der theoretischen Grundlagen zur Mehrkörpersimulation und zum systematischen Abgleich zwischen Messung und Rechnung. Ausgehend von starren Mehrkörpersystemen werden anschließend die Grundlagen elastischer Mehrkörpersysteme und Verfahren zur Lösung der ermittelten Gleichungen erläutert. Die Grundlagen nichtlinearer Optimierung, die als Basis für den durchgeführten systematischen Abgleich zwischen Messung und Rechnung dienen, werden am Ende von Kapitel 3 behandelt.

In Kapitel 4 werden auf den Versuchsträger und dessen spezifische Eigenschaften, welche für die Analyse der Schwingungen im Antriebsstrang von besonderem Interesse sind, näher eingegangen.

Im Anschluss werden in Kapitel 5 die experimentellen Untersuchungen zusammengefasst. Dazu gehören die zuerst durchgeführten Fahrversuche mit subjektiver Beurteilung des relevanten NVH-Verhaltens. Anschließend werden die Messungen auf der Akustikrolle, am Antriebsstrangprüfstand, die Komponententests für Elastomerlager im Bereich Hinterachse und die Vermessung des Reifens und der Achse beschrieben.

In Kapitel 6 werden echtzeitfähige Antriebsstrangmodelle behandelt. Ausgehend von den Anwendungsgebieten und Einsatzmöglichkeiten wird auf die Modellentwicklung und die Optimierung der Modellarchitektur zur Gewährleistung der Echtzeitfähigkeit eingegangen.

Mittels nichtlinearer Optimierung wird dabei sowohl die Parameteridentifikation bei Komponententests als auch der Abgleich von nicht bekannten Modellparametern im Gesamtmodell, auf Basis der Messergebnisse, durchgeführt. Am Ende dieses Kapitels werden die Ergebnisse der Parameteridentifikation und die Tests am HiL Prüfstand zusammengefasst.

In Kapitel 7 werden der Aufbau und die Simulation von Offline-Simulationsmodellen zur Berechnung der Anregung für die Innengeräuschberechnung gezeigt. Über die schrittweise Modellverfeinerung und Verbesserung wird eine verallgemeinerbare Vorgehensweise zur Phänomenabbildung abgeleitet. Wie schon in Kapitel 6 gezeigt, wird ebenfalls die entwickelte Methode für den systematischen Messungs- und Rechnungsabgleich angewendet und die Ergebnisse und Rückschlüsse der Para-

meteridentifikation dargestellt.

Zum Schluss werden die erzielten Ergebnisse und die daraus gezogenen Schlussfolgerungen zusammengefasst.

1.5 Zusammenfassung der Ergebnisse

In dieser Arbeit sind ein echtzeitfähiges und ein detailliertes Offline-Antriebsstrangmodell für einen PKW Allradtriebstrang in einer MKS-Umgebung aufgebaut worden. Die Modelle wurden hinsichtlich der Modellbildung, Parametrierung, Ergebnisqualität und Recheneffizienz detailliert untersucht, sodass mit den Modellen Schwingungen im Antriebsstrang effizient und mit hoher Ergebnisqualität simuliert werden können.

Das Echtzeit-Simulationsmodell dient zur Abstimmung der Fahrbarkeit und legt dabei den Fokus auf höherfrequente Schwingungsphänomene im Bereich der vom Motor erregten Drehungleichförmigkeit. Das Offline-Modell ermöglicht eine detaillierte Vorhersage der Schwingungsanregung des Fahrzeugaufbaus mit dem Fokus auf das Brumm-Geräusch. Mit beiden Modellen können die Drehschwingungen bis ca. 80 Hz mit ähnlicher, sehr guter Übereinstimmung zur Messung simuliert werden. Mit verbesserten Ansätzen zur Abbildung der motorseitigen Anregung, verursacht durch die Gas- und Massenkräfte, des elastischen Verhaltens der Kardanwelle, über die Einbindung flexibler Körper und einem Reifenmodell, das die Nachgiebigkeit im Latsch berücksichtigt, kann die Ergebnisqualität und gleichzeitig die Recheneffizienz deutlich verbessert werden.

Zum Abgleich und zur Verifikation der Simulationsmodelle wurden Voll-Last-Hochläufe am Rollenprüfstand und zusätzliche Messungen an Subsystemen (Komponententests) wie Elastomerlager, Achse und Reifen durchgeführt. Die Messung von Drehschwingungen mittels Rotationslaser und Induktivmessgebern erlaubt es die Drehungleichförmigkeit mit ausreichender Genauigkeit zu bestimmen. Zum Abgleich der Kraftanregung des Fahrzeugaufbaus müssen Beschleunigungen, welche mittels üblichen Dreiachsaufnehmern an interessierenden Bauteilen und an den Koppelstellen zum Aufbau gemessen werden, herangezogen werden. Eine direkte Kraftmessung ist sehr aufwendig und aufgrund der baulichen Änderungen am Fahrzeug nicht bei allen Messstellen möglich. Mit einem automatisierten Messungs- und Rechnungsabgleich, welcher Ergebnisse im Frequenzbereich heranzieht, können nicht vorhandene oder mit Unsicherheiten behaftete Modellparameter unter realen Betriebsbedingungen am Gesamtfahrzeug abgeglichen werden und die Abweichungen zur Messung im Bereich der Drehschwingungen nochmals deutlich (-70%) verbessert werden.

Eine besondere Herausforderung bei echtzeitfähigen Modellen stellt die Einbindung des elastisch gelagerten Hinterachsgetriebes unter Berücksichtigung der Lagerung des Hilfsrahmens der Hinterachse. Mit diesen Modellerweiterungen können zwar die Anregungen an den Koppelstellen zum Fahrzeugaufbau mit akzeptabler Genauigkeit berechnet und auch Biegeschwingungen der Kardanwelle simuliert werden. Es verdoppelt sich aber damit die Rechenzeit, so dass für das analysierte Modell auf der verwendeten Zielhardware keine Echtzeitfähigkeit mehr gegeben ist.

Mit dem detaillierten Offline-Modell können Schwingungen des Antriebsstranges noch detaillierter simuliert werden. Oftmals aus fahrdynamischen Untersuchungen abgeleitete Basismodelle müssen dazu jedoch verfeinert werden, um die relevanten Schwingungsphänomene und das Übertragungsverhalten abbilden zu können. Die Berücksichtigung des nichtlinearen Modellverhaltens und die Einbindung von relevanten Bauteilelastizitäten erlauben eine gute Vorhersage der Kraftanregung in den Fahrzeugaufbau, wenn auch einige Messstellen in gewissen Drehzahlbereichen größere Abweichungen zur Messung zeigen. Insbesondere sind das frequenzabhängige Steifigkeits- und Dämpfungsverhaltens von Elastomerlagern im Bereich der Hinterachse zu erwähnen, welche durch die Berücksichtigung der Frequenzabhängigkeit eine deutliche Verbesserung im Vergleich zur Messung zeigen.

Das Offline-Simulationsmodell kann auch zur Verbesserung der Modellbildung und Parametrierung herangezogen werden um die Ergebnisqualität zu verbessern. Die Analyse der Hystereseschleifen beim physikalischen ZMS-Modell des Offline-Modells ermöglicht es, das deutlich recheneffizientere Kennlinienmodell für die Echtzeit-Simulation zu bedaten. Diese rein virtuelle Modellvalidierung kann bereits in frühen Phasen der Produktentwicklung, wo noch keine Prototypenfahrzeuge vorhanden sind, durchgeführt werden.

Aufgrund der deutlich längeren Berechnungszeit für einen Hochlauf muss zum systematischen Abgleich mittels nichtlinearer Optimierung ein Metamodell z. B. nach Kriging herangezogen werden. Die Abweichungen zur Messung können dadurch nochmals verbessert werden. Die Ergebnisse aus dem Abgleich geben Rückschlüsse über die Modellparameter unter realen Betriebsbedingungen im Gesamtfahrzeug.

1.6 Ausblick

Um eine Aussage über zukünftige Entwicklungen im Bereich von Fahrzeugantriebe machen zu können, ist es erforderlich die Antriebe der Zukunft ganzheitlich zu betrachten [22]. Neben dem emotionalen Aspekt des Kunden mit dem Wunsch nach Fahrspaß und unabhängiger Mobilität spielen in Zukunft noch viel stärker soziale, ökologische und ökonomische Gesichtspunkte eine entscheidende Rolle. Es gilt die

1. Einleitung

Fahrzeugemissionen weiter zu verringern und dabei auch eine möglichst schonende Rohstoffgewinnung mit einem hohen Recycling Anteil zu gewährleisten. Dies wird vor allem getrieben durch die Tatsache, dass die derzeit hauptsächlich genutzten fossilen Brennstoffe endlich sind. Dazu müssen neue schonende und zugleich hoch effiziente Produktionsverfahren noch entwickelt werden. Eine nicht zu vernachlässigende Rolle haben politische Einflüsse die einerseits die Emissionsgesetzgebung der Zukunft definieren und andererseits auch die Versorgungsinfrastruktur und Ressourcenverteilung sicherstellen aber auch entsprechend reglementieren müssen.

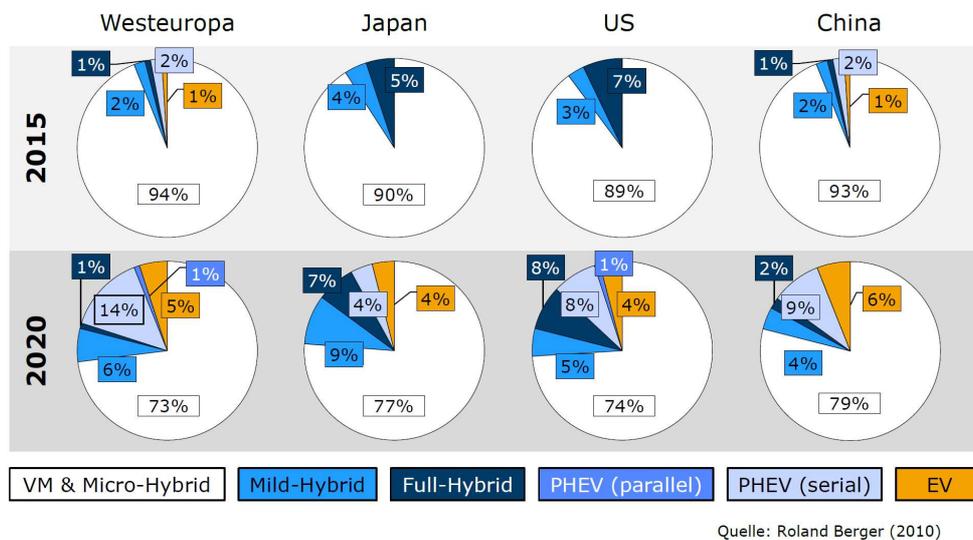


Abbildung 1.6: Entwicklung der Marktanteile für Antriebssysteme für 2015 und 2020 [22]

Beidl [22] sieht aufgrund derzeit vorliegender Studien über die zukünftige Marktentwicklung im Bereich PKW Antriebssysteme die Notwendigkeit von strukturierten und systematischen Ansätzen und der Umsetzung von ausgewogenen Technologiepaketen. Dabei ist es einerseits notwendig den verbrennungsmotorischen Antrieb zu optimieren und andererseits die Elektrifizierung und innovative Fahrzeugantriebe voranzutreiben. Bei der Optimierung des konventionellen Verbrennungsmotors sieht er weiteres Potential in Downsizing, Verbesserung der Brennverfahren, Aufladung, Abgasnachbehandlung und auch im Bereich neuer Getriebe usw. Im Bereich der Elektrifizierung sind derzeit in Entwicklung befindliche Systeme wie Micro/Mild-Hybrid, Full Hybrid, Plug-In-Hybrid, Brennstoffzelle und Range Extender bis hin zu vollelektrischen Antrieben ganzheitlich weiterzuentwickeln.

Die Herausforderungen für eine zukünftige effiziente Produktentwicklung sehen nach Beidl [22] wie folgt aus

- Zunehmende Systemkomplexität

- Mehr Interdisziplinarität
- Weiterer Anstieg der Produktvielfalt
- Forderung nach Durchgängigkeit im Entwicklungsprozess
- Erforderliche Betrachtung neuer Domänen in der Entwicklung

Zur Bewältigung dieser Herausforderungen im Rahmen einer ganzheitlichen zukünftigen Betrachtung des Fahrzeugantriebes spielen virtuelle Entwicklungsmethoden eine entscheidende Rolle, wie sie in dieser Arbeit auch schwerpunktmäßig behandelt wurden.

Für einen Ausblick mit dem Fokus speziell auf diese Arbeit sind folgende Punkte von besonderer Relevanz:

- **Steigerung der Recheneffizienz beim automatisierten Parameterabgleich durch Parallelisieren der Zeitbereichsrechnungen.** Der im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelte Prototyp in Matlab nutzt derzeit nicht die Möglichkeit Zeitbereichsrechnungen parallel abzuarbeiten. Durch eine derartige Vorgehensweise könnte die Parameteridentifikation deutlich effizienter durchgeführt werden.
- **Überprüfung der Anwendbarkeit der vorgestellten Methode zum automatisierten Parameterabgleich mittels nichtlinearer Optimierung für höhere Motorordnungen.** In der hier vorgestellten Arbeit lag der Fokus im Frequenzbereich bis ca. 100 Hz mit der schwerpunktmäßigen Betrachtung der 2. Motorordnung. Prinzipiell ist die vorgestellte Methode auch für höherfrequente NVH-Phänomene anwendbar. Eine Parameteridentifikation mit Einbeziehung höherer Motorordnungen müsste man noch detailliert untersuchen.
- **Test der Echtzeit-Modelle mit elastischen Körpern auf einer Echtzeitplattform.** Diese Tests konnten nicht durchgeführt werden, da derzeit die Modal Body Bibliothek nur für Windows Systeme kompiliert werden kann. Sollte in Zukunft eine Kompilierung für gängige Echtzeitsysteme (dSpace) möglich sein, so könnten die derzeit über offline-Simulationen abgeschätzte Echtzeitfähigkeit noch verifiziert werden.

2. NVH-Phänomene des Antriebsstranges im Frequenzbereich bis 150 Hz

In diesem Kapitel wird zuerst ein Überblick über Erregerquellen von NVH-Phänomenen im Antriebsstrang gegeben. Im Anschluss daran werden die wesentlichen NVH-Phänomene aufgezählt und hinsichtlich der Geräuschenstehung, der Übertragung und der Ursache (Ausprägung, Charakteristik) beschrieben. Danach folgt eine detailliertere Beschreibung des Geräuschphänomens Brummen (engl. boom noise) mit der Unterteilung in das tieffrequente Brumm-Geräusch (engl. low speed boom noise) und in das hochfrequente-Brumm Geräusch (engl. high speed boom noise). Das Kapitel schließt mit einem Überblick über Systeme zur Schwingungsreduktion in PKW-Antriebssystemen ab, welche im engen Zusammenhang mit den einzelnen Geräuschphänomenen stehen.

2.1 Erregerquellen von Schwingungen im Antriebsstrang

Reik gibt in [174] einen Überblick über Anregungsmechanismen und Erregerquellen von Torsionsschwingungen im Antriebsstrang. Die Haupterregerquelle ist die Drehungleichförmigkeit der Verbrennungskraftmaschine. Diese wird durch die periodisch veränderlichen Massen- und Gaskräften hervorgerufen. Erstere treten erst bei höheren Drehzahlen in Erscheinung. Bei Schwingungsphänomenen ist auch die ungleichmäßige Zündung oder sogar eventuelle Zündaussetzer für das Schwingungsverhalten von besonderem Interesse. Sprungartige Änderungen des Motormomentes regen niederfrequente Schwingungen des Antriebsstranges (Ruckeln) an.

Eine Schwingungsanregung im Bereich der Kupplung entsteht durch das Rupfen der Kupplung (Slip-Stick-Effekte). Tritt ein Wellenversatz zwischen Motor und Getriebe auf, so kommt es zu Verspannungen in den Kupplungsscheiben und die damit einhergehenden Veränderungen der Dämpfung und Steifigkeit regen Schwingungen an.

Motor	Zündung Ungleichmäßige Zündung Momentenänderung
Kupplung	Reibschwingungen
Torsionsdämpfer	Periodische Veränderung der Dämpfung
Getriebe	Zahneingriff Zahnteilungsfehler Schaltstöße
Gelenkwellen	Beugungswinkel
Rad	Fahrbahnunebenheiten

Tabelle 2.1: Ursachen der Anregung von Schwingungen in Antriebssystemen

Im Getriebe entsteht eine Anregung durch den Zahneingriff und durch Zahnteilungsfehler. Bei Automatikgetriebe entstehen oftmals Schaltstöße, welche ebenfalls Torsionsschwingungen vergleichbar mit dem Längsruckeln, anregen können.

Im Bereich der Gelenkwellen entstehen Schwingungsanregungen bei stark gebeugten Wellenausrichtungen [88]. Auch Fahrbahnunebenheiten oder der Radschlupf bei wechselnden Reibwerten zwischen Straße und Rad kann den Antriebsstrang zu Drehschwingungen erregen (siehe Tabelle 2.1).

Bei der Vielzahl von möglichen Ursachen für Anregungen von Schwingungen in Antriebssystemen kommen unterschiedlichste Mechanismen bei der Übertragung mittels Luft- und Körperschall zum Empfänger zum Tragen. Nachfolgend werden die wesentlichen NVH-Phänomene im Antriebsstrang noch detaillierter beschrieben und charakterisiert.

2.2 Zusammenfassung der wesentlichen NVH-Phänomene

In [181, 180, 179, 218] erfolgt eine Auflistung der wesentlichen NVH-Phänomene im Antriebsstrang. Die Benennung der Phänomene erfolgt größtenteils lautmalerisch und es besteht diesbezüglich keine einheitliche Normung. In Abhängigkeit vom Frequenzbereich beeinflussen die Phänomene den Schwingungs- oder Geräuschkomfort bzw. treten auch kombinierte Phänomene auf. Schmidt [191] schlägt eine weitere Einteilung nach dem Zustand vor wie z. B. Volllastbrummen oder Leerlaufresseln (Abbildung 2.1).

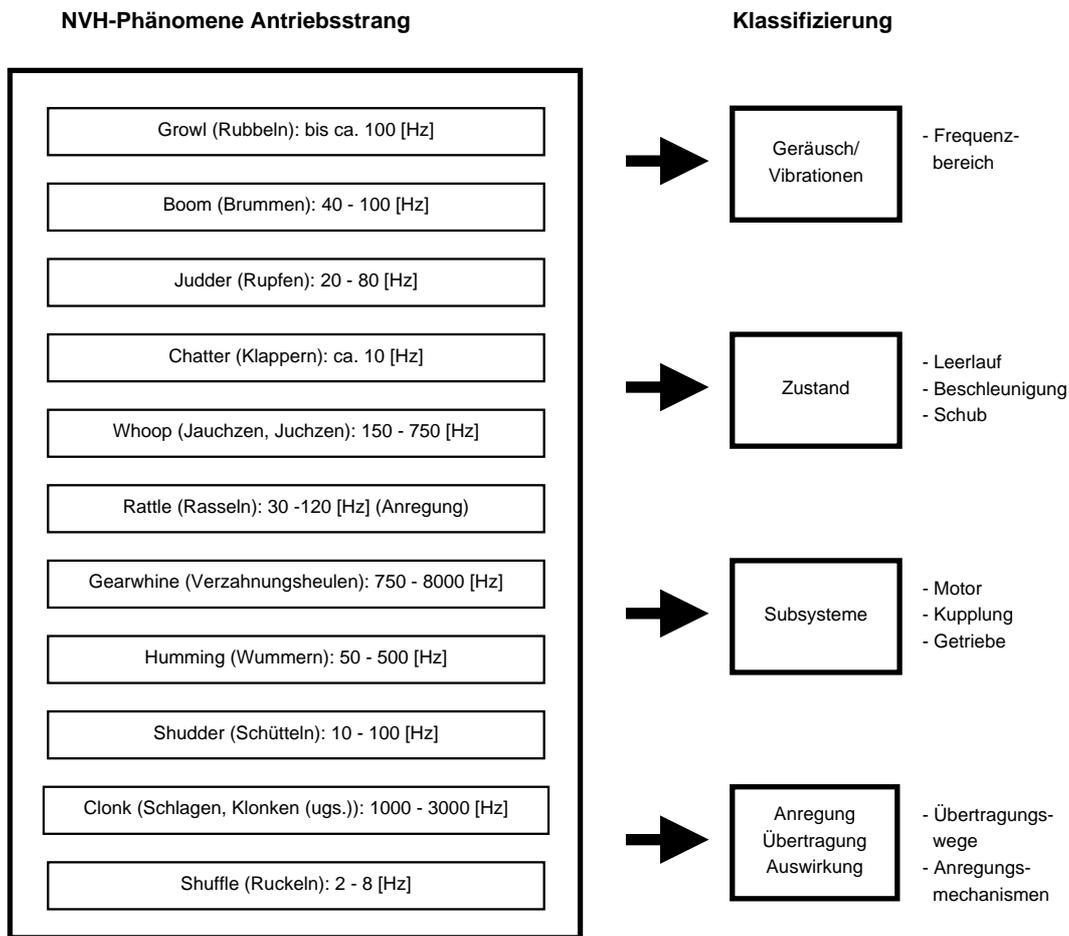


Abbildung 2.1: Überblick über NVH-Phänomene im Antriebsstrang und deren Klassifizierung

Beim **Ruckeln** (engl. **shuffle**) handelt es sich um eine Schwingung in Längsrichtung des gesamten Fahrzeuges aufgrund eines Lastwechsels [93]. Durch Gas geben oder wegnehmen und auch beim Einkuppeln (z.B. Anfahren und Gangwechsel) kommt es zu einer sprunghaften Momentenänderung, die sich auf das Schwungrad überträgt. Es entsteht eine niederfrequente abklingende Longitudinalschwingung des Fahrzeuges im Frequenzbereich von ca. 2 - 8 Hz. Die Schwingung wirkt direkt auf die Fahrzeugpassagiere und wird von diesen als besonders unkomfortabel empfunden.

Wie das Ruckeln entsteht auch das hochfrequente und impulsartige **Clonk**-Geräusch (deutsch **schlagen**, **klonken**(ugs.); es wird vorwiegend der englische Begriff verwendet) [93] bei einem Lastwechsel auf, oder beim plötzlichen Ein- und Auskuppeln sowie beim Schalten. Vor allem führt beim Übergang vom Schub in den Zugbetrieb oder umgekehrt der plötzliche Lastwechsel zu Spieldurchläufen im Getriebe mit anschließendem Aufeinanderschlagen der Bauteile (wie z. B. den Zahn-

flanken). Der Frequenzbereich liegt breitbandig zwischen ca. 1000 und 3000 Hz und somit in einen empfindlichen Frequenzbereich des menschlichen Ohres. Fortschritte in der Minderung des Motorgeräusches von Verbrennungsmotoren führen dazu, dass die Geräusche des Antriebsstranges immer stärker in den Vordergrund rücken. Die metallische Geräuschkulisse des Clonk-Geräusches gibt dabei den Eindruck eines qualitativ deutlich schlechteren Getriebes wieder.

Das Querschütteln, Standschütteln und Wellenwummern sind Geräuschphänomene im Bereich der Seitenwellen [181, 180, 179]. Das **Querschütteln** (engl. **shudder**) wird direkt von den Axialkräften, welche in den Gelenken entstehen, angeregt. Die Seitenwellen sind dabei aktiv an der Schwingungsentstehung beteiligt.

Beim **Standschütteln** (engl. **idle-boom**) werden die Schwingungen nicht direkt vom Wellensystem erzeugt, sondern dieses überträgt die Vibrationen weiter. Es besteht ein indirekter Einfluss des Seitenwellensystems mit passiver Beteiligung am Schwingungsphänomen. Entscheidend ist dabei der axiale Verschiebungswiderstand im Verschiebegelenk der die Entkoppelungsgüte des Gelenkes festlegt.

Eine Kombination von direktem und indirektem Einfluss ist beim Geräuschphänomen **Wellenwummern** (engl. **humming**) gegeben. Die Schwingungen werden einerseits vom Seitenwellensystem und andererseits von anderen Quellen hervorgehoben. Liegen die Frequenzen eng beieinander so kommt es zu Modulationen. Das Kippspiel der Gelenkzapfen innerhalb der Lagerung im Differential wird durch die 2. bzw. 4. Motorordnung angeregt (direkter Anteil). Aufgrund der Nichtlinearitäten kommt es zu einer impulsartigen Anregung, welche Biegeschwingungen der Wellen verursachen und welche mit der 1. Radordnung moduliert werden (indirekter Einfluss).

Das **Zahnheulen** (engl. **gear-whine**) ist ein tonales Geräusch und entsteht im Zahneingriff. Es handelt sich hierbei um eine innere Anregung die aufgrund von Schwankungen im Eingriffsradius, die im gesamten Getriebe auftreten [104], entsteht. In [158] erfolgt eine Auflistung der inneren Anregungsursachen im Zahneingriff wie folgt:

- Die zeitlich-veränderliche Verzahnungssteifigkeit
- Umkehr der Reibkraft aufgrund verschiedener Gleitgeschwindigkeiten am Zahnkopf und -fuß
- Abweichung der Verzahnungskontur von der exakten Evolventengeometrie (Fertigungsabweichungen und gewollte Verzahnungskorrekturen)
- Elastische Verformung der Verzahnung unter Last (Hierbei kommt es zu einer Störung des kinematisch exakten Eingriffes)

- Eingriffs- oder Eintrittstoß aufgrund einer resultierenden Normalgeschwindigkeit der Zahnflanken im Eingriff

Das **Getrieberasseln** (engl. **gear-rattle**) entsteht durch die vorhandenen und notwendigen Spiele im Getriebe in Verbindung mit der Drehungleichförmigkeit des Verbrennungsmotors [104]. Abhängig von der Gangstellung und vom Lastzustand des Getriebes sind verschiedene Lasteile bei der Geräusentstehung beteiligt. Die nicht belasteten Zahnräder, Bauteile der Synchronisierereinrichtung und Getriebeschaltung schwingen in den fertigungs- und konstruktionstechnisch bedingten Spielen. Stoßen zwei Bauteile beim Schwingen in den Spielgrenzen aufeinander, so wird ein breitbandiges rasselndes Geräusch angeregt. Das Geräuschphänomen wird durch eine äußere Anregung verursacht und es handelt sich um ein moduliertes Signal mit einem breiten Frequenzspektrum. Das **Leerlauf rasseln** oder **Leerlauf rattern** (engl. **idle-rattle**) tritt im Leerlauf bei rotierendem Antriebsaggregat und stehender Getriebeausgangswelle auf (stehendes Fahrzeug mit laufendem Motor im Leerlauf).

Beim **Whoop** Effekt (deutsch **jauchzen**, **juchzen**; es wird vorwiegend der englische Begriff verwendet) handelt es sich um ein Geräusch im Bereich der Kupplung das vor allem beim Dieselmotor auftritt. Die Kurbelwellenbiegung insbesondere aufgrund des Druckanstieges beim 4. Zylinder führt zu einer axialen Anregung des Schwungrades und in weiterer Folge des gesamten Kupplungssystems mit charakteristischer halber Motorordnung. Eine weitere Schwingungsursache kann auch die Drehungleichförmigkeit des Verbrennungsmotors sein. Diese regt während des Ein- und Auskuppelvorganges Schwingungen des Kupplungspedals an [181, 180].

Klappergeräusche (engl. **chatter**) in PKW Antriebssystemen werden in [241] ebenfalls der Kupplung zugeordnet. Es handelt sich dabei um zwangs- oder impulserregte Geräusche, hervorgerufen durch Axialschwingungen der Kurbelwelle. Dabei werden Klappergeräusche des Kupplungssystems angeregt.

Ein weiteres Schwingungsphänomen im Antriebsstrang ist das **Kupplungsrupfen** (engl. **clutch judder**), welches typischer Weise beim Anfahrvorgang auftritt. Während dem Einkuppeln wird die Getriebeeingangswelle vom Stillstand auf Motordrehzahl beschleunigt. Durch die periodischen Drehzahlschwankungen der Getriebe- welle kommt es zum Kupplungsrupfen. Allgemein wird heute ein mit zunehmender Gleitgeschwindigkeit abfallender Reibwert des Belags als Ursache für das Rupfen angenommen [155]. Zusätzlich sind auch die Drehungleichförmigkeit des Verbrennungsmotors, Schwankungen der Normalkraft durch nicht parallele Kupplungsscheiben und zu schwache Dämpfung im Antriebsstrang als weitere Gründe für die Rupf-Phänomene bekannt.

Reik [175, 174] erwähnt im Zusammenhang mit der Abstimmung des konventionellen Torsionsdämpfers neben dem bereits erläuterten Schwingungsphänomen

Boom und Getrieberasseln das sogenannte **Schubbrasseln**. Getrieberasseln tritt häufig im unteren Drehzahlbereich unterhalb von Drehzahlen von ca. 2000 min^{-1} auf, wohingegen das Schubbrasseln bei höheren Drehzahlen deutlich über Drehzahlen von 2000 min^{-1} auftritt. Für beide Rasselphänomene sind die Resonanzdrehzahlen die gleichen. Im Gegensatz zum Zug fällt beim Schub die Schwingungsanregung für kleine Drehzahlen stark ab und es ist damit keine genügend starke Anregung mehr vorhanden. Zur Verringerung des Schubbrasseln genügt es meist die Resonanzen unterhalb von ca. 2000 min^{-1} auszulegen.

2.3 Das Boom-Geräusch in Antriebssystemen

Das Boom-Geräusch lässt sich in ein hochfrequenten und niederfrequenten Geräuschphänomen [77] gliedern.

Vom **niederfrequenten Boom** Geräusch (engl. **low speed boom**) sind vor allem Fahrzeuge mit Dieselmotor und Allradantrieb beziehungsweise Heckantrieb betroffen. Dieselmotoren weisen im Vergleich zum Ottomotor aufgrund der Aufladung und des Brennverfahrens größere Drehungleichförmigkeiten auf. Fahrzeuge mit Allrad oder Heckantrieb sind aufgrund des komplexeren Aufbaus des Antriebsstranges häufiger beeinträchtigt. Der Frequenzbereich in dem das Geräusch auftritt liegt ca. bei 40 bis 100 Hz.

Das **hochfrequente Boom** Geräuschphänomen (engl. **high speed boom**) wird von Zünd- und Massenkräften der Verbrennungskraftmaschine angeregt. Diese periodischen Kräfte sind die Anregung für Biegeschwingungen der Kardanwelle und des Motor-Getriebeverbandes. Es können in manchen Fällen auch Biegeschwingungen der Seitenwellen angeregt werden. Aufgrund des höheren Drehzahlbereiches sind im Gegenteil zum niederfrequenten Boom Geräusch vor allem Ottomotoren vom hochfrequenten Boom Geräusch stärker betroffen.

Bei Fahrzeugen mit Heckantrieb regt die hohe Drehungleichförmigkeit der Verbrennungskraftmaschine im Bereich des Hinterachsgetriebe dieses zu Roll- und Nickbewegungen an [9]. Dabei werden hohe dynamische Kräfte direkt oder über den Hilfsrahmen in die Fahrzeugkarosserie eingeleitet.

2.4 Systeme zur Schwingungsreduktion im Antriebsstrang

Besonders wichtig zur Schwingungsreduktion und -isolation im Antriebsstrang sind heute konventionelle Dämpfer und vor allem das Zweimassenschwungrad (ZMS).

Reik gibt in [175, 174] einen generellen Überblick über verschiedene Systeme zur Schwingungsisolation im Antriebsstrang. Er teilt die Systeme ein in federgekoppelte (konventioneller Torsionsdämpfer, ZMS), gegengekoppelte (Tilger, Fliehkraftpendel) und schlupfgekoppelte Systeme (Wandler, Schlupfregelung, viskose Kupplung). Eine sehr gute Isolationswirkung kann durch Kombination einzelner Systeme wie z.B. beim hydrodynamischen Drehmomentwandler mit Überbrückungskupplung und Torsionsdämpfer erreicht werden. Dadurch kann der Nachteil von hohen Verlusten im schlupfenden Kupplungsbetrieb überbrückt werden. Beim Zweimassenschwungrad mit Fliehkraftpendel erzielt man durch die Verknüpfung eines federgekoppelten Systems (ZMS) mit einem gegengekoppelten System (Pendel) eine verbesserte Schwingungsisolation gegenüber dem konventionellen Zweimassenschwungrad. Der Systemaufbau und die Wirkungsweise sind in Abbildung 2.2 dargestellt. Diese zeigt oben links die Explosionsdarstellung eines Zweimassenschwungrades mit Fliehkraftpendel und links eine Detailansicht über die Aufhängung der Pendelmassen. In der unteren Bildhälfte ist links das physikalische Grundprinzip der drehzahlabhängigen Tilgerfrequenz f_0 dargestellt. Im unteren rechten Bild ist das Übertragungsverhalten in Abhängigkeit der anregenden Ordnung dargestellt. Die Tilgerresonanz wird leicht verschoben zur maximalen Motorordnung ausgelegt, um eine gute Tilgerwirkung zur erreichen [240].

Im Zusammenhang mit der Schwingungsentkoppelung im Antriebsstrang wird heutzutage vorwiegend das Zweimassenschwungrad erwähnt. Dieses wurde das erste Mal im Jahre 1985 in einem Serienfahrzeug zur Schwingungsisolation eingesetzt. Zu Beginn war der Dämpfer noch ungeschmiert und es gab dadurch große Verschleißprobleme. Das eigentliche auch heute noch eingesetzte Bogenfeder ZMS wurde 1989 eingeführt.

Das ZMS weist gegenüber dem konventionellen Dämpfer eine Reihe von Vorteilen auf. Beim konventionellen System mit Torsionsdämpfer in der Kupplungsscheibe wird bei niedrigen Drehzahlen eine nur unzureichende Isolation erreicht. Das ZMS weist hingegen über den gesamten Drehzahlbereich hinsichtlich des Getrieberasselns und auch des Brummens sehr gute Isolations Eigenschaften auf, so dass diese Schwingungsphänomene nur mehr vermindert auftreten. Die Drehungleichförmigkeit auf der Primärseite ist gegenüber dem konventionellen Kupplungssystem größer, da die Primärmasse kleiner als die Schwungradmasse ist. Steuertrieb und Riementrieb müssen deshalb oftmals neu abgestimmt werden. Die gute Schwingungsentkoppe-

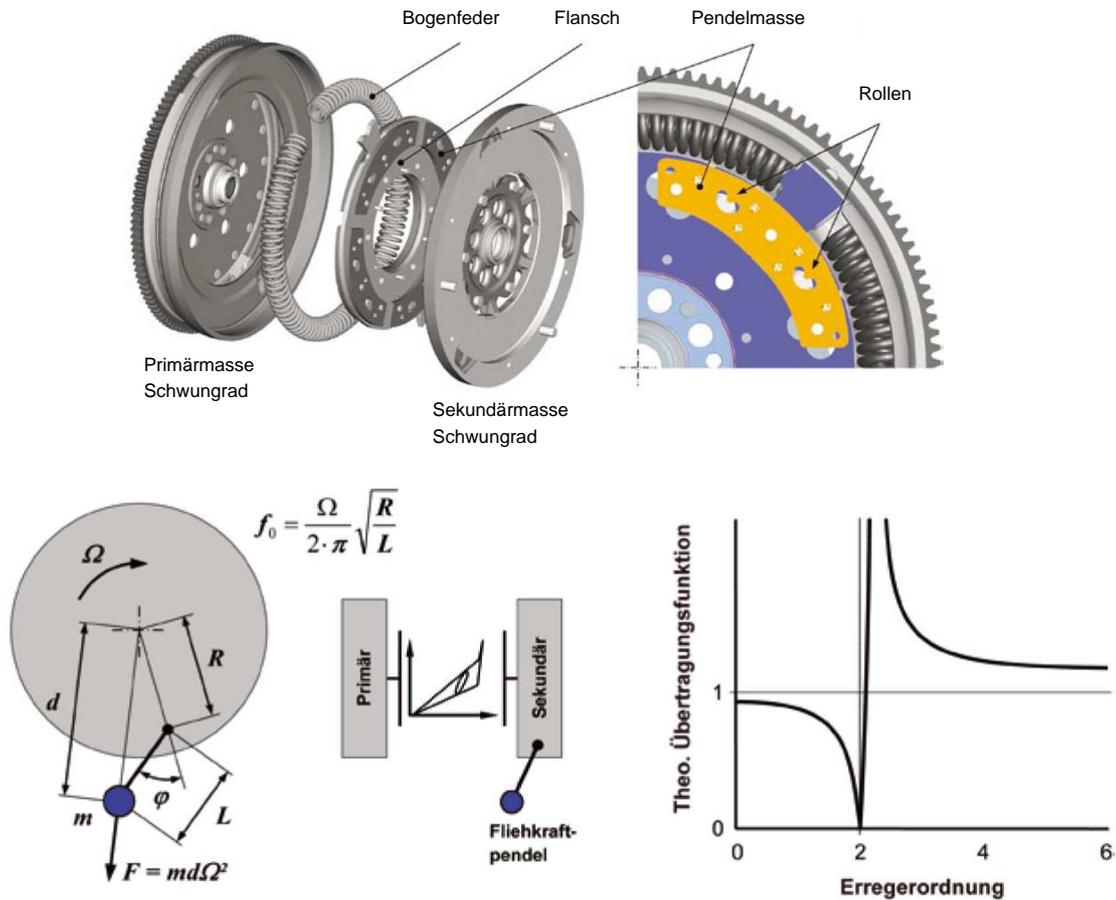


Abbildung 2.2: Systemaufbau und Funktionsweise eines Zweimassenschwungrades mit Fliehkraftpendel [240]

lung bei niedrigen Drehzahlen erlaubt ein komfortables und verbrauchoptimiertes Fahren. Ferner wird der Antriebsstrang (Getriebe, Wellen) entlastet, da die Drehungleichförmigkeit verringert wird. Es erfolgt auch eine Entlastung der Kurbelwelle mit verringerter Biegebeanspruchung und geringeren Reaktionskräften in der Kurbelwelle durch die größere Drehungleichförmigkeit primärseitig. Als Nachteil erweist sich hingegen das Durchfahren der Resonanzdrehzahl beim Starten. Hier ist das Ziel, diese möglichst schnell zu durchfahren.

Umfangreiche Untersuchungen im Zusammenhang mit dem Zweimassenschwungrad wurden u.a. von Reik und Schnurr [175, 174, 193], Balashof [18], Kollreider [127] und Rosenberger [187] durchgeführt.

3. Grundlagen zur Berechnung und Optimierung von Schwingungen in Antriebsystemen

In diesem Kapitel wird ausgehend von der Definition eines Mehrkörpersystems die mathematische Beschreibung der mechanischen Zusammenhänge von zunächst starren Mehrkörpersystemen durchgeführt. Dabei ist prinzipiell zwischen 2 Ansätzen zu unterscheiden. Bei der Beschreibung mittels Minimalkoordinaten erhält man ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen (ODE), wobei die Zwangskräfte in den Bindungen nicht direkt aus den Bewegungsgleichungen ermittelt werden können. Setzt man die Bewegungsgleichungen für alle Freiheitsgrade für jeden Körper an und definiert zusätzlich die Bindungsgleichungen so erhält man für den Fall offener Schleifen ein Differentialalgebraisches Gleichungssystem (DAE). Dieses kann mittels Reduktions- und Regularisierungsmethoden der Bindungen in ein gewöhnliches Differentialgleichungssystem übergeführt werden oder mittels geeigneter Integrationsverfahren für DAE Systeme gelöst werden. Mittels der Lagrange-Multiplikatoren lässt sich die Summe der Zwangskräfte, welche auf die einzelnen Körper wirken, bestimmen.

Um das elastische Verhalten von mechanischen Systemen mit zu berücksichtigen kann man elastische Strukturen als kondensierte Finite Elemente Körper einbinden. Um dabei sowohl die „kleinen“ Verformungen aufgrund der Elastizität als auch die überlagerten „großen“ Rotationen und Translationen zu berücksichtigen wird die Methode des bewegten Bezugssystems (Floating Frame of Reference) angewendet.

Im Anschluss an die Grundlagen von Mehrkörpersystemen werden gängige Integrationsverfahren für Echtzeit- und Offline-Simulationen erläutert. Es ist dabei zwischen Ein- und Mehrschrittverfahren, expliziten und impliziten Verfahren sowie Verfahren mit konstanter und variabler Schrittweite zu unterscheiden. Am Ende des Kapitels werden die Grundlagen nichtlinearer Optimierung für den systematischen Abgleich zwischen Messung und Rechnung überblicksmäßig angeführt. Das Kapitel schließt mit einer Beschreibung von sog. Kriging Metamodellen für eine noch effizientere Durchführung des Abgleiches zwischen Messung und Rechnung mittels

automatisierter Parameteridentifikationsmethode.

3.1 Grundlagen der Mehrkörpersimulation

Nachfolgend werden ausgehend von der Definition von Mehrkörpersystemen die Grundlagen zur Beschreibung von starren und dann elastischen Mehrkörpersystemen basierend auf dem Lagrangeschen Prinzip dargestellt. Zur Beschreibung von elastischen Strukturen werden die Grundlagen des „Floating Frame of Reference“ und die statische und dynamische Reduktion der Freiheitsgrade erläutert. Das Unterkapitel schließt mit der Beschreibung von Methoden zur Reduktion und Regularisierung der Bewegungsgleichungen und der Beschreibung von Formalismen und Lösungsverfahren für Mehrkörpersysteme.

3.1.1 Definition von Mehrkörpersystemen

Nach Schwertassek und Wallrap [200] bestehen Mehrkörpersysteme aus folgenden Komponenten:

- Starre und flexible Körper
- Kraftelemente
- Gelenke
- Modellumgebung in der sich das Mehrkörpersystem bewegt

Die gesuchten Größen, wie Kräfte und Bewegungen, werden durch Lösen der Systemgleichungen des Mehrkörpersystems, welches eine Modellvorstellung des technischen Systems darstellt, ermittelt.

Bremer und Pfeiffer [27] beschreiben Mehrkörpersysteme als Modelle mechanischer Systeme, die aus einer endlichen Anzahl von starren oder elastischen Körpern bestehen und über Koppellemente (starre oder nachgiebige Bindungen, Regelmechanismen) miteinander verbunden sind. Sie gehen damit von einer vergleichbaren Vorstellung wie Schwertassek und Wallrap aus (Abbildung 3.1).

Auch andere Autoren wie z.B. Shabana [201] gehen von einer ähnlich definierten Modellvorstellung aus, wobei Shabana von sog. Teilsystemen spricht. Er beschreibt ein Mehrkörpersystem als eine Ansammlung von Teilsystemen, wie Körper, Komponenten oder Substrukturen. Die Bewegung der Subsysteme ist kinematisch über verschiedene Typen von Bindungen eingeschränkt. Jedes Teilsystem führt große Translationen und Rotationen aus.

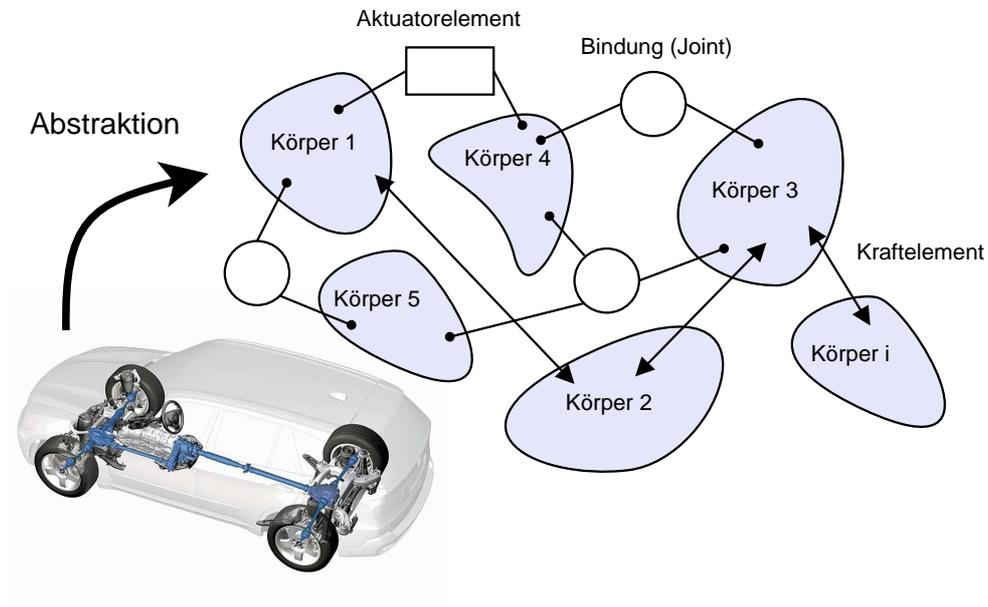


Abbildung 3.1: Abstraktion und Definition eines Mehrkörpersystems nach Bremer und Pfeifer [27]

3.1.2 Beschreibung von starren Körpern in Mehrkörpersystemen

Die Lage eines starren Körpers K^i kann im Raum über 6 Koordinaten eindeutig beschrieben werden. 3 Koordinaten beschreiben den Ort des Körpers und die verbleibenden 3 Koordinaten die Orientierung des Körpers. Ein beliebiger Punkt P^i auf dem Körper i kann damit beschrieben werden über [201]

$$\mathbf{r}^i = \mathbf{R}^i + \mathbf{u}^i, \quad (3.1)$$

wobei $\mathbf{r}^i = [r_1^i \ r_2^i \ r_3^i]^T$ die globale Position vom Punkt P^i darstellt. Der Vektor $\mathbf{R}^i = [R_1^i \ R_2^i \ R_3^i]^T$ beschreibt die Verschiebung vom globalen Referenzsystem \mathbf{O} zum lokalen Körperreferenzsystem \mathbf{O}^i . Der Vektor $\mathbf{u}^i = [u_1^i \ u_2^i \ u_3^i]^T$ ist der Positionsvektor von P^i , beschrieben im Körperreferenzsystem \mathbf{O}^i , siehe Abbildung 3.2.

Basierend auf Gleichung (3.1) können nun Geschwindigkeit und Beschleunigung des Punktes P^i abgeleitet werden:

$$\mathbf{v}^i = \frac{d\mathbf{r}^i}{dt} = \dot{\mathbf{R}}^i + \dot{\mathbf{u}}^i = \dot{\mathbf{R}}^i + \boldsymbol{\omega}^i \times \mathbf{u}^i. \quad (3.2)$$

Dabei ist die Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}^i$ des Körpers K^i definiert als $\boldsymbol{\omega}^i = \dot{\boldsymbol{\Theta}}^i \mathbf{i}_3$. Der Einheitsvektor \mathbf{i}_3 geht durch den Ursprung \mathbf{O}^i . Die Beschleunigung \mathbf{a}^i des Punktes P^i ergibt sich zu

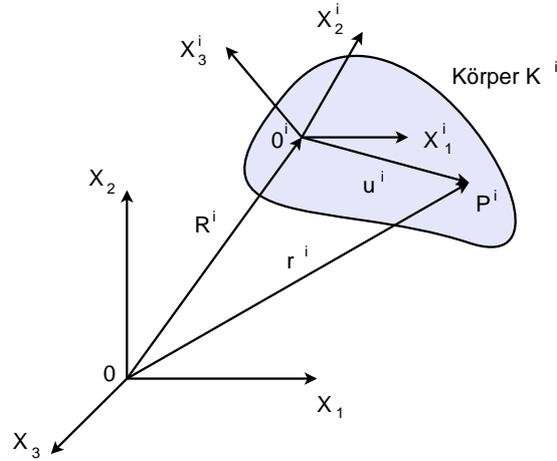


Abbildung 3.2: Beschreibung eines starren Körpers

$$\mathbf{a}^i = \frac{d\mathbf{v}^i}{dt} = \ddot{\mathbf{R}}^i + \dot{\boldsymbol{\omega}}^i \times \mathbf{u}^i + \boldsymbol{\omega}^i \times \dot{\mathbf{u}}^i. \quad (3.3)$$

Mit der Definition der Winkelbeschleunigung $\boldsymbol{\alpha}^i = \ddot{\boldsymbol{\Theta}}^i \mathbf{i}_3$ erhält man

$$\mathbf{a}^i = \ddot{\mathbf{R}}^i + \boldsymbol{\alpha}^i \times \mathbf{u}^i + \boldsymbol{\omega}^i \times (\boldsymbol{\omega}^i \times \mathbf{u}^i). \quad (3.4)$$

Für die Transformation von einem Koordinatensystem in ein anderes stehen verschiedene Parameterräume, wie Rodriguez Parameter, Euler Winkel, Euler Parameter oder Quaternionen zur Verfügung [201, 72].

Um einen Vektor \mathbf{r} vom Koordinatensystem j ins System i zu transformieren wird dieser mit der 3×3 Transformationsmatrix \mathbf{A} , in der Form

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{A}_{ij} \mathbf{r}_j \quad (3.5)$$

multipliziert. Die Definition der Transformationsmatrix \mathbf{A} für die einzelnen Parameterräume ist in der allgemeinen Literatur zu finden, wie z. B. in [201, 72].

3.1.3 Bindungen in Mehrkörpersystemen

Die über Gelenke verbundenen Körper schränken die Bewegungen der Körper ein, so dass man $n_y < n_z$ Freiheitsgrade erhält ($n_z = \text{Anzahl der Körper} \times 6$). Prinzipiell reicht es somit aus über einen reduzierten Satz von n_y Lagezustandsgrößen die Bewegung der Körper zu beschreiben. Die so erhaltene Beschreibung des Mehrkörpersystems wird Beschreibung mit Minimalkoordinaten genannt [27].

Die Zwangsgleichungen, welche die Bindungen zwischen den Körpern einschränken, können gegliedert werden in [200, 201]:

- Rheonome Zwangsgleichungen in welchen die Zeit explizit vorkommt
- Skleronome Zwangsgleichungen oder zeitunabhängige Bindungen
- Implizite Zwangsgleichungen, wenn keine Festlegung auf bestimmte Lagezustandsgrößen erfolgt
- Explizite Zwangsgleichungen, wenn die Gleichungen über redundante Koordinaten aus einem Minimalsatz der Lagezustandsgrößen beschrieben werden.

Geradin und Cardona [72] fassen rheonome und skleronome Bindungen in holonome Bindungen zusammen. Nicht-holonome Bindungen gliedern sich in bilaterale und unilaterale Bindungen, abhängig ob sie über eine Gleichheitsbedingung oder Ungleichheitsbedingung beschrieben werden.

3.1.4 Lagrangesches Prinzip

Ausgangspunkt für die mathematische Beschreibung der mechanischen Zusammenhänge von starren und flexiblen Mehrkörpersystemen ist das Lagrangesche Prinzip. Heun [96] nennt diese Gleichung auch Lagrangesche Zentralgleichung und Hamel [96] leitet daraus die Euler-Lagrangeschen Gleichungen (Hamel-Boltzmann-Gleichungen) ab [27]¹:

$$\int_{(S)} (\ddot{\mathbf{r}}^T dm - d\mathbf{f}^{eT}) \delta \mathbf{r} = \frac{d}{dt} \int_{(S)} \dot{\mathbf{r}}^T dm \delta \mathbf{r} - \delta T - \delta W^e = 0, \quad T = \frac{1}{2} \int_{(S)} \dot{\mathbf{r}}^T dm \dot{\mathbf{r}}. \quad (3.6)$$

Dabei ist T die kinetische Energie (δT die virtuelle kinetische Energie) und \mathbf{f}^e sind die auf das Element wirkenden eingepprägten Kräfte. Die virtuelle Arbeit der eingepprägten Kräfte auf das Element definiert sich über

$$\delta W = \iiint_{(V)} \sum_{i,j} \left(\frac{\partial \sigma_{xi,xj}}{\partial x_j} \delta r_{dj} \right) dx dy dz. \quad (3.7)$$

Dazu sind die Verschiebungen \mathbf{d}_r des Elements gegenüber der unverformten Lage mit den Kräften am Element zu multiplizieren. Die Kräfte ergeben sich aus den Spannungen $\boldsymbol{\sigma}$ multipliziert mit der Elementoberfläche.

¹Die angeführten Gleichungen gelten für das Gesamtsystem (S) bestehend aus mehreren Körpern i . Der Index wird nicht geführt, sodass $\mathbf{r} = \mathbf{r}^i$. $\int_{(S)}$ bedeutet, dass über das Gesamtsystem zu integrieren ist

3. Grundlagen zur Berechnung und Optimierung von Schwingungen in Antriebssystemen

Unter der Annahme linearer Geschwindigkeitsbindungen und mit $\dot{\mathbf{q}}$, dem Vektor der Minimalgeschwindigkeiten, gilt Gleichung (3.8). Die linearen Geschwindigkeitsbindungen müssen nicht notwendigerweise integrierbar sein. Bei holonomen Systemen muss aber eine eindeutige Linearkombination der ersten Zeitableitung der Lagrangeschen Koordinaten \mathbf{z} vorhanden sein. Dann gilt

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(\mathbf{q}, t) \rightarrow \dot{\mathbf{r}} = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{q}} \rightarrow \delta \mathbf{r} = \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \delta \mathbf{q} \quad (3.8)$$

und damit wird

$$\frac{d}{dt} \int_{(s)} \dot{\mathbf{r}}^T dm \delta \mathbf{r} = \frac{d}{dt} \left[\int_{(s)} \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \frac{1}{2} (\dot{\mathbf{r}}^T dm \dot{\mathbf{r}}) \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \delta \mathbf{q} \right]. \quad (3.9)$$

Daraus folgt, dass

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right] \delta \mathbf{q} - \delta T - \delta W^e = 0. \quad (3.10)$$

Bremer und Pfeifer [27] nennen diese Form der Gleichung weiterhin Zentralgleichung. Differenziert man Gleichung (3.10) erhält man die Variationsform der Hamel-Boltzmann-Gleichungen:

$$\left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \left(\frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} \right) - \mathbf{Q}^T \right] \delta \mathbf{q} + \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) \left[\frac{d\delta \mathbf{q} - \delta \dot{\mathbf{q}}}{dt} \right] = 0. \quad (3.11)$$

Der Vektor \mathbf{Q} stellt dabei die generalisierten Kräfte dar. Bei holonomen Systemen besteht die Möglichkeit Minimalkoordinaten zur Beschreibung zu verwenden und es verschwindet damit in Gleichung (3.11) der zweite Term $\frac{d\delta \mathbf{q} - \delta \dot{\mathbf{q}}}{dt}$ und man erhält die Lagrangesche Gleichungen zweiter Art.

Beim nicht holonomen Fall können aus den zusätzlichen Bindungsgleichungen die Bewegungen in die zwangsfreien Richtungen projiziert werden.

Eine weitere Auswertung der Zentralgleichung unter Berücksichtigung der Inertialbasis, der elementfesten Basis und unter Berechnung des Variations-Differenzierungsprozesses, erhält man mit dem Vektor der Minimalgeschwindigkeiten [27]

$$\dot{\mathbf{s}} = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{s}}_1 \\ \dot{\mathbf{s}}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{v}_s \\ \boldsymbol{\omega} \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

und damit

$$\frac{d}{dt} \delta \begin{pmatrix} \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{s}_2 \end{pmatrix} - \delta \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{s}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\boldsymbol{\omega}}^T & \tilde{\mathbf{v}}_s^T \\ 0 & \tilde{\boldsymbol{\omega}}^T \end{pmatrix} \delta \begin{pmatrix} \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{s}_2 \end{pmatrix}. \quad (3.13)$$

Die Matrix $\tilde{\omega}$ stellt dabei die schiefssymmetrische Matrix von ω dar²(Gleiches gilt auch für \mathbf{v}). Die Hamel Boltzmann Gleichung kann damit in die Bewegungsgleichungen, bezogen auf ein beliebiges Bezugssystem A, umgeformt werden. Die Gleichung ist sowohl für holonome als auch nicht-holonome Bindungen gültig:

$$\sum_{i=1}^n \int_{K_i} \left\{ \left(\begin{array}{c} \left(\frac{\partial_{A\mathbf{v}_s}}{\partial \dot{\mathbf{s}}} \right)_i \\ \left(\frac{\partial_{A\boldsymbol{\omega}_{IE}}}{\partial \dot{\mathbf{s}}} \right)_i \end{array} \right)^T \left(\begin{array}{c} \left({}_A d\dot{\mathbf{p}} + {}_A \tilde{\omega}_{IA} d\mathbf{p} - d_A \mathbf{f}^e \right)_i \\ \left({}_A d\dot{\mathbf{L}} + {}_A \tilde{\omega}_{IA} d\mathbf{L} - d_A \mathbf{l}^e \right)_i \end{array} \right) \right\} = 0. \quad (3.14)$$

In Gleichung (3.14) stellt ${}_A d\dot{\mathbf{p}}$ den Impuls, ${}_A d\dot{\mathbf{L}}$ den Drall, \mathbf{f}^e die eingprägten Kräfte und \mathbf{l}^e die Momente in den entsprechenden elementfesten System E, im Inertialsystem I bzw. in einer beliebigen Basis A dar.

Neben dem Lagrangeschen Prinzip existiert auch noch das Jourdain'sche Prinzip und das Gauß'sche Prinzip. Jourdain geht von der Variation der Geschwindigkeiten aus und setzt dabei die Lagevariationen zu Null. Bei Gauß erfordert die Beschleunigungsvariation, dass die Lage- und Geschwindigkeitsvariationen Null gesetzt werden. Alle Methoden haben jedoch gemeinsam, dass die verwendete virtuelle Größe ein Element des Tangentialraums der Zwangsfläche ist und damit unabhängig von Betrag und Dimension ist.

Bremer und Pfeifer [27] geben bei ihren Betrachtungen über Mehrkörpersysteme der „synthetischen“ Methode den Vorzug, die eine Kraft und Momentenbilanz in Richtung der freien Bewegungsmöglichkeit darstellt.

In Gleichung (3.14) ist daher $\dot{\mathbf{s}}$ der Vektor der Minimalgeschwindigkeiten, mit $\dot{\mathbf{s}} \in \mathbb{R}^g$, wobei g die Anzahl der Geschwindigkeitsfreiheitsgrade darstellt.

Shabana [201] geht ebenfalls vom D’Alambertschen Prinzip aus um die Lagrangeschen Gleichungen zu erhalten. Er benennt Gleichung (3.10) D’Alambert-Lagrangesche Gleichung. Er führt dabei generalisierte Koordinaten q_j mit deren Hilfe die Lage und Orientierung der einzelnen Körper n beschrieben wird:

$$\mathbf{r}^i = \mathbf{r}^i(q_1, q_2, \dots, q_n, t). \quad (3.15)$$

Mit Hilfe der Kettenregel kann $\dot{\mathbf{r}}^i$ zu

$$\dot{\mathbf{r}}^i = \sum_{j=1}^n \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} \dot{q}_j + \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial t} \quad (3.16)$$

$${}^2\tilde{\omega} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix}$$

3. Grundlagen zur Berechnung und Optimierung von Schwingungen in Antriebssystemen

abgeleitet werden (vergleiche mit Gleichung (3.8) bei Bremer und Pfeifer [27]). Die virtuellen Verschiebungen können über die Koordinaten q_j zu

$$\delta \mathbf{r}^i = \sum_{j=1}^n \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} \delta q_j \quad (3.17)$$

angesetzt werden und damit kann auch die virtuelle Arbeit $\mathbf{F}^{iT} \delta \mathbf{r}^i$, welche am Körper i angreift, zu

$$\mathbf{F}^{iT} \delta \mathbf{r}^i = \sum_{j=1}^n \mathbf{F}^{iT} \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} \delta q_j. \quad (3.18)$$

umgeformt werden. Durch das Aufsummieren und mit Einführung der generalisierten Kräfte Q_j , welche mit der Koordinate q_j assoziiert werden können, ist

$$\sum_{i=1}^{n_P} \mathbf{F}^{iT} \delta \mathbf{r}^i = \sum_{i=1}^{n_P} \sum_{j=1}^n \mathbf{F}^{iT} \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} \delta q_j = \sum_{j=1}^n Q_j \delta q_j. \quad (3.19)$$

In gleicher Weise kann man mit der virtuellen Arbeit der Massenkräften vorgehen:

$$\delta W_i = \sum_{i=1}^{n_P} \sum_{j=1}^n m^i \dot{\mathbf{r}}^i \delta \mathbf{r}^i. \quad (3.20)$$

Mit weiteren Umformungen und unter Verwendung von Gleichung (3.17) erhält man:

$$\sum_{i=1}^{n_P} m^i \dot{\mathbf{r}}^i \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} = \quad (3.21)$$

$$\sum_{i=1}^{n_P} \left[\frac{d}{dt} \left(m^i \dot{\mathbf{r}}^i \cdot \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} \right) - m^i \dot{\mathbf{r}}^i \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial q_j} \right) \right] = \quad (3.22)$$

$$\sum_{i=1}^{n_P} \left\{ \left[\frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_j} \left(\frac{1}{2} m^i \dot{\mathbf{r}}^i \dot{\mathbf{r}}^i \right) \right] - \frac{\partial}{\partial \dot{q}_j} \left(\frac{1}{2} m^i \dot{\mathbf{r}}^i \dot{\mathbf{r}}^i \right) \right\}. \quad (3.23)$$

Mit der kinetischen Energie des Komplettsystems

$$T = \sum_{i=1}^{n_P} T^i = \sum_{i=1}^{n_P} \frac{1}{2} m^i \dot{\mathbf{r}}^i \dot{\mathbf{r}}^i \quad (3.24)$$

erhält man

$$\sum_j \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} - Q_j \right] \delta q_j = 0. \quad (3.25)$$

Die von Shabana zu Grunde gelegte Gleichung (3.25) entspricht Gleichung (3.11) (Bremer und Pfeifer) und damit der Hamel-Bolzmann Gleichung ohne den zweiten

Term. Mit den zusätzlichen Bindungsgleichungen können die Bewegungen in die zwangsfreien Richtungen projiziert werden und der zweite Term wird damit nicht benötigt.

Geradin und Cardona [72] gehen ebenfalls von den erweiterten Lagrangeschen Gleichungen und vom Prinzip nach Hamilton, in der Form von

$$\mathcal{L} = \mathcal{K} - \mathcal{V} - \boldsymbol{\lambda}^T \boldsymbol{\Phi} \quad (3.26)$$

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{L} dt = 0 \quad (3.27)$$

$$(3.28)$$

aus, mit den Lagrangeschen Multiplikatoren $\boldsymbol{\lambda}$, den Bindungsgleichungen $\boldsymbol{\Phi}$, der kinetischen Energie \mathcal{K} und der potentiellen Energie \mathcal{V} .

Durch Anwendung der Variationen, Vereinfachung und Zusammenfassung erhält man die Bewegungsgleichungen welche in parametrisierter Form zu

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\lambda}) &= \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}^T \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{g}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\phi}(\mathbf{q}, t) &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.29)$$

angeschrieben werden. Dabei ist \mathbf{r} der Residual Vektor, \mathbf{M} die Massematrix, \mathbf{q} der Vektor der generalisierten Freiheitsgrade des Systems und $\mathbf{g}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ die Summe der internen, externen und komplementären Trägheitskräfte. Die Matrix \mathbf{B} ist die Matrix der Bindungsgradienten, $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{q}, t)$ der Satz der holonomen kinematischen Bindungsgleichungen und $\boldsymbol{\lambda}$ sind die Lagrangeschen Multiplikatoren. Gleichung (3.29) stellt ein System differential algebraischer Gleichungen (engl. Differential Algebraic Equations - DAE) dar.

Wallrapp und Schwertassek [200] nennen die Darstellung mittels DAE in Gleichung (3.29) die Deskriptorform der Systemgleichungen (Verwendung von Absolutkoordinaten). Bei der Beschreibung mit Minimalkoordinaten (Darstellungen der Körperbewegungen in Relativkoordinaten) erhält man ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen (engl. Ordinary Differential Equations - ODE) welche als Zustandsform der Bewegungsgleichungen bezeichnet werden:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{k}(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}, t) = \mathbf{f}(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}, t). \quad (3.30)$$

In Gleichung 3.30 ist \mathbf{M} die Massematrix, \mathbf{k} fasst die Steifigkeits- und Dämpfungsmatrix zusammen und \mathbf{f} beschreibt die externen Kräfte.

In der Mehrkörperdynamik erfolgt die globale Beschreibung eines beliebigen Punktes P des Körpers i über (siehe dazu auch Gleichung (3.1)) [201]

$$\mathbf{r}_P^i = \mathbf{R}^i + \mathbf{A}^i \bar{\mathbf{u}}^i, \quad (3.31)$$

wobei \mathbf{R}^i die Position und \mathbf{A}^i die Transformation des Körperreferenzsystems zum globalen Koordinaten System darstellt. Die lokalen Koordinaten $\bar{\mathbf{u}}^i$ des Punktes P sind im Körperreferenzsystem angegeben. Die Transformationsmatrix \mathbf{A}^i ist eine Funktion von Rotationskoordinaten Θ^i (Euler Winkel, Rodriguez Parameter oder Euler Parameter) ³.

Die generalisierten Koordinaten \mathbf{q}_r^i des Körpers i seien definiert als

$$\mathbf{q}_r^i = \left[\mathbf{R}^{iT} \quad \Theta^{iT} \right]^T. \quad (3.32)$$

Ein Mehrkörpersystem mit n_b untereinander verknüpften starren Körpern wird über die generalisierten Koordinaten $q = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ \cdots \ q_n]^T$ und n_c Bindungsgleichungen beschrieben.

Die Bindungsgleichungen können in der Form $\mathbf{C}(\mathbf{q}, t)^T$ geschrieben werden. Treten nicht holonome Bindungen auf, so können diese über

$$\mathbf{a}_0 + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} = 0 \quad (3.33)$$

dargestellt werden, wobei $\mathbf{a}_0 = \mathbf{a}_0(\mathbf{q}, t) = [a_{01} \ a_{02} \ a_{03} \ \cdots \ a_{0n_c}]^T$ eine $1 \times n_c$ sowie $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{q}, t)$ eine $n_c \times n$ Koeffizienten Matrix und $\dot{\mathbf{q}}$ der Vektor der generalisierten Geschwindigkeiten sind.

3.2 Elastische Strukturen in Mehrkörpersystemen

Wallrapp und Schwertassek [200] gehen zur Beschreibung elastischer Körper ebenfalls von der Lagrangeschen Darstellung der Bewegung aus. Durch die auf das infinitesimale Volumenelement wirkenden Kräfte lassen sich die Cauchyschen Bewegungsgleichungen formulieren.

$$\rho_0(\mathbf{R})\ddot{\mathbf{r}}(\mathbf{R}, t) = \mathbf{k}_0(\mathbf{R}, t) + \text{Div} \sum(\mathbf{R}, t) \quad (3.34)$$

Über die Formulierung des Impulses für einen materiellen Punkt kann die Bewegung von Punkten im Inneren des Kontinuums $\rho_0\ddot{\mathbf{r}}$ über die Summe der am Volumen angreifenden Kräfte \mathbf{k}_0 und über die Oberflächenkräfte $\text{Div} \sum$ dargestellt werden.

³Die zitierten Autoren verwenden teilweise leicht unterschiedliche Notationen bei der Bezeichnung der Verschiebungen (\mathbf{r} , \mathbf{R}), Rotationen (ω , Θ) und Indexbezeichnung (\mathbf{r}_i , ${}_A\mathbf{r}_i$, \mathbf{R}^i)

3.2.1 Mechanik verformbarer Körper

Für die Lage des Punktes P am Körper i gilt im verformten Zustand gegenüber dem unverformten Zustand, dass $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{x} + \mathbf{u}$ ist (Gleichung (3.43)) [201], siehe Abbildung 3.3.

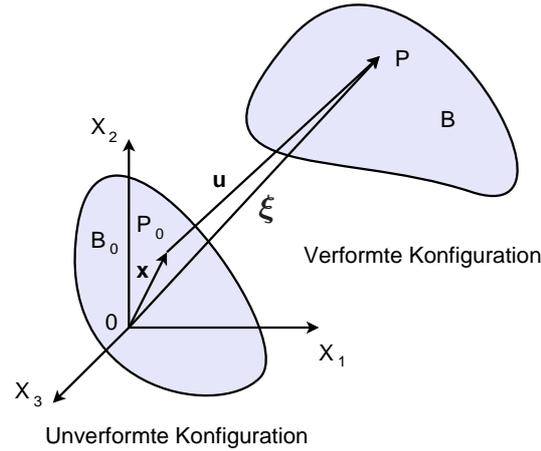


Abbildung 3.3: Verformte und unverformte Konfiguration [201]

Mittels der Funktionstheorie kann gezeigt werden, dass Gleichung (3.43) nur eine einzige Lösung besitzt wenn die Determinante

$$|\mathbf{J}| = \begin{pmatrix} \xi_{1,1} & \xi_{1,2} & \xi_{1,3} \\ \xi_{2,1} & \xi_{2,2} & \xi_{2,3} \\ \xi_{3,1} & \xi_{3,2} & \xi_{3,3} \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

nicht zu Null wird. Die Jakobimatrix \mathbf{J} kann damit in die 3×3 Einheitsmatrix \mathbf{I} und die Gradientenmatrix der Verschiebungen $\bar{\mathbf{J}}$ aufgespalten werden:

$$\mathbf{J} = \mathbf{I} + \bar{\mathbf{J}}. \quad (3.36)$$

Da der Gradient der Verschiebungen

$$\bar{\mathbf{J}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} & \frac{\partial u_1}{\partial x_2} & \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_1} & \frac{\partial u_2}{\partial x_2} & \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial u_3}{\partial x_1} & \frac{\partial u_3}{\partial x_2} & \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{1,1} & u_{1,2} & u_{1,3} \\ u_{2,1} & u_{2,2} & u_{2,3} \\ u_{3,1} & u_{3,2} & u_{3,3} \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

ein Tensor zweiter Ordnung ist kann er in die Summe aus einem symmetrischen und einem antisymmetrischen Tensor zerlegt werden

$$\bar{\mathbf{J}} = \bar{\mathbf{J}}_s + \bar{\mathbf{J}}_r, \quad (3.38)$$

wobei

3. Grundlagen zur Berechnung und Optimierung von Schwingungen in Antriebssystemen

$$\bar{\mathbf{J}}_s = \frac{1}{2} [\bar{\mathbf{J}} + \bar{\mathbf{J}}^T] = \begin{pmatrix} e_{1,1} & e_{1,2} & e_{1,3} \\ e_{2,1} & e_{2,2} & e_{2,3} \\ e_{3,1} & e_{3,2} & e_{3,3} \end{pmatrix}. \quad (3.39)$$

und

$$\bar{\mathbf{J}}_r = \frac{1}{2} [\bar{\mathbf{J}} - \bar{\mathbf{J}}^T] = \begin{pmatrix} 0 & \omega_{1,2} & \omega_{1,3} \\ \omega_{2,1} & 0 & \omega_{2,3} \\ \omega_{3,1} & \omega_{3,2} & 0 \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

ist. Es gilt, dass $2e_{i,j} = 2e_{j,i} = u_{i,j} + u_{j,i}$ und $2\omega_{i,j} = -2\omega_{j,i} = u_{i,j} - u_{j,i}$. Ferner bedeutet (\cdot, i) die Ableitung nach x_i . Der symmetrische Teil beschreibt die Spannungen und der antisymmetrische Teil die Rotationen eines Volumenelementes.

Bei der Betrachtung der Gradienten des Positionsvektors kann auch die Transformation vom Referenzkoordinatensystem ins Körperreferenzkoordinatensystem betrachtet werden und dabei folgt

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\bar{\mathbf{x}} \quad (3.41)$$

und somit

$$\frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial \bar{\mathbf{x}}} = \mathbf{J}\mathbf{A} = \frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{A}. \quad (3.42)$$

Nun werden die Spannungen eingeführt. Es sei δl_0 der Abstand zweier Punkte am flexiblen Körper im unverformten Zustand und δl der Abstand im verformten Zustand. Über den Zusammenhang

$$\boldsymbol{\xi} = \mathbf{x} + \mathbf{u} \quad (3.43)$$

folgt, dass

$$d\boldsymbol{\xi} = d\mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}}d\mathbf{x} = (\mathbf{I} + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}})d\mathbf{x} = \mathbf{J}d\mathbf{x} \quad (3.44)$$

ist. Weiter kann damit mit einigen Umformungen folgender Zusammenhang ausgewertet werden

$$(\delta l)^2 = (d\boldsymbol{\xi})^T(d\boldsymbol{\xi}) = (d\mathbf{x})^T[\mathbf{I} + (\bar{\mathbf{J}}^T + \bar{\mathbf{J}}) + \bar{\mathbf{J}}^T\bar{\mathbf{J}}](d\mathbf{x})^T \quad (3.45)$$

und

$$\frac{1}{2}[(\delta l)^2 - (\delta l_0)^2] = (d\mathbf{x})^T \boldsymbol{\epsilon} (d\mathbf{x})^T \quad (3.46)$$

abgeleitet werden. Dabei gilt, dass $\boldsymbol{\epsilon}_m = \frac{1}{2}\{[\bar{\mathbf{J}}^T + \bar{\mathbf{J}}] + \bar{\mathbf{J}}^T\bar{\mathbf{J}}\} = \frac{1}{2}(\mathbf{J}^T\mathbf{J} - \mathbf{I})$ ist. Etwas kompakter und unter Berücksichtigung, dass man \mathbf{J} als symmetrischen und antisymmetrischen Tensor anschreiben kann erhält man

$$\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{D}\mathbf{u} \quad (3.47)$$

und

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2\frac{\partial}{\partial x_1} & 0 & 0 \\ 0 & 2\frac{\partial}{\partial x_2} & 0 \\ 0 & 0 & 2\frac{\partial}{\partial x_3} \\ \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial x_3} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_1} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} & \frac{\partial}{\partial x_2} \end{pmatrix}. \quad (3.48)$$

Die obere 3 x 3 Diagonalmatrix kann als die der Normalspannungen interpretiert werden und die untere Matrix als die der Scherspannungen. Es existieren für die Spannungskomponenten auch andere Ansätze, wie der Lagrangesche Spannungstensor, auf die aber hier nicht näher eingegangen wird.

Das Materialgesetz

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\epsilon}\mathbf{E} \quad (3.49)$$

für ein homogenes isotropes Material liegt vor, wenn die Lamé-Parameter λ und μ über alle Punkte des Körpers konstant sind. Der 2. Lamé-Parameter μ stellt den Schermodul dar und der 1. Lamé-Parameter definiert sich über den Elastizitätsmodul E und dem Schermodul⁴. Die Matrix \mathbf{E} der elastischen Koeffizienten kann dann zu geschrieben werden:

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu \end{pmatrix}. \quad (3.50)$$

Für die Ermittlung der virtuellen Arbeit ergibt sich die Volumenänderung zu

$$dv = |\mathbf{J}|dV, \quad (3.51)$$

die virtuelle Arbeit zu

$$\delta W_i = \int_V \rho \mathbf{A}^T \delta \boldsymbol{\xi} dv = \int_V \rho_0 \mathbf{A}^T \delta \boldsymbol{\xi} dv \quad (3.52)$$

⁴ $E = \frac{\lambda(1+\mu)(1-2\mu)}{\mu}$

und die virtuelle Arbeit der elastischen Kräfte zu

$$\delta W_s = - \int_V (|\mathbf{J}|\mathbf{J}^{-1}\boldsymbol{\sigma}_m\mathbf{J}^{-1T})\delta\boldsymbol{\epsilon}_m dV. \quad (3.53)$$

Unter Berücksichtigung des Materialgesetzes und der Symmetriebedingungen erhält man

$$\delta W_s = - \int_V \boldsymbol{\epsilon}^T \mathbf{E} \mathbf{I}_t \delta \boldsymbol{\epsilon} dV. \quad (3.54)$$

3.2.2 Rayleigh-Ritz Ansatz

Elastische Körper wie Balken, Platten und Schalen haben eine unendliche Anzahl von Freiheitsgraden, welche die Position eines jeden Punktes am Körper beschreiben. Wie in den vorhergehenden Unterkapiteln bereits gezeigt werden konnte, kann das Verhalten solcher Körper über partielle Differentialgleichungen in Abhängigkeit von Ort und Zeit beschrieben werden. Separiert man die Variablen, führt die Lösung der Gleichungen wenn lösbar zu einem Verschiebungsfeld welches in folgender Form beschrieben werden kann [201]:

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_{f1} &= \sum_{k=1}^{\infty} a_k f_k & \text{wobei } f_k &= f_k(x_1, x_2, x_3) \\ \bar{u}_{f2} &= \sum_{k=1}^{\infty} b_k g_k & \text{wobei } g_k &= g_k(x_1, x_2, x_3) \\ \bar{u}_{f3} &= \sum_{k=1}^{\infty} c_k h_k & \text{wobei } h_k &= h_k(x_1, x_2, x_3) \end{aligned} \right\}. \quad (3.55)$$

Um infinit dimensionale Strukturen (partielle Differentialgleichungen) mittels Rechneroperationen effizient handhaben zu können wurden Näherungsverfahren wie der Rayleigh-Ritz Ansatz oder die Galerkin-Methode entwickelt. Dabei wird die Verschiebung eines jeden Punktes mit einer endlichen Anzahl von Koordinaten beschrieben. Das heißt man bekommt für die Verschiebungen folgendes Gleichungssystem:

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_{f1} &= \sum_{k=1}^l a_k f_k & \text{wobei } f_k &= f_k(x_1, x_2, x_3) \\ \bar{u}_{f2} &= \sum_{k=1}^m b_k g_k & \text{wobei } g_k &= g_k(x_1, x_2, x_3) \\ \bar{u}_{f3} &= \sum_{k=1}^n c_k h_k & \text{wobei } h_k &= h_k(x_1, x_2, x_3) \end{aligned} \right\}. \quad (3.56)$$

Dabei ist es erforderlich das die Folgen partialer Summen Cauchy-Folgen darstellen.

3.2.3 Floating Frame of Reference

Gleichung (3.56) kann in Matrixform auch geschrieben werden als [201]

$$\bar{\mathbf{u}}_f = \mathbf{S} \mathbf{q}_f. \quad (3.57)$$

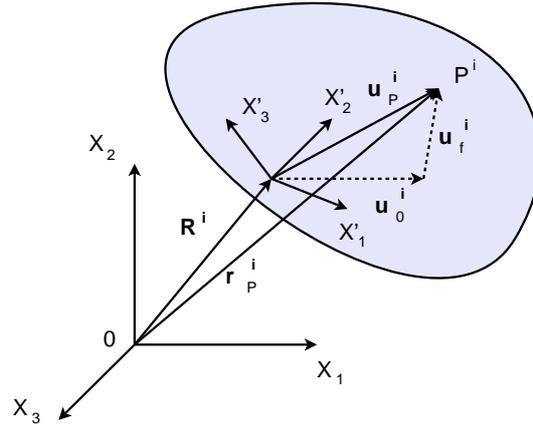


Abbildung 3.4: Koordinaten am verformten Körper i

Mit dem Vektor \mathbf{q}_r^i wird die Lage und Orientierung des Körperreferenzsystems O^i des elastischen Körpers i beschrieben (Abbildung 3.4)⁵.

Zur Beschreibung eines Punktes am flexiblen Körper wird nun folgender Zusammenhang verwendet [201]:

$$\mathbf{r}_P^i = \mathbf{R}^i + \mathbf{A}^i \bar{\mathbf{u}}^i = \mathbf{R}^i + \mathbf{A}^i (\bar{\mathbf{u}}_0^i + \mathbf{S}^i \mathbf{q}_f^i). \quad (3.58)$$

Damit können auch die erste und zweite Ableitung nach der Zeit von \mathbf{r}_P^i (Geschwindigkeit und Beschleunigung)

$$\dot{\mathbf{r}}_P^i = \dot{\mathbf{R}}^i + \tilde{\mathbf{u}}^{iT} \tilde{\boldsymbol{\omega}}^i + \mathbf{A}^i \mathbf{S}^i \dot{\mathbf{q}}_f^i \quad (3.59)$$

und

$$\ddot{\mathbf{r}}_P^i = \ddot{\mathbf{R}}^i + \tilde{\boldsymbol{\omega}}^i \times (\tilde{\boldsymbol{\omega}}^i \times \mathbf{u}^i) + \boldsymbol{\alpha}^i \times \mathbf{u}^i + 2\tilde{\boldsymbol{\omega}}^i \times (\mathbf{A}^i \dot{\tilde{\mathbf{u}}}^i) + \mathbf{A}^i \ddot{\tilde{\mathbf{u}}}^i \quad (3.60)$$

abgeleitet werden. Zum Ableiten der Massematrix wird folgende Definition der kinetischen Energie verwendet

⁵Neben der Darstellung mittels „Floating Frame of Reference“ existiert auch noch die Methode der „Incremental Finite Element Formulation“ und des Interpolationsansatzes für die Referenzbewegung mit der Methode „Large Rotation Vector Approach“ welche hier nicht näher behandelt werden. Detaillierte Informationen zu den Ansätzen sind z. B. in [201, 200] zu finden.

$$T^i = \frac{1}{2} \int_{V^i} \rho^i \dot{\mathbf{r}}^{iT} \dot{\mathbf{r}}^i dV^i = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^{iT} \mathbf{M}^i \dot{\mathbf{q}}^i, \quad (3.61)$$

mit

$$\mathbf{M}^i = \int_{V^i} \rho^i \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{B}^i & \mathbf{A}^i \mathbf{S}^i \\ \text{symmetrisch} & \mathbf{B}^{iT} \mathbf{B}^i & \mathbf{B}^{iT} \mathbf{A}^i \mathbf{S}^i \\ & & \mathbf{S}^{iT} \mathbf{S}^i \end{pmatrix} dV^i. \quad (3.62)$$

Die generalisierten Kräfte können unterteilt werden in elastische Kräfte und externe Kräfte. Die elastischen Kräfte können allgemein geschrieben werden als

$$\delta W_s^i = - \int_{V^i} \boldsymbol{\sigma}^{iT} \delta \boldsymbol{\epsilon}^i dV^i. \quad (3.63)$$

Mit den vorher ermittelten Spannungen und Dehnungen ergeben sich die elastischen Kräfte zu

$$\delta W_s^i = - \mathbf{q}_f^{iT} \mathbf{K}_{ff}^i \delta \mathbf{q}_f^i \quad \text{mit} \quad \mathbf{K}_{ff}^i = \int_{V^i} (\mathbf{D}^i \mathbf{S}^i)^T \mathbf{E}^i \mathbf{D}^i \mathbf{S}^i dV^i. \quad (3.64)$$

Die generalisierten externen Kräfte können geschrieben werden als

$$\delta W_e^i = \mathbf{Q}_e^{iT} \delta \mathbf{q}^i. \quad (3.65)$$

Die Zwangsbedingungen zwischen Körpern (Bindungsgleichungen) können in der Form

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, t) = \mathbf{0} \quad (3.66)$$

angeschrieben werden. Die virtuelle Änderung der Zwangsbedingungen ergeben sich mit der Jakobi-Matrix der Bindungsgleichungen \mathbf{C}_q zu

$$\mathbf{C}_q \delta \mathbf{q} = \mathbf{0}. \quad (3.67)$$

Wie schon in Gleichung (3.29) können die eben abgeleiteten Gleichungen in die Lagrangesche Gleichung eingesetzt werden [201]:

$$\mathbf{M}^i \ddot{\mathbf{q}}^i + \mathbf{K}^i \mathbf{q}^i + \mathbf{C}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{Q}_e^i + \mathbf{Q}_v^i. \quad (3.68)$$

Ausgeschrieben ergeben diese

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} \mathbf{m}^i_{RR} & \mathbf{m}^i_{R\Theta} & \mathbf{m}^i_{Rf} \\ \text{symmetrisch} & \mathbf{m}^i_{\Theta\Theta} & \mathbf{m}^i_{\Theta f} \\ & & \mathbf{m}^i_{ff} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{R}}^i \\ \ddot{\Theta}^i \\ \ddot{\mathbf{q}}^i_f \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K}^i_{ff} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{R}^i \\ \Theta^i \\ \mathbf{q}^i_f \end{pmatrix} + \\
 & + \begin{pmatrix} \mathbf{C}^T_{R^i} \\ \mathbf{C}^i_{\Theta^i T} \\ \mathbf{C}^T_{q^i_f} \end{pmatrix} \lambda = \begin{pmatrix} (\mathbf{Q}^i_e)_R \\ (\mathbf{Q}^i_e)_\Theta \\ (\mathbf{Q}^i_e)_f \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (\mathbf{Q}^i_v)_R \\ (\mathbf{Q}^i_v)_\Theta \\ (\mathbf{Q}^i_v)_f \end{pmatrix}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n_b
 \end{aligned} \tag{3.69}$$

und

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, t) = 0. \tag{3.70}$$

3.2.4 Reduktionsmethoden bei elastischen Körpern

Die Berücksichtigung des elastischen Bauteilverhaltens in der Mehrkörpersimulation ist bei vielen praktischen Anwendungsbeispielen mit einer deutlichen Erhöhung der Anzahl der Freiheitsgrade und der Rechenzeit verbunden. Zur effizienten Berechnung von elastischen Körpern wurden daher verschiedene Reduktionsmethoden entwickelt, um das elastische Verhalten von Bauteilen mit weniger Freiheitsgraden abbilden zu können.

Das statische Kräftegleichgewicht am Körper i ist über [72, 201]

$$\mathbf{K}^i_{ff} \mathbf{q}^i_f = \mathbf{F}^i \tag{3.71}$$

gegeben. Bei der statischen Kondensierung nach Guyan [92] werden die Freiheitsgrade in sogenannte Master-Knoten m und Slave-Knoten s unterteilt. Von der Unterteilung ist sowohl die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K}^i_{ff} , als auch der Verschiebungsvektor \mathbf{q}^i_f und die extern angreifenden Kräfte \mathbf{F}^i betroffen:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{K}^i_{mm} & \mathbf{K}^i_{ms} \\ \mathbf{K}^i_{sm} & \mathbf{K}^i_{ss} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{q}^i_{fm} \\ \mathbf{q}^i_{fs} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}^i_m \\ \mathbf{F}^i_s \end{pmatrix}. \tag{3.72}$$

Beinhaltet der Vektor \mathbf{F}^i_s nur Nulleinträge und es interessieren nur die Verschiebungen der Masterknoten \mathbf{q}^i_{fm} , so kann das statische Kräftegleichgewicht auch folgendermaßen angeschrieben werden:

$$[\mathbf{K}^i_{mm} - \mathbf{K}^i_{ms} \mathbf{K}^i_{ss}{}^{-1} \mathbf{K}^i_{sm}] \mathbf{q}^i_{fm} = \mathbf{F}^i_m. \tag{3.73}$$

Dieser Zusammenhang kann auch noch in folgenderweise umgewandelt werden

$$\bar{\mathbf{K}}^i_{ff} = \mathbf{B}^i_{sT} \mathbf{K}^i_{ff} \mathbf{B}^i_s, \tag{3.74}$$

mit

$$\mathbf{B}_s^i = \begin{pmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{K}_{ss}^{i-1} \mathbf{K}_{sm}^i \end{pmatrix}. \quad (3.75)$$

Bei der dynamischen Kondensierung [72, 201] kann der Körper i um eine Referenzkonfiguration frei schwingen und so verbleibt Gleichung

$$\mathbf{m}_{ff}^i \ddot{\mathbf{q}}_f^i + \mathbf{K}_{ff}^i \mathbf{q}_f^i = 0. \quad (3.76)$$

Die Lösung von Gleichung (3.76) kann mit folgendem Ansatz gefunden werden:

$$\mathbf{q}_f^i = \mathbf{a}^i e^{j\omega t}. \quad (3.77)$$

Rückeingesetzt erhält man

$$\mathbf{K}_{ff}^i \mathbf{a}^i = (\omega)^2 \mathbf{m}_{ff}^i \mathbf{a}^i. \quad (3.78)$$

Gleichung (3.76) stellt ein Eigenwertproblem dar, dessen Lösung Eigenfrequenzen (ω_k) und entsprechende Eigenvektoren \mathbf{a}_k^i mit $k = 1, 2, \dots, n_f$ darstellt. Die Eigenvektoren werden als „normal modes“ bezeichnet. Eine Reduktion kann erreicht werden, wenn im weiteren nur $n_m < n_f$ Moden berücksichtigt werden.

Die Koordinatentransformation von den physikalischen modalen Koordinaten in die modalen elastischen Koordinaten wird über

$$\mathbf{q}_f^i = \bar{\mathbf{B}}_m^i \mathbf{p}_f^i \quad (3.79)$$

erreicht. Der Vektor \mathbf{p}_f^i beinhaltet die modalen Koordinaten und $\bar{\mathbf{B}}_m^i$ stellt die Modeshape-Matrix dar, welche in den Spalten die berücksichtigten Eigenmoden beinhaltet. Zusammen mit den Referenzkoordinaten können die Koordinaten wie folgt beschrieben werden:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{q}_r^i \\ \mathbf{q}_f^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ 0 & \bar{\mathbf{B}}_m^i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{p}_r^i \\ \mathbf{p}_f^i \end{pmatrix}. \quad (3.80)$$

Damit ändern sich in Gleichung (3.69) und (3.70) die Größen zu (neue Größen sind mit einem Querstrich gekennzeichnet):

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{m}}_{rr}^i &= \mathbf{m}_{rr}^i & \bar{\mathbf{m}}_{rf}^i &= \mathbf{m}_{rf}^i \bar{\mathbf{B}}_m^i \\ \bar{\mathbf{m}}_{ff}^i &= \bar{\mathbf{B}}_m^{iT} \mathbf{m}_{ff}^i \bar{\mathbf{B}}_m^i & \bar{\mathbf{K}}_{ff}^i &= \bar{\mathbf{B}}_m^{iT} \mathbf{K}_{ff}^i \bar{\mathbf{B}}_m^i \\ (\bar{\mathbf{Q}}_e^i)_r &= (\mathbf{Q}_e^i)_r & (\bar{\mathbf{Q}}_e^i)_f &= (\mathbf{Q}_e^i)_f \\ (\bar{\mathbf{Q}}_v^i)_r &= (\mathbf{Q}_v^i)_r & (\bar{\mathbf{Q}}_e^i)_f &= (\mathbf{Q}_e^i)_f \\ \mathbf{C}_p^i &= \mathbf{C}_p^i \bar{\mathbf{B}}_m^i & & \end{aligned} \quad (3.81)$$

Craig-Bampton (Verweis in [72]) kombiniert die Guyan Kondensierung (auch als statische Kondensierung bezeichnet) und die dynamische Kondensierung zu

$$\mathbf{B}^i = [\mathbf{B}^i_m \ \mathbf{B}^i_s] = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \phi & -\mathbf{K}_{ss}^{i-1} \mathbf{K}_{sm} \end{pmatrix}, \quad (3.82)$$

wobei jedoch für die Bestimmung der Eigenmoden und Einheitsverschiebungen vom eingespannten Zustand ausgegangen wird. In heutzutage üblicherweise verwendeten Softwarepaketen werden sowohl die frei-frei Eigenmoden als auch die Eigenmoden im eingespannten Zustand zu Grunde gelegt.

Geradin und Cordona [72] verwenden zur Ableitung der reduzierten Massen- und Steifigkeitsmatrix die mechanische Impedanz-Methode. Die Impedanz-Matrix $\mathbf{Z}(\omega)$ wird als eine frequenzabhängige Matrix, welche das Amplitudenverhältnis der Kräfte \mathbf{g} zu den Verschiebungen \mathbf{q} darstellt, angeschrieben:

$$\mathbf{g} = \mathbf{Z}(\omega)\mathbf{q} \quad (3.83)$$

und

$$\mathbf{Z}(\omega) = \mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}. \quad (3.84)$$

Diese Vorgehensweise bietet den Vorteil, dass zur Bestimmung der Reduktionsmatrizen diese nicht zwingend über ein Finite Element Programm ermittelt werden müssen, sondern auch über eine Schwingungsanalyse gemessen werden können. Die Trägheitsterme werden über die kinetische Energie mit einer co-rotierenden Approximation berechnet [72].

3.2.5 Reduktion und Regularisierung der Zwangsgleichungen

Die nach Shabana abgeleiteten Grundgleichungen zur Beschreibung von Mehrkörpersystemen stellen ein differential algebraisches Gleichungssystem (DAE - Differential Algebraic Equation) 2. Ordnung dar. Die m holonomen Bindungen sind die zu berücksichtigenden Zwangsbedingungen:

$$\begin{cases} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}^T \lambda = \mathbf{g}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \\ \Phi(\mathbf{q}, t) = \mathbf{0} \end{cases} \quad \mathbf{q}_0 = \mathbf{q}(t_0), \dot{\mathbf{q}}_0 = \dot{\mathbf{q}}(t_0). \quad (3.85)$$

Dabei ist \mathbf{M} die $n \times n$ Massematrix, \mathbf{g} der nichtlineare $n \times 1$ Kraftvektor der inneren und äußeren Kräfte, Φ die $m \times 1$ holonomen Bindungsgleichungen und $\mathbf{B} = \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\mathbf{q}}}$ die $m \times n$ Matrix der Ableitungen der Bindungsgleichungen.

Mittels Regularisierung oder Reduktion der Zwangsbedingungen [72] kann das DAE Gleichungssystem in ein Gleichungssystem gewöhnlicher Differentialgleichungen umgeformt werden. Bei der Regularisierung der Zwangsbedingungen werden die Bindungsgleichungen zweimal abgeleitet:

3. Grundlagen zur Berechnung und Optimierung von Schwingungen in Antriebssystemen

$$\Phi(\mathbf{q}, t) = \begin{cases} \dot{\Phi} = \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \frac{\partial\Phi}{\partial t} = \mathbf{0} \\ \ddot{\Phi} = \mathbf{B}\ddot{\mathbf{q}} + \frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}) + 2\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}\dot{\mathbf{q}} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} = \mathbf{B}\ddot{\mathbf{q}} - \gamma(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \end{cases} \quad (3.86)$$

Damit kann das Gleichungssystem als modifiziertes System angeschrieben werden:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{B}^T \\ \mathbf{B} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \boldsymbol{\lambda}^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{g}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \\ \gamma(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \end{pmatrix}. \quad (3.87)$$

Das Gleichungssystem (3.87) stellt damit ein ODE System dar, hat aber den Nachteil, dass aufgrund des Ansatzes $\ddot{\Phi} = \mathbf{0}$ nicht gewährleistet ist, dass $\dot{\Phi} = \Phi = \mathbf{0}$ ist. Baumgarte [19, 72, 23] verwendet den Ansatz

$$\ddot{\Phi} + 2\epsilon\omega\dot{\Phi} + \omega^2\Phi = \mathbf{0}, \quad (3.88)$$

wobei ω und ϵ Dämpfungs- und Frequenzparameter sind, um die Abweichungen von $\dot{\Phi} = \Phi = \mathbf{0}$ über Zwangsbedingungen einzuschränken:

$$\gamma(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \rightarrow \gamma(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) - 2\epsilon\omega\dot{\Phi} - \omega^2\Phi. \quad (3.89)$$

Bei der Reduktion der Zwangsbedingungen wird das ursprüngliche Gleichungssystem in ein System erster Ordnung transferiert:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{v} \\ \mathbf{M}\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{g}(\mathbf{q}, \mathbf{v}, t) - \mathbf{B}^T\boldsymbol{\lambda} \\ \Phi(\mathbf{q}, t) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (3.90)$$

In gleicher Weise kann für die Zwangsbedingungen ebenfalls die Transformation durchgeführt werden:

$$\begin{cases} \mathbf{B}\mathbf{v} + \frac{\partial\Phi}{\partial t} = \mathbf{0} \\ \mathbf{B}\dot{\mathbf{v}} - \gamma(\mathbf{q}, \mathbf{v}, t) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (3.91)$$

Durch Extraktion von $\mathbf{v}^* = \mathbf{v}_{n-m}$ als die unabhängigen Geschwindigkeiten folgt, dass

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} \mathbf{v}^* \\ \mathbf{v}_m \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} \mathbf{v} = \mathbf{R}_{red}\mathbf{v}^* + \boldsymbol{\alpha}(t) \\ \dot{\mathbf{v}} = \mathbf{R}_{red}\dot{\mathbf{v}}^* + \boldsymbol{\beta}(t) \end{cases} \quad (3.92)$$

ist und dass \mathbf{R}_{red} eine reduzierte Matrix darstellt, welche sich aus $\mathbf{B} = [\mathbf{B}_{n-m} \ \mathbf{B}_m]$ zusammensetzt:

$$\mathbf{R}_{red} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{B}_m^{-1}\mathbf{B}_{n-m} \end{pmatrix}. \quad (3.93)$$

Damit ist

$$\mathbf{B}\mathbf{R}_{red} = \mathbf{0} \quad (3.94)$$

und

$$\boldsymbol{\alpha}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{B}_m^{-1} \end{pmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad \boldsymbol{\beta}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ +\mathbf{B}_m^{-1} \end{pmatrix} \gamma(t). \quad (3.95)$$

Folglich resultiert das DAE System in ein ODE System:

$$\begin{cases} \mathbf{M}^* \mathbf{v}^* = \mathbf{g}^*(\mathbf{q}, \mathbf{v}, t) \\ \dot{\mathbf{q}}^* = \mathbf{v}^* \end{cases}, \quad (3.96)$$

wobei $\mathbf{M}^* = \mathbf{R}_{red}^T \mathbf{M} \mathbf{R}_{red}$ und $\mathbf{g}^* = \mathbf{R}_{red}^T (\mathbf{g} - \mathbf{M} \boldsymbol{\beta}(t))$ ist.

3.3 Formalismen und Lösungsverfahren für Mehrkörpersysteme

3.3.1 Formalismen bei Mehrkörpersystemen

Unter Formalismen für Mehrkörpersysteme versteht man rechnerorientierte Verfahren zur Ermittlung der Systemmatrizen der Bewegungsgleichungen aus den Daten des Systems [200].

Das Mehrkörpersystem kann dabei als ein gekoppeltes System von Differentialgleichungen und algebraischen Gleichungen beschrieben werden. Dies entspricht der Beschreibung der Bewegungen der Körper mit redundanten Absolutkoordinaten mit Zwangsbedingungen. Die Gleichungen formen damit in ein Differential algebraisches Gleichungssystem (DAE).

Im Gegensatz dazu können die Bewegungen der Körper auch mittels Relativkoordinaten beschrieben werden. Dabei erhält man ein gewöhnliches Differentialgleichungssystem (ODE).

Bei der Darstellung der Systemgleichungen in Absolutkoordinaten erhält man eine einfache Massenmatrix jedoch deutlich komplexere Ausdrücke in den Termen der generalisierten Kräfte. Bei zugrunde liegenden Relativkoordinaten ergibt sich eine komplexe zustandsabhängige Massematrix, aber der Vorteil sehr einfacher Terme bei den generalisierten Kräften. Das Invertieren der Massematrix bedeutet damit einen erheblichen Aufwand und steigt mit der dritten Potenz der Anzahl der Körper n des Systems [200].

Bei der Einführung von Methoden und bei Untersuchungen zu Formalismen für Mehrkörpersysteme wurde die Diagonalform der Massematrix (Absolutkoordinaten) als Trägheitskoordinaten bezeichnet und die Diagonalform der Steifigkeitsmatrix (Relativkoordinaten) als Federkoordinaten benannt [200].

3.3.2 Lösungsverfahren bei Mehrkörpersystemen

Integrationsverfahren zur numerischen Lösung von gewöhnlichen und differential algebraischen Gleichungssystemen spielen sowohl bei der Offline-Simulation als auch bei der Echtzeit-Simulation hinsichtlich der Recheneffizienz, Rechenstabilität und Ergebnisgenauigkeit eine entscheidende Rolle. Für Echtzeit-Simulationen werden häufig explizite und implizite Integrationsverfahren mit fixer Integratorschrittweite verwendet (z.B. Euler Verfahren). Implizite Euler Verfahren haben gegenüber den expliziten Verfahren dabei den Vorteil, dass das Integrationsverfahren bei beliebig großen Schrittweiten stabil ist. Lineare implizite Runge-Kutta Methoden kombinieren die positiven Eigenschaften der expliziten und impliziten Euler Methode mit guten Stabilitätseigenschaften bei geringem Rechenaufwand. Bei Offline-Simulationen werden heutzutage üblicherweise Mehrschrittverfahren höherer Ordnung mit variabler Schrittweite und Schrittweitensteuerung verwendet. Von besonderem Interesse ist dabei auch die Stabilität der Verfahren in Zusammenhang mit steifen Differentialgleichungssystemen, die im folgenden noch behandelt werden.

Anfangswertprobleme bei gewöhnlichen Differentialgleichungen

Eine gewöhnliche Differentialgleichung besitzt im Allgemeinen unendlich viele Lösungen. Bei Anfangswertproblemen wird eine spezielle Lösung der Differentialgleichung, welche die Anfangsbedingung erfüllt, gesucht [210]. Ein System mit n gewöhnlichen Differentialgleichungen kann in Vektorschreibweise ganz allgemein als

$$\dot{\mathbf{y}} = f(\mathbf{y}, t), \dot{\mathbf{y}} = \begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \vdots \\ \dot{y}_n \end{pmatrix}, f(\mathbf{y}, t) = \begin{pmatrix} f_1(y_1, y_2, \dots, y_n, t) \\ f_2(y_1, y_2, \dots, y_n, t) \\ \vdots \\ f_n(y_1, y_2, \dots, y_n, t) \end{pmatrix} \quad (3.97)$$

mit der Anfangsbedingung

$$\mathbf{y}_0 = \mathbf{y}(t_0) = \begin{pmatrix} y_{10} \\ y_{20} \\ \vdots \\ y_{n0} \end{pmatrix} \quad (3.98)$$

angeschrieben werden.

Im Folgenden werden gewöhnliche Differentialgleichung erster Ordnung betrachtet. Die Größen \mathbf{y} und $f(\mathbf{y}, t)$ sind als Vektoren und als Norm interpretierbar. Damit gelten die Verfahren auch für Systeme. Die zugrunde gelegte DGL sei ferner stets lösbar. Die Vektornotation wird nachfolgend nicht mehr geführt.

Lösung von Differentialgleichungssystemen

Die Grundgleichungen von Mehrkörpersystemen stellen wie bereits erwähnt gewöhnliche oder differential algebraische Differentialgleichungen dar und können mit geeigneten Verfahren in ein System von gewöhnlichen Differentialgleichungen 1. Ordnung übergeführt werden. Diese Gleichungen sind nur für stark vereinfachte Systeme unter bestimmten Randbedingungen analytisch geschlossen lösbar. Für die Lösung von Differentialgleichungssystemen, für heutzutage üblicherweise auftretenden Aufgabenstellungen der Fahrzeugentwicklung, werden numerische Näherungsverfahren angewendet. Bei der Lösung von solchen Systemen sind spezifische Gesichtspunkte wie die der Stabilität und des Integrationsfehlers zu beachten. Es werden erwartungsgemäß unterschiedliche Anforderungen an die Lösung von derartigen Gleichungssystemen für Offline- und Echtzeit-Simulationen gestellt. Worauf im Weiteren noch gezielt hingewiesen wird.

Für ein gewöhnliches Differentialgleichungssystem 1. Ordnung, wie es in Gleichung (3.97) angeführt ist und welches unabhängig von y ist, ergibt sich folgende Lösung⁶:

$$y(X) = y_0 + \int_{x_0}^X f(x) dx. \quad (3.99)$$

Nachfolgende Zusammenfassung der wichtigsten Integrationsverfahren wurden aus den Literaturstellen [94, 95, 61, 209, 210] entnommen:

Polygonzugverfahren nach Euler

Setzt man in Gleichung (3.99) im Integral für $f(x, t)$ den Wert der Ableitung im Punkt y_0 als $f(x, t) \approx f(y_0)$ erhält man damit das bekannte explizite Euler Polygonzugverfahren zur Integration:

$$y(x_i) = y_{i-1} + f(x_{i-1}) \cdot (x_i - x_{i-1}). \quad (3.100)$$

Der globale Fehler des Euler Verfahrens ergibt sich mit der Fehlerordnung O zu $O(h)$. Das Euler Verfahren kann mittels der Taylorreihenentwicklung abgeleitet werden und inkludiert Terme bis zur 1. Ordnung. Es ist somit ein Verfahren erster Ordnung.

⁶Die hier dargestellten Zusammenhänge für Differentialgleichungen gelten auch bei der Betrachtung von Gleichungssystemen, sofern die Variablen als Vektoren interpretiert werden können und die Matrix Norm gilt

3. Grundlagen zur Berechnung und Optimierung von Schwingungen in Antriebssystemen

Taylor-Methoden

Mit Hilfe der Taylorreihenentwicklung können weitere Verfahren höherer Ordnung gewonnen werden. Diese sind jedoch praktisch nur schwer einsetzbar, aufgrund der benötigten höheren Ableitungen. Mit geringfügig modifizierten Ansätzen für die Taylorreihenentwicklung welche nur ausgewählte Abschnitte (Terme) inkludieren erhält man z. B. das Verfahren von Heun und das modifizierte Eulerverfahren nach Collatz (beides Verfahren 2ter Ordnung mit Fehlerordnung $O(h^2)$).

Runge-Kutta-Methoden

Um die Methode zu erweitern (Verbesserung der Fehlerordnung) ist es notwendig auch die Abhängigkeit von f von y zu betrachten. Dazu müssen die y -Werte zwischen den Intervallpunkten ermittelt werden:

$$y(X) \approx Y = y_{n-1} + hf(x_{n-1} + \frac{h}{2}, y(x_{n-1} + \frac{h}{2})). \quad (3.101)$$

Wobei $y(x_{n-1} + \frac{h}{2})$ mit einem halben Eulerschritt ermittelt werden kann und dieses Verfahren liefert damit aufgrund der Multiplikation des halben Eulerschrittes mit der Schrittweite h eine Fehlerordnung $O(h^3)$.

Generell kann eine allgemeine Methode für die so gewonnenen „Runge Kutta Verfahren“ mit zusätzlichen Eulerschritten folgendermaßen definiert und zusammengefasst werden:

Es sei s ganzzahlig und stellt die Ordnung des Verfahrens dar und $a_{i,j}$ seien reale Koeffizienten. Dann bezeichnet die Methode

$$y_1 = y_0 + h(b_1k_1 + \dots + b_s k_s), \quad (3.102)$$

mit

$$\begin{aligned} k_1 &= f(x_0, y_0) \\ k_2 &= f(x_0 + c_2h, y_0 + ha_{21}k_1) \\ k_3 &= f(x_0 + c_3h, y_0 + h(a_{31}k_1 + a_{32}k_2)) \\ &\vdots \\ k_s &= f(x_0 + c_sh, y_0 + h(a_{s1}k_1 + \dots + a_{s,s-1}k_{s-1})), \end{aligned} \quad (3.103)$$

ein Runge Kutta Verfahren der Ordnung s . Normalerweise genügen die c_i der Bedingung

$$c_i = \sum_j a_{ij}, \quad (3.104)$$

welche nichts anderes besagt, als dass alle Funktionsauswertungen von f über ein Verfahren 1. Ordnung approximiert werden. Um die Koeffizienten b_i zu erhalten werden die Ableitungen mit denen der richtigen Lösung bis zur entsprechenden Ordnung verglichen (Taylorreihe). Die Bestimmung der Koeffizienten steigt erheblich mit steigender Ordnung. Die Fehlerordnung ergibt sich zu $O(h^{p+1})$.

Implizite Verfahren

Die implizite Euler Methode verwendet die Steigung des aktuell berechneten Schrittes. Die Lösung ergibt sich zu

$$y_1 = y_0 + hf(x_1, y_1) \quad (3.105)$$

und resultiert in einem impliziten Gleichungssystem.

Generell können die impliziten Verfahren folgendermaßen abgeleitet werden:

$$y_1 = y_0 + hf(x_0 + \theta, y_0 + \Theta(y_1 - y_0)). \quad (3.106)$$

Für das implizite Euler Verfahren ergibt sich $\theta = \Theta = 1$. Mit $\theta = \Theta = 1/2$ erhält man die implizite Mittelpunkregel. Implizite Verfahren haben deutliche Vorteile bei der Rechenstabilität. Geht man davon aus, dass bei einem Differentialgleichungssystem $y' = Ay$, für die Matrix A die Eigenwerte λ_i mit $Re \lambda_i < 0$ existieren, so konvergiert die diskrete Lösung nur bei einer Schrittweite für die $|g(h\lambda_i)| < 1$ gegeben ist.

Extrapolationsverfahren

Für die Herleitung von Mehrschrittverfahren wird in Gleichung (3.99) das zu ermittelnde Integral über ein Polynom $P(x)$ bestimmt. Sei $\dot{y} = f(t, y)$ und $y(x_0) = y_0$ ein gegebenes Differentialgleichungssystem. Man definiere die Schrittweite $H > 0$ als die Basisschrittweite. Ferner sei ein Folge positiver Ganzzahlen

$$n_1 < n_2 < n_3 < \dots, \quad (3.107)$$

mit dazugehörenden Schrittweiten $h_i = H/n_i$

$$h_1 > h_2 > h_3 > \dots \quad (3.108)$$

gegeben. Mit Hilfe eines numerischen Verfahrens mit der Ordnung p werden die Lösungen y_{h_i} der n_i Schritte berechnet:

$$y_{h_i}(x_0 + H) := T_{i,1}. \quad (3.109)$$

Dann wird aus den Stützstellenwerten ein Interpolationspolynom

3. Grundlagen zur Berechnung und Optimierung von Schwingungen in Antriebssystemen

$$p(h) = e_0 + e_p h^p + e_{p+1} h^{p+1} + \dots + e_{p+k-2} h^{p+k-2} \quad (3.110)$$

erzeugt, so dass $p(h_i) = T_{i,1}$ und $i = j, j-1, \dots, j-k+1$ ist. Schlussendlich extrapolieren man gegen die Grenze $h \rightarrow 0$ und verwendet

$$p(0) = e_0 = T_{j,k} \quad (3.111)$$

als numerisches Ergebnis. Damit entstehen k lineare Gleichungen für die Unbekannten $e_0, e_p, \dots, e_{p+k-2}$. Die Auswertung des Algorithmus eines Interpolationspolynoms an einer vorgegebenen Stelle (für $h = 0$) wird numerisch mit Hilfe des Algorithmus von Aitken und Neville durchgeführt (siehe dazu auch die weiterführende Literatur [94]).

Mehrschrittverfahren

Gegeben seien die Gitterpunkte $x_i = x_0 + ih$ und man kennt die numerische Näherung $y_n, y_{n-1}, \dots, y_{n-k+1}$ der exakten Lösung $y(x_n), \dots, y(x_n - k + 1)$ des Anfangswertproblems

$$\dot{y} = f(t, y), y(x_0) = y_0. \quad (3.112)$$

Die Lösung an der Stelle x_{n+1} kann über das Integral

$$y(x_{n+1}) = y(x_n) + \int_{x_n}^{x_{n+1}} f(t, y(t)) dt \quad (3.113)$$

errechnet werden. Zur Berechnung der unbekanntenen Größe y auf der rechten Seite der Gleichung können nun bekannte Näherungslösungen y_{n-k+1}, \dots, y_n verwendet werden und y über ein Polynom näherungsweise beschrieben werden. Das Polynom kann folgendermaßen angeschrieben werden:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^{j+1}}{\partial x_1^{j+1}} \\ \vdots \\ \frac{\partial^{j+1}}{\partial x_i^{j+1}} \end{pmatrix} f_n = \begin{pmatrix} \frac{\partial^j}{\partial x_1^j} \\ \vdots \\ \frac{\partial^j}{\partial x_i^j} \end{pmatrix} f_n - \begin{pmatrix} \frac{\partial^j}{\partial x_1^j} \\ \vdots \\ \frac{\partial^j}{\partial x_i^j} \end{pmatrix} f_{n-1}, \quad (3.114)$$

$$p(t) = p(x_n + sh) = \sum_{j=0}^{k-1} (-1)^j \cdot \frac{(-s) \cdot (-s-1) \cdot \dots \cdot (-s-j+1)}{j!} \begin{pmatrix} \frac{\partial^j}{\partial x_1^j} \\ \vdots \\ \frac{\partial^j}{\partial x_i^j} \end{pmatrix} f_n.$$

Das Polynom in Gleichung (3.114) stellt Newtons Interpolationsformel dar. Durch Einsetzen von $p(t)$ ergibt sich für den nächsten Iterationsschritt

$$y_{n+1} = y_n + h \sum_{j=0}^{k-1} \gamma_j \begin{pmatrix} \frac{\partial^j}{\partial x_1^j} \\ \vdots \\ \frac{\partial^j}{\partial x_i^j} \end{pmatrix} f_n, \quad (3.115)$$

wobei die Koeffizienten γ_j aus dem Zusammenhang folgende Bedingungen erfüllen müssen:

$$\gamma_j = (-1)^j \int_0^1 \frac{(-s) \cdot (-s-1) \cdots (-s-j+1)}{j!} ds. \quad (3.116)$$

Mit Hilfe der Eulermethode kann ein einfacher rekursiver Zusammenhang für γ_i erhalten werden:

$$\gamma_m + \frac{1}{2}\gamma_{m-1} + \frac{1}{3}\gamma_{m-2} + \cdots + \frac{1}{m+1}\gamma_0 = 1. \quad (3.117)$$

Steife Differentialgleichungen und Schrittweitensteuerung

Steife Differentialgleichungen wurden 1952 von Curtiss und Hirschfeldner erstmals untersucht und es wurde dabei festgestellt, dass explizite Methoden im Vergleich zu bestimmten impliziten Methoden und BDF diese spezielle Typen von Differentialgleichungen, wenn überhaupt, nur mit großem Fehler annähern.

Später wurden dann Stabilitätsbedingungen eingeführt zur Beurteilung von steifen Differentialgleichungssystemen. Für die Euler Methode kann diese folgendermaßen abgeleitet werden: Es sei $\phi(x)$ eine Lösung der Differentialgleichung $\dot{y} = f(t, y)$. Durch Linearisierung und Vergleich von $\bar{y}(t)$ mit der Lösung $\phi(x)$ erhält man

$$\dot{\bar{y}} = \frac{\partial f}{\partial y}(t, \phi(x)) \cdot \bar{y}(x) = J(x)\bar{y}(x), \quad (3.118)$$

oder allgemein geschrieben

$$\dot{y} = Jy. \quad (3.119)$$

Dieser Zusammenhang soll nun auf das Euler Verfahren angewendet werden und man erhält mit der Schrittweite h

$$y_{m+1} = R(h, J)y_m, \quad (3.120)$$

mit

$$R(z) = 1 + z. \quad (3.121)$$

3. Grundlagen zur Berechnung und Optimierung von Schwingungen in Antriebssystemen

Es soll angenommen werden, dass J diagonalisierbar ist und über die Eigenvektoren v_1, \dots, v_n und Eigenwerte $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ darstellbar ist:

$$y = \sum_{i=1}^n \alpha_i v_i. \quad (3.122)$$

Damit resultiert y_m in

$$y_m = \sum_{i=1}^n (R(h\lambda_i))^m \alpha_i \cdot v_i, \quad (3.123)$$

wobei λ_i die Eigenwerte darstellen. Die Größe y_m ist für $m \rightarrow \infty$ für alle Eigenwerte beschränkt, wenn $h\lambda_i$ innerhalb eines Kreises mit Radius 1 und Ursprung -1 liegt.

Mit der gleichen Vorgehensweise können nun auch die Stabilitätsbedingungen für andere explizite Methoden wie z. B. Runge Kutta Methoden aufgestellt werden (siehe Abbildung 3.5). Ziel ist es einen möglichst weiten Stabilitätsbereich zu erreichen, um steife Differentialgleichungen bei großer Schrittweite effizient lösen zu können.

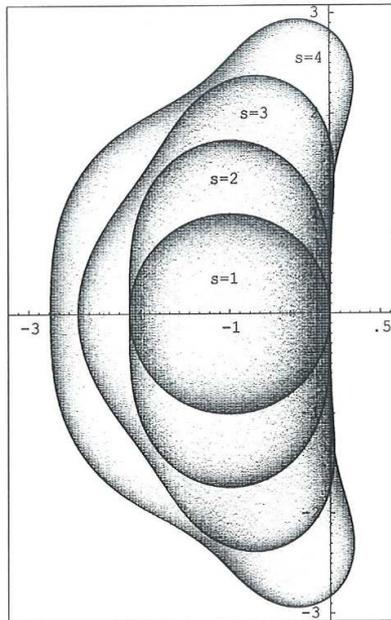


Abbildung 3.5: Stabilitätsbereiche für Explizite Runge Kutta Methoden mit der Ordnung $p = s$ [95]

Aus diesen Überlegungen heraus wurde nun versucht für explizite Integrationsmethoden eine automatische Bestimmung der Steifigkeit durchzuführen. Damit kann eine Berechnung von steifen Differentialgleichungen mit unzureichenden expliziten Methoden vermieden werden. Über die Ermittlung des Fehlers mit einem Verfahren

höherer Ordnung kann der Abstand zur exakten Lösung mit $d_1 \approx R(h, J)d_0$ angenähert werden, wobei $d_0 = y_0 - y(x_0)$ darstellt.

Eine weitere Möglichkeit die Steifigkeit des Systems festzustellen ist die Schätzung des dominanten Eigenwertes von J :

$$|\lambda| \approx \frac{|f(t, y+v) - f(t, y)|}{|v|}. \quad (3.124)$$

Die Stabilitätsbedingungen können nun dazu verwendet werden die Schrittweite so zu kontrollieren, dass die Stabilität nicht verletzt wird [95].

BDF und Differentiationsmethoden

Die bisher betrachteten Mehrschrittverfahren beruhen auf numerischer Integration, welche über entsprechende Ansatzfunktionen (Polynomfunktionen) angenähert wurden. Mit einer modifizierten Vorgehensweise basierend auf numerischer Differentiation können ebenfalls Verfahren zur Zeitintegration abgeleitet werden. Dazu wird angenommen, dass die Näherungslösungen y_{n-k+1}, \dots, y_n der exakten Lösung, bekannt sind. Um y_{n+1} zu berechnen wird das Polynom $q(x)$, welches anhand der Werte (x_i, y_i) mit $i = n - k + 1, \dots, n + 1$ gebildet wird, herangezogen. Das Polynom kann nun mittels Rückwärtsdifferenzen (backward differences) geschrieben werden als

$$q(x) = q(x_n + sh) = \sum_{j=0}^k (-1)^j \binom{-s+1}{j} \nabla^j y_{n+1}. \quad (3.125)$$

Der unbekannte Wert von y_{n+1} wird über das Polynom $q(x)$ bestimmt, so dass an mindestens einem Schritt

$$q'(x_{n+1-r}) = f(x_{n+1-r}, y_{n+1-r}) \quad (3.126)$$

erfüllt ist. Von besonderem Interesse sind Verfahren welchen in ein implizites System über $r = 0$ resultieren:

3. Grundlagen zur Berechnung und Optimierung von Schwingungen in Antriebssystemen

$$\begin{aligned}
 k = 1 : y_{n+1} - y_n &= hf_{n+1} \\
 k = 2 : \frac{3}{2}y_{n+1} - 2y_n + \frac{1}{2}y_{n-1} &= hf_{n+1} \\
 k = 3 : \frac{11}{6}y_{n+1} - 3y_n + \frac{3}{2}y_{n-1} - \frac{1}{3}y_{n-2} &= hf_{n+1} \\
 k = 4 : \frac{25}{12}y_{n+1} - 4y_n + 3y_{n-1} - \frac{4}{3}y_{n-2} + \frac{1}{4}y_{n-3} &= hf_{n+1} \\
 k = 5 : \frac{137}{60}y_{n+1} - 5y_n + 5y_{n-1} - \frac{10}{3}y_{n-2} + \frac{5}{4}y_{n-3} - \frac{1}{5}y_{n-4} &= hf_{n+1} \\
 k = 6 : \frac{147}{60}y_{n+1} - 6y_n + \frac{15}{2}y_{n-1} - \frac{20}{3}y_{n-2} + \frac{15}{4}y_{n-3} - \frac{6}{5}y_{n-4} + \\
 &+ \frac{1}{6}y_{n-5} = hf_{n+1}.
 \end{aligned} \tag{3.127}$$

Die Fehlerordnung bei BDF-Verfahren ergibt sich mit der Fehlerkonstante $-\frac{1}{k+1}$ zu k .

Prädiktor-Korrektor-Verfahren

In der Praxis werden impliziten Verfahren in Kombination mit expliziten Verfahren angewendet. Dabei wird die Prediktion mit einem expliziten Verfahren ermittelt und über ein implizites Verfahren im Anschluss korrigiert.

Prädiktorschritt:

$$y_k^{(0)} = F(t_{k-1}, y_{k-1}, \dots, t_0, y_0). \tag{3.128}$$

Korrektorschritt:

$$y_k^{(1)} = F(t_k, y_k^{(0)}, t_{k-1}, y_{k-1}, \dots, t_0, y_0). \tag{3.129}$$

Damit wird die Lösung des Gleichungssystems schnell ohne ein Invertieren durchführbar.

Newmark Integrationsverfahren

Mit dem Newmark Integrationsverfahren können Standard Systeme der Form [72]

$$\mathbf{K}\mathbf{q} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{g}(t) \tag{3.130}$$

gelöst werden. Die Newmark Methode beruht auf der Berechnung der Verschiebungen und Geschwindigkeiten auf Basis der Taylorreihenentwicklung mit der Schrittweite h :

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{q}}_{n+1} &= \dot{\mathbf{q}}_n + (1 - \gamma)h\ddot{\mathbf{q}}_n + \gamma\ddot{\mathbf{q}}_{n+1}\mathbf{e}_n \\ \mathbf{q}_{n+1} &= \mathbf{q}_n + h\dot{\mathbf{q}}_n + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)h^2\ddot{\mathbf{q}}_n + \beta h^2\ddot{\mathbf{q}}_{n+1} + \mathbf{e}'_n.\end{aligned}\quad (3.131)$$

Die Parameter γ und β sind Konstanten und bestimmen die Genauigkeit und Stabilitätseigenschaften der Zeitintegration. Die lokalen Integrationsfehler ergeben sich zu

$$\mathbf{e}_n = \left(\gamma - \frac{1}{2}\right)h^2\mathbf{q}^3(\tau) + O(h^3\mathbf{q}^4)\mathbf{e}'_n = \left(\beta - \frac{1}{6}\right)h^3\mathbf{q}^3(\tau) + O(h^4\mathbf{q}^4).\quad (3.132)$$

Aufgrund detaillierter Stabilitätsuntersuchungen [72] kann gezeigt werden, dass der Algorithmus stabil ist, wenn

$$\gamma \geq \frac{1}{2}.\quad (3.133)$$

Die maximale Schrittweite h ist eine Funktion von β und γ :

$$\left(\gamma + \frac{1}{2}\right)^2 - 4\beta \leq \frac{4}{\omega_0^2 h^2}.\quad (3.134)$$

Gilt, dass

$$\beta > \frac{1}{4}\left(\gamma + \frac{1}{2}\right)^2 - 4\beta \leq \frac{4}{\omega_0^2 h^2}\quad (3.135)$$

ist, ist obige Bedingung für die Schrittweite h automatisch erfüllt. Für eine stabile Integration mit maximaler Genauigkeit (2. Ordnung) wird in [72] $\gamma = \frac{1}{2}$ und $\beta = \frac{1}{4}$ angegeben.

HHT-Integrationsverfahren

Das HHT Integrationsverfahren wird auch als α -Methode bezeichnet und stellt quasi eine „Generalisierung“ der β -Methode von Newmark dar. Das Integrationsverfahren ist stabil mit der Genauigkeit 2. Ordnung, wenn:

$$\begin{aligned}\gamma &= \frac{1 + 2\alpha_f}{2}, \\ \beta &= \frac{(1 + \alpha_f)^2}{4} \text{ und} \\ \alpha_f &\in \left[0, \frac{1}{3}\right].\end{aligned}\quad (3.136)$$

Weitere Betrachtungen zu Stabilitätseigenschaften und die Ableitung weitere Integrationsverfahren sind in der weiterführenden Literatur zu finden wie [94, 95, 209, 210, 61].

3.4 Grundlagen zum systematischen Abgleich zwischen Messung und Rechnung

In diesem Unterkapitel wird ein kurzer Überblick zu den Grundlagen des in dieser Arbeit verwendeten nichtlinearen Optimierungsverfahren und die Theorie zur Metamodellbildung mittels Kriging Modellen gegeben. Die beschriebenen Methoden werden für den automatisierten Parameterabgleich zwischen Messung und Rechnung eingesetzt. Damit können unbekannte oder mit Unsicherheiten behaftete Modellparameter mittels Messungen identifiziert werden.

Kritisch ist bei dieser Vorgehensweise anzumerken, dass die für den Parameterabgleich verwendeten Messergebnisse ebenfalls mit Fehlern behaftet sind. Durch die Auswertung mehrerer Messreihen mit geringer Streuung ist jedoch davon auszugehen, dass die durchgeführten Messungen das dynamische Systemverhalten mit hoher Qualität abbilden und daher für den Abgleich als Referenz herangezogen werden können.

3.4.1 Unrestringierte Optimierungsprobleme

Bei unrestringierten Optimierungsproblemen wird eine Zielfunktion, welche von Variablen aus dem realen Zahlenraum abhängt ohne vorgegebene Restriktionen minimiert. Die mathematische Formulierung lautet ganz allgemein,

$$\min_x f(x), \quad (3.137)$$

mit dem realen Vektor $x \in R^n$ mit $n \geq 1$ Komponenten. Es ist f eine stetige Funktion, welche $f : R^n \rightarrow R$ abbildet.

Gesucht wird ein globales Minimum, welches mathematisch wie folgt definiert ist:

$$\begin{aligned} \text{Ein Punkt } x^* \text{ ist ein globales Minimum, wenn} \\ f(x^*) \leq f(x) \text{ für alle } x \text{ ist.} \end{aligned} \quad (3.138)$$

Für ein lokales Minimum gilt:

$$\begin{aligned} \text{Ein Punkt } x^* \text{ ist ein lokales Minimum in der Umgebung } N \text{ von } x^*, \\ \text{wenn gilt } f(x^*) \leq f(x) \text{ für alle } x \in N. \end{aligned} \quad (3.139)$$

Die BFGS Methode (benannt nach ihren Entdeckern Broyden, Fletcher, Goldfarb and Shanno) ist eine der bekanntesten Quasi-Newton Verfahren [163]. Die Zielfunktion $f(x)$ wird durch folgende quadratische Funktion für die Iteration x_k angenähert, um die neue Suchrichtung p zu ermitteln:

$$m_k(p) = f_k + \nabla f_k^T p + \frac{1}{2} p^T B_k p, \quad (3.140)$$

wobei B_k eine symmetrische positiv definite $n \times n$ Matrix ist, welche die Hesse-Matrix annähert. Das Minimum p_k der Funktion $m_k(p)$ kann durch Ableiten und Null setzen von $m_k(p)$ ermittelt werden:

$$p_k = -B_k^{-1} \nabla f_k. \quad (3.141)$$

Wird nun p_k als Suchrichtung für die nächste Iteration verwendet, dann ergibt sich die neue Suchrichtung x_{k+1} zu

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k, \quad (3.142)$$

wobei α_k die Schrittweite ist. Diese wird über die Wolfe-Bedingung (Abbildung 3.6) bestimmt. Die Wolfe-Bedingung gliedert sich in 2 Teilbedingungen

$$f(x_k + \alpha_k p_k) \leq f(x_k) + c_1 \alpha_k \nabla f_k^T p_k \quad (3.143)$$

und

$$\nabla f(x_k + \alpha_k p_k)^T p_k \geq c_2 \nabla f_k^T p_k, \quad (3.144)$$

mit $0 < c_1 < c_2 < 1$. Erstere Bedingung gewährleistet, dass die Verringerung des Funktionswertes f proportional der Schrittweite α_k und der Richtungsableitung $\nabla f_k^T p_k$ ist (Armijo-Bedingung). Da diese Bedingung für beliebig kleine Schrittweiten immer gegeben ist und mit sehr kleinen Schrittweiten kein wirklicher Optimierungsfortschritt mehr gemacht wird gibt es noch folgende zweite Bedingung, welche den Gradienten bewertet und sicherstellt, dass dieser an der Stelle $x_k + \alpha_k p_k$ um den Faktor c_2 größer als der Gradient an der Stelle x_k ist (Krümmungs-Bedingung).

Für die Berechnung von B_k wird wiederum ein quadratisches Modell für die nächste Iteration x_{k+1} als

$$m_{k+1}(p) = f_{k+1} + \nabla f_{k+1}^T p + \frac{1}{2} p^T B_{k+1} p. \quad (3.145)$$

definiert. Es sei dabei vorausgesetzt, dass der Gradient von m_{k+1} gleich dem Gradienten der Zielfunktion f für die letzten beiden Iterationen x_k (1. Bedingung) und x_{k+1} (2. Bedingung) ist. Erste Bedingung ist erfüllt ($\nabla m_{k+1}(0) = \nabla f_{k+1}$). Die zweite Bedingung kann als

$$\nabla m_{k+1}(-\alpha_k p_k) = \nabla f_{k+1} - \alpha_k B_{k+1} p_k = \nabla f_k \quad (3.146)$$

angeschrieben werden. Durch Umformen und mit den beiden Definitionen $s_k = x_{k+1} - x_k$ und $y_k = \nabla f_{k+1} - \nabla f_k$ erhält man

$$B_{k+1} s_k = y_k. \quad (3.147)$$

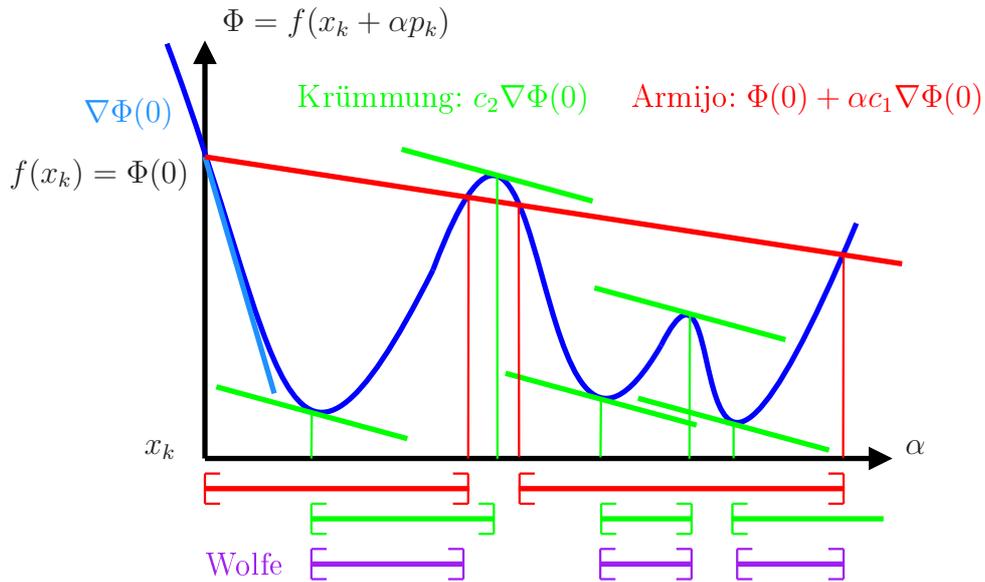


Abbildung 3.6: Kombination der Armijo- und Krümmungsbedingung zur Wolfe-Bedingung [103]

Das ist die Sekantengleichung welche s_k in y_k über B_{k+1} abbildet. Es muss dabei jedoch gelten, dass $s_k^T y_k > 0$ ist. Dies kann einfach gezeigt werden indem man Gleichung (3.147) mit s_k^T multipliziert.

Gleichung (3.147) muss für beliebige Funktionen innerhalb der Wolfe Bedingung ($\nabla f_{k+1}^T s_k \geq c_2 \nabla f_k^T s_k$) gelten. Es zeigt sich, dass

$$y_k^T s_k \geq (c_2 - 1) \alpha_k \nabla f_k^T p_k. \quad (3.148)$$

Mit $c_2 < 1$ und einer absteigenden Richtung p_k ist die rechte Seite positiv und die Bedingung erfüllt. Die inverse von B_k sei definiert als

$$H_k = B_k^{-1}. \quad (3.149)$$

Analog zu der Bedingung in Gleichung (3.147) kann man diese auch für die Inverse definieren:

$$H_{k+1} y_k = s_k. \quad (3.150)$$

Es gibt jedoch für die Lösung von Gleichung (3.150), unter Einhaltung der genannten Bedingungen, unendlich viele Lösungen von B_{k+1} . Um eine konkrete Lösung zu bestimmen, wird unter Einhaltung der Bedingungen die Lösung gesucht, die am wenigsten von der alten Lösung H_k abweicht:

$$\min_H \|H - H_k\| \quad (3.151)$$

mit den Bedingungen $H = H^T, Hy_k = s_k$.

Mit Hilfe der gewichteten Frobenius Norm⁷ kann Gleichung (3.151) eindeutig gelöst werden

$$\|A\|_W = \|W^{1/2} A W^{1/2}\|_F, \quad (3.152)$$

mit $\|\cdot\|_F$ gegeben als $\|C\|_F^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij}^2$. Die Matrix W erfüllt $W s_k = y_k$. Für diese Anwendung wird W mit der gemittelten Hesse-Matrix \tilde{G}_k definiert als

$$\tilde{G}_k = \left[\int_0^1 \nabla^2 f(x_k + \tau \alpha_k p_k) d\tau \right]. \quad (3.153)$$

berechnet. In der BFGS Formel ergibt sich H_{k+1} zu:

$$H_{k+1} = (I - \rho_k s_k y_k^T) H_k (I - \rho_k y_k s_k^T) + \rho_k s_k s_k^T, \quad (3.154)$$

mit

$$\rho_k = \frac{1}{y_k^T s_k}. \quad (3.155)$$

3.4.2 Restringierte Optimierungsprobleme

Bei restringierten Optimierungsproblemen gilt es $f(x)$ unter Einhaltung der Nebenbedingungen zu minimieren:

$$\min_{x \in R} f(x) \quad \text{unter Berücksichtigung von} \quad \begin{cases} c_i(x) = 0, & i \in \mathcal{E} \\ c_i(x) \geq 0, & i \in \mathcal{I} \end{cases}. \quad (3.156)$$

Wenn man die Umgebung Ω als

$$\Omega = \{x \mid c_i(x) = 0, i \in \mathcal{E}; c_i(x) \geq 0, i \in \mathcal{I}\} \quad (3.157)$$

definiert, ergibt sich das restringierte Optimierungsproblem zu

$$\min_{x \in \Omega} f(x). \quad (3.158)$$

Äquivalent zu Gleichung (3.140) und (3.140) kann man eine lokale Lösung definieren, indem zusätzlich noch die möglichen Lösungen aufgrund der Gleichungsrestriktionen gelten:

$$\begin{aligned} \text{Ein Vektor } x^* \text{ ist ein lokales Minimum in der Umgebung } \mathcal{N} \text{ von } x^*, \\ \text{wenn gilt } x^* \in \Omega \text{ und } f(x^*) \leq f(x) \text{ für alle } x \in \mathcal{N} \cap \Omega. \end{aligned} \quad (3.159)$$

⁷Die Frobenius Norm ist eine Norm einer Matrix und definiert sich über die Wurzel aus der Summe der absoluten quadratischen Elementeinträge

3. Grundlagen zur Berechnung und Optimierung von Schwingungen in Antriebssystemen

Generell lautet die Lagrange Formulierung für ein restringiertes Optimierungsproblem:

$$\mathcal{L}(x, \lambda) = f(x) - \sum_{i \in \mathcal{E} \cup \mathcal{I}} \lambda_i c_i(x). \quad (3.160)$$

Das aktive Set $\mathcal{A}(x)$ der möglichen Lösungen x definiert sich als die Vereinigungsmenge von \mathcal{E} mit dem aktiven Ungleichheitsbedingungen

$$\mathcal{A} = \mathcal{E} \cup \{i \in \mathcal{I} \mid c_i(x) = 0\}. \quad (3.161)$$

Es sei x^* eine lokale Lösung des restringierten Optimierungsproblems in Gleichung (3.160). Dann existiert ein Lagranger-Multiplikator λ^* bestehend aus den Komponenten λ_i^* , $i \in \mathcal{E} \cup \mathcal{I}$, so dass nachfolgende Bedingungen (Karush-Kuhn-Tucker Bedingung kurz KKT) erfüllt sind (Notwendige Bedingung erster Ordnung):

$$\begin{aligned} \nabla_x \mathcal{L}(x^*, \lambda^*) &= 0, \\ c_i(x^*) &= 0, \quad \text{für alle } i \in \mathcal{E} \\ c_i(x^*) &\geq 0, \quad \text{für alle } i \in \mathcal{I} \\ \lambda_i^* c_i(x^*) &= 0, \quad \text{für alle } i \in \mathcal{E} \cup \mathcal{I}. \end{aligned} \quad (3.162)$$

Unter Berücksichtigung der nicht aktiven Ungleichheitsbedingungen können die Terme mit den Indizes $i \notin \mathcal{A}(x^*)$ vernachlässigt und Gleichung (3.162) auch geschrieben werden als

$$0 = \nabla_x \mathcal{L}(x^*, \lambda^*) = \nabla f(x^*) - \sum_{i \in \mathcal{A}(x^*)} \lambda_i^* \nabla c_i(x^*). \quad (3.163)$$

Die Optimalitätsgleichungen stellen ein nichtlineares Gleichungssystem dar, welches in weiterer Folge mit einem Newton Verfahren (SQP-Methode) gelöst werden kann. Die Matrix $A(x)$ ist als die Jakobi-Matrix der Restriktionen gegeben:

$$A(x)^T = [\nabla c_1(x), \nabla c_2(x), \dots, \nabla c_m(x)]. \quad (3.164)$$

Durch Aufstellen der Bedingungen 1-ter Ordnung entsteht nachfolgendes nichtlineares Gleichungssystem:

$$F(x, \lambda) = \begin{bmatrix} \nabla f(x) - A(x)^T \lambda \\ c(x) \end{bmatrix}. \quad (3.165)$$

Gleichung (3.165) kann mittels des Newton Verfahrens gelöst werden:

$$M_k(p) = r(x_k) + J(x_k)p. \quad (3.166)$$

Beim Newton Verfahren wird M_k zu Null gesetzt. Man erhält p_k über den Zusammenhang

$$J(x_k)p_k = -r(x_k). \quad (3.167)$$

Die Jakobi-Matrix von Gleichung (3.167) ergibt sich mit der Hesse-Matrix der Lagrange-Matrix $W(x, \lambda) = \nabla_{xx}^2 \mathcal{L}(x, \lambda)$ zu

$$\begin{bmatrix} W(x, \lambda) & -A(x)^T \\ A(x) & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.168)$$

Der nächste Iterationsschritt berechnet sich zu

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ \lambda_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_k \\ \lambda_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_k \\ p_\lambda \end{bmatrix}, \quad (3.169)$$

mit p_k und p_λ aus dem Gleichungssystem:

$$\begin{bmatrix} W(k) & -A_k^T \\ A_k & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_k \\ p_\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla f_k - A_k^T \lambda_k \\ c_k \end{bmatrix}. \quad (3.170)$$

Das SQP Verfahren kann auch wie folgt interpretiert werden:

$$\begin{aligned} \min_P \frac{1}{2} p^T W_k p + \nabla f_k^T p \\ \text{mit der Bedingung } A_k p + c_k = 0. \end{aligned} \quad (3.171)$$

Diese Minimierungsaufgabe hat eine einzige Lösung, welche

$$\begin{aligned} W_k p_k + \nabla f_k - A_k^T \mu_k &= 0 \\ A_k p_k + c_k &= 0 \end{aligned} \quad (3.172)$$

erfüllt. Mittels der Newton Gleichung (3.170) können p_k und μ_k erhalten werden. Durch Subtraktion von $A_k^T \lambda_k$ von beiden Seiten der ersten Gleichung erhält man

$$\begin{bmatrix} W(k) & -A_k^T \\ A_k & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_k \\ \lambda_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\nabla f_k \lambda_k \\ c_k \end{bmatrix}. \quad (3.173)$$

3.5 Grundlagen der Response Surface Methode

Kleijnen [123] definiert in Zusammenhang mit Simulationen ein „Black Box Model“ als ein Simulationsmodell welches analysierbare Eingänge in analysierbare Ausgänge abbildet, wobei die internen Variablen und spezifischen Funktionen der Abbildung nicht zugänglich und verfügbar sind.

Bei der numerischen Optimierung ist es, zur Ermittlung der Abstiegsrichtung, notwendig die Ableitungen des Zielfunktional nach den einzelnen Optimierungsparametern zu kennen (Gradient des Zielfunktional, Jakobi-Matrix). Bei Black Box Modellen können diese nur numerisch ermittelt werden, da die math. Zusammenhänge zwischen Programmeingängen (Definierte Parameterwerte und Modellbildung)

3. Grundlagen zur Berechnung und Optimierung von Schwingungen in Antriebssystemen

und -ausgängen (Auswertestellen) nicht zugänglich sind. Bei den meisten kommerziell erhältlichen Softwareprodukten (Mehrkörpersimulationsprogramme) ist dies der Fall.

Eine numerische Ermittlung der Ableitungen des Zielfunktional nach den Parametern bedeutet, dass für einen neuerlichen Optimierungsschritt für P Parameter, P Programmaufrufe durchgeführt werden müssen. Im Falle der Optimierung eines Mehrkörpersimulationsmodells ist ein Programmaufruf gleichbedeutend mit einer Änderung der Parameterwerte, Durchführung der Hochlaufberechnung im Zeitbereich, dem Einlesen des Ergebnisfiles und anschließender Auswertung der quadratischen Fehlerabweichung zwischen Rechnung und dem Optimierungsziel (z. B. Messung). Die Vorgehensweise besitzt folgende Nachteile:

- Mit steigender Anzahl der Parameter nimmt der Berechnungsaufwand erheblich zu.
- Die Ermittlung der Jakobi-Matrix ist eine lineare numerische Näherung, welche auf der numerischen Ermittlung des Gradienten beruht $\frac{\partial y}{\partial p_i}$.

Die Response Surface Methode stellt eine alternative Methode zur Optimierung von Black Box Modellen dar. Dabei wird die Antwort des Black Box Modells (Simulationsmodells) über ein Metamodell angenähert. Als Metamodelle werden häufig Polynommodelle erster und zweiter Ordnung eingesetzt [159, 123, 120]. Die Ermittlung der Koeffizienten des Metamodells wird mit Hilfe linearer Regression auf Basis von Parameter Samples durchgeführt. Für die Definition der Parameter Samples werden üblicherweise „Fractional Factorial Designs“ wie zum Beispiel die „Central Composite Design“ Vorgehensweise angewendet. Polynommodelle weisen als Metamodelle folgende Eigenschaften auf:

- Häufig eingeschränkter nur lokaler Gültigkeitsbereich
- Einfache Bestimmung der Modellparameter über lineare Regression
- Die Antwort des Metamodells muss in den Parametersamples nicht exakt der Antwort des originalen Black Box Modells entsprechen, da die Funktion nur angenähert wird.
- Die Jakobi-Matrix des Metamodells kann ermittelt werden und muss nicht numerisch bestimmt werden. Damit ergibt sich bei größeren Anzahlen von Parametern ein Rechenzeitvorteil.

Die nach dem Erfinder Krige benannten Kriging Metamodelle stammen ursprünglich aus der Geophysik und sind mathematische Modelle zur näherungsweisen Beschreibung von Funktionen. Zunehmend werden heutzutage Kriging Metamodelle

zur Optimierung von deterministischen und auch stochastischen Problemen angewendet, da sie die bereits genannten Nachteile, vor allem der Abweichung in den Aufhängungspunkten, nicht aufweisen. Der Funktionswert für einen beliebigen Punkt x im Suchraum wird über die bereits vorhandene Funktionswerte $y(x)$ ermittelt. Das Kriging Metamodell setzt sich aus einem Regressionsmodell \mathcal{F} mit den Koeffizienten β und einem stochastischen Prozess z zusammen [123, 151]:

$$\hat{y}_l(x) = \mathcal{F}(\beta, x) + z_l(x), \quad l = 1, 2, \dots, q. \quad (3.174)$$

Es wird zu Grunde gelegt, dass der stochastische Prozess z den Mittelwert 0 hat. Außerdem ist die Varianz des geschätzten Fehlers $\hat{y} - y$ minimal. Die Kriging Methode schätzt daher den Funktionswert im Mittel richtig (engl. unbiased, erwartungsgetreu) da der mittlere Approximationsfehler minimiert wird. Als Regressionsmodelle dienen Polynommodelle. Beim stochastischen Prozess wird in Abhängigkeit der Distanz der vorhandenen Punkte zum Suchpunkt x ermittelt. Der Einfluss benachbarter vorhandener Funktionswerte sinkt mit zunehmender Distanz $d_j = w_j - x_j$ und wird über ein Korrelationsmodell entsprechend berücksichtigt. Als Korrelationsmodelle werden nach [151] folgende Modelle angewendet:

Exponential:

$$\mathcal{R}(\Theta, d_j) = \exp(-\Theta_j |d_j|) \quad (3.175)$$

Gauss:

$$\mathcal{R}(\Theta, d_j) = \exp(-\Theta_j d_j^2) \quad (3.176)$$

Linear:

$$\mathcal{R}(\Theta, d_j) = \max \{0; 1 - \Theta_j |d_j|\} \quad (3.177)$$

Sphärisch:

$$\mathcal{R}(\Theta, d_j) = 1 - 1,5\xi_j + 0,5\xi_j^3 \quad \xi_j = \min \{1; \Theta_j |d_j|\} \quad (3.178)$$

Kubisch:

$$\mathcal{R}(\Theta, d_j) = 1 - 3\xi_j^2 + 2\xi_j^3 \quad \xi_j = \min \{1; \Theta_j |d_j|\} \quad (3.179)$$

Spline:

$$\mathcal{R}(\Theta, d_j) = \eta(\xi_j) \quad \xi_j = \Theta_j |d_j| \quad (3.180)$$

mit

$$\eta(\xi_j) = \begin{cases} 1 - 15\xi_j^2 + 30\xi_j^3 & \text{für } 0 \leq \xi_j \leq 0,2 \\ 1,25(1 - \xi_j)^3 & \text{für } 0,2 < \xi_j < 1 \\ 0 & \text{für } \xi_j \geq 1 \end{cases} \quad (3.181)$$

Für die Definition der Parametersamples werden im Zusammenhang mit Kriging Modellen häufig Latin Hypercube Samples (LHS) verwendet. LHS stammen ursprünglich aus der statistischen Analyse, um plausibel verteilte mehrdimensionale Samples zu generieren [202].

Unter einem Latin Hypercube Design LHD (n_k, n_l) versteht man eine $n_k \times n_l$ Matrix, in der sich jede Spalte aus einer zufälligen Permutation der Zahlen $1, 2, 3, \dots, n_k$ zusammensetzt. Aus dem vorliegenden LHD wird ein Latin Hypercube Design LHD generiert. Es wird dabei von jedem Matrixeintrag eine Zufallszahl aus dem Intervall $[0, 1]$ abgezogen und durch n_k dividiert, d.h.

$$x_{ij} = \frac{x_{ij}^{LHD} - \text{rand}[0, 1]}{n_k} \quad x_{ij}^{LHD} \in 1, 2, \dots, n_k. \quad (3.182)$$

Ersetzt man die Zufallszahlen durch den konstanten Wert 0.5 dann erhält man ein zentriertes LHS.

Theoretisch kann ein derartig erzeugtes LHD eine große Korrelation zwischen den einzelnen Samples aufweisen. Um dies zu verhindern gibt es die Methode der orthogonalen Testfelder oder die Methode der paarweise orthogonalen LHD's. Diese Methoden gewährleisten, dass die Parametersamples gleichmäßig im Parameterraum verteilt sind [202].

4. Beschreibung des Versuchsträgers

Die experimentellen Untersuchungen zur Validierung der Simulationsergebnisse wurden an einem Diesel PKW mit Allradantrieb durchgeführt. Das Versuchsfahrzeug ist ein VW Golf der Baureihe V mit der Bezeichnung 2.0 TDI 4motion. Der Antrieb ist front-quer im Fahrzeug angeordnet. Der Allradantrieb wird über ein PTO mit Haldex-Kupplung realisiert. Detaillierte Angaben zum Versuchsträger sind in [164] zu finden.

Beim Antriebsaggregat handelt es sich um einen Reihen-4-Zylinder-4-Takt-Turbodieselmotor mit einem Hubraum von $1968[cm^3]$, mit einer maximalen Leistung von $103[kW]$ bei $4000[min^{-1}]$ und einem maximalen Drehmoment von $320[Nm]$ im Bereich von $1750[min^{-1}]$ bis $2500[min^{-1}]$. Die technischen Daten sind in Tabelle 4.1 aufgelistet.

Bauart, Arbeitsverfahren	-	4-Zylinder-Turbodieselmotor, Reihe, 4 Takt
Anzahl Ventile/Zylinder	-	4
Hubraum	cm^3	1968
Bohrung	mm	81,0
Hub	mm	95,5
Zylinderabstand	mm	88,0
Leistung bei Drehzahl	kW bei min^{-1}	103 bei 4000
Drehmoment bei Drehzahl	Nm bei min^{-1}	320 bei 1750-2500
Verdichtungsverhältnis	-	18.0 : 1
Einspritzsystem	-	Pumpe-Düse Bosch „UI-P 2“
Abgasnorm	-	EU4

Tabelle 4.1: Technische Daten des 2.0 TDI Motors von Volkswagen [1]

Das Sechsgang Schaltgetriebe ist als Drei-Wellengetriebe ausgeführt. Die Kraftübertragung zur Hinterachse erfolgt über eine geteilte Kardanwelle mit einem Gleichlaufmittelgelenk. Die Kardanwelle ist über zwei Gelenkscheiben (Hardy-Scheiben) an das Vorderachsgetriebe (PTO) und Hinterachsgetriebe mit Haldex-Kupplung angeflanscht. Auf der Hardy-Scheibe zum Hinterachsgetriebe ist auf der Seite der Kardanwelle, zur Verringerung der Drehschwingungen, ein Tilger angebracht.

Die Vorderachsradaufhängung des Versuchsfahrzeuges ist eine McPherson Einzelradaufhängung. Die Hinterachse ist als 4-Lenker-Einzelradaufhängung mit einem direkt zur Karosserie verbundenen Längslenker ausgeführt. Die Hinterachsradaufhängung (mit Ausnahme des Längslenkers) und das Hinterachsgetriebe sind über einen Hilfsrahmen zur Fahrzeugkarosserie zwischengelagert.

Die Momentenübertragung zur Hinterachse wird über die geregelte Haldex-Kupplung gesteuert [208, 160] und beeinflusst dadurch in Abhängigkeit der jeweiligen Fahrsituation die Momentenaufteilung zwischen Vorder- und Hinterachse. Die Haldex-Kupplung ist damit auch ein wichtiges Übertragungselement bei der Betrachtung des Drehschwingungsverhaltens des Antriebsstranges. Es wird deshalb der Aufbau und die Funktionsweise nachfolgend kurz erläutert.

Die Haldex-Kupplung besteht im wesentlichen aus einer gesteuerten Lammellenkupplung, einer Hubkolbenpumpe und einer Steuereinheit mit Aktuatorik und Sensorik (Abbildung 4.1) [1]. Tritt zwischen Vorder- und Hinterachse eine Drehzahl-differenz auf, so wird von der Rotationskolbenpumpe ein hydraulischer Druck zum Schließen der Lamellenkupplung aufgebaut. Das Schließen der Lamellenkupplung wird über ein Regelventil gesteuert und kann unter Berücksichtigung von fahrdynamischen Eingangsgrößen (Elektronisches Stabilitätsprogramm ESP, Anti-Schlupf-Regelung ASR) situationsabhängig geregelt werden.

Bei der Hubkolbenpumpe rollen die Rollenlager des Hubkolbens auf der Hubscheibe ab und erzeugen, durch die Form der Hubscheibe und aufgrund der Drehzahldifferenz, die Hubbewegungen des Kolbens. Durch die Hubbewegung wird ein Öldruck aufgebaut. Zum Sperren der Lamellen wird über den aufgebauten Öldruck der Arbeitskolben verschoben. Über Rollenlager und eine Druckplatte werden dadurch die Lamellenpakete zusammengepresst. Die Lamellenkupplung schließt und Antriebsleistung wird übertragen.

Der Maximaldruck im hydraulischen Kreislauf (Abbildung 4.2) wird über das Druckbegrenzungsventil geregelt und bestimmt das maximal zu übertragende Drehmoment. Der Akkumulator regelt den Vordruck, der durch die elektrische Ölpumpe erzeugt wird, und gleicht Druckschwankungen im System aus. Bei geschlossenem Regelventil wird der erzeugte Öldruck direkt an den Arbeitskolben zum Sperren der Lamellenpakete weitergeleitet. Öffnet das Regelventil, so kann der Systemdruck über den Akkumulator abgesenkt werden. Dadurch wird nur mehr ein begrenztes Drehmoment übertragen. Bei vollkommen geöffnetem Regelventil wird der Systemdruck über den Akkumulator abgebaut und die Lamellenkupplung öffnet.

4. Beschreibung des Versuchsträgers

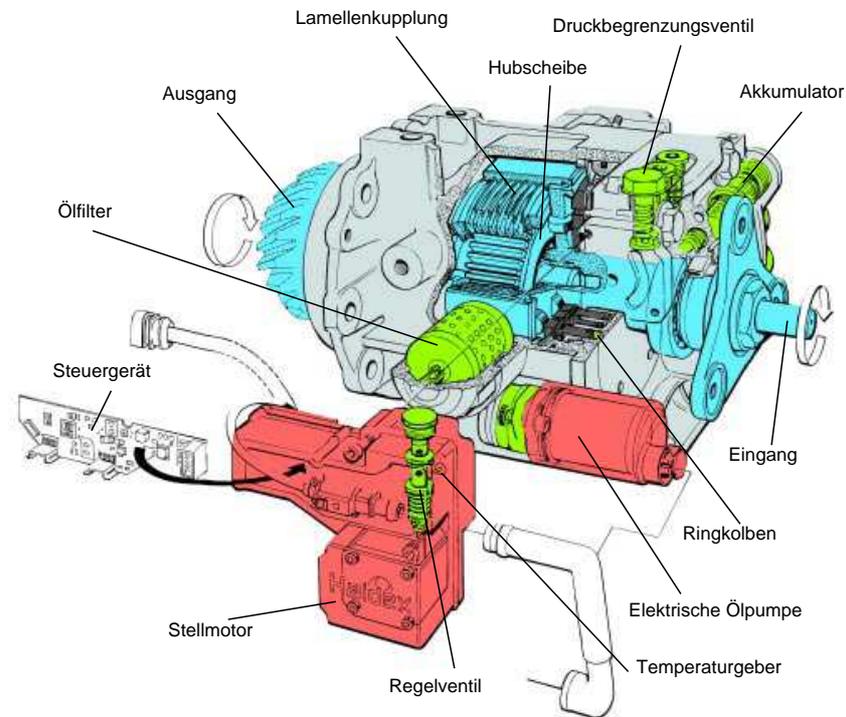


Abbildung 4.1: Komponenten und Aufbau der Haldex-Kupplung [1]

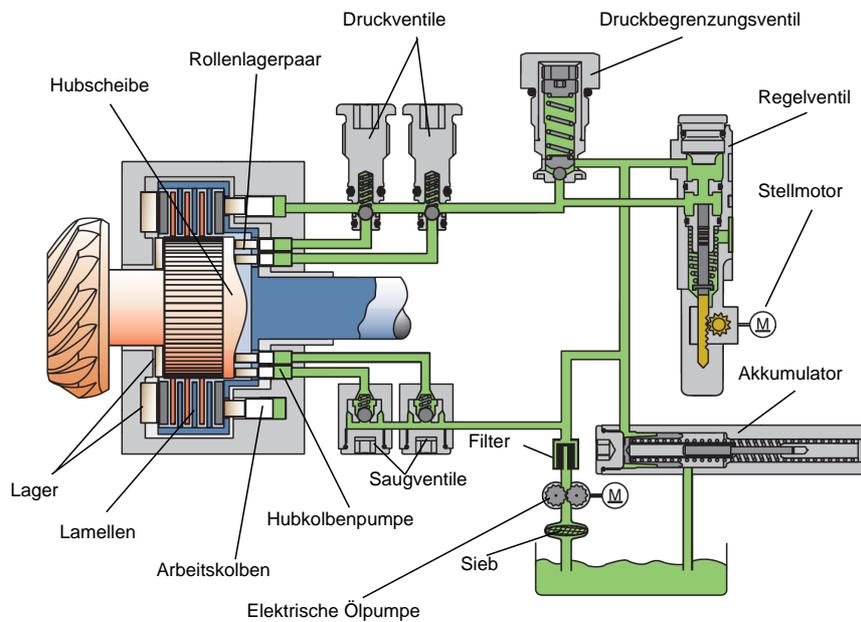


Abbildung 4.2: Ölkreislauf der Haldex-Kupplung [1]

5. Experimentelle Untersuchungen

Um das Geräuschverhalten und dabei insbesondere das Brumm-Geräusch des Versuchsfahrzeuges kennenzulernen, wurden zu Beginn Versuchsfahrten mit subjektiver Bewertung des niederfrequenten Schwingungs- und Geräuschkomforts durchgeführt. Dabei wurde einerseits der Betriebsbereich in dem das Geräusch auftritt und andererseits die Ausprägung (Stärke) beurteilt. Die eigentlichen Gesamtfahrzeugmessungen zur Validierung der Simulationsergebnisse wurden auf einem Akustikrollenprüfstand für Allradfahrzeuge aufgezeichnet, um unter Laborbedingungen messen zu können und um die umfangreiche Messtechnik applizieren zu können. Im Anschluss erfolgte die Messung der Biegeschwingungen der Kardanwelle auf dem akustischen Antriebsstrangprüfstand mittels Laser Scanning Vibrometer. Für die Modellparametrierung und zum Abgleich von einzelnen Teilmodellen (Baugruppen) wurde zusätzlich noch auf Komponentenprüfständen das dynamische Übertragungsverhalten gemessen. Diese sind die Basis für die Modellanalyse in Kapitel 6 und 7.

5.1 Fahrversuche mit subjektiver Beurteilung des Schwingungs- und Geräuschkomforts

Um einerseits das NVH-Verhalten des Versuchsfahrzeuges im relevanten Frequenzbereich kennenzulernen und um eine grobe subjektive Beurteilung dessen durchführen zu können, wurden im ersten Schritt Fahrversuche ohne begleitende Messungen durchgeführt. Bei diesen Versuchsfahrten ist das Brumm-Geräusch im Bereich von ca. 1300 bis 1500 min^{-1} im Teillastbetrieb sowohl im dritten als auch im vierten Gang unter leichter Fahrbahnsteigung gut hörbar. Das Brumm-Geräusch ist dabei sowohl im Bereich der vorderen als auch im Bereich der hinteren Sitzreihe akustisch deutlich wahrnehmbar. Im Bereich der vorderen Sitzreihe tritt es besonders deutlich bei einer Motordrehzahl von ca. 1300 min^{-1} auf und im Bereich der hinteren Sitzreihe etwas lauter im Vergleich zur vorderen Sitzreihe im Bereich von ca. 1500 min^{-1} . Die Tabelle 5.1 gibt einen Überblick über die subjektive Bewertung des Versuchsträgers. Mit steigender Last wird das Brumm-Geräusch zunehmend vom höherfrequenten Motorgeräusch übertönt und ist nicht mehr eindeutig wahrnehmbar.

	Drehzahl [min^{-1}]	Frequenz 2. Motorordnung [Hz]	Ca. Last Gaspedal [%]
Vordere Sitzreihe	1300	43.3	40
Hintere Sitzreihe	1500	50.0	40

Tabelle 5.1: Fahrzustände mit deutlich vorhandenem Brumm-Geräusch im Bereich der vorderen und hinteren Sitzreihe

Die in der gesamten Arbeit dargestellten Achsrichtungen (x-, y- und z-Richtung) beziehen sich auf das nach ISO 8855 bzw. DIN 70000 genormte Fahrzeugkoordinatensystem (rechtshändig und fahrzeuggebunden) mit der x-Achse in Fahrtrichtung, der y-Achse nach links und der z-Achse nach oben.

5.2 Validierungsmessungen am Rollenprüfstand

Um die Simulationsmodelle im Detail verifizieren zu können, wurden auf dem Akustikrollenprüfstand für Allradfahrzeuge umfangreiche Messungen durchgeführt (Abbildung 5.1). Es wurden dabei das Innengeräusch, Drehgeschwindigkeiten und Drehungleichförmigkeiten an rotierenden Bauteilen, Beschleunigungen an den Kraft-einleitungspunkten zum Fahrzeugaufbau und an relevanten Bauteilen wie z. B. Rad-träger, Hinterachsgetriebe und Hilfsrahmen ermittelt. Zusätzlich wurden relevan-te CAN-Bus Daten ausgelesen und die Rollenmomente und Rollendrehzahlen vom Prüfstand ausgewertet. Als Fahrmanöver wurden Vollastbeschleunigungen im 3. und 4. Gang unter einer Fahrbahnsteigung von 5% durchgeführt. Für die Validie-rungsmessungen wurden abweichend zu den Fahrversuchen Beschleunigungen unter Vollast definiert, da einerseits die Anregungsdaten in der Simulation (Motorkenn-feld) nur für die Vollast zur Verfügung stehen und unter Vollast zudem ein ein-deutiger Fahrzustand, der am Prüfstand einfach zum Umsetzten ist, gegeben ist. Zu dem tritt unter Vollast die größte Gaskraftanregung durch die dominierenden Motorordnungen vom Antriebsaggregat auf und damit auch die größte Anregung aufgrund der Drehungleichförmigkeit des Motors.

5.2.1 Innengeräuschmessung

Die Innengeräuschmessung wurde im Zuge der Messungen am Akustikrollenprüf-stand durchgeführt. Das Innengeräusch wurde im Bereich der vorderen und hinteren Sitzreihe gemessen. Für die Messung wurden zwei Kunstköpfe vom Typ Source der Firma AVL List GmbH verwendet [82]. Dabei wurde im Bereich des Beifahrersitzes



Abbildung 5.1: Aufgespanntes Versuchsfahrzeug am akustischen Rollenprüfstand mit applizierter Messtechnik

und im Bereich der hinteren Sitzreihe Mitte jeweils ein Kunstkopf platziert.

Bei den nachfolgend gezeigten Auswertungen des Innengeräusches ist immer der A-bewertete Schalldruckpegel dargestellt. In Abbildung 5.2 ist das Campbell-Diagramm des Schalldruckpegels jeweils für das rechte Mikrofon des Kunstkopfes an den Sitzpositionen Beifahrer und hinten Mitte dargestellt. Die Fast-Fourier-Analyse (FFT) zeigt, dass im relevanten Frequenzbereich bis ca. 150 Hz die 2. Motorordnung dominiert und somit für eine genauere Auswertung und für die spätere Simulation von besonderem Interesse ist. Erst im deutlich höheren Frequenzbereich über 150 Hz dominieren höhere Motorordnungen, wie die 4. und 6. Motorordnung und deren Nebenordnungen das Innengeräusch. Diese Dominanz höherer Motorordnungen ist im Bereich der vorderen Sitzreihe deutlich stärker gegeben als im Bereich der hinteren Sitzreihe, wo im Frequenzbereich bis 300 Hz deutlich die 2. Motorordnung dominiert.

Die Innengeräuschmessung zeigt für den direkten Vergleich von linkem zu rechtem Mikrofon (Ohr), sowohl für die Position Beifahrer und auch für die Sitzreihe

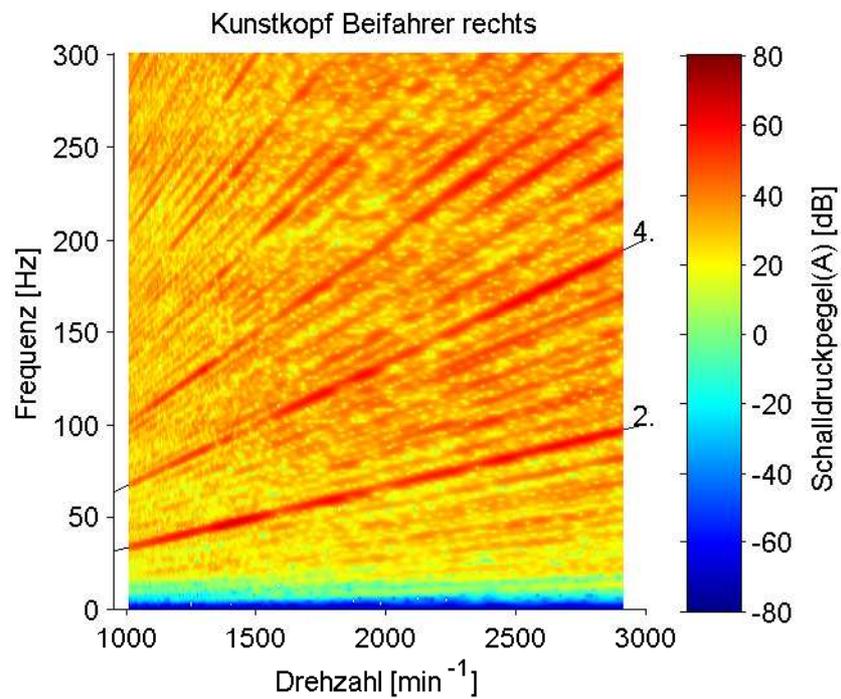
hinten Mitte, annähernd den gleichen Schalldruckverlauf für den Schnitt der zweiten Motorordnung. Die Innengeräuschkessung für das rechte Beifahrerohr zeigt im Drehzahlbereich zwischen 1000 und 3000 min^{-1} im Frequenzbereich bis 150 Hz die größten Schalldruckpegel für die zweite Motorordnung (Abbildung 5.3). Der maximale Schalldruck aufgrund der Anregung der zweiten Motorordnung tritt bei 1400 min^{-1} auf (64 dB(A)). Weitere jedoch geringere Überhöhungen ergeben sich bei 1700 min^{-1} (60 dB(A)) und im Drehzahlbereich zwischen 2300 und 2400 min^{-1} (61 dB(A)).

Das Innengeräusch für die Sitzreihe hinten zeigt im relevanten Drehzahl- und Frequenzbereich ebenso wie schon beim Beifahrer die größten Schalldruckpegel für die zweite Motorordnung (Abbildung 5.3). Maximaler Schalldruck, aufgrund der Anregung zweite Motorordnung, tritt bei 1700 min^{-1} (68 dB(A)) auf. Weitere Maxima ergeben sich bei 1350 min^{-1} und im Drehzahlbereich von 2000 bis 2300 min^{-1} mit ca. 64 dB(A).

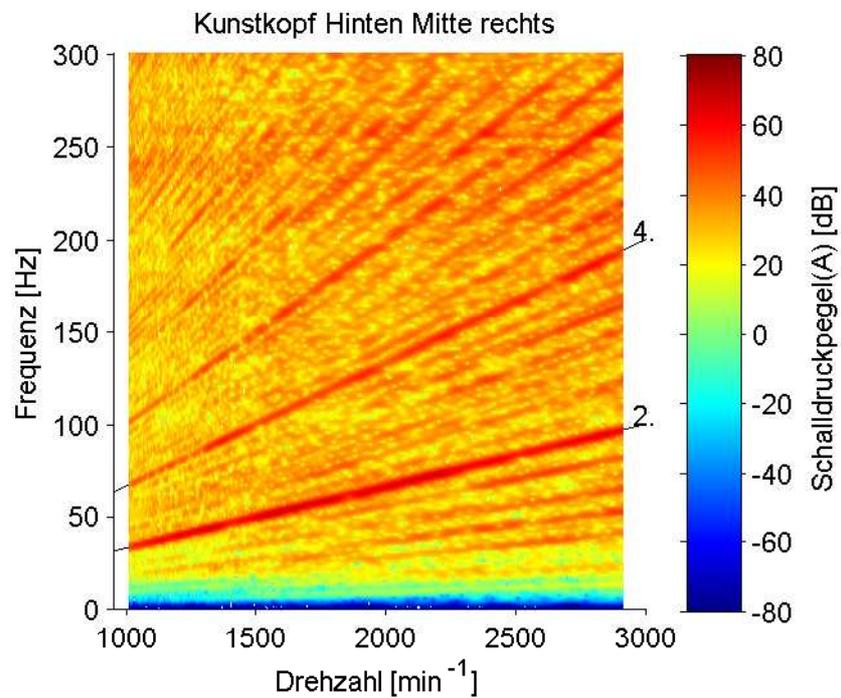
Die Analyse des Fahrzeuginnengeräusches zeigt zum einem, dass das subjektive Empfinden im Teillastbetrieb gut mit den Innengeräuschkessungen auf der Rolle unter Vollast (mit dem Fokus auf die 2. Motorordnung) übereinstimmt (siehe dazu Tabelle 5.1). Außerdem ist im Frequenzbereich bis ca. 150 Hz die Analyse der zweiten Motorordnung für die Simulation und Messung von besonderem Interesse, da hier die größten Pegelwerte auftreten.

Im 4. Gang (Abbildung 5.3) dominiert ebenfalls die 2. Motorordnung im relevanten Frequenzbereich bis 150 Hz. Wiederum tragen die höheren Motorhauptordnungen (4. und 6.) erst über 150 Hz zum Innengeräusch gleich viel bei wie die 2. Motorordnung. Es zeigt sich wiederum ein geringerer Einfluss höherfrequenter Geräuschanteile im Bereich der hinteren Sitzreihe.

Um die Wiederholgenauigkeit der Messung beurteilen zu können, wurden mehrere Messläufe aufgezeichnet und analysiert. Abbildung 5.5 zeigt beispielhaft für die Messstelle Beifahrer den Vergleich aus sieben Messreihen unter Vollast im 3. Gang. Die Analyse der Gegenüberstellung ergibt, dass das Amplitudenmaximum bei 1400 min^{-1} mit einer geringen Schwankungsbreite von ca. 1 dB in der Amplitudenhöhe und bei gleicher Drehzahllage auftritt. Die größten Schwankungen treten bei ca. 1700 min^{-1} auf (max. 6 dB) und bei noch höheren Drehzahlen. Die Analyse mehrerer Messläufe bestätigt die bereits beschriebene Charakteristik des Innengeräusches in der 2. Motorordnung über mehrere Messungen. Die Abweichungen für die restlichen Schalldruckmessstellen zeigen in der Charakteristik und Größe ähnliche Abweichungen.

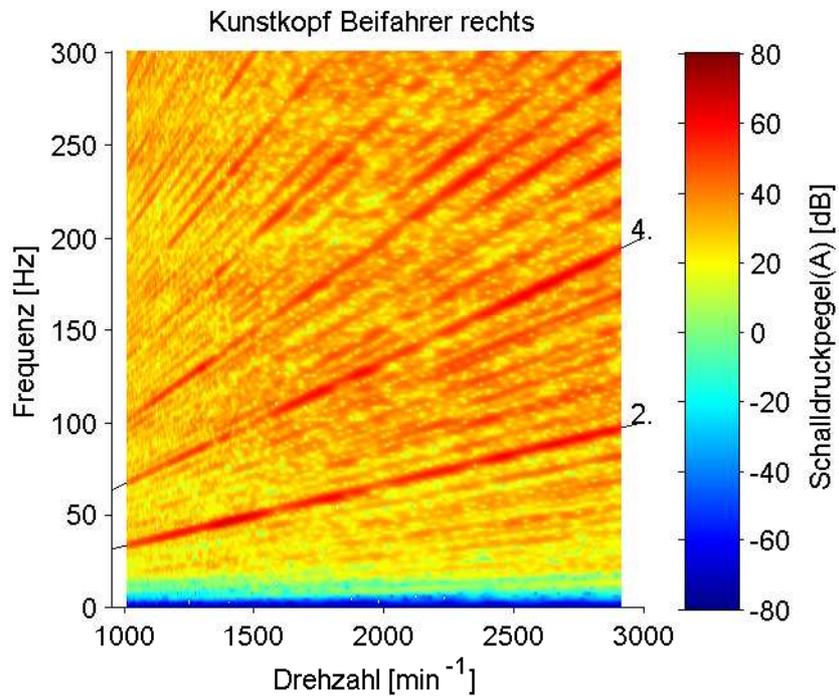


(a) Rechtes Mikrofon Position Beifahrer

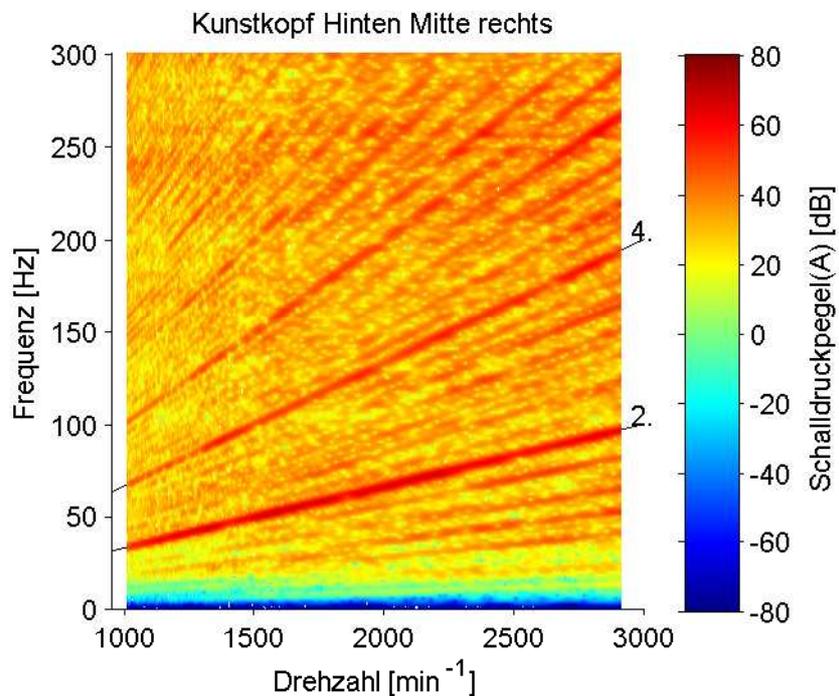


(b) Rechtes Mikrofon Position hinten Mitte

Abbildung 5.2: Campbell-Diagramme Schalldruckpegel A-bewertet für Vollasthochlauf im 3. Gang: Abbildung 5.2(a) Rechtes Mikrofon Position Beifahrer; Abbildung 5.2(b) rechtes Mikrofon Position hinten Mitte

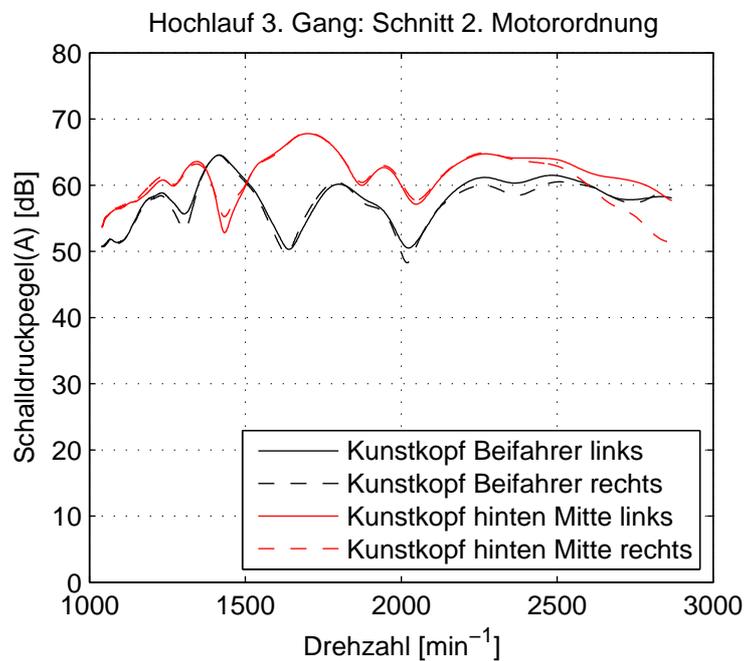


(a) Rechtes Mikrofon Position Beifahrer

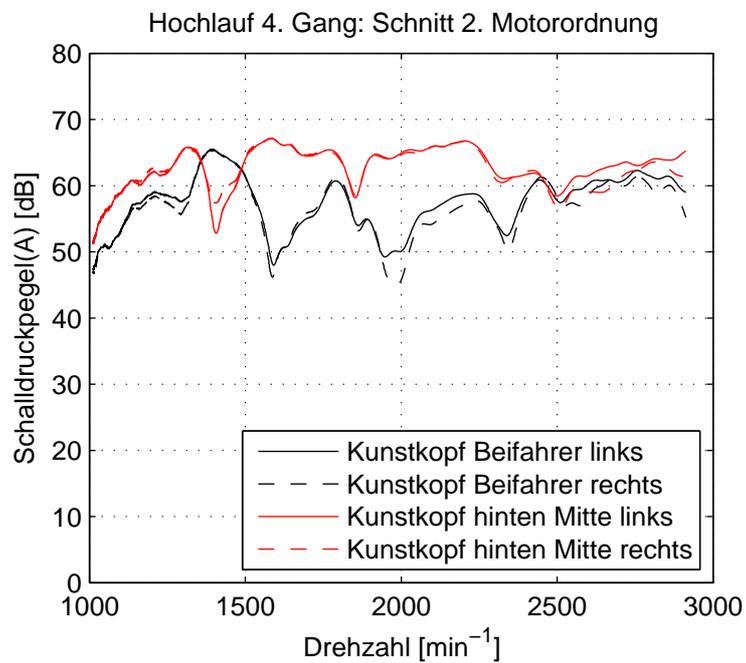


(b) Rechtes Mikrofon Position hinten Mitte

Abbildung 5.3: Campbell-Diagramme Schalldruckpegel A-bewertet für Vollasthochlauf im 4. Gang: Abbildung 5.3(a) Rechtes Mikrofon Position Beifahrer; Abbildung 5.3(b) rechtes Mikrofon Position hinten Mitte



(a) 3. Gang



(b) 4. Gang

Abbildung 5.4: Schnitt 2. Motorordnung für Hochlauf 3. Gang (5.4(a)) und 4. Gang (5.4(b)): Schalldruckpegel A-bewertet für Beifahrer und Sitzreihe hinten Mitte

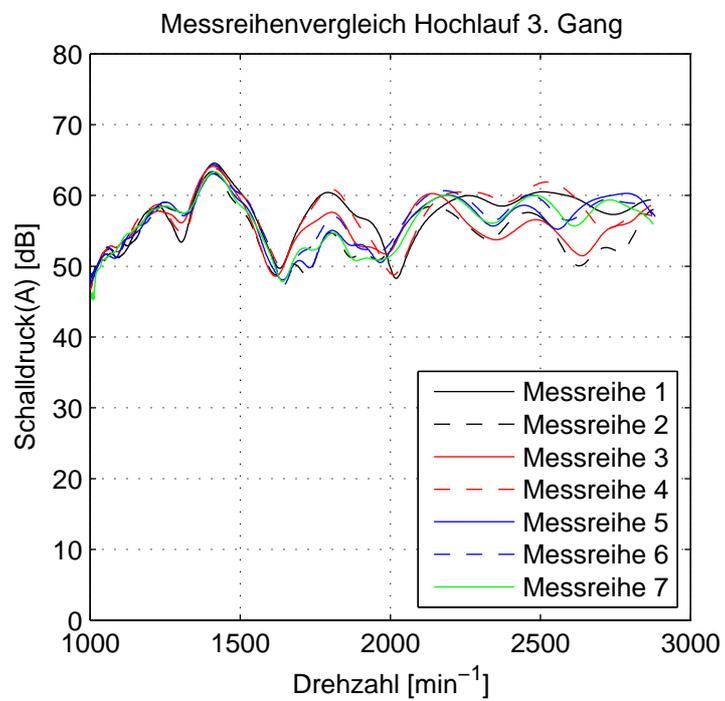


Abbildung 5.5: Darstellung der Wiederholgenauigkeit über sieben Messläufe für die Messstelle Beifahrer für Hochläufe unter Vollast im 3. Gang

5.2.2 Messung von Drehschwingungen im Antriebsstrang

Die Messung der Drehschwingungen erfolgte mittels Induktivgebern und Laser Scanning Vibrometer. Die Laser Vibrometer wurden für Messstellen, die von außen zugänglich sind, wie Kardanwellen, Seitenwellen und Räder, appliziert. Die Rotationsschwingungen an der ZMS Primär- und Sekundärseite wurden, aufgrund des vorhandenen Gehäuses und der Inkrementscheibe, mittels Induktivgeber ermittelt. An der Primärseite diente der Starterkranz und an der Sekundärseite das Festrad 4. Gang der Getriebeeingangswelle als Impulsrad (Abbildung 5.6).

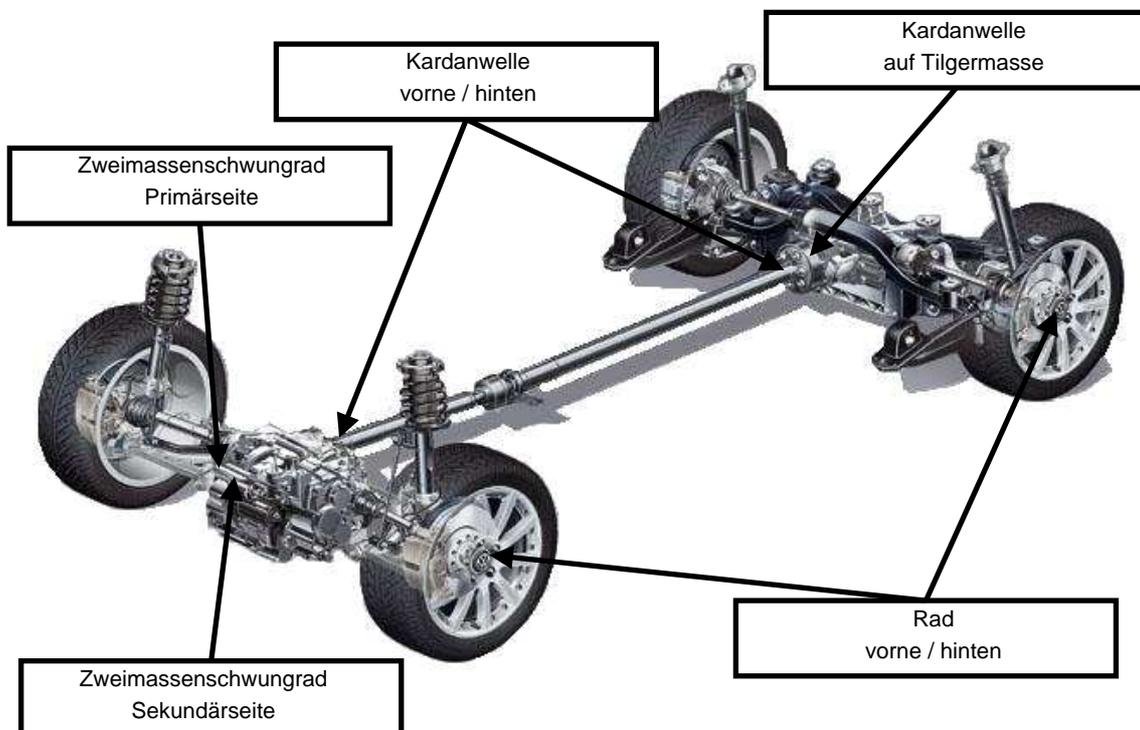


Abbildung 5.6: Überblick über die Messstellen Drehschwingungen [77]

Beim induktiven Drehzahlsensor ist der Sensor mit einem Luftspalt direkt gegenüber dem ferromagnetischen Impulsrad angeordnet. Vereinfacht besteht der Sensor aus einem Dauermagneten und einer Spule. Durch die Drehbewegung des Impulsrades ändert sich der magnetische Fluss durch die Spule und es wird eine sinusähnliche Spannung induziert. Die Periodendauer ist indirekt proportional mit der Drehzahl und kann über die Periodendauer der Sinusschwingung (PWM-Signal) ausgewertet werden. Nähere Details sind z. B. unter [216] nachzulesen.

Beim Rotationslaservibrometer beruht das Messprinzip auf optischer Interferenz, das zur berührungslosen translatorischen Schwingungserfassung vielfach verwendet wird. Durch die Anwendung von zwei derartigen Vorrichtungen ist es möglich die

Winkelgeschwindigkeit von rotatorisch bewegten Teilen nahezu unabhängig von deren Gestalt und Oberflächenbeschaffenheit sowie überlagerten translatorischen Bewegungen zu ermitteln. Die Umsetzung erfolgt mit Hilfe des sog. Mach-Zehnder-Interferometers. Eine genaue Beschreibung des Funktionsprinzipes findet sich in [83, 84].

Für die Messung ist es erforderlich, dass die Ebene der beiden Laserstrahlen orthogonal zur Drehachse des Messobjektes liegt. Einen weiteren Einfluss hat auch die Lage der beiden Messpunkte relativ zur Rotationsachse. Aufgrund des Messprinzipes ist es hierbei egal ob die Messstrahlen bezüglich der Rotationsachse symmetrisch, asymmetrisch oder einseitig liegen. Die Lagen der Messstrahlen haben keinen Einfluss solange diese senkrecht zur Drehachse einfallen, außer auf den Drehzahlbereich. Unkritisch, d.h. es gibt keinen direkten Einfluss auf das Messsignal, ist auch der Einfluss des Abstandes zwischen Frontlinse und Messobjekt. Die Laserstrahlen fokussieren zwar im Bereich des idealen Abstandes am besten und es ergibt sich dadurch auch die größte zurückgestreute Strahlungsleistung bei gegebenen Reflexionseigenschaften. Damit wird die Stabilität des Signals begünstigt. Aufgrund dieser Eigenschaften ist das Messprinzip sehr gut für die Messungen am Rollenprüfstand geeignet, da nur der senkrechte Einfall des Laserstrahles auf das Messobjekt gewährleistet werden muss. Auftretende axiale Verschiebung und Abstandsänderungen zum Prüfobjekt beeinflussen das Messergebnis nicht.

Abbildung 5.7 zeigt die Amplitudenverläufe der Drehungleichförmigkeit aufgrund der Anregung der 2. Motorordnung für die Rotationsmessstellen des Antriebsstranges. Auffallend ist dabei, dass sowohl für das Rad vorne als auch für das Rad hinten eine deutliche Überhöhung bei ca. 1400 bis 1450 min^{-1} erkennbar ist. Im Bereich der Kardanwelle tritt eine Amplitudenüberhöhung bei 1600 min^{-1} , sowohl für die Messstelle Kardanwelle hinten als auch für die Messstelle Kardanwelle vorne, auf. Es zeigt sich eine zusätzliche Verstärkung an der Kardanwelle hinten im Vergleich mit der Kardanwelle vorne. Ab 1800 min^{-1} fällt das Amplitudenniveau an der Kardanwelle ab und es zeigt sich eine Abkoppelung der Drehschwingungen Kardanwelle hinten zu vorne mit rückseitig geringeren Amplituden.

Die Wiederholgenauigkeit der Messung wurde ebenfalls durch Gegenüberstellung mehrerer Messreihen beurteilt. Da nur zwei Laservibrometer für die Messungen zur Verfügung stehen und so nicht alle Messstellen synchron erfasst werden können, ergibt sich bei diesen Messergebnissen eine geringere Anzahl von Messungen für eine Messstelle. Die Gegenüberstellung von drei Messreihen zeigt aber, dass sowohl für die Induktiv-Messstellen als auch für die Messstellen mit dem Laservibrometer eine gute Wiederholbarkeit der Messungen gegeben ist. Beispielhaft sind in Abbildung 5.8 die Drehungleichförmigkeit an der Primärseite und in Abbildung 5.10 die Drehungleichförmigkeit Kardanwelle hinten dargestellt.

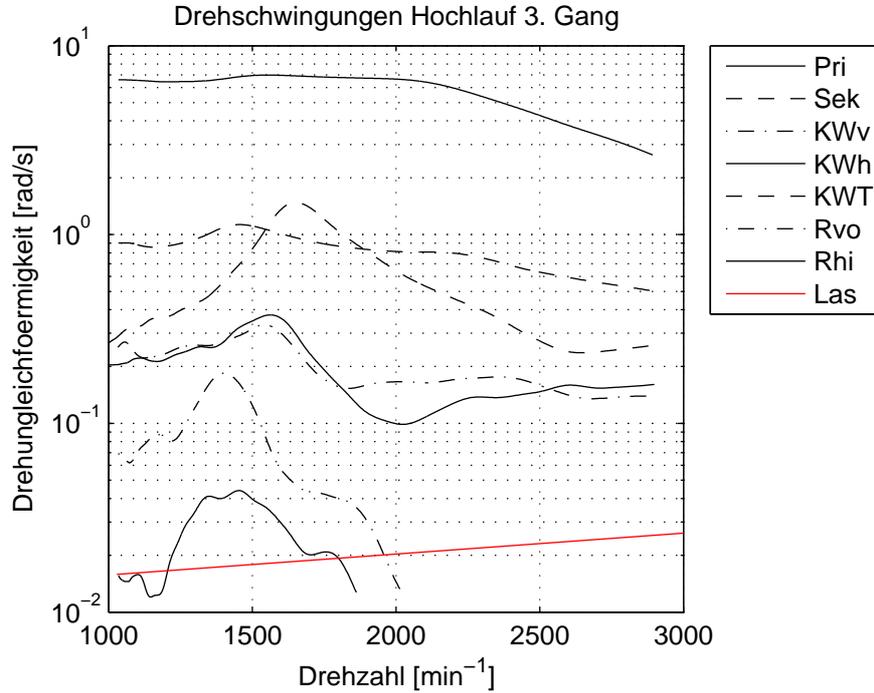


Abbildung 5.7: Drehungleichförmigkeiten im Antriebsstrang aufgrund Anregung 2. Motorordnung im Hochlauf 3. Gang mit Pri ... ZMS Primärseite; Sek ... ZMS Sekundärseite; KWv ... Kardanwelle vorne; KWh ... Kardanwelle hinten; KWT ... Kardanwelle Tilger; Rvo ... Rad vorne; Rhi ... Rad hinten; Las ... Messgrenze Laservibrometer

Die rotatorischen Schwingamplituden an den Vorder- und Hinterrädern weisen gegenüber den restlichen Rotationsmessstellen nochmals deutlich geringere Amplituden auf, welche bei höheren Drehzahlen $< 10^{-2}[\text{rad/s}]$ betragen. Bei diesen kleinen Schwingamplituden stößt das Messverfahren mittels Rotationslaservibrometer an seine Auflösungsgrenze. Die Messgrenze (die Signalgröße liegt unter der Rauschgrenze des Messsystemes) kann nach [83, 84] wie folgt abgeschätzt werden.

Über die Motordrehzahl n_{Motor} und das Gesamtübersetzungsverhältnis des entsprechenden Ganges $i_{ges.3.Gang}$ können die Raddrehzahlen n_{Rad} ermittelt werden.

$$n_{Rad} = n_{Motor} \cdot i_{ges.3.Gang} \quad (5.1a)$$

$$n_{Rad,min} = 1000 \cdot 0,195 = 195[\text{min}^{-1}] \quad (5.1b)$$

$$n_{Rad,max} = 3000 \cdot 0,195 = 585[\text{min}^{-1}] \quad (5.1c)$$

Die Messgrenze der verwendeten Rotationslaservibrometer ist über optisches und elektronisches Rauschen begrenzt. Details zu den Phänomenen können in der Litera-

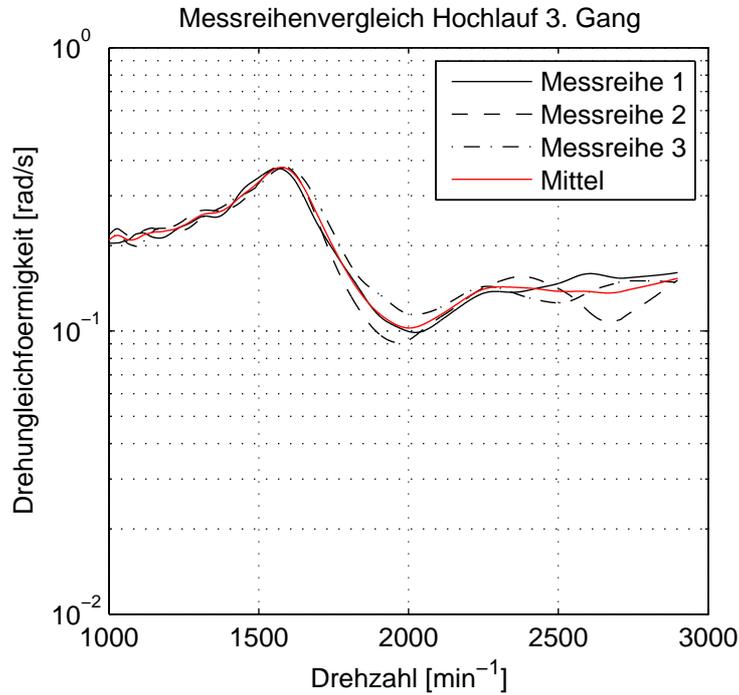


Abbildung 5.8: Drehungleichförmigkeit Primärseite Zweimassenschwungrad aufgrund Anregung 2. Motorordnung im Hochlauf 3. Gang

tur [84] nachgelesen werden. Die Grenze der Messbarkeit ergibt sich nach Abbildung 5.9 zu.

Abschätzung der Auflösungsgrenze für Interferenzeffekte:

$$\Delta\omega_{min} \approx 0,9[^\circ/s] \approx 0,0157[rad/s] \quad (5.2a)$$

$$\Delta\omega_{max} \approx 1,5[^\circ/s] \approx 0,0262[rad/s] \quad (5.2b)$$

Abschätzung der Auflösungsgrenze für elektronische Rauscheffekte:

$$\Delta\omega_{min} \approx 0,3[^\circ/s] \approx 0,0052[rad/s] \quad (5.3a)$$

$$\Delta\omega_{max} \approx 0,45[^\circ/s] \approx 0,0079[rad/s] \quad (5.3b)$$

Die Rauschgrenze für Interferenzeffekte (Gleichung (5.3)) ist deutlich höher als die Grenze für elektronische Effekte (Gleichung (5.2)) und wird daher nachfolgend in den Drehschwingungsdiagrammen eingezeichnet (z. B. Abbildung 5.7).

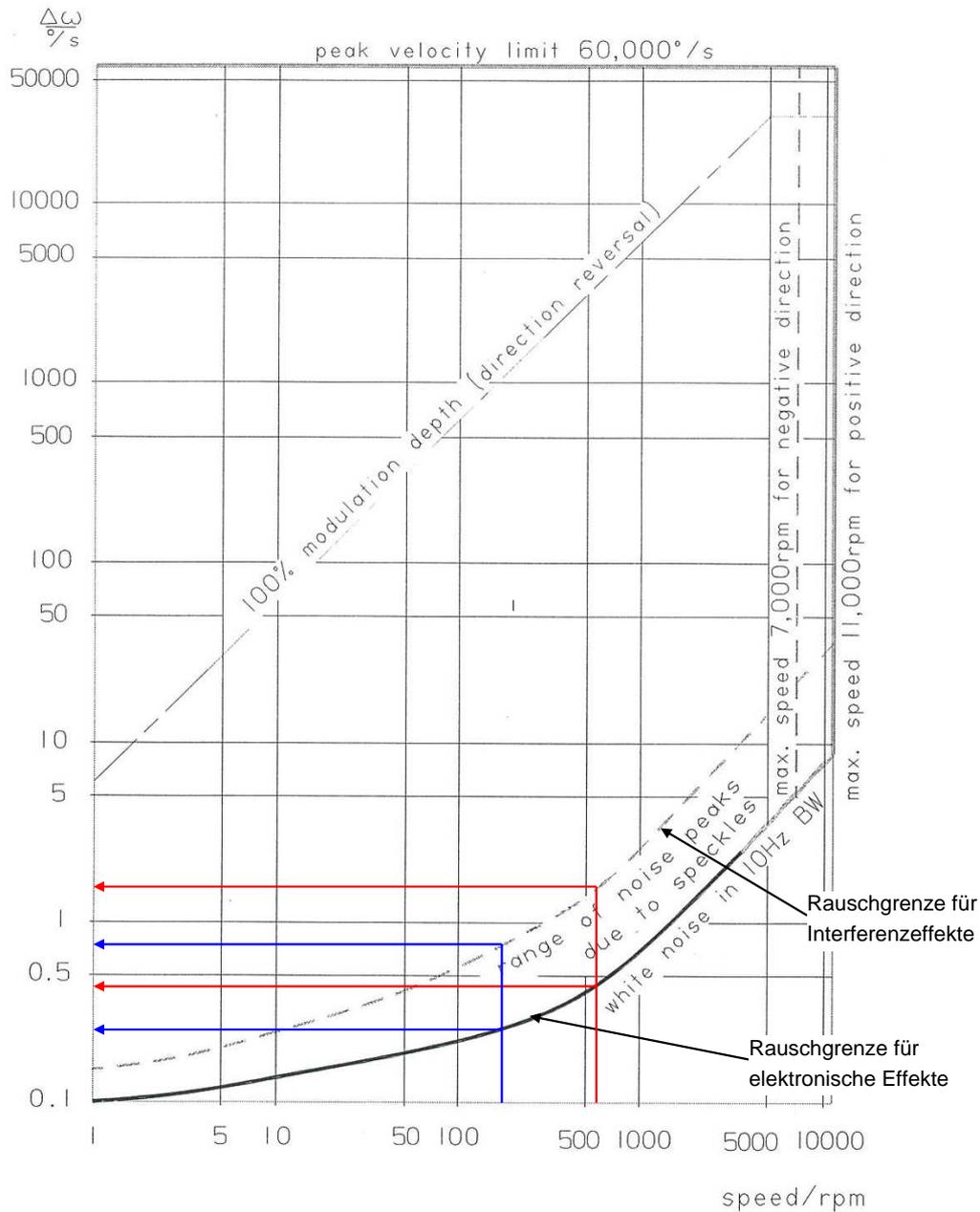


Abbildung 5.9: Ermittlung der kritischen Drehwinkelschwankung über die Raddrehzahl, bei der die Signalgröße unter der Rauschgrenze des Messsystemes liegt

Um den Zustand der Haldex-Kupplung während des Hochlaufes verifizieren zu können, wurden die Rollenumfangskräfte am Prüfstand mit aufgezeichnet. Aufbau und Funktionsweise der Haldex-Kupplung wurden bereits im Kapitel 4 „Beschreibung des Versuchsträgers“ ausführlich beschrieben und dargestellt. Es ist davon auszugehen, dass der Zustand der Haldex-Kupplung das Drehschwingungsverhalten und

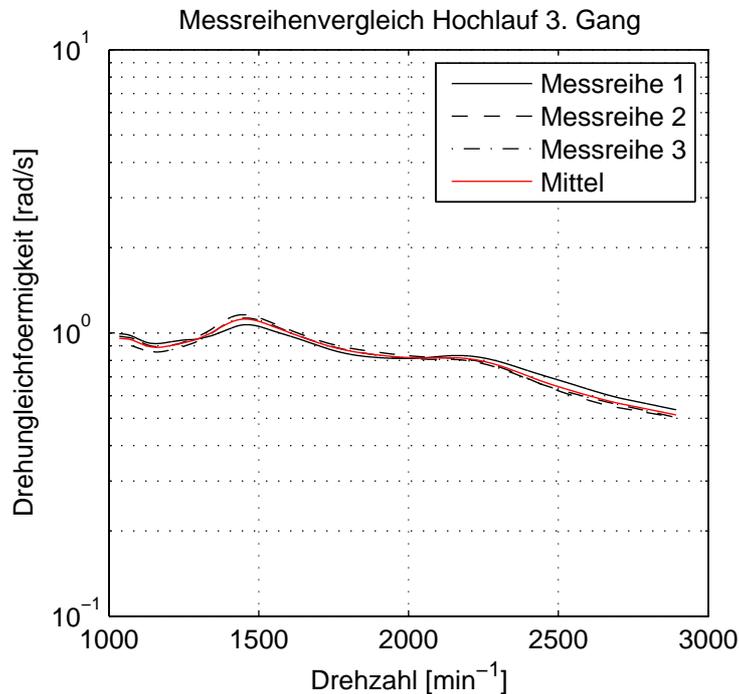


Abbildung 5.10: Messreihenvergleich für Drehungleichförmigkeit Primärseite Zweimassenschwungrad aufgrund Anregung 2. Motorordnung im Hochlauf 3. Gang

somit auch die eingeleiteten Kräfte im Bereich der Hinterachse mit beeinflusst. Der Einfluss der Haldex-Kupplung auf das Drehschwingungsverhalten wird noch später im Kapitel 7 „Aufbau eines Offline-Modells für das Geräuschphänomen Boom“ näher analysiert.

Abbildung 5.11 zeigt die Umfangskräfte an der Rolle vorne und hinten über der Motordrehzahl. Ebenso ist das Verhältnis von der Umfangskraft Rolle vorne zu Gesamtkraft abgebildet und somit die Momentenaufteilung der Vorderachse zur Hinterachse dargestellt. Aus den Abbildungen kann abgeleitet werden, dass die Haldex-Kupplung während des Vollasthochlaufes eine Momentenaufteilung Vorderachse zu Hinterachse zwischen 50% und kapp 60% bewirkt. Die Momentenaufteilung von ca. 60% auf die Vorderachse tritt dabei im Drehzahlbereich mit dem höchsten Antriebsmoment bei ca. 2200 min^{-1} auf. Aus den Messergebnissen der Rollenkräfte kann der Schluss gezogen werden, dass die Momentaufteilung Vorderachse zu Hinterachse annähernd 50% beträgt und somit von einem quasi¹ geschlossenen Zustand der Haldex-Kupplung ausgegangen werden kann.

¹Aufgrund der Funktionsweise kann die Haldex-Kupplung nie vollkommen geschlossen sein, da zum Sperren der Lamellenpakete immer eine Drehzahldifferenz zwischen Eingang und Ausgang notwendig ist. Vergleiche dazu auch Kapitel 4 „Beschreibung des Versuchsträgers“

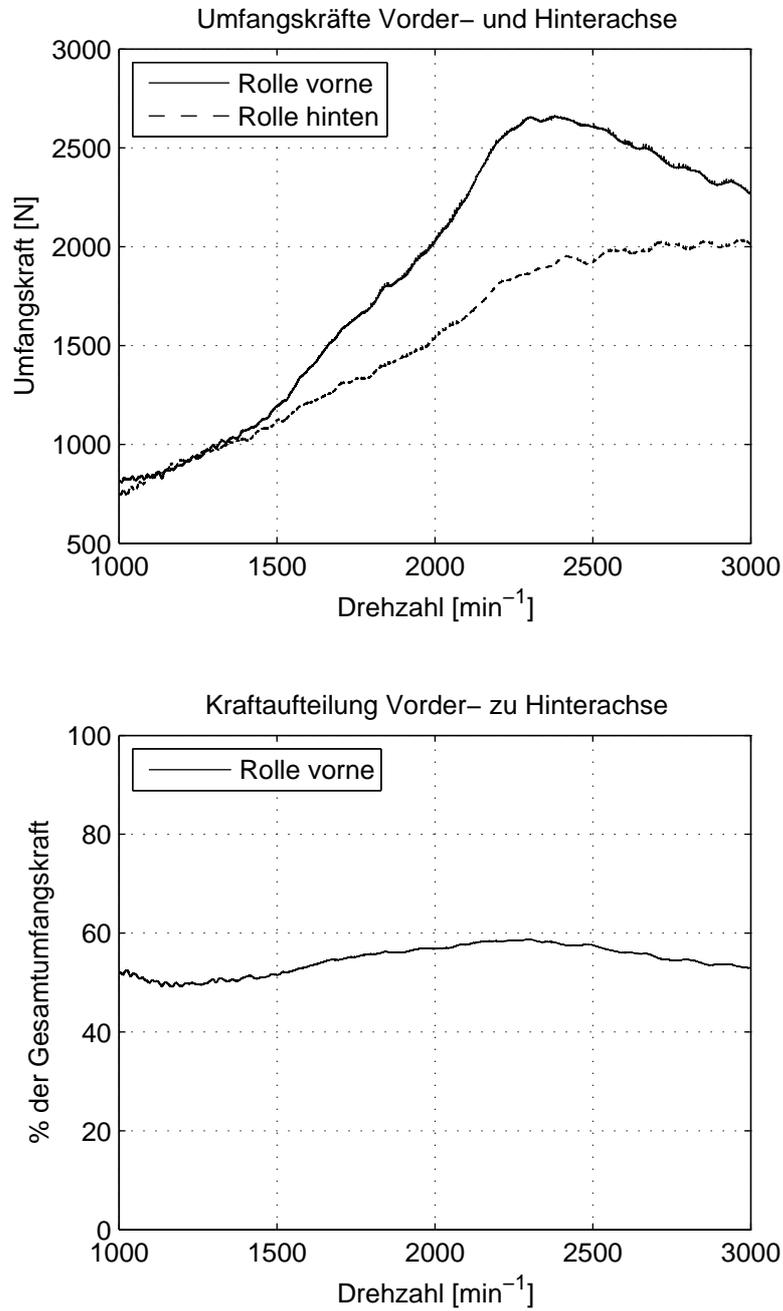


Abbildung 5.11: Umfangskraft Rolle vorne und hinten (oben) und prozentualer Anteil der Umfangskraft der Vorderachse zur Gesamtkraft (unten) beim Hochlauf im 3. Gang zur Beurteilung der Momentenaufteilung zwischen Vorder- und Hinterachse

5.2.3 Messung von Beschleunigungen an den Krafteinleitungspunkten zur Karosserie

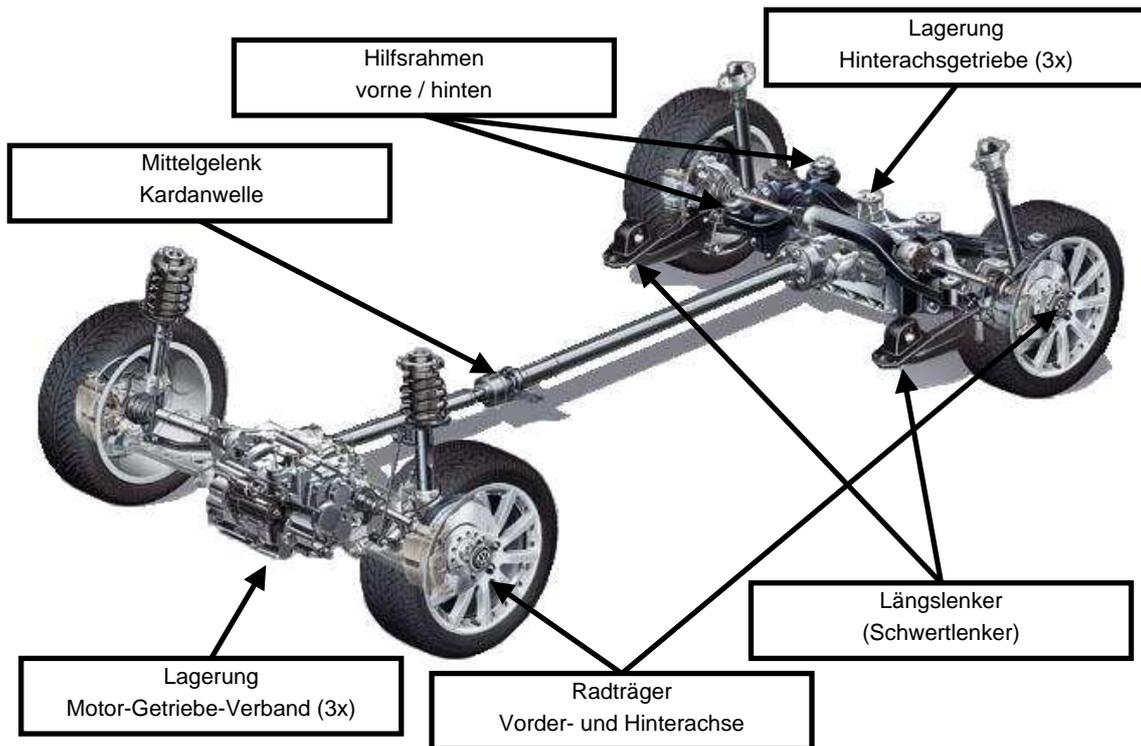


Abbildung 5.12: Überblick über die Messstellen Beschleunigungen [77]

Zur Validierung der Kraftanregung des Fahrzeugaufbaus (Karosserie) wurden die Beschleunigungen antriebsstrangseitig an den Koppelstellen zur Karosserie gemessen. Eine direkte Messung der Kraft am Elastomerlager wäre nur unter erheblichen Mehraufwand und wegen des Bauraumes nur begrenzt durchführbar. Für die Validierung der in die Karosserie eingeleiteten Kräfte werden daher Beschleunigungen in den 3 Achsrichtungen herangezogen. Zusätzlich werden noch die Beschleunigungen in den 3 Achsrichtungen für relevante Bauteile wie dem Hinterachsgetriebe, Hilfsrahmen und Radträger mit aufgezeichnet. Einen Überblick über die Messstellen Beschleunigungen wird in Abbildung 5.12 gegeben.

Das Messprinzip zur Ermittlung der Beschleunigung erfolgt über die Bestimmung der Trägheitskraft (Federauslenkung) einer Testmasse. Die Sensoren werden in Miniaturbauweise ausgeführt, um den Einfluss auf das Prüfobjekt gering zu halten. Für den eigentlichen Sensor wird vorwiegend das piezoelektrische Messprinzip eingesetzt. Weiterführende Informationen sind z. B. in [216] zu finden.

Abbildung 5.13 zeigt beispielhaft für die Messstelle Hilfsrahmen vorne die Be-

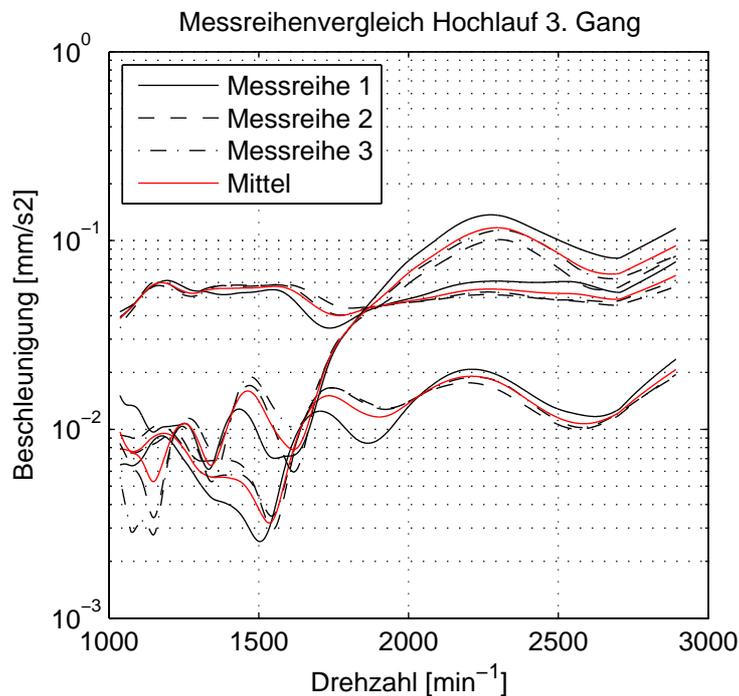


Abbildung 5.13: Messreihenvergleich für Beschleunigungen Hilfsrahmen vorne (X,Y und Z-Richtung aufgrund Anregung 2. Motorordnung im Hochlauf 3. Gang

schleunigungen in den 3 Achsrichtungen. Die Messungen zeigen eine gute Wiederholgenauigkeit über drei Messreihen. Außerdem werden die Charakteristiken der Kurvenverläufe in den einzelnen Achsrichtungen kaum durch Abweichungen beeinflusst.

5.3 Messung von Biegeschwingungen der Kardanwelle am Antriebsstrangprüfstand

Im Zusammenhang mit der Messung von Biegeschwingungen an rotierenden Bauteilen werden in der Praxis üblicherweise Beschleunigungen an den Lagerstellen ermittelt. Eine direkte Messung auf der Welle ist mit erheblichem Aufwand für die Signalübertragung vom drehenden auf das stehende System verbunden. Die berührungslose Messung der Wellenbiegung mittels Scanning Laservibrometer für rotierende Bauteile wird in der Literatur nicht erwähnt.

Mit der nachfolgend dargestellten Vorgehensweise soll gezeigt werden wie Biegeschwingungen der Kardanwelle mit Scanning Laservibrometer am Antriebsstrangprüfstand gemessen und die erzielten Ergebnisse interpretiert werden können. Dazu

5. Experimentelle Untersuchungen

wurde der gesamte Antriebsstrang inklusive dem Hilfsrahmen Hinterachse, Hinterachsgetriebe und der Lagerung am Prüfstand aufgebaut (Abbildung 5.14).

Um die Biegeeigenfrequenz abschätzen zu können, wurde ein Anklopfversuch (Impulsanregung) bei nicht rotierendem System durchgeführt. Das Ergebnis, dargestellt in Abbildung 5.15, zeigt die Antwort auf die Impulsanregung im Bereich der Wellenmitte, wo die Biegung deutlich ausgeprägt sein sollte. Die größten Amplituden der Geschwindigkeit ergeben sich bei einer Frequenz von 103 Hz.

Für die eigentlichen Messungen im Betrieb wurde die Motordrehzahl so gewählt, dass die Umdrehungen der Kardanwelle pro Sekunde mit der Eigenfrequenz von 103 Hz übereinstimmt. Das Scanning Laservibrometer wurde in der rechten oberen Ecke diagonal auf die Kardanwelle ausgerichtet (Abbildung 5.14). Über den Laser wird die Kardanwelle unter konstanten Betriebsbedingungen (Drehzahl) abgetastet.

Die Messergebnisse geben die erste Biegeschwingung der Kardanwelle sehr gut wieder. Die Biegeschwingung zeigt die größte Auslenkung in den Positionen, in denen die Biegung der Kardanwelle in Laserstrahlrichtung ausgerichtet ist (an zwei Positionen: 180° bzw. um eine halbe Umdrehung verschobene Positionen, siehe Abbildung 5.17, Bild 3 und 7). Keine Auslenkung tritt 90° phasenverschoben zu den Punkten maximaler Auslenkung auf, in denen die Welle eine Auslenkung normal zum Laserstrahl erfährt (Abbildung 5.17, Bild 1 und 5). Abbildung 5.16(a) und 5.16(b) zeigen das Messergebnis bei maximaler Amplitude unter verschiedenen Blickpunkten. Die Bildebene (entsprechend dem Foto), welche grau hinterlegt und auch in den Auswertebildern eingezeichnet ist, liegt stets normal zum Laserstrahl.

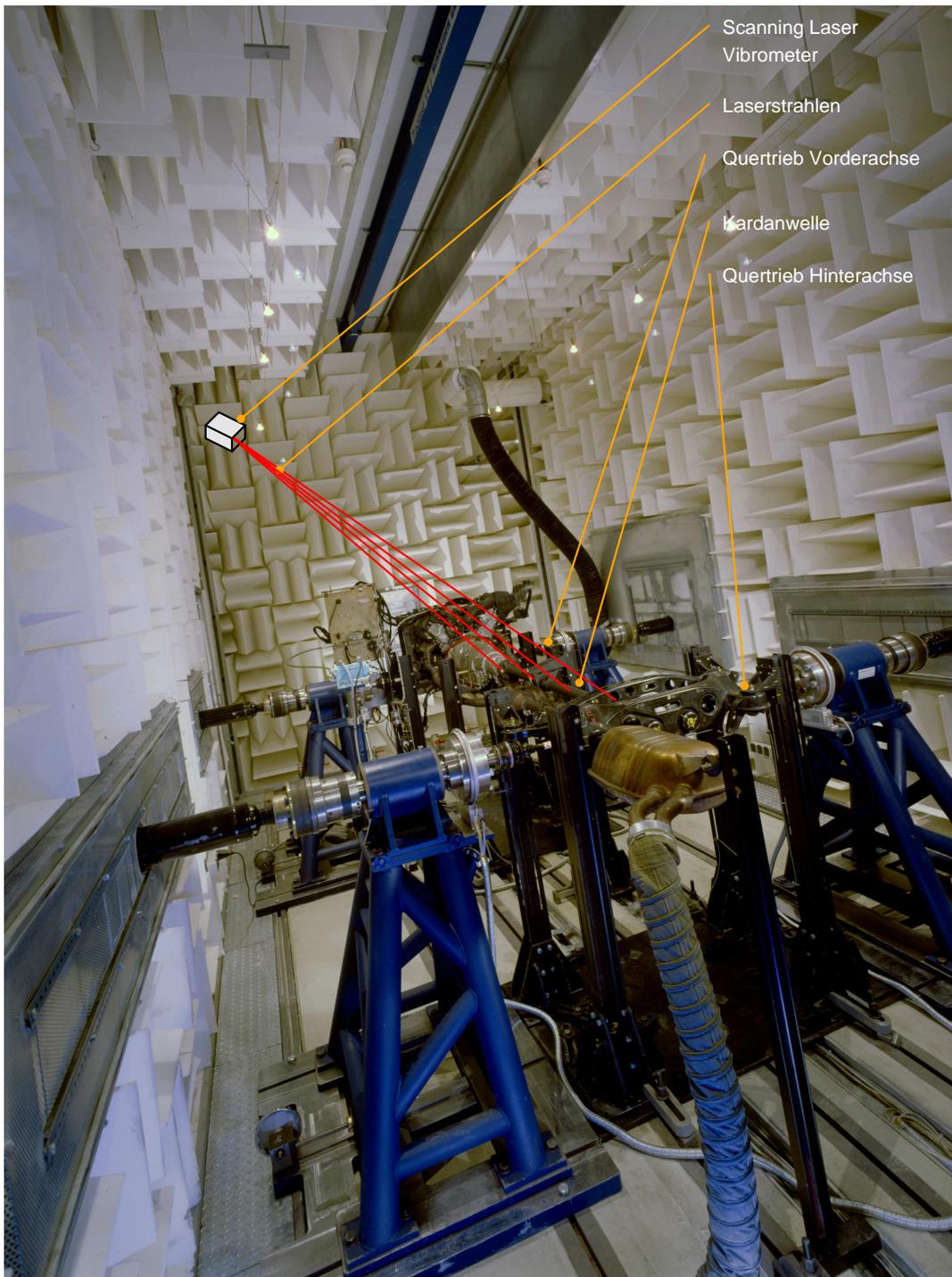


Abbildung 5.14: Darstellung der Anordnung des Scanning Laservibrometers am Antriebsstrangprüfstand zur Messung von Kardanwellenbiegeschwingungen

5. Experimentelle Untersuchungen

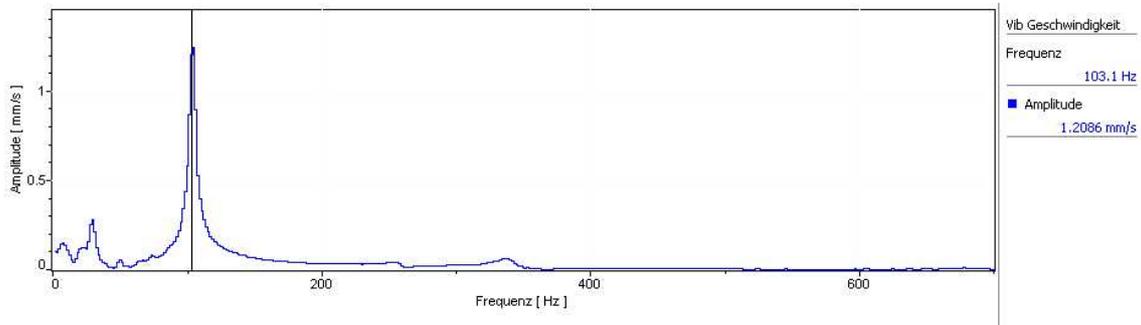
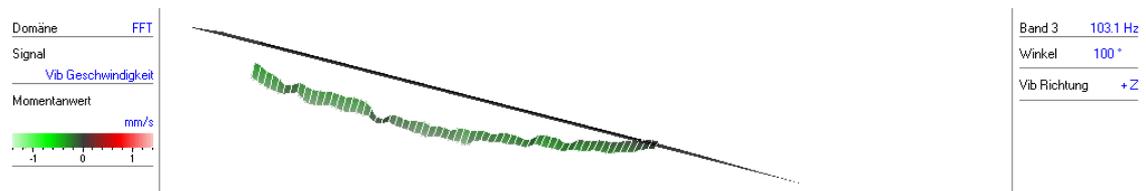
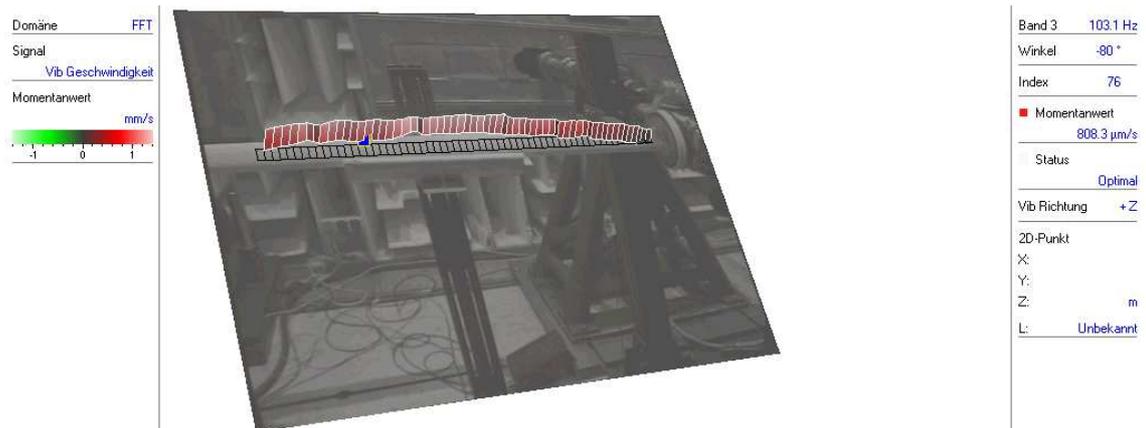


Abbildung 5.15: Geschwindigkeitsantwort in Wellenmitte bei Impulsanregung



(a) Ansicht normal auf Laserstrahlrichtung



(b) Ansicht in Laserstrahlrichtung

Abbildung 5.16: Momentaufnahme der Betriebsschwingung Kardanwelle bei 103.1 Hz in verschiedenen Ansichten



Abbildung 5.17: Darstellung der Geschwindigkeitsamplituden für eine Periode der 103.1 Hz Biegeschwingung der Kardanwelle

5.4 Ermittlung der dynamischen Eigenschaften von Elastomerlagern über Komponentenversuche

Elastomerlager (Schwingmetalle, Metall-Gummi-Elemente, engl. rubber-mount) werden zur Schwingungsisolierung für verschiedenste Anwendungen wie Aggregataufhängungen, Lagerstellen von Hilfsrahmen oder Lenkern und Stabilisatoren im Bereich des Fahrwerks verwendet. Die Lager bestehen aus zwei Metallhülsen und sind mit einer Elastomerschicht vorwiegend festhaftend verbunden. Die Lager verringern die Körperschallübertragung und gleichen Fertigungstoleranzen aus.

Im niederen Frequenzbereich wirken die Lager vorwiegend elastisch. Erst bei höheren Frequenzen kommen die viskosen Eigenschaften des Gummimaterials stärker zum Tragen. Die Federkennlinie ist stark nichtlinear (progressiv) und beeinflusst über die statische Auslenkung die Steifigkeit. Die Materialdämpfung, welche in der Simulation häufig als ideal viskose Dämpfung abgebildet wird, ist jedoch nicht allein der Deformationsgeschwindigkeit proportional (Umwandlung von Materialdämpfung in Wärmeenergie) [228] und weicht damit vom idealen Modellverhalten ab.

Für die Modellparametrierung zur Untersuchung der Steifigkeits- und Dämpfungseinflüsse wurden Elastomerlager auf einer dynamischen Prüfmaschine nach Methode 1 über die Messung der Erregerkraft und des Deformationsweges [228] untersucht (siehe dazu auch Abbildung 5.18).

- Methode 1: Messung der Erregerkraft und des Deformationsweges
- Methode 2: Messung der Anregungskraft und von 2 Beschleunigungen (2 Massen-Feder-System)

Die dynamische Messung erfolgt unter idealen Bedingungen bei einaxialer Auslenkung und konstanter Vorlast. Im realen Fahrzeugumfeld tritt typischerweise immer eine mehraxiale Belastung auf wobei sich auch die statische Auslenkung mehraxial verändern kann. Die Versuche wurden jeweils unter einaxialer Vorlast für die drei Achsrichtungen gemessen. Die Messung von Elastomerlagern unter mehraxialen Vorlasten und Anregungen stellt jedoch eine besondere Herausforderung dar. Derartige Messungen sind extrem aufwendig und erfordern spezielle und hochpräzise Komponentenprüfmaschinen [107]. Diese detaillierten Messungen wurden im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt. Die gewählten Modellansätze bilden das zeitabhängige Verhalten der Vorlasten in allen 3 Achsrichtungen des realen Schwingungsverhaltens nicht ab.

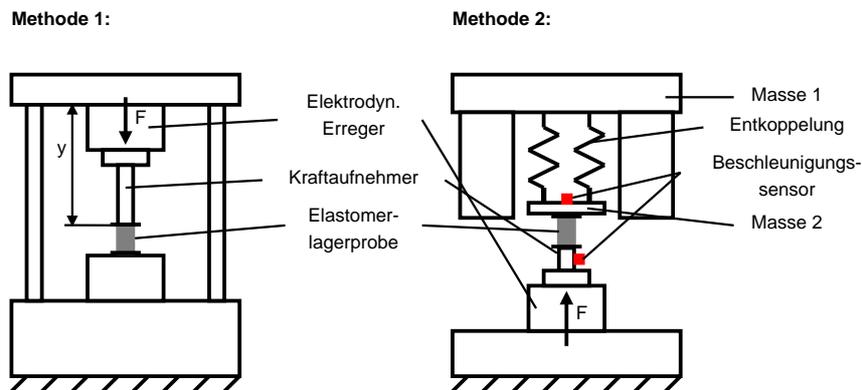


Abbildung 5.18: Schematische Darstellung der beiden Messmethoden zur dynamischen Untersuchung von Elastomerlagern [228]

Elastomerlager weisen ein komplexes nichtlineares Übertragungsverhalten auf:

- Frequenzabhängigkeit: Mit zunehmender Frequenz kommt es zu einem Ansteigen der dynamischen Steifigkeit und des Verlustwinkels.
- Abhängigkeit von der Anregungsamplitude: Mit steigender Anregungsamplitude sinkt die dynamische Steifigkeit und es erhöht sich der Verlustwinkel.
- Einfluss der statischen Vorlast: Bei einem progressiven Lagerverhalten wird mit steigender Vorlast die dynamische Steifigkeit und der Verlustwinkel erhöht (Abbildung 5.19). Dieses Materialverhalten wird auch Hyperelastizität genannt.
- Weiter nichtlineare Einflüsse wie: Alterungsverhalten, Temperaturabhängigkeit, Umwelteinflüsse, mehraxiale Belastung.

Bei der dynamischen Messung wurden die in der Simulation ermittelten Vorlasten und die dynamischen Amplituden (Anregungsamplitude) als Randbedingungen vorgegeben. Von besonderem Interesse für die dynamische Vermessung waren die Elastomerlager im Bereich der Hinterachse, da es hier auf Seiten der Simulation in der Literatur noch keine Untersuchungen des Einflusses von Steifigkeit und Dämpfung für Elastomerlager auf das Schwingungsverhalten gibt.

Der Hilfsrahmen Hinterachse und der Längslenker sind direkt über Elastomerlager mit der Karosserie verbunden. Das Hinterachsgetriebe ist dreifach im Hilfsrahmen gelagert. Tabelle 5.2 und auch Abbildung 5.12 gibt einen Überblick über die vermessenen Lager im Bereich der Hinterachse. Der Prüfaufbau ist in Abbildung 5.18 bereits exemplarisch vorgestellt worden. Ein charakteristisches Ergebnis der dynamischen Vermessung für das Elastomerlager Hilfsrahmen hinten in z -Richtung unter verschiedenen Vorlasten zeigt Abbildung 5.20.

Messstellen Hinterachse
Hilfsrahmen hinten rechts und links
Hilfsrahmen vorne rechts und links
Längslenker (Schwertlenker) rechts und links
Hinterachsgetriebe hinten rechts
Hinterachsgetriebe hinten links
Hinterachsgetriebe vorne rechts

Tabelle 5.2: Vermessene Elastomerlager im Bereich Hinterachse

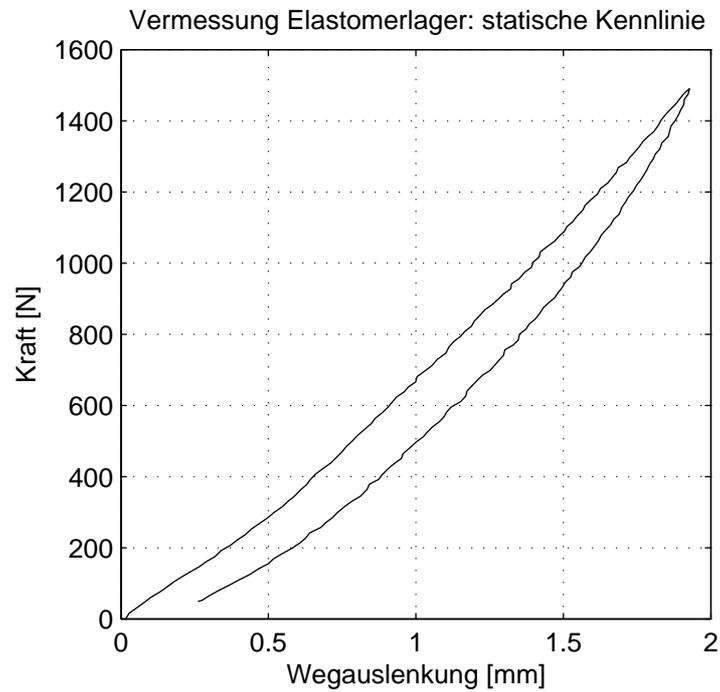
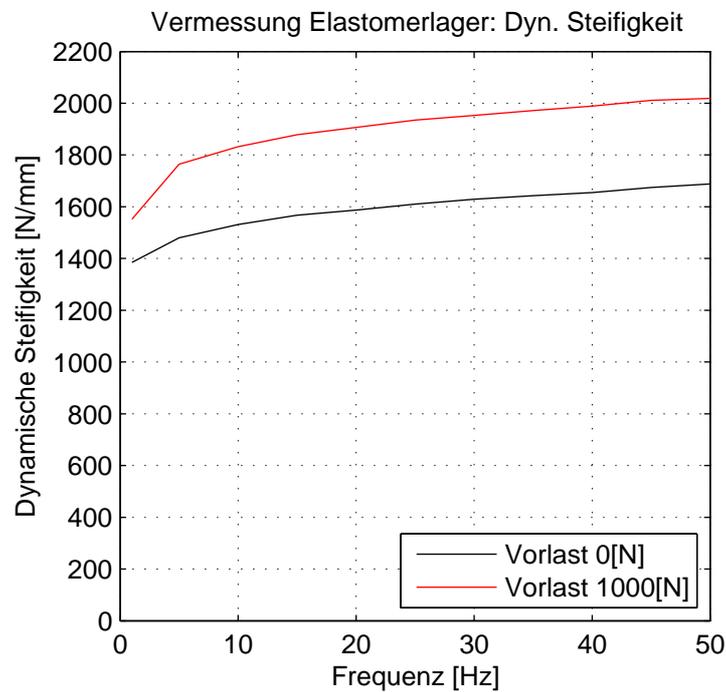
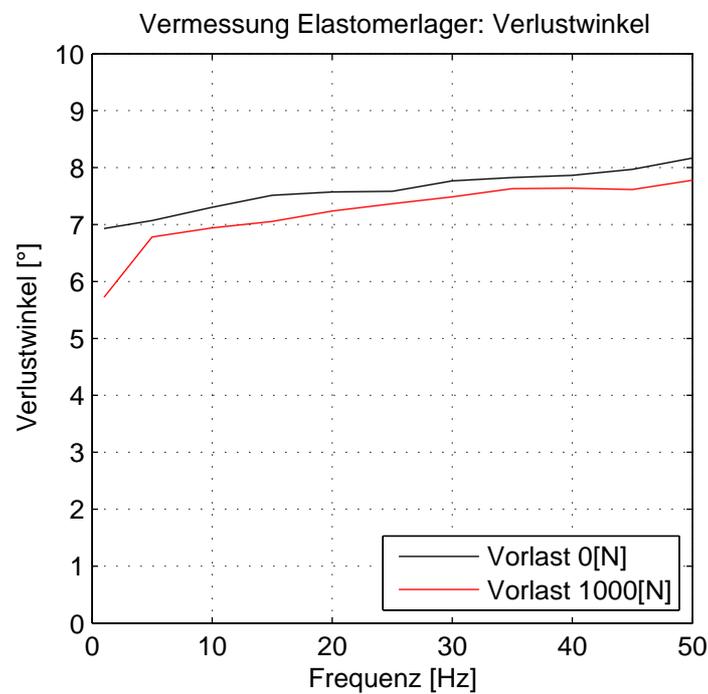


Abbildung 5.19: Statische Vermessung eines Elastomerlagers mit progressiver Kraft-Weg-Kennlinie



(a) Dynamische Steifigkeit



(b) Verlustwinkel

Abbildung 5.20: Gemessene dynamischen Steifigkeit (5.20(a)) und gemessener Verlustwinkel (5.20(b)) bei verschiedenen Vorlasten

Messung	in Abhängigkeit von	Anmerkungen
Radaufstandskraft Vorder- und Hinterachse	Radhub	Ableitung der Radfederrate
Vorspuränderung Vorder- und Hinterachse	Radhub	zur Modellvalidierung
Sturzänderung Vorder- und Hinterachse	Radhub	zur Modellvalidierung
Reifenlängskraft	Normalkraft und Radschlupf	zur Modellvalidierung
Reifenlängskraft	Rampe Antriebsmoment M_y über Zeit	zur Modellvalidierung

Tabelle 5.3: Durchgeführte Messungen am Reifen- und Achsprüfstand

5.5 Vermessung des Reifens und der Achse

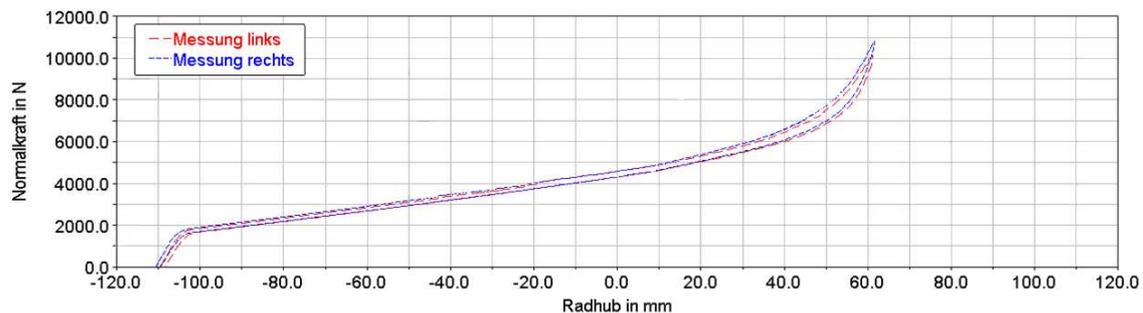


Abbildung 5.21: Messung der Radaufstandskraft an der Vorderachse

Bei der Vermessung der Achskinematik und -elastokinematik am Achsmessprüfstand werden die Lage des Rades und die Reaktionskräfte zur Umgebung über dem Radhub ermittelt. Bei Geradeausfahrt wurden die Sturz- und Vorspuränderung sowie die Radfederrate bei konstantem Lenkradwinkel von 0° bestimmt. Die gemessenen Größen dienen zur Validierung der Achsgeometrie. Damit wird die Einleitung der Schnittkräfte in den Fahrzeugaufbau bzw. zum Hilfsrahmen hinten (Richtungen und Anteile der verschiedenen Lenker) und die Größe der quasi statischen Steifigkeiten der Elastomerlager indirekt über die beschriebenen Größen verifiziert. Keine Aussage kann über das dynamische Verhalten bezüglich der Massen und Dämpfungen getroffen werden. Ein Abgleich der Dämpfungen von Fahrwerkslagern wird in dieser Arbeit vernachlässigt. In Tabelle 5.3 sind die durchgeführten Messungen aufgelistet und Abbildung 5.21 zeigt exemplarisch das Messergebnis der Radaufstandskraft Vorderachse über dem Radhub.

Die Parametrierung der in der Simulation verwendeten Reifenmodelle wurde an-

hand des Reifenkennfeldes des Herstellers und auf Basis von Erfahrungswerten eines ähnlichen Reifens durchgeführt (Abbildung 5.22).

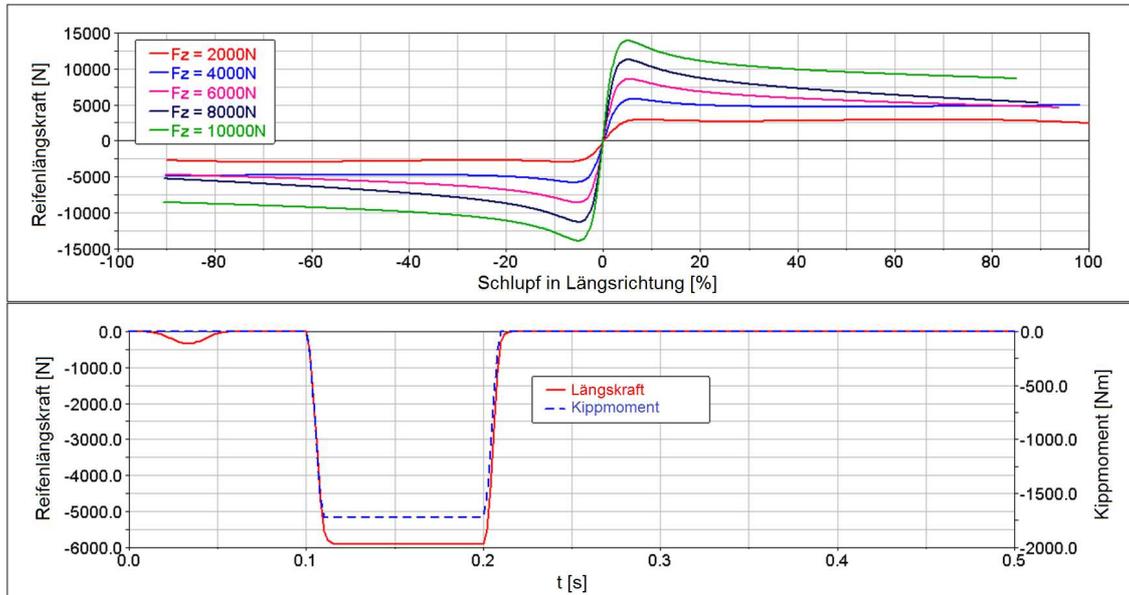


Abbildung 5.22: Reifenlängskraft in Abhängigkeit von Längsschlupf und Radaufstandskraft F_z (Bild oben) und Kippmoment M_x bei Längskraftsprung (Bild unten)

6. Echtzeitfähige Antriebsstrangmodelle für Schwingungsuntersuchungen

6.1 Einleitung

In diesem Kapitel ist zu Beginn eine Begriffsdefinition rund um den Themenbereich Echtzeit-Simulation aufgelistet. Anschließend wird auf die Modellbildung von echtzeitfähigen Antriebsstrangmodellen näher eingegangen. Es werden verschiedene Modellansätze zur Abbildung der Drehungleichförmigkeit der Verbrennungskraftmaschine, Modellierung der Antriebswellen mit Gelenken zur Übertragung der Antriebsleistung (z.B. Kardanwelle) und auf die Abbildung des Rad-Straße-Kontaktes über die Reifenmodellierung näher eingegangen. Im Interesse der Untersuchung ist hierbei immer die erreichte Ergebnisqualität und Recheneffizienz für verschiedene Modellansätze. Zur Bewertung der Recheneffizienz werden die Modelle auf einer Echtzeitplattform simuliert, die benötigten Rechenzeiten ausgewertet und diskutiert. Entsprechende Prüfkriterien werden angegeben. Möglichkeiten zur Modellanalyse und -parametrierung über Offline-Modelle werden im Kapitel 7 beschrieben.

6.2 Anwendungsgebiete und Einsatzmöglichkeiten

Echtzeitfähige Simulationsmodelle des Antriebsstranges werden einerseits für Fahrsimulatoren und für Hardware in the Loop (HiL) Simulationen benötigt (vergleiche dazu Kapitel 1.2 „Einleitung“).

Die hier vorliegende Arbeit fokussiert sich auf Echtzeit-Simulationsmodelle des Antriebsstranges zur Bewertung der Fahrbarkeit und des Schwingungskomforts im Antriebsstrang. Die Modelle des Antriebsstranges können in Gesamtfahrzeugmodelle eingebunden werden um mit geeigneten Verfahren die Fahrbarkeit auf rein objektiver Basis bewerten zu können. Fahrbarkeit beschreibt das komplexe, subjektive Verhalten welches der Fahrer(in) wahrnimmt während er mit dem Fahrzeug interagiert. Niederfrequente Schwingungsphänomene ($< 10Hz$) (Tip in - Tip out, Gangwechsel) können heutzutage in der Simulation bereits mit der erforderlicher

Ergebnisqualität und Recheneffizienz abgebildet werden. Bei Schwingungsphänomenen wie dem Brumm-Geräusch werden deutlich höherfrequente Schwingungen des Antriebsstranges angeregt. Dabei werden höhere Anforderungen an die Modellbildung (Modelldiskretisierung) und damit einhergehend auch an die Rechenperformance (Echtzeitfähigkeit) gestellt, welche in dieser Arbeit analysiert werden sollen.

Für die Abstimmung der Fahrbarkeit bei PKW sind im Entwicklungsprozess folgende Tendenzen erkennbar:

- Elektronische Steuergeräte regeln und steuern immer öfter das Verhalten moderner Kraftfahrzeuge. Für die Bedatung der Steuer- und Regelalgorithmen werden deshalb im Entwicklungsprozess neue Methoden und immer mehr Kapazität (Aufwand und Zeit) benötigt. Um Kosten und Zeit zu sparen, wird verstärktes „Frontloading“ im Entwicklungsprozess angestrebt mit der Konsequenz, dass kostenintensive und aufwendige Prototypentests zunehmend eingespart werden. Diese werden verstärkt durch HiL Test, Software in the Loop (SiL) Tests und gänzlich virtuelle Entwicklungsmethoden ersetzt und können damit bereits in früheren Phasen des Entwicklungsprozesses dazu beitragen zukünftige Produkte effizient zu optimieren.
- Der Fahrer soll im Fahrzeugbetrieb möglichst wenig von den komplexen Regel- und Steuervorgängen im Hintergrund wahrnehmen. Es soll für ihn jedoch ein bestmöglicher Fahrkomfort gegeben sein. Die Beurteilung des Fahrkomforts beruht auf subjektiven Empfindungen die messtechnisch schwer quantifizierbar sind. Zur objektiven Bewertung des Fahrkomforts werden am Fahrzeug geeignete messbare Größen ermittelt (z. B. Beschleunigung Fahrersitzschiene, Beschleunigung A-Säule, Lenkradschwingungen und Spiegelzittern) und mit Hilfe geeigneter mathematischer Verfahren bewertet. Die Bewertung erfolgt über die Auswertung von aufgenommenen Messdaten und subjektiven Bewertungen bei Probandenversuchen [154].

6.3 Begriffsdefinition Echtzeit-Simulation

Im Bereich der Echtzeit-Simulation haben sich verschiedene Begriffe und Definitionen etabliert, welche hier nochmals zusammengefasst sind. Das Thema Echtzeit-Simulationen ist eng mit dem Themenbereich der Mechatronik verbunden. Es interagieren die Themenbereiche Mechanik (Fahrzeugtechnik und -dynamik), Informatik (Regelungs- und Steuertechnik) und Elektronik (Controller Design).

Echtzeit (engl. real-time):

Echtzeit ist ein Begriff der aus der Informatik kommt und insbesondere aus Anforderungen der Regelungstechnik definiert wird. Ein Simulationssystem reagiert innerhalb einer bestimmten Umgebung in Echtzeit, wenn seine Antwort auf ein beliebiges Ereignis in dieser Umgebung erfolgreich ist, während das Ereignis selbst passiert. Erfolgreich bedeutet somit, dass die Regelungsaufgabe die Antwort innerhalb einer spezifischen Zeitdauer basierend auf der Charakteristik der Umgebung und des Systems ausgibt [34]. Man muss nun weiter zwischen harter und weicher Echtzeit unterscheiden:

Wenn das Erreichen der gegebenen spezifischen Zeitdauer für das Ausführen des Systems kritisch ist und möglicherweise katastrophale Konsequenzen mit sich führt, muss die Aufgabe als „Harte Echtzeit“ (engl. hard real-time) definiert werden. Wenn das Erreichen der gegebenen spezifischen Zeitdauer wünschenswert ist, aber bei nicht Erreichen keine schwerwiegenden Fehler und Auswirkungen mit sich führt, wird die Aufgabe als weiche Echtzeit (soft real-time) bezeichnet [34].

Buttazzano formuliert in [33] den Begriff der Echtzeit auch etwas allgemeiner: „Ein Echtzeitsystem im speziellen ein Berechnungssystem, welches Aufgaben innerhalb einer vordefinierten Zeitdauer abarbeiten muss, wird als echtzeitfähig definiert. Die Leistung des Echtzeitsystems hängt damit nicht nur von den korrekten Ergebnissen ab, sondern auch von der Zeit in welcher das Ergebnis berechnet oder noch allgemeiner erzeugt wird.“

Hardware-in-the-Loop (HiL):

Unter HiL-Simulationen versteht man die Einbindung von realen und virtuellen Komponenten (Bauteile und Systemmodelle) in eine gemeinsame Simulationsumgebung. Die Simulation des dynamischen Systems über Modelle muss hierbei in Echtzeit geschehen. Ein typisches Beispiel für eine HiL-Simulation ist die Simulation eines Gesamtfahrzeuges am Rechner mit der Integration eines realen Steuergerätes inkl. der Aktuatorik zur Verbesserung der Fahrstabilität [186].

Durch die HiL-Simulation ergeben sich folgende Vorteile [190]:

- Reduktion der Anzahl von Prototypen
- Teststrecke und Testfahrer nicht erforderlich
- Tests/Prüfläufe können unter exakt den gleichen Bedingungen beliebig oft wiederholt werden
- Tests/Prüfläufe können automatisiert werden

Software-in-the-Loop (SiL):

Unter SiL versteht man die Einbindung von Systemmodellen in eine gemeinsame Simulationsumgebung inklusive der Regelstrecke. D.h. es wird einerseits die entwickelte Funktion als auch der Prozess (Regelalgorithmus) den die Funktion beeinflusst im Modell abgebildet. SiL-Simulationen dynamischer Systeme durch entsprechende Modelle müssen nicht zwingend in Echtzeit berechnet werden, da der Code noch nicht auf der Zielhardware läuft [186]. Es können so neue Funktionalitäten wie z.B. ein Regler in einer rein rechnerbasierten Umgebung ohne Einsatz von Hardware entwickelt, getestet und optimiert werden [115].

Model-in-the-Loop (MiL):

Bindet man das Simulationsmodell z.B. eines Reglers (oder allgemeiner einer Funktionalität) in ein Gesamtsimulations-Umgebung ein, so spricht man von MiL-Simulation. Das Simulationsmodell besteht aus Regler als auch als Regelstrecke. Eine typische Anwendung hierfür ist, dass das Funktionsmodell als z.B. Simulink Blockschaltbild zur Verfügung steht und in einem geschlossenen Regelkreis untersucht werden kann [115].

Der Unterschied zur SiL-Simulation ergibt sich daraus, dass bei SiL-Simulationen das erstellte Modell bereits in den für die Zielhardware verständlichen Code (realer Softwarecode des Regler, z.B. s-function in Matlab) umgewandelt ist [115].

Der Vorteil von SiL und MiL ergibt sich daraus, dass die Modelle noch nicht echtzeitfähig sein müssen und so auch sehr rechenzeitintensive und genaue Spezialuntersuchungen durchgeführt werden können [115].

X-in-the-Loop (XiL):

Der Einsatz von Simulationen ist in den meisten Fällen auf ein begrenztes Aufgabenfeld beschränkt. Mit Hilfe einer Co-Simulations-Plattform können verschiedenste Software und Hardware Systeme mit einander verknüpft werden. Es bietet sich dadurch die Möglichkeit unterschiedliche Werkzeuge verschiedener Entwicklungsschritte zu verknüpfen (Simulink RTW Code, Ascet-Code, analoge und digitale Ein- und Ausgabekarten, CAN Signale über SocketCAN API und C-Code) [119].

6.4 Aufbau des echtzeitfähigen Basis Antriebsstrangmodells

Wie bereits im Unterkapitel 1.2 „Einleitung“ näher erläutert werden echtzeitfähige Antriebsstrangmodelle vorwiegend als Mehrkörpersimulationsmodelle mit starren Körpern abgebildet. Aufgrund der hohen Anforderungen an die Rechenzeit (durch die geforderte Echtzeitfähigkeit) werden die Systeme auf wenige Freiheitsgrade mit einer groben Diskretisierung reduziert. Für den Großteil der Anwendungsgebiete wie zum Beispiel die übliche Steuergeräteapplikation oder Reglerauslegung ist eine derartige grobe Diskretisierung üblicherweise ausreichend und zielführend.

Das in dieser Arbeit aufgebaute echtzeitfähige Basismodell ist in der Simulationsumgebung Dymola [214] aufgebaut und basiert auf einem objektorientierten Modellansatz in Modelica. Das Modell ist damit in einer deklarativen (Festlegung von Aspekten einer Variable wie Dimension, Bezeichnung, Datentyp) mathematischen Notation gegeben. Die Beschreibung des Systemverhaltens erfolgt über Gleichungen. Die Sprache erlaubt wie jede objektorientierte Sprache die Definition von Klassen und Objekten (Instanzen). Eine Klasse selbst besteht aus Datenvariablen, Gleichungen und wiederum Klassen. Verschiedene Objekte werden implizit aufgebaut über die Definition von Instanzen von Klassen [66].

Im Basismodell ist der komplette Antriebsstrang abgebildet (siehe Abbildung 6.1). Es sind alle rotierenden Bauteile eingebunden, wobei nur deren Rotationsfreiheitsgrad berücksichtigt wird. Die Anregung der Verbrennungskraftmaschine wird über ein Starrkörpermodell des Kurbeltriebs mit Gaskraftanregung modelliert. Die Gaskraft wird aus einem Datenarray des Zylinderdruckkennfeldes mit Drehzahl- und Kurbelwinkelabhängigkeit ermittelt. Das Zweimassenschwungrad, bestehend aus Primär- und Sekundärmasse, ist über eine drehzahlabhängige Steifigkeit und Dämpfung verbunden (vergleiche dazu auch noch die später gezeigten Untersuchungen mit dem Offline-Modell im Kapitel 7.3.1 „Aufbau eines Offline-Modells für das Geräuschphänomen Boom“). Das Getriebe besteht aus mehreren Massenträgheitsmomenten $J_{zz,k}$, welche über Feder-Dämpfer Elemente (Kelvin-Voigt Modell) und kinematische Übersetzungen verbunden sind. Das Vorderachsgetriebe mit der Leistungsverzweigung (PTO - Power Take Off) besteht aus einer Trägheitsmasse mit kinematischer Übersetzung und der Momentenaufteilung für die Vorderachse.

Die zweiteilige Kardanwelle ist wiederum über mehrere Massen für die Hardscheiben, die Wellen selbst und das Mittelgelenk diskretisiert und jeweils mit Feder-Dämpfer Elementen verbunden. Das Hinterachsgetriebe ist wie schon das Vorderachsgetriebe mit Punktmassen (Massenträgheit, rotatorischer Freiheitsgrad), kinematischer Übersetzung und der Momentenaufteilung modelliert. Die 4 Seitenwellen stellen Zweimassenschwinger dar und für den Reifen wird ein steady state Reifen-

6. Echtzeitfähige Antriebsstrangmodelle für Schwingungsuntersuchungen

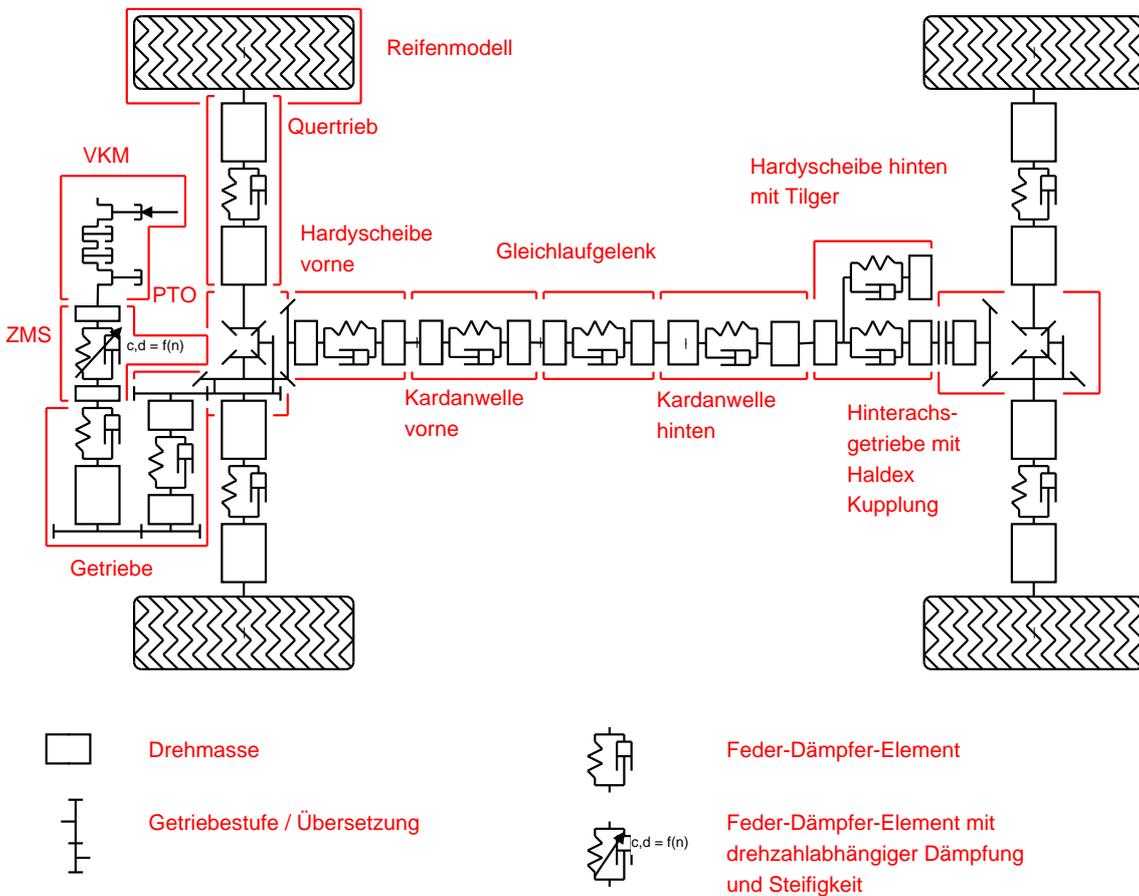


Abbildung 6.1: Echtzeitfähiges Antriebsstrangmodell zur Untersuchung von Drehschwingungen

modell nach Pacjeka (Magic Formula) verwendet. Die Mc-Pherson Vorderachse und die Vierlenker Hinterachse sind im Modell nicht abgebildet und werden durch eine starre Radaufhängung ersetzt. Der Fokus des Modells liegt auf den durch die Drehungleichförmigkeit verursachten Schwingungen im Antriebsstrang und nicht auf Fahrbahn erregten Schwingungen. Eine noch später gezeigte Gegenüberstellung der Drehschwingungen des Echtzeit-Modells mit dem detaillierten Offline-Modell, in welchem die Radaufhängungen mit modelliert sind, zeigt, dass Effekte aufgrund der dynamischen Achslastverteilung vernachlässigbar sind. Bei der Haldex-Kupplung kann „quasi“ von einem geschlossenen Zustand für das untersuchte Fahrmanöver ausgegangen werden. Man vergleiche dazu die gemessene Momentenaufteilung in Abbildung 5.11 und die Untersuchungen mit schlupfender und geschlossener Kupplung in [77]). Die Kupplung ist im Modell starr abgebildet, da die Momentenaufteilung nahezu 50% beträgt und der Einfluss des Schlupfes in der Kupplung auf das Drehschwingungsverhalten nicht relevant sind.

6.5 Verbesserungen der Modellarchitektur zur Verbesserung der Ergebnisqualität und Echtzeitfähigkeit

Echtzeitfähige Antriebsstrangmodelle für Fahrbarkeitsuntersuchungen und die Steuergeräteapplikation weisen nur wenige Freiheitsgrade auf (z. B. AVL VSM Modell mit 24 Freiheitsgraden [235]) und stellen ein vereinfachtes und reduziertes mechanisches Ersatzsystem dar. Für einige Teilsysteme wie z.B. den Reifen/Straße Kontakt oder die Verbrennungskraftmaschine muss aufgrund der Komplexität der Zusammenhänge auf empirische Modellansätze in Form von Kennlinien und Kennfeldern zurückgegriffen werden. Die Abbildung aller auftretenden physikalischen Zusammenhänge wäre im Zuge der Echtzeit-Simulation nicht möglich. Zur Untersuchung von Schwingungsphänomenen im Frequenzbereich bis ca. 80 Hz gilt es derartige Modellansätze hinsichtlich der Ergebnisqualität detailliert zu untersuchen und daraus Verbesserungen abzuleiten.

6.5.1 Analyse von echtzeitfähigen Motormodellen zur Abbildung der Momentenanregung der Verbrennungskraftmaschine

Im Bereich der echtzeitfähigen Antriebsstrangsimulation werden häufig sogenannte Mittelwertmodelle verwendet. Diese beschreiben, basierend auf einem Kennfeld, das mittlere Drehmoment. Eingangsgrößen sind hierbei die Gaspedalstellung und die Drehzahl. Aufgrund des sehr einfachen Aufbaus sind derartige Modelle für Echtzeit-Anwendungen und die Abbildung niederfrequenter Schwingungen wie Lastwechsel sehr gut geeignet.

Zur Abbildung höherfrequenter Schwingungen im Antriebsstrang ist jedoch eine genauere Abbildung der Drehungleichförmigkeit der Verbrennungskraftmaschine notwendig. Diese setzt sich einerseits aus den Gas- und Massenkräften zusammen, welche im Modell berücksichtigt werden müssen. Damit steigen die Modellkomplexität und der Rechenaufwand erheblich an.

Oft verwendete Mittelwertmodelle weisen einen Freiheitsgrad (FHG) auf (Rotation der Kurbelwelle mit konstanter Trägheit bzw. für ein DGL-System 1. Ordnung 2 FHG für den Kurbelwinkel und die Kurbelwinkelgeschwindigkeit). Das aktuelle Motormoment wird aus einem Momentenkennfeld in Abhängigkeit der Drehzahl und Gaspedalstellung ermittelt.

Ein vereinfachtes Modell zur Abbildung der Drehschwingungsanregung der Gas-

und Massenkräfte kann aus [153, 230] abgeleitet werden. Veränderliche Tangentialkräfte am Kurbelzapfen verursachen die Drehungleichförmigkeit des Hubkolbenmotors. Dieses Wechselmoment entsteht aus der Überlagerung der Gas- (linker Teil von Gleichung (6.1)) und Massenkräfte (rechter Teil von Gleichung (6.1)) und ist vom Kurbelwinkel ψ abhängig:

$$\Theta(\psi) \cdot \ddot{\psi} + \frac{1}{2} \cdot \Theta'(\psi) \cdot \dot{\psi}^2 = M(\psi). \quad (6.1)$$

Das Massenträgheitsmoment Θ setzt sich aus einem konstanten Anteil Θ_c und aus einem vom Kurbelwinkel ψ abhängigen Anteil für den jeweiligen Zylinder zusammen. Der vom Kurbelwinkel abhängige Anteil ist auf den Anteil der hin- und hergehenden Massenkräfte, bezogen auf die Kurbelwelle, zurückzuführen:

$$\Theta(\psi) = \Theta_c + m_1 \cdot r^2 + (m_2 + m_K) \cdot r^2 \cdot x'^2 + m_3 \cdot r^2 \cdot (u'^2 + w'^2). \quad (6.2)$$

Durch die Variation des Massenträgheitsmomentes als Funktion des Kurbelwinkels ist auch die 1. Ableitung des Massenträgheitsmomentes in der Bewegungsgleichung (6.1) zu berücksichtigen:

$$\frac{1}{2} \cdot \Theta'(\psi) = (m_2 + m_K) \cdot r^2 \cdot x' \cdot x'' + m_3 \cdot r^2 \cdot (u' \cdot u'' + w' \cdot w''). \quad (6.3)$$

In Gleichung (6.3) stellt x' und x'' die Kolbengeschwindigkeit und Kolbenbeschleunigung dar. Diese hängt vom Kurbelwinkel ψ und dem Pleuelstangenverhältnis λ ab:

$$x' = \sin \psi + \frac{\lambda \cdot \sin \psi \cdot \cos \psi}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \psi}}, \quad (6.4a)$$

$$x'' = \cos \psi + \frac{\lambda \cdot \cos^2 \psi - \lambda \cdot \sin^2 \psi + \lambda^3 \cdot \sin^4 \psi}{\left(\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \psi}\right)^3}. \quad (6.4b)$$

Die Ableitungen von u und w sind ebenfalls Funktionen des Kurbelwinkels ψ und beschreiben die Aufteilung der Pleuelersatzmasse m_3 auf m_2 (hin- und hergehende Massen) und m_1 (rotierende Massen) in Abhängigkeit von den Schwerpunktsabständen Pleuelstange l_1 und l_2 sowie der Schwerpunktsabweichung e normal zur Pleuellängsachse:

$$u' = \frac{l_1}{l} \cdot x' + \frac{l_2}{l} \cdot \sin \psi - \frac{e}{l} \cdot \cos \psi , \quad (6.5a)$$

$$u'' = \frac{l_1}{l} \cdot x'' + \frac{l_2}{l} \cdot \cos \psi + \frac{e}{l} \cdot \sin \psi , \quad (6.5b)$$

$$w' = \frac{l_2}{l} \cdot \cos \psi + \frac{e}{l} \cdot \sin \psi - \frac{e}{l} \cdot x' , \quad (6.5c)$$

$$w'' = -\frac{l_2}{l} \cdot \sin \psi + \frac{e}{l} \cdot \cos \psi - \frac{e}{l} \cdot x'' . \quad (6.5d)$$

$$(6.5e)$$

Über die in Gleichung (6.1) bis (6.3) beschriebenen Zusammenhänge können die Gaskräfte über die kinematischen Zusammenhänge des Kurbeltriebs in eine Tangentialkraft am Kurbelzapfen (entspricht bei einem definierten Radius r und Kolbenfläche A_K dem Drehmoment M an der Kurbelwelle) umgerechnet werden. Setzt man voraus, dass die Kurbelwelle ein starrer Körper ist, so können die Tangentialkräfte mehrerer Zylinder aufsummiert werden und damit die Summen-Tangentialkraft als Funktion des Kurbelwinkels an der Kurbelwelle berechnet werden. Die Gaskräfte der einzelnen Zylinder können mit

$$p_{TG} = p_G \cdot x' = p_G \cdot \left[\sin \psi + \frac{\lambda \cdot \sin \psi \cdot \cos \psi}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \psi}} \right] \quad (6.6)$$

auf ein vom Kurbelwinkel abhängiges Drehmoment reduziert werden. Das Gasdruckmoment $M(\psi)$ an der Kurbelwelle ergibt sich durch die Multiplikation des Gastangentialdrucks p_{TG} mit der Kolbenfläche und dem Kurbelradius zu

$$p_{TG} = \frac{M(\psi)}{A_K \cdot r} . \quad (6.7)$$

Aufgrund dieser kinematischen Zusammenhänge und der vorausgesetzten Vereinfachung mit starrer Kurbelwelle lässt sich das Motormodell erheblich reduzieren. Das ursprüngliche Modell mit kinematischen Kurbeltrieb für alle 4 Zylinder (Masse Kolben, Pleuel und Kurbelwelle) und der entsprechenden Zwangsbedingungen (Joints) lässt sich auf ein Massenträgheitsmoment als Funktion des Kurbelwinkels vereinfachen (Abbildung der Massenkräfte aller 4 Zylinder). Die Gaskräfte jedes einzelnen Zylinders werden in ein Moment, welches als Summenmoment auf die Kurbelwelle wirkt, umgerechnet. Einen Überblick über die Modellreduktion gibt auch Tabelle 6.5.1. Es sei jedoch angemerkt, dass durch die deutlich komplexeren Zusammenhänge, der auf den Kurbelwinkel reduzierten Terme in Gleichung (6.3), diese deutlich umfangreicher sind verglichen mit der Drehimpulsgleichung des Mittelwertmodells.

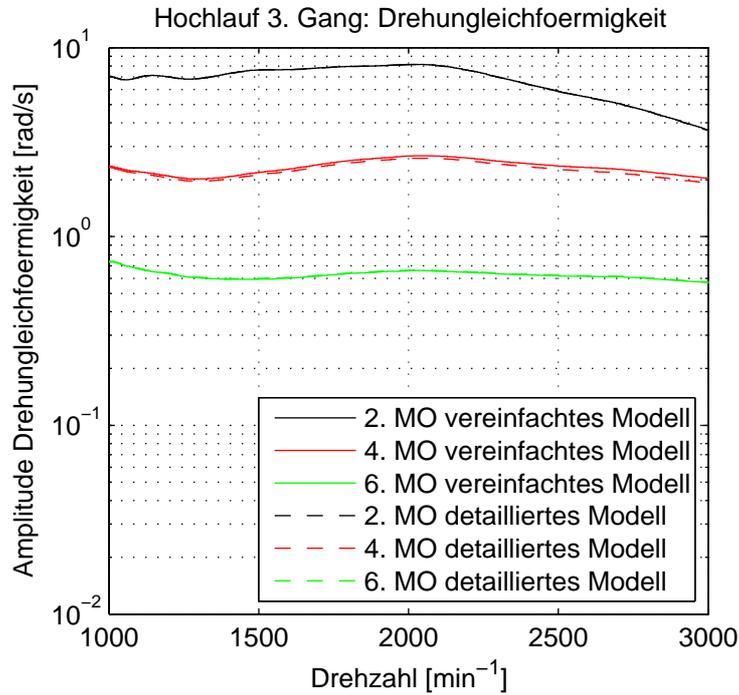


Abbildung 6.2: Vergleich der Berechnungsergebnisse des Gesamtmodells im Frequenzbereich für die motorseitige Drehungleichförmigkeit (MO = Motorordnung)

Modell	Anzahl der Freiheitsgrade
Vereinfachter Ansatz zyklusaufgelöst	1
Mittelwertmodell	1

Tabelle 6.1: Anzahl der Freiheitsgrade für verschiedene Motormodelle

Der Vergleich der Berechnungsergebnisse im Zeit- und Frequenzbereich zwischen vereinfachtem und ursprünglichem Modell zeigt eine sehr gute Übereinstimmung. Die Ergebnisse im Frequenzbereich für die 2., 4. und 6. Motorordnung ergeben nur geringfügige Abweichungen im Amplitudenverlauf der 4. Motorordnung. Hier weist das vereinfachte Motormodell geringfügig höhere Amplituden als das Basismodell auf. Die Unterschiede sind auf die Modellvereinfachungen im Bereich des Pleuels (Zwei-Punkt-Massenaufteilung bei vereinfachtem Modell gegenüber der Definition mit Schwerpunkt und Trägheitstensor beim detaillierten Modell) zurückzuführen.

6.5.2 Untersuchung verschiedener Modellansätze im Bereich Kardanwelle

Über unterschiedlich detaillierte Modellansätze im Bereich der Kardanwelle können Rückschlüsse auf die Modelldiskretisierung und Parametrierung zur Abbildung höherfrequenter Drehschwingungen ($> 20Hz$) abgeleitet werden. Über elastische Körper werden im Vergleich zu einer Torsionsschwingerkette zusätzlich auch Biegeschwingungen der Kardanwelle mit betrachtet. Damit können Biegeschwingungen der Kardanwelle, welche mit Starrkörpermoden des Hinterachsgetriebes gekoppelt sind und bereits bei einer Frequenz von knapp über 100 Hz auftreten, berücksichtigt werden. Dadurch wird jedoch die Modellkomplexität erhöht, sodass das Echtzeitverhalten genau zu analysieren ist.

Vom mechanischen Aufbau her ist die zweiteilige Kardanwelle über 2 Hardyscheiben (Gummimetalle) angebunden. Die beiden Wellen sind in der Mitte mit einem Gleichlaufverschiebegelenk verbunden und gegenüber der Karosserie mit einem Elastomerlager aufgehängt. Am hinteren Teil der Welle ist zudem noch ein Drehschwingungstilger direkt an der Hardyscheibe montiert. Die in dieser Arbeit betrachteten Modelle der Kardanwelle stellen im Falle der Torsionsschwingerkette eine verzweigte Schwingerkette (Anbindung Tilger) bzw. eine Torsionsschwingerkette kombiniert mit elastischen Körpern für die beiden Wellenstücke dar. Die einzelnen Massen der Schwingerkette stellen die vordere Hardyscheibe, den vorderen Teil der Kardanwelle, das Gleichlaufmittengelenk, den hinteren Teil der Kardanwelle und die hintere Hardyscheibe mit Tilger (Verzweigung) dar. Im Falle des elastischen Modells bestehen der vordere und hintere Teil der Kardanwelle aus kondensierten FE-Körpern.

Torsionsschwingerkette (1D)

Die zugrunde liegenden Gleichungen für die Torsionsschwingerkette ergeben sich nach [51] zu

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} J_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & J_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & J_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & J_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_2 \\ \ddot{\phi}_3 \\ \vdots \\ \ddot{\phi}_{n-1} \\ \ddot{\phi}_n \end{pmatrix} + \\
 & + \begin{pmatrix} c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & c_{n-2} + c_{n-1} & -c_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -c_{n-1} & c_{n-1} + c_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \vdots \\ \phi_{n-1} \\ \phi_n \end{pmatrix} + \\
 & + \begin{pmatrix} d_0 + d_1 & -d_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -d_1 & d_1 + d_2 & -d_2 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -d_2 & d_2 + d_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & d_{n-2} + d_{n-1} & -d_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -d_{n-1} & d_{n-1} + d_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \\ \dot{\phi}_3 \\ \vdots \\ \dot{\phi}_{n-1} \\ \dot{\phi}_n \end{pmatrix} = \\
 & = \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ \vdots \\ M_{n-1} \\ M_n \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{6.8}$$

Für die Bestimmung der Massenträgheitsmomente, Steifigkeiten und Dämpfungen wurde nach Dresig bzw. Laschet [51, 135] vorgegangen. Für die beiden Hardy-scheiben und das Gleichlaufmittelgelenk waren nur begrenzt Daten vorhanden, so dass die Steifigkeit auf Basis der Gesamtfahrzeugmessungen angeglichen wurde.

Bei der Parameterermittlung blieben aufgrund kleiner Durchmesser- bzw. Geometrieänderungen der beiden Kardanwellenteilwellen folgende Effekte unberücksichtigt:

- Verringerung der Steifigkeit bei Wellenabsätzen aufgrund des stetigen Kraftflusses
- Kegelförmige Wellenabschnitte wurden über zylindrische Wellenteilabschnitte diskretisiert (geringfügige Versteifung und Erhöhung der Masse).

Kondensierte elastische Kardanwelle (3D)

Für die kondensierte elastische Kardanwelle wurde eine statische und dynamische Reduktion (Grundlagen siehe Kapitel 3 „Grundlagen zur Berechnung und Optimierung von Schwingungen in Antriebssystemen“) angewendet. Für eine hohe Recheneffizienz ist es notwendig die Anzahl der dynamischen Freiheitsgrade stark zu reduzieren und nur die für die Anwendung notwendige Anzahl von Moden in der Kondensierung zu berücksichtigen. Eine Auswahl der Moden mittels modaler Beteiligungsfaktoren (engl. modal participation factors) wie sie in [222] beschrieben ist, wurde wegen der in diesem Frequenzbereich breitbandigen Anregung der Gaskräfte und Schwingungen nicht angewendet. Die Anzahl der dynamischen Moden wurde auf die ersten 4 Moden je Teilwelle (Kardanwelle vorne und hinten) begrenzt. Die in Abbildung 6.3 dargestellten Eigenmoden betreffen nur die Teilwellen. Eine Eigenmodeanalyse des detaillierten Offline-Modells, welches im nachfolgenden Kapitel 7 noch genau erläutert wird, bestätigt, dass die 1. Torsionseigenmoden der Kardanwelle im Gesamtverband bereits bei ca. 70 Hz auftreten (Abbildung 6.4).

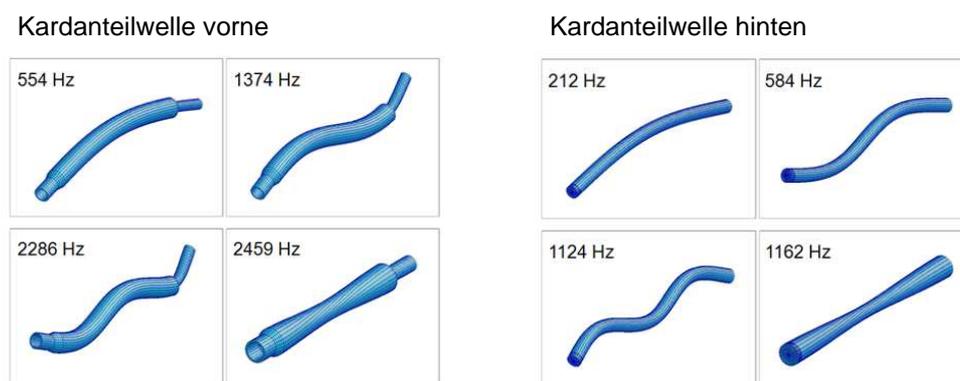
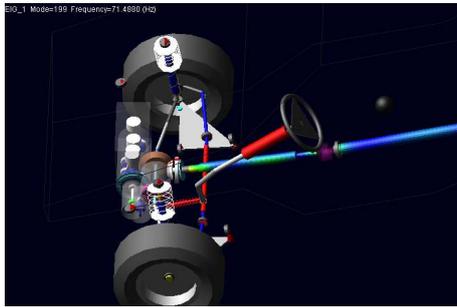


Abbildung 6.3: Berücksichtigte Eigenmoden für die beiden Kardanwellenteilstücke bei der modalen Kondensierung: 3 Biegemoden und 1 Torsionsmode

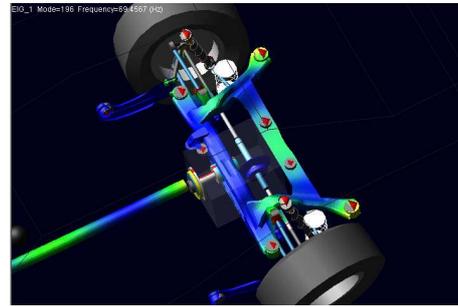
Die Einbeziehung von noch mehr Moden verbessert den Messungs- und Rechnungsvergleich beim Echtzeit-Modell nicht mehr wesentlich. Es verschlechtert sich damit aber die Rechenzeit erheblich. Entscheidend für die Ergebnisqualität ist die Berücksichtigung der 1. Torsionsmode, welche für die beiden Teilwellen jeweils der Frequenz nach geordnet an 4. Stelle liegt (Starrkörpermoden ausgenommen).

Der Messungs- und Rechnungsvergleich der verschiedenen Modellansätze zeigt, dass mit einer geringen Anzahl von Torsionsschwinger Massen für die Kardanwelle (je Teilwelle 2 Massenschwinger) die Drehungleichförmigkeit an den Messstellen im Modell nur unzureichend abgebildet werden kann. Durch die geringe Diskretisierung ist vor allem das Schwingungsverhalten des Tilgers in den Amplituden und Phasen deutlich verschoben. Es genügt bereits eine Erhöhung der Diskretisierung auf 5

6. Echtzeitfähige Antriebsstrangmodelle für Schwingungsuntersuchungen



Torsionseigenmode Kardanwelle vorne
bei 71,5 Hz



Torsionseigenmode Kardanwelle hinten
bei 69,5 Hz (gekoppelt mit Starrkörper-
moden (Drehschwingungen Hinterachs-
getriebe und Hilfsrahmen))

Abbildung 6.4: Torsionseigenmoden Kardanwelle des detaillierten Offline-Modells

Massenträgheiten um eine vergleichbare Ergebnisqualität zum Detailmodell zu erreichen. Außerdem zeigt sich, dass bereits mit der geringen Anzahl von selektierten Eigenmoden (ersten 4 Eigenmoden) ebenfalls zum Detailmodell eine hervorragende Ergebnisqualität erreicht wird, wie in Abbildung 6.5 und 6.6 dargestellt ist.

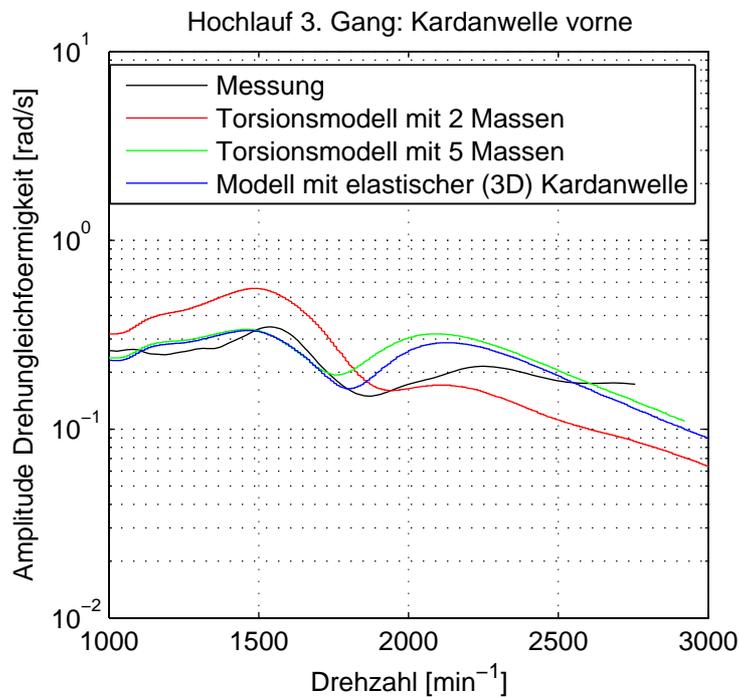


Abbildung 6.5: Vergleich verschiedener Modellansätze im Bereich Kardanwelle: Ergebnis Kardanwelle vorne

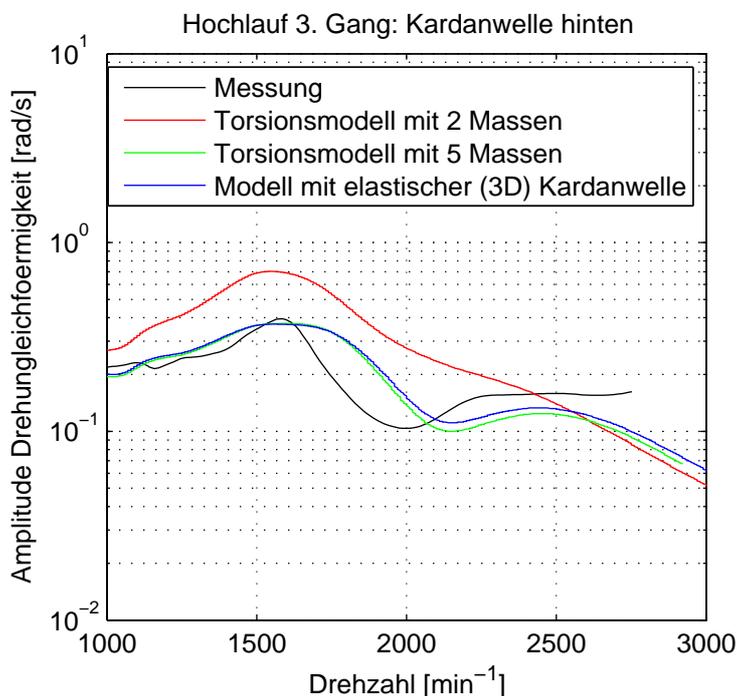


Abbildung 6.6: Vergleich verschiedener Modellansätze im Bereich Kardanwelle: Ergebnis Kardanwelle hinten

6.6 Überprüfung des Modells auf die Abbildbarkeit der realen physikalischen Phänomene

Für den in diesem Kapitel noch später gezeigten systematischen Abgleich zwischen Messung und Rechnung mittels nichtlinearer Optimierung ist sicherzustellen, dass das zugrunde liegende Modell die interessierenden physikalischen Phänomene korrekt abbilden kann. Nachfolgend soll anhand des Reifenmodells gezeigt werden, welche Unterschiede in der Ergebnisqualität bei den Drehschwingungen für verschieden detaillierte Modellansätze erreicht werden können und wie sich diese auch auf die anderen Messstellen auswirken. Im Unterkapitel 6.8 werden dann die Einflüsse der Modellgüte auf die Parameteridentifikation untersucht und dargestellt.

6.6.1 Echtzeitfähige Reifenmodelle zur Untersuchung von Schwingungen

Bei vielen Echtzeit-Simulationen werden einfache Reifenmodelle verwendet, in welchen das longitudinale und laterale Verhalten des Reifens häufig über Schlupf-

kennlinien abgebildet wird. Pacejka [167] verwendet zur einfachen Beschreibung der Schlupfkennlinien die Pacejka Magic Formula und bezeichnet das Modell als ein „steady state“ Reifenmodell. Rill und Hirschberg greifen in [106] beim TMeasy Reifenmodell auf einen semiphysikalischen Ansatz zurück. Komplexe physikalische Reifenmodelle wie z. B. FTire [74] sind für Echtzeit-Anwendungen aufgrund der hohen Anzahl von Parametern und Freiheitsgraden und der damit verbunden benötigten Rechenkapazität nicht einsetzbar.

Beim „Single Contact Point Transient Tire Model“ [167] wird die Pacejka Magic Formula um eine longitudinale und laterale Feder zwischen Felge und Kontaktpunkt erweitert (Abbildung 6.7). Nachfolgend werden die zugrunde liegenden Zusammenhänge in Longitudinalrichtung angeführt. In Lateralrichtung gilt prinzipiell die gleiche Vorgehensweise und Systematik.

Das Verhältnis der Gleitgeschwindigkeitskomponenten im Kontaktpunkt in Längs- und Querrichtung definiert den Radschlupf. Die relative Bewegung des Rades gegenüber dem Untergrund verursacht Reaktionskräfte und Momente im Radmittelpunkt.

Schlupfgeschwindigkeiten des Rades im Punkt S welcher mit der Felge verbunden ist

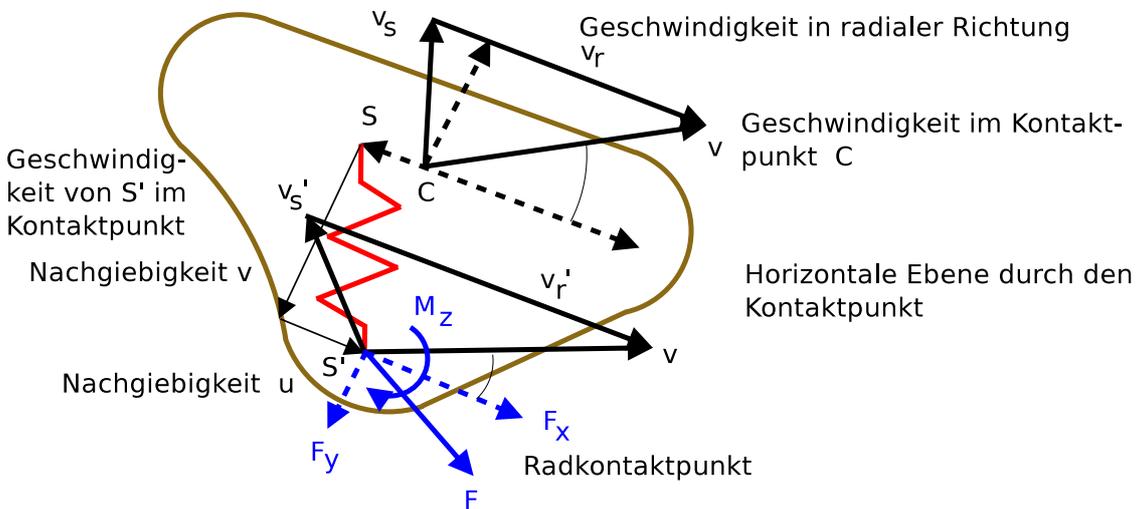


Abbildung 6.7: Modellansatz für das „single contact point transient tire model“ [167]

Die unterschiedlichen Geschwindigkeiten der beiden Punkte S und S' (Schlupfgeschwindigkeit in Längsrichtung V_{sx} und V'_{sx}) verursachen ein Auslenken der Feder. Die beiden Punkte befinden sich in einer Ebene durch die Reifenachse normal zur Fahrbahn. Die Ableitungen nach der Zeit für die longitudinale Nachgiebigkeit u ergibt sich damit zu

$$\frac{du}{dt} = -(V_{sx} - V'_{sx}). \quad (6.9)$$

Die Relaxationslänge σ_κ beschreibt das Verhältnis von der Reifensteifigkeit C_{Fx} und Schlupfsteifigkeit $C_{F\kappa}$ in Längsrichtung:

$$\sigma_\kappa = \frac{C_{F\kappa}}{C_{Fx}}. \quad (6.10)$$

Über die Gleichung (6.9) kann die Differentialgleichung für die Kraft und die laterale Nachgiebigkeit u aufgestellt werden

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{\sigma_\kappa} |V_x| u = |V_x| \kappa = -V_{sx}, \quad (6.11)$$

wobei κ den Schlupf im Kontaktpunkt darstellt. Die lineare Schlupf-Bedingung ergibt sich aus dem Verhältnis von Nachgiebigkeit zu Relaxationslänge zu

$$\kappa' = \frac{u}{\sigma_\kappa}. \quad (6.12)$$

Für die Kraft in Längsrichtung F_x erhält man

$$F_x = C_{F\kappa} \kappa'. \quad (6.13)$$

Für die Relaxationslänge σ_κ wird nachfolgender Ansatz aus [167] verwendet. In den Ansatz gehen die Reifenparameter p_{Tx1} , p_{Tx2} , p_{Tx3} , $\lambda_{\sigma\kappa}$ und λ_{Fz0} sowie der undeformierte Reifenradius R_0 und die nominale Last in Hochrichtung F_{z0} ein:

$$\sigma_\kappa = F_z \cdot (p_{Tx1} + p_{Tx2} \cdot df_z) * e^{p_{Tx3} * df_z} \cdot \frac{R_0}{F_{z0}} \cdot \lambda_{\sigma\kappa}, \quad (6.14)$$

$$df_z = F_z \cdot \frac{1 - \lambda_{Fz0}}{\lambda_{Fz0}}. \quad (6.15)$$

Das Reifenmodell berücksichtigt die Reifendynamik erster Ordnung (System 1. Ordnung). Die Ermittlung der Reifenparameter erfolgte einerseits anhand der gemessenen Schlupfkennlinien und aufgrund von Erfahrungswerten für einzelne Parameter auf Basis von Dimension und Verhalten ähnlichen vorhandenen Reifenmodellen. (Vergleiche dazu Kapitel 5.5 „Experimentelle Untersuchungen“).

Der Messungs- und Rechnungsvergleich des Antriebsstrangmodells mit dem um das „Single Contact Point Transient Tire Model“ erweiterten Reifenmodells führt zu einer deutlich besseren Abbildung der Drehschwingungsamplituden an den Rädern (Abbildung 6.8 und 6.9). Die Messung zeigt die Amplitudenüberhöhung am Rad vorne bei 1400 min^{-1} und am Rad hinten bei 1500 min^{-1} . Im Vergleich dazu zeigt die Rechnung bei gleichem Amplitudenniveau die Überhöhungen identisch

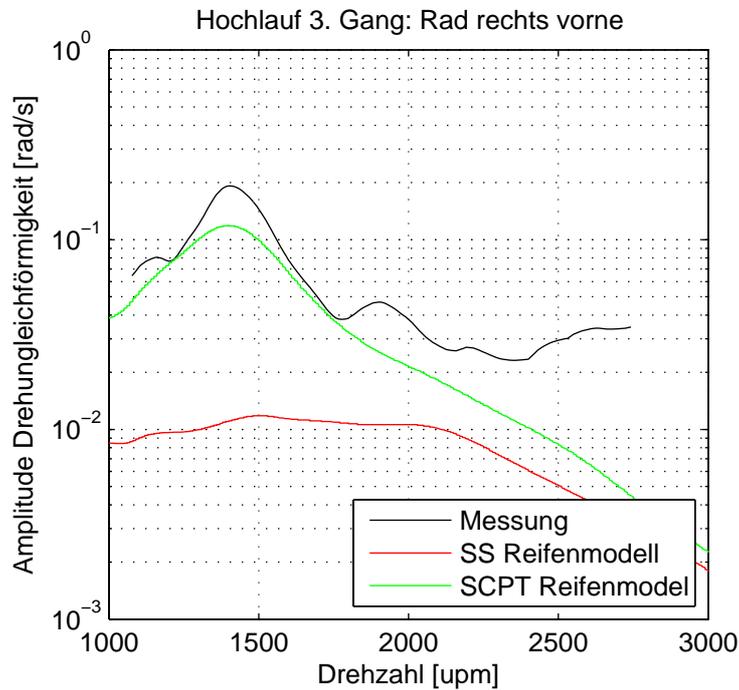


Abbildung 6.8: Vergleich der Drehungleichförmigkeit Rad vorne mit einem Steady State (SS) Reifenmodell (Pacejka Magic Formula) und einem Single Contact Point transient Reifenmodell (SCPT)

zur Messung bei 1400 min^{-1} und min^{-1} für das Rad vorne und hinten. Für Drehzahlen $n > 2000 \text{ min}^{-1}$ treten Schwingungsamplituden kleiner der Messgrenze (ca. 0.05 [rad/s]) auf. Diese können mit der verwendeten Messtechnik nicht mehr aufgelöst werden (Vergleiche dazu auch Kapitel 5.2 „Experimentelle Untersuchungen“).

Mit dem Single Contact Point transient tire model können die Drehschwingungen an den Rädern sowohl an der Vorderachse als auch an der Hinterachse deutlich besser abgebildet werden. Erst durch die zusätzliche Steifigkeit für die longitudinale Nachgiebigkeit des Reifens zwischen Felge und Latsch können die Schwingungsamplituden sowohl in der Frequenzlage als auch im Amplitudenlevel korrekt berechnet werden.

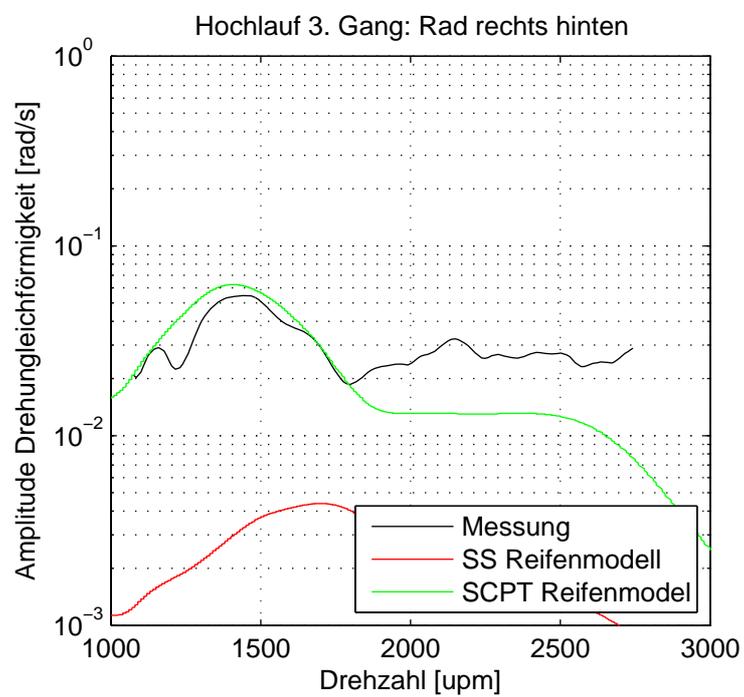


Abbildung 6.9: Vergleich der Drehungleichförmigkeit Rad hinten mit einem Steady State (SS) Reifenmodell (Pacejka Magic Formula) und einem Single Contact Point transient Reifenmodell (SCPT)

6.7 Systematischer Messungs- und Rechnungsabgleich mittels nichtlinearer Optimierung

Dieses Unterkapitel beschreibt die Anwendung von nichtlinearer Optimierung zur Parameteridentifikation von Teilmodellen (z.B. Elastomerlager) und den systematischen Abgleich zwischen Messung und Rechnung für die Gesamtantriebsstrangmodelle. Die theoretischen Grundlagen des hier eingesetzten Optimierungsverfahren wurden bereits im Kapitel 3.4 „Grundlagen zur Berechnung und Optimierung von Schwingungen in Antriebssystemen“ erläutert. In diesem Teilkapitel werden ausgehend von der mathematischen Beschreibung der Problemstellung die konkrete Umsetzung und die Ergebnisse der Parameteridentifikation dargestellt.

6.7.1 Mathematische Formulierung der Problemstellung

Ein manueller Ansatz mit schrittweiser Analyse des Einflusses eines jedes Parameters ist sehr zeitaufwendig und führt vielfach nicht zum gewünschten Ergebnis aufgrund von Nichtlinearitäten und des oftmals begrenzten Zeitaufwandes. Außerdem kann das Zusammenwirken verschiedener Parameter ohne geeignete mathematische Ansätze vor allem bei größeren Parameterzahlen händisch (vom Ingenieur durchgeführt) nur mehr schwer überblickt werden. Nichtlineare Optimierung bietet eine effiziente Methode, um mit Unsicherheiten behaftete Modellparameter basierend auf Messungen zu identifizieren.

Für den Optimierungsprozess ist es sehr wichtig, dass das zu Grunde liegende Simulationsmodell das aus den Messungen erwartete Schwingungsverhalten abbilden kann.

Das Ziel ist, ausgewählte Parameter des Simulationsmodells so zu variieren und schließlich zu identifizieren, dass die Abweichung im Vergleich zur Messung ein Minimum wird. Für die Definition der Zielfunktion (Qualitätsfunktion) wird ein mathematischer Ansatz benötigt, um den Unterschied zwischen den Amplitudenverläufen zwischen Messung und Rechnung zu berechnen.

Bei der Abstimmung des Gesamtmodells werden die Messdaten im Zeitbereich gemessen (Hochlaufmessungen auf der Rolle) und mittels diskreter Fourier Analyse im Frequenzbereich ausgewertet. Aus den so erhaltenen Campbell Diagrammen wird die dominierende 2. Motorordnung ermittelt und die verschiedenen Amplitudenkurven der einzelnen Messstellen dargestellt. Die Amplitudenkurven sind als diskrete x,y-Datenpunkte als Funktion der Frequenz/Drehzahl gegeben.

Ebenso können auch die Simulationsergebnisse welche im Zeitbereich vorliegen

über FFT Analyse in den Frequenzbereich gebracht werden und ebenfalls die dominierenden 2. Motorordnungen ermittelt werden. Für den Abgleich sollten die Messstellen in der Simulation den Messpunkten im Experiment entsprechen. Außerdem ist es notwendig, dass die Parameter der FFT Analyse für Rechnung und Simulation gleich sind. Die Messkurve einer Messstelle i liegt über diskrete Messpunktepaare $J_{Mi}(x, y)$ vor

$$J_{Mi} = \begin{pmatrix} x_{Mi1} & y_{Mi1} \\ x_{Mi2} & y_{Mi2} \\ x_{Mi3} & y_{Mi3} \\ \vdots & \vdots \\ x_{Mik} & y_{Mik} \end{pmatrix}. \quad (6.16)$$

Für den Abgleich liegen t verschiedene Messreihen $J_{M1}, J_{M2}, J_{M3}, \dots, J_{Mt}$ vor. Jede Messreihe i entspricht einer Messstelle. Liegen für eine Messreihe mehrere Messläufe (Wiederholungsmessungen) vor, so können die verschiedenen Messreihen entsprechend gemittelt werden und eine mittlere Messreihe für die jeweilige Messstelle i berechnet werden.

In der Simulation werden ebenfalls die äquivalent definierten Messstellen ausgewertet und es liegen wie schon bei den Messkurven t verschiedene Berechnungskurven $J_{R1}, J_{R2}, J_{R3}, \dots, J_{Rt}$ vor. Wie schon bei der Messung liegen auch in der Simulation die Ergebniskurven einer Messstelle i als diskrete Berechnungspunktepaare $J_{Ri}(x, y)$ vor

$$J_{Ri} = \begin{pmatrix} x_{Ri1} & y_{Ri1} \\ x_{Ri2} & y_{Ri2} \\ x_{Ri3} & y_{Ri3} \\ \vdots & \vdots \\ x_{Ris} & y_{Ris} \end{pmatrix}. \quad (6.17)$$

Im Allgemeinen entsprechen die x-Stützstellen x_{Ri} der Rechnung und die x-Werte x_{Mi} der Messung einander nicht:

$$x_{Ri} \neq x_{Mi}. \quad (6.18)$$

Es müssen daher die Werte aus der Berechnung auf die x-Werte der Messung interpoliert/extrapoliert werden. Für die Interpolation kann je nach Anwendung z. B. eine lineare, quadratische, kubische, spline Interpolation angewendet werden. Damit liegen die Berechnungs- und Messergebnisse mit für alle Messreihen mit gleichen x-Werten vor. Die mit einem Balken geschriebenen Größen \bar{x}_{Ri} und \bar{y}_{Ri} entsprechen den interpolierten Werten:

$$J_{Ri} = \begin{pmatrix} x_{Ri1} = \bar{x}_{Mi1} & \bar{y}_{Ri1} \\ x_{Ri2} = \bar{x}_{Mi2} & \bar{y}_{Ri2} \\ x_{Ri3} = \bar{x}_{Mi3} & \bar{y}_{Ri3} \\ \vdots & \vdots \\ x_{Ris} = \bar{x}_{Mis} & \bar{y}_{Ris} \end{pmatrix}. \quad (6.19)$$

Da die einzelnen Messkurven an den unterschiedlichen Messstellen ein unterschiedlichen Wertebereich aufweisen, werden die Messkurven vorteilhaft auf den Wertebereich zwischen $[0, 1]$ skaliert. Die Berechnungskurven werden ebenfalls mit den gleichen Skalierungsfaktor wie die dazugehörige Messkurven skaliert:

$$\tilde{J}_{Mi}(y_{Min} - \min y_{Mi}) / (\max y_{Mi} - \min y_{Mi}) \quad (6.20)$$

und

$$\tilde{J}_{Ri}(\bar{y}_{Rin} - \min \bar{y}_{Ri}) / (\max \bar{y}_{Ri} - \min \bar{y}_{Ri}), \quad (6.21)$$

wobei $\min y_{Mi}$ und $\max y_{Mi}$ der kleinste und größte y -Wert der jeweiligen Messstelle und äquivalent für den Index „R“ der interpolierten Rechenreihe darstellen. y_{Min} bzw. \bar{y}_{Rin} stellen einen y -Wert der Messung oder der Rechnung dar.

Das Zielfunktional J , welches ein Maß für die Abweichung zwischen Messung und Rechnung ist, wird anhand der Fehlerquadrate zwischen der normierten Messung und der interpolierten-normierten Rechnung ermittelt. Für die jeweilige Messkurve i liegen alle normierten y -Werte \tilde{J}_{Min} im Intervall $[0, 1]$. Die y -Werte der entsprechenden normierten Berechnungskurve \tilde{J}_{Ri} können auch Werte größer 1 oder kleiner 0 annehmen. Dies hängt nur von der Abweichung ab. Um die verschieden langen Messreihen gleichwertig zu berücksichtigen wird die aufsummierte Abweichung je Mess- und Rechenreihe noch durch die Anzahl der Wertepaare dividiert:

$$J = \sum_{i=1}^t \frac{1}{s} \sum_{n=1}^s (\tilde{J}_{Ri} - \tilde{J}_{Mi})^2. \quad (6.22)$$

Die Qualitätsfunktion J gibt somit die quadratische, auf $[0, 1]$ normierte Fehlerabweichung zwischen Messung und Rechnung wieder und kann für die Identifikation der Parameter in der Optimierungsroutine herangezogen werden.

6.8 Systematischer Abgleich von Messung und Rechnung am Gesamtmodell

Die Umsetzung der Optimierungsroutine und Qualitätsfunktion erfolgt in der Software Matlab [114]. Hier werden über entsprechende Toolboxen die eingangs beschriebenen Optimierungsverfahren bereits zur Verfügung gestellt. Prinzipiell könnte

die Software in jeder geeigneten Skript- oder Programmiersprache für technische Systeme umgesetzt werden.

Die Ermittlung der Qualitätsfunktion für eine bestimmte Parameterkonfiguration wird in einer Funktion ausgeführt. Die Matlab Optimierungsroutine ruft daher in jeden Iterationsschritt diese Funktion zur Bestimmung der Abweichung zwischen Messung und Rechnung auf.

In der Qualitätsfunktion wird das für die Simulation benötigte Inputfile (Dymola) manipuliert und die von der Optimierungsroutine übergebenen Parameter verändert. Im Anschluss wird im Batch-Mode direkt aus Matlab die Berechnung mit dem manipuliertem Inputfile gestartet. Ist die Berechnung im Zeitbereich abgeschlossen, so wird das Ergebnisfile eingelesen und die entsprechenden Messstellen als Zeitdaten extrahiert. Im Anschluss werden die Ergebnisse vom Zeitbereich über eine diskrete FFT im Frequenzbereich ausgewertet und die dominierende 2. Motorordnung für jede Messstelle ermittelt. Nach dem Einlesen der Messergebnisse, welche schon als Schnitte der 2. Motorordnung vorliegen, können die Berechnungsergebnisse auf die Stützstellen der Messung interpoliert werden. Anschließend werden die Ergebnisse auf den Wertebereich der Messung normiert und die Summe der quadratischen normierten Fehlerabweichung bestimmt. Der damit erhaltene Wert entspricht der Abweichung und wird an die Optimierungsroutine zurückgegeben.

Nachfolgende Tabelle 6.2 gibt einen Überblick über die Optimierungsparameter und eine kurze Beschreibung wie die Startwerte definiert wurden. Für den Großteil wurden empirische Werte aus der Literatur oder von ähnlichen Modellen verwendet. Vor dem Start der eigentlichen Optimierung wurde noch eine manuelle Anpassung der Parameter, auf Basis der bereits durchgeführten Varianten und Einflussstudien vorgenommen. Für einige der Parameter waren CAD Daten vorhanden und so konnten vor allem die Steifigkeiten gut definiert werden. Die Seiten- und Getriebe-Wellen sind über Getriebestufen und Gelenke verbunden wo komplexe geometrische Zusammenhänge mit Ölkontakt vorhanden sind. Dadurch ist die Bestimmung der Steifigkeit und vor allem der Dämpfung mit großen Unsicherheiten verbunden. In der Literatur [135, 51] sind grobe Anhaltswerte für derartige Teilsysteme zu finden (siehe dazu auch Tabelle 6.3).

Mit der Optimierungsroutine wird über den gesamten Drehzahlbereich eine gute Übereinstimmung erreicht (siehe Abbildungen 6.15 bis 6.20). Qualitativ ergibt sich eine Verbesserung der normierten Abweichung von -73.5% (siehe Tabelle 6.8). Die Optimierungsroutine wählt die Dämpfungen verglichen zu Literaturangaben eher hoch. Laschet bzw. Dresig gibt in [135, 51] für Wellen im Vergleich deutlich niedrigere Dämpfungswerte an. Eine Sensitivitätsstudie der Dämpfungswerte zeigt, dass eine Verringerung der Dämpfungswerte um den Faktor 10 nach wie vor zu einer sehr guten Übereinstimmung des Vergleiches Messung und Rechnung führt (normierte

6. Echtzeitfähige Antriebsstrangmodelle für Schwingungsuntersuchungen

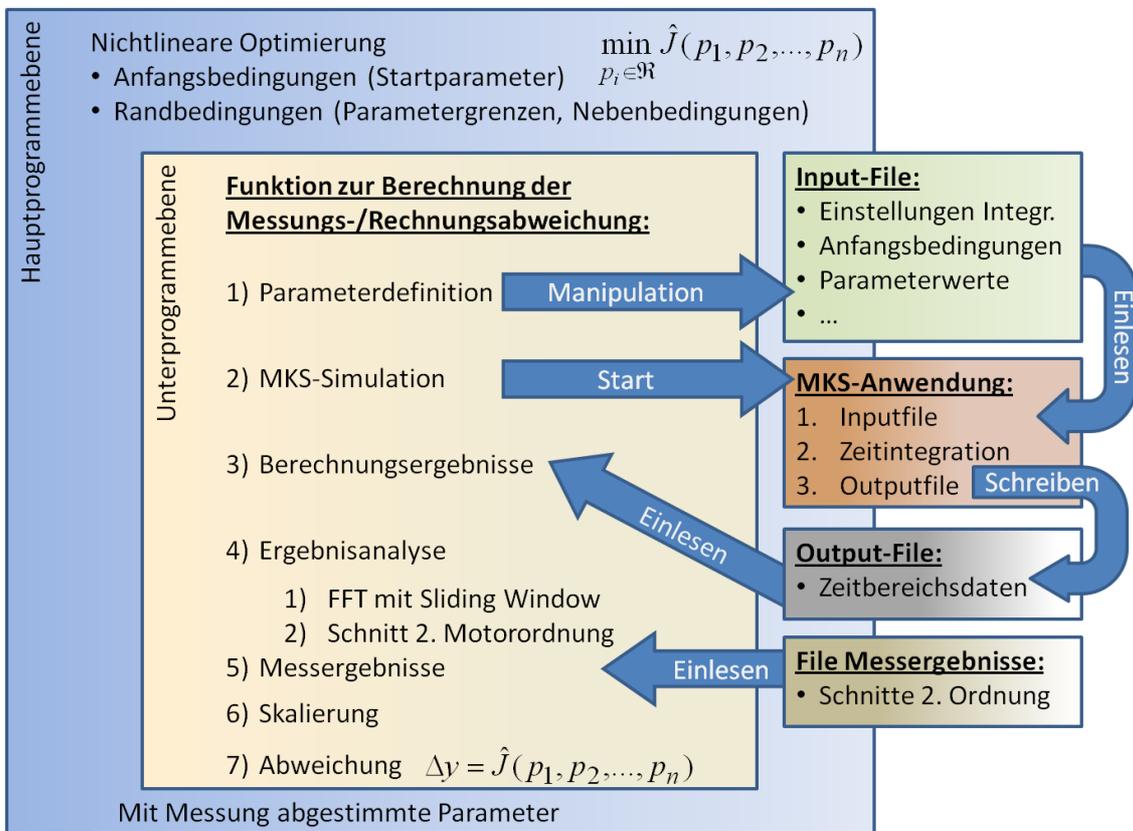


Abbildung 6.10: Schematische Darstellung Funktionsweise Optimierungsroutine in Matlab [81]

Abweichung -61.2% in Tabelle 6.8).

6. Echtzeitfähige Antriebsstrangmodelle für Schwingungsuntersuchungen

Nr.	Parameter	Abschätzung Startwert
1	Primäre Steifigkeit Getriebe	über CAD Daten
2	Primäre Dämpfung Getriebe	grob über Literatur
3	Sekundäre Steifigkeit Getriebe	über CAD Daten
4	Sekundäre Dämpfung Getriebe	grob über Literatur
5	Steifigkeit Hardyscheibe vorne	grob über Literatur
6	Dämpfung Hardyscheibe vorne	grob über Literatur
7	Steifigkeit Gleichlaufverschiebegelenk Kardanwelle	über CAD Daten
8	Dämpfung Gleichlaufverschiebegelenk Kardanwelle	grob über Literatur
9	Steifigkeit Hardyscheibe hinten	grob
10	Dämpfung Hardyscheibe hinten	grob
11	Steifigkeit Seitenwellen vorne	über CAD Daten
12	Dämpfung Seitenwellen vorne	grob über Literatur
13	Steifigkeit Seitenwellen hinten	über CAD Daten
14	Dämpfung Seitenwellen hinten	grob über Literatur

Tabelle 6.2: Ermittlung der Parameterwerte

Nr.	Parameter	Startwert	Abgeglichener Wert
1	Primäre Steifigkeit Getriebe c_{G1}	10313 [Nm/rad]	7210 [Nm/rad]
2	Primäre Dämpfung Getriebe d_{G1}	1.6 [Nms/rad]	1.36 [Nms/rad]
3	Sekundäre Steifigkeit Getriebe c_{G2}	14323 [Nm/rad]	12165 [Nm/rad]
4	Sekundäre Dämpfung Getriebe d_{G2}	2.29 [Nms/rad]	2.65 [Nms/rad]
5	Steifigkeit Hardyscheibe vorne c_{Hf}	3839 [Nm/rad]	6066 [Nm/rad]
6	Dämpfung Hardyscheibe vorne d_{Hf}	0.29 [Nms/rad]	8.82 [Nms/rad]
7	Steifigkeit Gleichlaufverschiebegelenk Kardanwelle c_{MG}	37242 [Nm/rad]	14256 [Nm/rad]
8	Dämpfung Gleichlaufverschiebegelenk Kardanwelle d_{MG}	0.06 [Nms/rad]	0.77 [Nms/rad]
9	Steifigkeit Hardyscheibe hinten c_{Hr}	3839 [Nm/rad]	5728 [Nm/rad]
10	Dämpfung Hardyscheibe hinten d_{Hr}	0.29 [Nms/rad]	10.6 [Nms/rad]
11	Steifigkeiten Seitenwellen vorne c_{GWv}	10600 [Nm/rad]	14221 [Nm/rad]
12	Dämpfung Seitenwellen vorne d_{GWv}	0.06 [Nms/rad]	0.77 [Nms/rad]
13	Steifigkeit Seitenwellen hinten c_{GWh}	8021 [Nm/rad]	12766 [Nm/rad]
14	Dämpfung Seitenwellen hinten d_{GWh}	0.06 [Nms/rad]	0.32 [Nms/rad]

Tabelle 6.3: Ergebnis der Parameteridentifikation mittels nichtlinearer Optimierung

6. Echtzeitfähige Antriebsstrangmodelle für Schwingungsuntersuchungen

Normierte Abweichung Optimierungsstart	0.9721
Normierte Abweichung Optimierungsende	0.2581 (-73.5%)
Normierte Abweichung Optimierungsende mit korrigierter Dämpfung (0.1)	0.3770 (-61.2%)

Tabelle 6.4: Bewertung der Modellverbesserung über die normierte Fehlerabweichung

6.9 Untersuchungen zur Parametersensitivität

Die Jakobi-Matrix, die den Zusammenhang zwischen den Funktionswerten f und den Parametern p darstellt, wird über numerische Differentiation des Zielfunktional nach den einzelnen Parametern ermittelt. In einem bestimmten Optimierungspunkt beschreibt sie mit ihren Einträgen die Parametersensitivität der einzelnen Optimierungsparameter und kann zur Analyse des nichtlinearen Modellverhaltens und zur detaillierten Untersuchung der Parameteroptimierung herangezogen werden.

Nachfolgend sind die Einträge der Jakobi-Matrix in jedem Iterationsschritt n dargestellt. Mit der Vorwärts-Differenzenformel wird der Gradient von f in jedem Iterationsschritt der Optimierungsroutine bestimmt. Dazu sind $n \times m$ Funktionsaufrufe notwendig, mit m der Anzahl der Parameter:

$$\frac{\partial f(\mathbf{p})}{\partial p_i} \approx \frac{f(\mathbf{p}, p_i + \epsilon p_i) - f(\mathbf{p})}{\epsilon}. \quad (6.23)$$

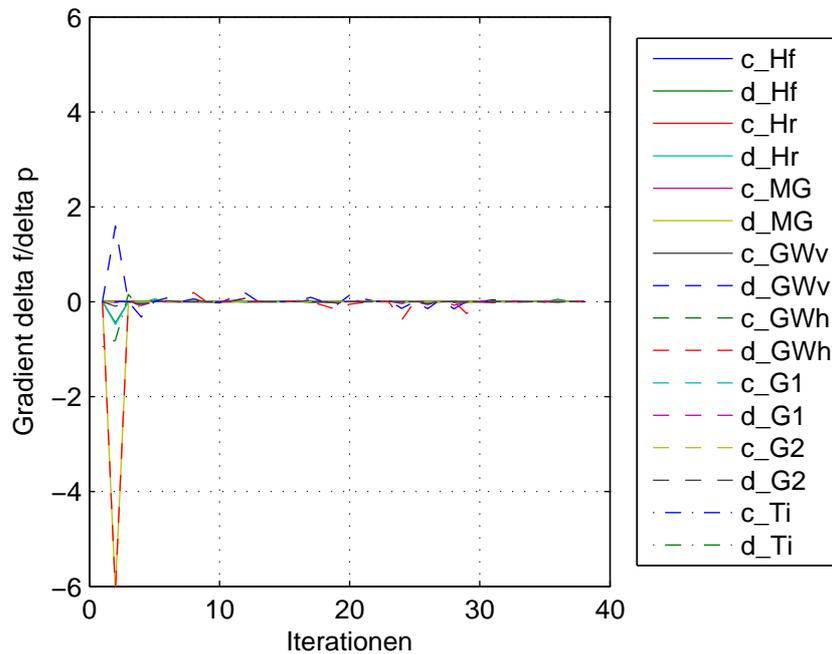


Abbildung 6.11: Darstellung der Parametersensitivitäten in Abhängigkeit der einzelnen Iterationsschritte bei der Optimierung

Abbildung 6.11 zeigt, dass in den ersten Iterationsschritten, die größten Gradienten einzelner Parameter vorliegen. Diese treten bei den Parametern Dämpfung des Mittelgelenks d_MG , Dämpfung der Seitenwellen hinten d_GWh und Dämpfung

der Seitenwellen vorne d_GWv auf. Mit dem Fortschreiten der Optimierung werden die Gradienten deutlich geringer (Abbildung 6.12). Es zeigt sich jedoch, dass bestimmte Parameter in einzelnen Iterationsschritten bis zum Optimierungsende immer wieder „größere“ Gradienten aufweisen.

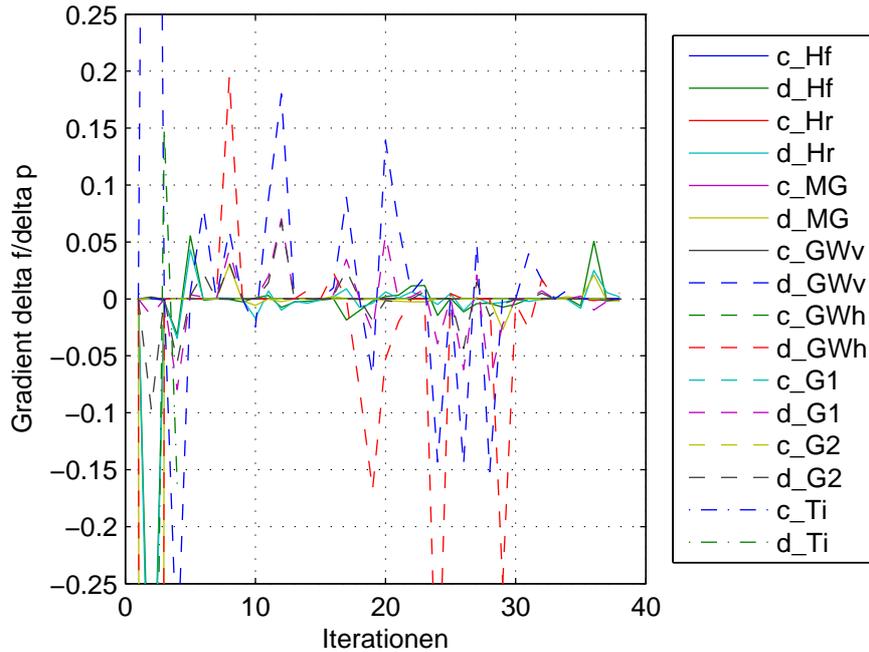


Abbildung 6.12: Detaildarstellung der Parametersensivitäten in Abhängigkeit der einzelnen Iterationsschritte bei der Optimierung zur Analyse der Iterationsschritte > 10

Vergleicht man in diesem Zusammenhang die Ergebnisse auch noch mit den normierten Verläufen der Parameter (Abbildung 6.13), dann ist erkennbar, dass in diesen Parameterrichtungen keine großen Optimierungsschritte mehr gemacht werden. Der Optimierer berechnet hier nur mehr sehr geringe Abstieglängen mit einer nur mehr geringen Verbesserungen des Zielfunktional (Abbildung 6.14).

Aus diesen Zusammenhängen lässt sich schließen, dass das definierte Zielfunktional für die untersuchten Parameter ein stark nichtlineares Modellverhalten aufweist. Es kann bereits mit wenigen Parameterschritten eine deutliche Verbesserung des Zielfunktional erreicht werden, aber aufgrund des im gesamten Parameterraum vorhandenen nichtlinearem Verhaltens des Zielfunktional, birgt dies jedoch die Gefahr nach nur wenigen Iterationen in einem nicht zufriedenstellendem lokalem Minimum hängen zu bleiben. Die Optimalitätsbedingungen der Optimierungsroutine dürfen daher nicht zu „großzügig“ gesetzt werden (siehe Tabelle 6.9).

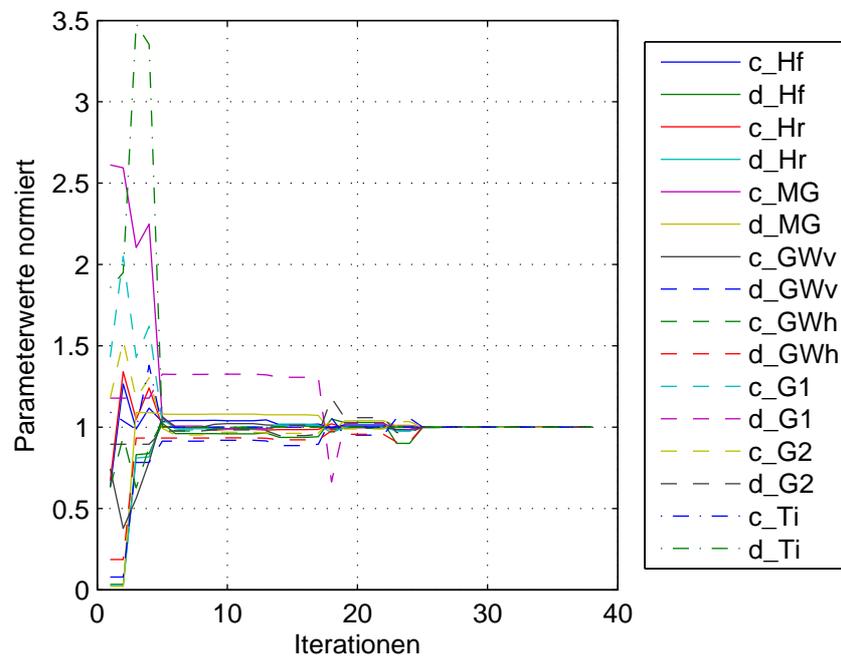


Abbildung 6.13: Darstellung der normierten Parameterwerte (auf Endwert 1 normiert) in Abhängigkeit der einzelnen Iterationsschritte bei der Optimierung

Maximale Anzahl von Iterationen	400
Maximale Anzahl von Funktionsaufrufen	$100 \times$ Anzahl der Variablen
Toleranz Änderung Suchrichtung	$1.0e-6$
Toleranz Änderung Funktionswert	$1.0e-6$

Tabelle 6.5: Verwendete Optimierungsparameter

Bei der Optimierung wurden ca. 600 Funktionsaufrufe durchgeführt. Die gesamte Optimierung hat ca. 20 Stunden in Anspruch genommen.

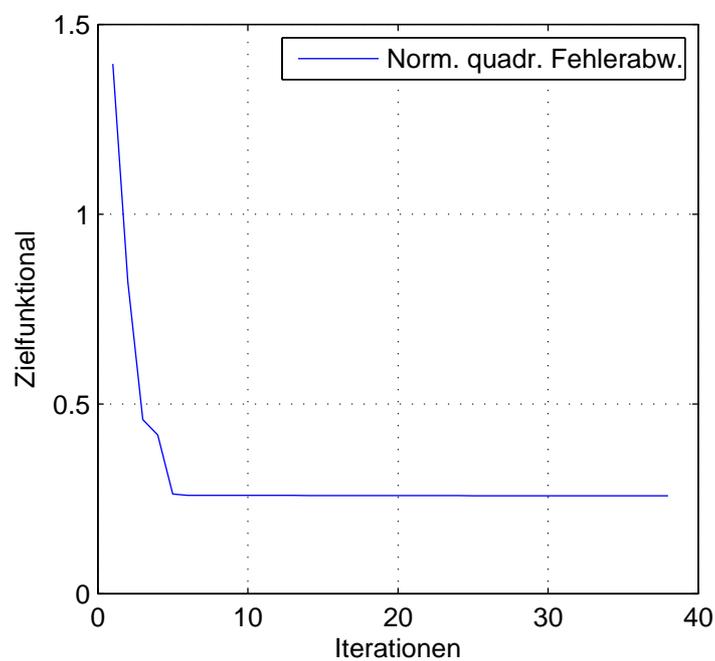


Abbildung 6.14: Darstellung der normierten quadratischen Fehlerabweichung (Wert des Zielfunktional) in Abhängigkeit der einzelnen Iterationsschritte bei der Optimierung

6.10 Ergebnisse Echtzeit-Modelle

Ein detaillierter Überblick mit Diskussion der Ergebnisse der erreichten Modellverbesserungen mittels nichtlinearer Optimierung wird nachfolgend gegeben.

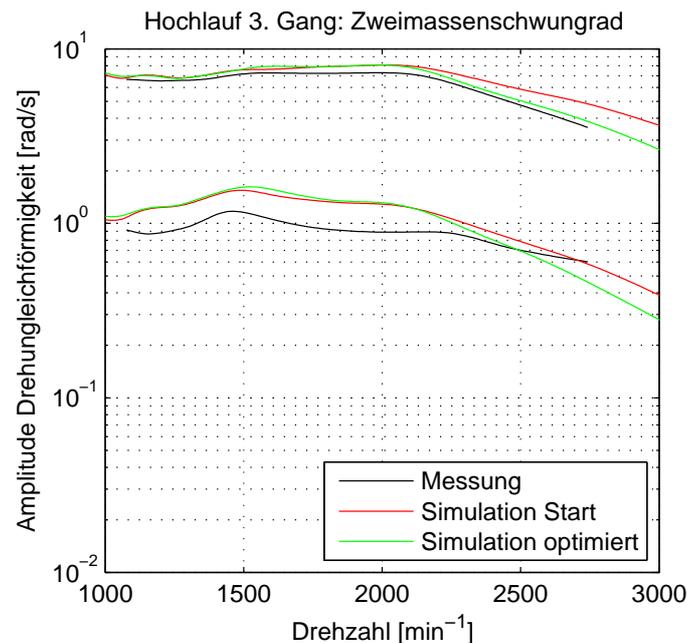


Abbildung 6.15: Vergleich der Abweichung zwischen Messung und Rechnung vor und nach Optimierung: ZMS

Die Drehungleichförmigkeiten am Zweimassenschwungrad werden durch die Optimierung kaum beeinflusst. Die Steifigkeits- und Dämpfungsparameter des Zweimassenschwungrades waren keine Parameter für die Optimierung, da die Übereinstimmung zur Messung in Charakteristik und Amplitudenhöhe bereits gut abgebildet ist. Im Zuge der Parameteridentifikation ist im unteren Drehzahlbereich bis ca. 2000 min^{-1} kein Einfluss zwischen der Ergebnisse vor und nach der Optimierung erkennbar. Erst für höhere Drehzahlen zeigt sich eine geringfügige Reduktion der Schwingamplituden, welche zu einer leichten Verbesserung des Messungs- und Rechnungsabgleiches führt.

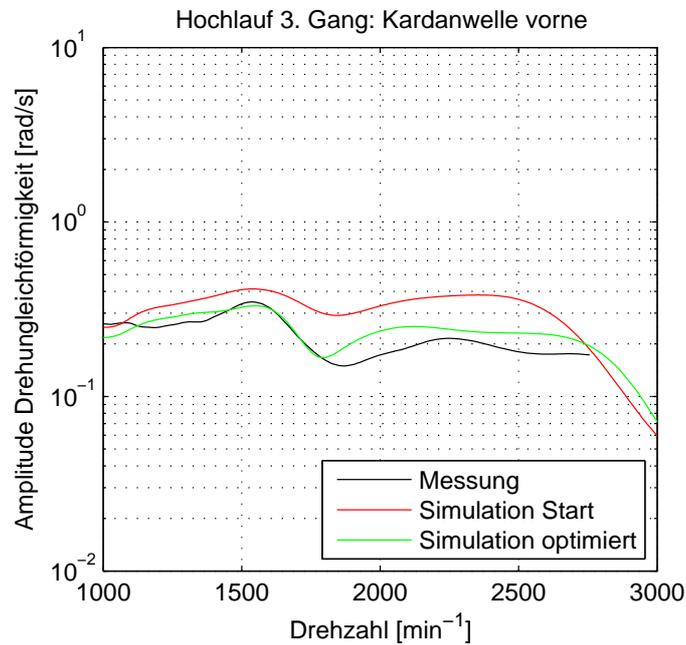


Abbildung 6.16: Vergleich der Abweichung zwischen Messung und Rechnung vor und nach Optimierung: Kardanwelle vorne

Für die Messstellen im Bereich der Kardanwelle (Kardanwelle vorne, Kardanwelle hinten und Kardanwelle Tilger) zeigt die Parameteridentifikation eine deutliche Verbesserung im Vergleich zum Ausgangsmodell. Die Amplitudenverläufe Kardanwelle vorne und hinten werden im Verlauf mit dem Maximum bei ca. 1550 min^{-1} und den anschließenden Abfall auf ein niedrigeres Amplitudenniveau deutlich besser abgebildet. Die deutlichste Verbesserung wird für Drehzahlen $> 1800 \text{ min}^{-1}$ für die Messstelle Kardanwelle hinten erreicht. Die Parameter des Tilgers wurden im Rahmen der Parameteridentifikation nicht abgeglichen und es zeigen sich hier, wie schon bei den Schwingungen am Zweimassenschwungrad, geringfügige Beeinflussungen durch die geänderten Schwingungsamplituden der Kardanwelle hinten.

Die Berechnungsergebnisse für das Rad vorne und hinten führen durch die nicht-lineare Optimierung zu einer geringfügigen Anhebung und Verbesserung der Amplitudenverläufe im Bereich der maximalen Amplituden bei 1400 min^{-1} . Verbesserungen des Reifenmodells wurden bereits im Zuge der Untersuchungen über die beiden Reifenmodelle (Single Contact Point Transient Tire Model und Steady State Tire Model) erarbeitet.

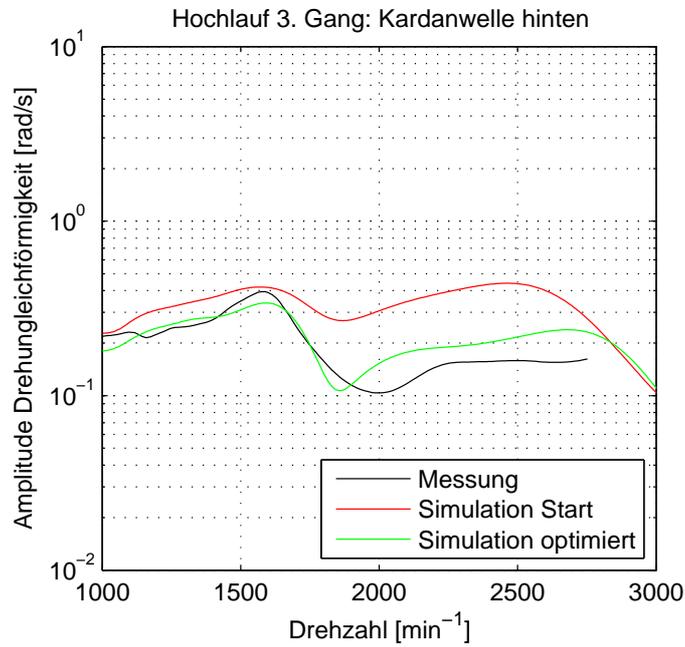


Abbildung 6.17: Vergleich der Abweichung zwischen Messung und Rechnung vor und nach Optimierung: Kardanwelle hinten

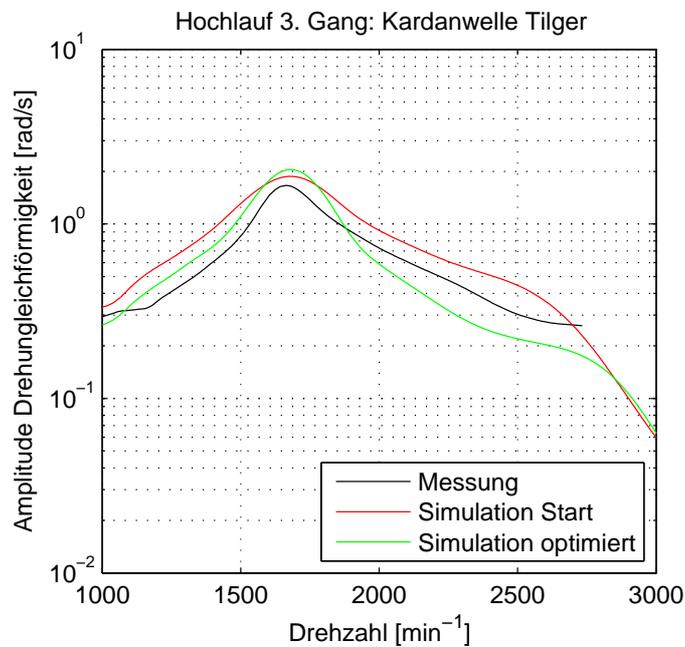


Abbildung 6.18: Vergleich der Abweichung zwischen Messung und Rechnung vor und nach Optimierung: Kardanwelle Tilger

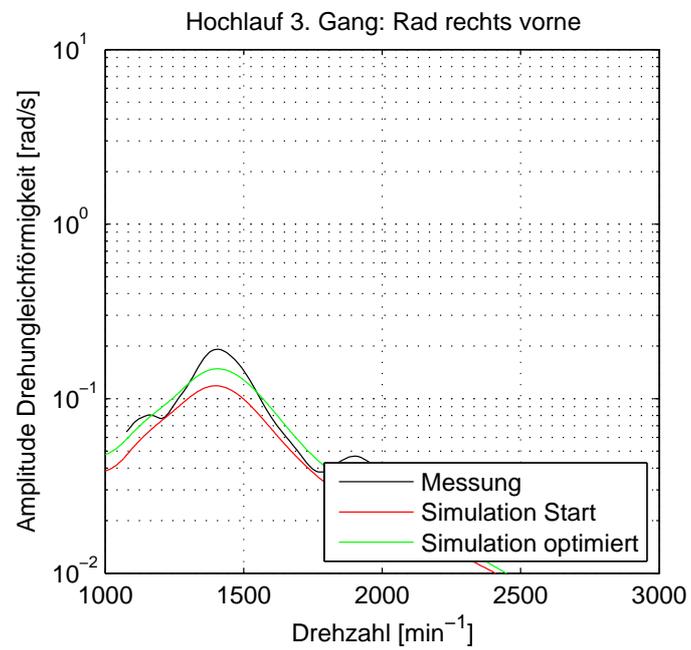


Abbildung 6.19: Vergleich der Abweichung zwischen Messung und Rechnung vor und nach Optimierung: Rad vorne

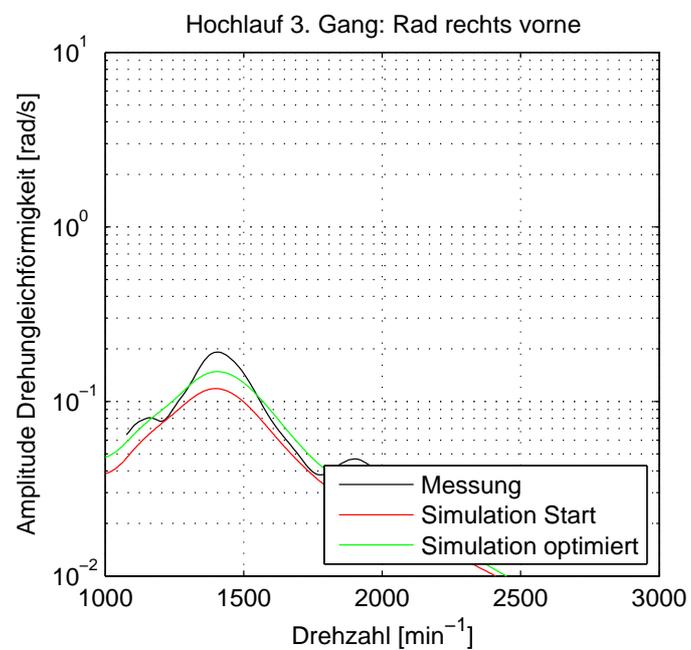


Abbildung 6.20: Vergleich der Abweichung zwischen Messung und Rechnung vor und nach Optimierung: Rad hinten

Prozessor	AMD Opteron, 2.6 GHz 64 kB L1 data cache, 64 kB L1 instruction cache 1 MB L2 cache
Speicher	256 MB DDR-400 SDRAM (Applikation) 128 MB SDR SDRAM (Globaler Speicher für Austausch mit Host) 2 MB on board flash Speicher für die Bootsoftware Flash Speicher für Applikation Compact Flash
Timer	3 general-purpose timer Synchronous time base unit (STBU) für Mehrprozessorsysteme
Interrupt controller	bis zu 20 Interrupt Quellen
Serielle Schnittstellen	RS232 Schnittstelle mit Standard UART (max. Transferrate 112.5 Kbaud)
Schnittstellen zu I/O Boards	PHS++ bus interface 32-bit I/O Bus für modulare Konfiguration Spitzenferrate 20 MB/s, für neuere Schnittstellenkarten 30 MB/s bis zu 64 PHS bus interrupts
Host	für PX10 und PX20 Systeme

Tabelle 6.6: Spezifikation dSpace Echtzeitsystem mit 1006 Prozessor Karte

6.11 Test der Echtzeit-Modelle auf einer Hardware in the Loop Plattform

Um die Antriebsstrangmodelle für Echtzeit-Anwendungen hinsichtlich der Rechenperformance näher zu untersuchen, wurden die Modelle auf einer Echtzeitplattform getestet. Die Tests wurden auf einem dSpace System mit DS1006 Processor Board durchgeführt (Tabelle 6.6).

Aktuell können nur die Torsionsmodelle für die Echtzeitplattform kompiliert und auf dem dSpace Target simuliert werden. Die Bibliothek für elastische (3D) Körper ist nach wie vor im beta release Status und kann derzeit nur auf Windows Systemen simuliert werden (Kompilierung nur für Windows vorhanden). Um einen Anhaltswert für die benötigte Rechenkapazität zu geben wurden die Berechnungszeiten mit Berechnungen auf einem Offline-Standard-PC abgeschätzt. Mit dem Torsionsmodell wird derzeit auf der dSpace Echtzeitplattform eine um den Faktor 10-mal schnellere als Echtzeit Rechenperformance erreicht. Auf Basis von Erfahrungswerten für die benötigte Rechenkapazität für die noch nicht enthaltenen Schnittstellenprozesse (bei typischen HiL-Anwendungen im Bereich Antriebsstrang) kann mit großer Sicherheit

6. Echtzeitfähige Antriebsstrangmodelle für Schwingungsuntersuchungen

Antriebsstrangmodell	Rechenschrittweite	Echtzeitfaktor
Basis Torsionsmodell	1.0 ms	0.1
Modell mit elastischer (3D) Kardanwelle	0.2 ms	1.0*

* Abschätzung über Offline-Simulation

Tabelle 6.7: Vergleich der Echtzeitfähigkeit des Antriebsstrangmodells (Basis Torsionsmodell) und des Modells mit elastischer (3D) Kardanwelle

Antriebsstrangmodell	Verbesserung CPU Zeit in %
Torsionsmodell mit verbessertem Motormodell	-42
Modell mit elastischer (3D) Kardanwelle und verbessertem Motormodell	-18*

* Abschätzung über Offline-Simulation

Tabelle 6.8: Vergleich der Verbesserung der Echtzeitfähigkeit des Basis Antriebsstrangmodells (Torsionsschwingerkette) und des Modells mit flexibler Kardanwelle mit verbessertem Motormodell

davon ausgegangen werden, dass das Torsionsmodell echtzeitfähig ist (Tabelle 6.7). Das Modell mit elastischen (3D) Körpern wurde hinsichtlich der Echtzeitfähigkeit basierend auf den Verhältnis der Rechenzeiten zwischen HiL Plattform und Standard PC verglichen.

Die Echtzeitfähigkeit wird daher für das Modell mit elastischen (3D) Körpern auf einer Echtzeitplattform derzeit nicht gegeben sein (Abschätzung aufgrund von Erfahrungswerten). Als Integrationsverfahren wurde bei beiden Modellen ein Runge Kutta Integrator 4. Ordnung mit konst. Schrittweite eingesetzt. Das Modell mit elastischer (3D) Kardanwelle benötigt eine doppelt so große Sampling Rate von 5000 kHz (konst. Rechenschrittweite = 0.2 ms).

Die Verbesserungen des Motormodells wirken sich auf die beiden Modelle unterschiedlich aus. Das Modell mit elastischer (3D) Kardanwelle hat gegenüber dem Torsionsmodell eine um den Faktor von ca. 4 höhere Rechenzeit, welche auf die zusätzlichen Freiheitsgrade aufgrund der kondensierten Körper und die verkleinerte Rechenschrittweite zurückzuführen sind (Tabelle 6.8).

Das Torsionsmodell mit 5 Massen je Kardanteilwelle zeigt, dass die kürzeste Berechnungsdauer nur mit einem impliziten Integrationsverfahren erreicht wird (Impliziter Euler Integrator, Sampling Rate 1 kHz). Mit dem Runge Kutta Verfahren 4. Ordnung ist die konst. Schrittweite weiter zu reduzieren um eine stabile Simulation zu erreichen. Diese Verkleinerung der Rechenschrittweite wirkt sich nachteilig auf die Rechenperformance aus.

Antriebsstrangmodell	Verbesserung CPU Zeit in %
Torsionsmodell mit verbessertem Motormodell, Reifenmodell und angepasster Rechenschrittweite	-15
Modell mit elastischer (3D) Kardanwelle und verbessertem Motormodell, Reifenmodell und angepasster Rechenschrittweite	-30*

* Abschätzung über Offline-Simulation

Tabelle 6.9: Vergleich der Verbesserung der Echtzeitfähigkeit des Basis Antriebsstrangmodells (Basis Torsionsmodell) und des Modells mit elastischer (3D) Kardanwelle mit verbessertem Motormodell, Reifenmodell und angepasster Rechenschrittweite

Die Erweiterung des Reifenmodells zeigt nicht nur eine deutliche Verbesserung der Ergebnisqualität sondern es ergibt sich auch ein Rechenzeitvorteil, der vor allem beim Modell mit der elastischen (3D) Kardanwelle zum Tragen kommt (Tabelle 6.9). Durch die Modellverbesserungen kann die Stabilität des Differentialgleichungssystems verbessert werden und bei einer größeren Rechenschrittweite simuliert werden (Rechenschrittweite 0.34 ms, Sampling Rate = 3 kHz).

In Zusammenarbeit mit der Firma Dynasim wurde die Modal Body Bibliothek zur Einbindung der kondensierten elastischen Körpern verbessert. In der Grundversion beruht sie auf externem C-Code. In der verbesserten Variante wird die SID Struktur (Datenfile mit speziellem Format, in welchem die kondensierten Matrizen gespeichert sind) als Modelica-Record manuell gespeichert. Diese Vorgehensweise hat den Nachteil, dass sie für große Modelle ungeeignet ist (zu großer Record) und dass die Animation nicht möglich ist. Im Gegenzug ergibt sich ein weiterer Rechenzeitvorteil von ca. 32 %, so dass in Summe bezogen auf das Ausgangsmodell eine Verbesserung von 61% erreicht wird. Schätzt man auf Basis des Torsionsmodells welches auf dem dSpace System getestet wurde mit dem offline berechneten Modell mit elastischer (3D) Kardanwelle ab, so kann der Faktor Simulationszeit zu Rechenzeit auf unter 0.4 reduziert werden (Tabelle 6.10). Auf Basis von Erfahrungswerten für die Schnittstellenprozesse bleibt aufgrund der Rechenzeit und erforderlichen Schrittweite ein Einsatz für HiL System jedoch grenzwertig.

6.12 Grenzen von Echtzeit-Modellen

Es konnte über die Berechnungszeiten bei Offline-Simulationen abgeschätzt werden, dass die Einbindung elastischer (3D) Körper in der Simulationsumgebung Dy-

Antriebsstrangmodell	Rechen- schrittweite	Echtzeit- faktor
Basis Torsionsmodell	1.0 ms	0.1
Verbessertes Modell mit elastischer (3D) Kardanwelle	0.34 ms	0.4*

* Abschätzung über Offline-Simulation

Tabelle 6.10: Vergleich der Verbesserung der Echtzeitfähigkeit des Basis Antriebsstrangmodells (Basis Torsionsmodell) und des Modells mit elastischer (3D) Kardanwelle mit verbessertem Motormodell, Reifenmodell, angepasster Rechenschrittweite und SID Struktur für Modal Body Bibliothek

Offline-Standard-PC:
hp xw4550 Workstation
Dual Core AMD Opteron; Taktfrequenz 3.00 GHz
2 GB RAM DDR-2 667 MHz
1MB L2 Cache/Core, FSB 1GHz
Dymola 7.1 auf Windows XP

Tabelle 6.11: Hardware- und Softwarespezifikationen des verwendeten Rechners für die Offline-Simulationen

mola in Zukunft möglich sein sollte. Auf entsprechend leistungsstarken Echtzeitplattformen könnten derartige Modelle berechnet werden. Es bedarf noch einer Weiterentwicklung der verwendeten Software (Dymola), sodass derartige Modelle auch für gängige Echtzeitplattformen kompiliert werden können.

Zunehmend an Grenzen stößt die Simulation jedoch mit der Berücksichtigung von weiteren Effekten und damit einhergehenden zusätzlichen Freiheitsgraden. Bei der Betrachtung von gekoppelten Dreh- und Biegeschwingungen der flexiblen Kardanwelle und von Schwingungen des Hinterachsgetriebes und des Hilfsrahmens Hinterachse erhöht sich die Rechenzeit nochmals deutlich. In diesem Zusammenhang wurde in 2 Detaillierungsstufen die Ergebnisqualität und die zusätzlich benötigte Rechenzeit untersucht. Dafür wurde ein Modell aufgebaut, in welchem nur das Hinterachsgetriebe elastisch gelagert ist (Detaillierungsstufe 1, Abbildung 6.21). Das Hinterachsgetriebe selbst ist als Starrkörper mit 6 Freiheitsgraden modelliert. An drei Positionen ist das Hinterachsgetriebe über 3 Lagerelemente gegenüber der starren Karosserie aufgehängt. Die Lagerelemente berücksichtigen die nichtlinearen Steifigkeitsverläufe in allen 3 Achsrichtungen über Kraft-Weg-Gesetze.

In der Detaillierungsstufe 2 ist das Hinterachsgetriebe im Hilfsrahmen gelagert, welcher wiederum zur Karosserie elastisch aufgehängt ist. Der Hilfsrahmen ist wie schon das Hinterachsgetriebe als Starrkörper mit 6 Freiheitsgraden abgebildet und

6. Echtzeitfähige Antriebsstrangmodelle für Schwingungsuntersuchungen

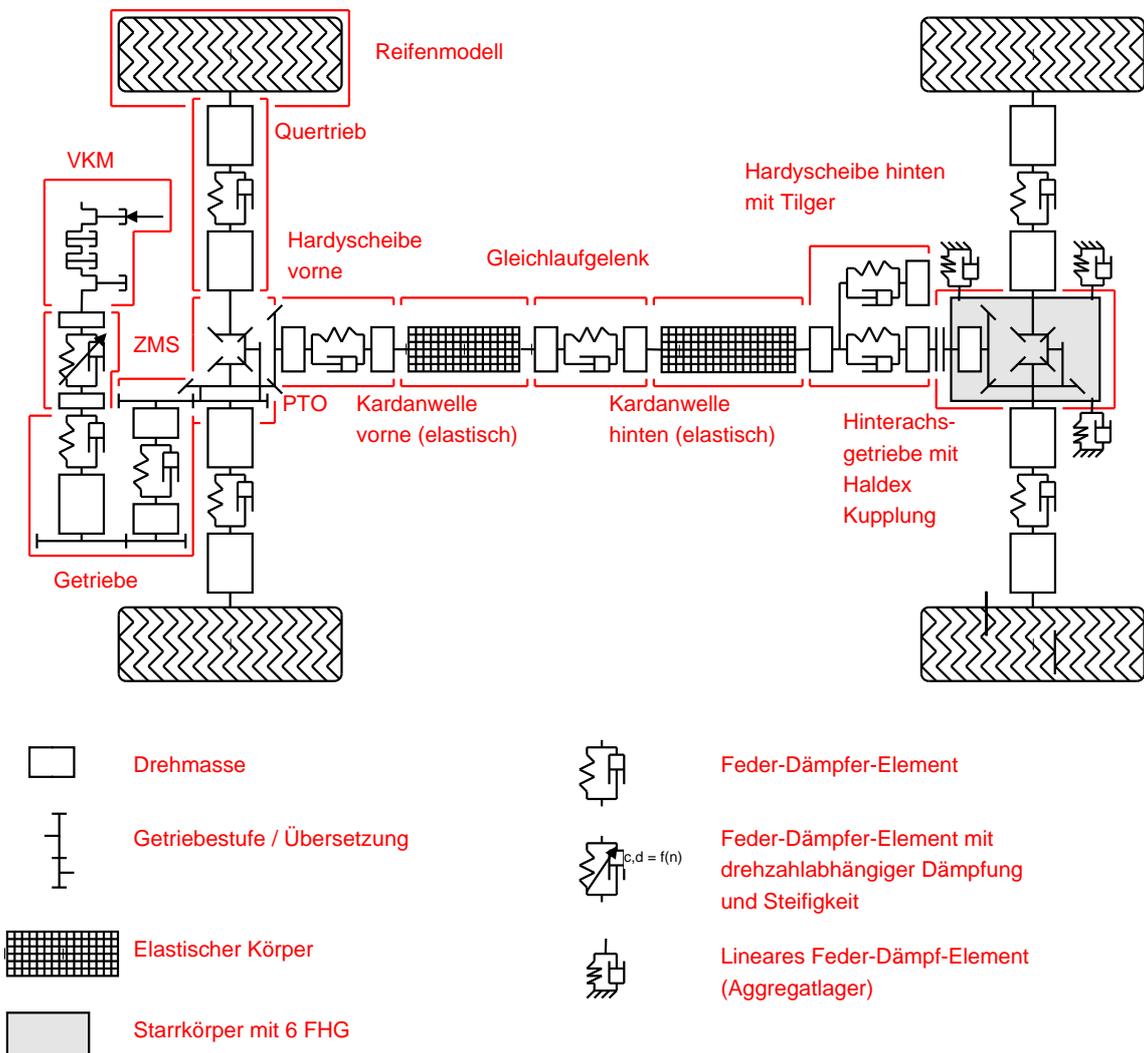


Abbildung 6.21: Erweitertes Antriebsstrangmodell mit elastischen Körpern für die beiden Kardanwellenteilwellen und über 3 Aggregatlager aufgehängtes Hinterachsgetriebe

über 4 Lagerelemente zum Aufbau angebunden (Abbildung 6.22).

Die Analyse der Berechnungsdauer zeigt, dass durch die zusätzliche Einbindung der Lagerelemente und Starrkörper sich die Rechenzeit für beide Detaillierungsstufen jeweils nochmals um ca. 50% erhöht (Tabelle 6.12). Für das Modell mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe und Hilfsrahmen verdoppelt sich damit die Rechenzeit, so dass die Rechenzeit gegenüber dem Basis Torsionsmodell, welches auf der dSpace Echtzeitplattform die Echtzeitfähigkeit erreicht hat, eine um den Faktor 8 höheren Rechenzeit aufweist. Die Echtzeitfähigkeit wird damit derzeit mit großer Wahrscheinlichkeit nicht mehr gegeben sein (Abschätzung wiederum über Offline-

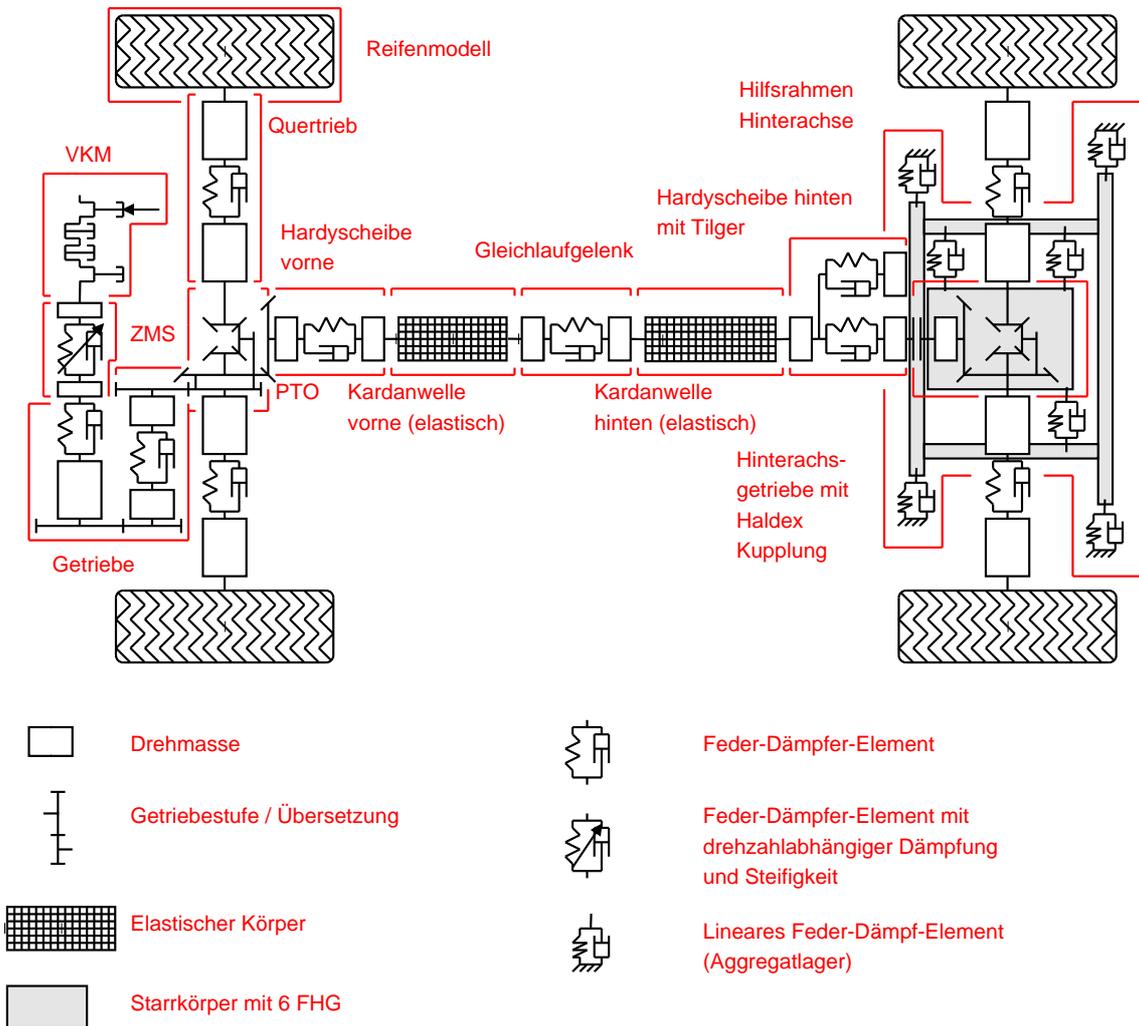


Abbildung 6.22: Erweitertes Antriebsstrangmodell mit elastischen Körpern für die beiden Kardanwellenteilwellen und über 3 Aggregatlager im 4 fach elastisch gelagertem Hilfsrahmen Hinterachse gelagertes Hinterachsgetriebe

Simulation).

Der Messungs- und Rechnungsvergleich der beiden Modellvarianten (Detaillierungsstufe 1 und 2) zeigt deutlich, dass mit zusätzlicher Berücksichtigung der elastisch Aufhängung des Hilfsrahmens die Beschleunigungen an den definierten Messstellen deutlich besser abgebildet werden.

Für die beiden Auswertestellen Hilfsrahmen vorne und hinten (Abbildung 6.23 und 6.24) ergeben sich für einzelne Richtungen über gewisse Drehzahlbereiche zum Teil gute Übereinstimmungen und bei anderen Messstellen und Drehzahlbereichen hingegen wieder eine schlechtere Übereinstimmung. Es ist kein eindeutiger Trend für

6. Echtzeitfähige Antriebsstrangmodelle für Schwingungsuntersuchungen

Antriebsstrangmodell	Rechen- schrittweite	Echtzeit- faktor
Basis Torsionsmodell	1.0 ms	0.1
Verbessertes Modell mit flexibler Kardanwelle	0.34 ms	0.4*
Verbessertes Modell mit flexibler Kardanwelle, elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe	0.34 ms	0.6*
Verbessertes Modell mit flexibler Kardanwelle, elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe und Hilfsrahmen	0.34 ms	0.8*

* Abschätzung über Offline-Simulation

Tabelle 6.12: Vergleich der Echtzeitfähigkeit des Basis Antriebsstrangmodells (Torsionsschwingerkette), des verbesserten Modells mit flexibler Kardanwelle, des verbesserten Modells flexibler Kardanwelle und mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe und des Modells mit flexibler Kardanwelle mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe und Hilfsrahmen

die Abweichungen erkennbar. Vor allem die beiden y-Richtungen (Abbildung 6.23(b) 6.24(b)) stimmen in der Charakteristik und Amplitudenhöhe gut mit der Messung überein.

Der Messungs- und Rechnungsvergleich der Beschleunigungen am Hinterachsgetriebe (Abbildungen 6.25 bis 6.27) zeigt für die beiden Modellvarianten sowohl in der Charakteristik und Amplitudenhöhe zum Teil deutlich unterschiedliche Ergebnisse. Durch die zusätzliche Aufhängung des Hilfsrahmens Hinterachse werden die Charakteristik und Amplitudenhöhe mit signifikant besserer Übereinstimmung wiedergegeben. Wie schon bei den Messstellen Hilfsrahmen ist kein eindeutiger Trend für die Abweichungen erkennbar. Auffallend ist, dass an der Messstelle Hinterachsgetriebe vorne links (Abbildung 6.25) beide Modellvarianten in der Charakteristik die Messung gut wiedergeben. Vom Amplitudenniveau zeigt die Variante mit zusätzlich gelagertem Hilfsrahmen leichte Vorteile. Um das Schwingverhalten Hinterachse, vor allem hinsichtlich des Amplitudenniveaus der Schwingungen des Hinterachsgetriebes, mit guter Qualität vorhersagen zu können, ist es notwendig das gesamte Schwingungssystem inklusive dem Hilfsrahmen in die Simulation einzubinden.

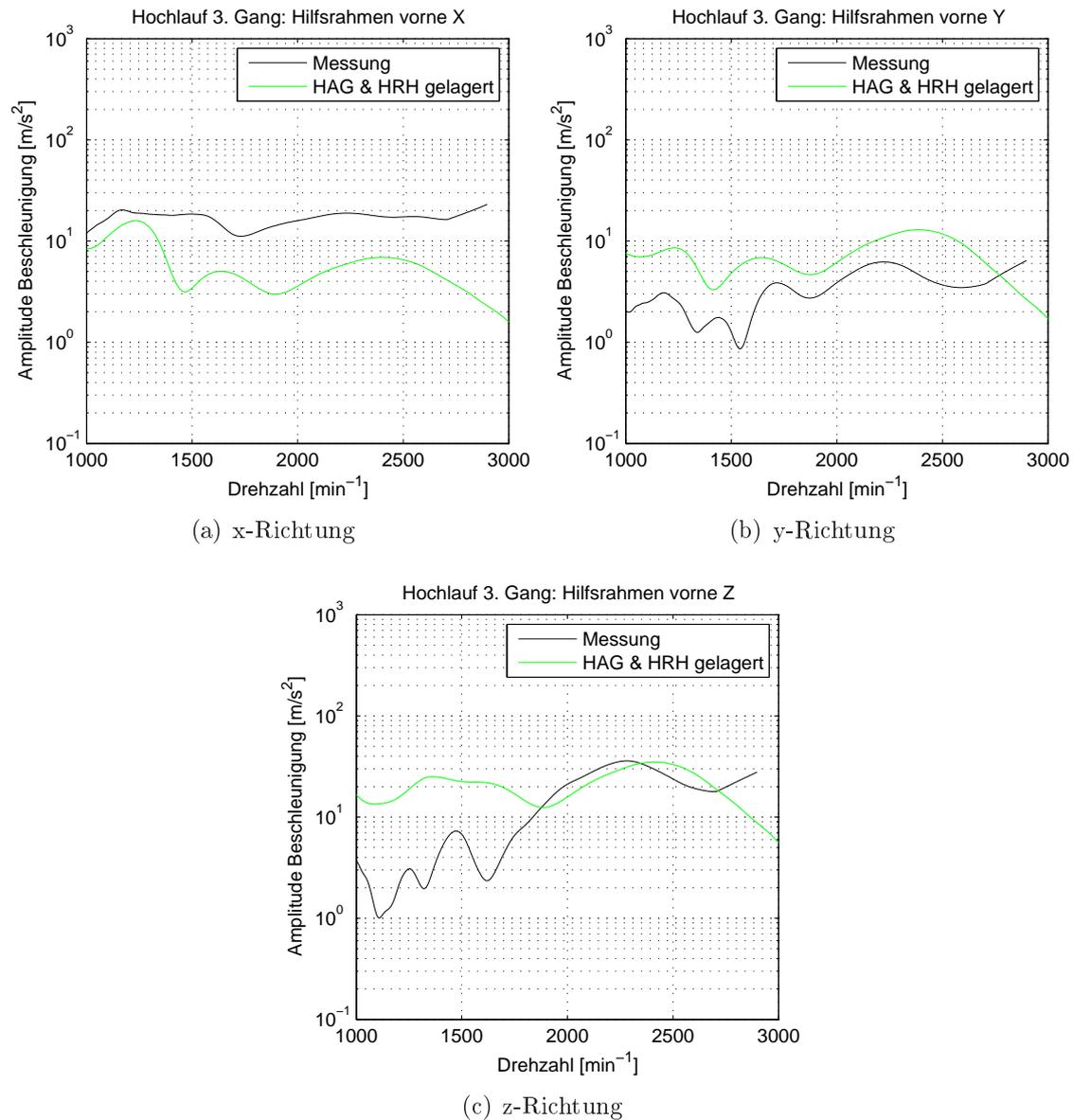


Abbildung 6.23: Messungs- und Rechnungsvergleich der Beschleunigungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) Hilfsrahmen vorne (Abbildung 6.23(a): x-Richtung, Abbildung 6.23(b): y-Richtung und Abbildung 6.23(a): z-Richtung) für das Modell mit elastisch gelagertem Hilfsrahmen und elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe (HAG & Hilfsrahmen gelagert)

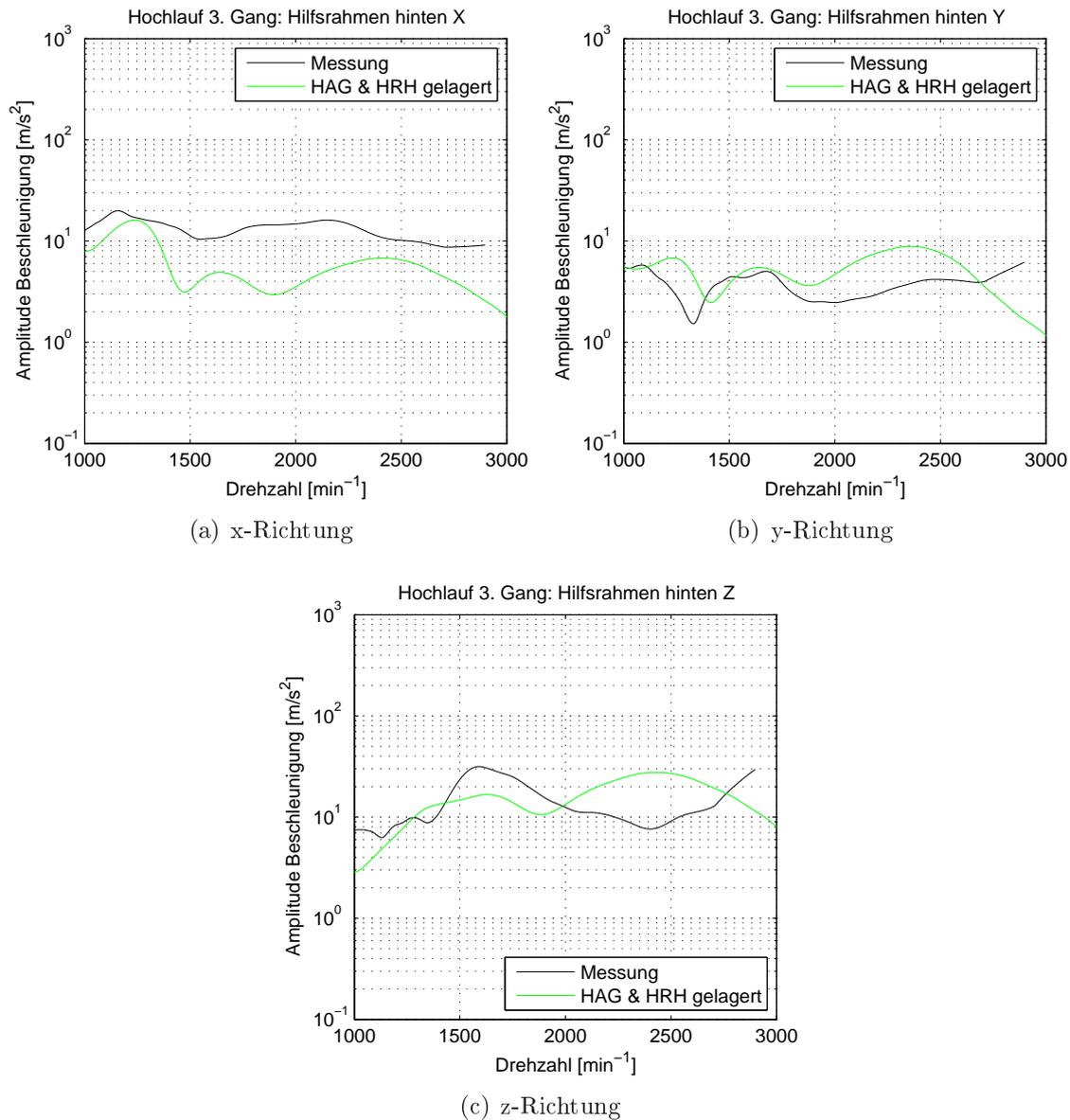


Abbildung 6.24: Messungs- und Rechnungsvergleich der Beschleunigungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) Hilfsrahmen hinten (Abbildung 6.24(a): x-Richtung, Abbildung 6.24(b): y-Richtung und Abbildung 6.24(c): z-Richtung) für das Modell mit elastisch gelagertem Hilfsrahmen und elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe (HAG & Hilfsrahmen gelagert)

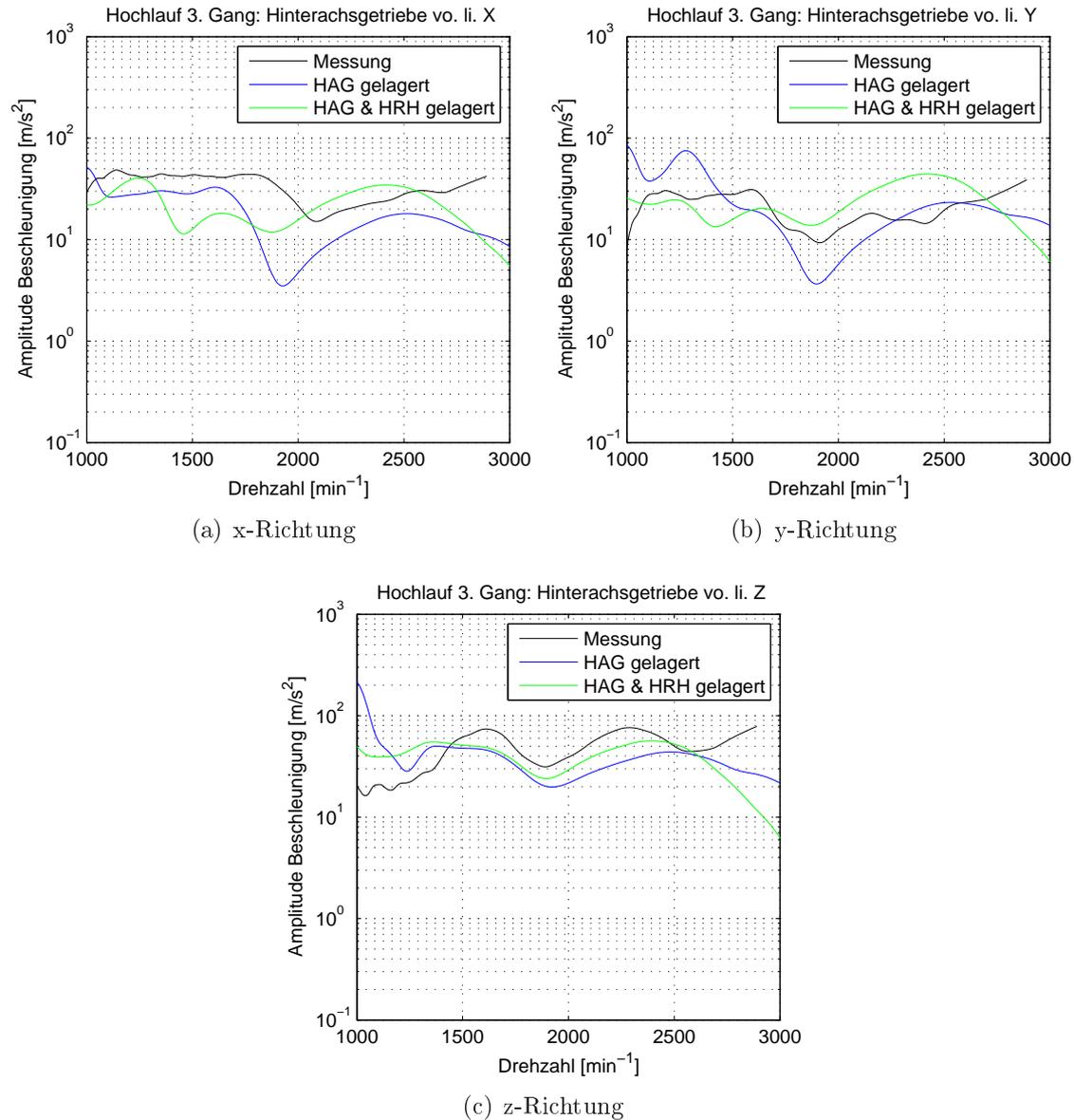


Abbildung 6.25: Messungs- und Rechnungsvergleich der Beschleunigungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) Hinterachsgetriebe vorne links (Abbildung 6.25(a): x-Richtung, Abbildung 6.25(b): y-Richtung und Abbildung 6.25(c): z-Richtung) für das Modell mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe (HAG gelagert) und dem Modell mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe und Hilfsrahmen (HAG & HRH gelagert)

6. Echtzeitfähige Antriebsstrangmodelle für Schwingungsuntersuchungen

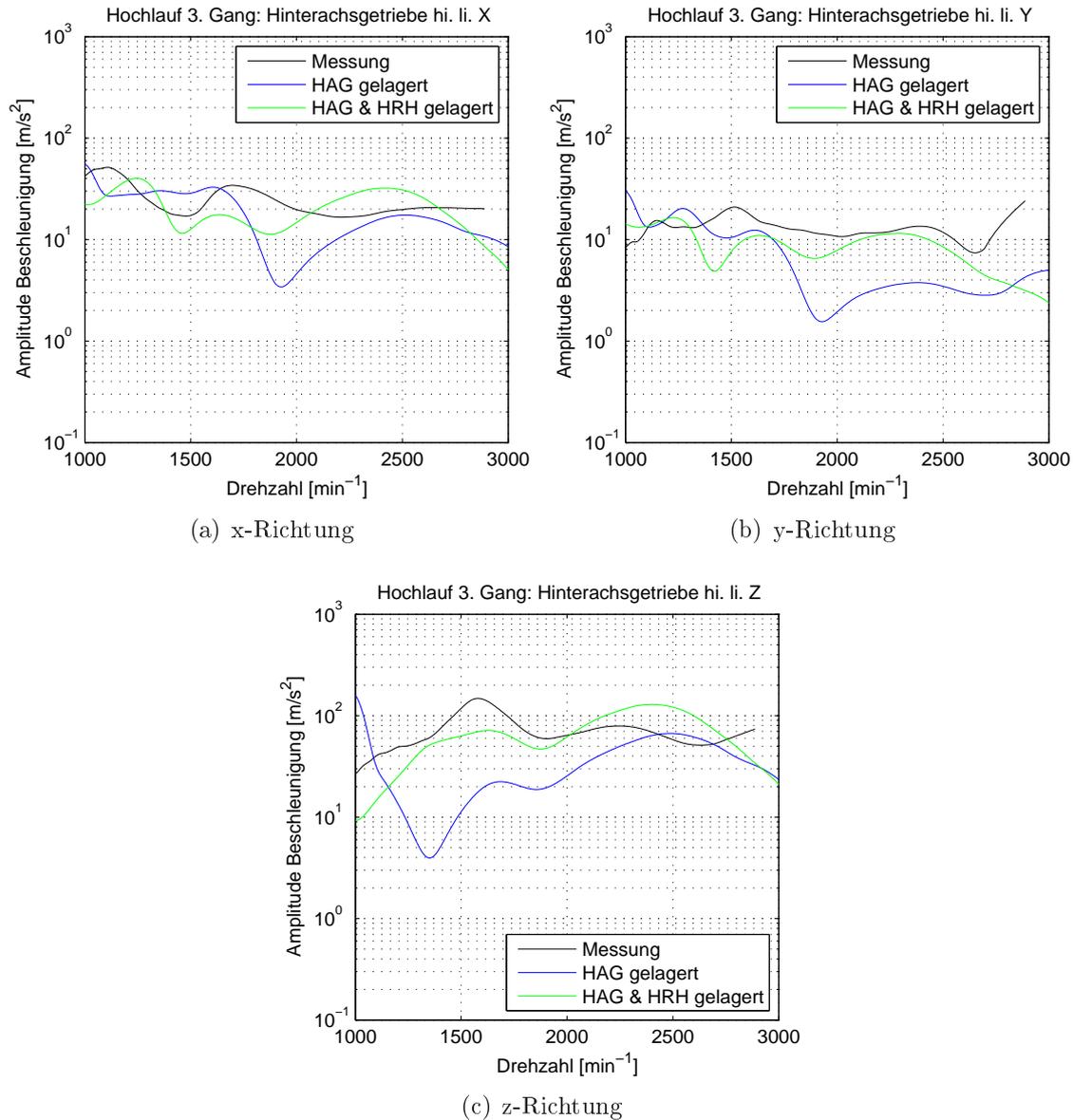


Abbildung 6.26: Messungs- und Rechnungsvergleich der Beschleunigungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) Hinterachsgetriebe hinten links (Abbildung 6.26(a): x-Richtung, Abbildung 6.26(b): y-Richtung und Abbildung 6.26(c): z-Richtung) für das Modell mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe (HAG gelagert) und dem Modell mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe und Hilfsrahmen (HAG & HRH gelagert)

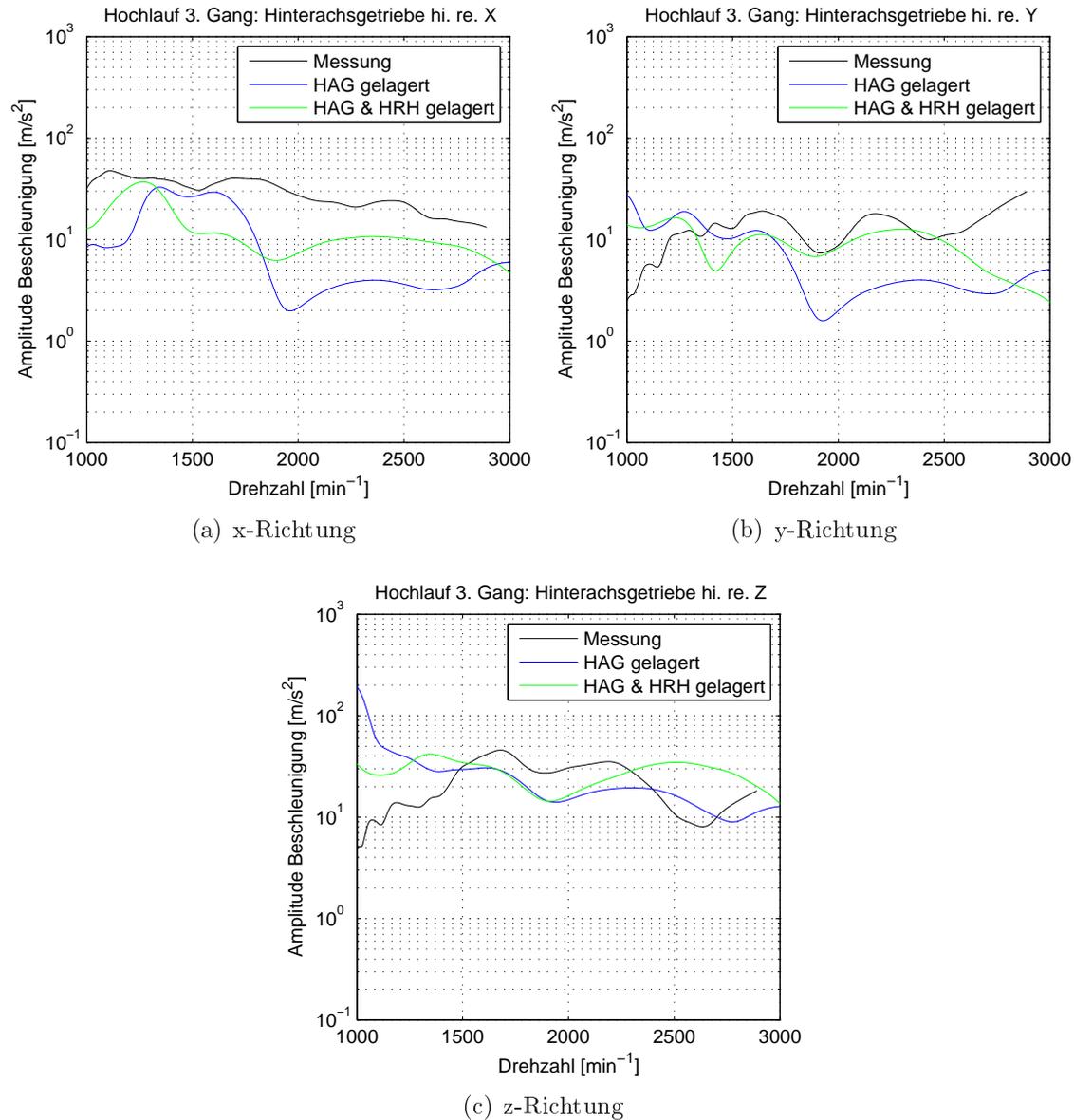


Abbildung 6.27: Messungs- und Rechnungsvergleich der Beschleunigungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) Hinterachsgetriebe hinten rechts (Abbildung 6.27(a): x-Richtung, Abbildung 6.27(b): y-Richtung und Abbildung 6.26(c): z-Richtung) für das Modell mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe (HAG gelagert) und dem Modell mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe und Hilfsrahmen (HAG & HRH gelagert)

7. Aufbau eines Offline-Modells für das Geräuschphänomen Boom

Dieses Kapitel gliedert sich in fünf Teilkapitel. Zu Beginn werden die Herkunft und Ableitung des Basismodells erläutert. Dabei wird auch näher auf den Aufbau, die Modellbildung und Parametrierung eingegangen. Danach wird die schrittweise Modellvalidierung und -verbesserung zusammengefasst. Es folgen dabei detaillierte Untersuchungen zum dynamischen Verhalten von nichtlinearen Teilsystemen des Antriebsstranges. Aus den Analysen abgeleitet, kann eine verallgemeinerbare Vorgehensweise zur Simulation von Schwingungen in Antriebssystemen definiert werden. Wie schon im vorangegangenen Kapitel 6.8 „Echtzeitfähige Antriebsstrangmodelle für Schwingungsuntersuchungen“ gezeigt, wird die Methode der Parameteridentifikation über einen systematischen Messungs- und Rechnungsabgleich, basierend auf nichtlinearer Optimierung, auch auf das detaillierte Offline-Modell übertragen und angewendet. Die Methode muss dazu jedoch erweitert und angepasst werden. Am Ende werden die Ergebnisse basierend auf der schrittweisen Modellvalidierung und dem systematischen Messungs- und Rechnungsabgleich zusammengefasst und mit den Ergebnissen des Echtzeit-Modells verglichen und diskutiert.

7.1 Basismodelle für Schwingungsuntersuchungen im Antriebsstrang

In der industriellen Praxis werden die MKS-Modelle für Schwingungsuntersuchungen im Antriebsstrang üblicherweise aus Fahrdynamik-Modellen zur Untersuchung des Fahrverhaltens (Quer- und Längsdynamik) abgeleitet, sofern nicht bereits Simulationsmodelle von Vorgängerfahrzeugen oder Derivaten zur Verfügung stehen. Fahrdynamikmodelle weisen für deren Anwendung angepasste und entsprechend detaillierte Abbildungen der relevanten Teilsysteme wie vor allem von Radaufhängung und Reifen auf. Die Abbildung des Reifens, als Schnittstelle zwischen dem Fahrzeug und der Umwelt (Straße), wird für die Optimierung der Fahrzeuglängs- und querdynamik häufig über „steady state“ Reifenmodelle [167] abgebildet. Im Bereich der Radaufhängung wird die Achskinematik und -elastokinematik unter Berück-

sichtigung des elastischen Verhaltens von Fahrwerkslenkern, sofern dieses für die Radführung von Bedeutung ist, berücksichtigt. Fahrdynamische Untersuchungen stellen üblicherweise tieffrequente Schwingungsphänomene (< 10 Hz) dar und die Fahrzeugquer- und -längsdynamik kann mit derartigen Modellansätzen mit ausreichender Ergebnisqualität abgebildet werden. Mit Hilfe der Mehrkörpersimulation kann somit das zu erwartende Fahrverhalten und die Stabilität des realen Fahrzeugs simuliert und optimiert werden.

Der Antriebsstrang von Simulationsmodellen zur Untersuchung der Quer- und Längsdynamik ist üblicherweise stark reduziert und vereinfacht. Das Antriebsmoment des Verbrennungsmotors wird häufig über ein Kennfeld mit Drehzahl und Lastabhängigkeit modelliert (Mittelwertmodell). Die Momentenübertragung zu den Rädern ist meist mit wenigen Massen, welche über ideale Feder Dämpfer Elemente verbunden sind, implementiert. Für die Modelle von Getriebe und Achsgetriebe werden kinematische Übersetzungen zu Grunde gelegt. Die Momentenübertragung und -aufteilung vom Antriebsaggregat zu den Rädern kann damit für Fahrdynamikuntersuchungen ausreichend abgebildet werden.

Für Untersuchungen von Schwingungen im Antriebsstrang im Frequenzbereich bis 150 Hz müssen derartige Basismodelle verfeinert werden. Es muss dazu sowohl die Anregung als auch das Übertragungsverhalten in den Fahrzeugaufbau im Frequenzbereich bis ca. 150 Hz verbessert werden. Bei der Simulation von Drehschwingungen und damit verbundenen Geräuschphänomenen ist die Haupterregerquelle die Drehungleichförmigkeit der Verbrennungskraftmaschine. Für die Analyse von fahrbahnerregten Schwingungen, die in dieser Arbeit aber nicht näher betrachtet werden, sind die Modelle in vergleichbarer Weise, mit dem Fokus Radaufhängung und Hochdynamik unter Einbezug des Reifens, zu verfeinern.

Über das dynamische Übertragungsverhalten der verschiedenen Teilsysteme werden die Schwingungen des Antriebsstranges abhängig vom Systemzustand entweder verstärkt oder verringert(gedämpft). Für eine genaue Abbildung des betrachteten Geräuschphänomens Boom sind alle relevanten Teilsysteme mit ihrem größtenteils nichtlinearen Übertragungsverhalten in entsprechender Qualität abzubilden.

Das in dieser Arbeit verwendete MKS-Basismodell ist in einer kommerziell erhältlichen Mehrkörpersimulationssoftware (MSC ADAMS [204]) aufgebaut und besteht rein aus Starrkörpern. Dieser Stand von Detaillierung und Bedatung sind typisch für die ersten Berechnungsphasen im Entwicklungsprozess von Antriebssträngen. Das Motormodell ist bereits dazu ausgelegt die Anregung der Gas- und Massenkräfte abzubilden. Es besteht aus dem Gehäuse und dem Kurbeltrieb mit kinematischen Bindungen und ist gegenüber der Karosserie an den Lagerstellen mit Feder-Dämpfer Elementen (Kraft-Weg-Gesetze und ideale viskose Dämpfungen) aufgehängt. Auf die Kolben wirken, in Abhängigkeit des Kurbelwinkels und der aktuellen Drehzahl über

Dynamische Freiheitsgrade	134
Anzahl der bewegten Körper	121
Anzahl der Bindungen*	136

Tabelle 7.1: Eigenschaften des MKS-Basismodells (*je Bindung können mehrere FHG eingeschränkt werden)

ein hinterlegtes Kennfeld, die Gaskräfte.

Das Zweimassenschwungrad besteht aus der Primär- und Sekundärmasse verbunden mit einer ideal elastischer Feder und einem ideal viskosem Dämpfer (Kelvin-Voigt Modell).

Das Getriebe und PTO (Leistungsverzweigung - Power Take Off) besteht aus mehreren Massen, welche über zwei kinematische Übersetzungen (Primär und Sekundärübersetzung) und idealen Feder-Dämpfer Elementen gekoppelt sind. Die geteilte Kardanwelle und die beiden Hardy Scheiben bestehen jeweils aus 2 Massen. Die Verbindung der einzelnen Massen erfolgt über lineare Steifigkeiten und entsprechende Bindungen (Knickfreiheitsgrad Hardy Scheiben und Gleichlaufmittelgelenk). Außerdem ist die Kardanwelle über das Mittelgelenk gegenüber dem Fahrzeugaufbau elastisch gelagert (3 dimensionale Feder-Dämpfer-Elemente mit hinterlegten Kraft-Weg-Gesetzen).

Das Modell der Haldex-Kupplung verbindet die Eingangs- und Ausgangswelle starr und lässt damit keinen Schlupf zu. An die Haldex-Kupplung schließt das Hinterachsdifferential bestehend aus Massen für die Zahnräder, kinematischer Abbildung des Winkeltriebs und der Differentialbedingungen an (Momentenverteilung). Zusammen sind die Haldex-Kupplung und das Achsgetriebe als Hinterachsgetriebe (Starrkörper) gegenüber dem Hilfsrahmen elastisch gelagert (3 Lagerstellen, wobei die Gummimetalle über Kraft-Weg-Gesetze und ideale viskose Dämpfungen abgebildet werden).

Als Reifenmodell wird die Pacejka Formel verwendet und der Aufbau (Karosserie) ist als Starrkörper, mit entsprechenden Anbindungen zu den Lagerstellen Motorgetriebeverband, Hilfsrahmen Hinterachse, Vorderachsradaufhängung, Kardanwellenmittelgelenk und Längslenker Hinterachse modelliert. Abbildung 7.1 gibt einen Überblick über den Modellaufbau und Tabelle 7.1 über die Anzahl der Freiheitsgrade, Bindungen und Körper.

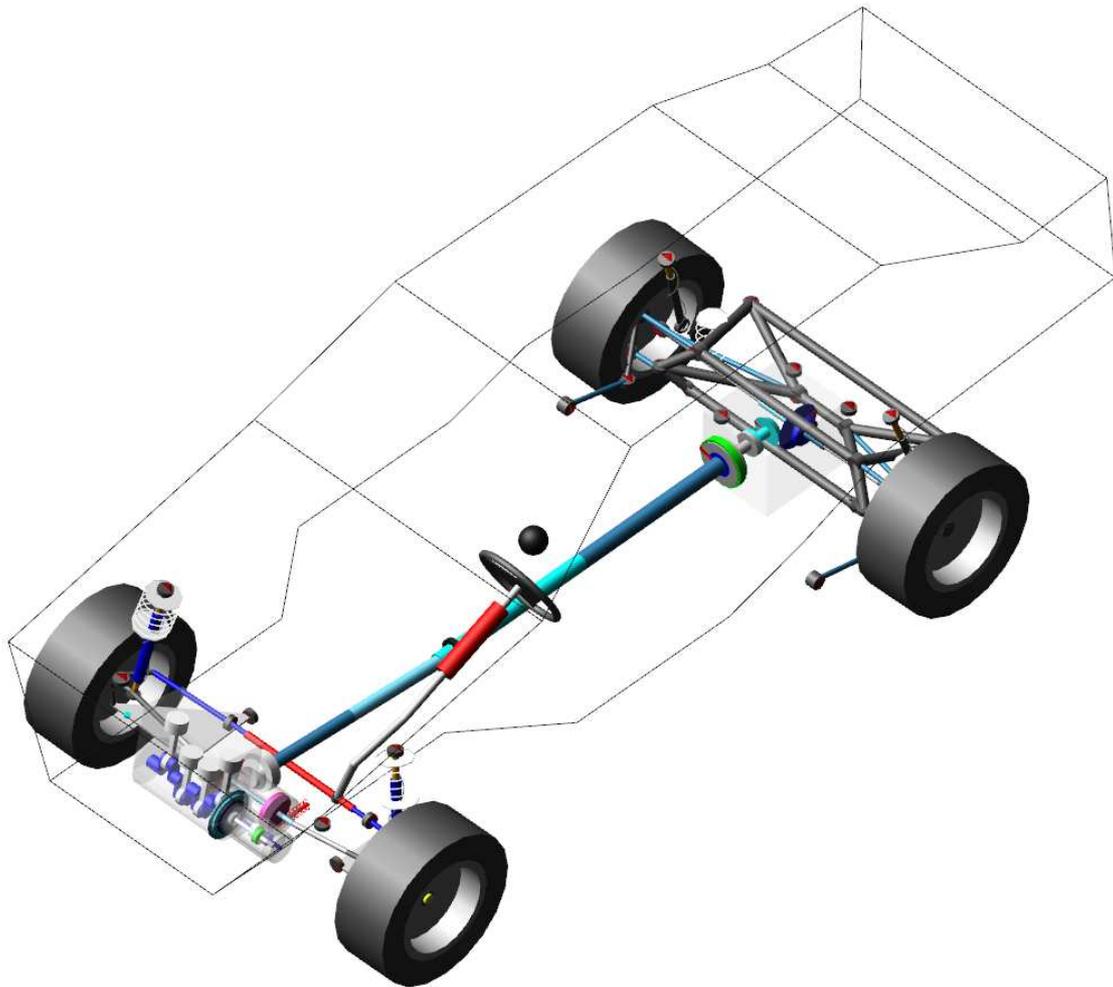


Abbildung 7.1: Basis MKS-Gesamtfahrzeugmodell zur Untersuchung von Schwingungen des Antriebsstranges

7.2 Schrittweise Modellvalidierung und -verbesserung

In [78, 80] sind vom Autor dieser Arbeit an diesem Modell durchgeführte Modellverfeinerungen und -validierungen detailliert beschrieben. Es sei hier nachfolgend eine Zusammenfassung der durchgeführten Untersuchungen und ein Überblick über die daraus geschlossenen Rückschlüsse auf Modellbildung und Ergebnisqualität angeführt.

Für den Modellabgleich wurde auf eine systematische Vorgehensweise [78] zurückgegriffen, bei welcher eine schrittweise Modellvalidierung der einzelnen Subsysteme durchgeführt wird. Im Anschluss an die Modellverifikation und -verbesserung auf Teilsystemebene wird das veränderte Subsystem wieder im Gesamtmodell berechnet und der Messung gegenübergestellt (Abbildung 7.2).

Die Berechnungen des Gesamtsystems werden mit Messungen auf der Akustikrolle gegenübergestellt. Bei den Messungen wurden sowohl die Drehschwingungen als auch Beschleunigungen an den Koppelstellen zum Fahrzeugaufbau aufgezeichnet (vergleiche mit Kapitel 5.2 „Experimentelle Untersuchungen“). Das Manöver auf der Rolle entspricht dem Fahrmanöver in der Simulationsumgebung. Es handelt sich um eine Beschleunigung unter Vollast im 3. Gang mit einer Fahrbahnsteigung von 5%. Die Ergebnisse der Berechnung und Messung werden im Frequenzbereich mittels FFT analysiert. Für den Vergleich werden die Amplitudenverläufe der dominierenden 2. Motorordnung verglichen. Diese weist im Frequenzbereich bis ca. 100 Hz deutlich erkennbar die größte Anregung auf.

Über eine detaillierte Analyse der Teilsysteme des Gesamtmodells und den Abweichungen zwischen Messung und Rechnung sowohl auf Gesamtmodell- als auch auf Teilmodellebene können Modellverbesserungen abgeleitet werden. Die Teilsysteme werden über gezielte Parameter- und Sensitivitätsstudien hinsichtlich ihres Schwingungsverhaltens und nichtlinearen Übertragungsverhaltens analysiert und schrittweise verbessert. Nach dem ein Teilsystem validiert wurde, wird das Gesamtmodell neu berechnet und mit den Gesamtfahrzeugmessungen verglichen. Aufgrund der möglichen gegenseitigen Beeinflussung der Teilsysteme (Laschet et al. [134, 135, 136, 137]) ist es wichtig, dabei immer Ergebnisse des Gesamtmodells zu vergleichen. Nach Abschluss der Analyse der relevanten Teilsysteme und nach Vorliegen der beim Vergleich Messung mit Rechnung auf Gesamtmodellebene gewünschten Ergebnisqualität ist die schrittweise Modellverbesserung abgeschlossen. Es resultiert ein verbessertes und mit Messungen validiertes Modell. Über die schrittweise durchgeführten Modellvalidierungen wird eine verallgemeinerbare Vorgehensweise für die Phänomenabbildung definiert werden. Diese kann auch für den Modellabgleich von ähnlichen Geräuschphänomenen angewendet werden.

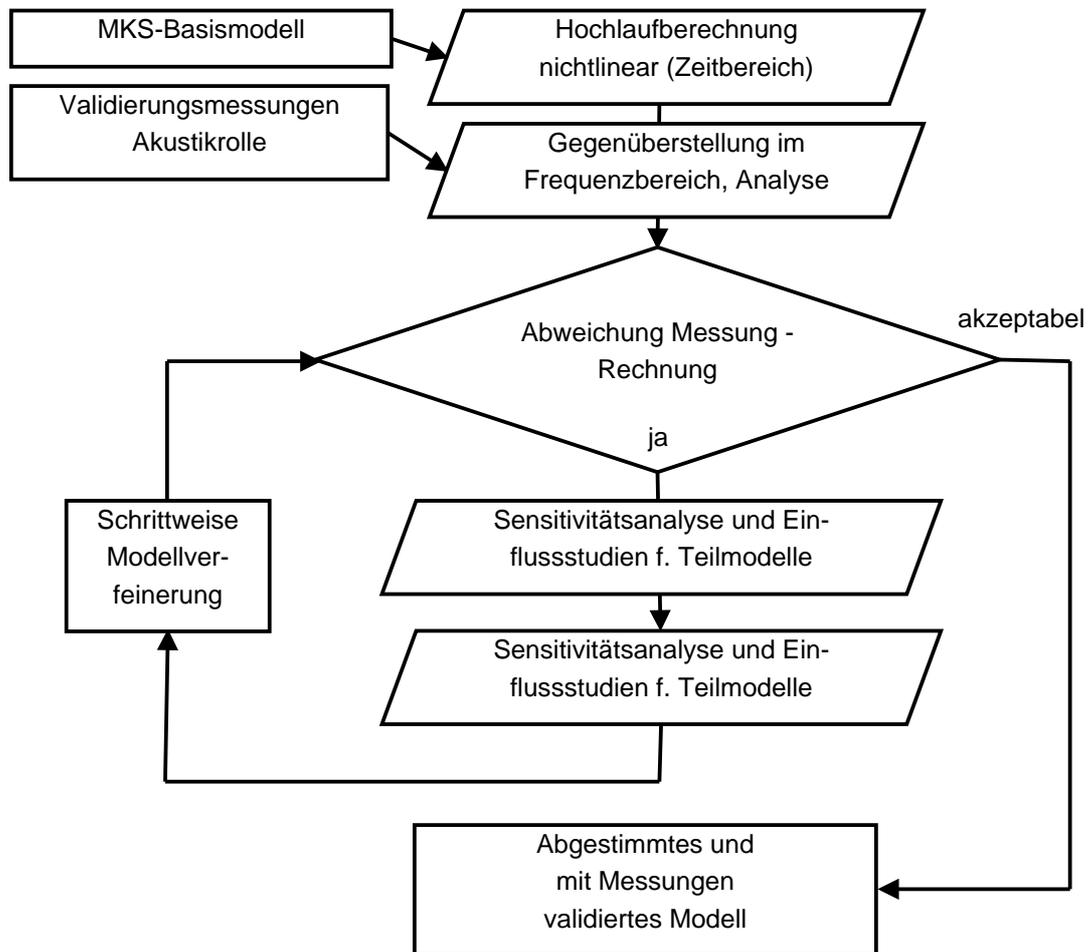


Abbildung 7.2: Schrittweise systematische Vorgehensweise für den Abgleich zwischen Messung und Rechnung

Im Zuge der schrittweisen Verbesserung des Gesamtfahrzeugmodells wurden das Reifenmodell, die Achskinematik und -elastokinematik, die Haldex-Kupplung, die Kardanwelle und die Hinterachsradaufhängung mit Zwischenrahmen im Detail analysiert (elastisches Verhalten der Rahmenstruktur und das Übertragungsverhalten von Gummimetallen). Folgende Aspekte werden betrachtet:

Achskinematik und -elastokinematik

Über die Achskinematik und -elastokinematik wird die räumliche Bewegung des Rades gegenüber dem Fahrzeugaufbau und der Fahrbahn in Abhängigkeit der angreifenden Kräfte definiert. Die Konstruktion der Radaufhängung mit den Anlenkungspunkten der Fahrwerkslenker zum Fahrzeugaufbau bestimmen Ort und Richtung der Schnittkräfte zwischen Fahrwerk und Karosserie.

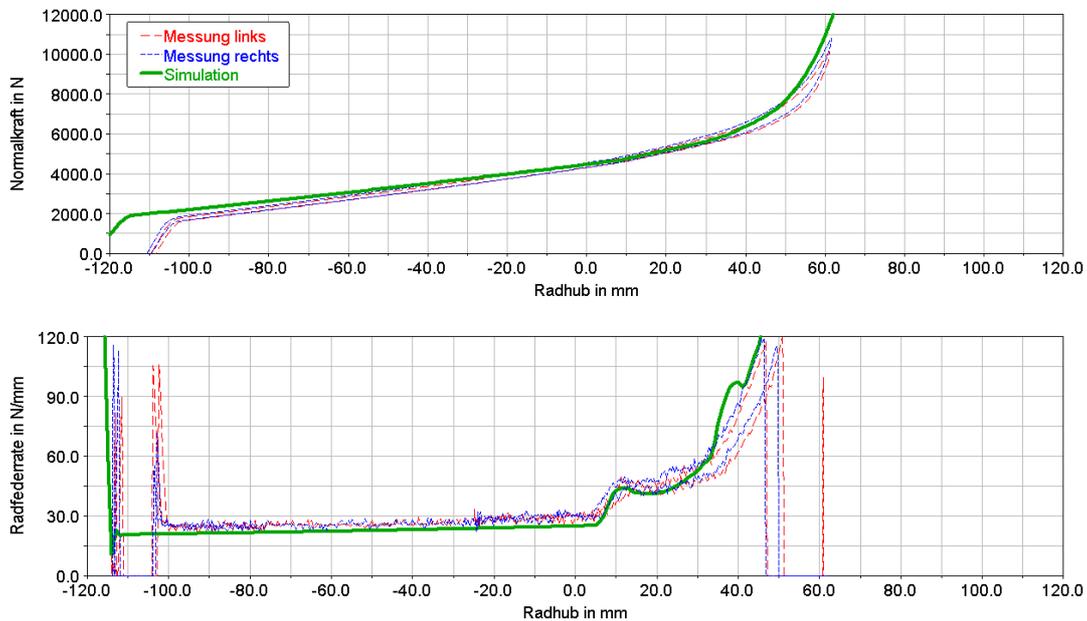


Abbildung 7.3: Messungs- und Rechnungsvergleich der Radnormalkraft und Radfederrate [77]

Über den Vergleich von am Achsmessprüfstand gemessener und mittels MKS-Simulation gerechneter Radfederrate, Sturz und Vorlaufwinkel können die Achskinematik und -elastokinematik validiert werden. Über die korrekte Abbildung der Achskinematik und -elastokinematik kann indirekt bestätigt werden, dass Ort und Richtung der in den Aufbau eingeleiteten Kräfte korrekt sind. Es kann jedoch keine Aussage über das Schwingverhalten (Eigenfrequenzen, Dämpfung) gemacht werden, da ein quasistatisches Einfedern durchgeführt wird.

Haldex-Kupplung

Im Basismodell ist die Haldex-Kupplung als starre Verbindung zwischen der Antriebsseite (Kardanwelle) und der Abtriebsseite (Eingang Hinterachsdifferential) modelliert. Aufgrund ihres Aufbaus und Funktionsprinzips (Vergleiche Kapitel 4 „Beschreibung des Versuchsträgers“) ist zum Druckaufbau und sperren der Kupplung immer eine Drehzahldifferenz zwischen Vorder- und Hinterachse notwendig. Damit kann die Haldex-Kupplung nie vollkommen geschlossen sein und Moment übertragen. Es muss somit immer ein Schlupf zwischen Eingang und Ausgang verbleiben um ein Moment zu übertragen. Damit ist nicht auszuschließen, dass der Schlupf in der Kupplung auch das Drehschwingungsverhalten beeinflusst.

7. Aufbau eines Offline-Modells für das Geräuschphänomen Boom

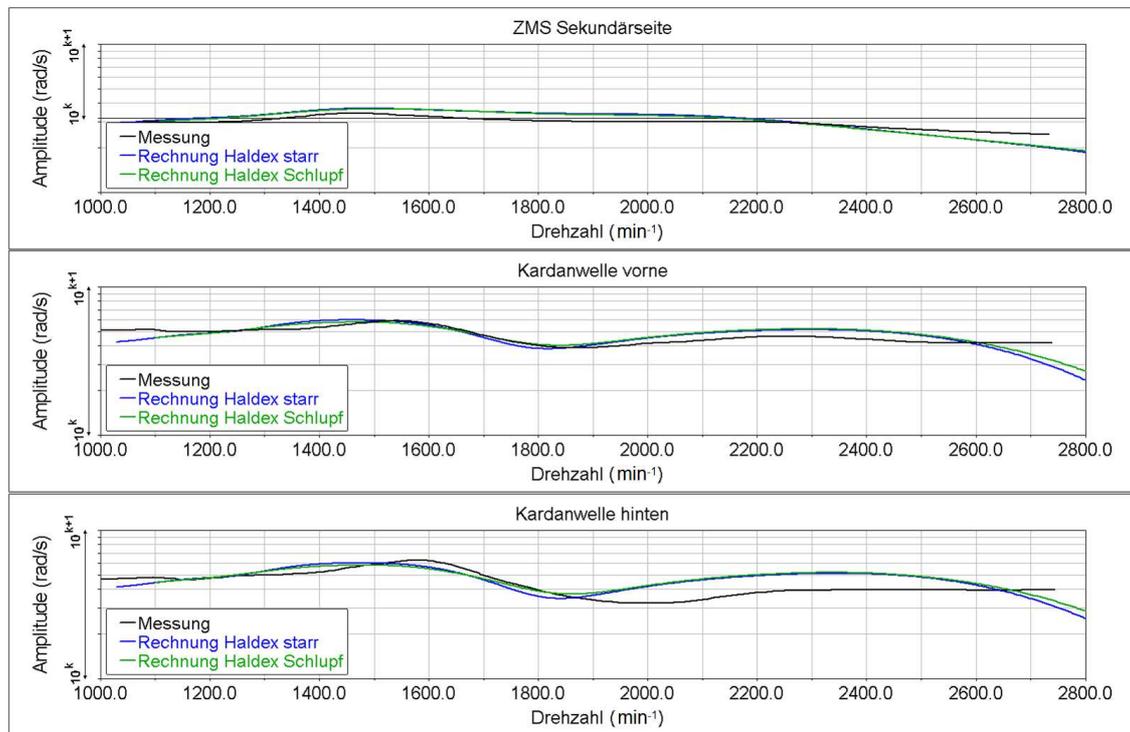


Abbildung 7.4: Messungs- und Rechnungsvergleich der Drehungleichförmigkeit Kardanwelle hinten mit starrer und schlupfender Haldex-Kupplung [77]

Berechnungsvarianten mit idealisierter geschlossener und schlupfender Kupplung zeigen für die Auswertung der Drehschwingungen im Bereich Kardanwelle und am Rad nur geringe Unterschiede in den Amplitudenverläufen. Für die Vollastbeschleunigung kann damit der Einfluss des Schlupfes vernachlässigt werden und eine Modellierung mit fixierter Haldex-Kupplung ist ausreichend für eine korrekte Abbildung des Drehschwingungsverhaltens. Die Analyse der Rollenkräfte bestätigt außerdem annähernd gleichverteilte Momente zwischen Vorder- und Hinterachse (Abbildung 7.4).

Modell Hinterachsradaufhängung

Hinsichtlich der Schwingungsanregung im Bereich der Hinterachse ist der Hilfsrahmen von besonderem Interesse, da er einerseits das Hinterachsgetriebe zum Fahrzeugaufbau zwischenlagert und damit entkoppelt. Ebenso sind die Lenker der Hinterachsradaufhängung am Hilfsrahmen angebunden. Eine Ausnahme stellt der Längslenker dar, der direkt mit der Karosserie verbunden ist, um eine steife Längsabstützung des Fahrwerks zu gewährleisten. Im Bereich der Hinterachse kann sich der Hilfsrahmen und der Längslenker aufgrund des geometrischen Aufbaus unter Bela-

stungen verformen und zu globalen Eigenschwingungen angeregt werden. Um diesen Einfluss zu untersuchen wurden der Hilfsrahmen und die Längslenker als elastische Körper in das Modell eingebunden. Die Analyse des Eigenschwingungsverhaltens zeigt für beide Bauteile, dass die ersten Moden deutliche außerhalb des betrachteten Brumm-Frequenzbereiches liegen (>200 Hz). Dennoch zeigen Berechnungsvergleiche mit flexiblen und starren Hilfsrahmen, dass es einerseits zu unterschiedlichen Kraftamplituden und anderen Kraftrichtungen (geänderte Anbindungsposition) zu den Nachbarsystemen (vor allem Fahrzeugaufbau) kommt. Mit diesen Untersuchungen kann bestätigt werden, dass für den Hilfsrahmen Hinterachse und Längslenker kein direkter Eigenschwingungseinfluss besteht, dass jedoch ein erheblicher Einfluss aufgrund der elastischen Verformung mit veränderten Richtungen und Amplituden der Kräfte besteht (Abbildung 7.5).

Im Bereich der Hinterachse wurde in einem weiteren Schritt auch das nichtlineare Übertragungsverhalten der Elastomerlager untersucht. Die dynamische Vermessung relevanter Lager zeigt einen nicht unerheblichen Anstieg der Steifigkeit um den Faktor 1,5 bis 2,0 über der Frequenz, der auch in der Literatur beschrieben ist [51, 228]. Durch die Einbindung der dynamischen Steifigkeit bei 50 Hz unter den im Betrieb auftretenden Vorlasten, konnte der Messungs- und Rechnungsvergleich erheblich verbessert werden. Vor allem im unteren Drehzahlbereich zeigt sich eine deutlich bessere Abbildung des Schwingungsverhaltens im Vergleich zur Messung. Der Einfluss der Modellbildung und Parametrierung Elastomerlager im Bereich Hinterachse wurde noch weiter in [81] analysiert und wird in nachfolgenden Kapitel 7.4 „Aufbau eines Offline-Modells für das Geräuschphänomen Boom“ noch genauer erläutert und dargestellt.

Kardanwellenmodell

Die im Echtzeit-Modell untersuchte Vorgehensweise mit elastischen Körpern im Bereich der Kardanwelle wurden auch auf das Offline-Modelle übertragen. Die Analyse der Berechnungsergebnisse verglichen mit dem Basismodell (2 Massenschwinger Kardanwelle) zeigt wie bereits schon bei den Echtzeit-Modellen dargestellt größere Abweichungen zur Messung. Die Eigenschwingung des Tilgers kann aufgrund eines nicht korrekten Drehschwingungsverhaltens am hinteren Ende der Kardanwelle nicht korrekt wiedergegeben werden. Mit flexiblen Körpern wird das Drehschwingungsverhalten deutlich besser abgebildet. Zudem können mit dem Modell auch Biegeschwingungen untersucht werden, wie noch gezeigt werden soll.

Reifenmodell

Beim Echtzeit-Modell wurde bereits eine detaillierte Analyse des Reifenmodells durchgeführt. Durch die Einbindung der Nachgiebigkeit des Reifenlatsches in Längsrichtung über eine Elastizität (Feder) konnte das Schwingungsverhalten im Ver-

Drehschwingungen:	
Verfeinerung des Kardanwellenmodells	++
Reifenmodell (Empirisch/Physikalisch)	0
Schlupf Haldex-Kupplung	0
Beschleunigungen Hinterachse (Hilfsrahmen, Längslenker)	
Anregungsänderung(Kräfte) aufgrund des elastischen Verhaltens	++
Eigenschwingungsverhalten (elastisch)	0
dyn. Steifigkeit Elastomerlager	++

Tabelle 7.2: Zusammenfassung der schrittweisen Modellvalidierung und deren Auswirkung auf den Vergleich mit Messergebnissen (++ ...stark, 0 ...kaum) [78]

gleich zur Messung deutlich verbessert werden. Diese Modellrichtlinien wurden beim Offline-Modell bereits berücksichtigt. Zusätzlich wurde mit dem physikalischen Reifenmodell FTire analysiert, ob durch ein sehr detailliertes Reifenmodell noch weitere Modellverbesserungen vor allem in Hinblick auf höhere Frequenzen (30 - 100 Hz) erreicht werden können. Der Vergleich der Drehschwingungen (Abbildung 7.6) zwischen einem FTire Reifenmodell mit der Dimension 205 55 R16 mit einem gleichem Pacejka Modell und dem originalem Pacejka-Modell (195 65 R15) zeigt ein fast identisches Verhalten ¹. Sowohl das Drehschwingungsverhalten im Resonanzbereich (ca. 45 Hz), als auch das Abklingverhalten bei größeren Frequenzen wird fast identisch abgebildet. Das Drehschwingungsverhalten wird damit mit dem Pacejka Reifenmodell mit ausreichender Ergebnisqualität wiedergegeben.

Tabelle 7.2 gibt einen Überblick über die durchgeführten Modellvalidierung und deren Auswirkung auf die Verbesserung der Ergebnisqualität.

7.3 Analyse des nichtlinearen Schwingungsverhaltens im Antriebsstrang

Im Bereich des Triebstranges gibt es zahlreiche Teilsysteme, die ein stark nicht-lineares Übertragungsverhalten aufweisen. Von besonderem Interesse für die in dieser Arbeit untersuchte Antriebskonfiguration ist die Abbildung des Zweimassenschwungrades und der Elastomerlager, die zur Aggregatlagerung und zur Anbindung der Lenker im Bereich des Fahrwerks eingesetzt werden. Nachfolgend wird auf die Modellbildung und -parametrierung dieser beiden Systeme näher eingegangen und das nichtlineare Übertragungsverhalten noch im Detail analysiert.

¹Für den Abgleich stand nur ein FTire Modell mit ähnlicher Dimension zur Verfügung

7.3.1 Modellbildung und Simulation des Zweimassenschwungrades

Das Zweimassenschwungrad ermöglicht eine deutlich bessere Schwingungsabkoppelung der Verbrennungskraftmaschine gegenüber dem restlichen Antriebsstrang als konventionelle Torsionsdämpfer, die nur in einem begrenztem Drehzahlbereich wirken. Es kann damit der Schwingungskomfort hinsichtlich Brummen und Rasseln deutlich verbessert werden (Vergleiche Kapitel 1.2 „Einleitung“).

Das im Versuchsfahrzeug verbaute Zweimassenschwungrad (ZMS) ist ein heute standardmäßig verwendetes Bogenfeder ZMS. Die Primär- und Sekundärmasse wird über 2 Bogenfedern, welche in einem Federkanal in der Primärmasse geführt werden, verbunden. In der Simulation werden für das ZMS verschiedenste Ansätze verwendet:

- Variante 1: Lineare Feder-Dämpferelemente (Kelvin-Voigt-Modell)
- Variante 2: Nichtlineare Feder-Dämpfer-Elemente (Kraft-Weg-Gesetz) mit Modellierung der Leerlaufabkoppelung und des Anschlages
- Variante 3: Nichtlineare Feder-Dämpfer-Elemente mit drehzahlabhängigen Steifigkeits- und Dämpfungswerten zur Abbildung des Fliehkrafteinflusses
- Variante 4: Physikalische ZMS Modelle mit Berücksichtigung der Federmasse, der Reibung im Kanal und von Kontakten

Die Modellierung der ersten 3 ZMS Varianten ist in gängigen MKS-Simulationsumgebungen verhältnismäßig einfach, da hierfür bereits vorhandene Verbindungselemente (Torsionsfeder und -dämpfer) zur Verfügung stehen. Die Parametrierung von Variante 1 und 2 kann über die vorhandenen statischen Kennlinien (Moment über Winkel) ebenfalls einfach durchgeführt werden. Für die Parametrierung von Variante 3 sind üblicherweise keine Kennlinien vorhanden, welche die Abhängigkeit der Steifigkeit und Dämpfung von der Drehzahl beschreiben. Eine Vermessung des Zweimassenschwungrades auf einem speziellen Komponentenprüfstand, wo derartige Kennlinien experimentell ermittelt werden können, ist kosten- und zeitintensiv und nur über spezielle Versuchseinrichtungen möglich [207].

Lineare Feder-Dämpferelemente werden üblicherweise für Eigenschwingungsanalysen des Antriebsstranges verwendet. Dazu wird der gesamte Triebstrang als Torsionsschwingerkette abgebildet und kann hinsichtlich der ersten Schwingungsformen (Ruckeln) analysiert werden [193]. Um den Schwingungskomfort detaillierter und genauer untersuchen zu können, z. B. hinsichtlich der Leerlaufabkoppelung und des Anschlagverhaltens, ist es notwendig den nichtlinearen Momentenverlauf über dem Drehweg einzubinden [18, 194].

Mit einem physikalischen ZMS Modell kann das nichtlineare dynamische Verhalten ebenfalls detailliert untersucht werden [127, 187, 218]. Beim Modellaufbau müssen die relevanten mechanischen Phänomene korrekt abgebildet werden:

- Masseeinfluss der Feder
- Reibung der Feder im Federkanal gegenüber der Primärmasse
- Fliehkrafteinfluss der Feder aufgrund der Rotation
- Radiale Kraft beim Stauchen der Feder
- Kontakt zwischen den Federmassen, der Primär- und Sekundärmasse.

Abbildung 7.7 zeigt die am an der Federmasse m_n angreifenden Kräfte. Es bezeichnen F_{SD} die Feder- und Dämpferkräfte zwischen den Federmassen. Diese können in eine tangentiale und radiale Kraft zerlegt werden. Durch die Rotation des ZMS wirkt auf die Federmasse die Fliehkraft F_Z . In Tangentialrichtung sind zusätzlich auch noch die Trägheitskräfte der Federmasse aufgrund der aktuellen Beschleunigung zu berücksichtigen. Alle Kraftanteile in radialer Richtung multipliziert mit dem Reibwert ergeben die Reibkraft zwischen Primärmasse und Federmasse. Die Richtung der Reibungskraft $\mu \cdot F_{N,n}$ ergibt sich aufgrund der Relativgeschwindigkeit.

Der Modellaufbau von physikalischen ZMS Modellen ist in der Literatur detailliert beschrieben [127, 187, 218]. Das hier aufgebaute physikalische Modell ist an eine derartige Vorgehensweise angelehnt und direkt in der MKS-Umgebung aufgebaut. Diese Vorgehensweise hat den Vorteil, dass keine Subroutinen programmiert und implementiert werden müssen und dass auch keine Co-Simulation notwendig ist. Damit kann eine einfache Handhabung des Modells gewährleistet werden. Das Modell ist parametrisiert aufgebaut und erlaubt es über eine Eingabemaske die Modellparameter wie Durchmesser, Massen, Reibung, Kontaktbedingungen usw. einfach festzulegen.

Abbildung 7.8 zeigt den ZMS Modellaufbau in der MKS-Umgebung ADAMS. Die beiden Bogenfedern sind dabei über je 7 Massen diskretisiert. Die Masseanzahl wurden auf Basis von Anhaltswerten aus der Literatur gewählt [218]. Die einzelnen Federmassen der beiden Bogenfedern sind mit Feder-Dämpferelementen verknüpft. Durch das Kräftegleichgewicht und den Fliehkrafteinfluss ergibt sich die radiale Kraftkomponente je Masse, welche in die Berechnung der Kontaktreibung zwischen der Federmasse und der Primärmasse eingeht. Die Reibung zwischen den Federmassen und dem Federkanal (Primärmasse) ist direkt im „Revolute Joint“ zwischen Primärmasse und Federkanal implementiert. Als Reibradius ist der Federkanalradius definiert. Die Parameterwerte für Gleit- und Haftreibung werden über die Eingabemaske für die Modellparameter gesetzt. Die einzelnen Federmassen sowie die Anbindung über die beiden Absätze an den Enden der beiden Federkanäle sind mit

ZMS Model	Modellbildung	Parametrierbarkeit
Lineares Feder-Dämpfer-Element	0	0
Nichtlineares Feder-Dämpfer-Element	0	+
Nichtlineares drehzahlabhängiges Dämpferelement	+	++
physikalisches ZMS Modell	++	+

Tabelle 7.3: Bewertung der Modellbildung und Parametrierung von verschiedenen Modellansätzen für das Zweimassenschwungrad (++ ... großer Aufwand bzw. Parameterermittlung schwierig)

in der MKS-Umgebung vordefinierten Kontaktelementen verbunden. Die Parameter für Kontaktsteifigkeit, Eindringtiefe und Kontaktdämpfung werden wie schon bei den Reibelementen über die globale Parametereingabe definiert.

Der Großteil der Parameterwerte ist aus den Konstruktionsdaten und statischen Kennlinien ermittelbar. Für die Reibung im Federkanal wird in der Literatur ein Wert von ca. 0.1 (Stahl auf Stahl geschmiert) vorgeschlagen [129]. Für die Kontaktbedingungen wurden für die Steifigkeiten und Dämpfungen Werte aus der Standardliteratur gewählt [51].

Die Modellbildung und Parametrierung der verschiedenen ZMS Modelle kann folgendermaßen zusammengefasst und beurteilt werden:

Den größten Aufwand (Bewertung mit ++ in Tabelle 7.3.1) in der Modellbildung bereitet das physikalische Modell. Die restlichen Modelle sind vergleichsweise einfach (bewertet mit + bzw. 0) zu erstellen. Die Parametrierbarkeit des linearen und nichtlinearen Feder-Dämpferelementes ist einfach (bewertet mit 0) über die statischen Kennlinien, die üblicherweise vorhanden sind, durchzuführen. Beim physikalischen ZMS Modell sind eine Vielzahl von Parametern notwendig, jedoch können diese aus der Konstruktion und den statischen Kennlinien ermittelt werden. Für die Reibkoeffizienten und die Kontaktparameter gibt es Anhaltswerte in der Literatur welche als quasi konstant zu betrachten sind. Für eine drehzahlabhängige Steifigkeit und Dämpfung ist die Ermittlung der Parameter schwierig (bewertet mit ++), da Messwerte üblicherweise nicht vorhanden sind. Nachfolgend wird eine Vorgehensweise gezeigt, wie der drehzahlabhängige Steifigkeits- und Dämpfungsverlauf aus den Ergebnissen des physikalischen ZMS Modells einfach und effizient ermittelt werden kann [51].

Die Vorgehensweise beruht auf der Analyse der Momenten-Winkel-Hystereseschleifen bei verschiedenen Drehzahlen (Abbildung 7.9). Aus der Hystereseschleife werden die dynamische Steifigkeit und der Verlustwinkel ermittelt. Der Verlustwinkel kann dann über die Steifigkeit und Frequenz in eine viskose Dämpfung umgerechnet

werden.

Der Verdrehwinkel kann über die relative Verdrehung zwischen Primär- und Sekundärmasse ermittelt werden. Das Moment zwischen den beiden Schwungmassen (M_{ZMS}) kann nicht direkt berechnet werden, da sich dieses aus verschiedenen Anteilen zusammensetzt (Reibkräfte im Federkanal, Federkräfte, Massenkräfte der Feder-elemente). Über das Schnittmoment zwischen Kurbelwelle und Primärmasse (M_{KW}) und die Beschleunigung der Primärmasse ($\dot{\omega}_{Pri}$) kann das gesuchte Moment über das Momentengleichgewicht an der Primärmasse wie folgt ermittelt werden:

$$M_{KW} + M_{ZMS} = J_{Pri}\dot{\omega}_{Pri}. \quad (7.1)$$

Die dynamische Steifigkeit c_{dyn} und der Verlustwinkel ϕ werden nach [51] über folgende Zusammenhänge ermittelt:

$$c_{dyn} = \frac{\hat{M}}{\hat{\alpha}}, \quad (7.2)$$

$$\phi = \arcsin\left(\frac{A_{Hysteresese}}{\hat{M}\hat{\alpha}\pi}\right). \quad (7.3)$$

Der Verlustwinkel ϕ kann über

$$d = \frac{\sin\phi c_{dyn}}{2\pi\omega} \quad (7.4)$$

direkt in eine viskose Dämpfung umgerechnet werden. Für die Kreisfrequenz ω wurde die Frequenz der dominierenden 2. Motorordnung zu Grunde gelegt (siehe Abbildung 7.10).

Die Analyse der dynamischen Steifigkeit und des Dämpfungsverhaltens des Zweimassenschwungrades zeigt, dass die Steifigkeit über der Drehzahl näherungsweise exponentiell ansteigt. Die errechnete ideale viskose Dämpfung zeigt einen annähernd konstanten Verlauf über der Drehzahl. Betrachtet man direkt den Verlustwinkel, so zeigt dieser ebenfalls einen exponentiellen Anstieg wie die Steifigkeit.

Die Ergebnisse mit dem physikalischen, nichtlinearen und drehzahlabhängigen Modell zeigen das gleiche Verhalten sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich (Abbildung 7.11). Mit dem vereinfachten Modell mit drehzahlabhängiger (frequenzabhängiger) Steifigkeit kann das Schwingungsverhalten des Zweimassenschwungrades mit gleicher Genauigkeit wie mit dem physikalischen Modell abgebildet werden. Die ermittelten Kennlinien gelten jedoch nur für den untersuchten Lastzustand und das analysierte ZMS. Das vereinfachte phänomenologische ZMS Modell bietet einen erheblichen Rechenzeitvorteil und wurde daher auch schon bei der Echtzeit-Simulation eingesetzt. Mit der eben vorgestellten Vorgehensweise kann der Nachteil

der Parametrierbarkeit auf Basis eines detaillierteren physikalischen Modells aufgehoben werden.

7.4 Modellbildung und Simulation Elastomerlager

Der Fokus dieser Analyse liegt bei Elastomerlagern wie sie zur Schwingungsentkoppelung im Bereich der Hinterachse verwendet werden. Im Bereich der Motorlager, die heute üblicherweise hydraulisch ausgeführt sind, stehen bereits eine Vielzahl von detaillierten Modellansätzen zur Verfügung [203, 146, 147, 145]. Im Bereich der Hinterachsradaufhängung (Hilfsrahmen und Hinterachsgetriebe) werden in der Simulation nach wie vor einfache Kelvin-Voigt Modelle eingesetzt. Mit Nachfolgender Untersuchung soll das nichtlineare Modellverhalten und dessen Einfluss auf die Schwingungsanregung im Bereich der Hinterachse detailliert untersucht werden.

In der Mehrkörpersimulation stehen zur Abbildung von Elastomerlagern verschiedene Ansätze zur Verfügung. Häufig werden nach wie vor Kelvin-Voigt Modelle, die sich aus der Parallelschaltung einer idealen elastischen Steifigkeit und Viskosität ergeben, eingesetzt. Beim nichtlinearen Modellverhalten wird meist nur das progressive/degressive Steifigkeitsverhalten über Kraft-Weg-Gesetzte berücksichtigt, jedoch nicht die nichtlineare Frequenzabhängigkeit.

Bei harmonischer Weganregung $q = \hat{q} \sin \omega t$ ergeben sich für ein lineares Feder-Dämpfer Element nach [51] für die Steifigkeit c und die Dämpfung d folgende Zusammenhänge für die resultierende Kraft $F(t)$:

$$F(t) = c\hat{q} \sin \omega t + d\hat{q}\omega \cos \omega t. \quad (7.5)$$

Die dynamische Steifigkeit c_{dyn} und der Verlustwinkel ϕ ergeben sich durch Trennen der sin und cos Anteile zu

$$c_{dyn} = \sqrt{c^2 + b^2\omega^2} \quad (7.6)$$

und

$$\sin \phi = \frac{b\omega}{c}. \quad (7.7)$$

Das Kelvin-Voigt-Modell generiert unterhalb einer bestimmten Grenzfrequenz f^* gegenüber dem realen Schwingungsverhalten einen zu geringen Verlustwinkel und oberhalb einen zu großen Verlustwinkel. Das Verhalten

$$f^* = \frac{\sin \phi c}{2\pi b} \quad (7.8)$$

ist gleichbedeutend mit einem zu gering gedämpften Systemverhalten bei niedrigen Frequenzen und mit einem zu stark gedämpften Verhalten oberhalb der Grenzfrequenz f^* . Die dynamische Steifigkeit c_{dyn} ist über der Frequenz nur minimal ansteigend und entspricht damit ebenfalls nicht dem versteifendem Verhalten von Elastomerlagern bei höheren Frequenzen (Abbildung 7.12).

Weitere Modelle zur Abbildung der nichtlinearen Übertragungseigenschaften sind in [228] beschrieben. Diese Modelle sind in kommerziellen Mehrkörpersimulationsprogrammen noch nicht verfügbar und nur mit erheblichem Mehraufwand implementierbar (z. B. über selbst programmierte Subroutinen). Zudem weisen derartige Modelle häufig eine größere Anzahl von Parametern auf, deren Bestimmung oftmals schwierig und mit zusätzlichen Unsicherheiten verbunden ist. Derartige Modelle werden in dieser Arbeit nicht verwendet.

In [170] wird ein einfaches Modell zur Abbildung von Elastomer- und Hydrolagern beschrieben, welches über vorhandene Messungen einfach zu parametrieren ist und eine übersichtliche Anzahl von Modellparameter aufweist.

Der Ansatz besteht aus 2 Modulen zur Abbildung der Frequenzabhängigkeit und Amplitudenabhängigkeit. Das lineare Modul zur Darstellung der Frequenzabhängigkeit stellt eine parallel und Serienschaltung von ideal elastischen Federelementen und viskosen Dämpferelementen dar. Abbildung 7.13 zeigt die Anordnung der Feder-Dämpfer-Elemente. Es besteht aus 4 Parametern C_1 , α , β und γ :

$$\alpha = \frac{C_2}{C_1}, \quad (7.9a)$$

$$\beta = \frac{d_2}{d_1}, \quad (7.9b)$$

$$\gamma = \frac{d_1}{c_1}. \quad (7.9c)$$

Die innere Wegkoordinate z kann berechnet werden über

$$\dot{z} = \frac{1}{1 + \beta} \cdot \left(\dot{x} - \frac{\alpha}{\gamma} \cdot z \right). \quad (7.10)$$

Damit ergibt sich die resultierende Kraft des linearen Moduls F_{lin} zu [170]

$$C_1 x + C_2 z + d_2 \dot{z} = d_1 (\dot{x} - \dot{z}) F_{lin} = C_1 (x + \gamma \cdot (\dot{x} - \dot{z})). \quad (7.11)$$

Das Modul zur Abbildung der Amplitudenabhängigkeit bildet die innere Werkstoffreibung im Elastomermaterial ab. Der Ansatz beruht auf einer Logarithmusfunktion und ist in [170] näher beschrieben. Das nichtlineare Modul zur Abbildung

der Amplitudenabhängigkeit hat 2 Parameter.

Eine Analyse der Verschiebungen in den Elastomerlagern für den Vollasthochlauf hat ergeben, dass die Wegamplituden in der Größenordnung von ca. 0.1 mm liegen und nur geringfügige Schwankungen zu höheren oder niedrigeren Amplituden aufweisen. Der Einfluss der Amplitudenabhängigkeit kann damit vernachlässigt werden und wird im Modell auch nicht berücksichtigt.

Um jedoch die korrekten Vorlasten bei der Messung zu berücksichtigen, wurden die Lagerkräfte in den einzelnen Achsrichtungen anhand der Berechnungsergebnisse analysiert. Unter Verwendung des linearen Modells wurde die Vorlast (Gesamtkraft - dynamischer Anteil) je Lager und Richtung ermittelt. Bei der dynamischen Vermessung am Komponentenprüfstand wurden die gemittelten Werte über die Hochlaufdauer für die Vorlasten als Randbedingung für die Messung vorgegeben.

Mit Hilfe der am Komponentenprüfstand durchgeführten Messungen unter Berücksichtigung der rechnerisch ermittelten Vorlasten und der abgeschätzten Schwingungsamplituden kann das Lagermodell nach Pfeffer parametrisiert werden.

Die Identifikation der Modellparameter wird mittels Minimierung der kleinsten Fehlerquadrate zwischen Messung und Rechnung mit harmonischer Weganregung durchgeführt. Dazu wird sowohl die Abweichung der dynamischen Steifigkeit, als auch die des Verlustwinkels mit einbezogen. Zusätzlich wurde auch eine Anpassung nur auf den Verlustwinkel und nur auf die dynamische Steifigkeit alleine durchgeführt. Bei der kombinierten Abstimmung sind nur Verlustwinkel mit geringeren Gewichtungsfaktoren angeführt, da, wie später noch gezeigt wird die Dämpfung verglichen mit der Steifigkeit einen nicht so starken Einfluss auf die Ergebnisqualität aufweist. Die beiden Summenfunktionen

$$\begin{aligned} J_{Ampl} &= \sum (A_{m,i} - A_{r,i})^2, \\ J_{\phi} &= \sum (\phi_{m,i} - \phi_{r,i})^2, \end{aligned} \tag{7.12}$$

welche die Abweichung zwischen Messung A_m, ϕ_m und Rechnung A_r, ϕ_r für den Verlauf der dynamischen Steifigkeit und des Verlustwinkels über der Frequenz darstellen, können über die Faktoren λ_A und λ_p unterschiedlich gewichtet werden:

$$J(p) = \lambda_A \cdot J_{Ampl} + \lambda_{\phi} \cdot J_{\phi}, \quad \text{mit } p = C_1, \alpha, \beta, \gamma. \tag{7.13}$$

Die Ergebnisse der Parameteridentifikation zeigen (Abbildung 7.14), dass eine gleichwertige Anpassung von dynamischer Steifigkeit ($\lambda_A = 1$) und Verlustwinkel ($\lambda_{\phi} = 1$) größere Abweichungen bei der Parameteranpassung bewirken. Bei einer

Anpassung rein auf die dynamische Steifigkeit ($\lambda_A = 1$ und $\lambda_\phi = 0$) bzw. bei Anpassung auf den Verlustwinkel ($\lambda_A = 0$ und $\lambda_\phi = 1$) zeigt sich, dass dann die Messkurve entweder für die dynamische Steifigkeit oder für den Verlustwinkel gut angenähert wird. Es ergeben sich aber dann deutlichere Abweichungen im Verlauf der nicht berücksichtigten Kurve. Mit einer starken Berücksichtigung der dynamischen Steifigkeit ($\lambda_A = 1$) und einer geringeren Berücksichtigung des Phasenverlaufs ($\lambda_\phi = 0, 1$ bzw. $0, 25$) wird die Steifigkeit noch genau abgebildet und der Phasenwinkel auch noch genügend genau berücksichtigt im Vergleich zum Kelvin-Voigt Ansatz. Es ergibt sich mit diesem Modellansatz zumindest nicht mehr das stark unterdämpfte Systemverhalten bei niedrigen Frequenzen und das überdämpfte Systemverhalten für den oberen Frequenzbereich. Die ermittelten Modellparameter sind für die verschiedenen Konfigurationen in Tabelle 7.4 dargestellt.

Hilfsrahmen vorne links in z-Richtung				
Parameteranpassung	Steifigkeit	Verlustwinkel	Gesamt 0,1	Gesamt 0,25
Steifigkeit C_1 [N/mm]	1436,9	1436,9	1436,9	1436,9
Parameter α [-]	0,250	0,379	0,250	0,265
Parameter β [-]	0,439	0,078	0,138	0,086
Parameter γ [s]	0,439	0,078	0,138	0,086

Tabelle 7.4: Exemplarische Übersicht der Parameter des linearen Pfeffer Moduls für das Lager Hilfsrahmen vorne links in z-Richtung für verschiedene Anpassungskonfigurationen

Zur Bewertung der Ergebnisqualität wird die bereits vorgestellte Methode zum automatisierten Abgleich zwischen Messung und Rechnung verwendet (siehe Kapitel 6.7 „Echtzeitfähige Antriebsstrangmodelle für Schwingungsuntersuchungen“). Anstatt der Drehschwingungen werden nun die gemessenen und berechneten Beschleunigungen herangezogen. Die quadratische Fehlerabweichung zwischen Messung und Rechnung wird wiederum im Frequenzbereich auf Basis der dominierenden 2. Motorordnung durchgeführt. Um alle Messstellen mit gleicher Gewichtung zu bewerten, werden die Amplitudenverläufe auf den Wertebereich $[0, 1]$ normiert. Die für alle Messstellen aufsummierte normierte quadratische Fehlerabweichung, welche direkt das Zielfunktional für die Optimierung darstellt, kann damit auch zur Bewertung verschiedener Modell- und Parametervarianten herangezogen werden (siehe auch Kapitel 3.4 „Grundlagen zur Berechnung und Optimierung von Schwingungen in Antriebssystemen“).

Folgende Lagermodelle und Parametrierungsvarianten wurden in die Analyse der Ergebnisqualität einbezogen:

Eine eindeutige Interpretation der objektiv ermittelten normierten Abweichung des Messungs- und Rechnungsvergleiches der verschiedenen Modellansätze und Parametervarianten für die Elastomerlager im Bereich Hinterachse stellt sich als schwierig

Modell- und Parametervariante	Kurzbezeichnung
Kelvin Voigt mit statischer Steifigkeit	statisch
Kelvin Voigt mit dynamischer Steifigkeit 50 Hz	dyn. 50 Hz
Pfeffer Modell mit Anpassung Amplitude	Pfeffer Steifigkeit
Pfeffer Modell mit Anpassung Phase	Pfeffer Verlustwinkel
Pfeffer Modell mit Anpassung Gesamt mit Gewichtung Phase 0,1	Pfeffer Gesamt 0,10
Pfeffer Modell mit Anpassung Gesamt mit Gewichtung Phase 0,25	Pfeffer Gesamt 0,25

Tabelle 7.5: Überblick über die untersuchten Modell- und Parametervarianten für Elastomerlager im Bereich Hinterachse

heraus. Es zeigt sich kein allgemein gültiger Trend aus den Vergleichen an den einzelnen Positionen und Achsrichtungen. Zieht man zur Bewertung die Gesamtsumme der einzelnen normierten Abweichungen heran, so ergeben sich für die Einbindung der dynamischen Steifigkeit bei 50 Hz beim Kelvin Voigt Modell die geringsten Abweichungen zur Messung und damit die größte Modellverbesserung. Die Modellansätze nach Pfeffer mit frequenzabhängiger Steifigkeit zeigen für die Anpassung auf die dynamische Steifigkeit („Pfeffer Steifigkeit“) ebenfalls eine deutliche Verbesserung (Abbildung 7.14). Für die restlichen Varianten mit Anpassung auf den Verlustwinkel und der Anpassung auf Steifigkeit und Verlustwinkel ergibt sich eine leichte Verschlechterung. Daraus lässt sich schließen, dass die Berücksichtigung der korrekten dynamischen Steifigkeit mehr Gewichtung zukommt als der Einbindung des korrekten Dämpfungsverhaltens (Tabelle 7.6). Auffallend ist auch, dass die Berücksichtigung der dynamische Steifigkeit bei 50 Hz zu einer Verbesserung bei fast allen Messstellen des Messungs- und Rechnungsvergleiches führt.

Zusätzlich ist erkennbar, dass die Abweichungen bei den Pfeffer Modellansätzen für 6 Messstellen zu besseren Ergebnissen führen als die Einbindung der dynamischen Steifigkeit bei 50 Hz für die Standard Kelvin Voigt Modelle. Im Gegenzug dazu gibt es jedoch einige Lagerstellen an denen sich der Vergleich erheblich verschlechtert. Dies ist auch der Grund für das etwas schlechtere Abschneiden der frequenzabhängigen Lagermodule (Pfeffer Modelle).

Analysiert man z. B. die Messposition Hilfsrahmen hinten in y-Richtung so erkennt man, dass zwischen den frequenzabhängigen Modul mit den versch. Parametervarianten wenig Unterschied zu erkennen ist. Dieser Zusammenhang ist auch beim Großteil der anderen Messstellen gegeben. Die Variante mit dynamischer Steifigkeit bei 50Hz und die frequenzabhängigen Ansätze zeigen eine deutliche Verbesserung des Messungs- und Rechnungsvergleiches für den oberen Drehzahlbereich ($> 2000 \text{ min}^{-1}$). Die Charakteristik des Amplitudenverlaufes wird mit einem generell zur

7. Aufbau eines Offline-Modells für das Geräuschphänomen Boom

niedrigeren Amplitudenniveau besser abgebildet.

7. Aufbau eines Offline-Modells für das Geräuschphänomen Boom

Parametervarianten Elastomerlager							
Beschreibung	statisch	dyn. 50 Hz	dyn. 100 Hz	Pfeffer Steifigkeit	Pfeffer Verlustwinkel	Pfeffer Gesamt 0,10	Pfeffer Gesamt 0,25
Längslenker X	0,13	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
Längslenker Y	0,16	0,15	0,11	0,14	0,13	0,12	0,12
Längslenker Z	0,27	0,23	0,22	0,23	0,22	0,23	0,23
Hilfsrahmen vorne X	1,73	1,37	0,87	1,21	1,05	0,98	1,00
Hilfsrahmen vorne Y	0,19	0,12	0,07	0,10	0,07	0,09	0,07
Hilfsrahmen vorne Z	0,13	0,06	0,47	0,12	0,26	0,30	0,29
Hilfsrahmen hinten X	1,28	0,65	0,50	0,64	0,60	0,55	0,57
Hilfsrahmen hinten Y	0,49	0,34	0,28	0,36	0,34	0,34	0,35
Hilfsrahmen hinten Z	0,16	0,44	1,18	0,64	0,93	0,98	1,03
Hinterachsgetriebe vorne X	1,11	0,55	0,61	0,54	0,56	0,55	0,60
Hinterachsgetriebe vorne Y	0,44	0,25	1,42	0,46	0,91	1,08	1,15
Hinterachsgetriebe vorne Z	0,19	0,07	0,46	0,15	0,32	0,38	0,42
Hinterachsgetriebe hinten links X	0,70	0,25	0,43	0,32	0,45	0,47	0,48
Hinterachsgetriebe hinten links Y	0,60	0,35	0,85	0,55	0,85	0,94	0,81
Hinterachsgetriebe hinten links Z	0,14	0,14	0,38	0,22	0,34	0,37	0,39
Hinterachsgetriebe hinten rechts X	0,93	0,49	0,40	0,44	0,42	0,41	0,43
Hinterachsgetriebe hinten rechts Y	0,19	0,07	0,23	0,13	0,22	0,25	0,21
Hinterachsgetriebe hinten rechts Z	0,15	0,49	3,01	0,83	1,70	1,97	2,35
Summe	8,99	6,08	11,51	7,10	9,40	10,03	10,50

Tabelle 7.6: Ergebnisse mit normierter Abweichung zwischen Messung und Rechnung für verschiedene Modellansätze und Parametersätze der Elastomerlager Hinterachse

7. Aufbau eines Offline-Modells für das Geräuschphänomen Boom

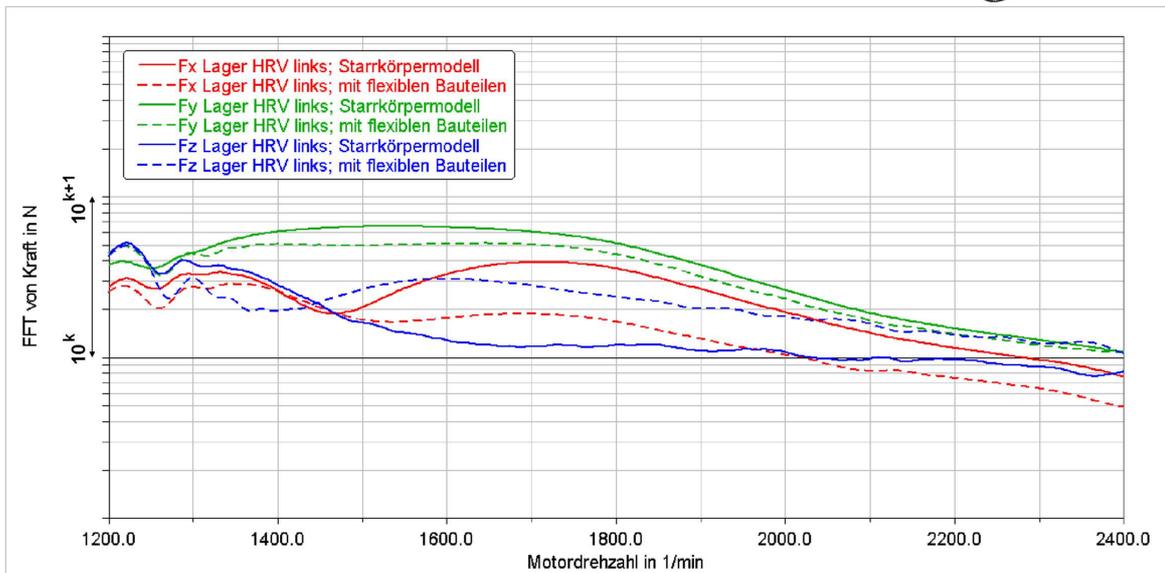
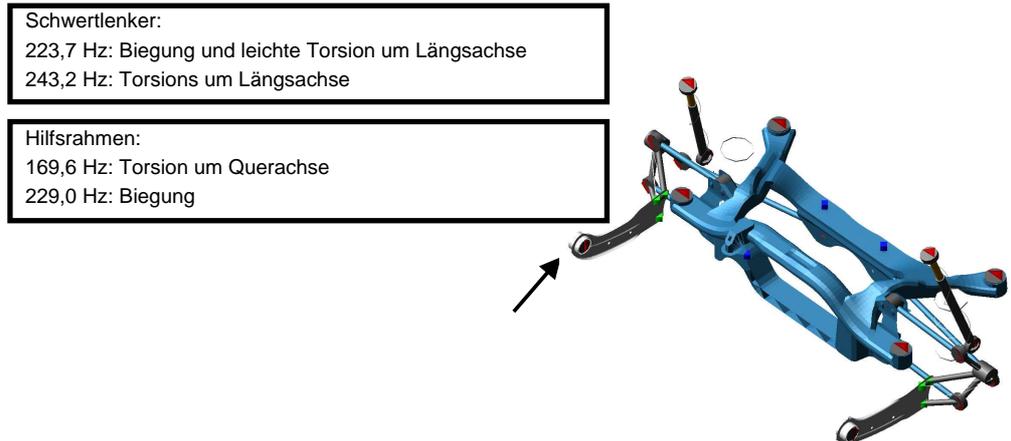


Abbildung 7.5: Analyse der Anregungskräfte aufgrund der Anregung der 2. Motorordnung für den Längslenker mit elastischem und starren Hilfsrahmen und Längslenker Hinterachse [77]

7. Aufbau eines Offline-Modells für das Geräuschphänomen Boom

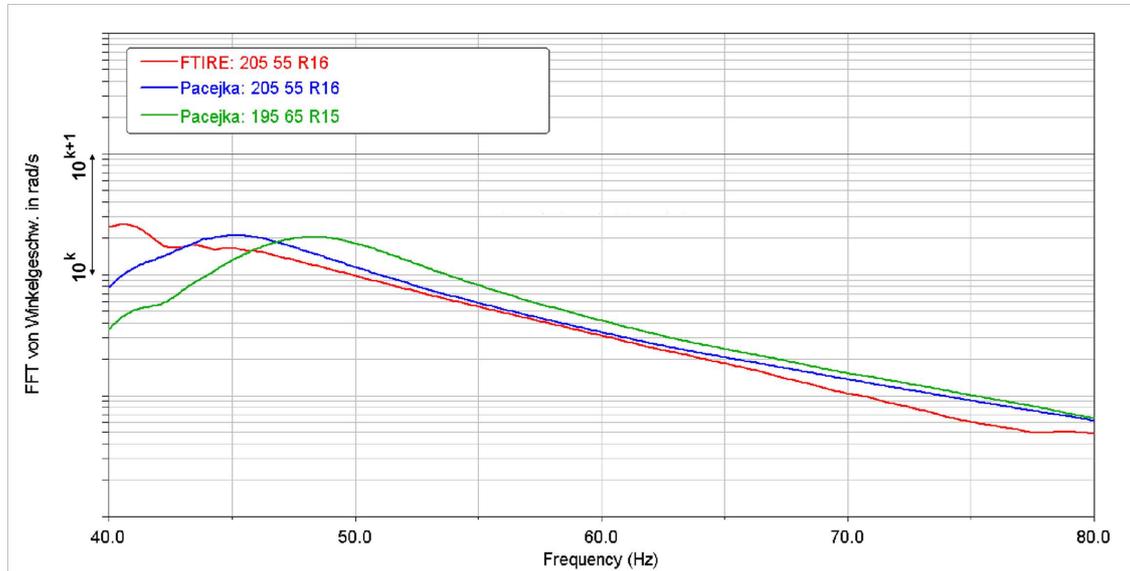


Abbildung 7.6: Analyse des Einflusses Modellbildung Reifen auf die Drehschwingungen am Rad [77]

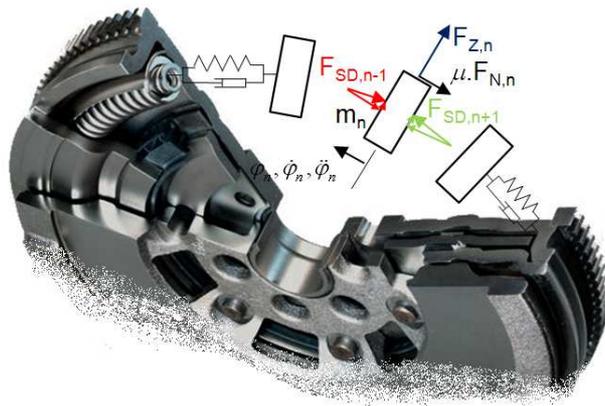


Abbildung 7.7: Angreifende Kräfte an der Federmasse m_n eines Bogenfeder ZMS [81], wobei $F_{Z,n}$ die Fliehkraft, $F_{SD,n-1}$ bzw. $F_{SD,n}$ die an der Federmasse angreifenden Feder- und Dämpferkräfte, μ den Reibkoeffizient und $F_{N,n}$ die Normalkraft bezeichnet

7. Aufbau eines Offline-Modells für das Geräuschphänomen Boom

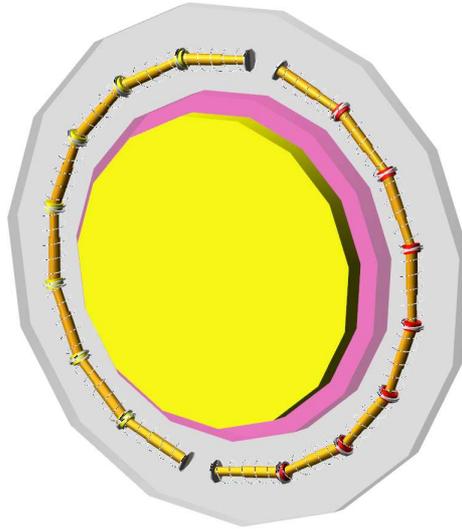


Abbildung 7.8: Parametrisiertes physikalisches ZMS Modell für die MKS-Umgebung ADAMS [81]

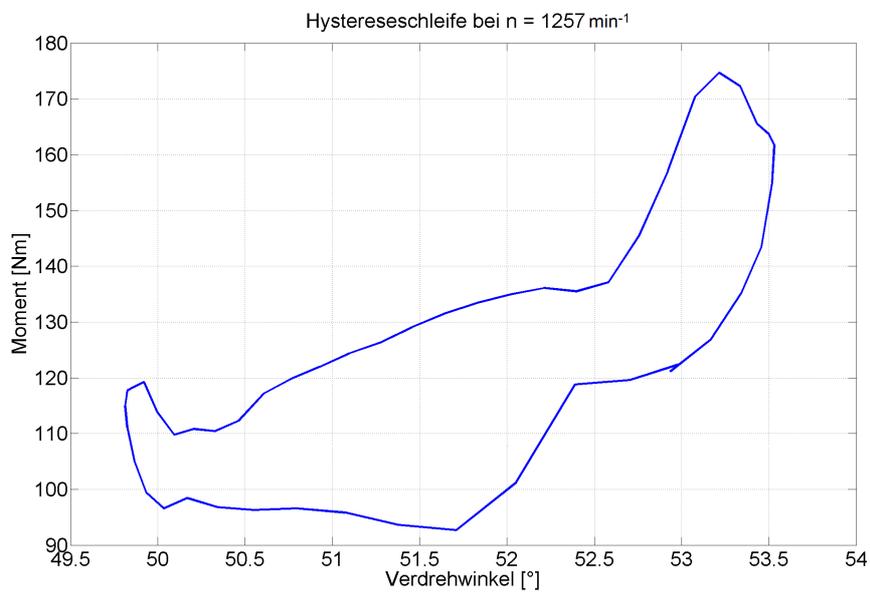
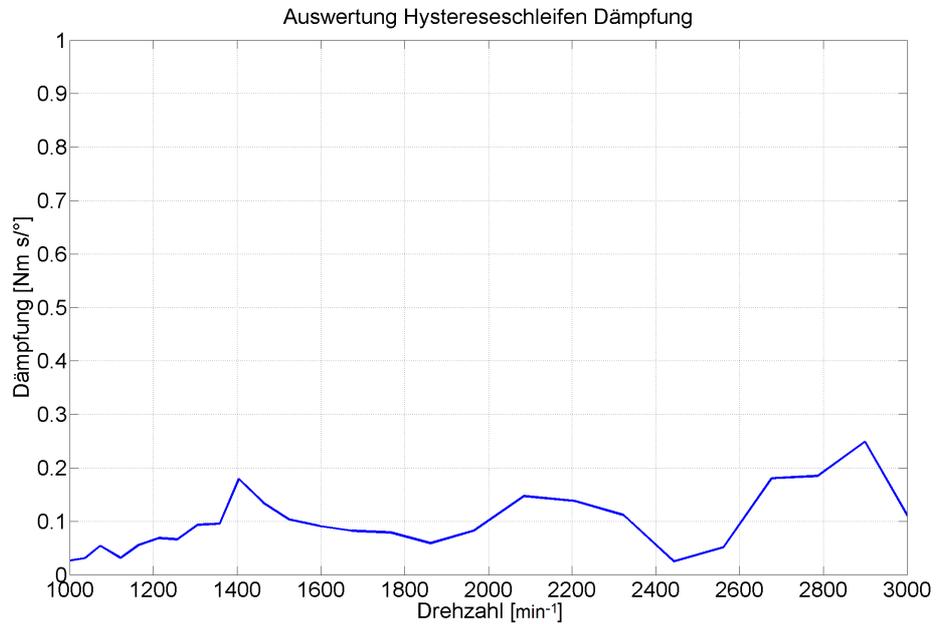
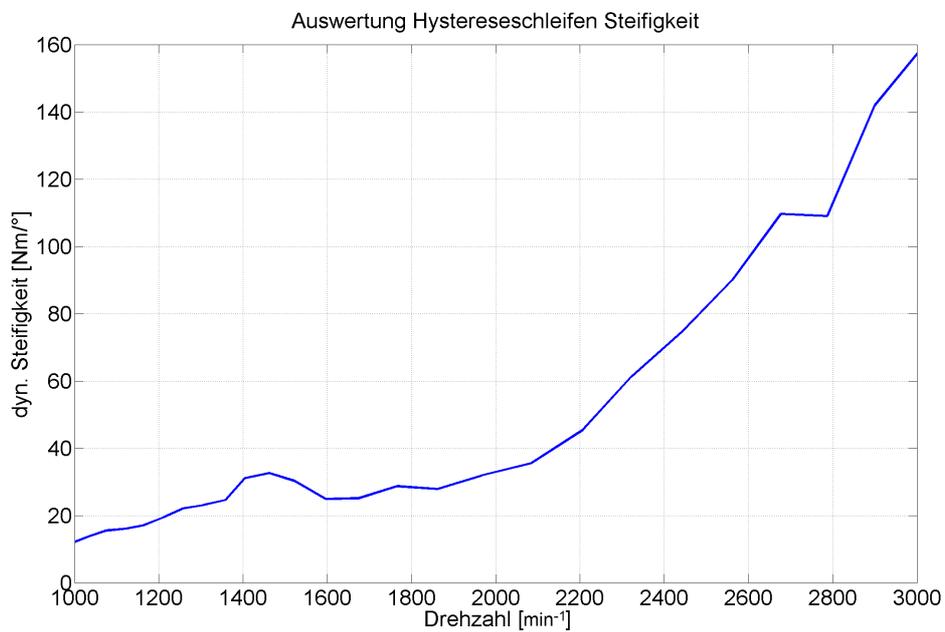


Abbildung 7.9: Mit physikalischem ZMS Modell berechnete Hystereseschleife (Moment über Winkel) des ZMS bei 2000 min^{-1} [81]

7. Aufbau eines Offline-Modells für das Geräuschphänomen Boom



(a) Dämpfung



(b) Steifigkeit

Abbildung 7.10: Aus den ZMS-Hystereseschleifen ermittelte drehzahlabhängige Steifigkeit 7.10(b) und Dämpfung 7.10(a) des Zweimassenschwungrades[81]

7. Aufbau eines Offline-Modells für das Geräuschphänomen Boom

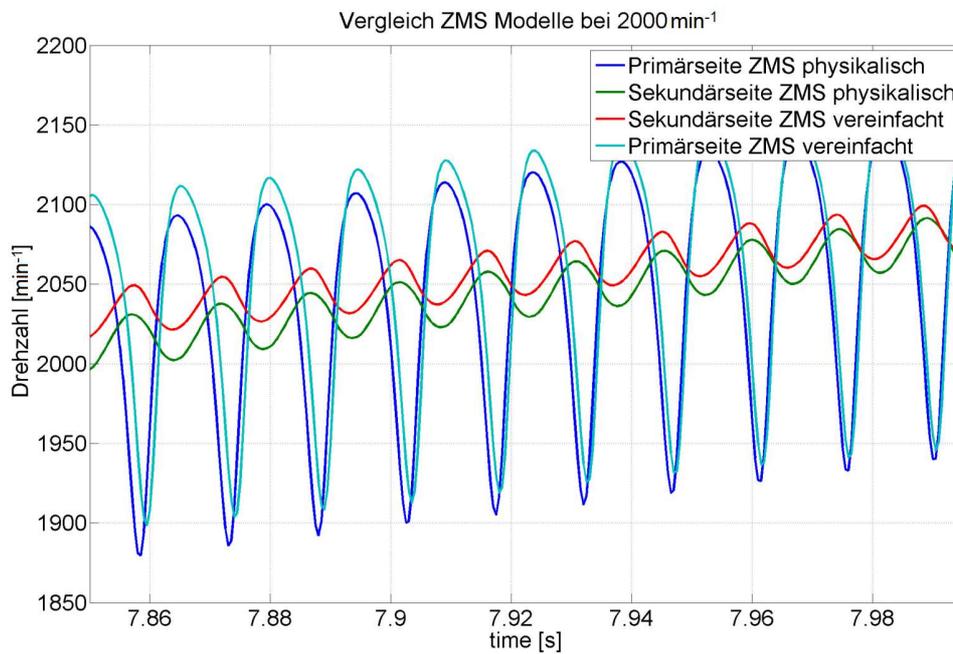
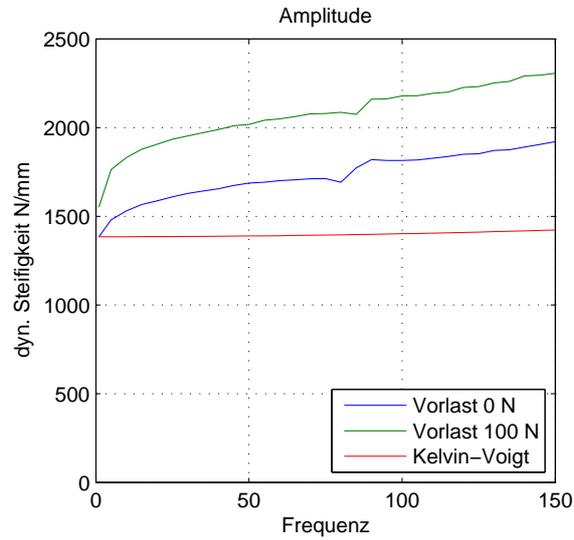
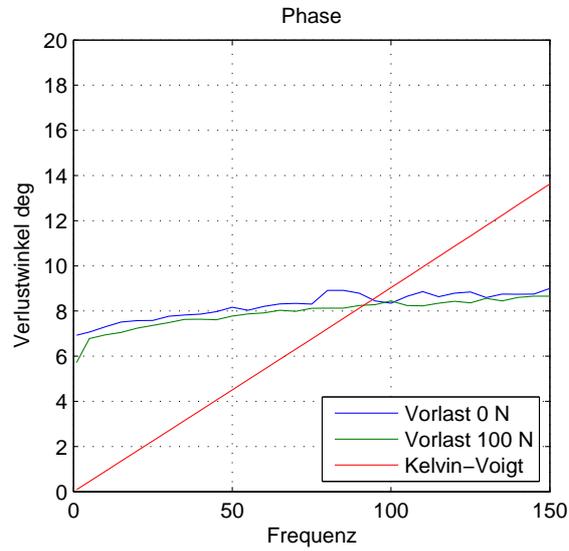


Abbildung 7.11: Vergleich von Berechnungsergebnissen im Zeitbereich bei 2000 min^{-1} mit physikalischem und vereinfachtem ZMS Modell [81]



(a) Dynamische Steifigkeit



(b) Verlustwinkel

Abbildung 7.12: Vergleich von gemessener dynamischer Steifigkeit 7.12(a) und Verlustwinkel 7.12(b) eines Elastomerlagers mit Kelvin-Voigt-Modell

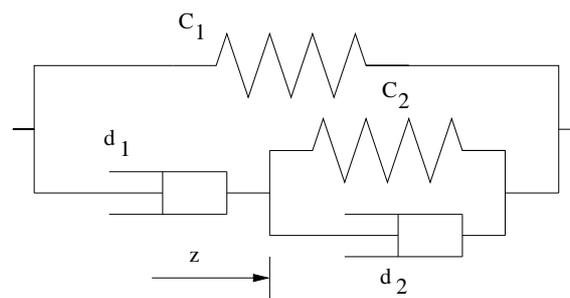
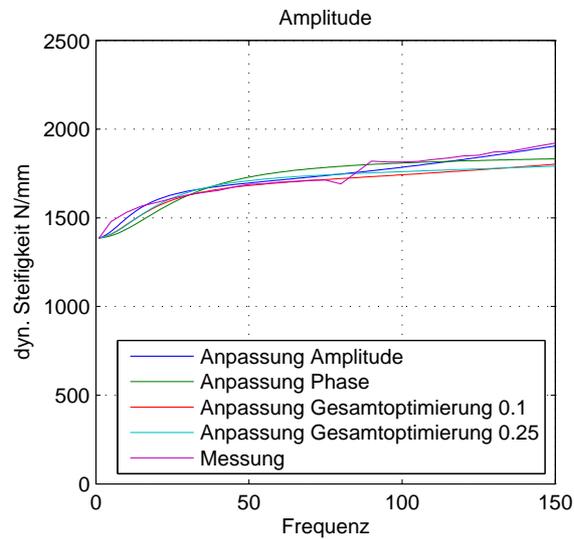
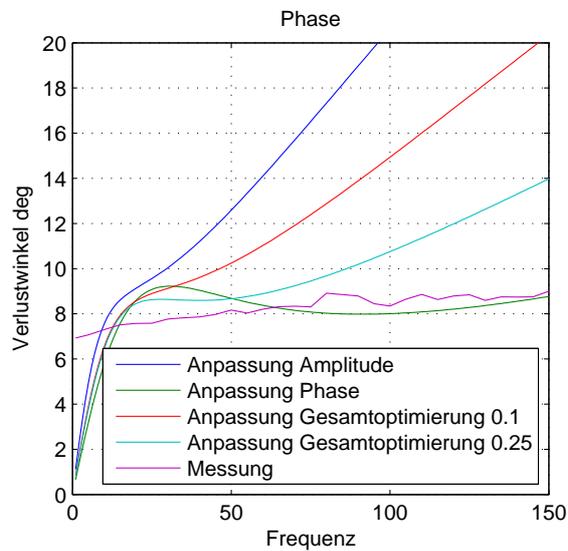


Abbildung 7.13: Lineares Modul nach Pfeffer [170] zur Simulation der frequenzabhängigen Steifigkeit und des Verlustwinkels von Elastomerlagern



(a) Dynamische Steifigkeit



(b) Verlustwinkel

Abbildung 7.14: Vergleich von gemessener dynamischer Steifigkeit 7.14(a) und Verlustwinkel 7.14(b) eines Elastomerlagers mit Ergebnissen der Parameteridentifikation für das Modell nach Pfeffer für verschiedene Gewichtungen des Zielfunktional

7.4.1 Simulation von Biegeschwingungen der Kardanwelle

Die Biegeschwingungen der Kardanwelle wurden am Antriebsstrangprüfstand für 4WD Antriebe gemessen und analysiert. Nähere Erläuterungen zur Prüfstandkonfiguration und zum Messaufbau sowie den Messergebnissen sind im Kapitel 5.3 „Experimentelle Untersuchungen“ angeführt.

Für die Analyse von Kardanwellenbiegeschwingungen mit dem detaillierten Offline-Modell wurde in der Simulationsumgebung die Prüfstandskonfiguration nachgebildet:

- E-Antrieb (konstantes Moment wie im Versuch) anstatt der Verbrennungskraftmaschine
- Gesamter Antriebsstrang ohne Vorderradaufhängung
- Hilfsrahmen mittels Elastomerlager am Prüfstand aufgespannt keine Hinterradaufhängung
- Hinterachsgetriebe im Hilfsrahmen gelagert mit gesperrter Haldex-Kupplung (Lamellenpakete verschleißt)
- Konstante Momentenrandbedingung an den Radflanschen (entspricht 4 Bremsenbetrieb Prüfstand)

Aufgrund des nichtlinearen Systemverhaltens hängen die Eigenmoden vom Systemzustand, in dem linearisiert wird, ab. Um dies zu berücksichtigen wurde das Modell im stationären Zustand (Zeitbereich und eingeschwungenes Modell) linearisiert und daraus die Eigenmoden berechnet. Die dabei vorgegebenen Randbedingungen (Drehzahl Antriebsmaschine und Momente Bremse) entsprechen den Werten vom Prüfstand.

Von den analysierten Eigenmoden ist vor allem die erste Biegemode der Kardanwelle von besonderem Interesse, da diese bei 103 Hz noch das Brumm-Geräusch beeinflussen kann. Diese Biegemode der Kardanwelle ist mit einer Starrkörpermode des Hinterachsgetriebes (Haldex-Kupplung und Hinterachsdifferential) gekoppelt. Das Hinterachsgetriebe rotiert dabei um die Hochachse (z -Achse) und nickt deutlich im vorderen Elastomerlager in Hochrichtung (z -Achse), wie in Abbildung 7.15 dargestellt. Für diese Mode zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung mit der Messung am Antriebsstrangprüfstand. Aus der Messung geht die Starrkörperschwingungen des Hinterachsgetriebes in Zusammenhang mit der Biegemode der Kardanwelle nicht hervor, da keine Beschleunigungen am Hinterachsgetriebe bei dieser Konfiguration mehr gemessen wurden. Mit der Analyse über die Simulation können die Schwingungsphänomene genau analysiert werden und Einflüsse auf die Schwingungsanregung der Karosserie über den Hilfsrahmen und dessen Lagerungen genau untersucht

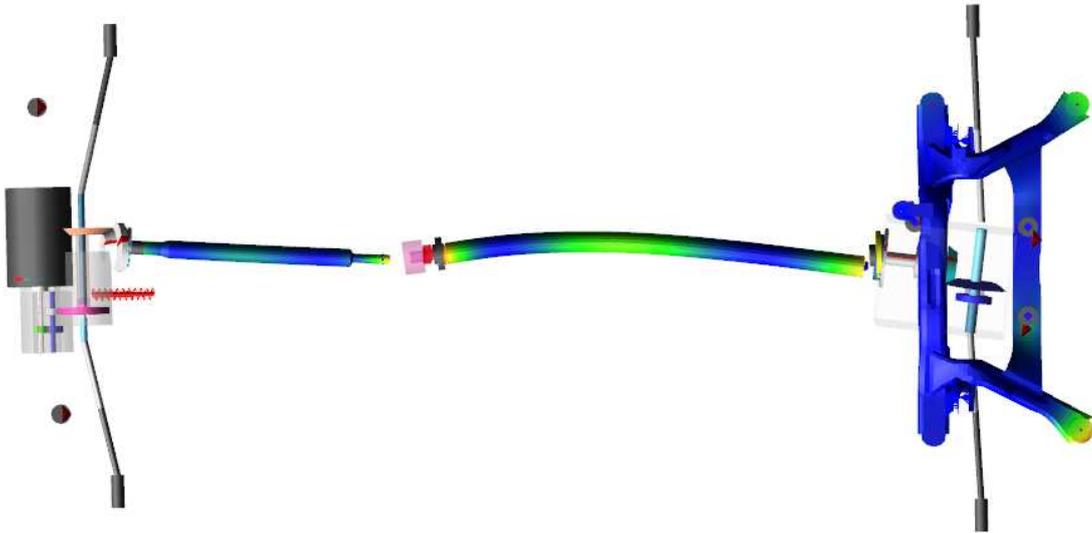
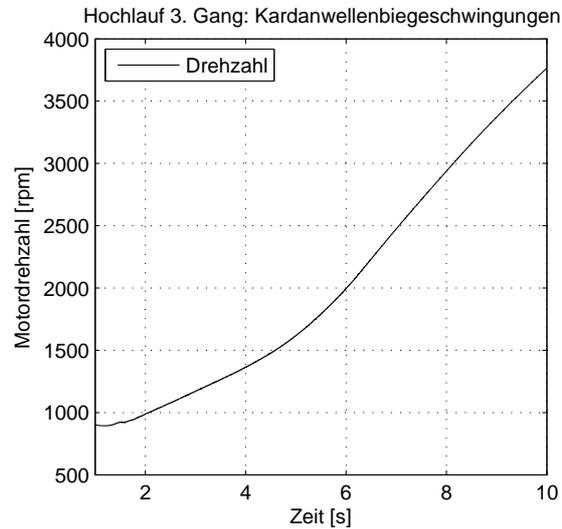


Abbildung 7.15: Im betrachteten Frequenzbereich relevante Biegeschwingung der Kardanwelle bei 103 Hz, welche mit einer Starrkörpermode des Hinterachsgetriebes gekoppelt ist

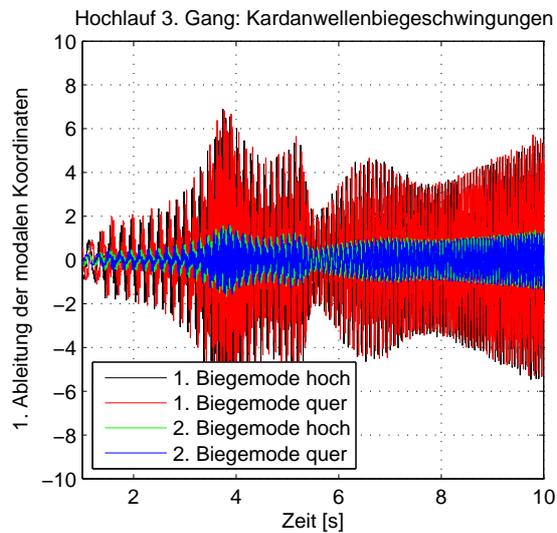
und über die Beschleunigungen an den Koppelstellen auch bewertet werden.

Ein direkter Nachweis des Einflusses der Biegeschwingungen auf das Beschleunigungsverhalten im Bereich der Hinterachse ist aufwendig. Theoretisch ist es prinzipiell möglich einzelne Moden zu deaktivieren, jedoch bleibt die Aussage einer derartigen Berechnung fragwürdig, da die anteilige Verschiebung aus den deaktivierten Moden durch andere aktive Moden ersetzt werden müssen. Eine derartige Vorgehensweise ist auch in der Literatur nicht angeführt. Um den Einfluss der Biegeschwingungen dennoch aufzuzeigen, wurden die modalen Beteiligungsfaktoren (1. Ableitung) der Biegemoden untersucht. Es zeigt sich dabei, dass die modalen Beteiligungsfaktoren der 1. Biegeschwingungen schon deutlich unterhalb der 100 Hz Grenze auftreten und das Schwingungsverhalten beeinflussen. Dies ist auf weitere tieffrequente Starrkörpermoden im Bereich der Hinterachse zurückzuführen, welche auch Biegeauslenkungen der Kardanwelle anregen (Abbildung 7.16).

7. Aufbau eines Offline-Modells für das Geräuschphänomen Boom



(a) Motordrehzahl



(b) Modale Koordinaten

Abbildung 7.16: Analyse der modalen Beteiligungsfaktoren (1. Ableitung) im Bereich der Kardanwelle hinten: Abbildung 7.16(a) zeigt die Motordrehzahl über der Zeit (Volllasthochlauf im 3. Gang) und Abbildung 7.16(b) die Zeitableitung der modalen Beteiligungsfaktoren für die ersten beiden Biegeschwingungen

7.5 Systematischer Messungs- und Rechnungsabgleich

Beim systematischen Messungs- und Rechnungsabgleich mittels nichtlinearer Optimierung zur Parameteridentifikation wird prinzipiell die gleiche Vorgehensweise wie auch schon bei den Echtzeit-Modellen angewendet. Einziger Unterschied besteht in der MKS-Softwareumgebung und in der Lage der Auswertestellen aufgrund des feineren Modells. Für die Parameteridentifikation beim detaillierten Offline-Modell wird die Software ADAMS Car mit Matlab gekoppelt. Für die Auswertestellen werden Beschleunigungen an relevanten Koppelpunkten Antriebsstrang/Fahrwerk zu Fahrzeugaufbau herangezogen.

Beim automatisierten Abgleich zwischen Messung und Rechnung des Gesamtmodells ergibt sich eine deutlich größere Anzahl an Modellparametern (> 30 , siehe Tabelle 7.7). Damit wird eine direkte Optimierung sehr zeitaufwendig, da in jedem Optimierungsschritt zur Bestimmung der Jakobi-Matrix alle Parameter der Reihe nach einzeln variiert werden müssen. Aufgrund der großen Anzahl von Parametern und durch die Betrachtung der Ordnungsschnitte der Beschleunigungen ist das Zielfunktional deutlich unstetiger und erschwert die Identifikation eines möglichst globalen Minimums erheblich. Ein Parallelisieren der Optimierung wäre prinzipiell immer zu Beginn eines jeden Optimierungsschrittes bei der Bestimmung der Jakobi-Matrix möglich, erwies sich bei Verwendung der `fmincon`-Funktion (Optimierungsroutine in Matlab) als nicht umsetzbar (siehe auch Abbildung 7.17).

Eine Optimierung auf Basis eines Metamodells, welches das Verhalten des Offline-MKS-Gesamtmodells annähert, bietet diesbezüglich deutliche Vorteile. Bei der Identifikation des Metamodells wird der gesamte Parameterraum abgetastet und damit steigt auch die Wahrscheinlichkeit bei der Optimierung des Metamodells ein möglichst globales Minimum zu identifizieren. Die Abtastrate bzw. die Anzahl der Parametersamples kann direkt vom Anwender vorgegeben werden und damit ist auch die Berechnungsdauer in gewissen Grenzen beeinflussbar. Die Berechnungen der Response Surface Punkte für einzelne definierte Parametersamples mit dem MKS-Modell sind voneinander unabhängig und dieser Berechnungsschritt kann damit gut parallelisiert werden. Numerisch bietet die Abbildung des Modells mittels Metamodellen auch den Vorteil, dass eine gewisse Glättung des Zielfunktionals vorgenommen wird, welche bei einer direkten Optimierung nicht gegeben ist. Die Stärke der Glättung und damit auch die lokale Genauigkeit des Metamodells werden über die Anzahl der Samples und die Parameterschranken beeinflusst. Hier muss ein guter Kompromiss zwischen vertretbarem Rechenaufwand und Modellgenauigkeit gefunden werden.

Da eine gleichzeitige Optimierung von mehr als 30 Parametern mittels Kriging-

7. Aufbau eines Offline-Modells für das Geräuschphänomen Boom

Nr.	Parameter	untere Grenze	obere Grenze
1-3	Hilfsrahmen hinten rechts X,Y,Z	0.3	3.0
4-6	Hilfsrahmen hinten links X,Y,Z	0.3	3.0
7-9	Hilfsrahmen vorne rechts X,Y,Z	0.3	3.0
10-12	Hilfsrahmen vorne links X,Y,Z	0.3	3.0
13-15	Längslenker rechts X,Y,Z	0.3	3.0
16-18	Längslenker links X,Y,Z	0.3	3.0
19-21	Hinterachsgetriebe hinten links X,Y,Z	0.3	3.0
22-24	Hinterachsgetriebe hinten rechts X,Y,Z	0.3	3.0
25-27	Hinterachsgetriebe vorne links X,Y,Z	0.3	3.0
28	Schwerpunkt Hinterachsgetriebe X	0.96	1.04
29	Schwerpunkt Hinterachsgetriebe Y	0.01	2.0
30	Schwerpunkt Hinterachsgetriebe Z	0.01	2.0
31	Masse Hinterachsgetriebe	0.7	1.3
32	J_{XX} Hinterachsgetriebe	0.5	1.5
33	J_{YY} Hinterachsgetriebe	0.5	1.5
34	J_{ZZ} Hinterachsgetriebe	0.5	1.5

Tabelle 7.7: Auflistung der Parameter mit oberer und unterer Optimierungsgrenze

Metamodellen eine extrem hohe Anzahl von Parametersamples voraussetzt und damit die Identifikation insgesamt sehr lange dauern würde, wurde eine modifizierte Vorgehensweise entwickelt, wie sie in Abbildung 7.18 dargestellt ist.

Aufgrund kleiner Schwingamplituden (Amplitude ca. 0.1 mm) und der Tatsache, dass die lokalen Koordinatensysteme der Elastomerlager nur kleine Verdrehungen gegenüber dem globalen Fahrzeugkoordinatensystem aufweisen, beeinflussen sich die Steifigkeiten in den unterschiedlichen Achsrichtungen nur wenig einander. Damit kann das Optimierungsproblem des Gesamtmodells in mehrere Suboptimierungen für die Steifigkeiten in x-Richtung, y-Richtung und z-Richtung aufgespalten werden. Die Schwerpunktskoordinaten, die Masse und die Trägheitsmomente des Hinterachsgetriebes wurden erst nach dem getrenntem Abgleich der Steifigkeiten durchgeführt, da sich Änderungen an diesen Parametern auf alle Achsrichtungen auswirken. Die Dämpfungen werden passend zu den Steifigkeiten mit einem Faktor von 0.0005 des Steifigkeitswertes mitgeändert und stellen keine zusätzlichen Optimierungsparameter dar.

Je Suboptimierungsproblem wurden 150 Parametersamples im vorgegebenen Parameterraum (obere und untere Grenzen) mittels Latin-Hypercube-Sampling (LHS) generiert. Bei der Generierung der Samples wurde zusätzlich die Option „Reduced Correlation“ (Reduktion der Korrelation zwischen den Samples) gewählt um eine möglichst gleichmäßige Verteilung der Samples zu garantieren. Die vorgegebenen Parameter und die Optimierungsgrenzen sind in Tabelle 7.7 aufgelistet. Als obere

7. Aufbau eines Offline-Modells für das Geräuschphänomen Boom

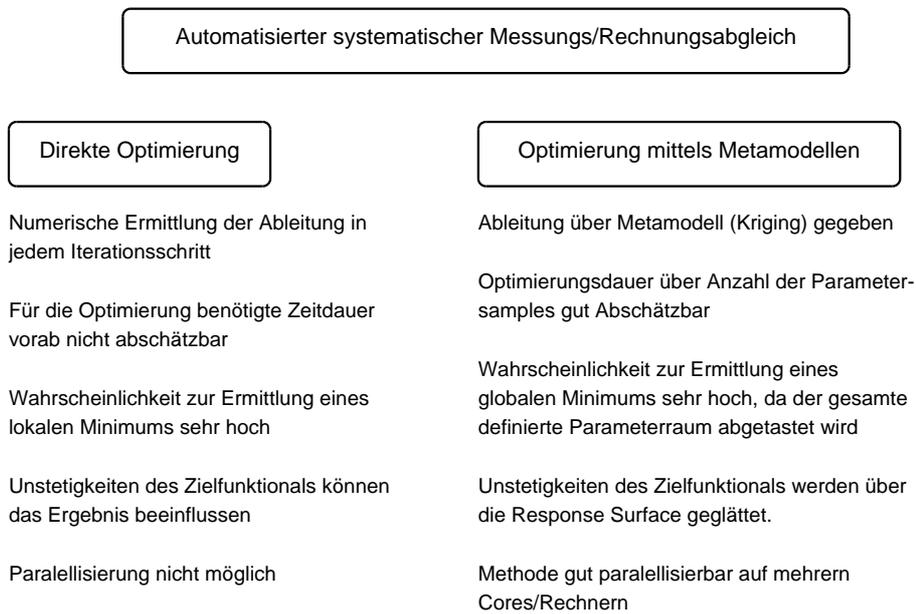


Abbildung 7.17: Gegenüberstellung der Vor- und Nachteile bei direkter Optimierung und bei Optimierung mittels Metamodellen

Regressionsmodelle	Polynom 0 - 2 Ordnung
Korrelationsmodelle	Exponential, Gauss, Linear, Sphärisch, Kubische Spline

Tabelle 7.8: Beim Kriging-Metamodell zur Verfügung stehende Regressions- und Korrelationsmodelle

Grenze wurde der Faktor 3.0 und als untere Grenze der Faktor 0.3 gewählt. Eine Ausnahme stellt die Schwerpunktslage des Hinterachsgetriebes dar, wo aufgrund des Fahrzeugkoordinatensystems die Grenzen entsprechend angepasst werden mussten. Bei der Masse des Hinterachsgetriebes wurden die Grenzen mit +/- 30 % definiert, da eine Änderung um +/- 50 % zu einer nicht mehr physikalisch plausiblen Getriebemasse führen würde. Als Ausgangsbasis für die Optimierung diente das Modell mit berücksichtigter dynamischer Steifigkeit.

7. Aufbau eines Offline-Modells für das Geräuschphänomen Boom

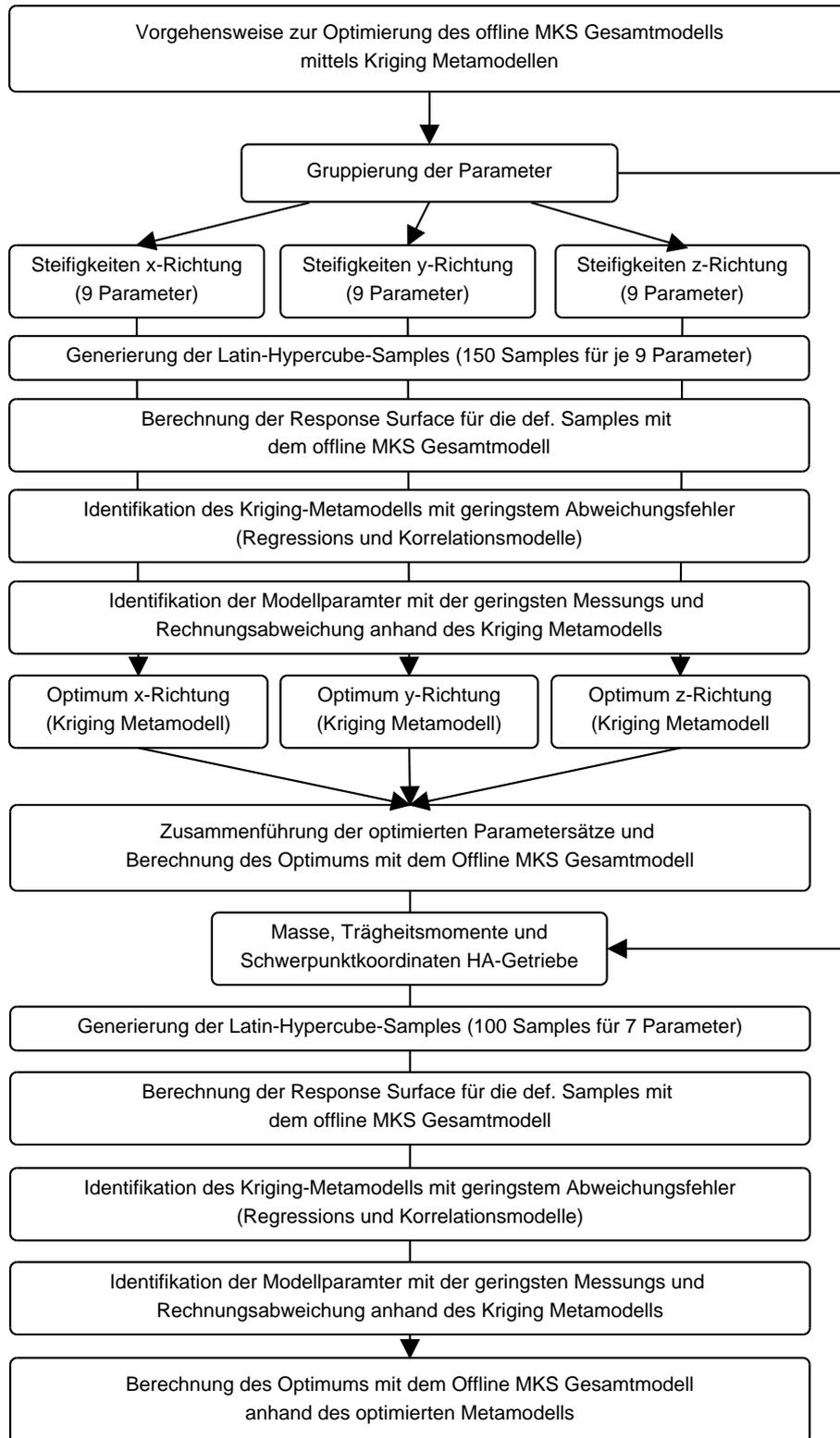


Abbildung 7.18: Vorgehensweise zur Optimierung von detaillierten MKS-Modellen mittels Metamodellen nach Kriging

7. Aufbau eines Offline-Modells für das Geräuschphänomen Boom

Korrelationsmodell	Ordnung Regressionsmodell	mittlerer abs. Fehler	maximaler abs. Fehler	mittlerer rel. Fehler	maximaler rel. Fehler
Gauss	0	0,0914	0,4676	0,0017	0,0082
Linear	0	0,1418	0,6859	0,0026	0,0127
Spherical	0	0,8028	2,0696	0,0145	0,0387
Cubic spline	0	0,8028	2,0696	0,0145	0,0387
Exponential	0	0,8028	2,0696	0,0145	0,0387
Gauss	1	0,0478	0,2566	0,0009	0,0045
Linear	1	0,0600	0,2534	0,0011	0,0045
Spherical	1	0,0978	0,4346	0,0018	0,0076
Cubic spline	1	0,0978	0,4346	0,0018	0,0076
Exponential	1	0,0978	0,4346	0,0018	0,0076
Gauss	2	0,0631	0,3177	0,0011	0,0059
Linear	2	0,0630	0,3177	0,0011	0,0059
Spherical	2	0,0630	0,3177	0,0011	0,0059
Cubic spline	2	0,0630	0,3177	0,0011	0,0059
Exponential	2	0,0630	0,3177	0,0011	0,0059

Tabelle 7.9: Vergleich der Abweichungen bei verschiedenen Korrelationsmodellen und Regressionsmodellen für die Suboptimierung der Steifigkeiten in x-Richtung

Bevor das Metamodell nach Kriging für die Optimierung herangezogen werden kann, gilt es noch das für die vorliegende Problemstellung am besten geeignete Korrelations- und Regressionsmodell zu identifizieren. Dazu wird aus den 150 generierten Samples jeweils ein Sample gestrichen, sodass nur mehr 149 Samples verbleiben. Mit den um ein Sample reduzierten Parametersatz wird das Kriging-Metamodell nun bestimmt und genau der nicht berücksichtigte Punkt im Parameterraum prädiziert. Durch den Vergleich mit dem vorhandenem Ergebnis des detaillierten physikalischen Modells und dem über das Metamodell vorhergesagten Wert kann die absolute und relative Fehlerabweichung zwischen dem Offline-MKS-Modell und dem Metamodell ermittelt werden. Diese Vorgehensweise kann mit jedem Parametersample durchgeführt werden und so die mittlere und maximale absolute und relative Fehlerabweichung bestimmt werden. Nachfolgende Tabellen 7.9, 7.10 und 7.11 fassen die Fehlerabweichungen für alle Regressions- und Korrelationsmodelle zusammen.

Für die x- und z-Richtung ergeben sich die geringsten Fehler mit dem Regressionsmodell 1. Ordnung und dem Korrelationsmodell nach Gauss. In y-Richtung schneidet ein Regressionsmodell 2. Ordnung mit einem Korrelationsmodell nach Gauss besser ab. Die anhand der hinsichtlich des geringsten Fehlers abgestimmten Kriging-Modelle abgeglichenen Parameter in den einzelnen Richtungen werden nun zu einem Parametersatz zusammengefahren und mit dem Offline-MKS-Modell

7. Aufbau eines Offline-Modells für das Geräuschphänomen Boom

Korrelationsmodell	Ordnung Regressionsmodell	mittlerer abs. Fehler	maximaler abs. Fehler	mittlerer rel. Fehler	maximaler rel. Fehler
Gauss	0	0,1393	0,5509	0,0025	0,0101
Linear	0	0,1401	0,5509	0,0026	0,0101
Spherical	0	0,1404	0,5509	0,0026	0,0101
Cubic spline	0	0,1404	0,5509	0,0026	0,0101
Exponential	0	0,1404	0,5509	0,0026	0,0101
Gauss	1	0,1171	0,4322	0,0021	0,0078
Linear	1	0,1178	0,4322	0,0021	0,0078
Spherical	1	0,1180	0,4322	0,0021	0,0078
Cubic spline	1	0,1180	0,4322	0,0021	0,0078
Exponential	1	0,1180	0,4322	0,0021	0,0078
Gauss	2	0,0424	0,1502	0,0008	0,0027
Linear	2	0,0424	0,1502	0,0008	0,0027
Spherical	2	0,0424	0,1502	0,0008	0,0027
Cubic spline	2	0,0424	0,1502	0,0008	0,0027
Exponential	2	0,0424	0,1502	0,0008	0,0027

Tabelle 7.10: Vergleich der Abweichungen bei verschiedenen Korrelationsmodellen und Regressionsmodellen für die Suboptimierung der Steifigkeiten in y-Richtung

Korrelationsmodell	Ordnung Regressionsmodell	mittlerer abs. Fehler	maximaler abs. Fehler	mittlerer rel. Fehler	maximaler rel. Fehler
Gauss	0	0,1636	0,8493	0,0030	0,0152
Linear	0	0,2267	0,9782	0,0041	0,0177
Spherical	0	0,5539	2,0056	0,0100	0,0350
Cubic spline	0	0,5539	2,0056	0,0100	0,0350
Exponential	0	0,5539	2,0056	0,0100	0,0350
Gauss	1	0,1642	0,8311	0,0030	0,0152
Linear	1	0,1978	0,9224	0,0036	0,0168
Spherical	1	0,2901	1,2170	0,0052	0,0212
Cubic spline	1	0,2901	1,2170	0,0052	0,0212
Exponential	1	0,2901	1,2170	0,0052	0,0212
Gauss	2	0,1830	1,0637	0,0033	0,0193
Linear	2	0,1831	1,0636	0,0033	0,0193
Spherical	2	0,1830	1,0637	0,0033	0,0193
Cubic spline	2	0,1830	1,0637	0,0033	0,0193
Exponential	2	0,1830	1,0637	0,0033	0,0193

Tabelle 7.11: Vergleich der Abweichungen bei verschiedenen Korrelationsmodellen und Regressionsmodellen für die Suboptimierung der Steifigkeiten in z-Richtung

Korrelationsmodell	Ordnung Regressionsmodell	mittlerer abs. Fehler	maximaler abs. Fehler	mittlerer rel. Fehler	maximaler rel. Fehler
Gauss	0	0,1722	0,7084	0,0034	0,0142
Linear	0	0,1963	0,8388	0,0039	0,0162
Spherical	0	0,3246	0,9739	0,0064	0,0188
Cubic spline	0	0,3246	0,9739	0,0064	0,0188
Exponential	0	0,3246	0,9739	0,0064	0,0188
Gauss	1	0,1809	0,7073	0,0036	0,0142
Linear	1	0,1870	0,7213	0,0037	0,0144
Spherical	1	0,1894	0,7320	0,0037	0,0147
Cubic spline	1	0,1894	0,7320	0,0037	0,0147
Exponential	1	0,1894	0,7320	0,0037	0,0147
Gauss	2	0,1915	0,7744	0,0038	0,0155
Linear	2	0,1915	0,7744	0,0038	0,0155
Spherical	2	0,1915	0,7744	0,0038	0,0155
Cubic spline	2	0,1915	0,7744	0,0038	0,0155
Exponential	2	0,1915	0,7744	0,0038	0,0155

Tabelle 7.12: Vergleich der Abweichungen bei verschiedenen Korrelationsmodellen und Regressionsmodellen für die Suboptimierung der Schwerpunktskoordinaten, Masse und Massenträgheitsmomente Hinterachsgetriebe

berechnet.

Im Vergleich dazu zeigt ein gemeinsames Metamodell nach Kriging, in dem alle Parameter gleichzeitig berücksichtigt werden, bei 700 Samples (um 150 Samples mehr als bei der Vorgehensweise mit getrennten Suboptimierungen) deutlich größere Fehler und es ist damit eine deutlich schlechtere Modellvorhersage möglich. Es tritt eine maximale relative Fehlerabweichung von über 20% und eine mittlere Abweichung von über 4% auf.

Vergleicht man die Parameter (Tabelle 7.13) der Variante „statisch“ mit denen der Variante „dynamisch 50 Hz“ so fällt auf, dass alle Parameter eine Erhöhung im Bereich von 42,5% bis 173,6% aufweisen (ausgenommen der Schwerpunktskoordinaten, Masse und Trägheitsmomente Hinterachsgetriebe, welche nicht geändert worden sind). Vergleicht man die Parameter der Variante „optimiert“ mit der Basisvariante „statisch“, so gibt es sowohl Parameter die deutlich erhöht werden als auch 2 Parameter (Hinterachsgetriebe hinten rechts z und Hilfsrahmen hinten rechts y) die verringert werden (zwischen -13,5% und 245,7%, ausgenommen Schwerpunktskoordinaten und Masseparameter). Auffallend ist vor allem, dass die Steifigkeitswerte am Hinterachsgetriebe vorne rechts deutlich erhöht werden. Die Erhöhungen entsprechen jedoch noch von in der Literatur angegebenen Versteifungsfaktoren [51].

7. Aufbau eines Offline-Modells für das Geräuschphänomen Boom

	Prozentuelle Änderung gegenüber statisch	
	dynamisch 50 Hz	Optimiert
Hilfsrahmen hinten rechts x-Richtung	+104,8	+52,6
Hilfsrahmen hinten rechts y-Richtung	+42,5	-13,5
Hilfsrahmen hinten rechts z-Richtung	+103,4	+144,3
Hilfsrahmen hinten links x-Richtung	+104,8	+120,6
Hilfsrahmen hinten links y-Richtung	+42,5	+6,1
Hilfsrahmen hinten links z-Richtung	+103,4	+187,0
Hilfsrahmen vorne rechts x-Richtung	+115,5	+33,8
Hilfsrahmen vorne rechts y-Richtung	+43,0	+/-0,0
Hilfsrahmen vorne rechts z-Richtung	+115,5	+176,5
Hilfsrahmen vorne links x-Richtung	+115,5	+180,7
Hilfsrahmen vorne links y-Richtung	+43,0	+70,3
Hilfsrahmen vorne links z-Richtung	+155,2	+127,9
Längslenker rechts x-Richtung	+87,2	+123,7
Längslenker rechts y-Richtung	+71,0	+49,3
Längslenker rechts z-Richtung	+102,5	+14,8
Längslenker links x-Richtung	+87,2	+102,0
Längslenker links y-Richtung	+71,0	+108,8
Längslenker links z-Richtung	+102,5	+75,1
Hinterachsgetriebe hinten links x-Richtung	+126,4	+70,5
Hinterachsgetriebe hinten links y-Richtung	+127,3	+216,2
Hinterachsgetriebe hinten links z-Richtung	+102,3	+6,2
Hinterachsgetriebe hinten rechts x-Richtung	+127,3	+123,0
Hinterachsgetriebe hinten rechts y-Richtung	+127,3	+40,2
Hinterachsgetriebe hinten rechts z-Richtung	+69,2	-7,8
Hinterachsgetriebe vorne rechts x-Richtung	+150,1	+170,9
Hinterachsgetriebe vorne rechts y-Richtung	+152,9	+245,7
Hinterachsgetriebe vorne rechts z-Richtung	+173,6	+187,0
Schwerpunkt Hinterachsgetriebe x-Koordinate	+/-0,0	+3,2
Schwerpunkt Hinterachsgetriebe y-Koordinate	+/-0,0	-1,3
Schwerpunkt Hinterachsgetriebe z-Koordinate	+/-0,0	-65,0
Masse Hinterachsgetriebe	+/-0,0	-24,1
Ixx Hinterachsgetriebe	+/-0,0	-22,7
Iyy Hinterachsgetriebe	+/-0,0	-17,7
Izz Hinterachsgetriebe	+/-0,0	-37,9
Normierte Abweichung	6,08(-32,4%)	4,32(-52,0%)

Tabelle 7.13: Vergleich der optimierten Parameterwerte mit dem Basismodell(statisch) und dem Modell mit dynamischer Steifigkeit bei 50 Hz (dynamisch 50 Hz)

Die Änderung der Schwerpunktskoordinate in z-Richtung fällt so deutlich aus, da der Basiswert nahe am Wert 0 liegt. Damit ergibt sich durch die Verschiebung von einigen Millimetern bereits eine deutliche Änderung in Prozent. Deutlich erkennbar ist, dass zwischen den äquivalenten Parametern rechts und links zum Teil größere Unterschiede auftreten. Diese sind durch die nicht vorhandenen Messungen für diese Messstellen begründet (Hilfsrahmen vorne und hinten links und Längslenker links).

Durch den automatisierten Messungs- und Rechnungsabgleich wird die Ergebnisqualität gegenüber der Basisvariante „statisch“ um 52% verbessert. Das bedeutet eine nochmalige Besserung um 20% gegenüber der Variante mit dynamischer Steifigkeit bei 50 Hz „dynamisch 50 Hz“. Durch den Abgleich wird die Abweichung an den Drehmessstellen nicht erkennbar beeinflusst (Abbildung 7.19 und 7.20). Beim Offline-Modell kommt es zu einer leichten Verschiebung der Tilgerresonanz zu höheren Frequenzen (Abbildung 7.19(d)). Dadurch wird auch der Amplitudenverlauf an der Kardanwelle vorne (Abbildung 7.19(b)) und hinten (Abbildung 7.19(c)) beeinflusst. Am ZMS (Primär- als auch Sekundärseite, Abbildung 7.19(a)) zeigt sich keinen Einfluss auf das Drehschwingungsverhalten. An den Rädern ergibt sich wieder eine leichte Frequenzverschiebung. Diese fällt an der Vorderachse (Abbildung 7.20(b)) etwas stärker als an der Hinterachse (Abbildung 7.20(b)) aus.

Für das Echtzeit-Modell wurde die Modellvariante ohne elastische Lagerung an der Hinterachse gewählt und die dort optimierten Drehschwingungsparameter (Steifigkeit und Dämpfungen) wurden auf das Offline-Modell übertragen. Der Einfluss auf das Drehschwingungsverhalten ist praktisch vernachlässigbar und die unterschiedlichen Modelle zeigen fast die gleiche Ergebnisqualität. Bei den Offline-Modellen werden die Kardanwellenschwingungen und die Schwingungen am Rad im Vergleich zum Echtzeit-Modell bis ca. 1900 min^{-1} etwas schlechter abgebildet. Bei höheren Drehzahlen ist es umgekehrt und hier zeigen die Offline-Modelle eine bessere Übereinstimmung. Generell sind die Unterschiede zwischen den Modellen jedoch sehr klein.

7. Aufbau eines Offline-Modells für das Geräuschphänomen Boom

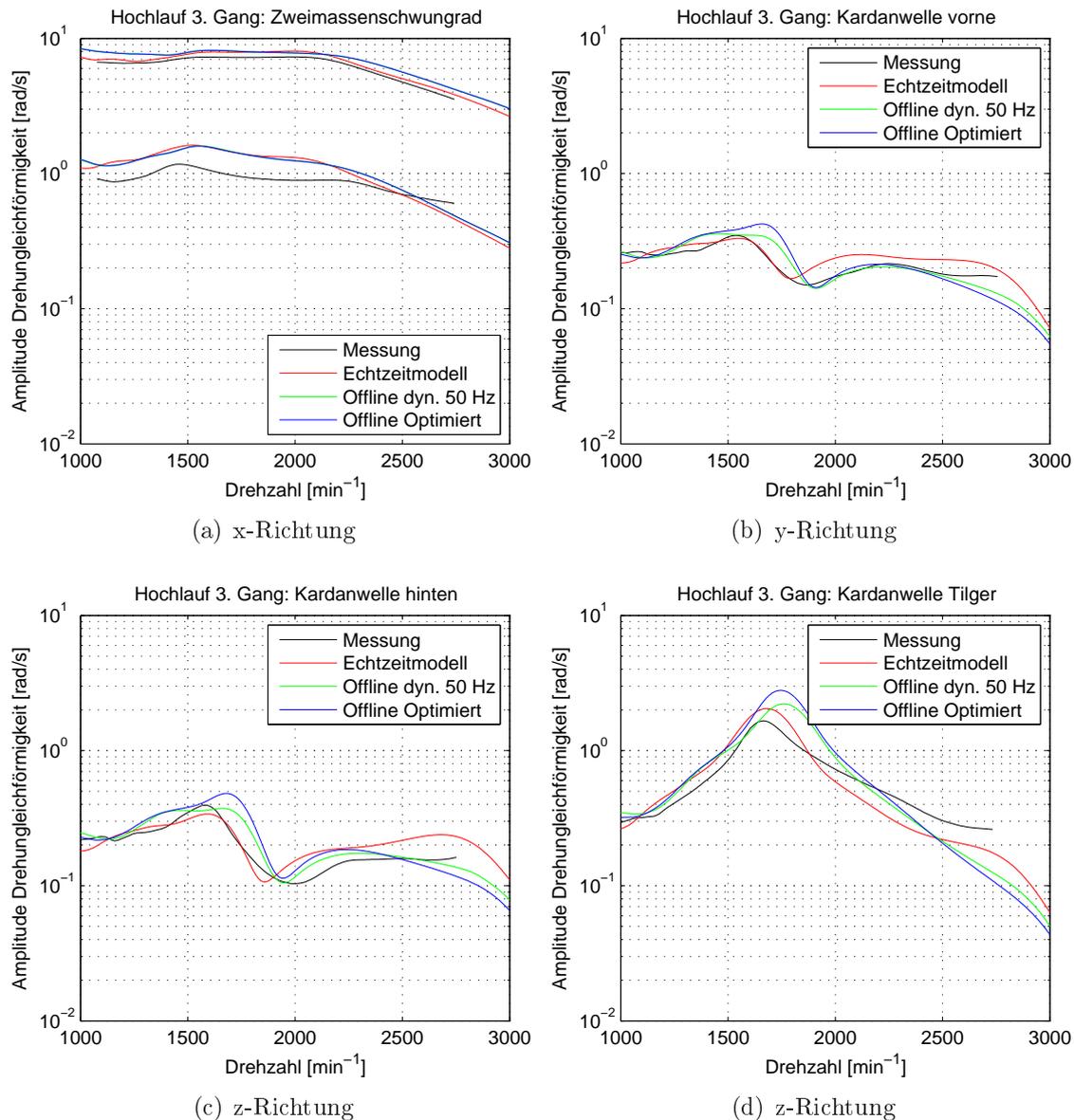


Abbildung 7.19: Messungs- und Rechnungsvergleich der Drehschwingungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) ZMS Primär- und Sekundärseite (Abbildung 7.19(a)), Kardanwelle vorne (Abbildung 7.19(b)), Kardanwelle hinten (Abbildung 7.19(c)) und Kardanwelle Tilger (Abbildung 7.19(d)) für das Offline-Modell mit der dyn. Steifigkeit bei 50Hz (Offline dyn. 50 Hz), dem optimierten Offline-Modell (Offline optimiert) und dem Echtzeit-Modell ohne elastische Lagerung Hinterachse (Echtzeitmodell)

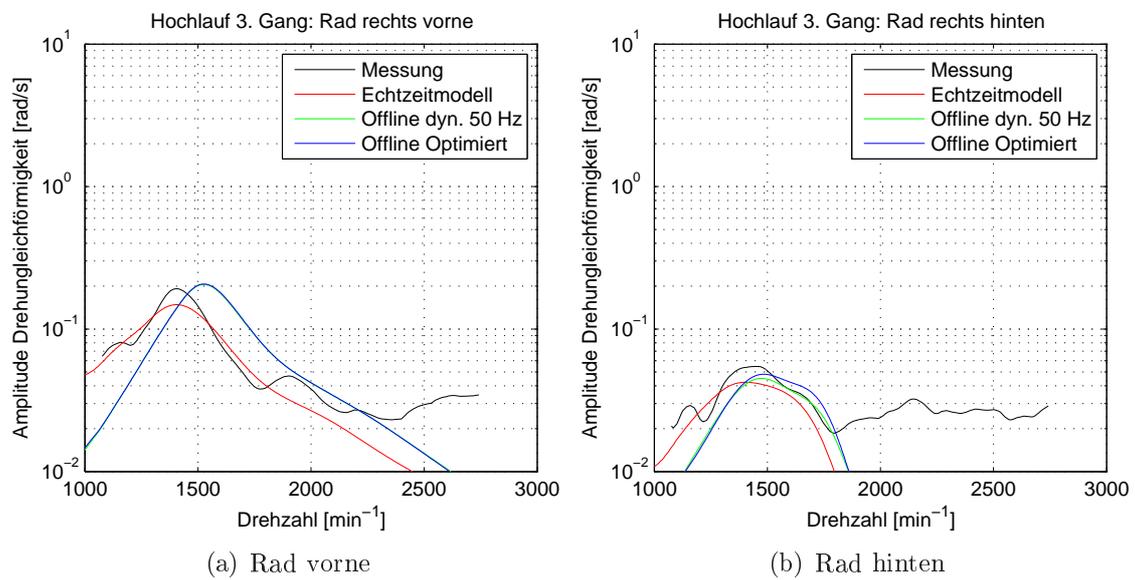


Abbildung 7.20: Messungs- und Rechnungsvergleich der Drehschwingungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) Rad vorne (Abbildung 7.20(a) und Rad hinten (Abbildung 7.20(b)) für das Offline-Modell mit der dyn. Steifigkeit bei 50Hz (Offline dyn. 50 Hz), dem optimierten Offline-Modell (Offline optimiert) und dem Echtzeit-Modell ohne elastische Lagerung Hinterachse (Echtzeit-Modell)

Beschreibung Berechnungsvariante	Bezeichnung
Detailliertes Offline-Modell mit statischer Steifigkeit	Statisch
Detailliertes Offline-Modell mit dynamischer Steifigkeit bei 50 Hz	Dyn. 50 Hz
Mittels automatisiertem Messungs- und Rechnungsabgleich optimiertes detailliertes Offline-Modell	Optimiert
Echtzeit-Modell mit elastisch gelagertem Hilfsrahmen und Hinterachsgetriebe mit dynamischer Steifigkeit bei 50 Hz	Echtzeit-Modell

Tabelle 7.14: Überblick über die abgebildeten Berechnungsvarianten

7.6 Ergebnisse Offline-Modell

Nachfolgende Abbildungen 7.21 bis 7.26 geben für alle Messstellen die verschiedenen Modellvarianten im Messungs- und Rechnungsvergleich der dominierenden 2. Motorordnung wieder (Tabelle 7.14).

Das abgegliche Modell „Optimiert“ zeigt für fast alle Messstellen eine geringere Abweichung als die restlichen Berechnungsvarianten bis auf nachfolgend erläuterte Abweichungen. Bei der Messstelle „Hilfsrahmen vorne z-Richtung“ (Abbildung 7.21(c)) bildet die Variante „Optimiert“ das Schwingungsverhalten im unteren Drehzahlbereich deutlich besser ab, zeigt jedoch für Drehzahlen größer 2000 min^{-1} deutlich größere Abweichungen als die Variante „Dyn. 50 Hz“ und „Echtzeit-Modell“. Beim Hinterachsgetriebe hinten links und vorne rechts x-Richtung (Abbildung 7.23(a) und 7.24(a)) zeigen alle Varianten bis auf „Statisch“ eine etwa gleich gute Übereinstimmung zur Messung. Am Hinterachsgetriebe hinten rechts in x-Richtung (Abbildung 7.25(a)) ergeben sich für Drehzahlen $<2000 \text{ min}^{-1}$ größere Abweichungen für das Modell „Optimiert“. Deutlich schlechter im Vergleich schneidet die Variante „Optimiert“ auch beim Schwertlenker z-Richtung ab (Abbildung 7.26(c)).

Zum Teil deutliche Unterschiede treten auch zwischen dem Echtzeit-Modell mit elastisch gelagertem Hilfsrahmen und Hinterachsgetriebe und dem detaillierten Offline-Modell auf, obwohl beide Modelle die gleichen Steifigkeits- und Dämpfungsparameter für die Elastomerlager aufweisen. Die Unterschiede sind auf die sehr einfach abgebildete Radaufhängung (starre Aufhängung) und die fehlende Anbindung über den Längslenker zurückzuführen. Es sei nochmals darauf hingewiesen, dass die Anbindung Längslenker im Echtzeit-Modell nicht berücksichtigt ist.

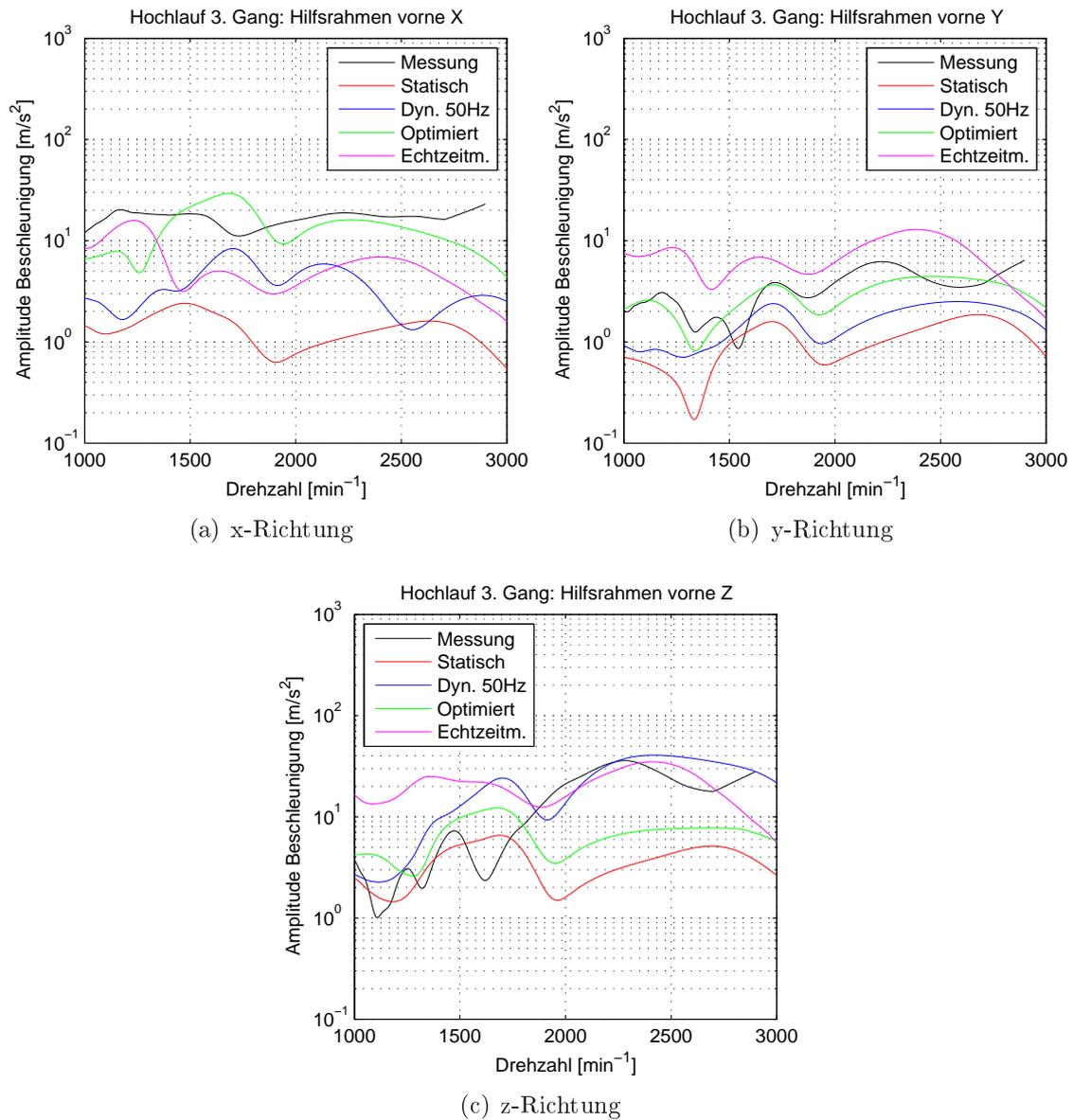


Abbildung 7.21: Messungs- und Rechnungsvergleich der Beschleunigungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) Hilfsrahmen vorne (Abbildung 7.21(a): x-Richtung, Abbildung 7.21(b): y-Richtung und Abbildung 7.21(c): z-Richtung) für das Offline-Modell mit der statischen Steifigkeit (statisch), das Offline-Modell mit der dyn. Steifigkeit bei 50Hz (Dyn. 50Hz), dem optimierten Offline-Modell (Optimiert) und dem Echtzeit-Modell mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe und Hilfsrahmen (Echtzeitm.)

7. Aufbau eines Offline-Modells für das Geräuschphänomen Boom

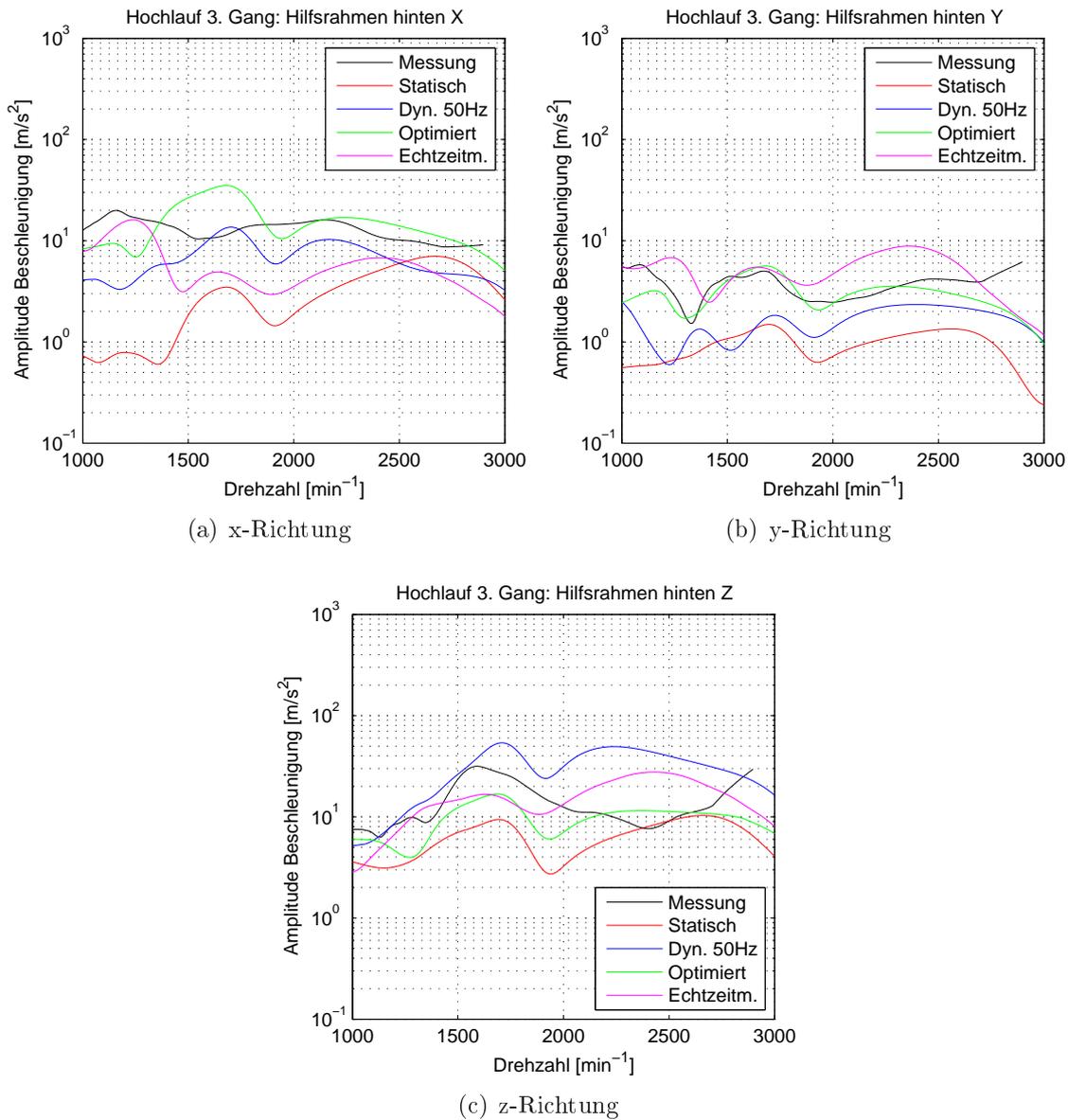


Abbildung 7.22: Messungs- und Rechnungsvergleich der Beschleunigungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) Hilfsrahmen hinten (Abbildung 7.22(a): x-Richtung, Abbildung 7.22(b): y-Richtung und Abbildung 7.22(c): z-Richtung) für das Offline-Modell mit der statischen Steifigkeit (statisch), das Offline-Modell mit der dyn. Steifigkeit bei 50Hz (Dyn. 50Hz), dem optimierten Offline-Modell (Optimiert) und dem Echtzeit-Modell mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe und Hilfsrahmen (Echtzeitm.)

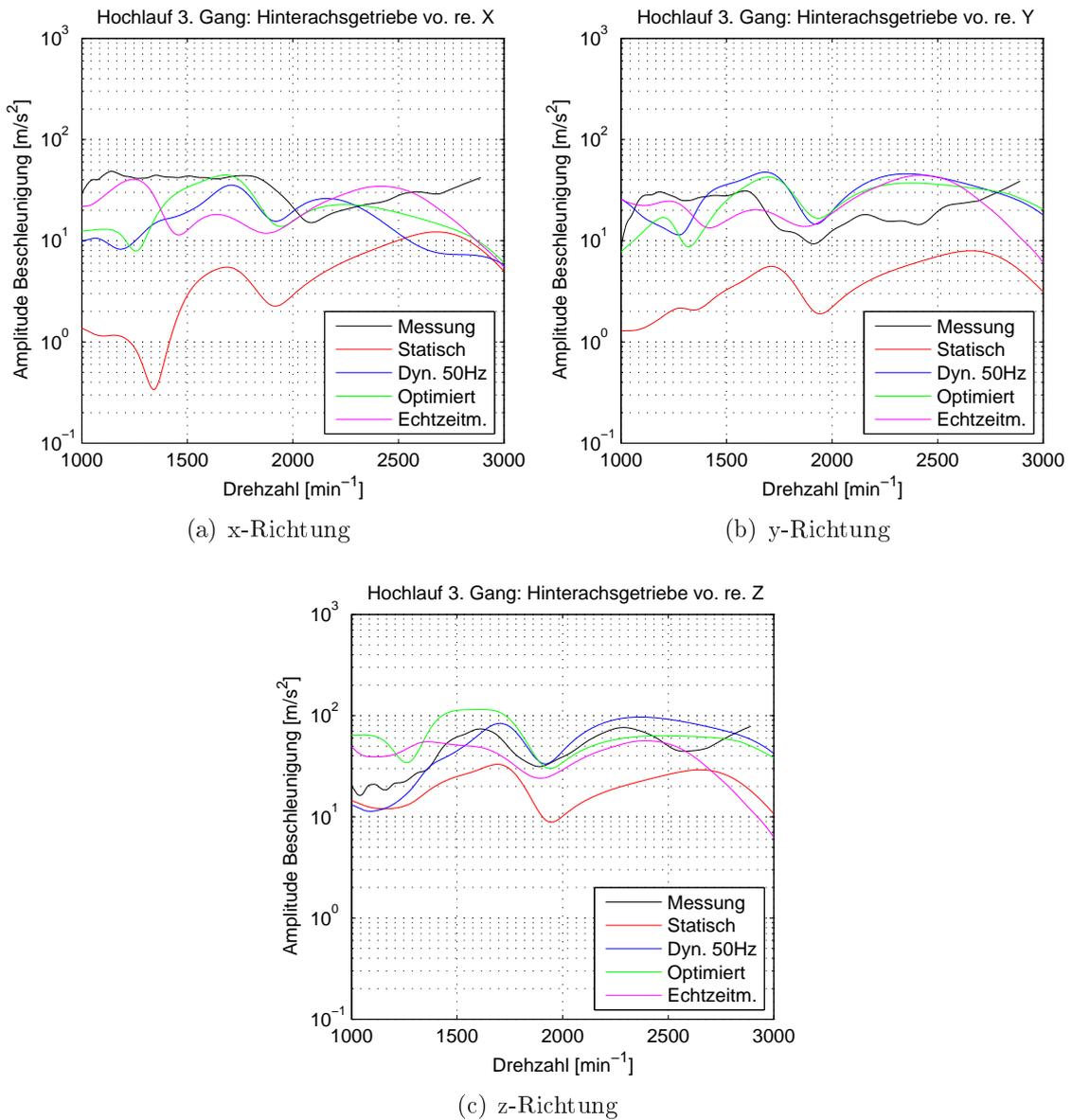


Abbildung 7.23: Messungs- und Rechnungsvergleich der Beschleunigungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) Hinterachsgetriebe vorne rechts (Abbildung 7.23(a): x-Richtung, Abbildung 7.23(b): y-Richtung und Abbildung 7.23(c): z-Richtung) für das Offline-Modell mit der statischen Steifigkeit (statisch), das Offline-Modell mit der dyn. Steifigkeit bei 50Hz (Dyn. 50Hz), dem optimierten Offline-Modell (Optimiert) und dem Echtzeit-Modell mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe und Hilfsrahmen (Echtzeitm.)

7. Aufbau eines Offline-Modells für das Geräuschphänomen Boom

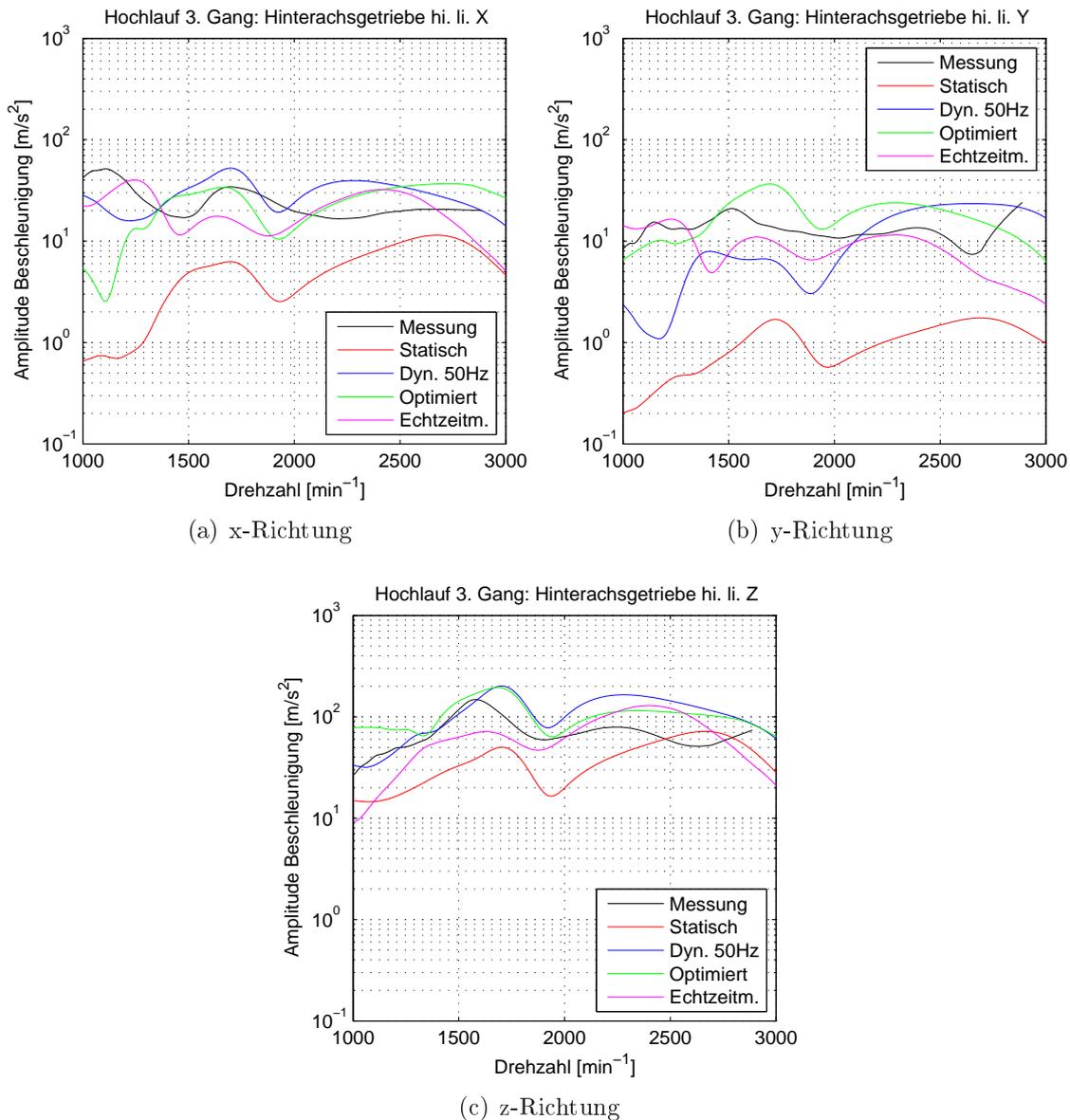


Abbildung 7.24: Messungs- und Rechnungsvergleich der Beschleunigungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) Hinterachsgetriebe hinten links (Abbildung 7.24(a): x-Richtung, Abbildung 7.24(b): y-Richtung und Abbildung 7.24(c): z-Richtung) für das Offline-Modell mit der statischen Steifigkeit (statisch), das Offline-Modell mit der dyn. Steifigkeit bei 50Hz (Dyn. 50Hz), dem optimierten Offline-Modell (Optimiert) und dem Echtzeit-Modell mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe und Hilfsrahmen (Echtzeitm.)

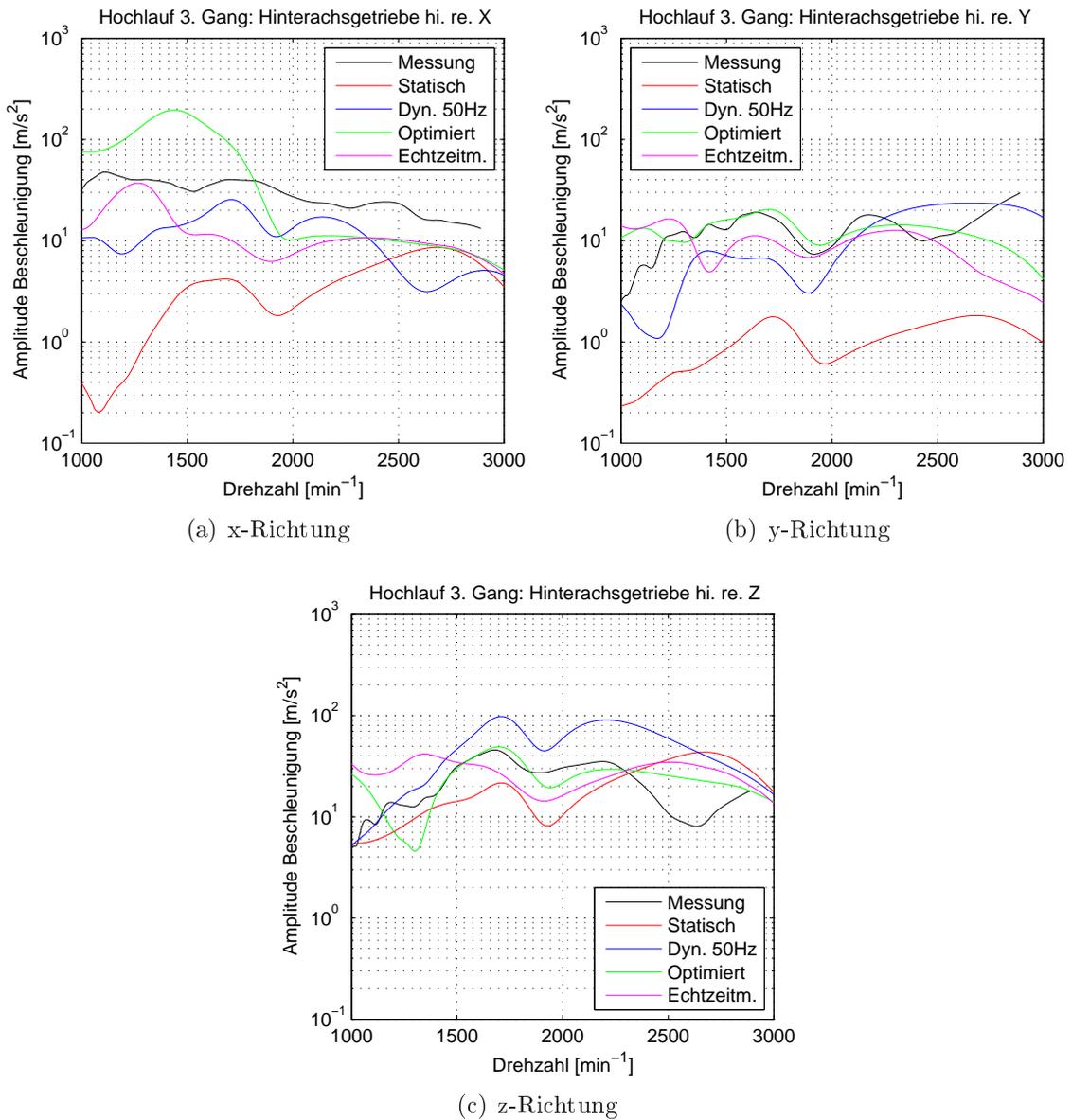


Abbildung 7.25: Messungs- und Rechnungsvergleich der Beschleunigungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) Hinterachsgetriebe hinten rechts (Abbildung 7.25(a): x-Richtung, Abbildung 7.25(b): y-Richtung und Abbildung 7.25(c): z-Richtung) für das Offline-Modell mit der statischen Steifigkeit (statisch), das Offline-Modell mit der dyn. Steifigkeit bei 50Hz (Dyn. 50Hz), dem optimierten Offline-Modell (Optimiert) und dem Echtzeit-Modell mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe und Hilfsrahmen (Echtzeitm.)

7. Aufbau eines Offline-Modells für das Geräuschphänomen Boom

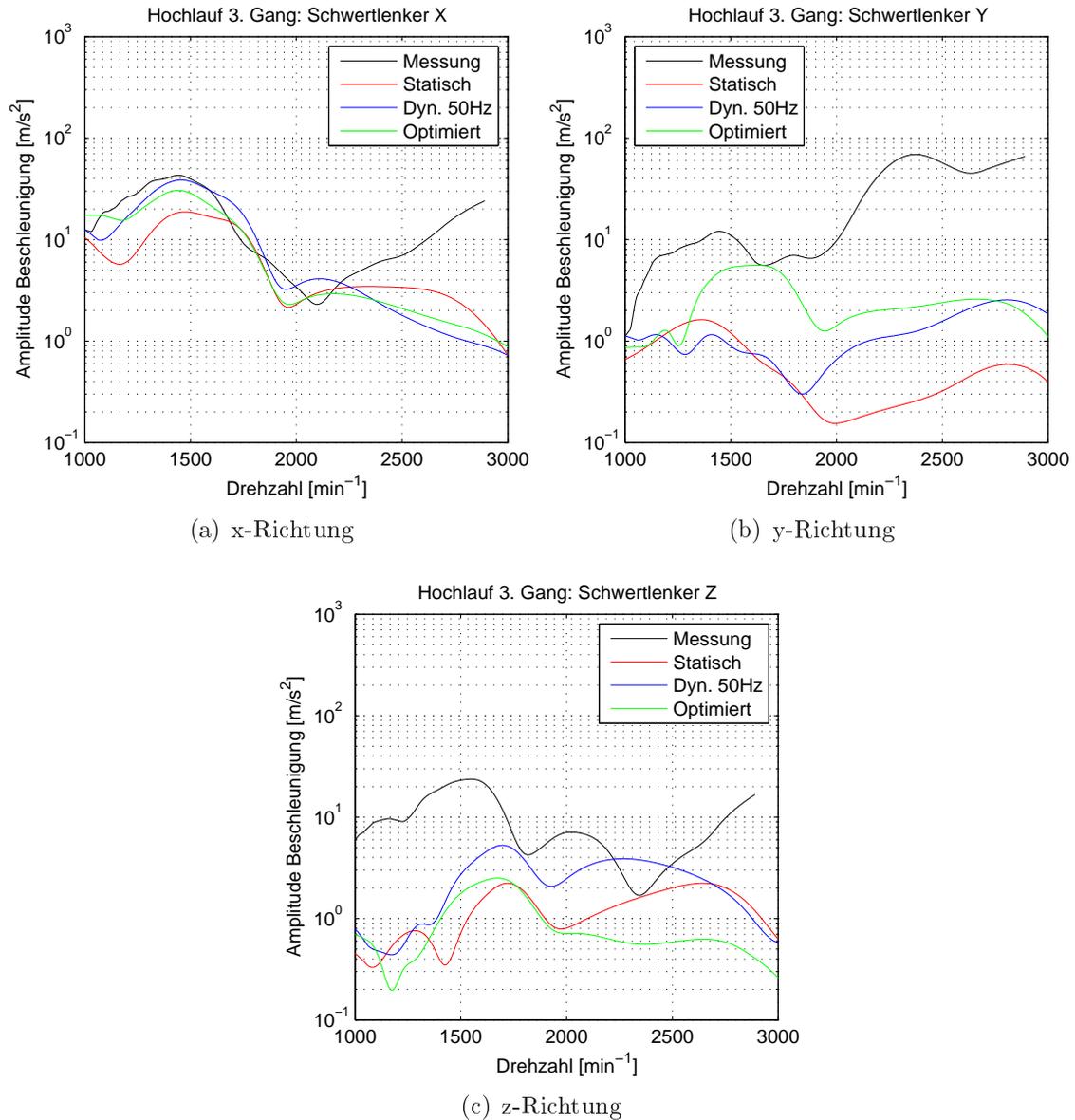


Abbildung 7.26: Messungs- und Rechnungsvergleich der Beschleunigungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) Schwertlenker rechts (Abbildung 7.26(a): x-Richtung, Abbildung 7.26(b): y-Richtung und Abbildung 7.26(c): z-Richtung) für das Offline-Modell mit der statischen Steifigkeit (statisch), das Offline-Modell mit der dyn. Steifigkeit bei 50Hz (Dyn. 50Hz) und dem optimierten Offline-Modell (Optimiert)

7.7 Definition der verallgemeinerbaren Vorgehensweise für die Phänomenabbildung

Bei der Integration von Simulationsmethoden in den Entwicklungsprozess ist eine rasche Modellerstellung erforderlich, um in bereits frühen Entwicklungsphasen in den Prozess einzugreifen und diesen entsprechend zu steuern. Dazu sind effiziente und vor allem allgemeine Vorgehensweisen zu definieren. Es gilt geeignete Modellansätze zu finden, die rasch und auf möglichst einfache Art und Weise belastbare Ergebnisse, im Sinne der virtuellen Absicherung, für die Beeinflussung der frühen Konstruktionsphase zur Verfügung stellen.

Eine derartige verallgemeinerbare Vorgehensweise zur Simulation des Geräuschphänomens BOOM wurde hier an einem Allrad-Antriebsstrang-Modell entwickelt. Die Vorgehensweise betrifft einerseits das Gesamtsystem und andererseits Subsysteme und Komponenten. Mit Hilfe der am Modell durchgeführten Analysen verschiedener Modellansätze und Modellparametrierungen konnten Modellierungsrichtlinien identifiziert werden, die die aufgelisteten Anforderungen im Entwicklungsprozess erfüllen. Das verbesserte und verifizierte Modell des Antriebsstranges liefert somit einen wichtigen Beitrag für die Untersuchung weiterer Antriebsstrang Konfigurationen. Zukünftig können derartige Modelle zur Bewertung der Körperschallanregung herangezogen werden. Damit können schnelle Parameteranalysen und eine gezielte Optimierung und Verbesserung der akustischen Ziele durch die Simulation des dynamischen Gesamtverhaltens des Antriebsstrangs durchgeführt werden.

Sind Messdaten eines konkreten Versuchsträgers vorhanden, dann können durch den systematischen Abgleich zwischen Messung und Rechnung die Modellparameter nahe dem realen Betriebsverhalten bestimmt werden. Einflüsse aufgrund von Produktionstoleranzen, der realen Einbausituation und der unter Betrieb auftretenden mehraxialen Belastungen können damit analysiert werden. Die Methode kann aber auch zur automatisierten Optimierung des Schwingungs- und Komfortverhaltens im Antriebsstrang eingesetzt werden. Über die mittels Simulation ermittelte Körperschallanregung, also der in die Karosserie eingeleiteten dynamischen Kräfte, kann das BOOM-Geräusch direkt auf rein virtueller Basis mit der geforderten Ergebnisqualität ermittelt werden. Vorhandene FEM-Akustikmodelle des Fahrzeugaufbaus erlauben zusätzlich die Berücksichtigung des Einflusses der Karosseriekonstruktion [77].

8. Zusammenfassung der Ergebnisse

Vibro-akustische Geräuschphänomene des Antriebsstranges, verursacht durch die Drehungleichförmigkeit der Verbrennungskraftmaschine, führen oftmals zu komfortmindernden NVH-Phänomenen im Fahrzeuginnenraum. Um den Schwingungs- und Akustikkomfort zukünftiger Fahrzeuge bereits in frühen Entwicklungsphasen effizient, d.h. bei geringeren Kosten und verkürzter Dauer, verbessern zu können, werden im virtuellen Entwicklungsprozess verbesserte Simulationsansätze mit höherer Genauigkeit benötigt. In dieser Arbeit werden Simulationsmethoden zur Vorhersage des vibro-akustischen Verhaltens von konventionellen PKW-Antriebssystemen für verschiedene Anwendungen im Entwicklungsprozess hinsichtlich des Geräuschphänomens Brummen beschrieben. Schwerpunktmäßig liegt der Fokus der Arbeit auf der detaillierten Analyse der Modellbildung, -parametrierung, Ergebnisqualität und Recheneffizienz.

NVH-Phänomene des PKW-Antriebsstranges werden ohne einheitliche Normung nach lautmalerischen Gesichtspunkten benannt und zusätzlich auch nach dem Last- und Betriebszustand unterteilt. Das in dieser Arbeit vorwiegend untersuchte Brummgeräusch (engl. booming noise) unterteilt sich in ein niederfrequentes und hochfrequentes Geräuschphänomen. Ersteres tritt vorwiegend bei Dieselmotoren auf, welche im unteren Drehzahlbereich große Drehungleichförmigkeiten aufweisen. Das hochfrequente Geräusch tritt bei höheren Drehzahlen auf und wird durch die Massenkräfte verursacht.

Die experimentellen Untersuchungen zur Modellvalidierung wurden mit einem Mittelklasse PKW (Golf V TDI mit 4motion Antrieb) durchgeführt. Die schrittweise Vorgehensweise zur Modellverifikation beruht auf einer genauen Modellanalyse des Teilsystems über Komponententests und anschließender Verifikation des Gesamtsystems über Untersuchungen am akustischen Rollenprüfstand. Es hat sich gezeigt, dass für den Abgleich Vollastbeschleunigungen unter Vorgabe einer leichten Fahrbahnsteigung, zur Verlängerung der Hochlaufdauer, gut für die Modellverifikation geeignet sind. Die Messung von Drehungleichförmigkeiten bei relevanten rotierenden Bauteilen wie Zweimassenschwungrad (ZMS), Kardan- und Seitenwellen mittels Induktivsensoren und Laservibrometer, sowie von Beschleunigungen an den Anbindestellen zum Fahrzeugaufbau kann verhältnismäßig einfach appliziert werden

und ermöglicht eine sichere Modellvalidierung. Zusätzlich wurde nachgewiesen, dass eine rein virtuelle Modellvalidierung und -verbesserung des Echtzeit-Modells anhand des detaillierten Offline-Modells, z.B. im Bereich der Drehschwingungen der Kardanwelle und des Reifens, durchgeführt werden kann. Diese Vorgehensweise ist insbesondere für die sehr frühe Entwicklungsphase geeignet.

Eine neue Methode zur Messung von Biegeschwingungen im Bereich der Kardanwelle wurde am Antriebsstrangprüfstand mittels Laservibrometer entwickelt. Der gesamte Antriebsstrang inklusive der Aufhängung Hinterachsgetriebe und Hilfsrahmen Hinterachse ist hierbei am Prüfstand aufgebaut und wird bei konstanter Drehzahl im Resonanzbereich betrieben. Die Ergebnisse zeigen, dass die Biegeschwingungen der Kardanwelle mit Starrkörperbewegungen des Hinterachsgetriebes gekoppelt sind und beim untersuchten Fahrzeug bereits ab 100 Hz auftreten. Sie fallen damit in den tieffrequenten Frequenzbereich des Brumm-Geräusches.

Für die Vereinfachung von Echtzeit-Modellen des Antriebsstranges wurden allgemein gültige Richtlinien hinsichtlich der Modellbildung, Parametrierung in Verbindung mit der Diskretisierung und der daraus resultierenden Anzahl von Freiheitsgraden definiert. Dabei ist eine Vorgehensweise entwickelt worden, um die Drehungleichförmigkeit der Verbrennungskraftmaschine kurbelwinkelaufgelöst und dennoch effizient zu berechnen. Für die Drehschwingungen im Bereich der Kardanwelle konnte nachgewiesen werden, dass eine feinere Diskretisierung im Bereich an der hinteren Hardyscheibe notwendig ist, um den Drehschwingungstilger korrekt anzuregen. Dabei ist eine Diskretisierung der Kardanwelle in mindestens 5 Teilwellen erforderlich, um das Übertragungsverhalten der Kardanwelle (inkl. Tilger) mit den notwendigen Schwingungsphänomenen im definierten Frequenzbereich abbilden zu können.

Die Einbindung elastischer Körper im Bereich der Kardanwelle bei echtzeitfähigen Antriebsstrangmodellen ermöglicht es, Biegeschwingungen der Kardanwelle mit zu berücksichtigen. Dadurch wird eine verbesserte Ergebnisqualität der Schwingungen im Bereich des Hilfsrahmens und des Hinterachsgetriebes erreicht. Für eine detaillierte Abbildung der Schwingungen ist es ausreichend die ersten 4 Eigenmoden (ersten Biegungen und Torsion) bei der modalen Reduktion einzubinden. Um die dynamische Kraftanregung an den Koppelstellen zum Fahrzeugaufbau mit Echtzeit-Modellen genauer abbilden zu können, ist es zusätzlich auch erforderlich, die elastische Aufhängung des Hinterachsgetriebes und des Hilfsrahmens abzubilden. Eine Vereinfachung des Systems nur auf ein elastisch gelagertes Hinterachsgetriebe bedeutet eine deutliche Verschlechterung der Ergebnisqualität.

Schlupfbasierte Reifenmodelle zeigen bei höherfrequenten Schwingungen ein zu stark gedämpftes Schwingungsverhalten. Durch eine Modellerweiterung um ein Single-Contact-Point-Transient-Tire-Model können die Rotationsschwingungen an den Rädern im Vergleich zur Messung mit guter Übereinstimmung der Drehzahl- und Am-

plitudenlage abgebildet werden. Die Rechenperformance verschlechtert sich durch diese Modellerweiterungen kaum.

Mit den angeführten Modellverbesserungen und Modellrichtlinien ist es möglich bei Echtzeit-Modellen Drehschwingungen im Frequenzbereich bis ca. 100 Hz mit nahezu gleicher Ergebnisqualität wie bei Offline-Modellen zu berechnen. Dabei erreichen echtzeitfähige Torsionsschwingermodelle des Antriebsstranges ohne flexible Körper die Echtzeitfähigkeit und können auf Hardware in the Loop (HiL) Systemen eingesetzt werden. Die Echtzeitfähigkeit von Modellen mit elastischen Körpern im Bereich der Kardanwelle wurde auf einem Standard PC abgeschätzt. Die Umlegung der Berechnungsdauer auf die des Echtzeitsystems bestätigt mit hoher Wahrscheinlichkeit, dass auch für diese Modelle die Echtzeitfähigkeit gegeben ist. An die Grenzen der Echtzeitfähigkeit stoßen Antriebsstrangmodelle bei der Einbindung modal kondensierter Körper und durch eine zunehmende Modellkomplexität. Bei zusätzlicher Berücksichtigung der Aufhängung des Hinterachsgetriebes werden mit dem Modell auch die gekoppelten Biegeschwingungen der Kardanwelle und des Hinterachsgetriebes berücksichtigt, jedoch verschlechtert sich damit die Echtzeitfähigkeit deutlich.

Eine neue Methode zur Identifikation von nicht vorhandenen bzw. mit Unsicherheiten behafteten Modellparametern mittels eines völlig automatisierten Messungs- und Rechnungsabgleich wurde entwickelt. Diese beruht auf dem Vergleich der Amplitudenverläufe der dominierenden 2. Motorordnung im Frequenzbereich und verbessert die Abweichung zur Messung um mehr als 70%. Eine Optimierung auf Basis von direkten Zeitbereichsdaten erwies sich nicht als zielführend, da bereits geringe Phasenverschiebungen der Zeitsignale eine Optimierung ineffizient machen.

Die mit Hilfe des automatisierten Messungs- und Rechnungsabgleiches ermittelten Parameterwerte geben Rückschlüsse auf die im Gesamtsystem unter realem Betrieb auftretenden Parameterwerte. Es zeigt sich, dass die üblicherweise vorhandenen statischen Drehsteifigkeiten zu gering sind und bei Gesamtantriebsstrangsimulationen erhöht werden müssen, wie dies auch in der Literatur für derartige Werkstoffe beschrieben ist. Die Dämpfungen weisen einen noch deutlicheren Anstieg auf. Insbesondere bei den Hardyscheiben werden die Parameter im Vergleich zur vorhandenen Literatur in der Optimierung besonders hoch berechnet (Faktor ca. 10). Es zeigt sich jedoch, dass mit niedrigeren Werten, wie durchaus in der Literatur bestätigt, nach wie vor eine deutliche Verbesserung zum Basismodell erreicht wird.

Anhand eines detaillierten Offline-Simulationsmodells wird gezeigt, dass üblicherweise in der Industrie vorhandene Basismodelle zu verbessern sind, um Schwingungen des Antriebsstranges im Frequenzbereich bis 100 Hz mit hoher Ergebnisqualität zu simulieren. Der Nachweis beruht auf einer systematischen Vorgehensweise mit Modellverbesserungen am Teilsystem und anschließendem Vergleich des

Gesamtsystemverhaltens. Im Zuge der Analysen auf Teil- und Gesamtsystemebene wurden zusätzlich auch die Modellbildung und Parametrierung von nichtlinearen Übertragungselementen im Antriebsstrang wie dem Zweimassenschwungrad und den Elastomerlagern im Bereich der Hinterachse eingehend untersucht.

Mittels eines physikalischen Modells des Zweimassenschwungrades, welches die Masse der Feder, die Reibung der Feder im Ringkanal und den Kontakt zwischen Federwindungen berücksichtigt, kann das nichtlineare Übertragungsverhalten genauer abgebildet werden. Dieses Modell weist jedoch, aufgrund der benötigten kleinen Schrittweite, den Nachteil einer langen Berechnungsdauer auf. Durch Analyse der Hystereseschleifen bei verschiedenen Drehzahlen kann das drehzahlabhängige Dämpfungs- und Steifigkeitsverhalten ermittelt und ein phänomenologisches kennlinienbasiertes Modell des Zweimassenschwungrades abgeleitet werden. Durch die Implementierung des nichtlinearen Verhaltens über die drehzahlabhängige Steifigkeits- und Dämpfungskennlinie kann dieses Modell auch für die Echtzeit-Simulation eingesetzt werden. Die Kennlinien sind jedoch für den untersuchten Lastfall limitiert, erreichen dabei aber die gleiche Ergebnisqualität bei deutlich reduzierten Rechenzeiten.

Elastomerlager, wie sie zum Beispiel zur Schwingungsentkoppelung zwischen Fahrwerk und Fahrzeugaufbau im Bereich der Hinterachse verwendet werden, weisen ein deutlich nichtlineares Übertragungsverhalten, mit Amplitudenabhängigkeit, Frequenzabhängigkeit, Alterungseinflüssen, Temperaturabhängigkeit, Einflüsse aufgrund mehraxialer Belastung und Vorlast auf. Im Bereich der Hinterachse werden für Elastomerlager häufig nur sehr vereinfachte Modellansätze mit Kraft-Weg-Gesetzen und idealer viskoser Dämpfung (aus statischen Kennlinien ermittelt) verwendet. Es konnte gezeigt werden, dass bei Berücksichtigung der dynamischen Steifigkeit bei ca. 50 Hz das Schwingungsverhalten im Vergleich zur Messung deutlich besser abgebildet werden kann. Mit der Einbindung eines noch detaillierteren Modells nach Pfeffer, das die Frequenzabhängigkeit der Steifigkeit genauer abbildet, wird eine zur Messung vergleichbare Genauigkeit erreicht.

Wegen der Modellkomplexität und Berechnungsdauer ist eine direkte Optimierung von unbekanntem Modellparametern beim detaillierten Offline-Modell sehr langwierig und nicht mehr zielführend. Um diesen Nachteil zu umgehen, wurde die Methode zum systematischen Abgleich zwischen Messung und Rechnung erweitert. Durch die Identifikation des Mehrkörpersimulations-Modells durch ein Kriging-Metamodell wird der Abgleich deutlich beschleunigt. Aufgrund der großen Parameteranzahl beruht die erweiterte Methode auf Suboptimierungen, in der Parameter gruppiert werden. Die Parametersamples werden mittels Latin-Hypercube-Sampling generiert. Die Methode bietet zusätzlich den Vorteil, dass der gesamte definierte Parameterraum betrachtet und damit die Wahrscheinlichkeit, ein möglichst globales Minimum zu finden, stark erhöht wird. Zusätzlich lässt sich diese Vorgehensweise

gut parallelisieren und bietet damit einen noch weiteren Rechenzeitvorteil. Die Optimierung erweist sich gegenüber der direkten Optimierung als sehr stabil, da die Approximation mittels Kriging-Metamodellen das Zielfunktional leicht glättet. Durch den systematischen Messungs- und Rechnungsabgleich wird die Ergebnisqualität im Vergleich zu den verbesserten Modellen mit dynamischer Steifigkeit nochmals um ca. 20% verbessert. Die ermittelten Parameterwerte bilden das Modellverhalten im realen Betrieb noch besser ab und geben damit Rückschlüsse auf Parametereinflüsse unter realen Betriebsbedingungen.

Die geringere Parameteranzahl (ca. 10) und die kurze Rechenzeit beim Echtzeit-Modell verbessert bei der Abstimmung der Steifigkeits- und Dämpfungsparameter im Bereich der Drehschwingungen die Ergebnisqualität bei geringer Optimierungsdauer deutlich. Beim Offline-Modell und dem Abgleich von Steifigkeits- Dämpfungsparametern im Bereich der Schwingungsanregung zum Fahrzeugaufbau stoßt die entwickelte Methode mittels Metamodell und Suboptimierung, aufgrund der größeren Anzahl von Parametern (> 30) und der deutlich längeren Berechnungsdauer, an die Grenzen. Es wird dabei eine nicht so deutliche Modellverbesserung im Vergleich zu den Drehschwingungen erreicht.

Mit den beschriebenen Simulationmethoden können Schwingungen im PKW-Antriebsstrang im Frequenzbereich bis ca. 100 Hz effizient und mit verbesserter Ergebnisqualität simuliert werden. Die erarbeiteten allgemein gültigen Richtlinien zur Modellbildung und -parametrierung und die Erkenntnisse zu Recheneffizienz und Ergebnisqualität sind ein wichtiger Beitrag zur Verbesserung des Simulationsprozesses. Damit wird die Forderung nach virtuellen Produktentwicklungsmethoden, welche vor allem in der frühen Phase noch stärker zu forcieren sind, unterstützt.

Literaturverzeichnis

- [1] VW Selbststudienprogramm 206, editor. *Allradantrieb mit Haldex- Kupplung Konstruktion und Funktion*. Volkswagen AG; Wolfsburg, 1998.
- [2] T. Adam, J.W. Biermann, W.R. Giebeler, and H. Gonska. Geräuschübertragungsverhalten von PKW-Rohkarosserien - Untersuchung von Steifigkeitseinflüssen. *6. Aachener Kolloquium für Fahrzeug- und Motorentechnik*, 1997.
- [3] H. Adiguna, M. Tiwari, R. Singh, H.E. Tseng, and D. Hrovat. Transient response of a hydraulic engine mount. *Journal of Sound and Vibration*, 268:217–248, 2003.
- [4] Y. Ahn, J. Song, and B. Yang. Optimal design of engine mount using an artificial life algorithm. *Journal of Sound and Vibration*, 261:309–328, 2003.
- [5] F. Albertz. Ein neues Verfahren zur Körperschallanalyse von Antriebssträngen. *VDI*, 1416:533 – 544, 1998.
- [6] N. Alt, N. Wiehagen, and M. W. Schlitzer. Fahrzeug-Innengeräusch-Simulation zur Beurteilung des Prototypenaggregates im Serienfahrzeug - Teil 1. *Automobiltechnische Zeitschrift Heft 5*, 103, 2001.
- [7] N. Alt, N. Wiehagen, and M. W. Schlitzer. Fahrzeug-Innengeräusch-Simulation zur Beurteilung des Prototypenaggregates im Serienfahrzeug - Teil 2. *Automobiltechnische Zeitschrift Heft 6*, 103, 2001.
- [8] N. Alt, K. Wolf, and E. Braun. NVH-Motorlagerung Vom Konzept zur Kalibrierung. *Automobiltechnische Zeitschrift*, 104:56–66, 2002.
- [9] N. Alt, K. Wolff, and E. Braun. Antriebsstrangoptimierung unter Verwendung von CAE und hybriden Methoden. *Systemanalyse in der Kfz-Antriebstechnik III*, 2005.
- [10] W. Alt. *Nichtlineare Optimierung*. Vieweg Verlag, 2002.
- [11] A.F.M.S. Amin, M.S. Alam, and Y. Okui. An improved hyperelasticity relation in modeling viscoelasticity response of natural and high damping rubbers in

- compression: experiments, parameter identification and numerical verification. *Mechanics of Materials*, 34:75–95, 2002.
- [12] S.A. Amphlett and J.P. March. Studying low frequency vehicle phenomena using advanced modelling techniques - Part 1 : construction of a drive line model. *Proceedings of the 1995 Noise and Vibration Conference, SAE Paper 951270*, pages 287 – 293, 1995.
- [13] J.W. Anthony, J. Moskwa, and E. Danielson. Powertrainsimulation of the M1A1 Abrams using modular model components. *SAE Technical Paper 980926*, 1998.
- [14] D. Assanis, W. Bryzik, N. Chalhoub, Z. Filipi, N. Henein, D. Jung, X. Liu, L. Louca, J. Moskwa, S. Munns, J. Overholt, P. Papalambros, S. Riley, Z. Rubin, P. Sendur, J. Stein, and G. Zhang. Integration and Use of Diesel Engine, Driveline and Vehicle Dynamics Models for Heavy Duty Truck Simulation. *SAE Technical Paper 1999-01-0970*, pages 1–18, 1999.
- [15] D. Assanis, Z. Filipi, S. Gravante, D. Grohnke, X. Gui, L. Louca, G. Rideout, J. Stein, and Y. Wang. Validation and Use of SIMULINK Integrated, High Fidelity, Engine-In-Vehicle Simulation of the the International Class V1 Truck. *SAE Technical Paper 2000-01-0288*, 2000.
- [16] S. Avril, F. Pierron, M. Sutton, and J. Yan. Identification of elasto-viscoplastic parameters and characterization of Lüders behavior using digital image correlation and the virtual fields method. *Mechanics of Materials*, 40:729–742, 2008.
- [17] D.S. Bae, J.K. Lee, H.J. Cho, and H. Yae. An explicite integration method for realtime simulation of multibody vehicle modes. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 187:337–350, 2000.
- [18] D. Balashov, L. Burkovski, F. Ferderer, A. Fidlin, M. Kremer, B. Penneç, and R. Seebacher. Simulation bei Drehschwingungsdämpfern. *Automobiltechnische Zeitschrift Heft 12*, 2006.
- [19] J. Baumgarte. Stabilization of constraints and integrals of motion in dynamic systems. *Comput. Methods in Applied Mechanics. and Engineering*, 1:1 – 16, 1972.
- [20] K. Becker, J. Bukovics, D. Kosanke, J. Ohlendorf, A.C. Schrey, and K. Verweyen. Entwicklung von Akustik und Schwingungskomfort am neuen Audi A6. *Automobiltechnische Zeitschrift Sonderausgabe März*, 2004.
- [21] H. Behrends. Prüfung von Fahrwerksreglern am HiL-Simulator. In *5. dSpace Anwenderkonferenz*, 2007.

-
- [22] Ch. Beidl. Antriebsentwicklung 2020 - Evolution oder Revolution. In *13. MTZ Fachtagung Virtual Powertrain Creation*, 2011.
- [23] T. Bünte, Ch. Schweiger, and G. Odenthal, D. Baumgarten. Modellierung, Regelung, Simulation und Bewertung der Fahrdynamik. In *Verkehrstechnischer Tag, DLR*, 2004.
- [24] P. Bohn. *Wechselwirkungen von Schwingungen zwischen Motor-Getriebe-Verbund und Kurbeltrieb als Grundlage für Körperschallanalysen*. PhD thesis, Technische Universität Berlin, 2006.
- [25] H. Brückmann, J. Strenkert, U. Keller, B. Wiesner, and A. Junghanns. Model-based Development of a Dual-Clutch Transmission using Rapid Prototyping and SiL. *VDI Berichte*, 2071:387–397, 2009.
- [26] C. Breitfeld and P. Streng. Konzepte für zukünftige Getriebeentwicklungen. *Automobiltechnische Zeitschrift*, 06:490–498, 2007.
- [27] H. Bremer and F. Pfeiffer. *Elastische Mehrkörpersysteme*. Teubner-Studienbücher: Mechanik, 1992.
- [28] O. Brüls, P. Duysinx, and J.-C. Golinval. A Systematic Model Reduction Method for the Control of Flexible Multibody Systems. In *XXI ICTAM*, 2004.
- [29] O. Brüls, P. Duysinx, and J.-C. Golinval. A model reduction method for the control of rigid mechanisms. *Multibody System Dynamics*, 15:213–227, 2006.
- [30] O. Brüls, P. Duysinx, and J.-C. Golinval. The global modal parameterization for non-linear model-order reduction in flexible multibody dynamics. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 69:948–977, 2007.
- [31] E. Buhl and S. Schwöbel. Dynamisch-mechanische Eigenschaften von Elastomeren. *Zeitschrift Freudenberg Forschungsdienste KG (FFD im Dialog)*, 1:3–6, 2004.
- [32] B. Burgmeister, M. Arnold, and B. Esterl. DAE time integration for real-time applications in multi-body dynamics. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, 2006.
- [33] G. Buttazzo. *HARD REAL-TIME COMPUTING SYSTEMS: Predictable Scheduling Algorithms and Applications*. Springer Verlag, 2005.
- [34] G. Buttazzo, G. Lipari, L. Abeni, and M. Caccamo. *Soft Real-Time Systems: Predictability vs. Efficiency*. Springer Verlag, 2005.

- [35] B. Campbell, W. Stokes, G. Steyer, M. Clapper, R. Krishnaswami, and N. Gagnon. Gear noise reduction of an automatic transmission through Finite Element dynamic simulation. *SAE Technical Paper 971966*, 1997.
- [36] R. Capitani, M. Delogu, and L. Pilo. Analysis of the influence of a vehicle's driveline dynamic behavior regarding the performance of perception at low frequencies. *SAE Technical Paper 2001-01-3333*, 2001.
- [37] D.A. Castello, F.A. Rochinha, N. Roitman, and Magluta C. Constitutive parameter estimation of a viscoelastic model with internal variables. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 22:1840–1857, 2008.
- [38] D. Centea, H. Rahnejat, and M. T. Munday. Non-linear multi-body dynamic analysis for the study of clutch torsional vibrations (judder). *Applied Mathematical Modelling*, 25:177 – 192, 2001.
- [39] S. Choi, S. Hong, K. Sung, and J. Sohn. Optimal control of structural vibrations using a mixed-mode magnetorheological fluid mount. *International Journal of Mechanical Science*, 50:559–568, 2008.
- [40] J. Christopherson and G. Nakhaie Jazar. Dynamic behavior comparison of passive hydraulic engine mounts Part 1: Mathematical analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 290:1040–1070, 2006.
- [41] J. Christopherson and G. Nakhaie Jazar. Dynamic behavior comparison of passive hydraulic engine mounts Part 2: Finite element analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 290:1071–1090, 2006.
- [42] J. Colgate, C. Chang, Y. Chiou, W. Liu, and L. Keer. Modelling of a hydraulic engine mount focusing on response to sinusoidal and composite excitations. *Journal of Sound and Vibration*, 184:503–528, 1995.
- [43] S. Cooreman, D. Lecompte, H. Sol, J. Vantomme, and Debruyne D. Elastoplastic material parameter identification by inverse methods: Calculation of the sensitivity matrix. *International Journal of Solids and Structures*, 44:4329–4341, 2007.
- [44] J. Couderc, Ph. Callenaere, J. Der Hagopian, G. Ferraris, A. Kassai, Y. Borjeson, L. Verdillon, and S. Gaimard. Vehicle driveline dynamic behaviour: Experimentation and Simulation. *Journal of Sound and Vibration*, 218(1):133–157, 1998.
- [45] R. Cozot. From Multibody System Modeling to Distributed Real-Time Simulation. In *Proceedings of Simulation*, 1996.

- [46] J. Cuadrado, M. Gonzales, R. Gutierrez, and M.A. Naya. Real-time MBS formulations: Towards virtual engineering. *Product engineering, eco-design technologies and green energies*, pages 253–272, 2004.
- [47] J. Cuadrado and R. Gutierrez. Influence of the modeling and numerical parameters on the performance of a flexible MBS formulation. In *Proceedings of multi-body dynamics monitoring & simulation techniques*, 2004.
- [48] J.G. de Jalon and E. Bayo. *Kinematic and Dynamic Simulation of Multibody Systems The Real-Time Challenge*. Springer Verlag, 1994.
- [49] P.N. Di. *Beitrag zur Reduktion diskreter Schwingungsketten auf ein Minimalmodell*. PhD thesis, Technische Universität Dresden, 1973.
- [50] M. Donley, W. Stokes, S. Neriya, V. Monkaba, and Y. Li. Modeling of a Driveline System Using a Building Block Approach. *SAE Technical Paper 1999-01-1762*, 1999.
- [51] H. Dresig and F. Holzweißig. *Maschinendynamik*. Springer Verlag, 2005.
- [52] S. Dronka and J. Rauh. Modell zur Simulation von Fahrwerks-Gummilagern Eigenschaften - Modellstruktur - Parametrierung. *VDI Berichte*, 2003:371–390, 2007.
- [53] H. Y. I. Du, M. Frederiksen, and S. Happel. Vibration modeling and correlation of driveline boom for TFWD/AWD crossover vehicles. *SAE transactions, ISSN 0096-736X*, 112, Nr. 6:1755–1765, 2003.
- [54] I. Ebersberger, A. Riepl, G. Kern, and H. P. Knott. Schwingungssimulation eines allradgetriebenen Fahrzeugs. *Automobiltechnische Zeitschrift*, 100:828–830, 1998.
- [55] C. Ehmann. Methoden und Praxisbeispiele der aktiven Schwingungsunterdrückung. *VDI Berichte*, 2003:231–244, 2007.
- [56] M. Ehmann and T. Butz. Raceline Optimierung und Fahrermodellierung für die Simulation von Rennfahrzeugen in Echtzeit. In *Race Tech*, 2004.
- [57] H. Elmqvist, S. E. Mattsson, H. Olsson, J. Andreasson, M. Otter, C. Schweiger, and D. Brück. Real-time simulation of detailed automotive models. *Proceedings of the 3rd International Modelica Conference Linköping*, 2003.
- [58] H. Elmqvist and C. Otter, M. Schlegel. Physical Modeling with Modelica and Dymola and Real-time Simulation with simulink and Real time workshop. In *Matlab User Conference*, 1997.

- [59] R. Eskelinen, A. Biemelt, and S. Krämer. Relative Bewegungsanalyse zur Schnellen und zielgerichteten Schwingungsanalyse. *Automobiltechnische Zeitschrift*, 111:554–559, 2009.
- [60] W. Exner. Geräusch- und Schwingungsoptimierung von Antriebssträngen. *Automobiltechnische Zeitschrift Heft 5*, 1998.
- [61] J. D. Faires and R. L. Burden. *Numerische Methoden Näherungsverfahren und ihre praktische Anwendung*. Spektrum Akademischer Verlag, 1994.
- [62] A. Farshidianfar¹, M. Ebrahimi¹, and H. Bartlett¹. Hybrid modelling and simulation of the torsional vibration of vehicle driveline systems. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 215, Number 2:217–229, 2001.
- [63] H. Frahm. Neue Untersuchungen über die dynamischen Vorgänge in den Wellenleitungen von Schiffsmaschinen mit besonderer Berücksichtigung der Resonanzschwingungen. *Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure*, 22:797–803, 880–888, 1902.
- [64] J. Frappier and J. Bukovic. Einflüsse von Karosserieschwingungsformen auf tieffrequente Brumm- und Dröhngeräusche im Fahrzeug. 8. *Aachener Kolloquium für Fahrzeug- und Motorentchnik*, 1999.
- [65] R.W. Freund and R.H.W. Hoppe. *Stoer/Bulirsch: Numerische Mathematik 1*. Springer Verlag, 2007.
- [66] P. Fritzson. *Principles of Object-Oriented Modeling and Simulation with Modelica 2.1*. 2004.
- [67] C. L. Gaillard and Sing. Dynamic analysis of automotive clutch dampers. *Applied Acoustics*, 60:399 – 424, 2000.
- [68] M. Ganchev, H. Oberguggenberger, and F. Pirker. Real-Time Modelica Simulation on a Suse Linux Enterprise Real Time PC. In *Modelica User Conference*, 2008.
- [69] W. Geib. Fahrzeugschwingungen und Akustik: Einführung und Überblick. *Systemanalyse in der Kfz-Antriebstechnik II*, pages 9 – 37, 2003.
- [70] A. Geisberger, A. Khajepour, and F. Golnaraghi. Nonlinear modelling of hydraulic mounts Theory and Experiment. *Journal of Sound and Vibration*, 249:371–397, 2002.
- [71] P. Genender, K. Wolff, K. Govindswamy, and M. Hueser. NVH-Aspekte der Integration des Antriebsstrangs in das Fahrzeug. *Motortechnische Zeitschrift Heft 6*, 63, 2002.

-
- [72] M. Geradin and A. Cardona. *Flexible Multibody Dynamics A Finite Element Approach*. John Wiley & Sons. LTD, 2001.
- [73] H. Gerth. Untersuchungen zur aktiven Schwingungskompensation in Kraftfahrzeugen. Dissertationsreihe Mechatronik, 2004.
- [74] M. Gipser. The FTire Tire Model Family. *Esslingen University of Applied Sciences, Automotive Engineering Department <http://www.ftire.com>*, 2004.
- [75] Girstmair. Literaturrecherche K Plus Projekt A1 B14 Echtzeitfähige Antriebsstrangmodelle mit flexiblen Körpern. *ViF Bericht*, 2008.
- [76] J. Girstmair. Analyse von Simulationsansätzen für das Zweimassenschwungrad und dessen Einflüsse auf Schwingungen in PKW-Antriebssystemen. In *Posterpräsentation 9. Internationales CTI Symposium und Expo. Innovative Fahrzeug-Getriebe und Hybrid & Elektro-Antriebe*, 2010.
- [77] J. Girstmair, H.-H. Pribsch, M. Kasper, A. Rabofsky, and T. Ovari. Modellbildung, Simulation und Validierung von Boom Geräusch an einem PKW Allrad-Antriebsstrang. *16. Aachener Kolloquium Fahrzeug und Motorentechnik*, 1:1769–1790, 2007.
- [78] J. Girstmair, H.-H. Pribsch, M. Kasper, A. Rabofsky, and T. Ovari. Validation of Boom Noise in an All-Wheel Drivetrain. *ATZ autotechnology*, 8, 2008.
- [79] J. Girstmair, H.-H. Pribsch, and Rei. Simulation der Schwingungsanregung im Bereich der Hinterachse am Beispiel eines 4WD Mittelklasse PKW. *Aachener Akustik Kolloquium*, 1, 2010.
- [80] J. Girstmair, H.-H. Pribsch, F. Reich, and D. Prezel. Powertrain model characteristics for vibration analyses - conflicting demands in offline and HiL environments. *SAE Technical Paper 09NVC-0106*, 2009.
- [81] J. Girstmair, H.-H. Pribsch, F. Reich, and J. Zehetner. Power train model refinement linked with parameter updating through nonlinear optimization. *6. International Styrian Noise, Vibration and Harshness Congress*, 2010.
- [82] AVL List GmbH. URL: <http://www.avl.com>. Homepage, 08 2012.
- [83] Polytec GmbH. *Polytec Rotationsvibrometer System OFV-4000*, 1998.
- [84] Polytec GmbH. *Theory Manual Polytec Scanning Vibrometer*, 1998.
- [85] P. Gold, R. Schelenz, J. Fechner, S. Pischinger, C. Pilath, C. Steffens, and S. Platen. Akustische Untersuchungen im Gesamtsystem Verbrennungsmotor-Getriebe. *Motortechnische Zeitschrift Heft 12*, 64, 2003.

- [86] P. Gold, R. Schelenz, and E. Pflieger. Effiziente Analyse der Dynamik von Antrieben mit der Simulationssoftware DRESP. *VDMA Nachrichten*, 09/00, 2000.
- [87] M. Gosdin. *Analyse und Optimierung des dynamischen Verhaltens eines Pkw-Antriebsstranges*. PhD thesis, Technische Universität München, 1985.
- [88] H.-Ch. Graf von Seherr-Thoss, F. Schmelz, and E. Aucktor. *Gelenke und Gelenkwellen Berechnung, Gestaltung, Anwendung*. Springer, 2002.
- [89] A. Grambow. *Bestimmung der Materialparameter gefüllter Elastomere in Abhängigkeit von Zeit, Temperatur und Beanspruchungszustand*. PhD thesis, RWTH Aachen, 2002.
- [90] A. Grgic. Das Getriebemodell bei Schwingungsrechnungen - eine Herausforderung für den Berechner. *VDI Berichte*, 697:23 – 43, 1988.
- [91] St. Gsöllpointner. Ein 3-dimensionales Modell zur Simulation von Kraftfahrzeugen in Echtzeitanwendungen. Master's thesis, Johannes Kepler Universität Linz, 2002.
- [92] R. J. Guyan. Reduction of stiffness and mass matrices. *AIAA-J.*, 2, 1965.
- [93] B. Hagerodt. *Untersuchungen zu Lastwechselreaktionen frontgetriebener Personenkraftwagen*. PhD thesis, Institut für Kraftfahrwesen RWTH Aachen, 1998.
- [94] E. Hairer, S.P. Norsett, and G. Wanner. *Solving Ordinary Differential Equations I - Nonstiff Problems*. Springer Verlag, 1987.
- [95] E. Hairer and G. Wanner. *Solving Ordinary Differential Equations II: Stiff and Differential-Algebraic Problems*. Springer Verlag, 2002.
- [96] G. Hamel. *Theoretische Mechanik*. Berlin, Heidelberg, New York Springer, 1967.
- [97] S. Hartmann, T. Tschöpe, L. Schreiber, and P. Haupt. Finite deformations of a carbon black-filled rubber. Experiment, optical measurement and material parameter identification using finite elements. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 22:309–324, 2003.
- [98] S. He and R. Singh. Approximate step response of a nonlinear hydraulic mount using a simplified linear model. *Journal of Sound and Vibration*, 299:656–663, 2007.
- [99] S. He and R. Singh. Discontinuous compliance nonlinearities in the hydraulic engine mount. *Journal of Sound and Vibration*, 307:545–563, 2007.

-
- [100] G. Heirman, O. Brüls, P. Sas, and W. Desmet. Coordinate transformation techniques for efficient model reduction in flexible multibody dynamics. In *ISMA*, 2008.
- [101] R. Herbertz. *Untersuchung des dynamischen Verhaltens von Föttinger-Getrieben*. PhD thesis, Technische Universität Hannover, Fakultät für Maschinenwesen, 1973.
- [102] L. Hermansson and M. Krasser. Modelling and verification in the time domain of the driveline and suspension at idle with the purpose of transient studies. *Masters thesis, LiTH-ISY-EX-1866, Linköpings Universitet, SE-581 83 Linköping*, 1998.
- [103] R. Herzog. Optimierung für Nichtmathematiker. *Vorlesungsskriptum WS 2010/2011 TU Chemnitz*, 2011.
- [104] M. Hinz. *Das akustische Abstrahlverhalten von Pkw- und Nkw-Getrieben*. PhD thesis, Technische Universität Braunschweig, 1998.
- [105] W. Hirschberg and G. Rieder. Zur Modellierung und Anwendung nichtlinearer Fahrwerkslagerungen. In *Simulationstechniken in der Fahrzeugentwicklung, Haus der Technik Essen*, 1995.
- [106] W. Hirschberg, G. Rill, and Weinfurter H. Tire model TMeasy. *Vehicle System Dynamics*, 45:101 – 119, 2007.
- [107] R. Hoffmann and W. Klie. Hochfrequenzprüfstand für Aggregatlager in der Fahrzeugakustik. *VFI Zeitschrift*, Ausgabe 1:23 – 26, 2010.
- [108] S. Holzer and P. Fischer. Gesamtschwingungsverhalten von Motor-Getriebe-Verbänden. *Systemanalyse in der Kfz-Antriebstechnik III*, 2005.
- [109] K.-S. Hong, K.-J. Yan, and K.-I. Lee. An Object-Oriented Modular Simulation Model for Integrated Gasoline Engine and Automatic Transmission Control. *SAE Technical Paper 99PC-59*, 1999.
- [110] A. Hösl. *Objektorientierte Softwareentwicklung zur Simulation von Antriebssträngen*. PhD thesis, Technische Universität München, 2005.
- [111] G. Hubbard. Modeling and Simulation of a Hybrid-Electric Vehicle Drivetrain. In *Proceedings of the American Control Conference*, 1997.
- [112] J. Hudi, R. Keijsers, and P. Kvasnicka. Simulationsverfahren zur Ermittlung von Motorbewegungen. *Automobiltechnische Zeitschrift Heft 1*, 105, 2003.
- [113] A. Ibrahimbegovic and H. L. Taylor. Nonlinear dynamics of flexible multibody systems. *Computers and Structures*, 81 Nr. 12:1113–1132, 2003.

- [114] The MathWorks Inc. URL: <http://www.mathworks.de>. Homepage, 08 2012.
- [115] R. Isermann. *Fahrdynamik-Regelung: Modellbildung, Fahrerassistenzsysteme, Mechatronik*. Vieweg Verlag, 2006.
- [116] H. Jonacha. Mechatronische Produkte verbessern Sicherheit und Komfort in Kraftfahrzeugen. *Magazin Forschung*, 1:2–9, 2006.
- [117] H. Jonacha. Steuerbares Motorlager mit magnetorheologischer Flüssigkeit. *VDI Berichte*, 1931, 2006.
- [118] G. Jürgens and R. Fischer. Vergleich verschiedener Systeme zur Verringerung von Triebstrangschwingungen. *VDI Berichte*, pages 233 – 256, 1988.
- [119] D. Justen, S. Hinzmann, and A. Mubarak. X-in-the-Loop-Einsatz des XCP-Protokolls. *ATZelektronik*, 01:56–61, 2010.
- [120] A. I. Khuri. *Response Surface Methodology and Related Topics*. World Scientific Publishing, 2005.
- [121] G. Kim and R. Singh. A study of passive and adaptive hydraulic engine mount systems with emphasis on non-linear characteristics. *Journal of Sound and Vibration*, 179:427–453, 1995.
- [122] W. Kim, H. Lee, J. Kim, and S. Koh. Fatigue life estimation of an engine rubber mount. *International Journal of Fatigue*, 26:553–560, 2004.
- [123] J. P.C. Kleijnen. *Design and Analysis of Simulation Experiments*. Springer Verlag, 2008.
- [124] B. Kleuter, A. Menzel, and P. Steinmann. Generalized parameter identification for finite viscoelasticity. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*, 196:3315–3334, 2007.
- [125] S. Klotzbach, T. Herfeld, and H. Henrichfreise. Eine flexibel konfigurierbare Modellumgebung für die Fahrdynamiksimulation. In *Steuerung und Regelung von Fahrzeugen und Motoren*, 2006.
- [126] M. Koegeler, R. Schantl, N. Schuch, S. Pfragner, F. Pfister, and 2005. Beidl, Ch.: .VDI Berichte Nr.1900. Optimierung des Fahrgefühles unter Nutzung von Fahrzeugsimulation am HiL Prüfstand mit AVL-DRIVE und AVL-CAMEO. *VDI Berichte*, Nr. 1900:85–107, 2005.
- [127] A. Kollreider. *Systemanalyse und Simulation von Antriebssträngen*. PhD thesis, Technische Universität Graz, 2006.

- [128] H. Kolsch. *Schwingungsdämpfung durch statische Hysterese Modellierung von Bauteilen, Parameteridentifikation, Schwingungsberechnungen*. VDI Fortschrittsberichte Reihe 11: Schwingungstechnik Nr. 190, 1993.
- [129] A. Kooy, A. Gillmann, J. Jäckel, and M. Bosse. ZMS - nichts Neues? *7. Luk Kolloquium*, pages 9 – 18, 2002.
- [130] K. Koutsovasilis and M. Beitelschmidt. Comparison of model reduction techniques for large mechanical systems. *Multibody System Dynamics*, 20:111–128, 2008.
- [131] P. Koutsovasilis and M. Beitelschmidt. Model Reduction of Large Elastic Systems A Comparison Study on the Elastic Piston Rod. In *Proc. of 12th World Congress in Mechanism and Machine Science Besancon, IFToMM*, 2007.
- [132] A. Kropp, J. Sielaff, and A. Irrgang. Korrelation der Fahrzeuginnenraumakustik mit Punktmobilitäten an der Körperschallkrafteinleitung. *6. Aachener Kolloquium für Fahrzeug- und Motorentechnik*, 1997.
- [133] A. Laschet. *Simulation von Antriebssystemen. Modellbildung der Schwingungssysteme und Beispiele aus der Antriebstechnik*. Springer Verlag, 1982.
- [134] A. Laschet. *Entwicklung eines Verfahrens zur rechnerunterstützten Simulation von Torsionsschwingungen in Antriebssystemen*. PhD thesis, RWTH Aachen, Fakultät für Maschinenwesen, 1987.
- [135] A. Laschet. *Simulation von Antriebssystemen*. Springer Verlag, 1988.
- [136] A. Laschet and und 27 Mitautoren. *Systemanalyse in der Kfz-Antriebstechnik Modellierung, Simulation und Beurteilung von Fahrzeugantrieben*. Steinmetz, E., 2001.
- [137] A. Laschet and und 30 Mitautoren. *Systemanalyse in der Kfz-Antriebstechnik II Beurteilung von Schwingungen und akustischen Eigenschaften in Fahrzeugantrieben*. Steinmetz, E., 2003.
- [138] A. Laschet and und 38 Mitautoren. *Systemanalyse in der Kfz-Antriebstechnik IV Schwingungen - NVH-Optimierung - Komplete Systemabstimmung - Akustische Beurteilung*. Brill, U., 2007.
- [139] A. Laschet and und 39 Mitautoren. *Systemanalyse in der Kfz-Antriebstechnik V Schwingungen im Getriebe und im Antriebsstrang - NVH-Optimierungen - Systemabstimmungen von Hybridfahrzeugen - Akustische Beurteilungen*. Brill, U., 2009.
- [140] A. Laschet and und 40 Mitautoren. *Systemanalyse in der Kfz-Antriebstechnik III Dynamisches Gesamtsystemverhalten von Fahrzeugantrieben*. Brill, U., 2005.

- [141] E. Lauster and W. Maier. Torsionsschwingungsuntersuchungen bei Nutzfahrzeugen Teil 1. *Automobiltechnische Zeitschrift Heft 7/8*, 80, 1978.
- [142] E. Lauster and W. Maier. Torsionsschwingungsuntersuchungen bei Nutzfahrzeugen Teil 2. *Automobiltechnische Zeitschrift Heft 9*, 80, 1978.
- [143] Lückmann. *Simulation von Antriebsstranggeräuschen*. PhD thesis, Technische Universität Braunschweig, 2003.
- [144] Th. Lückmann. Simulation der Antriebsstrangakustik. In *10. IfF-Tagung*, 2003.
- [145] B. Lee and C. Lee. Model based feed-forward control of electromagnetic type active control engine-mount system. *Journal of Sound and Vibration*, 323:574–593, 2009.
- [146] J. Lee and R. Singh. Critical analysis of analogous mechanical models used to describe hydraulic engine mounts. *Journal of Sound and Vibration*, 311:1457–1464, 2007.
- [147] J. H. Lee and R. Singh. Nonlinear frequency responses of quarter vehicle models with amplitude-sensitive engine mounts. *Journal of Sound and Vibration*, 313:784–805, 2008.
- [148] M. Lehner and P. Eberhard. Modellreduktion in elastischen Mehrkörpersystemen. *Automatisierungstechnik*, 54/4:170–177, 2006.
- [149] H. List, P. Schöggel, and G. K. Fraidl. Objektive Beurteilung des subjektiven Fahrempfindens. *ATZ Automobiltechnische Zeitschrift*, 100:274–280, 1998.
- [150] X. Liu and S. Jiang. A DOE Based Approach to Multi-Response Optimization. *SAE Technical Paper 2003-01-0880*, 2003.
- [151] S.N. Lophaven, H. B. Nielsen, and J. Sondergaard. *DACE: A matlab Kriging Toolbox*. Technische Universität Danmarks: Informatik und mathematische Modellierung, 2002.
- [152] H. Lorenz-Göttingen. *Dynamik der Kurbelgetriebe*. 1901.
- [153] H. Maass and H. Klier. *Kräfte, Momente und deren Ausgleich in der Verbrennungskraftmaschine*. Springer Verlag, 1981.
- [154] Matthies, F. and Gerson, S. Detaillierungstiefe von Triebstrangmodellen zur Abbildung von Driveability-Effekten. *VDI Berichte*, 2071:531–543, 2009.
- [155] P. Maucher. Kupplungsrupfen, Möglichkeiten zur Vermeidung. *4. Luk Kolloquium*, 1990.

- [156] A. Menne.
- [157] M. Mitschke and H. Wallentowitz. *Dynamik der Kraftfahrzeuge*. Springer Verlag, 2004.
- [158] R. Müller. *Schwingungs- und Geräuschanregung bei Stirnradgetrieben*. PhD thesis, Technische Universität München, 1991.
- [159] R. Myers, D. Montgomery, and C. Anderson-Cook. *Response Surface Methodology Process and Product Optimization Using Designed Experiments*. Wiley, 2009.
- [160] H. Naunheimer, B. Bertsche, and G. Lechner. *Fahrzeuggetriebe Grundlagen, Auswahl, Auslegung und Konstruktion*. Springer und VDI Verlag, 2007.
- [161] M. Nehlsen, F. Jedicke, E. Bogner, and P. Schögl. Fahrbarkeitsuntersuchungen auf dem Rollenprüfstand. *ATZ Automobiltechnische Zeitschrift*, 108:376–381, 2006.
- [162] A. Noble. Mit HIL-Systemen Entwicklungszeit und - Kosten Sparen. *Automotive Engineering Partners*, 3-4:60–63, 2005.
- [163] J. Nocedal and S. Wright. *Numerical Optimization*. Springer Verlag, 1999.
- [164] Extraheft Oktober, editor. *Der Neue Golf*. ATZ/MTZ extra (Automobiltechnische Zeitschrift, Motortechnische Zeitschrift), 2003.
- [165] C. Olsson. Active automotive engine vibration isolation using feedback control. *Journal of Sound and Vibration*, 294:162–176, 2006.
- [166] M. Olsson, M. Törmänen, S. Sauvage, and C. Hansen. Systematic Multi-Disciplinary Optimization of Engine Mounts. *SAE Technical Paper 2011-01-1674*, 2011.
- [167] H. B. Pacejka. *Tyre and Vehicle Dynamics*. Butterworth-Heinemann, 2006.
- [168] Z. Peng and Z. Lang. The effects of nonlinearity on the output frequency response of passive engine mount. *Journal of Sound and Vibration*, 318:313–328, 2008.
- [169] J. Persson. Integrated Powertrain Control - a Literature Survey on Longitudinal Vibrations, Driveability Aspects and Future Challenges. Master's thesis, Chalmers University of Sweden, 2004.
- [170] P. Pfeffer and K. Hofer. Einfaches nichtlineares Modell für Elastomer- und Hydrolager zur Optimierung der Gesamtfahrzeug Simulation. *Automobiltechnische Zeitschrift*, 5:442–451, 2002.

- [171] G. Rainer. Neue Antriebskonzepte erfordern neue Entwicklungstools. In *4. Grazer Symposium Virtuelles Fahrzeug*, 2011.
- [172] F. Ranglin and L. Zhenhua. Fixed points on the nonlinear dynamic properties of hydraulic engine mounts and parameter identification method: Experiment and theory. *Journal of Sound and Vibration*, 305:703–727, 2007.
- [173] R. Rashid, R. S. Langley, and R. H. Cornish. Modelling and Analysis of In Boom noise. *Proceedings of the Institute of Acoustics, University of Cambridge*, 2002.
- [174] W. Reik. Torsionsschwingungen im Antriebsstrang von Kraftfahrzeugen Allgemeine Überlegungen. *LuK Kolloquium*, 4:5–27, 1990.
- [175] W. Reik. Torsionsschwingungsisolierung im Antriebsstrang Ein Wertungsversuch. *4. Luk Kolloquium*, 4 1990.
- [176] U. Rein. Schwingungsanalyse und Auslegung von Nutzfahrzeugtriebsträngen mit der Mehrkörperdynamikmethode. *Systemanalyse in der Kfz-Antriebstechnik II*, pages 188–206, 2003.
- [177] U. Rein and A. Veitl. Schwingungsanalyse von NFZ-Triebsträngen im Gesamtfahrzeug mit hybrider MKS-Methodik. *VDI Berichte Nr. 1749*, pages 205 – 219, 2003.
- [178] U. Rein and A. Veitl. Schwingungsanalyse von Nfz-Triebsträngen mit der Mehrkörperdynamikmethode. *VDI-Berichte*, 1749:205–219, 2003.
- [179] A. Reitz. *Schwingungsübertragung von Seitenwellen bei PKW mit Frontantrieb*. PhD thesis, RWTH Aachen, 2003.
- [180] A. Reitz, J. W. Biermann, and P. Kelly. Special Test Bench to Investigate NVH Phenomena of the Clutch System. *6th ATA Conference, Florenz*, 1999.
- [181] A. Reitz and J.W. Biermann. Spezielle Prüfstände zur Untersuchung von NVH-Phänomenen des Antriebsstranges. *8. Aachener Kolloquium, Fahrzeug und Motorentchnik*, 1999.
- [182] A. Riel, W. Hasewend, E. Bogner, and R. Fischer. Modellierung von Fahrzeug und Antriebsstrang im gesamten Entwicklungsprozess. *ATZ Automobiltechnische Zeitschrift*, 106:522–531, 2004.
- [183] A. Riepl and S. Hofbauer. Schwingungsuntersuchungen an allradgetriebenen Fahrzeugen mit Hilfe der Methode der Mehrkörpersysteme. *Tagungsband Simulation im Maschinenbau, Dresden*, 2000.
- [184] G. Rill. Vehicle Modelling for Real Time Applications. *RBCM - J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences*, Vol. XIX No. 2:192–206, 1997.

- [185] G. Rill. *Simulation von Kraftfahrzeugen*. Vieweg Verlag, 2007.
- [186] W. Roddeck. *Einführung in die Mechatronik*. Teubner Verlag, 2006.
- [187] M. Rosenberger. Simulation eines Zweimassenschwungrades. Master's thesis, Technische Universität Graz, Institut für Allgemeine Mechanik, 2003.
- [188] W. Rulka and E. Pankiewicz. MBS Approach to Generate Equations of Motions for HiL-Simulations in Vehicle Dynamics. *Multibody System Dynamics*, 14:367–386, 2005.
- [189] P. Schöggel, E. Ramschak, E. Bogner, and M. Dank. Driveability Design Entwicklung eines kundenspezifischen Fahrzeugcharakters. *ATZ Automobiltechnische Zeitschrift*, 103:186–195, 2001.
- [190] C. Schlegel, M. Bross, and P. Beater. HiL Simulation of the Hydraulics and Mechanics of an Automatic Gearbox. In *2nd International Modelica Conference*, 2002.
- [191] G. Schmidt. Schwingungen in PKW-Antriebssträngen. *VDI Berichte*, 1220, 1995.
- [192] T. Schmitz. Modellbildung und Simulation der Antriebsdynamik von Personenwagen. *VDI-Berichte Reihe 12*, 224, 1994.
- [193] M. Schnurr. Entwicklungen zum Superweitwinkel ZMS. *LuK Kolloquium*, 1990.
- [194] H.-J. Schöpf, G. Jürgens, and R. Fischer. Optimierung der Komfoteigenschaften des Triebstranges von Mercedes-Benz-Fahrzeugen mit Schaltgetriebe. *Automobiltechnische Zeitschrift 91*, pages 568 – 575, 1989.
- [195] U. Schreiber. Modellierung und Simulation des kompletten Antriebsstranges des Golf 4motion mit Direktschaltgetriebe. *Internationale Zulieferbörse*, 2004.
- [196] U. Schreiber and J. Schindler. Objektorientierte Modellierung und Simulation kompletter Kfz-Antriebsstränge. *Systemanalyse in der Kfz-Antriebstechnik I*, pages 204 – 228, 2001.
- [197] U. Schreiber and J. Schindler. Simulation kompletter Kfz-Antriebsstränge. *Automobiltechnische Zeitschrift*, 103, 2001.
- [198] M Schwarzmeier. *Der Einfluß des Arbeitsprozeß- verlaufs auf den Reibmittel- druck von Dieselmotoren*. PhD thesis, Technische Universität München, 1992.
- [199] C. Schweiger, M. Otter, and G. Cimander. Objektorientierte Modellierung mit Modelica zur Echtzeitsimulation und Optimierung von Antriebssträngen. In *DLR Electronic Library*, 2004.

- [200] R. Schwertassek and O. Wallrap. *Dynamik flexibler Mehrkörpersysteme*. Vieweg Verlagsgesellschaft, 1999.
- [201] A. Shabana. *Dynamics of Multibody Systems*. Cambridge University Press, 1998.
- [202] K. Siebertz, D. van Bebber, and T. Hochkirchen. *Statistische Versuchsplanung - Design of Experiments (DOE)*. Springer Verlag und VDI, 2010.
- [203] R. Singh, G. Kim, and P. Ravindra. Linear analysis of automotive hydro-mechanical mount with emphasis on decoupler characteristics. *Journal of Sound and Vibration*, 158:219–243, 1992.
- [204] MSC Software. Url: <http://www.mscsoftware.com/products/cae-tools/adams.aspx>. Homepage, 08 2012.
- [205] P. Stewart and P. Fleming. Metamodels for real-time control - an automotive design study. In *17th European Simulation Multiconference*, 2003.
- [206] W. Stühler and L. Zhang. Adaptives Elastomerlager Ein neues Motorlagerkonzept. *Automobiltechnische Zeitschrift*, 107:624–632, 2005.
- [207] C. Stier, M. Geier, and A. Albers. Analyse des Drehzahleinflusses auf das dynamische Übertragungsverhalten von ZMS. *Systemanalyse in der Kfz-Antriebstechnik V: Schwingungen im Getriebe und im Antriebsstrang – NVH-Optimierungen – Systemabstimmungen von Hybridfahrzeugen – Akustische Beurteilungen*. Expert Verlag, 2009.
- [208] J. Stockmar and R. Skarics. *Das große Buch der Allradtechnik*. Motorbuchverlag, 2004.
- [209] J. Stoer. *Numerische Mathematik 1*. Springer Verlag, 2005.
- [210] J. Stoer and R. Bulirsch. *Numerische Mathematik 2*. Springer Verlag, 2005.
- [211] H. Stoffels. Untersuchungen zur Verminderung von Torsionsschwingungen in PKW-Antriebssträngen. *VDI-Berichte*, 1630:369 – 389, 2001.
- [212] W. Stokes, A. Crewe, J. Bretl, W. S. Park, J. Y. Lee, and M. S. Lee. Computer Simulation of In-Vehicle Boom Noise. *SAE Technical Paper 971914*, pages 1 – 8, 1997.
- [213] F. Svaricek, H.-J. Karkosch, K. Kowalczyk, and P.M. Marienfeld. Aktive Schwingungskompensation zur Innengeräuschminderung in Fahrzeugen. *DA-GA*, 2005.
- [214] Dassault Systemes. URL: <http://www.3ds.com/de/products/catia/portfolio/dymola>. Homepage, 08 2012.

- [215] N. Vahadati. Double-notch single-pumper fluid mounts. *Journal of Sound and Vibration*, 285:697–710, 2005.
- [216] Vieweg Verlag, editor. *Autoelektrik / Autoelektronik: Systeme und Komponenten*. Robert Bosch GmbH., 2002.
- [217] J. Videla and B. Lie. Using Modelica/Matlab for parameter estimation in a bioethanol fermentation model. In *Modelica User Conference*, 2008.
- [218] C. Vock, T. Schaffner, M. Sopouch, W. Stücklschwaiger, and I. Weissert. NVH-Analyse des Antriebsstranges: Möglichkeiten und Grenzen unterschiedlicher Modellierungen anhand ausgewählter Beispiele. *Systemanalyse in der Kfz-Antriebstechnik III*, 2005.
- [219] S. Vollmann. Aggregatlagerung. *Sonderausgabe ATZ und MTZ*, Juniausgabe:80–82, 2008.
- [220] M. Waldham-Gagnon, P. Hubert, C. Semler, M. Paidoussis, M. Vezina, and D. Lavoie. Hyperelastic Modelling of Rubber in comercial Finite Element Software (Ansys). *SAMPE Konferenz*, 2006.
- [221] O. Wallrap and S. Wiedemann. Simulation of Deployment of a Flexible Solar Array. *Multibody System Dynamics*, 7:101–125, 2002.
- [222] O. Wallrap and S. Wiedemann. Comparison of Results in Flexible Multibody Dynamics using various Approaches. *Nonlinear Dynamics*, 34:189–206, 2003.
- [223] L-R. Wang, J-C. Wang, and I. Hagiwara. An integrated characteristic simulation method for hydraulically damped rubber mount of vehicle engine. *Journal of Sound and Vibration*, 286:673–696, 2005.
- [224] J. Will. Der Abgleich von Messung und Simulation als Optimierungsaufgabe. *NAFEMS Seminar*, 2006.
- [225] E. Williams, Rigby S., J. Sproston, and R. Stanway. Electrorheological fluids applied to an automotive engine mount. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 47:221–238, 1993.
- [226] J. S. Williams and G. C. Steyer. Experimental Noise Path Analysis for Problem Identification in Automobiles. *13th International Modal Analysis Conference*, 1995.
- [227] J. S. Williams, B. K. Wilson, and D. T. Hanner. Measurment of the Rotational Vibrations of RWD Output Shafts and Characterization of the Resulting Effect on Passenger Perceived Noise. *SAE Technical Paper 972031*, pages 1–8, 1997.
- [228] H-P. Willumeit. *Modelle und Modellierungsverfahren in der Fahrzeugdynamik*. Teubner, 1998.

- [229] D. Winkler and C. Glühmann. Hardware-in-the-Loop Simulation of a hybrid electric vehicle using Modelica/Dymola. *The 22nd International Battery, Hybrid and Fuel Cell Electric Vehicle Symposium & Exposition*, pages 1054–1063, 2006.
- [230] B. Wittwer. Analyse zur Reduktion von Ruckelschwingungen eines Allrad PKW mit Hybridantrieb. Master's thesis, Technische Universität Graz, 2009.
- [231] A. Wohnhaas, D. Hötzer, and U. Sailer. Modulares Simulationsmodell eines Kfz-Antriebsstrangs unter Berücksichtigung von Nichtlinearitäten und Kupplungsvorgängen. *VDI-Berichte*, 1220, 1995.
- [232] Y. Yu, N. Naganathan, and R. Dukkipati. A literature review of automotive vehicle engine mounting systems. *Mechanism and Machine Theory*, 36:123–142, 2001.
- [233] T. Zackrisson. Modeling and simulation of a driveline with an automatic gearbox. Master's thesis, KTH Royal Institute of Technology, 2003.
- [234] J. Zehetner, M. Dank, and P. Schögggl. Driveability Simulation in the continuous development process. In *IPG TechConference*, 2008.
- [235] J. Zehetner, P. Schögggl, M. Dank, and K. Meitz. Simulation of Driveability in Real-time. *SAE Technical Paper 2009-01-1372*, 2009.
- [236] P. Zeller. *Handbuch Fahrzeugakustik*. Vieweg + Teubner GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden, 2009.
- [237] L. Zhang. Experimentelle Untersuchungen mit dem Konzept des Adaptiven Elastomerlagers. *Automobiltechnische Zeitschrift*, 108:220–225, 2006.
- [238] Y. Zhang and W. Shangguan. A novel approach for lower frequency performance of hydraulic engine mounts. *Computers and Structures*, 84:572–584, 2006.
- [239] Z. Zhong, C. Xiang, and M. Zheng. Drivetrain Modeling and Model Analysis for Real-Time Applications. *Vehicle Electronics Conference, 1999. (IVEC '99) Proceedings of the IEEE International*, 1:298 – 304, 1999.
- [240] M. Zink and M. Hausner. Das Fliehkraftpendel. *Automobiltechnische Zeitschrift*, 07-08:546–553, 2009.
- [241] M. Zink and M. Hausner. Luk Kupplungssysteme und Torsionsdämpfer Schlüsselemente für effiziente Antriebssträngen. *Luk Kolloquium*, 2010.

Abbildungsverzeichnis

1.1	Unmittelbarkeit des Erlebens wesentlicher Fahrzeugeigenschaften nach [236]	1
1.2	Optimierung des Antriebsstrang-Entwicklungsprozesses durch Front-loading nach [171]	2
1.3	Abstimmung der Fahrbarkeit im Entwicklungsprozess [234]	3
1.4	Vorgehensweise zur Berechnung des Innengeräusches (Schalldruckpegel Fahrerohr)	8
1.5	Echtzeit-Modell des Antriebsstranges [184]	10
1.6	Entwicklung der Marktanteile für Antriebssysteme für 2015 und 2020 [22]	18
2.1	Überblick über NVH-Phänomene im Antriebsstrang und deren Klassifizierung	23
2.2	Systemaufbau und Funktionsweise eines Zweimassenschwungrades mit Fliehkraftpendel [240]	28
3.1	Abstraktion und Definition eines Mehrkörpersystems nach Bremer und Pfeifer [27]	31
3.2	Beschreibung eines starren Körpers	32
3.3	Verformte und unverformte Konfiguration [201]	39
3.4	Koordinaten am verformten Körper i	43
3.5	Stabilitätsbereiche für Explizite Runge Kutta Methoden mit der Ordnung $p = s$ [95]	56
3.6	Kombination der Armijo- und Krümmungsbedingung zur Wolfe-Bedingung [103]	62
4.1	Komponenten und Aufbau der Haldex-Kupplung [1]	71
4.2	Ölkreislauf der Haldex-Kupplung [1]	71
5.1	Aufgespanntes Versuchsfahrzeug am akustischen Rollenprüfstand mit applizierter Messtechnik	75
5.2	Campbell-Diagramme Schalldruckpegel A-bewertet für Vollasthochlauf im 3. Gang: Abbildung 5.2(a) Rechtes Mikrofon Position Beifahrer; Abbildung 5.2(b) rechtes Mikrofon Position hinten Mitte	77

5.3	Campbell-Diagramme Schalldruckpegel A-bewertet für Vollasthochlauf im 4. Gang: Abbildung 5.3(a) Rechtes Mikrofon Position Beifahrer; Abbildung 5.3(b) rechtes Mikrofon Position hinten Mitte	78
5.4	Schnitt 2. Motorordnung für Hochlauf 3. Gang (5.4(a)) und 4. Gang (5.4(b)): Schalldruckpegel A-bewertet für Beifahrer und Sitzreihe hinten Mitte	79
5.5	Darstellung der Wiederholgenauigkeit über sieben Messläufe für die Messstelle Beifahrer für Hochläufe unter Vollast im 3. Gang	80
5.6	Überblick über die Messstellen Drehschwingungen [77]	81
5.7	Drehungleichförmigkeiten im Antriebsstrang aufgrund Anregung 2. Motorordnung im Hochlauf 3. Gang mit Pri ... ZMS Primärseite; Sek ... ZMS Sekundärseite; KWv ... Kardanwelle vorne; KWh ... Kardanwelle hinten; KWT ... Kardanwelle Tilger; Rvo ... Rad vorne; Rhi ... Rad hinten; Las ... Messgrenze Laservibrometer	83
5.8	Drehungleichförmigkeit Primärseite Zweimassenschwungrad aufgrund Anregung 2. Motorordnung im Hochlauf 3. Gang	84
5.9	Ermittlung der kritischen Drehwinkelschwankung über die Raddrehzahl, bei der die Signalgröße unter der Rauschgrenze des Messsystems liegt	85
5.10	Messreihenvergleich für Drehungleichförmigkeit Primärseite Zweimassenschwungrad aufgrund Anregung 2. Motorordnung im Hochlauf 3. Gang	86
5.11	Umfangskraft Rolle vorne und hinten (oben) und prozentualer Anteil der Umfangskraft der Vorderachse zur Gesamtkraft (unten) beim Hochlauf im 3. Gang zur Beurteilung der Momentenaufteilung zwischen Vorder- und Hinterachse	87
5.12	Überblick über die Messstellen Beschleunigungen [77]	88
5.13	Messreihenvergleich für Beschleunigungen Hilfsrahmen vorne (X,Y und Z-Richtung aufgrund Anregung 2. Motorordnung im Hochlauf 3. Gang	89
5.14	Darstellung der Anordnung des Scanning Laservibrometer am Antriebsstrangprüfstand zur Messung von Kardanwellenbiegeschwingungen	91
5.15	Geschwindigkeitsantwort in Wellenmitte bei Impulsanregung	92
5.16	Momentaufnahme der Betriebsschwingung Kardanwelle bei 103.1 Hz in verschiedenen Ansichten	92
5.17	Darstellung der Geschwindigkeitsamplituden für eine Periode der 103.1 Hz Biegeschwingung der Kardanwelle	93
5.18	Schematische Darstellung der beiden Messmethoden zur dynamischen Untersuchung von Elastomerlagern [228]	95
5.19	Statische Vermessung eines Elastomerlagers mit progressiver Kraft-Weg-Kennlinie	96

5.20	Gemessene dynamischen Steifigkeit (5.20(a)) und gemessener Verlustwinkel (5.20(b)) bei verschiedenen Vorlasten	97
5.21	Messung der Radaufstandskraft an der Vorderachse	98
5.22	Reifenlängskraft in Abhängigkeit von Längsschlupf und Radaufstandskraft F_z (Bild oben) und Kippmoment M_x bei Längskraftsprung (Bild unten)	99
6.1	Echtzeitfähiges Antriebsstrangmodell zur Untersuchung von Dreh-schwingungen	106
6.2	Vergleich der Berechnungsergebnisse des Gesamtmodells im Frequenzbereich für die motorseitige Drehungleichförmigkeit (MO = Motorordnung)	110
6.3	Berücksichtigte Eigenmoden für die beiden Kardanwellenteilstücke bei der modalen Kondensierung: 3 Biegemoden und 1 Torsionsmode	113
6.4	Torsionseigenmoden Kardanwelle des detaillierten Offline-Modells . .	114
6.5	Vergleich verschiedener Modellansätze im Bereich Kardanwelle: Ergebnis Kardanwelle vorne	114
6.6	Vergleich verschiedener Modellansätze im Bereich Kardanwelle: Ergebnis Kardanwelle hinten	115
6.7	Modellansatz für das „single contact point transient tire model“ [167]	116
6.8	Vergleich der Drehungleichförmigkeit Rad vorne mit einem Steady State (SS) Reifenmodell (Pacejka Magic Formula) und einem Single Contact Point transient Reifenmodell (SCPT)	118
6.9	Vergleich der Drehungleichförmigkeit Rad hinten mit einem Steady State (SS) Reifenmodell (Pacejka Magic Formula) und einem Single Contact Point transient Reifenmodell (SCPT)	119
6.10	Schematische Darstellung Funktionsweise Optimierungsroutine in Matlab [81]	124
6.11	Darstellung der Parametersensitivitäten in Abhängigkeit der einzelnen Iterationsschritte bei der Optimierung	127
6.12	Detailldarstellung der Parametersensitivitäten in Abhängigkeit der einzelnen Iterationsschritte bei der Optimierung zur Analyse der Iterationsschritte > 10	128
6.13	Darstellung der normierten Parameterwerte (auf Endwert 1 normiert) in Abhängigkeit der einzelnen Iterationsschritte bei der Optimierung .	129
6.14	Darstellung der normierten quadratischen Fehlerabweichung (Wert des Zielfunktional) in Abhängigkeit der einzelnen Iterationsschritte bei der Optimierung	130
6.15	Vergleich der Abweichung zwischen Messung und Rechnung vor und nach Optimierung: ZMS	131
6.16	Vergleich der Abweichung zwischen Messung und Rechnung vor und nach Optimierung: Kardanwelle vorne	132

6.17	Vergleich der Abweichung zwischen Messung und Rechnung vor und nach Optimierung: Kardanwelle hinten	134
6.18	Vergleich der Abweichung zwischen Messung und Rechnung vor und nach Optimierung: Kardanwelle Tilger	134
6.19	Vergleich der Abweichung zwischen Messung und Rechnung vor und nach Optimierung: Rad vorne	135
6.20	Vergleich der Abweichung zwischen Messung und Rechnung vor und nach Optimierung: Rad hinten	135
6.21	Erweitertes Antriebsstrangmodell mit elastischen Körpern für die beiden Kardanwellenteilwellen und über 3 Aggregatlager aufgehängtes Hinterachsgetriebe	140
6.22	Erweitertes Antriebsstrangmodell mit elastischen Körpern für die beiden Kardanwellenteilwellen und über 3 Aggregatlager im 4 fach elastisch gelagertem Hilfsrahmen Hinterachse gelagertes Hinterachsgetriebe	141
6.23	Messungs- und Rechnungsvergleich der Beschleunigungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) Hilfsrahmen vorne (Abbildung 6.23(a): x-Richtung, Abbildung 6.23(b): y-Richtung und Abbildung 6.23(a): z-Richtung) für das Modell mit elastisch gelagertem Hilfsrahmen und elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe (HAG & Hilfsrahmen gelagert)	143
6.24	Messungs- und Rechnungsvergleich der Beschleunigungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) Hilfsrahmen hinten (Abbildung 6.24(a): x-Richtung, Abbildung 6.24(b): y-Richtung und Abbildung 6.24(c): z-Richtung) für das Modell mit elastisch gelagertem Hilfsrahmen und elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe (HAG & Hilfsrahmen gelagert)	144
6.25	Messungs- und Rechnungsvergleich der Beschleunigungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) Hinterachsgetriebe vorne links (Abbildung 6.25(a): x-Richtung, Abbildung 6.25(b): y-Richtung und Abbildung 6.25(c): z-Richtung) für das Modell mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe (HAG gelagert) und dem Modell mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe und Hilfsrahmen (HAG & HRH gelagert)	145
6.26	Messungs- und Rechnungsvergleich der Beschleunigungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) Hinterachsgetriebe hinten links (Abbildung 6.26(a): x-Richtung, Abbildung 6.26(b): y-Richtung und Abbildung 6.26(c): z-Richtung) für das Modell mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe (HAG gelagert) und dem Modell mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe und Hilfsrahmen (HAG & HRH gelagert)	146
6.27	Messungs- und Rechnungsvergleich der Beschleunigungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) Hinterachsgetriebe hinten rechts (Abbildung 6.27(a): x-Richtung, Abbildung 6.27(b): y-Richtung und Abbildung 6.26(c): z-Richtung) für das Modell mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe (HAG gelagert) und dem Modell mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe und Hilfsrahmen (HAG & HRH gelagert)	147

7.1	Basis MKS-Gesamtfahrzeugmodell zur Untersuchung von Schwingungen des Antriebsstranges	152
7.2	Schrittweise systematische Vorgehensweise für den Abgleich zwischen Messung und Rechnung	154
7.3	Messungs- und Rechnungsvergleich der Radnormalkraft und Radfederrate [77]	155
7.4	Messungs- und Rechnungsvergleich der Drehungleichförmigkeit Kardanwelle hinten mit starrer und schlupfender Haldex-Kupplung [77] .	156
7.5	Analyse der Anregungskräfte aufgrund der Anregung der 2. Motorordnung für den Längslenker mit elastischem und starren Hilfsrahmen und Längslenker Hinterachse [77]	170
7.6	Analyse des Einflusses Modellbildung Reifen auf die Drehschwingungen am Rad [77]	171
7.7	Angreifende Kräfte an der Federmasse m_n eines Bogenfeder ZMS [81], wobei $F_{Z,n}$ die Fliehkraft, $F_{SD,n-1}$ bzw. $F_{SD,n}$ die an der Federmasse angreifenden Feder- und Dämpferkräfte, μ den Reibkoeffizient und $F_{N,n}$ die Normalkraft bezeichnet	171
7.8	Parametrisiertes physikalisches ZMS Modell für die MKS-Umgebung ADAMS [81]	172
7.9	Mit physikalischem ZMS Modell berechnete Hystereseschleife (Moment über Winkel) des ZMS bei 2000 min^{-1} [81]	172
7.10	Aus den ZMS-Hystereseschleifen ermittelte drehzahlabhängige Steifigkeit 7.10(b) und Dämpfung 7.10(a) des Zweimassenschwungrades[81]	173
7.11	Vergleich von Berechnungsergebnissen im Zeitbereich bei 2000 min^{-1} mit physikalischem und vereinfachtem ZMS Modell [81]	174
7.12	Vergleich von gemessener dynamischer Steifigkeit 7.12(a) und Verlustwinkel 7.12(b) eines Elastomerlagers mit Kelvin-Voigt-Modell . .	175
7.13	Lineares Modul nach Pfeffer [170] zur Simulation der frequenzabhängigen Steifigkeit und des Verlustwinkels von Elastomerlagern	176
7.14	Vergleich von gemessener dynamischer Steifigkeit 7.14(a) und Verlustwinkel 7.14(b) eines Elastomerlagers mit Ergebnissen der Parameteridentifikation für das Modell nach Pfeffer für verschiedene Gewichtungen des Zielfunktionalis	177
7.15	Im betrachteten Frequenzbereich relevante Biegeschwingung der Kardanwelle bei 103 Hz, welche mit einer Starrkörpermode des Hinterachsgetriebes gekoppelt ist	179
7.16	Analyse der modalen Beteiligungsfaktoren (1. Ableitung) im Bereich der Kardanwelle hinten: Abbildung 7.16(a) zeigt die Motordrehzahl über der Zeit (Vollasthochlauf im 3. Gang) und Abbildung 7.16(b) die Zeitableitung der modalen Beteiligungsfaktoren für die ersten beiden Biegeschwingungen	180
7.17	Gegenüberstellung der Vor- und Nachteile bei direkter Optimierung und bei Optimierung mittels Metamodellen	183

7.18	Vorgehensweise zur Optimierung von detaillierten MKS-Modellen mittels Metamodellen nach Kriging	184
7.19	Messungs- und Rechnungsvergleich der Drehschwingungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) ZMS Primär- und Sekundärseite (Abbildung 7.19(a), Kardanwelle vorne (Abbildung 7.19(b)), Kardanwelle hinten (Abbildung 7.19(c)) und Kardanwelle Tilger (Abbildung 7.19(d)) für das Offline-Modell mit der dyn. Steifigkeit bei 50Hz (Offline dyn. 50 Hz), dem optimierten Offline-Modell (Offline optimiert) und dem Echtzeit-Modell ohne elastische Lagerung Hinterachse (Echtzeitmodell)	190
7.20	Messungs- und Rechnungsvergleich der Drehschwingungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) Rad vorne (Abbildung 7.20(a) und Rad hinten (Abbildung 7.20(b)) für das Offline-Modell mit der dyn. Steifigkeit bei 50Hz (Offline dyn. 50 Hz), dem optimierten Offline-Modell (Offline optimiert) und dem Echtzeit-Modell ohne elastische Lagerung Hinterachse (Echtzeit-Modell)	191
7.21	Messungs- und Rechnungsvergleich der Beschleunigungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) Hilfsrahmen vorne (Abbildung 7.21(a): x-Richtung, Abbildung 7.21(b): y-Richtung und Abbildung 7.21(c): z-Richtung) für das Offline-Modell mit der statischen Steifigkeit (statisch), das Offline-Modell mit der dyn. Steifigkeit bei 50Hz (Dyn. 50Hz), dem optimierten Offline-Modell (Optimiert) und dem Echtzeit-Modell mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe und Hilfsrahmen (Echtzeitm.)	193
7.22	Messungs- und Rechnungsvergleich der Beschleunigungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) Hilfsrahmen hinten (Abbildung 7.22(a): x-Richtung, Abbildung 7.22(b): y-Richtung und Abbildung 7.22(c): z-Richtung) für das Offline-Modell mit der statischen Steifigkeit (statisch), das Offline-Modell mit der dyn. Steifigkeit bei 50Hz (Dyn. 50Hz), dem optimierten Offline-Modell (Optimiert) und dem Echtzeit-Modell mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe und Hilfsrahmen (Echtzeitm.)	194
7.23	Messungs- und Rechnungsvergleich der Beschleunigungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) Hinterachsgetriebe vorne rechts (Abbildung 7.23(a): x-Richtung, Abbildung 7.23(b): y-Richtung und Abbildung 7.23(c): z-Richtung) für das Offline-Modell mit der statischen Steifigkeit (statisch), das Offline-Modell mit der dyn. Steifigkeit bei 50Hz (Dyn. 50Hz), dem optimierten Offline-Modell (Optimiert) und dem Echtzeit-Modell mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe und Hilfsrahmen (Echtzeitm.)	195

7.24	Messungs- und Rechnungsvergleich der Beschleunigungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) Hinterachsgetriebe hinten links (Abbildung 7.24(a): x-Richtung, Abbildung 7.24(b): y-Richtung und Abbildung 7.24(c): z-Richtung) für das Offline-Modell mit der statischen Steifigkeit (statisch), das Offline-Modell mit der dyn. Steifigkeit bei 50Hz (Dyn. 50Hz), dem optimierten Offline-Modell (Optimiert) und dem Echtzeit-Modell mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe und Hilfsrahmen (Echtzeitm.)	196
7.25	Messungs- und Rechnungsvergleich der Beschleunigungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) Hinterachsgetriebe hinten rechts (Abbildung 7.25(a): x-Richtung, Abbildung 7.25(b): y-Richtung und Abbildung 7.25(c): z-Richtung) für das Offline-Modell mit der statischen Steifigkeit (statisch), das Offline-Modell mit der dyn. Steifigkeit bei 50Hz (Dyn. 50Hz), dem optimierten Offline-Modell (Optimiert) und dem Echtzeit-Modell mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe und Hilfsrahmen (Echtzeitm.)	197
7.26	Messungs- und Rechnungsvergleich der Beschleunigungen (Amplitudenverlauf 2. Motorordnung) Schwertlenker rechts (Abbildung 7.26(a): x-Richtung, Abbildung 7.26(b): y-Richtung und Abbildung 7.26(c): z-Richtung) für das Offline-Modell mit der statischen Steifigkeit (statisch), das Offline-Modell mit der dyn. Steifigkeit bei 50Hz (Dyn. 50Hz) und dem optimierten Offline-Modell (Optimiert)	198

Tabellenverzeichnis

2.1	Ursachen der Anregung von Schwingungen in Antriebssystemen . . .	22
4.1	Technische Daten des 2.0 TDI Motors von Volkswagen [1]	69
5.1	Fahrzustände mit deutlich vorhandenem Brumm-Geräusch im Bereich der vorderen und hinteren Sitzreihe	74
5.2	Vermessene Elastomerlager im Bereich Hinterachse	96
5.3	Durchgeführte Messungen am Reifen- und Achsprüfstand	98
6.1	Anzahl der Freiheitsgrade für verschiedene Motormodelle	110
6.2	Ermittlung der Parameterwerte	125
6.3	Ergebnis der Parameteridentifikation mittels nichtlinearer Optimierung	125
6.4	Bewertung der Modellverbesserung über die normierte Fehlerabweichung	126
6.5	Verwendete Optimierungsparameter	129
6.6	Spezifikation dSpace Echtzeitsystem mit 1006 Prozessor Karte	136
6.7	Vergleich der Echtzeitfähigkeit des Antriebsstrangmodells (Basis Torsionsmodell) und des Modells mit elastischer (3D) Kardanwelle	137
6.8	Vergleich der Verbesserung der Echtzeitfähigkeit des Basis Antriebsstrangmodells (Torsionsschwingerkette) und des Modells mit flexibler Kardanwelle mit verbessertem Motormodell	137
6.9	Vergleich der Verbesserung der Echtzeitfähigkeit des Basis Antriebsstrangmodells (Basis Torsionsmodell) und des Modells mit elastischer (3D) Kardanwelle mit verbessertem Motormodell, Reifenmodell und angepasster Rechenschrittweite	138
6.10	Vergleich der Verbesserung der Echtzeitfähigkeit des Basis Antriebsstrangmodells (Basis Torsionsmodell) und des Modells mit elastischer (3D) Kardanwelle mit verbessertem Motormodell, Reifenmodell, angepasster Rechenschrittweite und SID Struktur für Modal Body Bibliothek	139
6.11	Hardware- und Softwarespezifikationen des verwendeten Rechners für die Offline-Simulationen	139

6.12	Vergleich der Echtzeitfähigkeit des Basis Antriebsstrangmodells (Torsionsschwingerkette), des verbesserten Modells mit flexibler Kardanwelle, des verbesserten Modells flexibler Kardanwelle und mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe und des Modells mit flexibler Kardanwelle mit elastisch gelagertem Hinterachsgetriebe und Hilfsrahmen	142
7.1	Eigenschaften des MKS-Basismodells (*je Bindung können mehrere FHG eingeschränkt werden)	151
7.2	Zusammenfassung der schrittweisen Modellvalidierung und deren Auswirkung auf den Vergleich mit Messergebnissen (++ ... stark, 0 ... kaum) [78]	158
7.3	Bewertung der Modellbildung und Parametrierung von verschiedenen Modellansätzen für das Zweimassenschwungrad (++ ... großer Aufwand bzw. Parameterermittlung schwierig)	161
7.4	Exemplarische Übersicht der Parameter des linearen Pfeffer Moduls für das Lager Hilfsrahmen vorne links in z-Richtung für verschiedene Anpassungskonfigurationen	166
7.5	Überblick über die untersuchten Modell- und Parametervarianten für Elastomerlager im Bereich Hinterachse	167
7.6	Ergebnisse mit normierter Abweichung zwischen Messung und Rechnung für verschiedene Modellansätze und Parametersätze der Elastomerlager Hinterachse	169
7.7	Auffistung der Parameter mit oberer und unterer Optimierungsgrenze	182
7.8	Beim Kriging-Metamodell zur Verfügung stehende Regressions- und Korrelationsmodelle	183
7.9	Vergleich der Abweichungen bei verschiedenen Korrelationsmodellen und Regressionsmodellen für die Suboptimierung der Steifigkeiten in x-Richtung	185
7.10	Vergleich der Abweichungen bei verschiedenen Korrelationsmodellen und Regressionsmodellen für die Suboptimierung der Steifigkeiten in y-Richtung	186
7.11	Vergleich der Abweichungen bei verschiedenen Korrelationsmodellen und Regressionsmodellen für die Suboptimierung der Steifigkeiten in z-Richtung	186
7.12	Vergleich der Abweichungen bei verschiedenen Korrelationsmodellen und Regressionsmodellen für die Suboptimierung der Schwerpunktskoordinaten, Masse und Massenträgheitsmomente Hinterachsgetriebe	187
7.13	Vergleich der optimierten Parameterwerte mit dem Basismodell(statisch) und dem Modell mit dynamischer Steifigkeit bei 50 Hz (dynamisch 50 Hz)	188
7.14	Überblick über die abgebildeten Berechnungsvarianten	192