



MASTERARBEIT

Methoden zur Verbesserung der Lastmessung bei Hafenmobilkranen

David Lindenthaler

Technische Universität Graz

Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik

in Zusammenarbeit mit

Liebherr Werk Nenzing GmbH

- Beurteiler: · Dipl.-Ing. (FH) Dr. techn. Sonja Moschik,
Technische Universität Graz
- Betreuer: · Dipl.-Ing. Johannes Karl Eberharter, PhD, MA,
Liebherr Werk Nenzing GmbH
- Mathias Schneller, MSc,
Liebherr Werk Nenzing GmbH

Graz, Jänner 2013

EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am _____
Datum

Unterschrift

SPERRVERMERK

Das vorliegende Dokument enthält vertrauliche Daten der Firma Liebherr Werk Nenzing GmbH und ist für die Dauer von fünf Jahren für die öffentliche Nutzung gesperrt.

Veröffentlichungen oder Vervielfältigungen des vorliegen Dokuments – auch nur auszugsweise – sind ohne ausdrückliche Genehmigung der Firma Liebherr Werk Nenzing GmbH und des Autors bis zum 19. Dezember 2017 nicht gestattet.

Nenzing, am _____
Datum

Unterschrift Verfasser

Unterschrift Liebherr Werk Nenzing GmbH

Danksagung

Besonderer Dank gilt meinen Betreuern Dipl.-Ing. Johannes Karl Eberharter, PhD, MA und Mathias Schneller, MSc bei Liebherr Werk Nenzing GmbH für die wertvollen Anregungen und die großen Freiheiten bei der Auswahl der Schwerpunkte der Masterarbeit.

Zusätzlich möchte ich mich bei Frau Dipl.-Ing. (FH) Dr. techn. Sonja Moschik für die unkomplizierte Betreuung und tatkräftige Unterstützung bedanken.

Weiters bedanke ich mich bei allen, die mich beim Verfassen der vorliegenden Arbeit unterstützt haben. Im Besonderen möchte ich dabei die Ratschläge zu Inhalt und Form von Herrn Dipl.-Ing. Dr. techn. Markus Neumayer hervorheben.

Außerdem gilt ein herzlicher Dank meinen Eltern Rosmarie und Friedrich für die unermüdliche Unterstützung beim Studium und der Möglichkeit das theoretische Wissen laufend praktisch anwenden zu können.

Danke!

Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis	xiii
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Aufgabenstellung und Gliederung der Arbeit	2
1.3 Beschreibung Liebherr Hafenmobilkran	2
1.3.1 Aufbau	3
1.3.2 Varianten	3
1.3.3 Winden-Baugruppe	5
1.3.4 Aktionsmöglichkeiten	5
1.3.5 Seilverlauf	7
1.3.6 Sensorik	7
2 Analyse der bestehenden Messeinrichtung	11
2.1 Beschreibung	11
2.2 Fehlerfortpflanzung beim bestehenden Kompensationsalgorithmus	12
2.2.1 Sensorgenauigkeit der Kraftmesslasche	14
2.2.2 Unsicherheit der Länge des Seiles	14
2.2.3 Sensorgenauigkeit des Neigungsgebers im Ausleger	15
2.2.4 Genauigkeit des Inkrementalgebers des Auslegers	15
2.2.5 Unsicherheit des Effizienzfaktors der Seilrollen	17
2.2.6 Veränderung der Erdbeschleunigung	18
2.2.7 Fertigungstoleranz bei der Länge des Auslegers	18
2.2.8 Länge des Kraftarmes der Seilzugkraft an der Winde	18
2.2.9 Unsicherheit des Kraftarms des aufgewickelten Seiles	20
2.2.10 Unsicherheit des Kraftarmes der Gewichtskraft der Winde	20
2.2.11 Fertigungstoleranz der Länge der Turmsäule	20
2.2.12 Variables Gewicht der Winde	21
2.2.13 Zusammenfassung der Unsicherheitsanalyse	21
2.3 Abschätzung des Fehlers von nicht berücksichtigten Effekten	23
2.3.1 Seilrollenreibung	23
2.3.2 Einfluss der Dynamik der Last	23
2.3.3 Unterschiedlich belastete Kranseile	26
2.3.4 Räumliches Windenmodell	28

Inhaltsverzeichnis

2.3.5	Elastische Lagerung der Winden	29
2.4	Diskussion und Zusammenfassung	29
2.4.1	Kompensation linearer und konstanter Abweichungen	30
2.4.2	Relevante Messabweichungen	30
2.4.3	Schlussfolgerung	30
3	Berücksichtigung des Seilabgangswinkels	33
3.1	Problembeschreibung	33
3.2	Berechnung des Seilabgangswinkels	33
3.3	Fehler durch Vernachlässigung	36
3.4	Kompensationsmöglichkeiten	37
3.5	Reale Messung	39
3.5.1	Versuchsfahrten	39
3.5.2	Ergebnisse	40
3.6	Algorithmische Kompensation	40
3.7	Zusammenfassung	43
4	Dynamik der Last	45
4.1	Konventionelle Filterung	45
4.2	Pendel in der Ebene	48
4.2.1	Modellbildung	48
4.2.2	Überprüfung der Beobachtbarkeit	54
4.2.3	Diskretisierung	56
4.2.4	Luenberger-Beobachter	57
4.2.5	Zeitdiskretes Erweitertes Kalman-Filter	59
4.2.6	Hybrides Erweitertes Kalman-Filter	61
4.2.7	Vergleich der Ansätze	62
4.3	Pendel in der Ebene mit Wippwerkshydraulik	67
4.3.1	Modellbildung	67
4.3.2	Überprüfung der Beobachtbarkeit	73
4.3.3	Vergleich der Ansätze	73
4.4	Pendel im Raum mit gesamter Hydraulik	77
4.4.1	Modellbildung	77
4.4.2	Zustandsfilterung	81
4.5	Vergleich mit dem bestehenden System	83
4.5.1	Kontaktproblem der Last	84
4.5.2	Testfahrten	87
4.5.3	Aktuell eingesetzte Filteralgorithmen	87
4.5.4	Ergebnisse	87
4.6	Schlussfolgerung und Hinweise für den realen Einsatz	89

5	Schlussbetrachtung	93
5.1	Zusammenfassung	93
5.2	Ausblick	94
A	Bestehender Algorithmus zur Berechnung der Masse der Last	95
A.1	Berechnung	95
A.2	Zusammenfassung des Algorithmus	101
	Literatur	103

Symbolverzeichnis

α_{SA}	Seilabgangswinkel an Winde bezogen auf die Horizontale.
α_{SWT}	Winkel des Seiles zwischen der Winde und der höchsten Seilrolle bezogen auf die Horizontale.
η	Wirkungsgrad bzw. Effizienzfaktor einer Seilrolle.
F_{GL}	Gewichtskraft der Last am Ende des Seiles inklusive des Lastaufnehmers.
g	Erdbeschleunigung.
I	Einheitsmatrix. Matrix mit Einsern auf der Hauptdiagonalen; die restlichen Elemente sind 0.
\bar{i}_{KML}	Mittelwert der Ströme der redundanten Sensoren auf einer Kraftmesslasche.
l_A	Länge des Auslegers.
l_{AD}	Horizontale Distanz zwischen Drehachse des Drehwerkes und Auslegeranlenkpunkt.
l_{AG}	Vertikale Distanz zwischen Auslegeranlenkpunkt und Niveauebene des Untergrundes.
l_{AT}	Vertikale Distanz zwischen Auslegeranlenkpunkt und Turmspitze.
l_{KS}	Kraftarm der Seilzugkraft auf der Winde.
l_{mTx}	Kraftarm der Gewichtskraft des auf der Winde aufgewickelten Seiles.
l_{mTy}	Vertikale Distanz zwischen Aufhängungspunkt der Seiltrommel und fixem Aufhängungspunkt des Windenschildes.
l_{mW}	Kraftarm der Gewichtskraft des Massenschwerpunkts der Seilwinde, aber ohne aufgewickeltem Seil.
l_P	Freie Pendellänge. Seillänge zwischen Auslegerspitze und Lastaufnahmemittel.
\dot{l}_P	Seilgeschwindigkeit der freien Pendellänge.
\ddot{l}_P	Seilbeschleunigung der freien Pendellänge.
l_T	Distanz zwischen Auslegeranlenkpunkt und Turmspitze.

Symbolverzeichnis

l_W	Länge des Seiles, welches sich auf der Seiltrommel befindet.
m_L	Masse der Last inklusive der Masse des Lastaufnahmemittels.
m_W	Masse der Winde mit Seiltrommel.
ω_W	Winkelgeschwindigkeit der Seiltrommel bei der Winde. Der Winkel wird mittels eines Inkrementalgebers an der Winde gemessen.
φ_A	Winkel zwischen dem Ausleger und der Horizontalen. Dieser Winkel wird mit dem Neigungsgeber im Ausleger gemessen.
$\dot{\varphi}_A$	Winkelgeschwindigkeit des Winkels zwischen dem Ausleger und der Horizontalen.
$\ddot{\varphi}_A$	Winkelbeschleunigung des Winkels zwischen dem Ausleger und der Horizontalen.
φ_{AH}	Gesamtneigung des Turmes bezogen auf die Horizontale.
φ_{AT}	Winkel zwischen oberem Teil des Turmes und Ausleger. Dieser Winkel wird mit dem Inkrementalgeber im Auslegeranlenkpunkt erfasst.
φ_D	Winkel des Drehwerkes.
$\dot{\varphi}_D$	Winkelgeschwindigkeit des Drehwerkes.
$\ddot{\varphi}_D$	Winkelbeschleunigung des Drehwerkes.
q_1	Erste generalisierte Koordinate.
\dot{q}_1	Zeitliche Ableitung der ersten generalisierten Koordinate.
q_2	Zweite generalisierte Koordinate.
\vec{r}_1	Ortsvektor zur Spitze des Auslegers.
\vec{r}_2	Ortsvektor zu jenem Punkt, an welchem die Last mit dem Lastaufnahmemittel verbunden ist.
$\dot{\vec{r}}_2$	Geschwindigkeitsvektor, bzw. zeitliche Ableitung des Ortsvektors zum Punkt, an welchem die Last mit dem Lastaufnahmemittel verbunden ist.
r_{TR}	Radius der Seiltrommel der Seilwinde.
s_{Zyl}	Länge des Wippwerkzylinders, bzw. die Distanz zwischen den beiden Anlenkpunkten.
\dot{s}_{Zyl}	Geschwindigkeit des Wippwerkzylinders.
\ddot{s}_{Zyl}	Beschleunigung des Wippwerkzylinders.
u_D	Ansteuerstrom des Drehwerkes.
u_H	Ansteuerstrom des Hubwerkes.
u_W	Ansteuerstrom des Wippwerkzylinders.

y_{r1}	Abstand der Auslegerspitze zum Ursprung in y -Richtung.
\dot{y}_{r1}	Geschwindigkeit des Abstands der Auslegerspitze zum Ursprung in y -Richtung.
\ddot{y}_{r1}	Beschleunigung des Abstands der Auslegerspitze zum Ursprung in y -Richtung.
y_{r2}	Abstand des Verbindungspunktes zwischen Last und Lastaufnahmemittel zum Ursprung in y -Richtung.
\dot{y}_{r2}	Geschwindigkeit des Abstands des Verbindungspunktes zwischen Last und Lastaufnahmemittel zum Ursprung in y -Richtung.
\ddot{y}_{r2}	Beschleunigung des Abstands des Verbindungspunktes zwischen Last und Lastaufnahmemittel zum Ursprung in y -Richtung.
z_{r1}	Abstand der Auslegerspitze zum Ursprung in z -Richtung.
\dot{z}_{r1}	Geschwindigkeit des Abstands der Auslegerspitze zum Ursprung in z -Richtung.
\ddot{z}_{r1}	Beschleunigung des Abstands der Auslegerspitze zum Ursprung in z -Richtung.
z_{r2}	Abstand des Verbindungspunktes zwischen Last und Lastaufnahmemittel zum Ursprung in z -Richtung.
\dot{z}_{r2}	Geschwindigkeit des Abstands des Verbindungspunktes zwischen Last und Lastaufnahmemittel zum Ursprung in z -Richtung.
\ddot{z}_{r2}	Beschleunigung des Abstands des Verbindungspunktes zwischen Last und Lastaufnahmemittel zum Ursprung in z -Richtung.

Kapitel 1

Einleitung

Der Seeweg ist mit einem Anteil von 90 % des Welthandels [vgl. WW08] der wichtigste Transportweg für den weltweiten Güterverkehr. Ein wichtiges Glied in der Transportkette über den Seeweg ist die Be- und Entladung der Schiffe am Hafen. Dabei spielen Krane in den verschiedensten Ausführungen eine Schlüsselrolle und eine Verbesserung des Transportweges geht einher mit dem technischen Fortschritt bei der Entwicklung von Kranen.

1.1 Motivation

Die wichtigste Systemgröße eines Krans ist die Masse der Last. Zum einen wird mit dieser Messgröße kontrolliert, ob sich der Kran in einer sicherheitskritischen Position des Arbeitsraumes befindet und zum anderen dient die Masse der Last vielen Regelungen als Eingangsgröße. Beispielsweise wird das Signal der Masse bei einem Regelsystem zur Dämpfung der Pendelbewegungen der Last oder zur Detektion von Lastzyklen als Eingangsgröße verwendet. Für die zahlreichen Weiterverarbeitungen des Signals der Masse der Last wird eine genaue Messung benötigt, da sich daraus viele Synergien für das Gesamtsystem Kran ergeben.

Die Firma Gottwald Port Technology GmbH entwickelte ein Verfahren zur Messung der Last, welches mit einer geeichten Genauigkeit von 0,5 % klassifiziert ist [EE09; DV11]. Die Messeinrichtung misst dabei nicht direkt die Seilzugkraft, sondern die Auflagerkraft einer Seilrolle. Durch die Möglichkeit der genauen und geeichten Messung der Masse der Last kann der Kran auch als Wiegesystem eingesetzt werden.

Die Firma Liebherr Werk Nenzing GmbH misst im Vergleich dazu mit einer wesentlich simpleren Messeinrichtung [siehe Sch+11] eine Auflagerkraft der Seilwinde, welche direkt in die Seilzugkraft umgerechnet werden kann. Bezüglich des Fehlers des Gesamtsystems gibt es aber bis dato noch keine Untersuchungen.

1.2 Aufgabenstellung und Gliederung der Arbeit

Das Ziel dieser Arbeit ist die Verbesserung der Genauigkeit beim Messen der Masse der Last. Die Aufgabenstellung kann in folgende Teilaufgaben unterteilt werden:

1. Analyse der bestehenden Messeinrichtung.
 - a) Sensitivitätsanalyse der bestehenden Messeinrichtung.
 - b) Abschätzung der Auswirkung von nicht berücksichtigten Effekten.
2. Verbesserung der bestehenden Messeinrichtung.
 - a) Kompensation von statischen Effekten.
 - b) Kompensation von dynamischen Effekten.

Zu Beginn der Arbeit, in Abschnitt 1.3, wird der untersuchte Krantyp vorgestellt. Besonderes Augenmerk wird dabei auf die Aktuatoren und Sensoren gelegt; im Speziellen wird auch der Seilverlauf und der Aufbau der Seilwinde erklärt.

Teilaufgabe 1 wird in Abschnitt 2 behandelt. Zu Beginn steht eine rigorose Untersuchung der Messeinrichtung bezüglich auftretender Unsicherheiten in Parametern und Messwerten. Anschließend wird abgeschätzt wie nicht berücksichtigte Effekte das Messergebnis beeinflussen. Am Ende wird diskutiert welche Unsicherheiten trotz der Kalibrierung einen Einfluss besitzen.

Mit den Erkenntnissen aus Teilaufgabe 1 wird ausgewählt, welche Größen in Teilaufgabe 2 behandelt werden. Zum einen wird in Abschnitt 3 die Verbesserung der statischen Messung vorgenommen und Abschnitt 4 beschäftigt sich mit der Kompensation von dynamischen Effekten.

Die Schlussbemerkungen in Abschnitt 5 fassen die Arbeit zusammen und geben einen Ausblick auf weiterführende Untersuchungen.

1.3 Beschreibung Liebherr Hafenmobilkran

Liebherr Hafenmobilkrane (LHMe) zeichnen sich durch Flexibilität und Variantenvielfalt aus. Mit einer Traglast von bis zu 208 t und einem maximalen Arbeitsradius von 58 m werden sie im ganzen Hafengebiet eingesetzt. Das Anwendungsgebiet erstreckt sich von Containerumschlag über Schwerlasthub bis hin zum Umschlag von Schütt- und Stückgut. Abbildung 1.1 zeigt zwei LHMe im Einsatz. Die Zahl hinter der Typbezeichnung LHM gibt eine grobe Auskunft über das Eigengewicht des Krans in Tonnen und die maximale Tragfähigkeit beträgt näherungsweise ein Drittel des Eigengewichtes.

1.3 Beschreibung Liebherr Hafenmobilkran



(a)LHM 180 mit Haken.



(b)LHM 550 mit Spreader für den Umschlag von Containern.

Abbildung 1.1: LHM 180 und 550 im Einsatz.

1.3.1 Aufbau

Der grundlegende Aufbau der verschiedenen LHM Typen ist ähnlich und in Abbildung 1.2 dargestellt. Dem fahrbaren Unterwagen, welchem der LHM die Mobilität und seinen Namen verdankt, ist der Oberwagen aufgesetzt. Im Oberwagen befinden sich der hydraulische Antrieb mit dem Antriebsaggregat (Diesel- oder Elektromotor) und je nach Variante ein oder zwei Winden.

1.3.2 Varianten

Je nach Anwendung gibt es verschiedene Konfigurationen für den LHM. Tabelle 1.1 gibt einen kurzen Überblick verschiedener Typen des LHM und ihren Spezifikationen. Zusätzlich können die Krane je nach Aufgabe mit

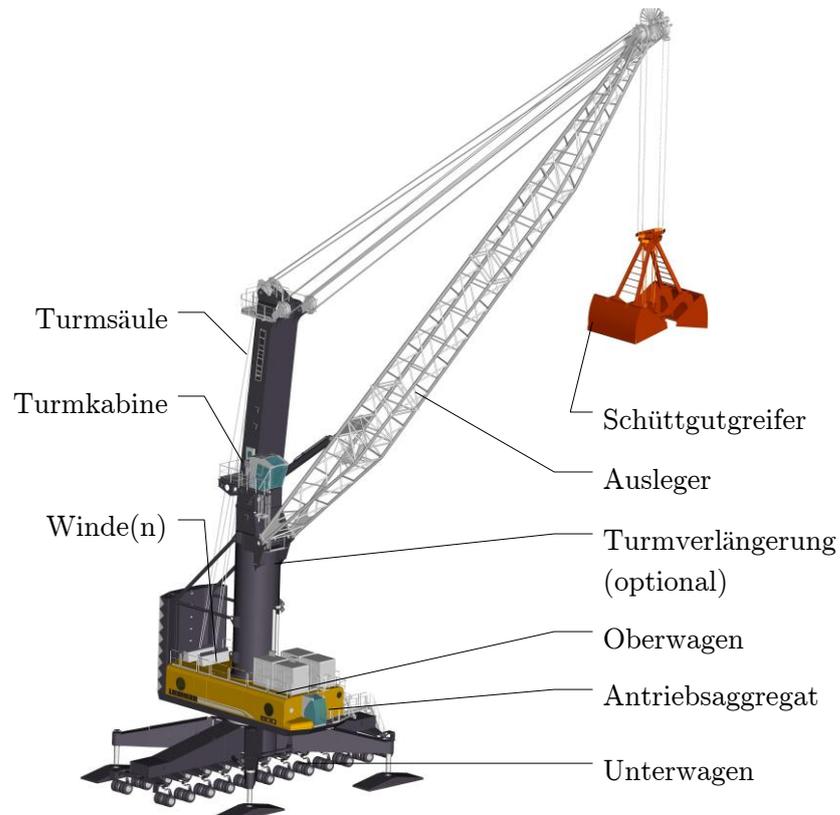


Abbildung 1.2: Aufbau eines LHM 600 mit Schüttgutaufnehmer.

- einem Haken¹ für gewöhnliche Lasthübe,
- einem Spreader² für den Umschlag von Containern,
- oder einem Greifer³ für Schüttgut

ausgerüstet werden.

Je nach Ausführung besitzt ein LHM entweder ein oder zwei Winden, welche die Last über zwei oder vier Zugseile heben. Eine Variante mit nur einem Zugseil gibt es nicht, weil dies eine Rotation der Last um die Vertikale nicht ausreichend dämpfen würde.

Eine häufige Variante des Lastaufnahmemittels ist mit einem Schwenkwerk ausgestattet, welches sich am Lastaufnahmemittel befindet und eine Rotation der Last bewirkt. Nachteilig bei dieser Variante ist, dass sie eine zusätzliche, kabelgebundene Energieversorgung direkt am Lastaufnahmemittel benötigt.

¹siehe Abbildung 1.1a

²siehe Abbildung 1.1b

³siehe Abbildung 1.2

Tabelle 1.1: Verschiedene Typen des LHM.

Type	Höhe des Turmes	Arbeitsradius	Hubhöhe	Traglast
LHM 120	19,6 m	8 bis 30 m	-13 bis 34 m	42 t
LHM 280	19,6 m	10 bis 40 m	-12 bis 48 m	84 t
LHM 420	33,5 m	10.5 bis 48 m	-15 bis 45 m	124 t
LHM 600	38,4 m	12 bis 58 m	-15 bis 45 m	208 t

1.3.3 Winden-Baugruppe

Die Winde beziehungsweise die Winden befinden sich am Oberwagen und je Winde sind zwei Seile montiert. Jede Winde ist an drei Punkten fix mit dem Oberwagen verbunden und an einem vierten Punkt wird mit einer Kraftmesslasche (KML) die Kraft gemessen. In Abbildung 1.3 ist eine Winde mit ihren Komponenten dargestellt. Ein weiteres Bauteil der Winden-Baugruppe ist die sogenannte Schlaffseilsicherung, welche von zwei Gasdruckfedern gegen das Seil gepresst wird. Diese dient zur kurzzeitigen Seilspeicherung und verhindert, dass das Seil eine Mindestspannung unterschreitet und sich lose abwickeln kann. Zum Einsatz kommt sie beispielsweise bei einem Szenario mit einem bereits am Boden aufliegenden Lastaufnahmemittels und dem Steuerkommando „senken“.

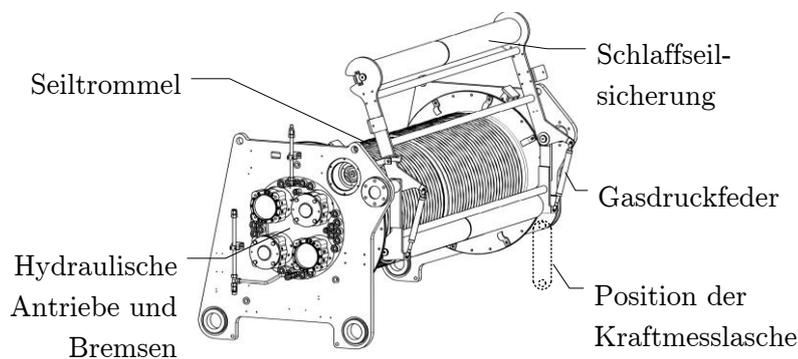


Abbildung 1.3: Aufbau der Winde eines LHM 550.

1.3.4 Aktionsmöglichkeiten

Der LHM besitzt eine Vielzahl Aktuatoren welche für den Betrieb benötigt werden. Die für den Standardbetrieb benötigten sind in in Abbildung 1.4 dargestellt.

Ein Überblick über die Bewegungsmöglichkeiten samt dazugehörigen Aktuatoren ist folgend dargestellt.

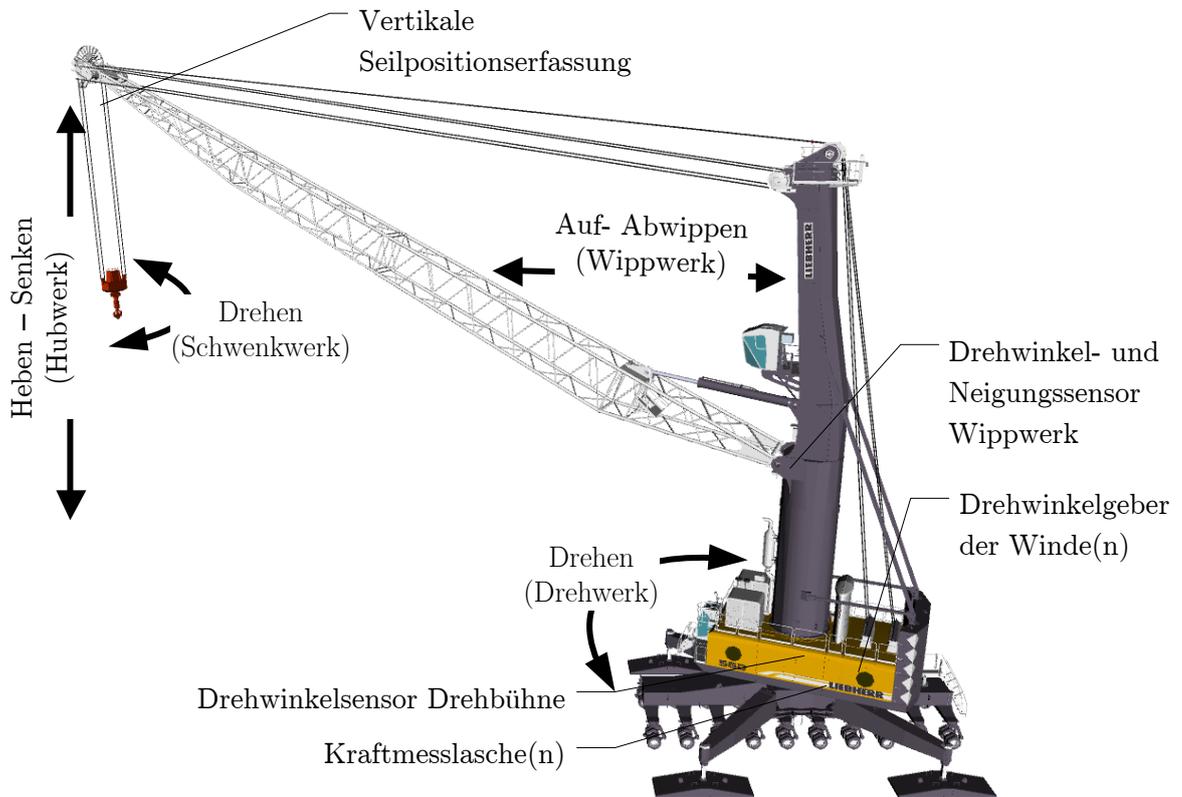


Abbildung 1.4: Relevante Sensoren für die Lastmessung und Bewegungsmöglichkeiten im Standardbetrieb des LHM.

Drehwerk

Die Rotation der Drehbühne um die Vertikale wird von hydraulischen Motoren bewirkt. Die Maximalgeschwindigkeit beträgt 1.6 U/min.

Hubwerk

Das Kernelement des Hubwerks besteht aus ein oder zwei Winden mit hydraulischen Motoren und führt die Bewegung Heben bzw. Senken durch. Die maximale Arbeitsgeschwindigkeit variiert je nach Type zwischen 90 und 120 m/min.

Schwenkwerk

Das Schwenkwerk befindet sich am Lastaufnahmemittel und bewirkt eine Rotation der Last um die Vertikale. Da beim Verfahren eine Rotation der Last nicht immer notwendig ist, ist das Schwenkwerk nur bei Bedarf verbaut.

Wippwerk

Das Wippwerk führt das Auf- und Abwippen des Auslegers durch. Dabei verändert ein Hydraulikzylinder den Winkel zwischen Turm und Ausleger. Die maximale

1.3 Beschreibung Liebherr Hafenmobilkran

Geschwindigkeit der Auslegerspitze beträgt je nach Typ zwischen 67 und 100 m/min.

1.3.5 Seilverlauf

Der Seilverlauf eines LHM mit einer Winde und demzufolge zwei Seilen ist in Abbildung 1.5 dargestellt. Bei der Ausführung mit vier Seilen wird neben jeder Seilrolle eine zweite angebracht.

Wie in Abbildung 1.5 ersichtlich, wird jedes Seil über vier Seilrollen umgelenkt bevor es mit dem Lastaufnahmemittel verbunden ist. Der Vorteil dieser auf den ersten Blick aufwändigen Seilführung liegt darin, dass beim Auf- und Abwippen des Auslegers annähernd nur Reibungsverluste überwunden werden müssen, weil die vertikale Position der Last nahezu konstant bleibt. Die resultierende Kraft an der Auslegerspitze zeigt im Idealfall genau in Richtung des Auslegers und somit trägt der Hydraulikzylinder des Wippwerkes nur die Gewichtskraft des Auslegers. Die Verwendung von mindestens zwei Seilen hat den Vorteil, dass eine Rotation der Last gedämpft wird.

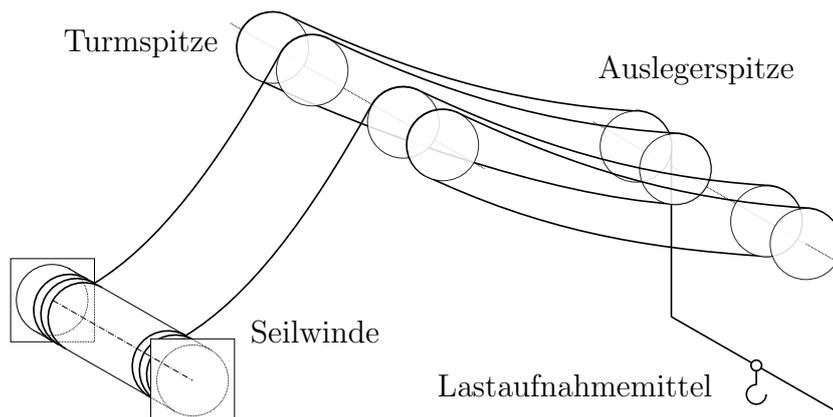


Abbildung 1.5: Schematischer Seilverlauf eines LHM mit einer Winde.

1.3.6 Sensorik

Die in Abbildung 1.4 dargestellten Sensoren bilden den Kern der Lastmessung und daher gebührt ihnen in dieser Arbeit besonderes Interesse. Beinahe alle verwendeten Sensoren geben ihr Messsignal über eine analogen Stromschnittstelle aus und liefern ein Signal zwischen 4 und 20 mA. Im Messsignal Werte <4 mA auszuschließen hat den Sinn, einen Fehler des Sensors oder einen Kabelbruch erkennen zu können. Im Folgenden sind die einzelnen Komponenten der Sensorik kurz mit ihren Kenndaten beschrieben; eine ausführliche Beschreibung befindet sich in [Sch05, Abschnitt 4.4; Neu11, Abschnitt 3.3].

Kraftmesslasche

In der KML wird die Verformung aufgrund von Krafteinwirkung (Zug oder Druck) mit Dehnmessstreifen (DMS) gemessen. Die Messunsicherheit wird auf den Hub des Messsignals von 16 mA mit 1 % beziffert. Da die Kraftmesslasche ein sicherheitsrelevantes Bauteil ist, sind die DMS redundant und voneinander unabhängig ausgeführt. Der Messbereich für Druck der KML reicht von 15 bis 30 kN und auf Zug 225 bis 400 kN. Da es sich bei der KML um einen sicherheitskritischen Sensor handelt, sind die DMS homogen⁴ redundant ausgeführt.

Winkelerfassung des Auslegers

Die Winkellage des Auslegers wird mit zwei verschiedenen Sensoren erfasst. Einerseits gibt es einen optoelektronischen Absolutgeber, der eine Umdrehung um 360 ° in ein Ausgangssignal von 4 bis 20 mA umwandelt. Die absolute Genauigkeit ist mit $\pm 0,5\%$ angegeben, was einem maximalen Fehler von $0,18^\circ$ entspricht. Zusätzlich befindet sich im selben Gehäuse ein optoelektronischer Drehimpulsgeber mit zwei um 90 ° versetzten Impulskanälen. Der Drehimpulsgeber gibt je Ausgang und Umdrehung 50000 Impulse mit einem Tastverhältnis von 1:1 aus. Die Genauigkeit dieses Sensors wird in Abschnitt 2.2.4 berechnet.

Zusätzlich zur Winkelmessung zwischen Turm und Ausleger gibt es einen Winkelgeber am Ausleger, der den Absolutwinkel zum Lot erfasst. Dieser Sensor ist, wie die KML, ein sicherheitsrelevantes Bauteil und deshalb redundant mit zwei voneinander unabhängigen Messsystemen ausgestattet. Die Genauigkeit wird vom Hersteller mit $\pm 0,5^\circ$ über den Messbereich von 0 (Ausleger Horizontal) bis 90 ° (Ausleger vertikal) angegeben. Zu beachten ist, dass dieser Sensor dynamisch stark gedämpft ist (Ölfüllung) und dadurch die Verwendbarkeit für dynamische Messaufgaben eingeschränkt ist.

Inkrementalgeber der Drehbühne

Die Orientierung der Drehbühne wird mit einem optoelektronischen Absolutgeber vom gleichen Sensortyp wie die Winkellage des Auslegers erfasst.

Drehwinkelgeber der Winde

Die Erfassung des Drehwinkels der Windentrommel wird benötigt um die Seillänge auf der Trommel und die aktuelle Hubhöhe ermitteln zu können. Die Messeinrichtung besteht aus einem Inkremental- und Absolutgeber, welche in einem Gehäuse verbaut sind.

⁴Parallele Ausführung der Komponenten.

1.3 Beschreibung Liebherr Hafenmobilkran

Der Absolutgeber liefert für 350 Umdrehungen der Winde ein Ausgangssignal von 4 bis 20 mA. Der Inkrementalgeber gibt an zwei Ausgängen je Umdrehung der Winde 160 Impulse aus.

Vertikale Seilpositionserfassung

Die vertikale Seilpositionserfassung erfolgt mit einem auf den Prinzip der Coriolis-Kraft basierenden, schwingenden Gyroskop — Coriolis Vibrating Gyro (CVG). Dieser Sensor ist an der Auslegerspitze montiert und liefert die Winkelgeschwindigkeit je Seil in tangentialer und radialer Richtung; durch Integration kann daraus die Position bestimmt werden. Da das Ausgangssignal des Sensors integriert werden muss, erweisen sich Rauschen und Offsetfehler des CVG als besonders störend und müssen sorgfältig kompensiert werden.

Kapitel 2

Analyse der bestehenden Messeinrichtung

2.1 Beschreibung

Das eingesetzte System zur Lastmessung ist in [Sch09, S. 30-91] ausführlich beschrieben und es werden folgende Größen kompensiert:

- Eigengewicht der Winde
- Eigengewicht des Seiles
- Effizienzfaktor der Seilrollen [GF11, Kapitel B 15]
- Vertikales Schwingen der Last
- Unterschiedliche Ausgangssignale der redundanten Ausgangssignale bei der KML

Der Algorithmus rechnet ein Stromsignal der KML in eine Gewichtskraft am Haken um. Die Berechnung ist in Anhang A erklärt und läuft nach folgendem Schema ab:

1.) Sensorsignal der KML in Lagerkraft

Das Stromsignal der KML wird mit der Kennlinie des Sensors in eine Lagerkraft der Winde umgerechnet.

2.) Lagerkraft der Winde in Seilzugkraft

Mit dem Momentensatz $\sum M = 0$, der Annahme der Position des Schwerpunkts der Winde, Kenntnis der Gewichtskraft von Winde mit aufgewickeltem Seil und unter Vernachlässigung der Schlaffseilsicherung wird die an der Winde angreifende Seilzugkraft berechnet.

3.) Kompensation der Masse des Seiles zwischen Winde und Turm

Die Gewichtskraft des Seiles zwischen Turm und Winde vermindert die Gewichtskraft der Last und wird daher zur Seilzugkraft an der Winde hinzugezählt.

4.) Berücksichtigung der obersten Seilrolle

Je nach Drehrichtung der Winde (heben oder senken) vermindert oder vergrößert der Widerstand der windenseitig ersten Seilrolle die Gewichtskraft der Last. Der empirisch ermittelte Wirkungsgrad der Seilrolle wird zur Kompensation dieser Größe verwendet.

5.) Kompensation der restlichen Seilabschnitte und Rollen

Die drei restlichen Seilrollen und Gewichtskräfte der Seilabschnitte werden nacheinander kompensiert. Bei der Kompensation des Widerstandes der Seilrollen wird berücksichtigt, dass ihre Drehrichtung nicht nur von der Drehrichtung der Winde, sondern auch durch eine Bewegung des Wippwerkes beeinflusst wird. Zusätzlich hängt von der Auslegerposition ab, wie groß die Gewichtskräfte der Seilabschnitte sind und ob sie die Gewichtskraft der Last vermindern oder vergrößern.

6.) Kompensation des freien Seilabschnittes

Das Seil zwischen Lastaufnahmemittel und Auslegerspitze vergrößert die Gewichtskraft der Last und muss daher subtrahiert werden.

7.) Multiplikation

Da das Lastaufnahmemittel an mindestens zwei Seilen befestigt ist, muss die erhaltene Gewichtskraft mit der Anzahl der Seile multipliziert werden.

8.) Filterung des Kraftsignales

Vertikale Oszillationen aufgrund der endlichen Steifigkeit des Kranes und des Seiles werden mit einem Erweiterten Kalman-Filter (EKF) [siehe Küc10] herausgefiltert.

2.2 Fehlerfortpflanzung beim bestehenden Kompensationsalgorithmus

Im Folgenden wird untersucht, wie sensitiv der Algorithmus zur Bestimmung der Last auf Unsicherheiten in Messwerten oder Parametern reagiert. Die Analyse wird mit dem Fehlerfortpflanzungsgesetz für den maximalen Fehler, wie in [Hof07, S. 542-543] beschrieben, durchgeführt und soll aufzeigen, welche Parameter das Ergebnis stark beeinflussen. Mit diesem Wissen kann abgeschätzt werden, welche Eingangsgrößen sorgfältig berücksichtigt werden müssen.

Bei der Fehlerfortpflanzung wird die Änderung einer Ausgangsgröße $y = f(\mathbf{x})$, welche von mehreren Eingangsgrößen x_i abhängt, durch eine Taylorreihe um den Arbeitspunkt \mathbf{x}_0 approximiert. Der Eingangsvektor \mathbf{x}

$$\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_m]^T$$

2.2 Fehlerfortpflanzung beim bestehenden Kompensationsalgorithmus

fasst dabei die einzelnen Eingangsgrößen x_i zusammen. Die Taylorreihe der Ausgangsgröße $y = f(\mathbf{x})$ wird nach den Termen erster Ordnung abgebrochen und berechnet sich zu

$$y = f(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}) \approx f(\mathbf{x}_0) + \left. \frac{\partial f}{\partial x_1} \right|_{x_0} \Delta x_1 + \left. \frac{\partial f}{\partial x_2} \right|_{x_0} \Delta x_2 + \dots + \left. \frac{\partial f}{\partial x_m} \right|_{x_0} \Delta x_m.$$

Die Eingangsgrößen x_i sind sowohl Messgrößen von Sensoren als auch Konstanten. Die Änderung der Ausgangsgröße Δy entspricht dabei den Termen erster Ordnung

$$f(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}) \approx f(\mathbf{x}_0) + \underbrace{\left. \frac{\partial f}{\partial x_1} \right|_{x_0} \Delta x_1 + \left. \frac{\partial f}{\partial x_2} \right|_{x_0} \Delta x_2 + \dots + \left. \frac{\partial f}{\partial x_m} \right|_{x_0} \Delta x_m}_{\Delta y}$$

und wird bei der Fehlerfortpflanzung näher untersucht. Wenn die Änderungen der Eingangsgrößen $\Delta\mathbf{x}$ durch Toleranzangaben der Bauteile oder Genauigkeitsklassen der Sensoren bekannt ist, so wird die maximale Änderung der Ausgangsgröße $\widehat{\Delta y}$ zu

$$\widehat{\Delta y} = \sum_{j=1}^m \left| \left. \frac{\partial f}{\partial x_j} \right|_{x_0} \Delta x_j \right| \quad (2.1)$$

berechnet.

Das Fehlerfortpflanzungsgesetz für den maximalen Fehler (2.1) gibt durch die Summe der Absolutbeträge eine Aussage über den schlimmsten möglichen Fehler, dessen Auftreten nach Hoffmann [siehe Hof07, S. 543] „nahezu unwahrscheinlich“ ist. Durch betrachten der einzelnen Terme der Summation kann jedoch eine Aussage über die Sensitivität getroffen werden. Zu bemerken ist, dass die einzelnen partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x_j}$ auch von Messwerten abhängen können und nicht zwingend unabhängig vom Arbeitspunkt konstant sein müssen.

Aufgrund der Übersichtlichkeit wird der Gesamtausdruck zur Berechnung der Gewichtskraft am Lastaufnahmemittel nicht dargestellt. Vor allem die Berücksichtigung des Widerstandes der Rollen η , welcher abhängig von der Drehrichtung ist, vergrößert den Umfang des Ausdruckes enorm. Im Folgenden wird die Gewichtskraft der Last F_{GL} , welche das Lastaufnahmemittel beinhaltet, als nicht näher spezifizierte Funktion f

$$F_{GL} = f(\mathbf{x}_{\text{Sensor}}, \mathbf{x}_{\text{Kran}}). \quad (2.2)$$

der Sensordaten $\mathbf{x}_{\text{Sensor}}$, allgemeiner Konstanten, Geometriedaten und Gewichtsdaten des Kranes \mathbf{x}_{Kran} angegeben, wobei ein LHM 420 mit zwei Winden und einem Motorschwenkwerk als Lastaufnahmemittel untersucht wird. Der derzeitige verwendete Algorithmus und somit die Funktion f ist in Abschnitt A dargestellt.

2.2.1 Sensorgenauigkeit der Kraftmesslasche

Laut Hersteller beträgt die Messgenauigkeit der KML 1% auf den Hub von 16 mA. Der Fehler beträgt somit

$$\Delta \bar{i}_{\text{KML}} = 0,01 \cdot 16 \text{ mA} = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ A.}$$

Die partielle Ableitung der Gewichtskraft der Last F_{GL} in (2.2) ist nur abhängig von der Drehrichtung der Seilrollen und ansonsten unabhängig von den restlichen Sensordaten. Der betragsmäßig größte Wert ergibt sich, wenn sich alle Seilrollen gleichsinnig drehen und beträgt

$$\Delta F_{\text{GL}}_{\bar{i}_{\text{KML}}} = \left| \frac{\partial f}{\partial \bar{i}_{\text{KML}}} \right|_{x_{\text{Kran}}} \Delta \bar{i}_{\text{KML}} = 19,371 \text{ kN.}$$

Die Abweichung von 19,371 kN $\approx 2 \text{ t}$ ist vor allem bei geringen Lasten enorm und daher nicht vernachlässigbar.

2.2.2 Unsicherheit der Länge des Seiles

Die Unsicherheit des Inkrementalgebers der Winde resultiert in einem Fehler der Seillänge. Der Inkrementalgeber der Winde gibt an zwei ($N_{\text{Kanal}}=2$) um 90° versetzten Kanälen $N_{\text{Imp}} = 160$ Impulse pro Umdrehung aus. Da weitere Genauigkeitsangaben des Inkrementalgebers nicht spezifiziert sind, wird davon ausgegangen, dass etwaige weitere Messunsicherheiten vernachlässigbar gegenüber dem Fehler sind, der durch die Anzahl der Impulse bei zwei Kanälen hervorgerufen wird. Die maximale Abweichung des Inkrementalgebers der Winde $\Delta \phi_W$ beträgt

$$\Delta \phi_W = \frac{360^\circ}{2 \cdot N_{\text{Kanal}} \cdot N_{\text{Imp}}} = \frac{360^\circ}{2 \cdot 2 \cdot 160} = 0,56^\circ.$$

Dieser Fehler im Drehwinkel der Winde verursacht einen Fehler der Seillänge auf der Seiltrommel Δl_{WW} von

$$\Delta l_{\text{WW}} = \Delta \phi_W \cdot r_{\text{Winde}} = 0,56^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \cdot 0,55 \text{ m} = 5,4 \text{ mm.}$$

Zusätzlich variiert die Seillänge aufgrund der Elastizität des Seiles. Laut Hersteller [siehe Teu07] kann sich das Seil um bis zu 1% in der Länge ändern. Die Längenänderung aufgrund der Elastizität Δl_{WE} beträgt bei einer Seillänge von 218,5 m

$$\Delta l_{\text{WE}} = 1\% \cdot 218,5 \text{ m} = 2,18 \text{ m.}$$

2.2 Fehlerfortpflanzung beim bestehenden Kompensationsalgorithmus

Neben den zwei betrachteten Unsicherheiten gibt es noch eine Unsicherheit in der Länge des Seiles aufgrund von Fertigungstoleranzen. Diese beträgt laut Datenblatt bis zu $\Delta l_{WF} = 0,1 \text{ m}$.

Die Auswirkung der Längenänderung auf die Gewichtskraft der Last F_{GL} beträgt zusammengerechnet

$$\Delta F_{GL|l_W} = \max_{\omega_W} \left| \frac{\partial f}{\partial l_W} \right|_{x_{\text{Kran}}, x_{\text{Sensor}}} (\Delta l_{WE} + \Delta l_{WF} + \Delta l_{WW}) = 291 \text{ N},$$

wobei die partielle Ableitung, bis auf die Drehrichtung der Rollen konstant ist.

Da der LHM 420 Lasten bis zu 124 t heben kann, ist ein Fehler von $291 \text{ N} \approx 30 \text{ kg}$ vernachlässigbar.

2.2.3 Sensorgenauigkeit des Neigungsgebers im Ausleger

Laut Herstellerangabe beträgt die Unsicherheit des Neigungssensors $\Delta \varphi_{AH} = 0,5^\circ$, was zu einer Änderung der Gewichtskraft um

$$\Delta F_{GL\varphi_{AH}} = \max_{\omega_W, \varphi_{AT}} \left| \frac{\partial f}{\partial \varphi_{AH}} \right|_{x_{\text{Kran}}} \Delta \varphi_{AH} = 107 \text{ N}$$

führt. Dieser Wert stimmt nur unter der Annahme, dass sich der Kran bei hohen Lasten nicht elastisch verbiegt. Da aufgrund des Sensorprinzipes (Ölbad) der dynamische Messbereich des Neigungssensor limitiert ist, ist es durchaus möglich, dass die Messunsicherheit bei dynamischen Bewegungen größer ist.

Die Abweichung von 107 N entspricht einer Abweichung der Masse von 11 kg und ist vernachlässigbar.

2.2.4 Genauigkeit des Inkrementalgebers des Auslegers

Der Inkrementalgeber beim Ausleger gibt auf zwei um $\phi = 90^\circ$ versetzten Ausgängen $N = 50000 \text{ Impulse/Umdrehung}$ aus. Durch die Verwendung von zwei Ausgängen ergibt sich ein Fehler von maximal $1/2$ Inkrement, welcher einem Winkelfehler von

$$\Delta \varphi_{AT1} = \frac{360^\circ}{2 \cdot N_{\text{Imp}} \cdot N_{\text{Kanal}}} = \frac{360^\circ}{2 \cdot 2 \cdot 50000} = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ$$

entspricht.

Kapitel 2 Analyse der bestehenden Messeinrichtung

Der Fehler des Phasenversatzes ist mit $\phi = 10^\circ$ beziffert. Da beim Inkrementalgeber garantiert ist, dass der Phasenversatz auch im Fehlerfall zwischen 0 und $\Delta\phi = 180^\circ$ liegt, ist der Fehler durch den zusätzlichen Phasenfehler $\Delta\varphi_{AT2}$ maximal, wenn der Phasenversatz 0 oder 180° beträgt. Der Fehler des Ausgangssignales bei einem Phasenversatz von 180° beträgt genau die halbe Impulsbreite

$$\Delta\varphi_{AT2}(\phi = 180^\circ) = \frac{360}{2 \cdot N_{Imp}}$$

und 0 bei einem Phasenversatz von 90°

$$\Delta\varphi_{AT2}(\phi = 90^\circ) = 0.$$

Bei einer Abweichung im Phasenversatz von 10° ergibt sich demnach ein Fehler von

$$\Delta\varphi_{AT2} = \frac{2}{N_{Imp}}(\phi - 90^\circ) = \frac{2}{50000}(90^\circ + 10^\circ - 90^\circ) = 4 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ.$$

Das Tastverhältnis ist mit $1 : 1 \pm 25\%$ angegeben. Diese Abweichung entspricht einem Tastverhältnis von $\frac{5}{4}$ bzw. $\frac{3}{4}$. Da die Periodendauer $T = \frac{360}{2N_{Imp}}$ unabhängig von dieser Abweichung konstant bleibt, beträgt der „High“-Bereich ϕ_h bei einem Tastverhältnis von $\frac{5}{4}$ gleich $\phi_h = 5 \frac{T}{5+4}$. Beim Tastverhältnis von $\frac{3}{4}$ beträgt $\phi_h = 3 \frac{T}{3+4}$.

Der ungünstigste Fall entsteht, wenn ein Ausgang das Tastverhältnis $\frac{5}{4}$ und der andere $\frac{3}{4}$ besitzt. Der *zusätzliche* Fehler resultiert aus der Abweichung zum Tastverhältnis von $\phi_h = \frac{1}{2} \cdot T$ und beträgt

$$\Delta\varphi_{AT3} = \frac{360}{2 \cdot N_{Imp}} \left(\left| \frac{1}{2} - \frac{3}{7} \right| + \left| \frac{1}{2} - \frac{5}{9} \right| \right) = 4,6 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ.$$

Der gesamte maximale Fehler des Sensors ergibt zusammengerechnet

$$\Delta\varphi_{AT} = \Delta\varphi_{AT1} + \Delta\varphi_{AT2} + \Delta\varphi_{AT3} = 2,66 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ.$$

Wird mit diesem $\Delta\varphi_{AT}$ die Abweichung der Gewichtskraft F_{GL} berechnet, so ergibt sich, dass die Partielle Ableitung $\frac{\partial f}{\partial \varphi_{AT}}$ eine Funktion der Drehrichtung der Rollen ω_W und des Auslegerwinkels φ_{AT} ist. Das Maximum der Abweichung liegt bei einem Auslegerwinkel von $\varphi_A = 0^\circ$ und beträgt

$$\Delta F_{GL\varphi_{AT}} = \max_{\varphi_{AT}, \omega_W} \left| \frac{\partial f}{\partial \varphi_{AT}} \right|_{x_{Kran}} \Delta\varphi_{AT} = 0,7 \text{ N}.$$

Der gesamte Fehler von $0,7 \text{ N}$ zeigt dass die Winkelmessung des Auslegers für diese Anwendung ausreichend genau ist und der verursachte Fehler vernachlässigbar ist.

2.2.5 Unsicherheit des Effizienzfaktors der Seilrollen

Der Effizienzfaktor von Seilrollen beschreibt, dass Seile an Seilrollen durch Biegung und Reibung Arbeit verrichten. Diese Arbeit vermindert bei einem zur Seilrolle zulaufenden Seil die Seilzugkraft, wie in Abbildung 2.1 dargestellt.

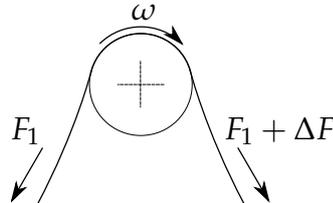


Abbildung 2.1: Erklärung der Effizienz von Seilrollen.

Der Effizienzfaktor η ist definiert mit

$$\eta = \frac{F_1}{F_1 + \Delta F} < 1.$$

Ein Hersteller gibt in [Teu07] an, dass der Effizienzfaktor η je nach Seiltype und bei einer Belastung von 1 % der Mindestbruchkraft des Seiles zwischen 99,2 und 99,5 % liegt. Der in [Sch09, S. 52] empirisch bestimmte Effizienzfaktor der Seilrollen beträgt 99,3 %. Aus diesem Grund wird eine Unsicherheit von $\Delta\eta = 0,2\%$ angenommen.

Die partielle Ableitung ist abhängig von Auslegerwinkel, Seillänge auf der Seiltrommel, Drehrichtung der Seilrollen und Strom der KML. Da der Einfluss des Sensorstromes \bar{i}_{KML} jedoch um fünf Zehnerpotenzen größer ist, wird die Abhängigkeit von Auslegerwinkel und Seillänge auf der Seiltrommel vernachlässigt. Die Abhängigkeit des Sensorstromes der KML entspricht einer Geraden. Da auch die Last linear mit dem Sensorstrom ansteigt, bietet es sich an statt der Abweichung in N die relative Abweichung bezogen auf den Messwert anzugeben. Die relative Abweichung beträgt konstant über dem Messbereich

$$\frac{\Delta F_{\text{GL}\eta}}{F_{\text{GL}}} = \frac{\max_{\bar{i}_{\text{KML}}, \omega_{\text{W}}} \left| \frac{\partial f}{\partial \eta} \right|_{\mathbf{x}_{\text{Kran}}} \Delta\eta}{F_{\text{GL}}} = 0,76\%.$$

Diese Abweichung ist nicht vernachlässigbar, weil sie einerseits vom Betrag her relevant ist und andererseits weder konstant ist noch linear von der Gewichtskraft abhängt. Die Änderung des Effizienzfaktors der Seilrollen hängt stark der Vorgeschichte, der Schmierung und der Temperatur des Seiles ab.

2.2.6 Veränderung der Erdbeschleunigung

Da die Krane weltweit eingesetzt sind, ist denkbar, dass die Erdbeschleunigung die Lastmessung beeinflusst. Die Erdbeschleunigung ist abhängig vom Breitengrad und variiert von $9,78 \text{ m/s}^2$ am Äquator bis $9,83 \text{ m/s}^2$ an den Polen. Die Variation der Erdbeschleunigung wird mit $\Delta g = 0,03 \text{ m/s}^2$ beziffert und die Veränderung der Gewichtskraft beträgt:

$$\Delta F_{GLg} = \max_{l_T, \omega_W, \varphi_{AT}} \left| \frac{\partial f}{\partial g} \right|_{x_{\text{Kran}}} \Delta g = 146 \text{ N.}$$

Dieser geringe Wert ist im Vergleich zu anderen Abweichungen vernachlässigbar.

2.2.7 Fertigungstoleranz bei der Länge des Auslegers

Der Ausleger wird nach DIN EN ISO 13920¹ Toleranzklasse BF gefertigt und hat eine maximal zulässige Längentoleranz von $\pm 16 \text{ mm}$. Daraus ergibt sich ein ΔF_{GLl_A} von

$$\Delta F_{GLl_A} = \max_{\omega_W, \varphi_{AT}} \left| \frac{\partial f}{\partial l_A} \right|_{x_{\text{Kran}}} \Delta l_A = 8 \text{ N.}$$

Die Unsicherheit der Länge des Auslegers ist vernachlässigbar.

2.2.8 Länge des Kraftarmes der Seilzugkraft an der Winde

Durch die Schlaffseilsicherung und den Seildurchhang ist nicht exakt bekannt in welchem Winkel das Seil die Seiltrommel in Abbildung 2.2 verlässt. Dieser Winkel ist aber ausschlaggebend für die Länge des Kraftarmes bei der Umrechnung der Auflagerkraft der KML in die Seilzugkraft.

Die Länge des Kraftarms des Seiles l_{KS} ergibt sich aus Abbildung 2.2 zu

$$l_{KS} = l_{mTx} \sin \alpha_{SA} + l_{mTy} \cos \alpha_{SA}.$$

Laut Konstruktionsplan kann der Seilabgangswinkel α_{SA} je nach Masse der Last und Lage der Schlaffseilsicherung zwischen $83,5$ und $81,9^\circ$ betragen. Dies führt zu einer Änderung $\Delta l_{KS} = 1,1 \text{ cm}$.

¹Allgemeintoleranzen für Schweisskonstruktionen

2.2.9 Unsicherheit des Kraftarmes der Gewichtskraft des Seiles auf der Winde

Aufgrund von Fertigungstoleranzen ist der Aufhängungspunkt der Seiltrommel auf der Winde nicht exakt bekannt. Laut Konstruktionsplan beträgt die Unsicherheit 0,15 mm. Da die Änderung näherungsweise eine affine Funktion des Sensorstromes ist, wird der relative Fehler mit

$$\frac{\Delta F_{GLl_{mTx}}}{F_{GL}} = \frac{\max_{l_W} \left| \frac{\partial f}{\partial l_{mTx}} \right|_{x_{Kran}} \Delta l_{mTx}}{F_{GL}} = 0,03 \%$$

angegeben.

Im Vergleich zum relativen Fehler des Effizienzfaktors der Seilrollen ist dieser um fast zwei Zehnerpotenzen kleiner und damit vernachlässigbar.

2.2.10 Unsicherheit des Kraftarmes der Gewichtskraft von Winde und Seiltrommel

Beim Ansatz $\sum M = 0$ in Abbildung 2.2 ist der Massenschwerpunkt der Winde (mit Seiltrommel) nicht genau bekannt, weil eine reale Winde wesentlich komplexer aufgebaut ist, wie in Abbildung 1.3 dargestellt. Eine grobe Unsicherheitsannahme wird mit $\Delta l_{mW} = 2 \text{ cm}$ gewählt. Daraus ergibt sich eine Änderung der Gewichtskraft der Last um

$$\Delta F_{GLl_{mW}} = \max_{\omega_W} \left| \frac{\partial f}{\partial l_{mW}} \right|_{x_{Kran}} \Delta l_{mW} = 2240 \text{ N.}$$

Dieser Fehler entspricht einer Abweichung der Masse um etwa 230 kg. Dieser Wert ist nicht mehr vernachlässigbar, aber da sich der Kraftarm nicht ändert und konstant ist kann er einfach kompensiert werden.

2.2.11 Fertigungstoleranz der Länge der Turmsäule

Die Länge der Turmsäule kann laut der Norm für Schweißkonstruktionen um $\Delta l_T \pm 16 \text{ mm}$ variieren. Die Änderung der Gewichtskraft der Last beträgt

$$\Delta F_{GLl_T} = \max_{\omega_W} \left| \frac{\partial f}{\partial l_T} \right|_{x_{Kran}} \Delta l_T = 4 \text{ N.}$$

Die Abweichung von 4 N ist für die Berechnung des Gewichtes irrelevant.

2.2.12 Variables Gewicht der Winde

Die Winde wird von einem hydraulischen Motor angetrieben und das Volumen des Öles beträgt dabei laut Plan 801. Da aber die aktuelle Füllmenge variiert und nicht genau bekannt ist, wird die Änderung des Windengewichts mit $\Delta m_W = \pm 10 \text{ kg}$ abgeschätzt.

$$\Delta F_{GLm_W} = \max_{\omega_W} \left| \frac{\partial f}{\partial m_W} \right|_{x_{\text{Kran}}} \Delta m_W = 87 \text{ N.}$$

Diese Abweichung ist aufgrund des geringen Betrags vernachlässigbar.

2.2.13 Zusammenfassung der Unsicherheitsanalyse

Die Einzelabweichungen sind in Tabelle 2.1 zusammengefasst. Die Spalte „^{Sensor/Parameter}“ gibt an, ob es sich bei der Abweichung um Unsicherheiten von einem Sensorsignal oder Konstruktionstoleranzen handelt. Die letzte Spalte gibt an, wie die Unsicherheit der Eingangsgröße Δx_i ermittelt wurde. In der Spalte „Werte“ ist einerseits die Konstante Abweichung in N angegeben und andererseits der Mini- und Maximalwert der daraus resultierenden relativen Abweichung. Bezogen ist dieser auf die Maximallast des Kranes (124 t) und das Gewicht des Leerhakens (2,9 t).

Tabelle 2.1: Aufüstung der Abweichungen.

Symbol	Werte	Prozent		Sensor/Parameter	Ermittlung der Abweichung	
		min. %	max. %			
$\Delta F_{i_{\text{KML}}}$	19371 N	1,6 %	68,1 %	–	S	Sensordaten
ΔF_{l_W}	291 N	0,02 %	1 %	–	S	Sensordaten
$\Delta F_{\varphi_{\text{AH}}}$	107 N	≈ 0 %	0,4 %	–	S	Sensordaten
$\Delta F_{\varphi_{\text{AT}}}$	0,7 N	≈ 0 %	≈ 0 %	–	S	Sensordaten
ΔF_{η}	–	–	–	0,76 %	P	Annahme
ΔF_g	146 N	0,01 %	0,5 %	–	P	Annahme
ΔF_{l_A}	8 N	≈ 0 %	0,03 %	–	P	Konstruktionsdaten
$\Delta F_{l_{\text{KS}}}$	–	–	–	1 %	P	Konstruktionsdaten
$\Delta F_{l_{\text{mTx}}}$	–	–	–	0,03 %	P	Konstruktionsdaten
$\Delta F_{l_{\text{mW}}}$	2240 N	0,18 %	7,9 %	–	P	Schätzung
ΔF_{l_T}	4 N	≈ 0 %	0,01 %	–	P	Konstruktionsdaten
ΔF_{m_W}	87 N	≈ 0 %	0,4 %	–	P	Annahme

Kapitel 2 Analyse der bestehenden Messeinrichtung

Eine graphische Zusammenfassung der untersuchten Unsicherheiten ist in Abbildung 2.3 gegeben. Darin fällt auf, dass mit Ausnahme des Wirkungsgrades der Seilrollen alle größeren Beiträge der Abweichung bei der Windenbaugruppe zustande kommen. Außerdem ist auffällig, dass sich reine Konstruktionstoleranzen tendenziell geringer auf das Endergebnis auswirken.

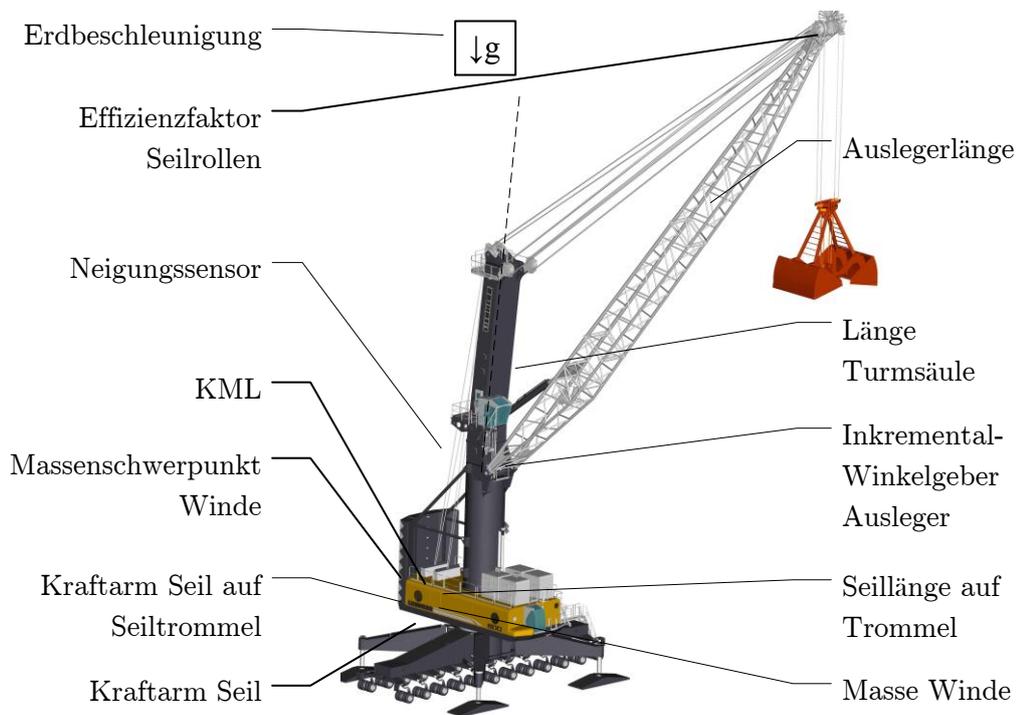


Abbildung 2.3: Untersuchte Unsicherheiten zur Bestimmung der Last.

Wie in Tabelle 2.1 dargestellt, sind die sensitivsten Größen bei der Bestimmung der Gewichtskraft folgende:

- der Kraftarm der Seilzugkraft an der Winde, bzw. der Seilabgangswinkel,
- der Kraftarm der Gewichtskraft der Winde, bzw. die Position des Schwerpunktes,
- die Unsicherheit des Sensors der KML und
- die Unsicherheit des Effizienzfaktors der Seilrollen.

2.3 Abschätzung des Fehlers von nicht berücksichtigten Effekten

2.3.1 Seilrollenreibung

Reibungseffekte in den Lagern der Seilrollen wurden beim Entwurf des bestehenden Algorithmus untersucht [siehe Sch09, S. 46-48], jedoch aufgrund ihres zu geringen Beitrags (maximal 40 kg) als vernachlässigbar eingestuft. Aus diesem Grund wird im eingesetzten Algorithmus die Dissipation an den Seilrollen nur durch die Biegearbeit des Seiles modelliert. Dieses Modell ist relativ einfach und berücksichtigt die Arbeit beim Biegen des Seiles an den Seilrollen als lineare Funktion der Seilzugkraft. Eine Abschätzung des dadurch entstandenen Fehlers ist sehr schwierig, weil zur Untersuchung die Seilzugkraft an der Last und an der Winde genau bekannt sein muss. Das genaue Messen der Seilzugkraft an der Winde ist Teil dieser Arbeit, aber das Messen der Seilzugkraft direkt an der Last ist mit hohem konstruktiven Aufwand verbunden, weil je Seil eine Kraftmessenrichtung angebracht werden müsste.

2.3.2 Einfluss der Dynamik der Last

Pendelbewegungen der Last verändern die Seilzugkraft und treten im praktischen Betrieb laufend auf. Das derzeit eingesetzte EKF ist zwar in der Lage horizontale Oszillationen aufgrund der endlichen Steifigkeit des Seiles im Sensorsignal zu dämpfen, aber räumliche Bewegungen der Last werden nicht berücksichtigt. Zusätzlich beeinflusst die Bewegung des Auslegers und des Hubwerkes die Seilzugkraft. Der Fehler aufgrund der Bewegung der Last kann mittels der Bewegungsgleichung der Last simulativ abgeschätzt werden. Der Einfluss der Pendelbewegung kann mittels des Energieerhaltungssatzes relativ einfach abgeschätzt werden.

Einfluss der Pendelbewegung auf das Lastsignal

Es wird angenommen, dass die Ablenkung des Seiles von der Vertikalen maximal 15° betragen kann. Dadurch ergibt sich eine Veränderung der Höhe der Last um

$$\Delta h = l_P (1 - \cos(15^\circ)),$$

wobei l_P der freien Pendellänge entspricht.

Aus dem Energieerhaltungssatz folgt, dass die potentielle Energie der Masse der Last m_L im höchsten Punkt gleich der kinetischen Energie im Tiefpunkt entsprechen muss. Die

Kapitel 2 Analyse der bestehenden Messeinrichtung

Masse der Last m_L beinhaltet die Masse des Lastaufnahmemittels und wird als Punktmasse modelliert. Mit dem Energieerhaltungssatz folgt die maximale Geschwindigkeit der Last v_1 :

$$\begin{aligned} E_{\text{pot}} &= E_{\text{kin}} \\ m_L \cdot g \cdot \Delta h &= \frac{m_L \cdot v_1^2}{2} \\ v_1 &= \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h}. \end{aligned}$$

Die maximale Geschwindigkeit der Last v_1 kann in die maximale Winkelgeschwindigkeit \dot{q}_1 umgerechnet werden:

$$\begin{aligned} v_1 &= l_P \cdot \dot{q}_1 \\ \dot{q}_1 &= \frac{v_1}{l_P} = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h}}{l_P} = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot l_P (1 - \cos(15^\circ))}}{l_P} \end{aligned}$$

Durch die Pendelbewegung der Last wirkt die Zentrifugalkraft F_Z zusätzlich zur Gewichtskraft F_{GL} . Die maximale Seilzugkraft ergibt sich im Tiefpunkt aus der Summe beider Kräfte:

$$F_S = F_{GL} + F_Z = m_L \cdot g + m_L \cdot \dot{q}_1^2 \cdot l_P.$$

Die relative Abweichung der Seilzugkraft von der Gewichtskraft berechnet sich zu:

$$\begin{aligned} \frac{F_S - F_{GL}}{F_{GL}} &= \frac{m_L \cdot \dot{q}_1^2 \cdot l_P}{m_L \cdot g} = \frac{\dot{q}_1^2 \cdot l_P}{g} = \frac{\frac{2 \cdot g \cdot l_P (1 - \cos(15^\circ))}{l_P^2} \cdot l_P}{g} \\ &= 2 \cdot (1 - \cos(15^\circ)) = 6,8\%. \end{aligned}$$

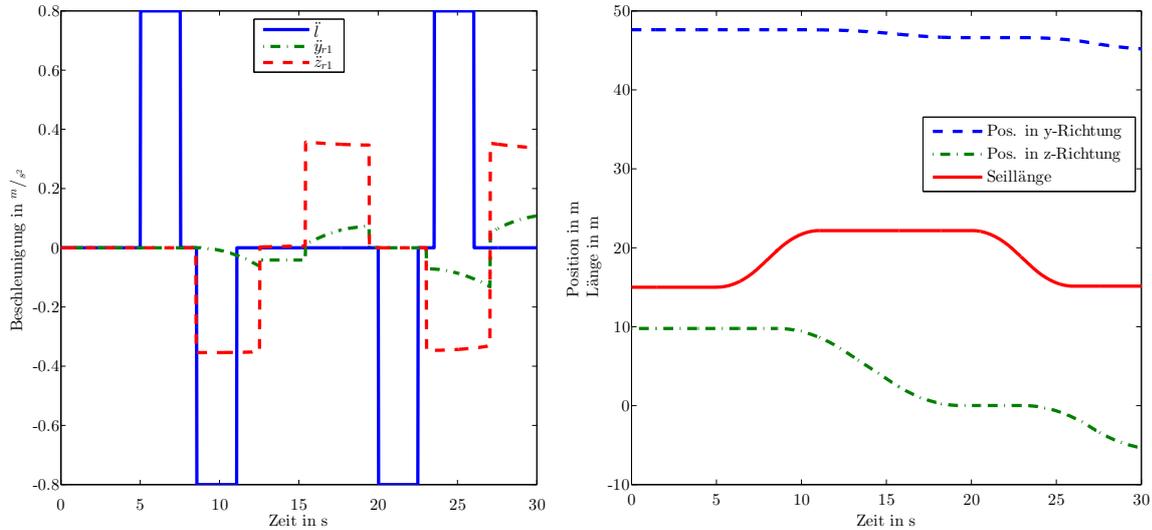
Wie ersichtlich ist die relative Abweichung nur von der Annahme der maximalen Seilablenkung abhängig und somit für alle Krane gleich.

Simulation

Der Einfluss der Aktuatoren wird simulativ mit dem Modell eines ebenen mathematischen Pendels ermittelt. Die Beschränkung auf die ebene Bewegung hat im Vergleich zum räumlichen Modell den Vorteil, dass der wesentliche Effekt (Pendelbewegung) erhalten ist und gleichzeitig die Bewegungsgleichungen übersichtlich darstellbar sind. Die Bewegungsgleichung des ebenen Pendels (4.3) und die Gleichung für die Seilzugkraft (4.11) werden in Abschnitt 4.2.1 hergeleitet.

Bei der Simulation wird angenommen, dass das Hubwerk in der Lage ist eine Last von 60 t in 2,5 Sekunden auf eine Geschwindigkeit von 2 m/s zu beschleunigen. Zusätzlich

2.3 Abschätzung des Fehlers von nicht berücksichtigten Effekten



(a) Beschleunigungs- bzw. Eingangsgrößen für das Modell.

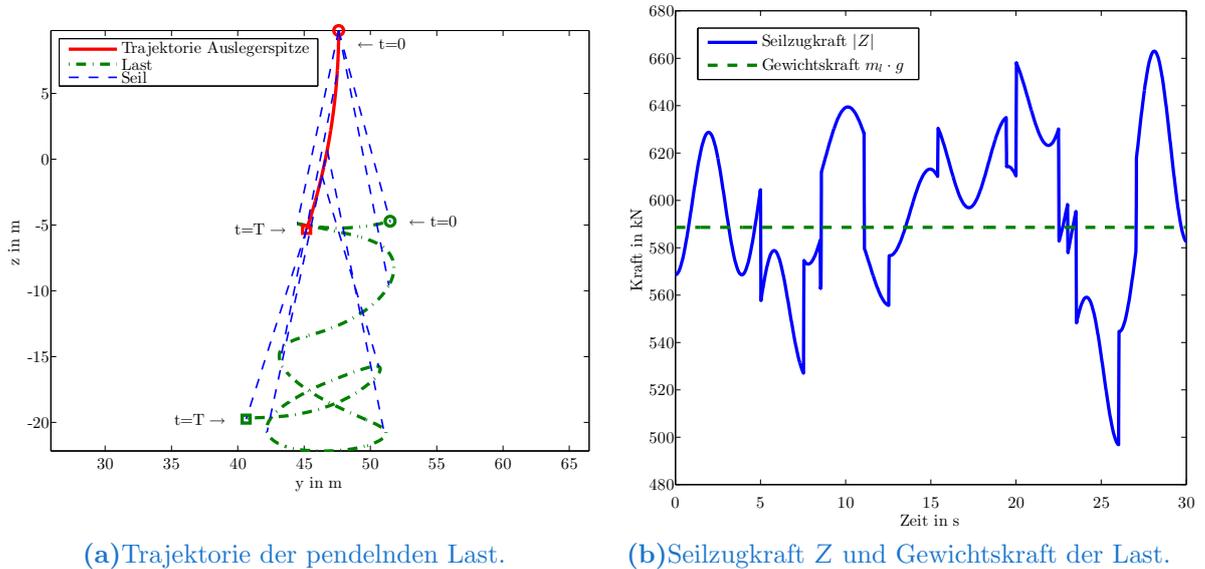
(b) Position der Auslegerspitze.

Abbildung 2.4: Eingangsgrößen der Pendelbewegung mit der daraus resultierenden Bewegung der Auslegerspitze zur Abschätzung des Fehlers der Dynamik.

wird angenommen, dass das Wippwerk eine Last von 60 t in vier Sekunden auf 1,4 m/s in tangentialer Richtung bei einer Auslegerlänge von 48 m beschleunigen kann. Diese Annahmen entsprechen laut [Lie12] den maximalen Leistungsdaten eines LHM 420.

Die Eingangsgrößen für (4.3) sind in Abbildung 2.4a dargestellt. Abbildung 2.4b zeigt die daraus resultierenden Verläufe für die Position der Auslegerspitze und der Seillänge. Zu Beginn wird eine einfache Hubwerksfahrt simuliert und ab $t = 8$ s zusätzlich eine Bewegung des Wippwerkes. Der Anfangsablenkwinkel des Pendels wird mit 15° angenommen, um den Einfluss einer reinen Pendelbewegung simulativ erfassen zu können.

Die Trajektorie der Last ist in Abbildung 2.5a dargestellt. Der zeitliche Verlauf der Seilzugkraft ist in Abbildung 2.5b dargestellt. Beim Verlauf der Seilzugkraft ist erkennbar, wie die Seilzugkraft durch die Bewegung der Last von der Gewichtskraft abweicht. Bis etwa $t = 5$ s pendelt die Last aufgrund der Anfangsbedingung und die Seilzugkraft weicht von der Gewichtskraft um etwa 40 kN ab. Mit der zusätzlichen Hubwerksfahrt bei etwa $t = 5$ s beträgt die Abweichung bereits 50 kN und bei der kombinierten Fahrt mit dem Wippwerk und der Pendelbewegung beträgt die Abweichung zwischen Gewicht- und Seilzugkraft bis zu 90 kN. Die Höhe der Abweichung hängt davon ab, wie groß die Beschleunigungen der Aktuatoren sind. Derart große Abweichungen sind real nicht zu erwarten, weil die den Kran bedienende Person bemüht sein wird die Last möglichst ruhig und ohne Pendelbewegungen zu verfahren. Aber trotzdem lässt sich vermuten, dass der Einfluss der Dynamik der Last einen großen Einfluss auf die Kraftmessung besitzt.



(a) Trajektorie der pendelnden Last.

(b) Seilzugkraft Z und Gewichtskraft der Last.

Abbildung 2.5: Bewegung der pendelnden Last und Verlauf der Seilzugkraft beim schwingenden Pendel.

Bei einer Last von 60 t beträgt der Einfluss der Dynamik bis zu

$$\frac{\Delta m}{m_l} = \frac{\Delta F}{F} = \frac{60 \cdot 10^3 \text{ kg} - \frac{500 \text{ kN}}{9.81 \text{ m/s}^2}}{60 \cdot 10^3 \text{ kg}} = 15 \%$$

Obige Untersuchungen zeigen, dass die Dynamik der Last einen nicht vernachlässigbaren Einfluss auf die Seilzugkraft, bzw. Lastmessung besitzt.

2.3.3 Unterschiedlich belastete Kranseile

Das Lastaufnahmemittel kann einerseits durch unterschiedlich lange Seile, welche durch Fertigungstoleranzen entstehen, und durch die Dynamik der Last schräg hängen. Dadurch sind die Seilzugkräfte je Seil unterschiedlich. Der Kompensationsalgorithmus geht jedoch von der Annahme aus, dass alle Seilkräfte gleich groß sind. Abbildung 2.6 zeigt den Sachverhalt mit der vereinfachenden Annahme, dass nur zwei Seile am Lastaufnahmemittel angebracht sind.

Durch die unterschiedlich langen Seile ergibt sich eine Schräglage α des Lastaufnehmers.

2.3 Abschätzung des Fehlers von nicht berücksichtigten Effekten

Mit den Ansätzen

$$\begin{aligned} \sum F_i = 0 : & \quad F_{S1} + F_{S2} - F_L = 0 \\ \sum_P M_i = 0 : & \quad F_{S1} \frac{l}{2} \cos \alpha - F_{S2} \frac{l}{2} \cos \alpha + F_L a \sin \alpha = 0 \end{aligned}$$

folgt bei gegebener Schräglage α

$$\begin{aligned} F_{S1} &= F_L \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{a}{l} \tan \alpha \right) \\ F_{S2} &= F_L \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{a}{l} \tan \alpha \right) \\ \frac{F_{S1}}{F_L} &= \frac{1}{2} + \frac{a}{l} \tan \alpha \end{aligned} \tag{2.3a}$$

$$\frac{F_{S2}}{F_L} = \frac{1}{2} - \frac{a}{l} \tan \alpha. \tag{2.3b}$$

Für die in Tabelle 2.2 gegebenen Abmessungen der Lastaufnahmemittel ergibt sich die in Abbildung 2.7 dargestellte Aufteilung der Gewichtskraft. Da die relative Abweichung in Gleichung (2.3) für einen gegebenen Winkel α konstant ist, ist die Abweichung eine lineare Funktion der Gewichtskraft der Last F_L .

Eine gesonderte Untersuchung eines Spreaders als Lastaufnahmemittel ist nicht notwendig, weil dieser an einem Motorschwenkwerk montiert wird.

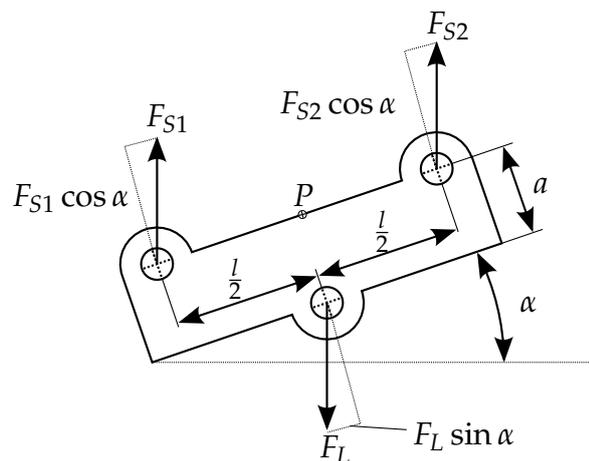


Abbildung 2.6: Schräglage des Lastaufnahmemittel durch unterschiedlich lange Seile mit den Seilzugkräften F_{S1} und F_{S2} und der Gewichtskraft der Last F_L .

Tabelle 2.2: Abmessungen von verschiedenen Lastaufnahmemitteln.

Lastaufnahmemittel	l	a
Greifer	2,40 m	3,00 m
Motorschwenker	2,05 m	1,72 m

Bei Verwendung eines Greifers beträgt die Abweichung bis zu 6% bei einer angenommenen Schräglage von $\alpha = 3^\circ$. Es gibt keinen Sensor der die Schräglage detektiert und im Algorithmus wird davon ausgegangen, dass die Seilzugkräfte gleich groß sind. Die KML ist jedoch nur an einer Windenseite montiert und reagiert auf die ihr näherliegende Seilzugkraft sensibler als auf die entfernte. Die Auswirkungen dieses Effektes werden minimal, wenn die Seile genau an der Mitte der Seiltrommel angreifen. Je nach Windentyp und Seilverankerung kann dies bei auf- oder abgewickeltem Seil zutreffend sein.

Da der daraus resultierende Fehler ist linear und über die Zeit konstant, dadurch ist er kompensierbar.

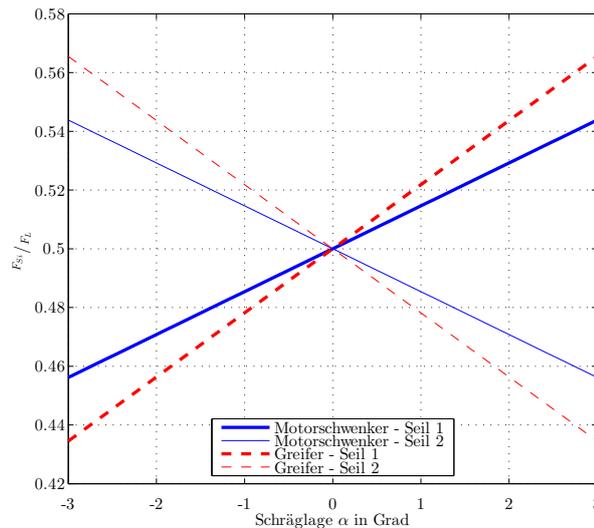


Abbildung 2.7: Aufteilung der Last auf die zwei Seile bei 3° Schräglage.

2.3.4 Räumliches Windenmodell

Die Umrechnung des Stromsignals der KML in eine Seilzugkraft erfolgt ohne Berücksichtigung der räumlichen Ausdehnung der Winde. Bei der Berechnung wird angenommen, dass sich die Gewichtskraft der Winde auf beiden Windschilden zu gleichen Teilen aufteilt. Das Problem dabei ist, dass sich der Massenschwerpunkt nicht genau in der

2.4 Diskussion und Zusammenfassung

Mitte zwischen den beiden Winden befindet. Durch die Konzentration des Antriebes auf eine Windenseite liegt der Massenschwerpunkt nicht in der Mitte der Seiltrommel.

Beim LHM 600 liegt der Massenschwerpunkt etwa bei $\frac{2}{3}$ der Windenbreite vom Windschild der KML entfernt. Dadurch liegt auf der Seite mit der KML nur $\frac{1}{3}$ der Masse der Winde.

Setzt man obige Änderung der Masse, gleich wie in Abschnitt 2.2.12, in das Fehlerfortpflanzungsgesetz ein, so erhält man eine konstante Änderung der Masse um 5078 N. Der relative Fehler der Last würde bei Leerhaken (Annahme Masse 2,9 t) 18 % betragen und bei einer angenommenen Maximallast von 144 t nur 0,4 %.

2.3.5 Elastische Lagerung der Winden

Die Winde und der Antrieb wird zur Dämpfung von Vibrationen elastisch gelagert. Der Einfluss dieser elastischen Lagerung auf die Kraftmessung ist praktisch vernachlässigbar. Die Dämpfungselemente verschieben sich bei Maximallast um weniger als 1 mm. Die Änderung der Geometrie ist dadurch nicht relevant. Außerdem beeinflusst nur ein Verkippen oder Verdrehen der Winde die Kraftmessung; diese Bewegung ist durch die geringe Wegänderung guten Gewissens vernachlässigbar.

2.4 Diskussion und Zusammenfassung

Die untersuchten Unsicherheiten und nicht berücksichtigte Effekte können in die drei folgenden Kategorien eingeteilt werden:

- Konstant. Die Abweichung ist für den gesamten Messbereich konstant.
- Linear. Die Abweichung entspricht einer linearen Funktion des Sensorstromes.
- Beliebig. Der Fehler ist zufällig, unbekannt oder eine beliebige Funktion des Sensorstromes.

Störend und für das Kraftmesssystem relevant sind Fehler der Kategorie „Beliebig“, weil konstante und lineare Abweichungen durch die Kalibrierung des Kraftmesssystems kompensiert werden.

2.4.1 Kompensation linearer und konstanter Abweichungen

Da das Kraftmesssystem der Krane vor der Endabnahme mit einer Ausgleichsgeraden kalibriert wird, können lineare und konstante Abweichungen kompensiert werden. Gewünscht ist, dass die gemessene Gewichtskraft gleich der wahren ist:

$$F_{\text{gem, Wunsch}} = F_{\text{wahr}}.$$

Real gemessen wird jedoch die wahre Gewichtskraft mit einer konstanten und linearen Abweichung:

$$F_{\text{gem, Real}} = F_{\text{wahr}} + k_A \cdot F_{\text{wahr}} + d_A.$$

Die Korrektur der Kraftmessung wird mit einer affinen Funktion vorgenommen und das Ziel ist, dass die gemessene Kraft gleich der wahren Kraft ist:

$$\begin{aligned} F_{\text{gem, Korr}} &= k_{\text{Korr}} \cdot F_{\text{gem, Real}} + d_{\text{Korr}} \stackrel{!}{=} F_{\text{wahr}}, \\ &= k_{\text{Korr}} \cdot (F_{\text{wahr}} + k_A \cdot F_{\text{wahr}} + d_A) + d_{\text{Korr}}, \\ &= F_{\text{wahr}} \cdot k_{\text{Korr}} \cdot (1 + k_A) + k_{\text{Korr}} \cdot d_A + d_{\text{Korr}} \stackrel{!}{=} F_{\text{wahr}}. \end{aligned}$$

Bei der Kalibrierung werden k_{Korr} und d_{Korr} so gewählt, dass die gemessene Kraft gleich der wahren Kraft ist:

$$\begin{aligned} F_{\text{gem, Korr}} &= F_{\text{wahr}} \cdot k_{\text{Korr}} \cdot (1 + k_A) + k_{\text{Korr}} \cdot d_A + d_{\text{Korr}} \stackrel{!}{=} F_{\text{wahr}}, \\ k_{\text{Korr}} &= \frac{1}{1 + k_A} & d_A &= -d_A \frac{1}{1 + k_A} \\ F_{\text{gem, Korr}} &= F_{\text{wahr}} \end{aligned} \tag{2.4}$$

2.4.2 Relevante Messabweichungen

Da, wie in Gleichung (2.4) gezeigt, lineare und konstante Abweichungen kompensiert werden können, ist der Großteil der ermittelten Abweichungen kompensierbar. Die betragsmäßig relevanten Fehler, welche nicht kompensiert sind oder sich mit der Zeit verändern sind in Tabelle 2.3 aufgelistet.

2.4.3 Schlussfolgerung

Der errechnete maximale relative Fehler des Gesamtsystems bei Maximallast beträgt im dynamischen Fall bis zu 18,36%. Der maximale Fehler bei maximaler Last im statischen Fall beläuft sich auf 3,36%, da aber davon ausgegangen werden kann, dass der

Tabelle 2.3: Nicht kompensierte Fehler bei der Kraftmessung.

Größe	Fehler	Beschreibung
Im bestehenden Algorithmus berücksichtigt.		
Sensorstrom der KML \bar{i}_{KML}	19,37 kN	Genauigkeit des Sensors 1 %.
Effizienzfaktor der Seilrollen η	0,76 %	Seilreibung ist abhängig von Temperatur, Schmierung, Vorgeschichte, und Drehrichtung des Seiles.
Kraftarm Seilzugkraft l_{KS}	1 %	Schlaffseilsicherung verändert lastabhängig den Seilabgangswinkel α_{SA} . 1 % gilt als obere Grenze für Lasten ab 6500 kg
Nicht berücksichtigte Effekte.		
Dynamik der Last	15 %	Die Dynamik der Last beeinflusst die Seilzugkraft.

Kraftarm der Seilzugkraft bei Maximallast nur minimal vom nominellen Wert abweicht (Abschätzung 0,1 % Fehler) wird der gesamte Fehler mit 2,46 % beziffert.

Zusammenfassend kann die Aussage getroffen werden, dass der Fehler der Messeinrichtung im Bereich der Maximallast akzeptabel ist. Wichtig ist jedoch, dass

1. die KML korrekt dimensioniert wird, weil der Fehler auf den Messbereich bezogen ist und, dass
2. die Kalibrierung der Messeinrichtung sorgfältig durchgeführt wird, da der Fehler ansonsten wesentlich größer ist.

Bei der Kalibrierung der Messeinrichtung wird empfohlen, nicht wie üblich, die Mini- und Maximallast des Kranes für Stützpunkte zu verwenden. Aufgrund des Einflusses des Kraftarmes der Seilzugkraft sollte statt der Minimallast eine Last bei etwa der halben Maximallast verwendet werden.

Die Kompensation des Effizienzfaktors der Seilrollen ist nicht möglich, da dieser von Temperatur, Alter, Schmierung und Vorgeschichte des Seiles abhängt. Eine laufende Identifikation ist auch nicht möglich, weil dazu ein geeichtes Gewicht als Last benötigt wird und dies am Einsatzort des Krans nicht zur Verfügung steht. Damit ist dies die limitierende Größe bei der Genauigkeit der Messung und kann nur durch eine grundlegende Änderung der Messeinrichtung kompensiert werden. Zwar kann diskutiert werden, ob die Annahme der Änderung $\Delta\eta$ praktisch auftritt, aber selbst wenn sie nur halb so groß ist, wäre der verursachte Fehler nicht vernachlässigbar klein.

Kapitel 3

Berücksichtigung des Seilabgangswinkels an der Winde

3.1 Problembeschreibung

Die Schlaffseilsicherung, welche an jeder Winde angebracht ist, verändert den Winkel, unter welchem das Seil die Winde verlässt abhängig von der Spannung des Seiles. Der nominelle Winkel zwischen Winde, Turm und der Horizontalen α_{SWT} wird um einen Winkel γ verändert und ist ungleich dem Seilabgangswinkel α_{SA} . Wie in Abschnitt 2.2.8 berechnet, weist die Lastmessung eine hohe Sensitivität bezogen auf die Länge des Kraftarmes, bzw. auf eine Änderung des Seilabgangswinkels auf. Aus diesem Grund wird innerhalb dieses Kapitels ein Zusammenhang zwischen dem Seilabgangswinkel α_{SA} und der Seilzugkraft F_S hergeleitet. Mit diesem Zusammenhang wird abgeschätzt, wie groß der daraus resultierende Fehler bei der Kraftmessung ist. Zusätzlich kann damit eine Kompensation dieses Effektes entworfen werden.

Die Schlaffseilsicherung besteht je Winde aus zwei Gasdruckfedern, welche als Kennwert den Nennwert der Ausschubkraft $F_{G,\text{Nenn}}$ und die Progression p_G besitzen. Der Nennwert der Ausschubkraft gibt an wie groß die Kraft der Gasdruckfeder bei maximaler Länge ist. Wird die Gasdruckfeder gestaucht, so verdichtet sich das Gas im Inneren und die Ausschubkraft steigt. Die Progression p_G gibt an, um wie viel die Ausschubkraft bei minimaler Länge der Gasdruckfeder steigt.

3.2 Berechnung des Seilabgangswinkels

In Abbildung 3.1 sind die geometrischen Verhältnisse dargestellt. Die rechte Hälfte der Abbildung zeigt, wie sich der Seilabgangswinkel α_{SA} durch die Kraft der Schlaffseilsicherung F_{SS} vom nominellen Winkel α_{SWT} unterscheidet.

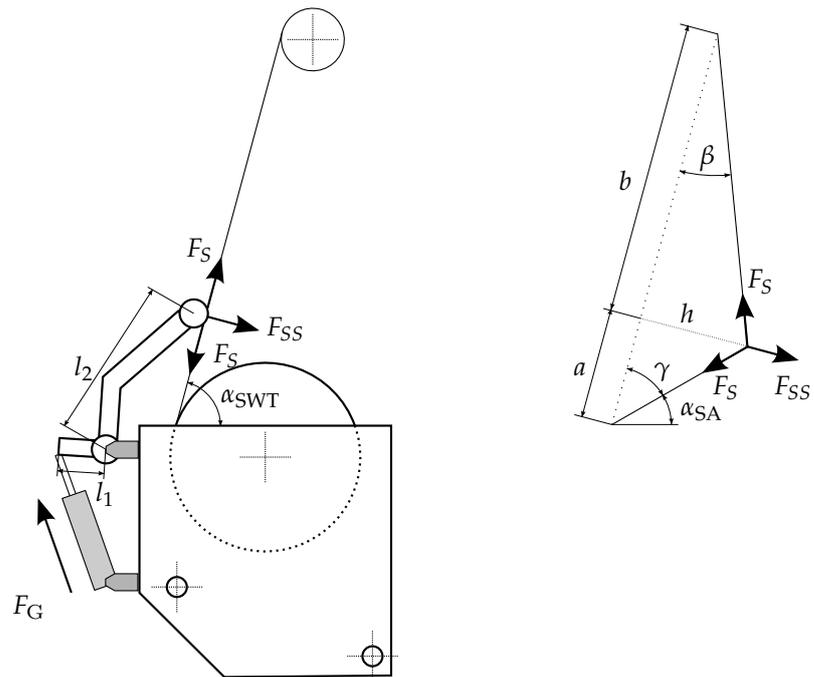


Abbildung 3.1: Skizze der Veränderung des Seilabgangswinkels α_{SA} durch die Schlaffseilsicherung mit einer Gasdruckfeder. F_S bezeichnet die Seilzugkraft und F_{SS} steht für die Kraft der Schlaffseilsicherung, welche auf das Seil drückt. Die Schubkraft der Gasdruckfeder wird mit F_G bezeichnet. Links ist ein voll gespanntes und rechts ein entspanntes Seil dargestellt.

3.2 Berechnung des Seilabgangswinkels

Für die folgende Berechnung wird angenommen, dass der Seildurchhang vernachlässigbar klein und das Seil nicht biegestarr ist. Zusätzlich wird vereinfachend angenommen, dass der Drehpunkt der Schlawfseilsicherung gleich jenem Punkt ist, an welchem das Seil die Seiltrommel verlässt. Weiters wird angesetzt, dass die Schubkraft der Gasdruckfeder linear vom Winkel γ abhängt.

Für den Gleichgewichtszustand zwischen Seilkraft F_S und der Kraft der Schlawfseilsicherung F_{SS} muss

$$F_S \cdot \sin \gamma + F_S \cdot \sin \beta = F_{SS} \cdot \cos \gamma \quad (3.1)$$

gelten. Mit Kenntnis des Angriffspunktes der Schlawfseilsicherung a und der Gesamtlänge zwischen Winde und Turmspitze $a + b$ wird der Winkel β durch den Winkel γ ausgedrückt:

$$\begin{aligned} \tan \gamma &= \frac{h}{a} & \tan \beta &= \frac{h}{b} \\ a \cdot \tan \gamma &= b \cdot \tan \beta \\ \beta &= \arctan\left(\frac{a}{b} \cdot \tan \gamma\right). \end{aligned}$$

Die Seilzugkraft F_S aus (3.1) ergibt sich damit zu

$$F_S = \frac{F_{SS} \cdot \cos \gamma}{\sin \gamma + \sin(\arctan(\frac{a}{b} \cdot \tan \gamma))}. \quad (3.2)$$

Die Kraft der Schlawfseilsicherung F_{SS} ergibt sich mit dem Momentensatz aus der Schubkraft der Gasdruckfeder F_G :

$$\begin{aligned} F_{SS} \cdot l_2 &= F_G \cdot l_1 \\ F_{SS} &= \frac{l_1}{l_2} \cdot F_G. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Die Kraft der Gasdruckfeder F_G wird als lineare Funktion des Winkels γ angesetzt. Es wird angenommen, dass die Kraft bei einem voll gespannten Seil maximal und bei einer Ablenkung von 90° gleich dem Nennwert ist.

$$\begin{aligned} F_G(\gamma) &= k \cdot \gamma + d \\ F_G(\gamma = 0) &= (1 + p_G) \cdot F_{G,\text{Nenn}} \\ F_G(\gamma = \frac{\pi}{2}) &= F_{G,\text{Nenn}} \\ F_G(\gamma) &= F_{G,\text{Nenn}} \cdot \left(1 + p_G - \frac{2p_G}{\pi} \cdot \gamma\right). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Kapitel 3 Berücksichtigung des Seilabgangswinkels

Die Gleichungen (3.3) und (3.4) in (3.2) eingesetzt ergeben die Seilzugkraft als Funktion des Winkels γ :

$$F_S = \frac{\frac{l_1}{l_2} \cdot F_{G,\text{Nenn}} \cdot \left(1 + p_G - \frac{2p_G}{\pi} \cdot \gamma\right) \cdot \cos \gamma}{\sin \gamma + \sin\left(\arctan\left(\frac{a}{b} \cdot \tan \gamma\right)\right)} \quad (3.5)$$

$$F_S = f(\gamma).$$

Die Umkehrfunktion $\gamma = f^{-1}(F_S)$ kann nicht explizit angegeben werden, weil f eine nichtlineare Funktion ist; eine Auswertung von $f^{-1}(F_S)$ kann nur numerisch erfolgen und ist in Abbildung 3.2 für einen LHM 420 mit zwei Winden dargestellt. Wie ersichtlich ist die zusätzliche Ablenkung γ für beide Winden nahezu ident. Bei einem Leerhaken mit einem Gewicht von 2,9 t liegt die Ablenkung bei etwa 10° und strebt mit zunehmenden Gewicht asymptotisch gegen 0.

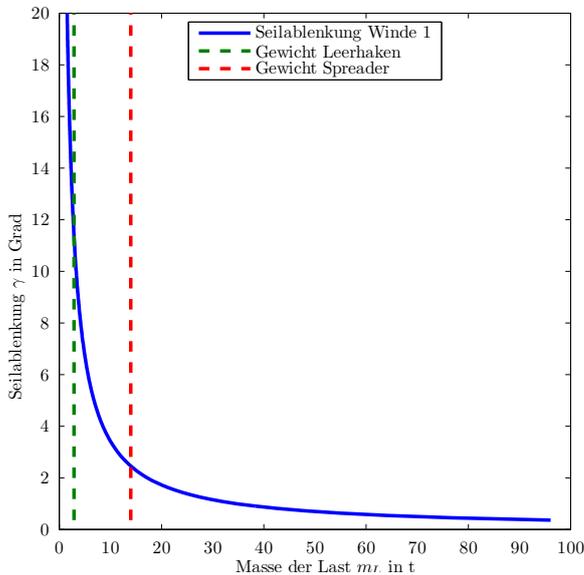


Abbildung 3.2: Seilablenkung γ als Funktion der Gewichtskraft der Last. Verwendet wurden die Daten eines LHM 420 mit zwei Winden.

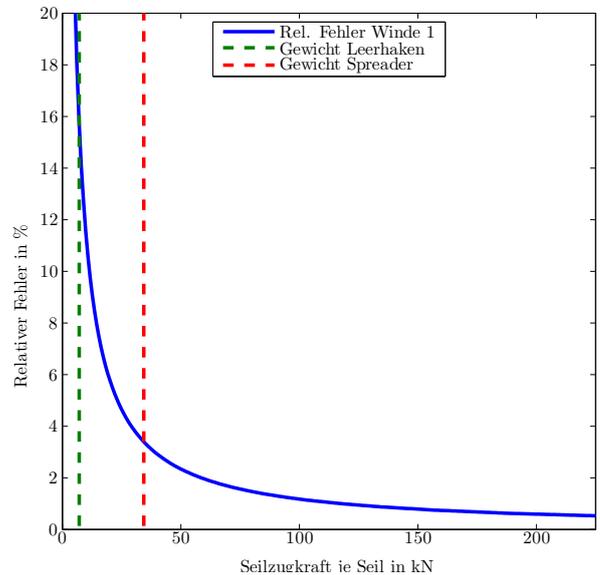


Abbildung 3.3: Relativer Fehler durch den Seilabgangswinkel als Funktion der Last. Verwendet wurden die Daten eines LHM 420 mit zwei Winden.

3.3 Fehler durch Vernachlässigung

Im bestehenden System zur Bestimmung der Last des Kranes wird angenommen, dass der Seilabgangswinkel α_{SA} gleich dem Winkel zwischen Winde, Turmspitze und der Horizontalen α_{SWT} ist. Der Fehler, welcher dadurch entsteht, wird im Folgenden untersucht.

3.4 Kompensationsmöglichkeiten

Der Seilabgangswinkel der Winde spielt bei der Umrechnung einer Kraft der KML F_{KML} in die Seilzugkraft F_S eine Rolle. Die Formel dafür lautet (siehe Anhang A):

$$F_S = \frac{F_{GS} \cdot l_{mTx} + \frac{1}{2} m_W g \cdot l_{mW} + F_{KML} \cdot l_{KML}}{l_{KS}},$$

wobei sich der Kraftarm der Seilzugkraft l_{KS} zu (siehe Abschnitt 2.2.8)

$$l_{KS} = l_{mTx} \sin \alpha_{SA} + l_{mTy} \cos \alpha_{SA}$$

berechnet.

Geht man nun davon aus, dass der Seilabgangswinkel α_{SA} gleich dem Winkel α_{SWT} ist und die Änderung von $\alpha_{SA} = -\gamma$, so ergibt sich eine Änderung der Seilzugkraft F_S um

$$\Delta F_S = \frac{F_{GS} \cdot l_{mTx} + \frac{1}{2} m_W g \cdot l_{mW} + F_{KML} \cdot l_{KML}}{(l_{mTx} \sin \alpha_{SWT} + l_{mTy} \cos \alpha_{SWT})^2} \cdot (l_{mTx} \cos \alpha_{SWT} - l_{mTy} \sin \alpha_{SWT}) \cdot \gamma.$$

Der relative Fehler der Seilzugkraft $\frac{\Delta F_S}{F_S}$ ergibt sich zu

$$\frac{\Delta F_S}{F_S} = \frac{l_{mTx} \cos \alpha_{SWT} - l_{mTy} \sin \alpha_{SWT}}{l_{mTx} \sin \alpha_{SWT} + l_{mTy} \cos \alpha_{SWT}} \cdot \gamma. \quad (3.6)$$

Abbildung 3.3 zeigt den Verlauf des relativen Fehlers als Funktion der Seilzugkraft F_S . Wie ersichtlich, ist vor allem bei geringen Lasten der relative Fehler groß. Selbst bei Verwendung eines Spreaders ist der Fehler noch größer als 3%.

Da der in Abbildung 3.3 dargestellte relative Fehler groß erscheint, stellt sich die Frage, ob die zu Beginn getroffenen Vereinfachungen zulässig sind. Die Vernachlässigung des Seildurchhangs ist bei kleinen Lasten vermutlich nicht zulässig, weil das schlaife Seil unter seinem Eigengewicht durchaus keine gerade Linie darstellt. Der reale Ablenkwinkel γ wird durch den Seildurchhang über den gesamten Verlauf größer sein als der Berechnete. Die weitere Annahme, dass das Seil nicht biegestarr ist, gilt nur bei geringen Ablenkungen γ , weil die Steifigkeit einer Ablenkung entgegen wirkt. Durch die Steifigkeit des Seiles ist der reale Ablenkwinkel γ geringer als der berechnete, aber eine Kompensation beider Vernachlässigungen ist sehr unwahrscheinlich. Sicher hingegen ist, dass die Rechnung bei größeren Lasten genauere Ergebnisse liefert als bei kleinen.

3.4 Kompensationsmöglichkeiten

Die naheliegendste Möglichkeit zur Kompensation ist den Seilabgangswinkel α_{SA} im Algorithmus nicht gleich dem Winkel α_{SWT} zu setzen, sondern

$$\alpha_{SA} = \alpha_{SWT} - \gamma.$$

Kapitel 3 Berücksichtigung des Seilabgangswinkels

Die Ablenkung des Seiles γ kann dabei als Tabelle der Seilzugkraft F_S hinterlegt werden und mit dem vorherigen Abtastwert ausgewählt oder interpoliert werden. Optional kann die Tabelle auch mit der Berücksichtigung des Seildurchhanges generiert werden. Diese Möglichkeit zur Kompensation ist beim vorhandenen System mit vertretbarem Aufwand realisierbar.

Eine weitere Möglichkeit den Fehler zu minimieren ist in Gleichung (3.6) ersichtlich. Wird der konstante Faktor vor dem Seilabgangswinkel γ zu 0, so wird auch der Fehler zu 0:

$$\frac{\Delta F_S}{F_S} = \frac{l_{mTx} \cos \alpha_{SWT} - l_{mTy} \sin \alpha_{SWT}}{\underbrace{l_{mTx} \sin \alpha_{SWT} + l_{mTy} \cos \alpha_{SWT}}_{\rightarrow 0}} \cdot \gamma = 0.$$

Für den relevanten Bereich von $\alpha_{SWT} = 0 \dots \frac{\pi}{2}$ ist der Nenner immer ungleich 0. Der Zähler kann zu 0 werden. Die erste Möglichkeit ist die Windengeometrie zu verändern (beispielsweise l_{mTy}):

$$\begin{aligned} l_{mT} \cos \alpha_{SWT} - l_{mTy} \sin \alpha_{SWT} &= 0 \\ l_{mTy} &= l_{mT} \cdot \cot \alpha_{SWT}. \end{aligned}$$

Dieser Ansatz ist für einen LHM 420 nicht praxistauglich, weil die Windengeometrie festlegt, dass $l_{mTy} \approx l_{mT}$ gilt, aber der Cotangens von $\alpha_{SWT} \approx 80^\circ$ gleich 0,18 ist. Alternativ kann auch die Position der Winde am Kran geändert werden, so dass der Zähler zu 0 wird:

$$\begin{aligned} l_{mT} \cos \alpha_{SWT} - l_{mTy} \sin \alpha_{SWT} &= 0 \\ \alpha_{SWT} &= \arctan \frac{l_{mT}}{l_{mTy}}. \end{aligned}$$

Praktisch würde dies beim LHM 420 bedeuten, dass der Winkel α_{SWT} halb so groß wird und etwa $\alpha_{SWT} \approx 40^\circ$ beträgt. Auch diese konstruktive Maßnahme ist nur mit sehr hohem Aufwand umsetzbar. Realistisch umsetzbar hingegen ist eine Veränderung aller Parameter so, dass

$$l_{mT} \cos \alpha_{SWT} - l_{mTy} \sin \alpha_{SWT} \approx 0$$

gilt.

Abbildung 3.4 zeigt, wie sich der relative Fehler $\frac{\Delta F_S}{F_S}$ bei Variation von α_{SWT} und $\frac{l_{mT}}{l_{mTy}}$ verändert. Angenommen ist eine Ablenkung des Seiles um $\gamma = 2,4^\circ$; dies entspricht in etwa jener Ablenkung, welche bei angehängtem Spreader ($\approx 12t$) auftritt. Der eingezeichnete Punkt „Aktuelles System“ zeigt, wo sich das beim LHM 420 aktuell eingesetzte

System befindet. Der effizienteste Weg zur Minimierung des relativen Fehlers ist den aktuellen Punkt entlang des Gradienten in Richtung 0 zu verschieben. Da aber eine Veränderung des Winkels α_{SWT} konstruktiv aufwändig ist, empfiehlt sich eine Veränderung des Verhältnisses $\frac{l_{mT}}{l_{mTy}}$.

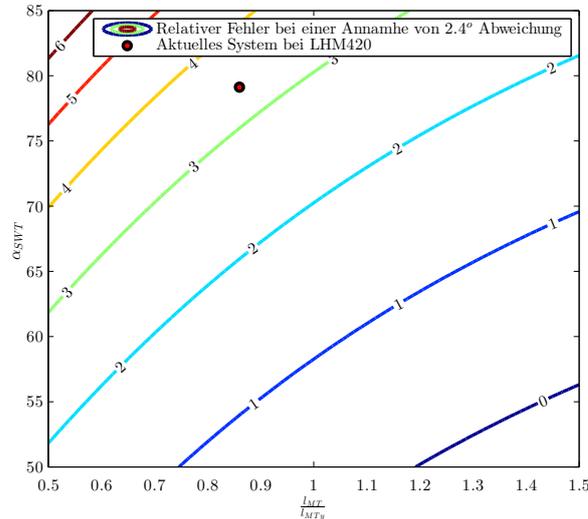


Abbildung 3.4: Konturdiagramm des relativen Fehlers $\frac{\Delta F_S}{F_S}$ als Funktion des Winkels α_{SWT} und des Verhältnisses $\frac{l_{mT}}{l_{mTy}}$ bei einer Ableitung von $\gamma = 2,4^\circ$.

3.5 Reale Messung

Folgend wird die Berechnung des Seilabgangswinkels α_{SA} messtechnisch validiert um zu überprüfen ob eine algorithmische Kompensation (siehe Abschnitt 3.4) möglich ist.

Zur messtechnischen Validierung wird die Änderung des Seilabgangswinkels γ bei verschiedenen Lasten gemessen und so überprüft, ob Abbildung 3.2 mit der Realität übereinstimmt. Dieser Schritt ist unbedingt erforderlich, da bei der Berechnung in Abschnitt 3.2 mehrere vereinfachende Annahmen getroffen wurden.

Für die Messungen wurde ein LHM 180 mit einer Winde verwendet.

3.5.1 Versuchsfahrten

Bei verschiedenen Lasten wird der Seilabgangswinkel durch Messung der Distanz der Schlaffseilsicherung und einem Fixpunkt auf der Winde berechnet. Die direkte Messung des Winkels hätte gegenüber der Distanzmessung den Nachteil, dass diese am Kran nur

Kapitel 3 Berücksichtigung des Seilabgangswinkels

mit großem konstruktiven Aufwand oder einer vergrößerten Messunsicherheit verbunden ist. Die Umrechnung der gemessenen Distanz auf den Winkel γ erfolgt mit den Geometriedaten der Winde.

Um etwaige Unsicherheiten durch den Effizienzfaktor der Seilrollen η zu minimieren wird ein Punkt im Raum jeweils mit dem Hubwerk von oben (senken) und von unten (heben) angefahren. Die Ausladung des Auslegers ist möglichst gering um das Pendeln der Last aufgrund der endlichen Kransteifigkeit zu minimieren. Besonderes Augenmerk wird auf den Lastbereich im untersten Drittel gelegt, weil die Berechnung einen großen Ablenkwinkel γ für kleine Lasten liefert.

3.5.2 Ergebnisse

In Tabelle 3.1 sind die Ergebnisse der neun Versuchsfahrten zusammengefasst. Die graphische Zusammenfassung ist in Abbildung 3.5 gegeben. Abgebildet ist der laut Gleichung (3.5) berechnete und der gemessene Winkel γ . Zusätzlich ist eine Ausgleichsfunktion für die Messdaten eingezeichnet. Als Ansatz für die Ausgleichsfunktion wird die Kehrwertfunktion

$$\gamma = f_A(F_S) = \frac{k_A}{F_S} \quad (3.7)$$

gewählt. Der Zusammenhang zwischen der Seilzugkraft je Seil F_S und dem Ablenkwinkel des Seiles γ ist nichtlinear und durch den zu bestimmenden Ausgleichs-Parameter k_A bestimmt. Wird $\frac{1}{F_S}$ anstatt von F_S als Eingangsgröße interpretiert, so kann der Parameter k_A mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate [siehe Ste94, Abschnitt 4.1] bestimmt werden.

Der Vergleich zwischen Berechnung und Messung in Abbildung 3.5 zeigt, dass die Messwerte gut mit der Berechnung aus Abschnitt 3.2 überein stimmen. Daraus folgt, dass die getroffenen Vereinfachungen zulässig sind und das prinzipielle Systemverhalten ausreichend genau modelliert wird.

3.6 Algorithmische Kompensation

Da die Modellierung des Seilabgangswinkels γ brauchbare Ergebnisse liefert, wird in diesem Abschnitt versucht den durch die Schlaffseilsicherung verursachten Fehler zu kompensieren.

Zur Kompensation wird im Algorithmus bei der Umrechnung der Kraft der KML in die Seilzugkraft an der Winde eine Änderung vorgenommen: anstatt des Winkels zwischen

Tabelle 3.1: Gemessene Änderung des Seilabgangswinkels γ . Verwendet wurden geeichte Gewichte mit einer Genauigkeit von ± 20 kg und das Lastaufnahmemittel samt Drahtseilschlaufen wird mit einem Gewicht von 1983 kg abgeschätzt. In der Spalte *Gewicht* ist die Masse der Last inklusive des Lastaufnahmemittels und Drahtseilschlaufen eingetragen.

Messung	Gewicht m_L in kg	Gemessener Winkel γ in $^\circ$	
		heben	senken
1	11883	2.1	2.1
2	21783	0.7	1.4
3	31533	0.7	0.7
4	41383	0.0	0.4
5	4533	4.2	4.8
6	7433	2.7	3.4
7	3413	5.7	5.9
8	8863	2.3	2.5
9	1983	9.2	10.0

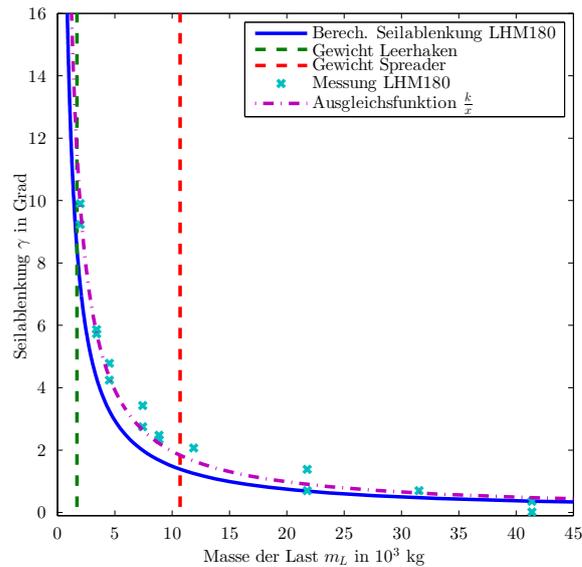


Abbildung 3.5: Gemessener und berechneter Seilabgangswinkel bei einem LHM 180 mit einer Winde.

Winde und Turmspitze α_{SWT} wird der kompensierte Winkel $\alpha_{\text{SWT}} - \gamma$ verwendet. Durch die Approximation der nichtlinearen Funktion (3.5) mit der Kehrwertfunktion (3.7) wird der Korrekturwinkel γ anhand der berechneten Kraft des vorigen Zeitschrittes berechnet. Die Stabilität der eingeführten Dynamik durch Verwendung des Ergebnisses des vorigen

Kapitel 3 Berücksichtigung des Seilabgangswinkels

Zeitschritt zur Berechnung des aktuellen wurde empirisch überprüft.

Abbildungen 3.6 und 3.7 zeigen den Vergleich des aktuellen Messsystems mit der zusätzlichen Kompensation des Seilabgangswinkels. Abbildung 3.6 zeigt einerseits die optimale, gewünschte Kennlinie des Kranes und andererseits die Ergebnisse des aktuellen und des neuen Algorithmus. Verwendet wurden die Messdaten aus den neun Versuchsfahrten in Abschnitt 3.5. Um die Algorithmen vergleichen zu können, wird ihr Ergebnis für die Seilzugkraft am Ende der Berechnung kalibriert. Verwendet werden hierfür das Gewicht des Leerhakens ($\approx 2 \cdot 10^3$ kg) und das Gewicht der Maximallast ($\approx 42 \cdot 10^3$ kg). Der Unterschied der beiden Algorithmen ist in Abbildung 3.6 kaum ersichtlich. Aus diesem Grund ist in Abbildung 3.7 der Fehler der Algorithmen zur idealen Kennlinie beim Heben und Senken abgebildet.

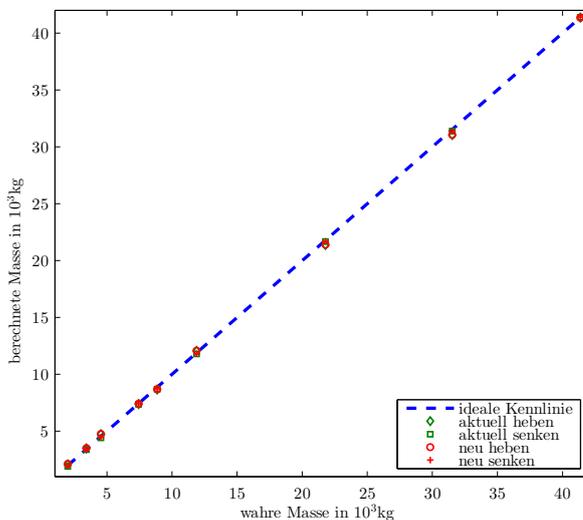


Abbildung 3.6: Vergleich der Algorithmen zur Messung der Last des Kranes mit und ohne Kompensation des Seilabgangswinkels.

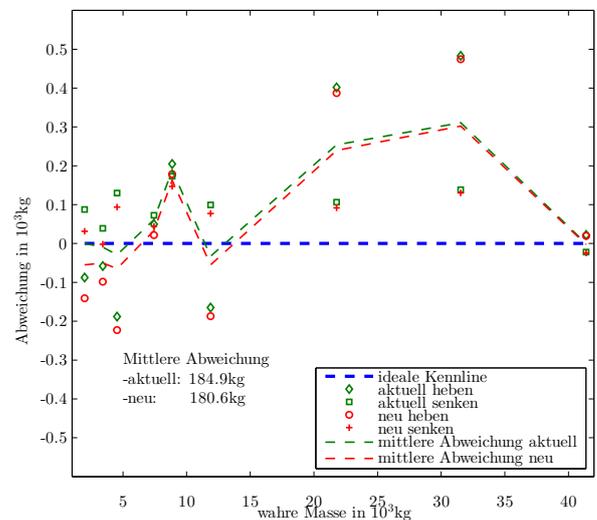


Abbildung 3.7: Vergleich der absoluten Fehler zur idealen Kennlinie des Kraftmesssystems mit und ohne Kompensation des Seilabgangswinkels.

Wie in Abbildung 3.7 ersichtlich bringt die zusätzliche Kompensation des Seilabgangswinkels keine merkliche Verbesserung der Genauigkeit bei der Messung der Masse. Da der zur Kompensation notwendige Winkel γ korrekt berechnet wird (vgl. Abbildung 3.5), liegt das Versagen der Kompensation wahrscheinlich in einem fehlerhaften Ansatz zur Umrechnung der Kraft der KML in die Seilzugkraft an der Winde.

Beim Ansatz zum Umrechnen der Kraft der KML in eine Seilzugkraft wurde die Winde gedanklich vor der Schlaffseilsicherung freigeschnitten und mit dem Ansatz $\sum M = 0$ die Seilzugkraft berechnet. Wenn beachtet wird, dass die Schlaffseilsicherung an der Seilwinde befestigt ist ergibt sich, dass die Rückwirkkraft der Schlaffseilsicherung auf die Seilwinde nicht berücksichtigt wird. Aus diesem Grund muss das Freischneiden oberhalb

der Schlaffseilsicherung erfolgen oder die Rückwirkkraft auf die Seilwinde berücksichtigt werden. Wenn gedanklich oberhalb der Schlaffseilsicherung freigeschnitten wird, so ergibt sich, dass die Schlaffseilsicherung keinen realen Einfluss auf die Berechnung der Masse der Last besitzt. Zu berücksichtigen ist jedoch ein Seildurchhang aufgrund des Eigengewichts des Seiles.

3.7 Zusammenfassung

Das mit einer einfachen Rechnung erhaltene Modell des Verhaltens der Schlaffseilsicherung wurde mit Erfolg messtechnisch verifiziert. Die algorithmische Kompensation des Seilabgangswinkels konnte nicht erfolgreich abgeschlossen werden, da vermutlich beim Umrechnen der Kraft der KML in die Seilzugkraft das Freischneiden der Winde fehlerhaft ist.

Kapitel 4

Dynamik der Last

Im Folgenden wird untersucht wie der Einfluss der Dynamik der Last auf die Lastmessung vermindert werden kann. Dafür werden verschiedene Filtertypen hinsichtlich der Qualität der Filterung und des Aufwandes untersucht. Bei den modellgestützten Ansätzen wird das Modell des Kranes mit der Last sukzessive bis zum räumlichen, mathematischen Pendel¹ an der Auslegerspitze mit den Steuersignalen der Aktuatoren als Eingangsgrößen hergeleitet. Die sukzessive Herleitung hat den Vorteil, dass auftretende Probleme kausal zugewiesen werden können.

4.1 Konventionelle Filterung

Das Pendeln der Last am Kran erzeugt im Signal der KML unerwünschtes Schwingen. Abbildung 4.1 zeigt die Störung im Signal der Seilkraft.

Ein Ansatz zur Kompensation der Schwingungen im Signal ist dieses mit einem digitalen Kompensations-Filter zu verarbeiten. Die Schwingung besitzt, wie beispielsweise in Abbildung 4.1 abgebildet, eine Periodendauer von etwa $T_s=15$ s. Die theoretische Näherungslösung für die Periodendauer eines mathematischen Pendels lautet

$$T_s = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l_P}{g}}$$

und beträgt bei einer minimalen Seillänge von 8 m 5,6 s und bei der maximalen Seillänge von 66 m 16,3 s. Die reale Periodendauer der Schwingung ist zusätzlich abhängig vom Auslegerwinkel φ_A (Kransteifigkeit) und der Masse der Last m_L , wird aber im Bereich von 15 s liegen. Das Filter müsste so ausgelegt sein, dass Frequenzen im Bereich von $f_s = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{15\text{s}} = 0.067$ Hz aus dem Signal herausgefiltert, bzw. stark gedämpft werden.

¹Beim mathematischen Pendel wird das Seil als masseloser Stab modelliert und die Masse punktförmig angenommen.

Kapitel 4 Dynamik der Last

Bei einer Abtast-Periode von $T_a = 25$ ms entspricht dies einer normierten Frequenz $\tilde{\Theta}_s$ der Fouriertransformation für zeitdiskrete Signale (DTFT) von

$$\tilde{\Theta}_s = \frac{\Theta_s}{\pi} = 2 \cdot f_s \cdot T_a = 2 \cdot 0,067 \text{ Hz} \cdot 0,025 \text{ s} = 0,00335.$$

Der interessante Teil des Spektrums des Lastsignals liegt bei $\Theta = 0$ weil das Ziel der Filterung ein konstanter Wert für die Last ist. Die zu dämpfende Frequenz, bzw. der Bereich liegt sehr nahe am Nutzsignal und daraus ergibt sich die erste Herausforderung beim Entwurf des Filters. Das Filter muss zwischen Nutz- und Störsignal sehr steil abfallen.

Eine weitere Herausforderung beim Entwurf ergibt sich aus der Forderung, dass die Einschwingdauer des Filters nicht zu groß sein darf. Es gilt die Frequenz der Schwingung herauszufiltern aber das Filter darf hohe Frequenzanteile nicht komplett dämpfen, weil dadurch die Anstiegszeit beim Heben der Last zu groß wird. Zusätzlich soll ungewolltes Rauschen im Bereich $\tilde{\Theta} \rightarrow 1$ unterdrückt werden. Ein mögliches Spektrum eines solchen Filters ist in Abbildung 4.2 dargestellt.

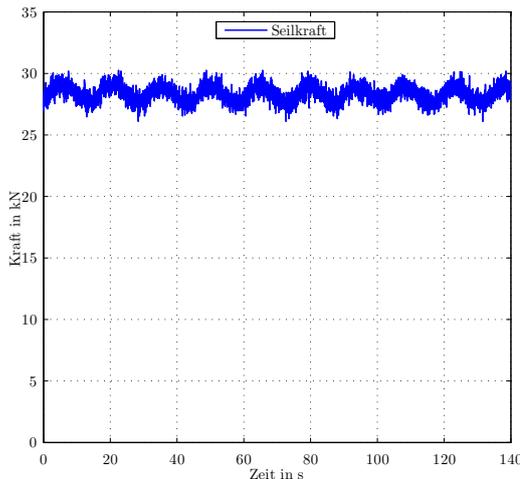


Abbildung 4.1: Seilzugkraft des pendelnden Leerhakens.

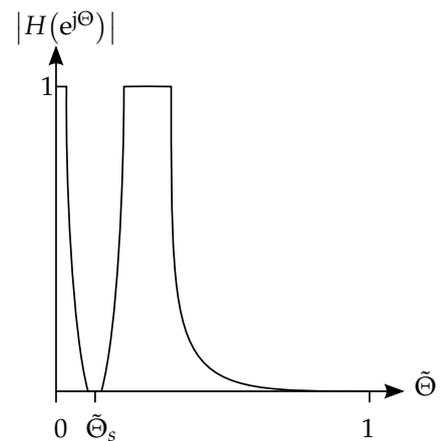


Abbildung 4.2: Gewünschtes Amplitudenspektrum des Filters.

Eine Möglichkeit zum Erleichtern der Anforderung an die Steilheit des Filters wäre, die Abtastrate k und damit auch die Abtastperiodendauer um den Faktor m zu erhöhen:

$$\tilde{F}_{\text{Seil},k} = F_{\text{Seil},m \cdot k} \quad m \in \mathbb{N}$$

Die Änderung des Spektrums durch eine Verminderung der Abtastrate ist in Abbildung 4.3 dargestellt. Das Frequenzspektrum verbreitert sich und die Signalanteile des Rauschens werden zurück ins Nutzspektrum gespiegelt. Dadurch muss die Flanke eines

4.1 Konventionelle Filterung

Filters welche die Pendelbewegung im Signal der Seilzugkraft herausfiltert weniger steil sein und dadurch eine geringere Ordnung besitzen. Der Vorteil einer geringen Ordnung und dadurch einer schnelleren Anstiegszeit ist aber hinfällig, weil durch die geringere Abtastrate das Filter im Zeitbereich umso langsamer operiert.

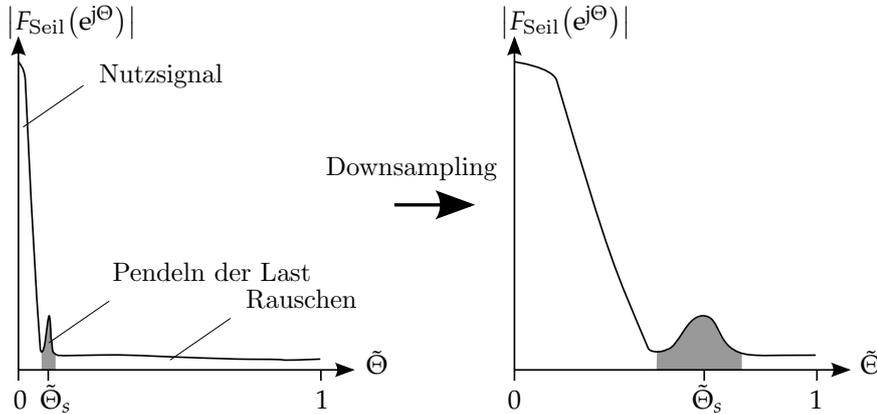


Abbildung 4.3: Auswirkung des Downsampling im Frequenzbereich. Schematische Darstellung des einseitigen Spektrums der DTFT der Seilzugkraft.

Eine Möglichkeit ein Filter, wie in Abbildung 4.2 zu entwerfen ist der Entwurf eines FIR²-Filters mit Vorgabe des gewünschten Verlaufes im Frequenzbereich an diskreten Stellen. Die Optimierungsaufgabe dazu kann mit einem Linearen Programm formuliert werden. Das somit erhaltenen Filter wird eine hohe Ordnung besitzen, welche in einer großen Gruppenlaufzeit resultiert. Dies kann mit dem Lösen einer weiteren Optimierungsaufgabe und dem Umwandeln in ein IIR³-Filter umgangen werden. Der Entwurf eines solchen Filters ist durch die Nebenbedingung der geringen Anstiegszeit eine anspruchsvolle Aufgabe.

Da beim realen Kran wesentlich mehr Messgrößen als nur das Signal der KML vorliegen, kann das Problem der Lastfilterung modellgestützt formuliert werden. Dies bringt den Vorteil, dass die Qualität der Filterung gleich bleibt, aber die Anstiegszeit wesentlich geringer ist. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit auf den Entwurf eines konventionellen Filters verzichtet.

²FIR: *finite impulse response* – endliche Impulsantwort

³IIR: *infinite impulse response* – unendliche Impulsantwort

4.2 Pendel in der Ebene

Folgend wird die Dynamik der Last modellbasiert kompensiert, wobei das zugrundeliegende Modell das Pendel in der Ebene ist. Dieses Modell der pendelnden Last ist zwar für eine reale Anwendung noch zu vereinfacht, weil Beschleunigungssignale der Auslegerspitze nicht bekannt sind, aber es wird überprüft, ob die Zustandsschätzung ein sinnvolles Mittel zur Verbesserung der Lastmessung ist.

Weiters werden verschiedene Zustandsschätzer verglichen um Vor- und Nachteile aufzuzeigen.

4.2.1 Modellbildung

Die Bewegungsgleichung eines mathematischen Pendels in der Ebene wird mit dem Formalismus von Lagrange, wie in [Woe11; Hof04] beschrieben, hergeleitet. In Abbildung 4.4 ist eine Skizze des Pendels dargestellt. Zu bemerken ist, dass der Aufhängungspunkt, welcher die Auslegerspitze repräsentiert frei beweglich ist.

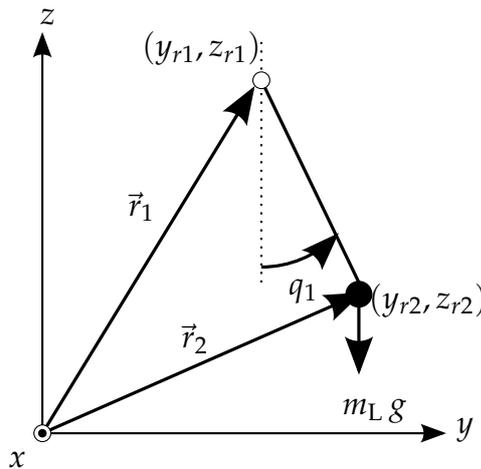


Abbildung 4.4: Skizze des Pendels mit veränderlichem Aufhängungspunkt.

Der Ortsvektor \vec{r}_1 zur Auslegerspitze und der Ortsvektor zur Lastmasse \vec{r}_2 sind mit

$$\vec{r}_1 = [y_{r1} \quad z_{r1}]^T \quad \text{und} \quad \vec{r}_2 = [y_{r2} \quad z_{r2}]^T$$

definiert.

4.2 Pendel in der Ebene

Die Zwangsbedingung beschreibt, dass der Abstand zwischen der Auslegerspitze und der Lastmasse genau der freien Pendellänge l_P entspricht. Die Zwangsbedingung g_1 ist rheonom⁴(die Pendellänge wird durch das Hubwerk verändert) und holonom⁵ und lautet:

$$g_1(\vec{r}_1, \vec{r}_2, l_P) : |\vec{r}_2 - \vec{r}_1| - l_P = 0$$

bzw.

$$g_1(\vec{r}_1, \vec{r}_2, l_P) : (y_{r2} - y_{r1})^2 + (z_{r2} - z_{r1})^2 - l_P^2 = 0. \quad (4.1)$$

Zur vollständigen Beschreibung des Systems wird genau eine generalisierte Koordinate q_1 benötigt, weil sich der Freiheitsgrad n eines Systems von N Massenpunkten in der Ebene mit k Zwangsbedingungen aus

$$n = 2N - k = 2 \cdot 1 - 1 = 1$$

errechnet. Als generalisierte Koordinate q_1 wird der Winkel zwischen dem Seil und der Vertikalen gewählt. Der Ortsvektor \vec{r}_2 berechnet sich damit zu

$$\vec{r}_2 = \begin{bmatrix} y_{r1} + l_P \sin q_1 \\ z_{r1} - l_P \cos q_1 \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

Mit Gleichung (4.2) kann überprüft werden, ob q_1 eine echte generalisierte Koordinate ist. Dazu muss die Zwangsbedingung (4.1) zu einer Identität werden:

$$\begin{aligned} g_1(\vec{r}_1, \vec{r}_2, l_P) &: (y_{r2} - y_{r1})^2 + (z_{r2} - z_{r1})^2 - l_P^2 = 0 \\ g_1(\vec{r}_1, q_1, l_P) &: \left(\underbrace{y_{r1} + l_P \sin q_1 - y_{r1}}_{y_{r2}} \right)^2 + \left(\underbrace{z_{r1} - l_P \cos q_1 - z_{r1}}_{z_{r2}} \right)^2 - l_P^2 = 0 \\ &: l_P^2 \left(\underbrace{\sin^2 q_1 + \cos^2 q_1}_1 \right) - l_P^2 = 0 \equiv 0 \quad \forall q_1 \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

Die kinetische Energie T der Last berechnet sich mit dem Geschwindigkeitsvektor der Last $\dot{\vec{r}}_2$ zu

$$T = \frac{1}{2} m_L \dot{\vec{r}}_2^2.$$

⁴Rheonome Zwangsbedingungen sind solche, die von der Zeit t abhängen.

⁵Holonome Zwangsbedingungen sind solche, die sich in Gleichungsform anschreiben lassen.

Kapitel 4 Dynamik der Last

Die Gewichtskraft wird im Potential V mit

$$F_{\text{GL}} = \begin{bmatrix} 0 \\ -m_{\text{L}}g \end{bmatrix} = -\text{grad}_{r_2} V$$
$$V = \int_0^{z_{r2}} m_{\text{L}}g \, dz = m_{\text{L}}g z_{r2} = m_{\text{L}}g (z_{r1} - l_{\text{P}} \cos q_1)$$

berücksichtigt.

Mit der kinetischen Energie T und dem Potential V ergibt sich die Lagrange-Funktion L zu

$$L = T - V,$$

mit welcher aus der Lagrange-Gleichung:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_1} = 0,$$

die Bewegungsgleichung

$$\frac{d\dot{q}_1}{dt} = - \left(\frac{\ddot{y}_{r1} \cos q_1 + \ddot{z}_{r1} \sin q_1 + 2\dot{q}_1 \dot{l}_{\text{P}} + g \sin q_1}{l_{\text{P}}} \right) \quad (4.3)$$

folgt.

Die Bewegungsgleichung (4.3) benötigt als Eingangsgrößen die Beschleunigung der Auslegerspitze in y-Richtung \ddot{y}_{r1} , die Beschleunigung der Auslegerspitze in z-Richtung \ddot{z}_{r1} und die Geschwindigkeit des Seiles \dot{l}_{P} ; l_{P} kann durch Integration von \dot{l}_{P} bestimmt werden.

Als Ausgangsgröße ist die Zwangskraft des Seiles interessant, weil damit ermittelt wird, wie sich Bewegungen der Last auf die Seilzugkraft auswirken. Die Zwangskraft $\left| \vec{Z} \right|$ wird durch Abarbeiten der folgenden Schritte ermittelt.

- Ansatz: Zwangskräfte weisen immer in Richtung des Gradienten der Zwangsbedingung [siehe Hof04] und ihr Betrag hängt vom Lagrange-Multiplikator λ ab.

Mit dem Ansatz ergibt sich für die Zwangskraft \vec{Z} :

$$\vec{Z} = \lambda \cdot \text{grad}_{r_2} g_1 = \begin{bmatrix} 2 \cdot \lambda \cdot (y_{r2} - y_{r1}) \\ 2 \cdot \lambda \cdot (z_{r2} - z_{r1}) \end{bmatrix}, \quad (4.4)$$

wobei die skalare, zeitabhängige und unbekannte Funktion λ der sogenannte Lagrange-Multiplikator ist.

Die Bewegungsgleichungen

$$\begin{aligned} m_L \cdot \ddot{y}_{r2} &= Z_y, \\ m_L \cdot \ddot{z}_{r2} &= Z_z - m_L \cdot g \end{aligned}$$

lauten mit (4.4) in kartesischen Koordinaten

$$\begin{aligned} m_L \cdot \ddot{y}_{r2} &= 2 \cdot \lambda \cdot (y_{r2} - y_{r1}), \\ m_L \cdot \ddot{z}_{r2} &= 2 \cdot \lambda \cdot (z_{r2} - z_{r1}) - m_L \cdot g. \end{aligned} \quad (4.5)$$

- Zweifache zeitliche Ableitung der Zwangsbedingung zur Elimination von λ .

Die erste Ableitung ergibt:

$$\begin{aligned} g_1 : (y_{r2} - y_{r1})^2 + (z_{r2} - z_{r1})^2 - l_P^2 &= 0, \\ \dot{g}_1 : 2(y_{r2} - y_{r1})(\dot{y}_{r2} - \dot{y}_{r1}) + 2(z_{r2} - z_{r1})(\dot{z}_{r2} - \dot{z}_{r1}) - 2l_P\dot{l}_P &= 0. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Die zweite Ableitung von (4.6) lautet:

$$\begin{aligned} \ddot{g}_1 : \quad 2 \cdot (\dot{y}_{r2} - \dot{y}_{r1})^2 + 2 \cdot (y_{r2} - y_{r1}) \cdot (\ddot{y}_{r2} - \ddot{y}_{r1}) \\ + 2 \cdot (\dot{z}_{r2} - \dot{z}_{r1})^2 + 2 \cdot (z_{r2} - z_{r1}) \cdot (\ddot{z}_{r2} - \ddot{z}_{r1}) \\ - 2 \cdot \dot{l}_P^2 - 2 \cdot l_P \cdot \ddot{l}_P = 0. \end{aligned} \quad (4.7)$$

- Bestimmung von λ als Funktion der kartesischen Koordinaten und ihrer Ableitungen.

Wird in der zweifachen zeitlichen Ableitung der Zwangsbedingung (4.7) für \ddot{y}_{r2} und \ddot{z}_{r2} die umgeformten kartesischen Bewegungsgleichungen aus (4.5) eingesetzt, kann der Lagrange-Multiplikator λ bestimmt werden:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_{r2} &= \frac{2}{m_L} \cdot \lambda \cdot (y_{r2} - y_{r1}) \\ \ddot{z}_{r2} &= \frac{2}{m_L} \cdot \lambda \cdot (z_{r2} - z_{r1}) - g \end{aligned} \quad \text{aus (4.5)}$$

$$\begin{aligned} \ddot{g}_1 : \quad 2 \cdot (\dot{y}_{r2} - \dot{y}_{r1})^2 + 2 \cdot (y_{r2} - y_{r1}) \cdot \left(\frac{2}{m_L} \cdot \lambda \cdot (y_{r2} - y_{r1}) - \ddot{y}_{r1} \right) \\ + 2 \cdot (\dot{z}_{r2} - \dot{z}_{r1})^2 + 2 \cdot (z_{r2} - z_{r1}) \cdot \left(\frac{2}{m_L} \cdot \lambda \cdot (z_{r2} - z_{r1}) - g - \ddot{z}_{r1} \right) \\ - 2 \cdot \dot{l}_P^2 - 2 \cdot l_P \cdot \ddot{l}_P = 0. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Der Ausdruck (4.8) wird auf den Lagrange-Multiplikator λ umgeformt:

$$\begin{aligned} \ddot{g}_1 : \quad & 2 \cdot (\dot{y}_{r2} - \dot{y}_{r1})^2 + 2 \cdot (\dot{z}_{r2} - \dot{z}_{r1})^2 \\ & - 2 \cdot (y_{r2} - y_{r1}) \cdot \ddot{y}_{r1} - 2 \cdot (z_{r2} - z_{r1}) \cdot (g + \ddot{z}_{r1}) \\ & - 2 \cdot \dot{l}_P^2 - 2 \cdot l_P \cdot \ddot{l}_P \\ & + 2 \cdot \underbrace{\left((y_{r2} - y_{r1})^2 + (z_{r2} - z_{r1})^2 \right)}_{l_P^2} \cdot \frac{2}{m_L} \cdot \lambda = 0 \\ \lambda = \frac{m_L}{2 \cdot l_P^2} \cdot & \left((y_{r2} - y_{r1}) \cdot \ddot{y}_{r1} + (z_{r2} - z_{r1}) \cdot (g + \ddot{z}_{r1}) + \dot{l}_P^2 + l_P \cdot \ddot{l}_P \right. \\ & \left. - (\dot{y}_{r2} - \dot{y}_{r1})^2 - (\dot{z}_{r2} - \dot{z}_{r1})^2 \right) \quad (4.9) \end{aligned}$$

- Umformung des Lagrange-Multiplikators als Funktion der generalisierten Koordinaten.

Werden die kartesischen Koordinaten y_{r2} und z_{r2} und ihre Ableitungen mit der generalisierten Koordinate q_1 und \dot{q}_1 aus (4.9) ausgedrückt, so ergibt sich für λ :

$$\begin{aligned} y_{r2} &= y_{r1} + l_P \cdot \sin q_1 & \dot{y}_{r2} &= \dot{y}_{r1} + \dot{l}_P \cdot \sin q_1 + l_P \cdot \dot{q}_1 \cdot \cos q_1 \\ z_{r2} &= z_{r1} - l_P \cdot \cos q_1 & \dot{z}_{r2} &= \dot{z}_{r1} - \dot{l}_P \cdot \cos q_1 + l_P \cdot \dot{q}_1 \cdot \sin q_1 \\ \lambda &= \frac{m_L}{2 \cdot l_P} \left(\dot{y}_{r1} \cdot \sin q_1 - (g + \ddot{z}_{r1}) \cdot \cos q_1 + \ddot{l}_P - l_P \cdot \dot{q}_1^2 \right) \quad (4.10) \end{aligned}$$

- Ermittlung des Betrages der Zwangskraft. In (4.4) ist die vektorielle Zwangskraft in kartesischen Koordinaten gegeben, interessant ist jedoch nur ihr Betrag. Der Betrag der Zwangskraft $|\vec{Z}|$ in der generalisierten Koordinate q_1 ausgedrückt ergibt sich als:

$$\begin{aligned} |\vec{Z}| &= \sqrt{(2 \cdot \lambda)^2 \cdot \left((y_{r2} - y_{r1})^2 + (z_{r2} - z_{r1})^2 \right)} \\ &= m_L \cdot \sqrt{\left(\dot{y}_{r1} \cdot \sin q_1 - (g + \ddot{z}_{r1}) \cdot \cos q_1 + \ddot{l}_P - l_P \cdot \dot{q}_1^2 \right)^2}. \quad (4.11) \end{aligned}$$

Wie in (4.11) ersichtlich, wird zur Bestimmung der Seilzugkraft eine weitere Eingangsgröße, \ddot{l}_P , benötigt. Alle Eingangsgrößen wirken sich direkt auf die Zwangskraft aus.

Für den standardisierten Entwurf von Zustandsbobachtern wird ein Zustandsraummodell mit einem System von Differentialgleichungen (DGLen) erster Ordnung benötigt. Die

Tabelle 4.1: Systemausgänge beim ebenen Pendel ohne Hydraulik.

Ausgang	Modell	Zustandsraummodell
y_1	q_1	x_1
y_2	\dot{q}_1	x_2
y_3	$ \vec{Z} $	$x_3 \cdot \sqrt{(u_2 \cdot \sin x_1 - (g + u_3) \cdot \cos x_1 + u_1 - x_4 \cdot x_2^2)^2}$
y_4	y_{r1}	x_6
y_5	z_{r1}	x_8
y_6	l_P	x_3

Zustandsgrößen werden folgendermaßen gewählt:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= q_1 & x_2 &= \dot{q}_1 & x_3 &= m_L \\
 x_4 &= l_P & x_5 &= \dot{l}_P & x_6 &= y_{r1} \\
 x_7 &= \dot{y}_{r1} & x_8 &= z_{r1} & x_9 &= \dot{z}_{r1}
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

Der Zustandsvektor \mathbf{x} fasst die Zustandsgrößen zusammen und lautet:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x} &= [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9]^T, \\
 &= [q_1 \ \dot{q}_1 \ m_L \ l_P \ \dot{l}_P \ y_{r1} \ \dot{y}_{r1} \ z_{r1} \ \dot{z}_{r1}]^T.
 \end{aligned}$$

Dabei fällt auf, dass die Masse m_L als Zustandsgröße gewählt wird (x_3), aber in der Bewegungsgleichung (4.3) nicht vorkommt. Der Grund dafür ist, dass das Modell ein mathematisches Pendel ist und dabei die Masse keine Rolle spielt. Im Zustandsraummodell wird m_L durch eine Zufallsvariable modelliert und durch die Ausgangsgleichung der Seilzugkraft beobachtbar.

Die Eingangsgrößen des Zustandsraummodells lauten:

$$\begin{aligned}
 u_1 &= \ddot{l}_P & u_2 &= \ddot{y}_{r1} & u_3 &= \ddot{z}_{r1} \\
 \mathbf{u} &= [u_1 \ u_2 \ u_3]^T.
 \end{aligned}$$

Als Ausgangsgrößen werden Größen gewählt, welche am Kran messbar sind, damit die eingesetzten Filter ihr internes Modell des Systems möglichst gut mit den realen Messwerten abgleichen können. Diese sind in Tabelle 4.1 aufgelistet.

Aus der Bewegungsgleichung (4.3), der Definition der Zustandsgrößen (4.12) und der Definition der Systemausgänge in Tabelle 4.1 folgt das nichtlineare Mehrgrößen-Zustandsraummodell:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} x_2 \\ - \left(\frac{u_2 \cos x_1 + u_3 \sin x_1 + 2x_2 x_5 + g \sin x_1}{x_4} \right) \\ 0 \\ x_5 \\ u_1 \\ x_7 \\ u_2 \\ x_9 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (4.13a)$$

mit der Ausgangsgleichung

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \cdot \sqrt{(u_2 \cdot \sin x_1 - (g + u_3) \cdot \cos x_1 + u_1 - x_4 \cdot x_2^2)^2} \\ x_6 \\ x_8 \\ x_4 \end{bmatrix}. \quad (4.13b)$$

Das Zustandsraummodell (4.13) kann in eingangs-affiner Form angeschrieben werden:

$$\dot{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} x_2 \\ - \frac{2x_2 x_5 + g \sin(x_1)}{x_4} \\ 0 \\ x_5 \\ 0 \\ x_7 \\ 0 \\ x_9 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{a}(\mathbf{x})} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\cos(x_1)}{x_4} & -\frac{\sin(x_1)}{x_4} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}(\mathbf{x})} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}.$$

4.2.2 Überprüfung der Beobachtbarkeit

Ein nichtlineares, zeitkontinuierliches Mehrgrößensystem ist laut [RZ95, S. 14] dann beobachtbar, wenn die Beobachtbarkeits-Abbildung $\mathbf{q}(\mathbf{x})$ invertierbar und der Zustandsvektor \mathbf{x} eindeutig bestimmbar ist.

Die Beobachtbarkeits-Abbildung $\mathbf{q}(\mathbf{x})$ ist definiert zu [siehe RZ95, S. 14]

$$\mathbf{y} \in \mathbb{R}^p \quad \text{und} \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n,$$

$$\mathbf{q}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1(\mathbf{x}) \\ \mathbf{q}_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \mathbf{q}_p(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \mathbf{q}_i(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} y_i \\ \dot{y}_i \\ \vdots \\ y_i^{(k_i-1)} \end{bmatrix} \quad i = 1, \dots, p \quad \begin{array}{l} k = \sum_{i=1}^p k_i \\ k \geq n \end{array}. \quad (4.14)$$

In der Beobachtbarkeits-Abbildung (4.14) kann die maximale Ableitung je Ausgang $k_i - 1$ frei gewählt werden. Es muss nur sichergestellt sein, dass die Summe der k_i über alle Systemausgänge p größer gleich der Systemordnung n ist. Mit diesem Freiheitsgrad bietet es sich an, eine Auswahl zu treffen, mit welcher einfach überprüfbar ist, ob die Beobachtbarkeits-Abbildung $\mathbf{q}(\mathbf{x})$ eindeutig nach \mathbf{x} aufgelöst werden kann.

Es wird folgende Wahl für $\mathbf{q}(\mathbf{x})$ getroffen:

$$\mathbf{q}(\mathbf{x}) = \underbrace{\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ \dot{y}_4 \\ y_5 \\ \dot{y}_5 \\ y_6 \\ \dot{y}_6 \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{y}}} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \cdot \sqrt{(u_2 \cdot \sin x_1 - (g + u_3) \cdot \cos x_1 + u_1 - x_4 \cdot x_2^2)^2} \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}. \quad (4.15)$$

In (4.15) ist ersichtlich, dass \mathbf{x} bis auf x_3 immer eindeutig aus $\bar{\mathbf{y}}$ berechnet werden kann. Unter der Voraussetzung

$$u_2 \cdot \sin x_1 - (g + u_3) \cdot \cos x_1 + u_1 - x_4 \cdot x_2^2 \neq 0,$$

ist auch x_3 eindeutig bestimmbar und das System beobachtbar. Eine Interpretation dieser Bedingung ist die Aussage, dass die Seilzugkraft nicht 0 sein darf. Da diese Voraussetzung rein mathematisch nicht immer erfüllt ist, ist das System *lokal* beobachtbar. Das autonome System mit $u_1 = u_2 = u_3 = 0$ ist für den relevanten Bereich des Seilwinkels $|x_1| < \frac{\pi}{2}$ immer beobachtbar, weil die Seillänge x_4 und die Erdbeschleunigung g positiv sind.

Eine weitere Möglichkeit die lokale Beobachtbarkeit zu überprüfen folgt aus der Analysis mit dem *Satz von der impliziten Funktion*. Ist der Rang der Jacobimatrix der Beobachtbarkeitsabbildung $\mathbf{q}(\mathbf{x})$ gleich der Systemordnung n , so ist das System lokal beobachtbar.

Kapitel 4 Dynamik der Last

Dieser Ansatz folgt aus der Taylorreihenentwicklung einer nichtlinearen Funktion: in einer lokalen Umgebung kann die Funktion hinreichend genau mit dem konstanten und linearen Term approximiert werden. Zum Umformen der Affinen Approximation auf die Unbekannte \mathbf{x} muss die Jacobimatrix invertierbar sein.

Diese Überprüfung liefert genau die gleiche Aussage; das System ist beobachtbar, wenn die Seilzugkraft ungleich 0 ist.

4.2.3 Diskretisierung

Die Zustandsschätzung wird für den Einsatz auf einer Echtzeit-Steuerung entworfen und daher ist es notwendig das Zustandsraummodell zu diskretisieren. Das Ziel der Diskretisierung ist es das Systemverhalten für ausgewählte, von vornherein bekannte (Abtast-) Zeitpunkte möglichst gut zu beschreiben. Das Ziel ist somit, das System (4.13)

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))$$

mit den gegebenen Anfangswerten

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$$

zu den Zeitpunkten

$$t = k \cdot T_d$$

auswerten zu können, wobei T_d der Diskretisierungs- bzw. Abtastzeit entspricht. Die analytische Lösung lautet:

$$\mathbf{x}((k+1) \cdot T_d) = \mathbf{x}(k \cdot T_d) + \int_{k \cdot T_d}^{(k+1) \cdot T_d} \mathbf{f}(\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau)) \, d\tau \quad \begin{array}{l} k = 0, 1, 2, \dots \\ \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \end{array} .$$

Das Problem beim Auswerten der analytischen Lösung ist das Integral, welches im Allgemeinen nicht geschlossen angegeben werden kann. Dies wird umgangen, indem das Integral numerisch approximiert wird. Bei der Approximation gibt es verschiedene Ansätze, welche beispielsweise in [Hof04; Eng+11] behandelt werden. Sehr häufig wird die Taylor-Reihe als Ansatz zur Entwicklung von Algorithmen verwendet:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t + T_d) &= \mathbf{x}(t) + \frac{T_d}{1!} \dot{\mathbf{x}}(t) + \frac{T_d^2}{2!} \ddot{\mathbf{x}}(t) + \dots + \frac{T_d^m}{m!} \mathbf{x}^{(m)}(t) + \mathcal{O}(T_d^{m+1}) \\ \mathbf{x}(t + T_d) &= \mathbf{x}(t) + \frac{T_d}{1!} \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) + \frac{T_d^2}{2!} \dot{\mathbf{f}}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) + \dots \\ &\quad + \frac{T_d^m}{m!} \mathbf{f}^{(m-1)}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) + \mathcal{O}(T_d^{m+1}) \end{aligned} \quad (4.16)$$

In (4.16) bezeichnet die Zahl m die Ordnung des Algorithmus; sie ist bei Algorithmen der Runge-Kutte Klasse bis zur Ordnung 4 gleich der Anzahl der Funktionsauswertungen. Der Ausdruck $\mathcal{O}(T_d^{m+1})$ steht für das Restglied der Ordnung $m + 1$.

Unabhängig von der gewählten Approximationsmethode erhält man nach der Diskretisierung ein System der Form

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k \cdot T_d) &= \mathbf{x}_k \\ \mathbf{x}(t_0) &= \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{x}_k + \mathbf{F}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, T_d) \end{aligned}$$

wobei die Funktion \mathbf{F} das Integral $\int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{f} \, d\tau$ approximiert. Die Ausgangsgleichung des Zustandsraummodells $\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k)$ bleibt gleich wie im Zeitkontinuierlichen.

Aufgrund des geringen Berechnungsaufwands werden hier ausgewählte Einschrittverfahren, wie beispielsweise in [Hof04, Kap 8.2] oder [Eng+11, Kap 16.3] beschrieben, eingesetzt. Gewählt werden die Verfahren:

- Euler-Verfahren,
- Heun-Algorithmus,
- Klassisches Runge-Kutta-Verfahren,

welche sich durch den Berechnungsaufwand, der Fehlerordnung und im Konvergenzbereich unterscheiden. Tabelle 4.2 gibt einen Überblick über ihre Eckdaten.

Tabelle 4.2: Vergleich der gewählten Einschrittverfahren zur Diskretisierung des Zustandsraummodelles.

Verfahren	Anzahl Funktionsauswertungen	Ordnung des Algorithmus	Ordnung des Restgliedes laut (4.16)
Euler-Verfahren	1	1	$\mathcal{O}(T_d^2)$
Heun-Algorithmus	2	2	$\mathcal{O}(T_d^3)$
Klassisches Runge-Kutta-Verfahren	4	4	$\mathcal{O}(T_d^5)$

4.2.4 Luenberger-Beobachter

Ein untersuchter Beobachertyp ist der Beobachter nach Luenberger für nichtlineare Systeme, wie in [Ada09, Abschnitt 6.3] beschrieben. Die Verstärkungsmatrix \mathbf{G} wird

Kapitel 4 Dynamik der Last

dabei für die Ruhelage \mathbf{x}_R des Systems bei $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ und $q_1 = 0$ berechnet. Der Beobachter besitzt folgende Struktur

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{F}(\hat{\mathbf{x}}_k, \mathbf{u}_k, T_d) + \mathbf{G}(\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_{kk}).$$

Geschätzte Größen sind dabei mit einem Dach, $(\hat{\cdot})$, gekennzeichnet. Zur Berechnung der Verstärkungsmatrix \mathbf{G} werden die Jacobimatritzen

$$\begin{aligned}\mathbf{\Phi} &= \frac{d}{d\mathbf{x}_k} (\mathbf{x}_k + \mathbf{F}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, T_d)) \\ \mathbf{C} &= \frac{d}{d\mathbf{x}_k} (\mathbf{y}_k)\end{aligned}\tag{4.17}$$

benötigt. Die analytischen Jacobi-Matrizen des zeitkontinuierlichen Systems werden unabhängig vom Diskretisierungs-Algorithmus mit einer Computeralgebrasoftware (CAS) berechnet und dienen als Grundlage zur Berechnung von $\mathbf{\Phi}$ und \mathbf{C} .

Die Jacobi-Matrix des zeitdiskreten Systems \mathbf{C} entspricht der Jacobi-Matrix des zeitkontinuierlichen Systems, weil sich durch die Diskretisierung die Ausgangsgleichungen nicht verändern.

Die Jacobi-Matrix $\mathbf{\Phi}$ wird näherungsweise berechnet. Es wird davon ausgegangen, dass das System mittels des Euler-Verfahrens diskretisiert wird:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{x}_k + T_d \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k), \\ \mathbf{\Phi} &= \frac{d}{d\mathbf{x}_k} (\mathbf{x}_k + T_d \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k)) \\ &= \mathbf{I} + T_d \cdot \frac{d}{d\mathbf{x}_k} \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k).\end{aligned}\tag{4.18}$$

Der Term $\frac{d}{d\mathbf{x}_k} \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k)$ entspricht genau der Jacobi-Matrix des zeitkontinuierlichen Systems.

Der Beobachter, bzw. die Verstärkungsmatrix \mathbf{G} , kann nun so entworfen werden, dass die Eigenwerte der Matrix $\mathbf{\Phi}|_{\mathbf{x}_R} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{C}|_{\mathbf{x}_R}$ innerhalb des Einheitskreises liegen. Da es intuitiv oft leichter ist Eigenwerte im Zeitkontinuierlichem zu wählen als im Zeitdiskretem können gewählte Eigenwerte s_i des zeitkontinuierlichen Systems mit

$$z_i = e^{s_i \cdot T_d}$$

in Eigenwerte des zeitdiskreten Systems umgerechnet werden.

Ein systematischer Entwurf der Verstärkungsmatrix \mathbf{G} erweist sich aber als schwierig, da sowohl $\mathbf{\Phi}$, als auch \mathbf{C} nicht konstant und abhängig vom Arbeitspunkt sind. Möglich ist die Verstärkungsmatrix \mathbf{G} als Funktion von $\hat{\mathbf{x}}_k$ zu berechnen und somit konstante Eigenwerte

vorzugeben. Aufgrund des Aufwandes wird darauf verzichtet und die Verstärkungsmatrix \mathbf{G} für einen konstanten Arbeitspunkt gewählt und für den gesamten Zustandsraum unverändert verwendet. Dadurch verändern sich die Eigenwerte des Schätzfehlers laufend und es muss empirisch überprüft werden, ob der Beobachter stabil ist. Die Wahl der Verstärkungsmatrix wird in Abschnitt 4.2.7 getroffen.

4.2.5 Zeitdiskretes Erweitertes Kalman-Filter

Das zeitdiskrete EKF ist eine Erweiterung des Kalman-Filters [siehe Kál60] für nichtlineare Systeme und wird in [Sim06; Ste94; Gel+74; GA08] beschrieben. Die Fortpflanzung des Rauschens wird dabei linear approximiert und das Filter besitzt eine ähnliche Struktur wie der Beobachter nach Luenberger, nur wird die Verstärkungsmatrix des Filters laufend berechnet, sodass der Fehler zwischen den wahren Zustandsgrößen \mathbf{x} und den geschätzten $\hat{\mathbf{x}}$ unter Berücksichtigung von Mess- und Prozessrauschen minimiert wird. Durch das laufende Verändern der Verstärkungsmatrix ist das Filter sowohl im linearen, als auch im nichtlinearen ein zeitvariantes Filter.

Gleich wie im linearen Fall gibt es einen Prädiktions- und Korrektur-Schritt und das System wird dabei in beiden Schritten linearisiert. Beim diskreten EKF wird davon ausgegangen, dass das Zustandsraummodell und die Messungen zeitdiskret sind. Dies trifft hier nicht zu, weil sowohl der reale Kran und das hergeleitete Modell dazu zeitkontinuierlich sind, aber es wird angenommen, dass die Diskretisierung das Modell ausreichend genau abbildet, sodass die Vereinfachung zulässig ist.

Den Ausgangspunkt für das Filter bilden die zeitdiskreten System- und Messgleichungen:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{f}_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{w}_k) & \mathbf{w}_k &\sim \mathcal{N}(0, \mathbf{Q}) \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{v}_k) & \mathbf{v}_k &\sim \mathcal{N}(0, \mathbf{R}) \end{aligned} \quad (4.19)$$

In (4.19) ist \mathbf{w}_k das Prozessrauschen und \mathbf{v}_k das Messrauschen. Beide müssen theoretisch stationär, mittelwertfrei, normalverteilt sein und werden durch die Kovarianzmatrizen \mathbf{Q} und \mathbf{R} charakterisiert. Für den praktischen Einsatz müssen die Verteilungsdichtefunktionen zumindest näherungsweise mit einer Normalverteilung approximierbar sein.

In den Filtergleichungen (4.20) und (4.21) des zeitdiskreten EKF kennzeichnet ein $(.)^-$ prädizierte Größen, welche zwischen den Zeitschritten k und $k - 1$ berechnet werden können. Im Prädiktions-Schritt wird der Zustandsvektor aufgrund der Information des vorherigen Schätzwerts des Zustandsvektors zum Zeitpunkt $k - 1$ und den Systemgleichungen bestimmt. Mit $(.)^+$ gekennzeichnete Größen werden im Korrektur-Schritt berechnet, in welchem der prädizierte Wert des Prädikation-Schrittes durch Vergleichen des gemessenen und prädizierten Systemausganges korrigiert wird.

Die Filtergleichungen des Prädiktion-Schrittes beim zeitdiskreten EKF lauten:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_k^- &= \mathbf{\Phi}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^+ \mathbf{\Phi}_{k-1}^T + \mathbf{L}_{k-1} \mathbf{Q} \mathbf{L}_{k-1}^T \\ \hat{\mathbf{x}}_k^- &= \mathbf{f}_{k-1}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+, \mathbf{u}_{k-1}, \mathbf{0}) \end{aligned} \quad (4.20)$$

Die Gleichungen des Korrektur-Schrittes lauten:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_k^- \mathbf{C}_k^T \left(\mathbf{C}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{C}_k^T + \mathbf{M}_k \mathbf{R} \mathbf{M}_k^T \right)^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_k^+ &= \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{x}}_k^-, \mathbf{u}_k, \mathbf{0})) \\ \mathbf{P}_k^+ &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{C}_k) \mathbf{P}_k^- \end{aligned} \quad (4.21)$$

Die Matrix $\mathbf{\Phi}_k$ in (4.20) entspricht der Jacobimatrix nach den Zuständen \mathbf{x}_k des zeitdiskreten Systems (4.19) und wird gleich wie in (4.18) berechnet. Die Matrix \mathbf{L}_k in (4.20) gibt an, wie das Rauschen \mathbf{w}_k auf das Zustandsraummodell wirkt: $\mathbf{L}_k = \frac{d\mathbf{f}_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{w}_k)}{d\mathbf{w}_k}$. Wenn davon ausgegangen wird, dass das System mittels des Euler-Verfahrens diskretisiert wird und das Prozessrauschen additiv wirkt, bietet es sich an $T_d \cdot \mathbf{I}$ einzusetzen, wobei T_d der Abtastzeit und \mathbf{I} der Einheitsmatrix entspricht.

Die Kovarianzmatrix des Fehlers \mathbf{P} ist definiert zu

$$\mathbf{P} = \mathbb{E} \left\{ (\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}) \cdot (\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})^T \right\} \quad (4.22)$$

und gibt an wie groß die Kovarianz zwischen wahren und geschätztem Zustandsvektor ist. Zu bemerken ist dabei, dass der wahre Zustandsvektor \mathbf{x} nicht bekannt ist, und die Matrix \mathbf{P} somit nur eine Schätzung darstellt.

Die Matrix \mathbf{C}_k in (4.21) ist genau wie in (4.17) die Jacobimatrix der Ausgangsgleichung nach \mathbf{x} . \mathbf{M}_k ist in ihrer Funktion ähnlich der Matrix \mathbf{L}_k und beschreibt, wie das Messrauschen \mathbf{v}_k auf die Messgleichung wirkt. Definiert ist sie zu $\mathbf{M}_k = \frac{d\mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{w}_k)}{d\mathbf{v}_k}$ und bei Annahme von additivem Messrauschen kann die Einheitsmatrix \mathbf{I} gewählt werden.

Die Kalman-Matrix \mathbf{K}_k legt fest, wie stark eine Abweichung zwischen prädiziertem und gemessenem Ausgang \mathbf{y}_k die Korrektur von $\hat{\mathbf{x}}_k^+$ beeinflusst. Ihre Funktion ist vergleichbar mit der Verstärkungsmatrix \mathbf{G} beim Luenberger-Beobachter in Abschnitt 4.2.4.

Die Gleichungen (4.20) und (4.21) stellen ein rekursives Schema zur Berechnung des korrigierten Schätzwertes der Systemzustände \mathbf{x}_k^+ dar. Für den Beginn der Rekursion müssen Schätzwerte für \mathbf{P}_0^+ und $\hat{\mathbf{x}}_0^+$ vorliegen. Für $\hat{\mathbf{x}}_0^+$ bietet sich an alle messbaren Zustandsgrößen für die Initialisierung vorzugeben und den Rest mit $\mathbb{E}\{\mathbf{x}\}$ zu initialisieren. Bei der Initialisierung von \mathbf{P}_0^+ werden nur die Werte der Hauptdiagonale vorgegeben. Sie werden so gewählt, dass die Startwerte von $\hat{\mathbf{x}}_0^+$ im Bereich von $2\sigma_i$ liegen, wobei σ_i die Standardabweichung der i-ten Zustandsgröße ist und \mathbf{P}_0^+ mit den Varianzen σ^2 initialisiert wird. Zu bemerken ist, dass

- die Werte in \mathbf{P}_0^+ auf jeden Fall positiv sein müssen,
- zu kleine Werte die Konvergenzgeschwindigkeit des Filters stark vermindern und die Initialisierungswerte im Zweifelsfall besser zu groß gewählt werden sollten,
- und falls davon ausgegangen wird, dass eine Zustandsgröße zwischen den Schranken a und b beschränkt ist, eine Gleichverteilung vorliegt, welche eine Varianz von $\sigma^2 = \frac{1}{12} (b - a)^2$ besitzt.

Essentielle Größen der Filtergleichungen (4.20) und (4.21) sind die Kovarianzmatrizen \mathbf{Q} und \mathbf{R} des Prozess- und Messrauschens. Ihre Wahl legt fest, wie vertrauenswürdig die Systemgleichungen bzw. die Messwerte sind. Die Kovarianzmatrix des Messrauschens kann systematisch ermittelt werden, indem die Stichprobenvarianz je Sensor berechnet wird. Die Ermittlung der Kovarianzmatrix des Prozessrauschens \mathbf{Q} kann dazu verwendet werden um Eingangsruschen der Stellgrößen \mathbf{u} und Unsicherheiten bei der Modellierung zu berücksichtigen. Das EKF interpretiert alle unerwarteten Signalverläufe als Rauschen; dazu gehören zum Beispiel die endliche Steifigkeit des Krans oder sonstige Einflüsse welche im Modell nicht berücksichtigt sind. Ein erster Ansatz bei der Wahl von \mathbf{Q} ist den Effekt des Eingangsruschens zu vernachlässigen und die Elemente der Hauptdiagonale durch Versuche oder Messfahrten auszuwählen. Dabei kann es hilfreich sein je Hauptdiagonalelement

- eine kleine Zahl vorzugeben, wenn die Zustandsgröße vermutlich gut modelliert wurde,
- eine große Zahl vorzugeben, wenn vermutet wird, dass nicht modellierte Effekte die Zustandsgröße stark beeinflussen,
- und eine Null vorzugeben, wenn angenommen wird, dass der Einfluss von etwaigen nicht modellierten Effekten vernachlässigbar klein ist.

Die konkrete Wahl der Kovarianzmatrizen ist in Abschnitt 4.2.7 beschrieben.

4.2.6 Hybrides Erweitertes Kalman-Filter

Das Hybride EKF ist dem zeitdiskreten EKF ähnlich, nur beruht es auf dem Ansatz, dass das System kontinuierlich und nur die Messungen diskret sind. Dies bildet die realen Verhältnisse besser ab. Ein genauerer Überblick zum Algorithmus ist in [Sim06] zu finden.

Die zugrundeliegenden System- und Messgleichungen lauten:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{w}(t)) & \mathbf{w}(t) &\sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q}) \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{v}_k) & \mathbf{v}_k &\sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{R}) \end{aligned} \quad (4.23)$$

Kapitel 4 Dynamik der Last

Mit (4.23) ergeben sich folgende Filtergleichungen bzw. Integrale für den Prädiktions-Schritt:

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathbf{x}}_k^- &= \hat{\mathbf{x}}(kT_d) = \hat{\mathbf{x}}((k-1)T_d) + \int_{(k-1)T_d}^{kT_d} \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}((k-1)T_d), \mathbf{u}((k-1)T_d), \mathbf{0}) dt \\
 \text{mit} \quad \hat{\mathbf{x}}((k-1)T_d) &= \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ \\
 \mathbf{P}_k^- &= \mathbf{P}(kT_d) = \mathbf{P}((k-1)T_d) + \\
 &\quad \int_{(k-1)T_d}^{kT_d} \mathbf{A}\mathbf{P}((k-1)T_d) + \mathbf{P}((k-1)T_d)\mathbf{A}^T + \mathbf{L}\mathbf{Q}\mathbf{L}^T dt \\
 \text{mit} \quad \mathbf{P}((k-1)T_d) &= \mathbf{P}_{k-1}^+
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

Die Gleichungen des Korrektur-Schrittes lauten:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_k^- \mathbf{C}_k^T \left(\mathbf{C}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{C}_k^T + \mathbf{M}_k \mathbf{R} \mathbf{M}_k^T \right)^{-1} \\
 \hat{\mathbf{x}}_k^+ &= \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{x}}_k^-, \mathbf{u}_k, \mathbf{0})) \\
 \mathbf{P}_k^+ &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{C}_k) \mathbf{P}_k^- (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{C}_k)^T + \mathbf{K}_k \mathbf{M}_k \mathbf{R} \mathbf{M}_k^T \mathbf{K}_k^T
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

In den Gleichungen des Prädiktion-Schrittes (4.24) steht die Matrix \mathbf{A} für die Jacobimatrix des Zustandsraummodells \mathbf{f} nach \mathbf{x}

$$\mathbf{A} = \frac{d}{d\mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{w}),$$

und die Matrix \mathbf{L} für die Jacobimatrix des Zustandsraummodells \mathbf{f} nach \mathbf{w} . Sie kann gleich wie beim Entwurf des zeitdiskreten EKF in Abschnitt 4.2.5 gewählt werden. Die Integration kann mit einem beliebigen numerischen Verfahren oder in Spezialfällen auch analytisch erfolgen.

Die Gleichungen des Korrektur-Schrittes sind nahezu ident wie jene beim zeitdiskreten EKF in Abschnitt 4.2.5 und die Matrizen \mathbf{C}_k und \mathbf{M}_k besitzen die gleiche Bedeutung.

Die Rauschkovarianzmatritzen \mathbf{Q} und \mathbf{R} können bei diesem EKF zu den realen Verhältnissen passend bestimmt und direkt verwendet werden. Für den Rekursionsbeginn gilt gleiches, wie beim zeitdiskreten EKF in Abschnitt 4.2.5.

4.2.7 Vergleich der Ansätze

Die Ansätze zur Zustandsfilterung werden bezüglich ihrer Qualität verglichen. Da diese Algorithmen dynamische Effekte der Seilzugkraft, bzw. der Lastmasse herausfiltern

sollen ist es sinnvoll ein Qualitätsmaß zu wählen, welches nur die Dynamik der gefilterten Seilzugkraft berücksichtigt. Aus diesem Grund wird die Standardabweichung der geschätzten Masse als Qualitätsmaß herangezogen.

$$\sqrt{\text{Var}\{y_3\}} = \sqrt{\text{Var}\{m_L\}} \quad (4.26)$$

Testfahrten

Das Modell kann aufgrund der fehlenden Eingangsgrößen (Beschleunigungssignale unbekannt) und der Beschränkung auf Pendelbewegungen in der Ebene noch nicht bei typischen Verfahrenswegen der Last eingesetzt werden. Aus diesem Grund wird beim Kran die Last über das Wippwerk angeregt und anschließend die Filteralgorithmen mit den Daten des schwingenden Pendels getestet. Der Aufschwingvorgang in den Testfahrten wird nicht für die Filterung verwendet und die Daten werden bei einem LHM 420 mit Leerhaken (ca. 2,9 t Gewicht) aufgezeichnet. Die drei durchgeführten Testfahrten beinhalten Veränderungen der Ausladung und Seillänge und sind in Tabelle 4.3 definiert.

Tabelle 4.3: Testfahrten zum Vergleich der Filtermethoden beim ebenen Pendel ohne Berücksichtigung der Hydraulik.

	Seillänge	Ausladung
Testfahrt 1	12 m	40 m
Testfahrt 2	31 m	38 m
Testfahrt 3	44 m	16 m

Parameter und Startwerte der Filter

Im Folgenden Abschnitt wird aus Gründen der Übersicht auf die Angabe von Einheiten verzichtet und alle Zahlenwerte sind in SI-Einheiten angegeben.

Die Startwerte der vorgestellten Filtertypen werden für alle Filtertypen gleich gewählt und betragen:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Luenberger} \\ \text{zeitdiskretes EKF} \\ \text{hybrides EKF} \end{array} \right\} \hat{\mathbf{x}}_0^+ = \left[y_{1,0} \quad y_{2,0} \quad \frac{y_{3,0}}{g} \quad y_{6,0} \quad 0 \quad y_{4,0} \quad 0 \quad y_{5,0} \quad 0 \right]^T$$

Kapitel 4 Dynamik der Last

Die konstante Verstärkungsmatrix \mathbf{G} des Luenberger-Beobachters wurde durch Versuche ermittelt und so gewählt, dass die Eigenwerte z_i des Systems in der Ruhelage $\mathbf{x}_R = [0 \ 0 \ 10^3 \ 10 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ bei

$$\mathbf{z} = e^{-T_d} \cdot [1 \ 2 \ 0,1 \ 1 \ 1,4 \ 1,3 \ 2,8 \ 1,3 \ 2,6]$$

liegen, wobei T_d der Abtastzeit von 25 ms entspricht. Die Ruhelage entspricht dem ruhenden Leerhaken bei einer Seillänge von 10 m. Die Wahl dieser Ruhelage wurde so getroffen, weil sie für die Zustände 1, 2 und 5 bis 9 den wahrscheinlichsten Zustand beschreibt. Die Ruhelagen für die Zustände x_3 und x_4 wurden empirisch ermittelt. Die zeitdiskrete Jacobimatrix des linearisierten Systems wird für den Zustand $\mathbf{x}_R = [0 \ 0 \ 10^3 \ 10 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ gewählt:

$$\Phi = \mathbf{I} + T_d \cdot \left. \frac{d}{dx_k} f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) \right|_{\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_R}.$$

Die Rauschkovarianzmatrizen \mathbf{Q} und \mathbf{R} werden für das zeitdiskrete und hybride EKF gleich gewählt und betragen:

$$\mathbf{Q} = \text{diag} \left(\left[(1 \cdot 10^{-2})^2 \quad (1 \cdot 10^{-2})^2 \quad (1 \cdot 10^{-2})^2 \quad 0,1^2 \quad 1^2 \quad 2^2 \quad 4^2 \quad 2^2 \quad 4^2 \right] \right),$$

$$\mathbf{R} = \text{diag} \left(\left[(5,4 \cdot 10^{-4})^2 \quad (1,2 \cdot 10^{-3})^2 \quad \frac{5300^2}{12} \quad 0,1^2 \quad 0,1^2 \quad (1,9 \cdot 10^{-3})^2 \right] \right).$$

Die Wahl der Rauschkovarianzmatrix \mathbf{Q} beruht auf Versuchen und berücksichtigt die Unsicherheit der Seillänge, und dass die Auslegerspitze aufgrund der endlichen Kräftesteifigkeit nicht genau bekannt ist. Die Rauschkovarianzmatrix des Messrauschens \mathbf{R} kann mittels Sensordaten ermittelt werden. Die Werte für die Seilzugkraft ergeben sich aus den Kenndaten der KML und der Herstellerangabe von einer maximalen Abweichung von 1%. Durch die Angabe fixer Grenzen liegt eine Gleichverteilung vor, aber das EKF verwendet Normalverteilungen. Die Werte für die Position der Auslegerspitze sind Annahmen. Die Kovarianzmatrix des Fehlers \mathbf{P}_0^+ muss für den Rekursionsbeginn des zeitdiskreten und hybriden EKF gewählt werden und beträgt für beide Filter:

$$\mathbf{P}_0^+ = \text{diag} \left(\left[(1 \cdot 10^{-1})^2 \quad (1 \cdot 10^{-1})^2 \quad \frac{(124 \cdot 10^3)^2}{12} \quad 1^2 \quad 2^2 \quad 2^2 \quad 1^2 \quad 2^2 \quad 1^2 \right] \right).$$

Die Startwerte für \mathbf{P}_0^+ werden so gewählt, dass die tatsächlichen Startwerte für \mathbf{x}_0^+ *eini-germaßen wahrscheinlich* sind. Dies kann so interpretiert werden, dass der Anfangszustand im Bereich von $\pm\sigma$ der zugrundeliegenden Verteilung liegt. Bei einer Normalverteilung deckt dieser Bereich 68,27% des Wertebereichs ab. Da Messwerte für x_1 , x_2 , x_4 , x_6 und x_7 vorliegen wird lediglich eine erhöhte Modellunsicherheit von \mathbf{Q} gewählt. Für die Zustandsgröße x_3 (bzw. m_L) liegt die Messgröße $\frac{y_3}{g}$ (bzw. $\frac{F_{GL}}{g}$) vor, aber aufgrund der Schwierigkeit beim Abschätzen des Einflusses der Dynamik, wird hier die Varianz der

Gleichverteilung mit der Maximallast verwendet. Die Kovarianz der Startwerte für die Geschwindigkeiten in y und z Richtung ergeben sich aus dem Datenblatt des Kranes. Die maximale Wippwerksgeschwindigkeit an der Auslegerspitze beträgt 85 m/min und daraus ergibt sich eine Kovarianz von $\left(\frac{2 \cdot 85}{60 \cdot \sqrt{12}}\right)^2 \approx 1$. Die Kovarianz der Seilgeschwindigkeit ergibt sich aus der Varianz der gegebenen Seilgeschwindigkeit und der Varianz des Prozessrauschens. Die Varianz der Seilgeschwindigkeit ergibt sich zu $\left(\frac{2 \cdot 120}{60 \cdot \sqrt{12}}\right)^2 \approx 1$. Zusammengerechnet mit der Varianz des Prozessrauschens ergibt sich daraus näherungsweise eine Kovarianz von 2.

Die Diskretisierung des Prädiktion-Schrittes erfolgt bei beiden EKF mit dem Euler-Verfahren; die Kovarianzmatrix des Fehlers \mathbf{P}_k^- beim hybriden EKF wird mit dem klassischen Runge-Kutta-Verfahren berechnet, weil dieses das beste Verhalten der in Tabelle 4.2 aufgelisteten Diskretisierungs-Algorithmen zeigte.

Ergebnisse

Die Filteralgorithmen werden mit den Signalverläufen der Testfahrten in Tabelle 4.3 verglichen. Anschließend wird das Qualitätsmaß nach (4.26) berechnet um qualitative Aussagen über die Performance der Algorithmen treffen zu können. Die um den Mittelwert korrigierte, geschätzte Last m_L der Algorithmen ist in Abbildung 4.5 dargestellt.

Das Qualitätsmaß $\sqrt{\text{Var}\{y_3\}}$ für die Testfahrten ist in Tabelle 4.4 für die verschiedenen Algorithmen dargestellt. Das zeitdiskrete und das hybride EKF liefern näherungsweise gleiche Ergebnisse und die Varianz des Luenberger Beobachters ist in allen Fällen größer als bei den beiden EKF. Alle Filter bringen in allen drei Testfällen eine Verbesserung zum Fall „kein Schätzer“.

Tabelle 4.4: Qualitätsmaß $\sqrt{\text{Var}\{y_3\}}$ beim ebenen Pendel ohne Hydraulik und mit dem Leerhaken (2,9 t) als Last. Fett Markiert sind jeweils die Werte mit dem besten Qualitätsmaß.

	Kein Schätzer	Beobachter nach Luenberger	Zeitdiskretes EKF	Hybrides EKF	maximale Verbesserung
Testfahrt 1	52,60 kg	16,05 kg	8,29 kg	8,34 kg	84,2 %
Testfahrt 2	60,92 kg	30,90 kg	10,91 kg	11,03 kg	82,1 %
Testfahrt 3	68,52 kg	41,67 kg	11,71 kg	11,47 kg	83,3 %

Kapitel 4 Dynamik der Last

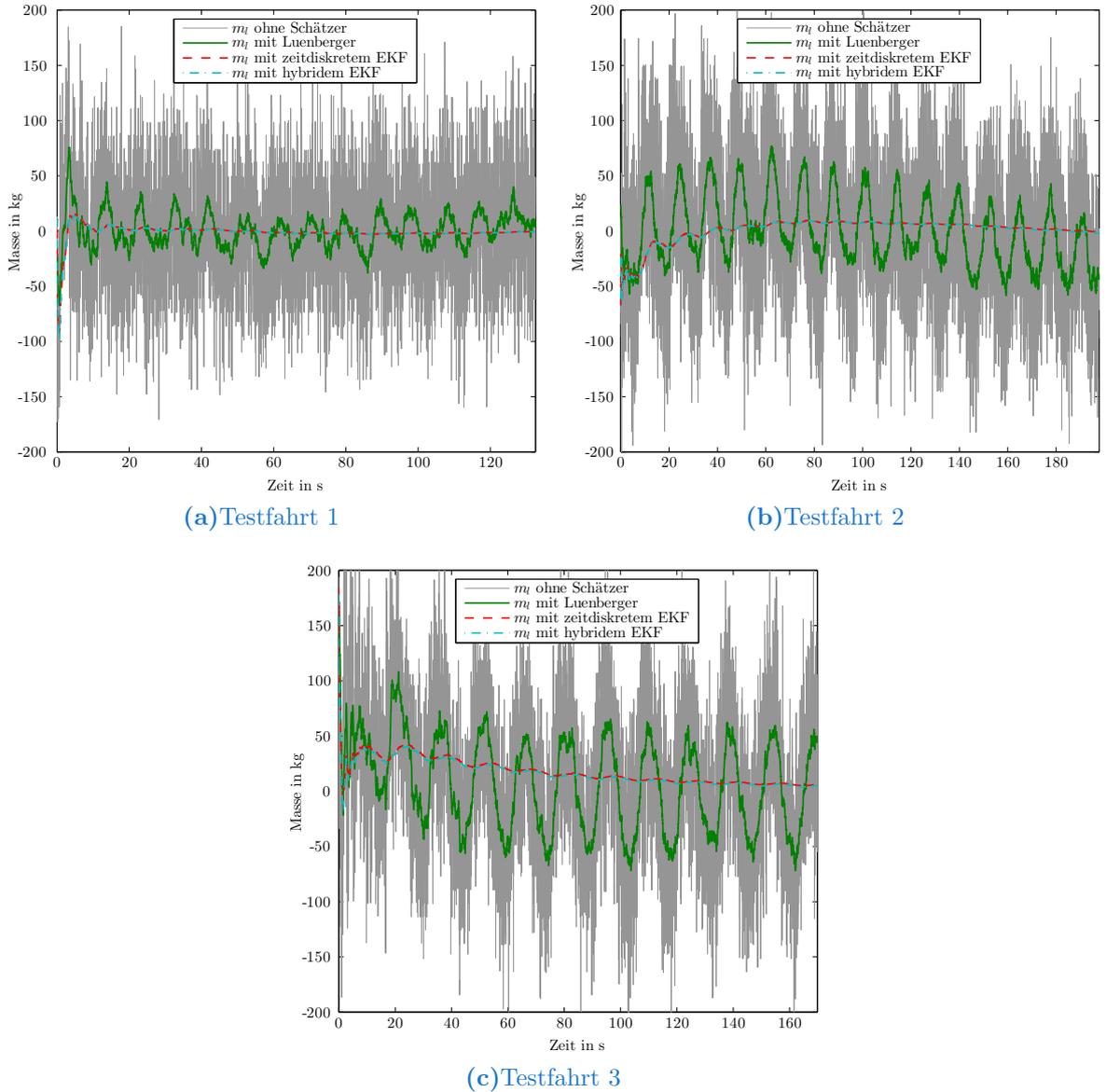


Abbildung 4.5: Geschätzte Last m_L der Filteralgorithmen bei realen Messdaten. Alle Massen wurden um den Mittelwert des Kraftsignals $E\left\{\frac{F_{GL}}{g}\right\}$ bereinigt. Der Signalverlauf „ m_L -ohne Schätzer“ bedeutet, dass aus dem Kraftsignal F_{GL} direkt die Masse mit $m_L = \frac{F_{GL}}{g}$ berechnet wird.

Die maximale Verbesserung in Tabelle 4.4 berechnet sich je Testfahrt zu

$$\text{maximale Verbesserung} = \left(1 - \frac{\min \sqrt{\text{Var}\{y_3\}}}{\sqrt{\text{Var}\{y_3\}_{\text{ohne Schätzer}}}}\right) \cdot 100\%.$$

4.3 Pendel in der Ebene mit Wippwerkshydraulik

Wie in Tabelle 4.4 ersichtlich beträgt die maximale Verbesserung bei den drei Testfahrten etwa 80 % und wird von den EKF erreicht. Die Standardabweichung des Luenberger-Beobachters ist bei den untersuchten Testfahren um den Faktor 2 bis 3 schlechter als bei den beiden EKFs.

Aufgrund des geringen Unterschieds des Qualitätsmaßes $\sqrt{\text{Var}\{y_3\}}$ beim zeitdiskreten und hybriden EKF wird beim folgenden Erweitern des Modells auf das hybride EKF verzichtet, weil erstens der erhöhte Aufwand zur Berechnung keine merkbaren Verbesserungen bringt und zweitens muss beim hybriden EKF im Prädiktions-Schritt die Kovarianzmatrix des Fehlers P_k^- numerisch integriert werden. Zusätzlich ist im Korrektur-Schritt die Berechnung von P_k^+ wesentlich aufwändiger.

4.3 Pendel in der Ebene mit Berücksichtigung der Dynamik des Wippwerkes

In diesem Abschnitt wird das Modell von Abschnitt 4.2 bezüglich der Aktuatorik erweitert, sodass die noch nicht bekannten Eingangsgrößen \dot{y}_{r1} und \ddot{z}_{r1} durch den Ansteuerstrom des Wippwerkzylinders u_W ausgedrückt werden können. Exemplarisch wird die Dynamik des Wippwerkszylinders modelliert, weil dieser Aktuator aus Sicht der Modellbildung der komplizierteste ist und eine erfolgreiche modellierung sicherstellt, dass auch die restlichen Aktuatoren mit der selben Methode modelliert werden können. Dieser Zwischenschritt zur realen Anwendung bzw. dem räumlichen Pendel ist notwendig, weil nicht abschätzbar ist, ob der Ansatz zur Modellierung der Hydraulik ausreichend genau ist.

4.3.1 Modellbildung

Der Ansatz zur Modellierung ist die zugrundeliegende Dynamik des geregelten Ölförderstromes der Hydraulik durch ein einfaches PT1-Element zu beschreiben und daraus die Dynamik der Aktuatoren abzuleiten.

Kinematik des Auslegerwinkels φ_A

Die Modellbildung des Wippwerkes erfolgt wie in [Neu11, S. 29; Sch05, S. 90] beschrieben. Es erfolgt dabei die Annahme, dass die Dynamik des Wippwerkzylinders s_{Zyl} lediglich vom Ansteuerstrom u_W abhängt und unabhängig der Last m_L ist. Diese Vereinfachung ist zulässig, da der Ölförderstrom des Zylinders eine geregelte Größe ist und zusätzlich

Kapitel 4 Dynamik der Last

die Krane konstruktiv so gebaut sind, dass der Wippwerkszylinder beim Verfahren näherungsweise nur Reibungsverluste überwinden und das Eigengewicht des Auslegers halten muss.

Die DGL der Länge des Wippwerkzylinders s_{Zyl} lautet [siehe Neu11]

$$\ddot{s}_{Zyl} = -\frac{1}{T_W} \dot{s}_{Zyl} + \frac{K_{VW}}{T_W A_{Zyl}} u_W. \quad (4.27)$$

Die Bedeutung der Variablen der DGL des Wippwerkzylinders (4.27) und ihre Bedeutung sind in Tabelle 4.5 dargestellt.

Tabelle 4.5: Variablen und deren Bezeichnung für die Dynamik des Wippwerkes.

Variable	Bezeichnung
A_{Zyl}	Effektive Querschnittsfläche des Zylinders.
K_{VW}	Proportionalitätskonstante zwischen Ansteuerstrom u_W und Ölförderstrom der Pumpe.
T_W	Zeitkonstante der unterlagerten Regelung des Ölförderstroms.

Die Dynamik des Wippwerkzylinders ist somit bekannt. Für das Modell ist jedoch die daraus resultierende Dynamik der Auslegerspitze relevant. Der Ansatz für die Berechnung ist in Abbildung 4.6 dargestellt. Als gegeben kann die Länge s_{Zyl} betrachtet werden und gesucht ist der Winkel φ_A bzw. die zweite zeitliche Ableitung dessen.

Der Kosinus-Satz des durch die drei Anlenkpunkte aufgespannten Dreiecks lautet:

$$s_{Zyl}^2 = d_a^2 + d_b^2 - 2d_a d_b \cos(\varphi_1). \quad (4.28)$$

Der Winkel φ_1 als Funktion des Auslegerwinkels φ_A beträgt:

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{2} &= \varphi_A + \alpha_2 + \varphi_1 - \alpha_1 \\ \varphi_1 &= \frac{\pi}{2} - \varphi_A - \alpha_2 + \alpha_1. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Gleichung (4.29) in (4.28) eingesetzt und anschließend auf φ_A umgeformt ergibt den Zusammenhang zwischen dem Auslegerwinkel φ_A und der Zylinderlänge s_{Zyl} :

$$\varphi_A = \frac{\pi}{2} - \alpha_2 + \alpha_1 - \arccos\left(\frac{d_a^2 + d_b^2 - s_{Zyl}^2}{2d_a d_b}\right). \quad (4.30)$$

In Gleichung (4.30) fehlt noch der Zusammenhang mit dem Ansteuerstrom des Wippwerkes u_W . Um diesen zu berücksichtigen wird φ_A aus (4.30) zweimal zeitlich abgeleitet

4.3 Pendel in der Ebene mit Wippwerkshydraulik

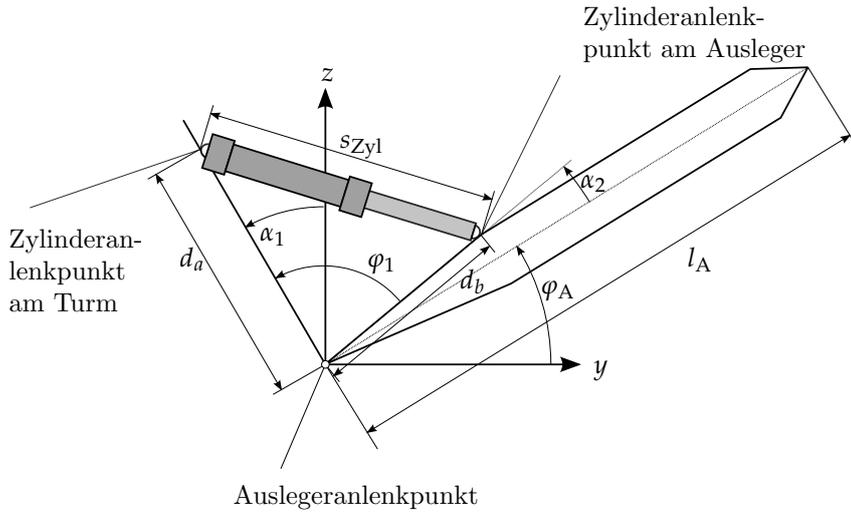


Abbildung 4.6: Geometrische Verhältnisse zwischen Aufrichtwinkel des Auslegers φ_A und Länge des Wippwerkzylinders s_{Zyl} . Konstante, bekannte Winkel sind mit α_* bezeichnet und veränderliche Winkel mit φ_* . Abstände und Längen können aus den Geometriedaten des Kranes bestimmt werden.

und jeweils auf \dot{s}_{Zyl} und \ddot{s}_{Zyl} umgeformt und in die DGL der Dynamik (4.27) eingesetzt.

$$\begin{aligned}
 \dot{\varphi}_A &= \frac{\partial \varphi_A}{\partial s_{Zyl}} \cdot \frac{ds_{Zyl}}{dt} \\
 \dot{\varphi}_A &= \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{d_a^2 + d_b^2 - s_{Zyl}^2}{2d_a d_b} \right)^2}} \cdot 2 \cdot \left(-\frac{s_{Zyl}}{2d_a d_b} \right) \cdot \frac{ds_{Zyl}}{dt} \\
 \dot{\varphi}_A &= - \underbrace{\frac{\sqrt{d_a^2 + d_b^2 - 2d_a d_b \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_A - \alpha_2 + \alpha_1\right)}}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_A - \alpha_2 + \alpha_1\right) \cdot d_a d_b}}_a \cdot \dot{s}_{Zyl} \quad \text{mit (4.28) und (4.29)}
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

Die zweite Ableitung beträgt:

$$\begin{aligned}
 \ddot{\varphi}_A &= b \cdot \dot{s}_{Zyl}^2 + a \cdot \ddot{s}_{Zyl} \\
 \ddot{\varphi}_A &= b \cdot \frac{\dot{\varphi}_A^2}{a^2} + a \cdot \ddot{s}_{Zyl} \quad \text{mit (4.31)}
 \end{aligned}$$

Kapitel 4 Dynamik der Last

mit dem Ausdruck für b

$$\begin{aligned}
 b &= \frac{\partial a}{\partial \varphi_A} \cdot \frac{\partial \varphi_A}{\partial s_{Zyl}} \\
 &= \frac{1}{\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_A - \alpha_2 + \alpha_1\right)\right)^3 \cdot (d_a d_b)^2} \cdot \\
 &\quad \left(-\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_A - \alpha_2 + \alpha_1\right)\right)^2 \cdot d_a d_b \right. \\
 &\quad \left. + \left(d_a^2 + d_b^2 - 2d_a d_b \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_A - \alpha_2 + \alpha_1\right)\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_A - \alpha_2 + \alpha_1\right)\right).
 \end{aligned}$$

Damit ergibt sich die DGL der Wippwerkdynamik (4.27) in den Koordinaten des Auslegerwinkels φ_A :

$$\begin{aligned}
 \frac{\ddot{\varphi}_A}{a} - \frac{b}{a^3} \cdot \dot{\varphi}_A^2 &= -\frac{1}{T_W} \frac{\dot{\varphi}_A}{a} + \frac{K_{VW}}{T_W A_{Zyl}} u_W \\
 \ddot{\varphi}_A &= \frac{b}{a^2} \cdot \dot{\varphi}_A^2 - \frac{1}{T_W} \dot{\varphi}_A + \frac{a \cdot K_{VW}}{T_W A_{Zyl}} u_W
 \end{aligned} \tag{4.32}$$

Gesamtssystem

Eine Skizze des Systems ist in Abbildung 4.7 dargestellt. Ziel ist es, ein Modell zu erstellen, welches die Dynamik der Last beschreibt und als Eingangsgrößen die Beschleunigung des Auslegerwinkels $\ddot{\varphi}_A$ und die Seilbeschleunigung \dot{l}_P besitzt. Da der Ausdruck für den Zusammenhang zwischen Ansteuerstrom des Wippwerkzylinders u_W und Auslegerwinkel φ_A (4.32) sehr komplex ist, wird als Systemeingang die Beschleunigung des Auslegerwinkels $\ddot{\varphi}_A$ statt des Ansteuerstromes u_W gewählt. $\ddot{\varphi}_A$ wird durch das numerische Lösen der DGL (4.32) ermittelt.

Für den Formalismus nach Lagrange wird der Ortsvektor zur Last \vec{r}_2 in den Koordinaten des Auslegerwinkels φ_A und der generalisierten Koordinate q_1 benötigt. Mit der gleichen Wahl der generalisierten Koordinate q_1 wie in Abschnitt 4.2.1 beträgt der Ortsvektor zur Last:

$$\vec{r}_1 = \begin{bmatrix} y_{r1} \\ z_{r1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{AD} + l_A \cos \varphi_A \\ l_{AG} + l_A \sin \varphi_A \end{bmatrix} \quad \vec{r}_2 = \begin{bmatrix} y_{r2} \\ z_{r2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{AD} + l_A \cos \varphi_A + l_P \sin q_1 \\ l_{AG} + l_A \sin \varphi_A - l_P \cos q_1 \end{bmatrix}.$$

Die Überprüfung, ob q_1 eine *echte* generalisierte Koordinate ist, wurde bereits in Abschnitt 4.2.1 durchgeführt; nur die Eingangsgröße des Systems hat sich geändert.

4.3 Pendel in der Ebene mit Wippwerkshydraulik

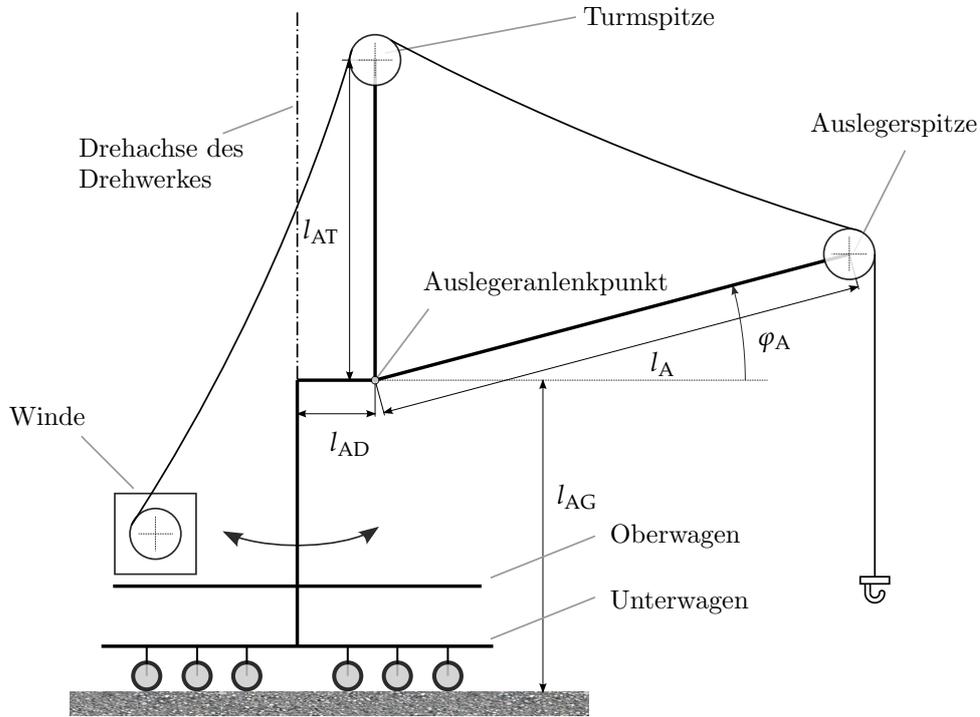


Abbildung 4.7: Skizze mit den verwendeten Größen zur Herleitung des ebenen Modells mit Berücksichtigung der Hydraulik des Wippwerkes.

Die kinetische Energie T und das Potential V betragen mit dem Geschwindigkeitsvektor der Last $\dot{\vec{r}}_2$:

$$\dot{\vec{r}}_2 = \begin{bmatrix} -l_A \dot{\varphi}_A \sin \varphi_A + \dot{l}_P \sin q_1 + l_P \dot{q}_1 \cos q_1 \\ l_A \dot{\varphi}_A \cos \varphi_A - \dot{l}_P \cos q_1 + l_P \dot{q}_1 \sin q_1 \end{bmatrix}$$

$$T = \frac{1}{2} m_L \dot{\vec{r}}_2^2$$

$$V = m_L g (l_{AG} + l_A \sin \varphi_A - l_P \cos q_1)$$

Aus der Lagrange-Gleichung $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial(T-V)}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial(T-V)}{\partial q_1} = 0$ ergibt sich die Bewegungsgleichung für die generalisierte Koordinate:

$$\frac{d\dot{q}_1}{dt} = \frac{1}{l_P} \cdot \left(l_A \dot{\varphi}_A^2 \cos \varphi_A \cos q_1 + l_A \ddot{\varphi}_A \sin \varphi_A \cos q_1 \right. \\ \left. + l_A \dot{\varphi}_A^2 \sin \varphi_A \sin q_1 - l_A \ddot{\varphi}_A \cos \varphi_A \sin q_1 - 2\dot{q}_1 \dot{l}_P - g \sin q_1 \right) \quad (4.33)$$

Kapitel 4 Dynamik der Last

Die Gleichung für die Seilzug- bzw. Zwangskraft $\|\vec{Z}\|_2$ ergibt sich durch zweifaches Ableiten des Ortsvektors zur Auslegerspitze \vec{r}_1 und anschließendes einsetzen in die bereits hergeleitete Gleichung für die Zwangskraft (4.11):

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} &= \begin{bmatrix} \ddot{y}_{r1} \\ \ddot{z}_{r1} \end{bmatrix} = l_A \cdot \begin{bmatrix} -\dot{\varphi}_A^2 \cos \varphi_A - \ddot{\varphi}_A \sin \varphi_A \\ -\dot{\varphi}_A^2 \sin \varphi_A + \ddot{\varphi}_A \cos \varphi_A \end{bmatrix} \\ \|\vec{Z}\|_2 &= m_L \cdot \sqrt{(\ddot{y}_{r1} \cdot \sin q_1 - (g + \ddot{z}_{r1}) \cdot \cos q_1 + \ddot{l}_P - l_P \cdot \dot{q}_1^2)^2} \\ \|\vec{Z}\|_2 &= m_L \cdot \left(\left(l_A \cdot \left(-\dot{\varphi}_A^2 \cos \varphi_A - \ddot{\varphi}_A \sin \varphi_A \right) \cdot \sin q_1 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \left(g + l_A \left(-\dot{\varphi}_A^2 \sin \varphi_A + \ddot{\varphi}_A \cos \varphi_A \right) \right) \cdot \cos q_1 + \ddot{l}_P - l_P \cdot \dot{q}_1^2 \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.34) \end{aligned}$$

Mit folgender Wahl der Eingangs-, Ausgangs- und Zustandsgrößen

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= [\ddot{l}_P \quad \ddot{\varphi}_A]^T \\ &= [u_1 \quad u_2]^T \\ \mathbf{x} &= [q_1 \quad \dot{q}_1 \quad m_L \quad l_P \quad \dot{l}_P \quad \varphi_A \quad \dot{\varphi}_A]^T \\ &= [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad x_7]^T \\ \mathbf{y} &= [q_1 \quad \dot{q}_1 \quad \|\vec{Z}\|_2 \quad \varphi_A \quad l_P]^T \end{aligned}$$

4.3 Pendel in der Ebene mit Wippwerkshydraulik

ergibt sich das Zustandsraummodell:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} x_2 \\ \dots \\ \frac{1}{x_4} \cdot \left(l_A x_7^2 \cos x_6 \cos x_1 + l_A u_2 \sin x_6 \cos x_1 - g \sin x_1 \right. \\ \left. + l_A x_7^2 \sin x_6 \sin x_1 - l_A u_2 \cos x_6 \sin x_1 - 2x_2 x_5 \right) \\ \dots \\ 0 \\ x_5 \\ u_1 \\ x_7 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_3 \cdot \left| l_A \cdot \left(-x_7^2 \cos x_6 - u_2 \sin x_6 \right) \cdot \sin x_1 \right. \\ \left. - \left(g + l_A \left(-x_7^2 \sin x_6 + u_2 \cos x_6 \right) \right) \cdot \cos x_1 + u_1 - x_4 \cdot x_2^2 \right| \\ \dots \\ x_6 \\ x_4 \end{bmatrix}.$$

4.3.2 Überprüfung der Beobachtbarkeit

Für die Beobachtbarkeit gilt gleiches, wie in Abschnitt 4.2.2, weil sich nur die Eingangsgrößen des Systems verändert haben. Das System ist dadurch weiterhin lokal beobachtbar.

4.3.3 Vergleich der Ansätze

Im Folgendem werden Messdaten von realen Testfahrten mit dem zeitdiskreten EKF und dem Beobachter nach Luenberger gefiltert.

Testfahrten

Es werden die selben Testfahrten, wie in Abschnitt 4.2 verwendet, nur wird die Anregungsphase nicht aus den Abtastwerten entfernt sondern auch gefiltert. Zur Generierung

Kapitel 4 Dynamik der Last

des Eingangssignales u_2 bzw. $\ddot{\varphi}_A$ wird die Differentialgleichung (4.32) zu jedem Abtastschritt numerisch mit dem Ansteuerstrom des Wippwerkzylinders als Eingangsgröße gelöst. φ_A wird nach jedem Berechnungsschritt auf den Messwert gesetzt. Der zeitliche Verlauf der Eingangsgröße u_2 bzw. $\ddot{\varphi}_A$ je Testfahrt ist in Abbildung 4.8d dargestellt.

Parameter und Startwerte

Die Startwerte der Filter werden folgendermaßen gewählt:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Luenberger} \\ \text{zeitdiskretes EKF} \end{array} \right\} \hat{\mathbf{x}}_0^+ = \begin{bmatrix} y_{1,0} & y_{2,0} & \frac{y_{3,0}}{g} & y_{5,0} & 0 & y_{4,0} & 0 \end{bmatrix}^T$$

Die Verstärkungsmatrix \mathbf{G} des Luenberger-Beobachters wird so gewählt, dass die Eigenwerte z_i des linearisierten Systems mit Beobachter bei

$$\mathbf{z} = e^{-Td} \cdot [1 \quad 2 \quad 0,1 \quad 1 \quad 1,4 \quad 1,3 \quad 2]$$

liegen, wobei die Systemmatrix Φ näherungsweise⁶

$$\Phi = \mathbf{I} + T_d \cdot \left. \frac{d}{dx_k} f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) \right|_{\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_R}$$

beträgt. Als Ruhelage für die Linearisierung \mathbf{x}_R wird folgender Punkt gewählt:

$$\mathbf{x}_R = [0 \quad 0 \quad 1E3 \quad 10 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T.$$

Die Rauschkovarianzmatrizen \mathbf{Q} und \mathbf{R} des zeitdiskreten EKF werden mit

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= \text{diag}([0,01^2 \quad 0,01^2 \quad 1 \quad 0,1^2 \quad 1^2 \quad 0,01^2 \quad 0,1^2]), \\ \mathbf{R} &= \text{diag}\left(\left[(5,4 \cdot 10^{-4})^2 \quad (1,2 \cdot 10^{-3})^2 \quad \frac{5300^2}{12} \quad (9,07 \cdot 10^{-6})^2 \quad (1,9 \cdot 10^{-3})^2\right]\right) \end{aligned}$$

gewählt. Die Kovarianzmatrix des Fehlers \mathbf{P}_0^+ wird für den Rekursionsbeginn mit

$$\mathbf{P}_0^+ = \text{diag}\left(\left[(1 \cdot 10^{-1})^2 \quad (1 \cdot 10^{-1})^2 \quad \frac{(124 \cdot 10^3)^2}{12} \quad 1^2 \quad 2^2 \quad 0,1^2 \quad \frac{0,06^2}{12}\right]\right)$$

vorgegeben. Der Wert für die Winkelgeschwindigkeit des Auslegers $\dot{\varphi}_A$ wird aus dem Datenblatt des Kranes berechnet. Bei einer maximalen Geschwindigkeit des Auslegers und der gegebenen Auslegerlänge berechnet sich die Kovarianz der Winkelgeschwindigkeit zu $\frac{2 \cdot 85}{60 \cdot 48} \approx 0,06$.

⁶Annahme: Linearisierung mit Euler-Verfahren

Ergebnisse

Abbildung 4.8 zeigt den Verlauf der geschätzten Masse m_L für die drei Testfahrten. Wie ersichtlich, hat der Beobachter nach Luenberger während der Anregungsphase enorme Probleme und liefert ein stark variierendes Signal der Masse m_L . Zusätzlich schwingt das Signal auch ohne Anregung stark.

Das zeitdiskrete EKF funktioniert bei der Testfahrt 1 in Abbildung 4.8a am besten und kann das Signal der Masse für den gesamten Verlauf annähernd konstant halten. Probleme existieren, wenn zu Beginn der Filter-Rekursion eine starke Anregung erfolgt, wie in Abbildung 4.8b und Abbildung 4.8c dargestellt.

Optisch beurteilt ist die Ermittlung der Last in Abbildung 4.8c am schlechtesten. Eine mögliche Begründung dafür ist, dass das System zum Beginn stark angeregt wird und die Modellierung der Wippwerkshydraulik noch Potenzial für Verbesserungen besitzt.

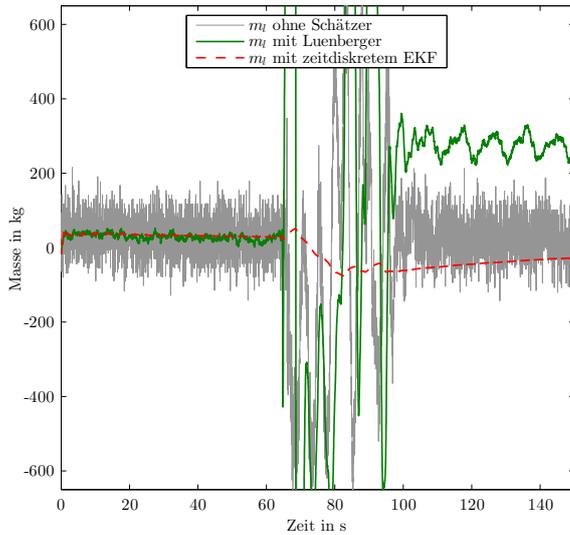
Ein quantitativer Vergleich der verwendeten Filter ist in Tabelle 4.6 gegeben. Wie ersichtlich bringt die Filterung mit dem EKF in allen Testfahrten eine Verbesserung. In Testfahrt 2 ist die Standardabweichung der geschätzten Masse des EKF am schlechtesten. Ein möglicher Grund dafür kann die starke Anregung mit dem Wippwerk zu Beginn der Rekursion sein. Die Filterung mit dem Beobachter nach Luenberger verschlechtert die Standardabweichung des Kraftsignals in Testfahrt 1 und 2.

Tabelle 4.6: Qualitätsmaß $\sqrt{\text{Var}\{y_3\}}$ beim ebenen Pendel mit Berücksichtigung der Wippwerkshydraulik.

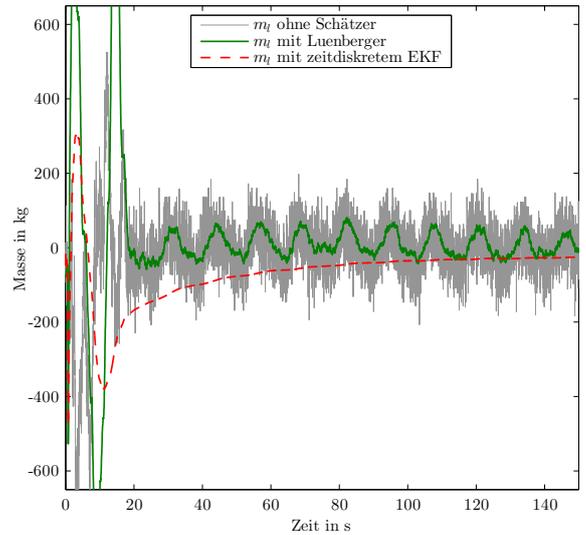
	Kein Schätzer	Beobachter nach Luen- berger	Zeitdiskretes EKF	maximale Ver- besserung
Testfahrt 1	170.42 kg	554.92 kg	40.63 kg	76.2 %
Testfahrt 2	111.40 kg	216.80 kg	86.59 kg	22.3 %
Testfahrt 3	127.54 kg	86.99 kg	36.25 kg	71.6 %

Bei genauerer Untersuchung der Messgrößen hat sich ein mögliches Problem bei der Zustandsschätzung mittels des EKF herausgestellt: das Eingangssignal $\dot{\varphi}_A$ ist, so wie die restlichen Messdaten nicht optimal für die Zustandsschätzung mittels eines Kalman-Filters geeignet, weil das jeweilige Rauschen nicht weiß ist. Weißes Rauschen bedeutet, dass ein stationärer stochastischer Prozess mittelwertfrei und unkorreliert ist. Die Unkorreliertheit fordert, dass die Autokorrelationsfunktion im Idealfall einem Dirac-Impuls entspricht. Dies ist weder bei den Eingangs-, noch bei den Ausgangsgrößen gegeben. Eine Ausnahme stellt das Stromsignal der KML dar; da dieses weder gefiltert, noch verarbeitet wird, ist es unkorreliert. Zur systematischen Behandlung dieses Problems kann ein

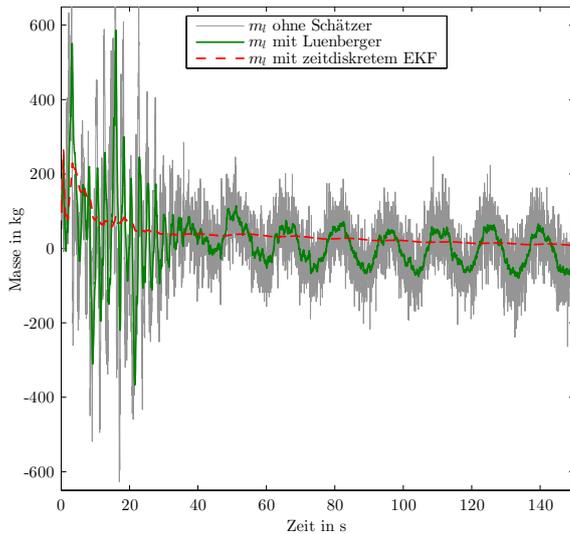
Kapitel 4 Dynamik der Last



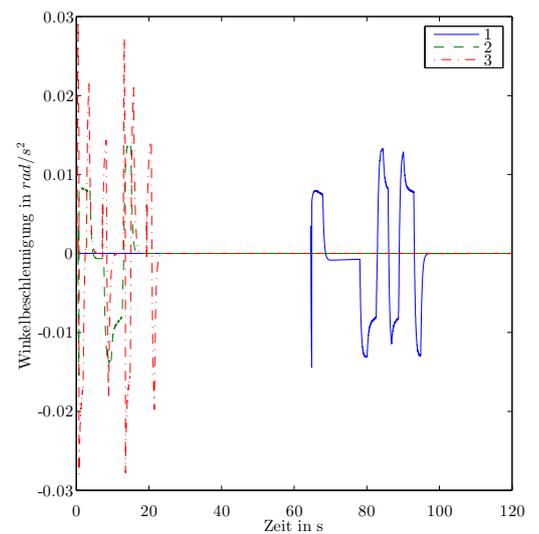
(a) Testfahrt 1



(b) Testfahrt 2



(c) Testfahrt 3



(d) Eingangssignal $\ddot{\varphi}_A$ je Testfahrt

Abbildung 4.8: Geschätzte Last m_L der Filteralgorithmen. Alle Massen wurden um den Mittelwert des Kraftsignales $E\left\{\frac{F_{GL}}{g}\right\}$ bereinigt. Der Signalverlauf „ m_L -ohne Schätzer“ bedeutet, dass aus dem Kraftsignal F_{GL} direkt die Masse mit $m_L = \frac{F_{GL}}{g}$ berechnet wird.

sogenanntes Formfilter⁷ verwendet werden um das Rauschen in weißes Rauschen umzuwandeln. Bei dieser Anwendung konnte jedoch empirisch festgestellt werden, dass die

⁷Die bekanntere englische Bezeichnung lautet *Shapening-Filter*.

Ergebnisse der Filterung ohne Formfilter zwar nicht optimal, aber durchaus brauchbar sind. Weiters ist bei der Filterung problematisch, dass nicht bekannt ist, inwiefern die Signallaufzeiten der Daten des Kranes zeitlich kohärent sind.

Abschließend kann die Aussage getroffen werden, dass die einfache Modellierung der Dynamik der Hydraulik mit einem PT1-Element für die Zustandsschätzung ausreichend genau ist.

4.4 Pendel im Raum mit Berücksichtigung der Dynamik des Wipp-, Hub- und Drehwerkes

In den Abschnitten 4.2 und 4.3 wurde gezeigt, dass einerseits die Zustandsschätzung ein geeignetes Mittel zur Kompensation der Dynamik der Last ist und andererseits die Modellierung der Hydraulik mit einem PT1-Element ausreichend genau ist. Aus diesem Grund wird in diesem Abschnitt das Modell auf drei räumliche Dimensionen erweitert und zusätzlich die Dynamik des Hub- und Drehwerkes berücksichtigt. Das somit erhaltene vollständige Modell ist für den realen Einsatz am Kran geeignet.

4.4.1 Modellbildung

Bei der Modellbildung des Hub- und Drehwerks wird ein Zusammenhang zwischen dem Ansteuerstrom und der Dynamik der Aktuatoren hergeleitet. Diese Beziehungen werden beim räumlichen Pendel für Eingangsgrößen verwendet.

Drehwerk

Das Drehwerk wird gleich wie das Wippwerk in Abschnitt 4.3 näherungsweise mit einer DGL zweiter Ordnung modelliert. Die Dynamikgleichung lautet [siehe Neu11]

$$\ddot{\phi}_D = -\frac{1}{T_D} \dot{\phi}_D + \frac{2\pi \cdot K_{VD}}{i_D V_D T_D} u_D. \quad (4.35)$$

Die verwendeten Parameter in (4.35) sind in Tabelle 4.7 erklärt.

Tabelle 4.7: Variablen und deren Bezeichnung für die Dynamik des Drehwerkes.

Variable	Bezeichnung
i_D	Übersetzungsverhältnis zwischen Rotation der Drehwerksmotoren und Rotation des Krans.
K_{VD}	Proportionalitätskonstante zwischen Ansteuerstrom u_D und Ölförderstrom der Pumpen.
T_D	Zeitkonstante der unterlagerten Regelung für den Ölförderstrom.
V_D	Gesamtschluckvolumen aller Drehwerksmotoren.

Hubwerk

Die Dynamik des Hubwerkes wird auch mit einer DGL zweiter Ordnung beschrieben. Die DGL ist in (4.36) gegeben und die verwendeten Parameter in Tabelle 4.8 erklärt.

$$\ddot{i}_P = -\frac{1}{T_H} \dot{i}_P + \frac{2\pi r_{TR} \cdot K_{VH}}{i_H V_H T_H} u_H. \quad (4.36)$$

Tabelle 4.8: Variablen und deren Bezeichnung für die Dynamik des DrehHubwerkes.

Variable	Bezeichnung
i_H	Übersetzungsverhältnis zwischen Rotation der Hubwerksmotoren und Rotation des Seilwinde.
K_{VH}	Proportionalitätskonstante zwischen Ansteuerstrom u_H und Ölförderstrom der Pumpen.
r_{TR}	Radius der Seiltrommel der Seilwinde.
T_H	Zeitkonstante der unterlagerten Regelung des Ölförderstroms.
V_H	Gesamtschluckvolumen der Hubwerksmotoren.

Gesamtsystem

Das räumliche Pendel wird mit dem Formalismus von Lagrange hergeleitet; eine Skizze der geometrischen Verhältnisse ist in Abbildung 4.9 dargestellt.

Um den Ortsvektor zur Last \vec{r}_2 im Weltkoordinatensystem auszudrücken, werden folgende fünf Koordinatensysteme definiert:

0. Weltkoordinatensystem; in Abbildung 4.9 mit \star gekennzeichnet. Der Ursprung des Koordinatensystems befindet sich am Untergrund auf der Drehachse des Drehwerkes.

4.4 Pendel im Raum mit gesamter Hydraulik

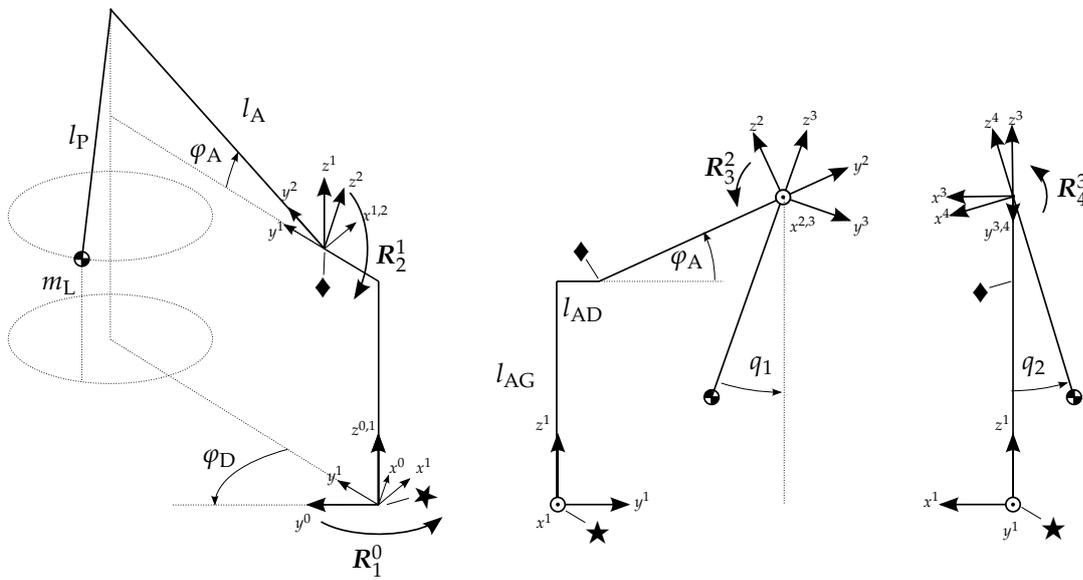


Abbildung 4.9: Skizze mit den verwendeten Größen zur Herleitung des räumlichen Modells mit Berücksichtigung der Hydraulik des Wipp- und Drehwerkes. ★ bezeichnet den Ursprung des Weltkoordinatensystems und ♦ bezeichnet den Auslegeranlenkpunkt. Die Einheitsvektoren der Koordinatensysteme $0 \dots 4$ werden mit $(x, y, z)^{0 \dots 4}$ gekennzeichnet. Die Drehmatrizen R_b^a drehen Punkte bzw. Vektoren des Koordinatensystems b in das Koordinatensystem a .

Kapitel 4 Dynamik der Last

1. Krankoordinatensystem; Der Ursprung befindet sich im Weltkoordinatensystem, nur zeigt der Einheitsvektor der y-Richtung \mathbf{y}^1 in Richtung des Auslegers.
2. Auslegeranlenkpunktkoordinatensystem; in Abbildung 4.9 mit \blacklozenge gekennzeichnet. Der Ursprung befindet sich im Auslegeranlenkpunkt und der Einheitsvektor \mathbf{y}^2 zeigt genau in Richtung des Auslegers, sodass die Auslegerspitze in diesem Koordinatensystem nur eine y-Komponente besitzt.
3. Erstes Lastkoordinatensystem; mit dem Ursprung in der Auslegerspitze. Die y- und z-Komponente dieses Koordinatensystems liegt in der Ebene z^2, \mathbf{y}^2 des Auslegeranlenkpunktkoordinatensystems, nur zeigt die negative z-Komponente $-z^3$ in Richtung der Last.
4. Zweites Lastkoordinatensystem; dieses Koordinatensystem hat seinen Ursprung in der Auslegerspitze und die negative z-Komponente weist genau in Richtung der Last, sodass die Last in diesem Koordinatensystem nur eine Komponente in z-Richtung besitzt.

Die Drehmatrizen zur Rotation der Koordinatensysteme werden folgend, wie beispielsweise in [SS00] beschrieben, definiert:

$$\begin{aligned} \vec{r}^a &= \mathbf{R}_b^a \cdot \vec{r}^b \\ \mathbf{R}_1^0 &= \begin{bmatrix} \cos \varphi_D & -\sin \varphi_D & 0 \\ \sin \varphi_D & \cos \varphi_D & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \mathbf{R}_2^1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_A & -\sin \varphi_A \\ 0 & \sin \varphi_A & \cos \varphi_A \end{bmatrix} \\ \mathbf{R}_3^2 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos (q_1 - \varphi_A) & -\sin (q_1 - \varphi_A) \\ 0 & \sin (q_1 - \varphi_A) & \cos (q_1 - \varphi_A) \end{bmatrix} & \mathbf{R}_4^3 &= \begin{bmatrix} \cos q_2 & 0 & -\sin q_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin q_2 & 0 & \cos q_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Damit ergibt sich für den Vektor zur Auslegerspitze \vec{r}_1 im Weltkoordinatensystem:

$$\vec{r}_1 = \mathbf{R}_1^0 \left(\begin{bmatrix} 0 \\ l_{AD} \\ l_{AG} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_2^1 \begin{bmatrix} 0 \\ l_A \\ 0 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} -l_{AD} \sin \varphi_D - l_A \cos \varphi_A \sin \varphi_D \\ l_{AD} \cos \varphi_D + l_A \cos \varphi_A \cos \varphi_D \\ l_{AG} + l_A \sin \varphi_A \end{bmatrix}$$

Der Vektor zur Last \vec{r}_2 im Weltkoordinatensystem beträgt:

$$\begin{aligned} \vec{r}_2 &= \mathbf{R}_1^0 \left(\begin{bmatrix} 0 \\ l_{AD} \\ l_{AG} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_2^1 \left(\begin{bmatrix} 0 \\ l_A \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{R}_3^2 \mathbf{R}_4^3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -l_P \end{bmatrix} \right) \right) \\ &= \begin{bmatrix} l_P \sin q_2 \cos \varphi_D - l_{AD} \sin \varphi_D - l_A \cos \varphi_A \sin \varphi_D - l_P \sin q_1 \cos q_2 \sin \varphi_D \\ l_P \sin q_2 \sin \varphi_D + l_{AD} \cos \varphi_D + l_A \cos \varphi_A \cos \varphi_D + l_P \sin q_1 \cos q_2 \cos \varphi_D \\ l_{AG} + l_A \sin \varphi_A - l_P \cos q_1 \cos q_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

4.4 Pendel im Raum mit gesamter Hydraulik

Die restliche Herleitung der Bewegungsgleichungen ist analog zu Abschnitt 4.2.1 und erfolgt mit Hilfe der CAS Maple. Aufgrund der Komplexität wird auf eine Darstellung der Bewegungsgleichungen an dieser Stelle verzichtet.

Die Beobachtbarkeit ist für alle Zustandsgrößen mit Ausnahme der Masse der Last m_L immer gegeben. Auf die detaillierte Überprüfung, wann die Masse m_L *nicht* beobachtbar ist, wird in dieser Arbeit verzichtet, weil der Ausdruck für die Seilzugkraft unübersichtlich ist und zusätzlich gilt, dass die Masse beobachtbar bleibt, solange die Seilzugkraft ungleich 0 ist.

4.4.2 Zustandsfilterung

Das Modell besitzt 11 Zustandsgrößen, 3 Eingangsgrößen und 8 Ausgangsgrößen. Durch diese Komplexität konnten keine Eigenwerte für den Beobachter nach Luenberger gefunden werden, welche den Schätzfehler abklingen lassen. Das Problem dabei ist, dass die Rückführmatrix für eine Ruhelage gewählt wird, aber für Arbeitspunkte einen abklingen Schätzfehler liefern muss. Aus diesem Grund wird die Masse nur noch mit dem zeitdiskreten EKF gefiltert.

Testfahrten

Zur Filterung werden die selben Testfahrten wie in Abschnitt 4.2 und drei zusätzliche Testfahrten, welche eine Pendelbewegung über das Drehwerk anregen, verwendet. Die Eckdaten der Testfahrten mit dem Drehwerk sind in Tabelle 4.9 dargestellt.

Tabelle 4.9: Testfahrten beim räumlichen Pendel mit Anregung über das Drehwerk.

	Seillänge	Ausladung
Testfahrt 4	44 m	15 m
Testfahrt 5	34 m	15 m
Testfahrt 6	21 m	39 m

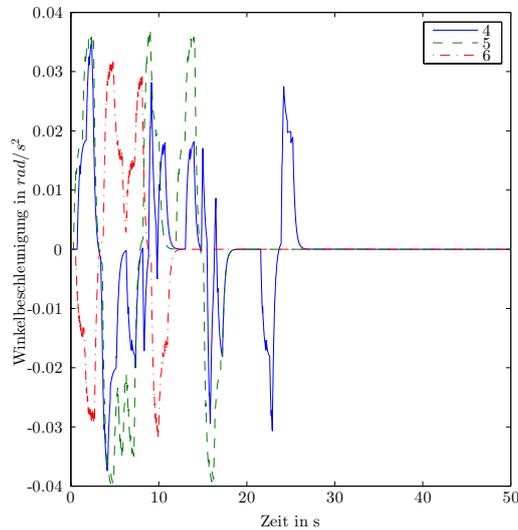
Die Eingangssignale des Modelles $\ddot{\varphi}_A$, $\ddot{\varphi}_D$ und \ddot{l}_P werden durch numerisches Lösen der Dynamikgleichungen (4.32), (4.35) und (4.36) generiert.

Die Signale für $\ddot{\varphi}_A$ sind für die Testfahrten 4–6 gleich 0 und für die Testfahrten 1–3 in Abbildung 4.8d dargestellt.

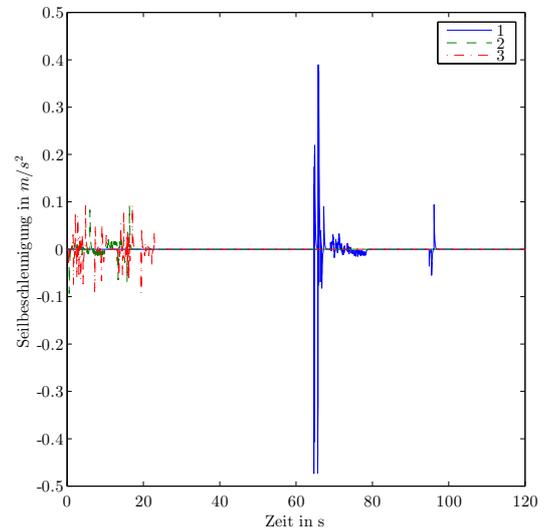
Das Eingangssignal $\ddot{\varphi}_D$ ist nur für die Testfahrten 4–6 ungleich 0 und in Abbildung 4.10a dargestellt.

Kapitel 4 Dynamik der Last

Das Signal der Seilbeschleunigung \ddot{l}_P ist in Abbildung 4.10b dargestellt; für die Testfahrten 4–6 ist der Wert gleich 0.



(a) Eingangssignal $\ddot{\varphi}_D$ je Testfahrt.



(b) Eingangssignal \ddot{l}_P je Testfahrt.

Abbildung 4.10: Eingangssignale für das räumliche Pendel. $\ddot{\varphi}_D$ ist für die Testfahrten 1–3 und $\ddot{\varphi}_A$ für die Testfahrten 4–6 gleich 0.

Parameter und Startwerte

Die Startwerte für den Rekursionsbeginn des zeitdiskreten EKF betragen:

$$\hat{\mathbf{x}}_0^+ = \left[y_{1,0} \quad y_{2,0} \quad y_{3,0} \quad y_{4,0} \quad \frac{y_{8,0}}{g} \quad y_{5,0} \quad 0 \quad y_{6,0} \quad 0 \quad y_{7,0} \quad 0 \right]^T$$

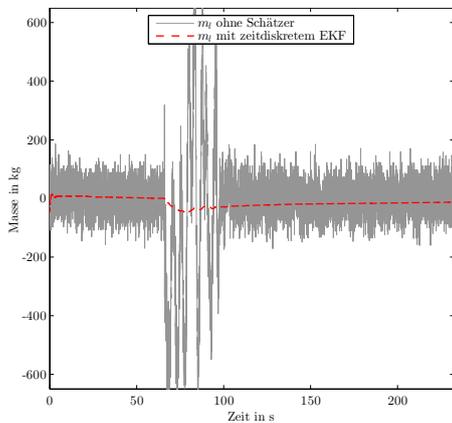
$$\mathbf{P}_0^+ = \text{diag} \left(\begin{bmatrix} 0,01^2 & 0,01^2 & 0,01^2 & 0,01^2 & \frac{(124 \cdot 10^3)^2}{12} \\ & 1 & 2^2 & 0,1^2 & \frac{0,06^2}{12} & 0,1^2 & \frac{0,3^2}{12} \end{bmatrix} \right).$$

und die Fehlerkovarianzmatrix des Schätzfehlers \mathbf{P}_0^+ werden gleich wie in Abschnitt 4.4 gewählt.

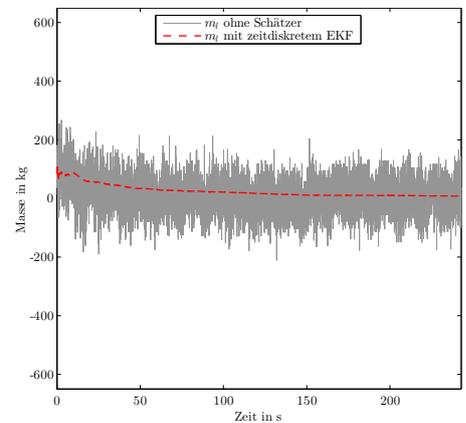
4.5.1 Kontaktproblem der Last

Bei typischen Arbeiten mit dem Kran hebt der Kran mit Lastaufnahmemittel eine Last unbekannter Masse, verfährt und senkt sie wieder ab, bzw. entleert den Greifer. Dabei wird ein Problem mit dem zugrundeliegenden Modell klar. Einerseits wird angenommen, dass die Masse konstant und unveränderlich ist (entsprechender Eintrag in der Rauschkovarianzmatrix des Prozessrauschens $Q_{m_L} = Q_{5,5} = 0$ bzw. $|Q_{5,5}| \ll 1$), andererseits verändert sich die Masse beim Anheben und Absenken sprunghaft. Um das hergeleitete Modell weiter verwenden zu können, werden folgende Strategien diskutiert:

1. Veränderung der Varianz des Prozessrauschens $Q_{5,5}$, so dass eine Veränderung der Lastmasse wahrscheinlicher wird und die Masse somit als Random-Walk Prozess modelliert ist.
2. Rücksetzen der Fehlerkovarianzmatrix des Schätzfehlers \mathbf{P}^+ auf den Startwert der Rekursion \mathbf{P}_0^+ bei Detektion eines Kontakts.
3. Bestimmung der Last mittels Multiple-Model-Estimation wie in [Ste94, Abschnitt: Adaptive Filtering] beschrieben.



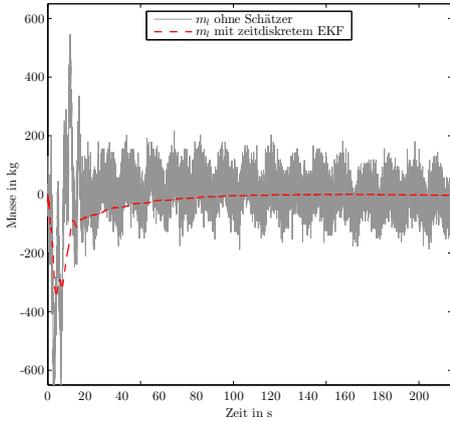
(a) Testfahrt 1.



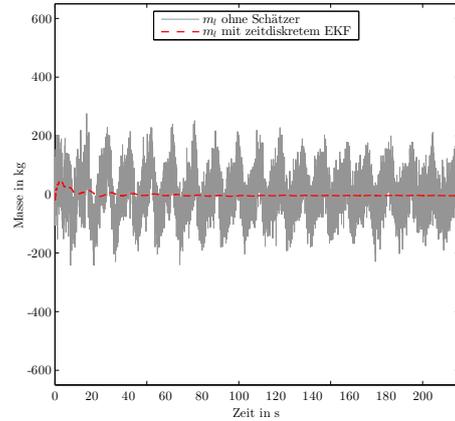
(b) Testfahrt 4.

Abbildung 4.11: Geschätzte Last m_L des Filteralgorithmus. Die geschätzte Masse wurde um den Mittelwert des Kraftsignales $E\left\{\frac{F_{GL}}{g}\right\}$ bereinigt. Der Signalverlauf „ m_L -ohne Schätzer“ bedeutet, dass aus dem Kraftsignal F_{GL} direkt die Masse mit $m_L = \frac{F_{GL}}{g}$ berechnet wird.

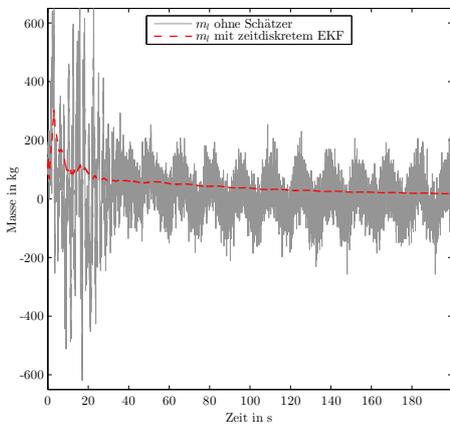
4.5 Vergleich mit dem bestehenden System



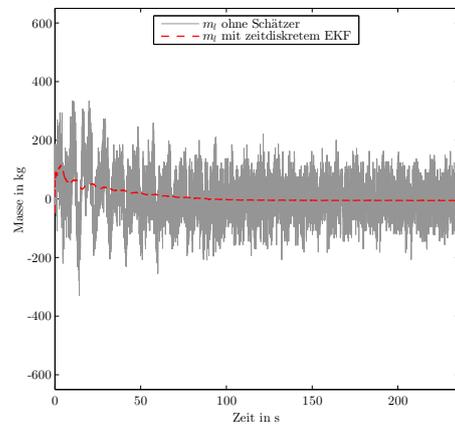
(c) Testfahrt 2.



(d) Testfahrt 5.



(e) Testfahrt 3.



(f) Testfahrt 6.

Abbildung 4.11: Geschätzte Last m_L des Filteralgorithmus. Die geschätzte Masse wurde um den Mittelwert des Kraftsignals $E\left\{\frac{F_{GL}}{g}\right\}$ bereinigt. Der Signalverlauf „ m_L -ohne Schätzer“ bedeutet, dass aus dem Kraftsignal F_{GL} direkt die Masse mit $m_L = \frac{F_{GL}}{g}$ berechnet wird.

Der Vorteil von Strategie 1 ist, dass das Modell nur gering verändert werden muss und mit dem Wert von $Q_{5,5}$ kontrolliert wird, wie schnell sich das Signal der Last verändern kann. Dabei ist ein Kompromiss zu wählen, zwischen einem großen Wert, der eine schnelle Veränderung der Last zulässt und damit sensitiv auf Schwingungen im Lastsignal reagiert und einem kleinem Wert, der nur eine langsame Veränderung des Lastsignals zulässt, aber dafür weniger auf Schwingungen im Lastsignal reagiert. Der Nachteil dieser Strategie ist, dass für Werte von $Q_{5,5}$ bei denen das Filter dem Lastsignal bei Kontakten ausreichend schnell folgen kann auch Schwingungen im Lastsignal nicht ausreichend gedämpft werden. Das aktuell eingesetzte EKF [vgl. Küc10] verwendete diese Strategie

um das Kontaktproblem zu lösen.

Die alternative Strategie 2 liefert näherungsweise konstante Werte für die Last, aber es muss mittels eines geeigneten Verfahrens ein Kontakt der Last mit dem Untergrund detektiert werden. Der Vorteil dieses Verfahrens ist, dass ein sprunghaftes Ändern des gefilterten Lastsignals möglich ist und gleichzeitig Schwingungen stark gedämpft werden. Als Nachteil kann die Detektion eines Kontakts der Last angesehen werden. Diese Strategie wird im neu entworfenen EKF verfolgt.

In Strategie 3 werden für die Last mehrere diskrete Werte angenommen (Hypothesen) und je Hypothese ein eigenes EKF berechnet. Die Ausgangsgröße ist die Summe der mit der jeweiligen Wahrscheinlichkeit der Hypothese gewichteten Massen. Wenn eine Hypothese sehr unwahrscheinlich ist, kann das entsprechende Filter verworfen werden und dafür mit einem entsprechenden Algorithmus ein Wert angenommen werden, welcher vermutlich wahrscheinlicher ist. Dadurch konvergiert die geschätzte Masse zum wahren Wert und sprunghafte Änderungen sind möglich. Das Prinzip ist in Abbildung 4.12 dargestellt.

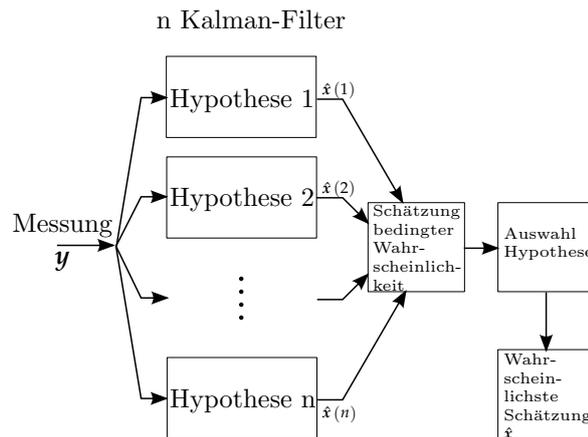


Abbildung 4.12: Signalflussdiagramm für die Multiple-Model-Estimation. Inhaltlich aus [Figure 4.7-3 Ste94, S. 405] übernommen.

Detektion eines Kontakts

Eine Detektion der Last muss besonders robust sein und lastunabhängig schnelles und langsames Anheben der Last detektieren. Die Idee, welche dem Algorithmus zur Detektion zugrunde liegt, basiert darauf, dass sich das Signal der Masse des EKF nach dem Rekursionsbeginn nahezu nicht verändert. Unterscheidet sich der Mittelwert der letzten Samples des ungefilterten Kraftsignals vom gefilterten Signal des EKF mehr als X% (zu wählende Schwelle) des Signals des EKF so wird die Kovarianzmatrix des Fehlers auf

4.5 Vergleich mit dem bestehenden System

den Wert P_0^+ zurückgesetzt. Zusätzlich wird festgelegt, dass eine Detektion nur alle 2 s auftreten kann. Der Programmcode des Algorithmus ist in Algorithmus 4.1 dargestellt.

Algorithmus 4.1: Pseudocode zur Detektion eines Kontakts.

```
while CraneOn

    measurment = Input ();

    circPuffMass.write = GetMass(measurment);

    xHatPos      = KalmanStep(xHatPos, measurment, EKFDData);
    estimMass    = GetMass( xHatPos );
    DiffMass     = abs( circPuffMass.mean - estimMass );
    maxDiffMass = PARAM.THLCHANGE * estimMass;

    if( ( absDiffMass > maxDiffMass ) && circPuffReset.iszero )
        circPuffReset.write = 1; % Detektion
        ResetPpos( EKFDData ); % P auf P_0 setzen
    else
        circPuffReset.write = 0;
    end;

end;
```

4.5.2 Testfahrten

Zum Vergleich der Qualität der Filter werden drei Typen von Testfahrten herangezogen. Einerseits typisches Verfahren der Last mit Heben – Verfahren – Senken, andererseits reine Hubwerksfahrten und abschließend eine reine Pendelbewegung. Die verschiedenen Fahrten sind in Tabelle 4.11 abgebildet.

4.5.3 Aktuell eingesetzte Filteralgorithmen

Für die Online-Erkennung von Lastzyklen [siehe Sch09] wird im Kraftsignal zuerst Seilgewicht und Seilreibung kompensiert. Die nächste Stufe bildet das EKF zur Kompensation der endlichen Steifigkeit des Seiles [siehe Küc10]. Den Abschluss bildet ein modifiziertes gleitendes Mittelwertfilter (MWF), welches in [Sch09] beschrieben ist.

4.5.4 Ergebnisse

In den Abbildungen 4.13, 4.14 und 4.15 bedeuten die Signalverläufe folgendes:

Tabelle 4.11: Testfahrten zum Vergleich des bestehenden Systems mit dem neu entworfenem EKF mit einem LHM 420.

	Beschreibung
Testfahrt C1	Typisches Verfahren um 90° mit Spreader und vollem Container.
Testfahrt C2	Gleich wie C1.
Testfahrt D1	Reine Hubwerksfahrt. Spreader mit Container am Untergrund 10 s warten. Auf mittlere Höhe heben, 10 s warten und absenken. Gleiches, nur mit 5 s und 2 s Wartezeit.
Testfahrt D2	Gleich wie D1.
Testfahrt D3	Gleich wie D1, nur ohne Container.
Testfahrt E1	Reine Pendelbewegung mit Spreader ohne Container. Anregung über Drehwerk.

EKF Neu entworfenes Kalman-Filter mit Rücksetzalgorithmus zur Detektion des Kontakts mit dem Untergrund.

best. EKF In [Küc10] entworfenes EKF zur Kompensation der endlichen Seilsteifigkeit.

Rohsig. Rohsignal des von der Seilreibung und Seilgewicht kompensierten Kraftsignals.

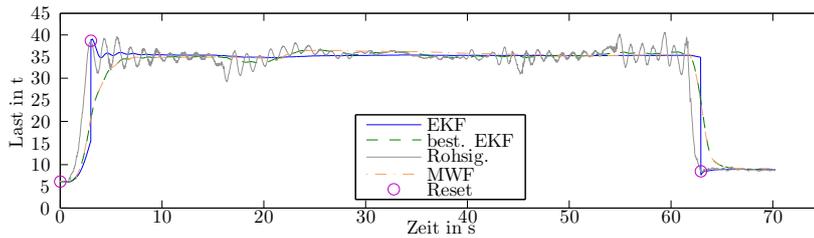
MWF Modifiziertes gleitendes MWF, welches in [Sch09] beschrieben ist. Die Eingangsgröße dieses Filters ist das Signal der Masse des bestehenden EKF.

Reset Detektion eines Kontakts der Last mit dem Untergrund durch den Algorithmus 4.1 und damit Rücksetzung der Fehlerkovarianzmatrix des neuen EKF.

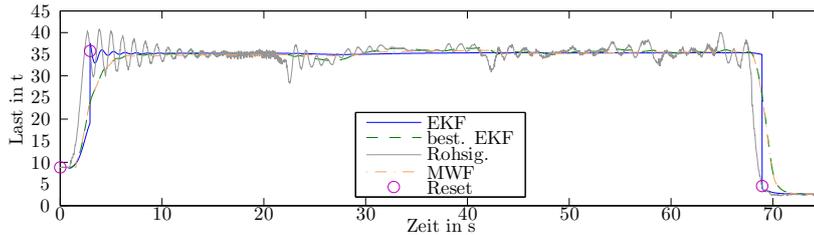
In Abbildung 4.13 sind die verschiedenen Filter zur Kompensation der Dynamik der Last dargestellt. Das Rohsignal schwingt bei Hubwerksfahrten ($t \approx 5$ s und 60 s) besonders stark. Die steilsten Flanken werden durch das neu entworfene EKF mit dem Detektionsalgorithmus erreicht, aber auch das größte Überschwingen, wie in Abbildung 4.13a bei $t \approx 5$ s ersichtlich. Das bestehende EKF unterscheidet sich vom Signal des MWF nur geringfügig und das neue EKF liefert bei diesen Testfahrten das beste Ergebnis.

Abbildung 4.14 zeigt die Filteralgorithmen bei reiner Hubwerksfahrt. Bei den Testfahrten D1 und D2 in Abbildung 4.14a und 4.14b funktioniert das EKF und das MWF näherungsweise gleich gut. In Abbildung 4.14b und 4.14c ist ein Problem mit dem neu entwickelten EKF ersichtlich; wenn der Algorithmus zum Rücksetzen des Filters zu spät reagiert, schwingt das Filter erheblich über. Ein Weiteres Problem des Detektionsalgorithmus ist in Abbildung 4.14b bei $t \approx 115$ s dargestellt; der Algorithmus erkennt einen Kontakt mit dem Untergrund zwei mal hintereinander.

4.6 Schlussfolgerung und Hinweise für den realen Einsatz



(a) Testfahrt C1.



(b) Testfahrt C2.

Abbildung 4.13: Vergleich des EKF zur Dynamik-Kompensation mit den bestehenden Algorithmen bei typischem Verfahren der Last um 90° .

In Abbildung 4.15 wird eine freie Pendelbewegung von den verschiedenen Filtern gefiltert. Wie ersichtlich liefert das neu entworfene EKF optimale Ergebnisse, weil der Detektionsalgorithmus weder zu früh noch zu spät einen Kontaktwechsel detektiert.

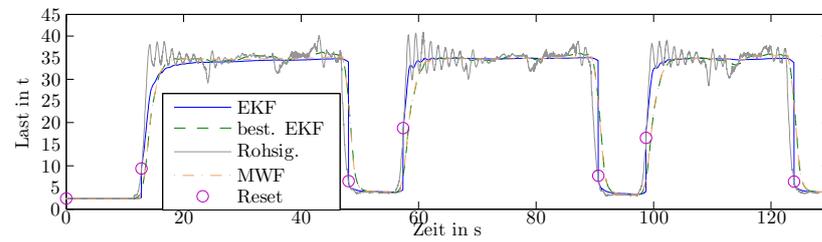
4.6 Schlussfolgerung und Hinweise für den realen Einsatz

Das neue EKF bietet bei typischen Fahrten (Testfahrt C1 und C2 in Abbildung 4.13) die beste Performance. Um Spitzen beim Rücksetzen der Kovarianzmatrix des Fehlers zu vermeiden kann dem Filter noch ein einfaches gleitendes MWF nachgeschaltet werden. Alternativ kann auch definiert werden, dass Schätzungen aus dem EKF frühestens drei Sekunden nach einem Rücksetzen als zuverlässig gelten und vorher nicht verwendet werden dürfen.

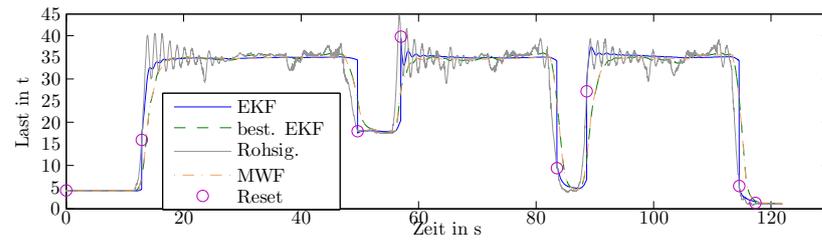
Die Qualität des Filteralgorithmus ist stark vom Detektionsalgorithmus zum Rücksetzen des Filters abhängig. Den richtigen Schwellwert für den gesamten Lastbereich zu finden erweist sich als schwierig. Da der Einfluss der Bewegungsdynamik lastunabhängig ist, wäre eine Möglichkeit den Schwellwert als Funktion der Last zu realisieren. Dieser sollte bei kleinen Lasten größer als bei großen Lasten sein.

Da der Berechnungsaufwand verglichen mit dem bestehenden System wesentlich größer

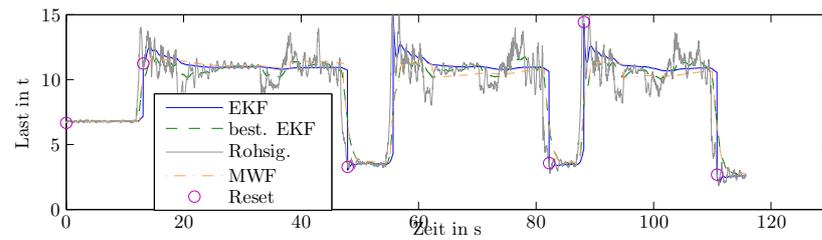
Kapitel 4 Dynamik der Last



(a) Testfahrt D.1



(b) Testfahrt D2.



(c) Testfahrt D3.

Abbildung 4.14: Vergleich des EKF zur Dynamik-Kompensation mit den bestehenden Algorithmen bei Fahrten mit dem Hubwerk.

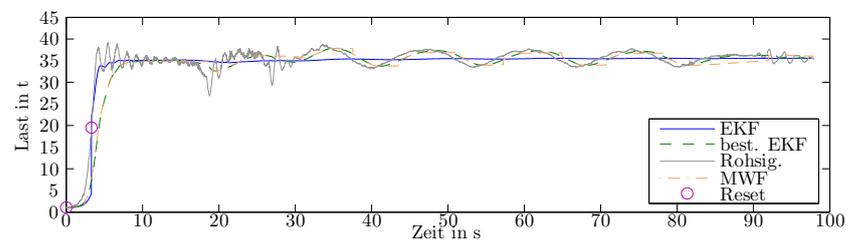


Abbildung 4.15: Vergleich des EKF zur Dynamik-Kompensation mit den bestehenden Algorithmen bei einer Pendelbewegung.

4.6 Schlussfolgerung und Hinweise für den realen Einsatz

ist, kann zum Einsparen von Rechenleistung die Linearisierung der Strecke nur alle fünf (oder seltener) Abtastschritte durchgeführt werden. Alternativ zum neu entworfenen EKF kann das bestehende EKF so adaptiert werden, dass der Eintrag der Rauschkovarianzmatrix des Prozessrauschens \mathbf{Q} so gering ist, dass keine Variationen der Last zugelassen werden. In Kombination mit dem Detektionsalgorithmus ist es durchaus denkbar die Filterqualität im Vergleich zum bestehenden System zu verbessern ohne dabei die Rechenleistung signifikant erhöhen zu müssen.

Um bei der Implementierung auf der Steuerung numerische Probleme vermindern zu können empfiehlt es sich, gleich wie in [Küc10], die Gleichungen mit der normierten Masse $\frac{m_L}{m_{L_{\max}}}$ aufzustellen. Zusätzlich muss für die Kovarianzmatrix des Schätzfehlers sichergestellt werden, dass diese zu jedem Abtastschritt positiv definit ist. Dies kann, wie in [Sim06, Abschnitt 5.5] vorgeschlagen, mit der Operation $\mathbf{P}_k = \frac{1}{2} (\mathbf{P}_k + \mathbf{P}_k^T)$ sichergestellt werden. Alternativ werden in [Tho76, Kap. 2] mehrere Zerlegungsverfahren für die Kovarianzmatrix des Schätzfehlers \mathbf{P}_k diskutiert, welche sicherstellen, dass die Matrix \mathbf{P}_k positiv definit ist.

Kapitel 5

Schlussbetrachtung

5.1 Zusammenfassung

Ziel dieser Diplomarbeit war das Messsystem zur Bestimmung der Last bei einem LHM zu analysieren und in einem weiteren Schritt zu verbessern.

Die Analyse des Algorithmus zur Berechnung der Last wurde mit dem Fehlerfortpflanzungsgesetz durchgeführt. Weiters wurde abgeschätzt wie sich Effekte, welche im Algorithmus nicht berücksichtigt sind, auf die Berechnung der Last auswirken. Der Großteil der untersuchten Messabweichungen ist linear oder konstant und kann mit einer affinen Kalibrierung kompensiert werden. Betragsmäßig relevant ist die Genauigkeit der KML, der Effizienzfaktor der Seilrollen, die Dynamik der Last und die Unsicherheit beim Seilabgangswinkel an der Winde. Das Ergebnis der Analyse hat gezeigt, dass das Messsystem unter Vernachlässigung der Dynamik der Last eine Abweichung von 2,46 % bei Maximallast aufweist. Im Vergleich dazu kann beim Messen der Seilzugkraft an der Auslegerspitze eine relative Genauigkeit von 0,5 % erreicht werden. Zudem wurden die erreichbaren Grenzen der Genauigkeit des aktuellen Kraftmesssystems diskutiert und erörtert, dass die Unsicherheit beim Effizienzfaktor der Seilrollen die limitierende Größe der Genauigkeit darstellt.

Aus der Unsicherheitsanalyse folgte, dass der Seilabgangswinkel an der Seilwinde einen nicht vernachlässigbaren Einfluss auf das Kraftmesssystem besitzt. Aus diesem Grund wurde eine Kompensation entworfen. Die messtechnische Verifikation des Modelles für den Seilabgangswinkel war erfolgreich, aber eine positive Auswirkung auf die Berechnung der Last konnte nicht festgestellt werden. Der vermutete Grund für das Versagen der Kompensation liegt in einer fehlerhaften Modellannahme im Algorithmus zur Berechnung der Last.

In einem zweiten Schritt wurde der Einfluss der Dynamik der Last auf die Berechnung kompensiert. Nach Abwägung der Vor- und Nachteile eines konventionellen digitalen Filters gegenüber einem modellbasierten Ansatz fiel die Entscheidung auf den modellbasierten Ansatz. Das zugrundeliegende Modell basiert auf dem mathematischen Pendel

und die Kompensation wurde mit Zustandsbeobachtern durchgeführt, wobei der Beobachter nach Luenberger, das zeitdiskrete EKF und das hybride EKF verglichen wurden. Prinzipiell geeignet waren die beiden EKF und aufgrund des geringeren Berechnungsaufwandes wurde letztendlich das zeitdiskrete EKF am Kran eingesetzt. Die Filterung der Dynamik der Last lieferte bessere Ergebnisse, als das bis dato eingesetzte EKF. Beim realen Einsatz erwies sich der Kontakt der Last mit dem Untergrund beim Aufheben oder Absetzen als problematisch, weil sich dabei einerseits die Last sprunghaft ändert und andererseits das Filter so eingestellt wurde, dass die Last konstant ist. Das Problem wurde so gelöst, dass bei Detektion eines Kontakts der Last mit dem Untergrund die Fehlerkovarianzmatrix des Schätzfehlers des EKF zurückgesetzt wird.

5.2 Ausblick

Um die Genauigkeit des Messsystems möglichst einfach zu erhöhen bietet es sich an eine KML mit einer besseren Genauigkeitsklasse zu verbauen. Alternativ wäre es bereits vorteilhaft, wenn der Fehler der KML näher klassifiziert wird.

Wenn eine Änderung der Messanordnung in Betracht gezogen wird, so ist es im Bezug auf die Genauigkeit vorteilhaft, wenn sich möglichst wenig Komponenten zwischen Messobjekt und Sensor befinden. Die Anzahl der Komponenten zwischen der Last und dem Sensor geht einher mit der Anzahl der Unsicherheiten. Aus diesem Grund wäre das Naheliegendste die Seilzugkraft direkt in der Auslegerspitze zu messen. Dabei muss entweder der Seildurchhang zwischen Ausleger und Turm berücksichtigt werden oder konstruktiv sichergestellt werden, dass der Seilwinkel bekannt ist.

Bei der Filterung der Dynamik der Last besteht in der detaillierteren Modellierung der Antriebshydraulik und der robusteren Detektion eines Kontaktes der Last mit dem Untergrund Potenzial für die Erhöhung der Qualität der Zustandsschätzung.

Anhang A

Bestehender Algorithmus zur Berechnung der Masse der Last

Eine Übersicht über die kompensierten Größen und ihre geometrische Anordnung ist in Abbildung A.1 dargestellt.

A.1 Berechnung

Sensorsignal der Kraftmesslasche in Lagerkraft der Winde

Mit der Geradengleichung der KML wird der Mittelwert des Sensorstromes \bar{i}_{KML} in eine Lagerkraft der Winde F_{KML} folgendermaßen umgerechnet:

$$F_{KML} = k_{KML} \cdot \bar{i}_{KML} + d_{KML}.$$

Dabei entspricht die Konstante k_{KML} dem Verstärkungsfaktor, welcher mit

$$k_{KML} = \frac{F_{KML_{\max}} - F_{KML_{\min}}}{\bar{i}_{KML_{\max}} - \bar{i}_{KML_{\min}}}$$

berechnet wird und d_{KML} dem Offset, welcher sich zu

$$d_{KML} = F_{KML_{\max}} - k_{KML} \cdot \bar{i}_{KML_{\max}}$$

berechnet.

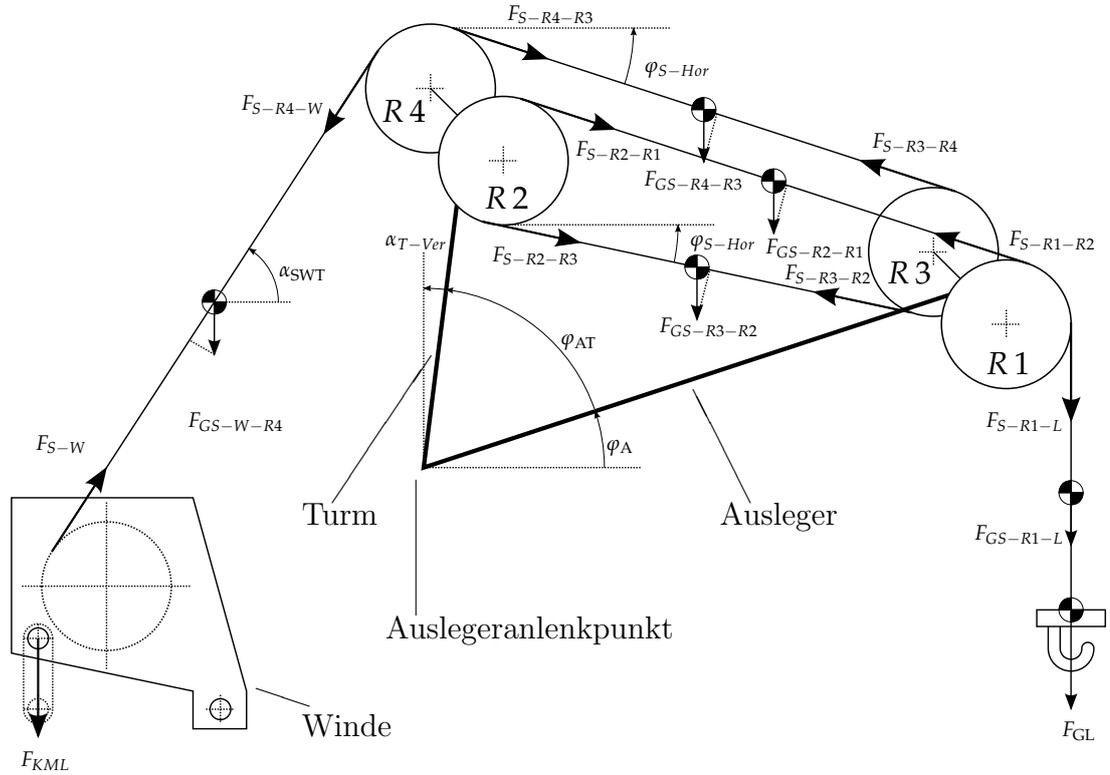


Abbildung A.1: Skizze mit den zur Kompensation des Seilverlaufes verwendeten Größen. Mit φ werden zeitveränderliche Winkel und mit α konstante Winkel bezeichnet. $F_{S-\star-\blacktriangle}$ bezeichnet Seilkräfte an der Seilrolle \star in Richtung von Position \blacktriangle . Die Bezeichnung $F_{GS-\star-\blacktriangle}$ steht für die Gewichtskraft des Seiles zwischen Position \star und \blacktriangle .

Lagerkraft der Winde in Seilzugkraft

Die Lagerkraft der Winde wird in eine Seilzugkraft an der Winde F_{S-W} umgerechnet. Berücksichtigt wird der Seilabgangswinkel α_{SA} , die Masse der Winde m_W , die Masse des auf der Winde aufgewickelten Seiles und die geometrischen Verhältnisse unter Vernachlässigung der räumlichen Ausdehnung. Abbildung 2.2 zeigt die geometrischen Verhältnisse. Der Ansatz zur Umrechnung, $\sum_i F_i l_i$, wird um den fixen Aufhängungspunkt der Winde durchgeführt. Für die Berechnung wird angenommen, dass je Winde nur ein Seil befestigt ist; am Ende der Kompensation wird das Ergebnis entsprechend multipliziert.

Für den Kraftarm l_{KS} der Seilzugkraft F_{S-W} wird angenommen, dass der Seilabgangswinkel α_{SA} gleich dem Seilwinkel zwischen Winde und Turmspitze α_{SWT} ist (vgl. Abbil-

ung 3.1). Der Kraftarm l_{KS} beträgt

$$l_{KS} = l_{mTx} \sin \alpha_{SWT} + l_{MWy} \cos \alpha_{SWT}.$$

Der Kraftarm der Kraft F_{KML} der Kraftmesslasche entspricht dem horizontalen Abstand l_{KML} ; gleiches gilt für den Kraftarm l_{mW} der Gewichtskraft der Winde $m_W g$. Für die Gewichtskraft der Winde $m_W g$ und wird angenommen, dass sich diese zu gleichen Teilen auf die beiden Windenschilde aufteilt.

Die Gewichtskraft des aufgewickelten Seiles berechnet sich zu

$$F_{GS} = l_{SW} \cdot \rho_S \cdot g,$$

wobei l_{SW} die Seillänge des auf der Winde aufgewickelterm Seiles und ρ_S die Masse je Meter ist.

Der Ansatz ergibt für die Seilkraft F_{S-W} :

$$F_{S-W} \cdot l_{KS} - F_{GS} \cdot l_{mTx} - \frac{1}{2} m_W g \cdot l_{mW} - F_{KML} \cdot l_{KML} = 0$$

$$F_{S-W} = \frac{F_{GS} \cdot l_{mTx} + \frac{1}{2} m_W g \cdot l_{mW} + F_{KML} \cdot l_{KML}}{l_{KS}}$$

Seilzugkraft vor Rolle Nr. 4

Die Gewichtskraft des Seiles zwischen Winde und Rolle Nr. 4 beträgt

$$F_{GS-W-R4} = \rho_S \cdot g \cdot l_{W-R4},$$

wobei l_{W-R4} der Seillänge entspricht. Die zur Seilrichtung parallele Komponente der Gewichtskraft des Seiles $F''_{GS-W-R4}$ beträgt mit dem Seilwinkel α_{SWT}

$$F''_{GS-W-R4} = F_{GS-W-R4} \cdot \sin \alpha_{SWT}.$$

Die Seilzugkraft vor Rolle Nr. 4 F_{S-R4-W} ist um die Gewichtskraft des Seiles größer und beträgt

$$F_{S-R4-W} = F_{S-W} + F''_{GS-W-R4}.$$

Seilzugkraft nach Rolle Nr. 4

Der Effizienzfaktor der Seilrolle η verändert je nach Drehrichtung der Seilrolle Nr. 4 die Seilzugkraft. Die Seilgeschwindigkeit bei Seilrolle Nr. 4 ist immer gleich der Seilgeschwindigkeit bei der Winde v_W und bei positiver Drehrichtung (Seil wird aufgewickelt) ist die Seilzugkraft nach der Rolle $F_{S-R4-R3}$ kleiner als F_{S-R4-W} , weil zusätzlich Biegearbeit verrichtet werden muss. Die Seilzugkraft $F_{S-R4-R3}$ beträgt

$$F_{S-R4-R3} = F_{S-R4-R3} \cdot \tilde{\eta}(v_W) = F_{S-R4-R3} \cdot \begin{cases} \eta, & \omega_W \cdot r_W \geq 3 \text{ m/min} \\ \frac{1}{\eta}, & \omega_W \cdot r_W \leq -3 \text{ m/min} \\ 1, & |\omega_W \cdot r_W| < 3 \text{ m/min} \end{cases}$$

wobei die Seilgeschwindigkeit v_W gleich der Winkelgeschwindigkeit der Winde ω_W mal dem Radius der Seiltrommel r_W ist.

Seilzugkraft vor Rolle Nr. 3

Die Gewichtskraft des Seiles zwischen Rolle Nr. 4 und Rolle Nr. 3 ist abhängig von der Distanz zwischen den beiden Punkten. Die Distanz l_{R4-R3} ist eine Funktion der Ausladung φ_A bzw. φ_{AT} und somit auch eine Funktion der Zeit. Mit dem Kosinus-Satz¹ berechnet sich die Seillänge l_{R4-R3} zu

$$l_{R4-R3} = \sqrt{l_A^2 + l_T^2 - 2 \cdot l_A \cdot l_T \cdot \cos \varphi_{AT}},$$

wobei l_A der Auslegerlänge und l_T der Distanz zwischen Auslegeranlagenpunkt und Turmspitze entspricht.

Der Winkel des Seiles zwischen Seilrolle Nr. 3 und der Horizontalen ergibt sich aus dem Sinus-Satz² und beträgt

$$\varphi_{S-Hor} = \frac{\pi}{2} - \alpha_{T-Ver} - \arcsin \left(\frac{l_A}{l_{R4-R3}} \cdot \sin \varphi_{AT} \right).$$

Mit dem Winkel und der Länge des Seilabschnittes zwischen Rolle Nr. 3 und Nr. 4 wird der zum Seil parallele Anteil der Gewichtskraft $F''_{GS-R4-R3}$ folgendermaßen berechnet:

$$\begin{aligned} F_{GS-R4-R3} &= \rho_S \cdot g \cdot l_{R4-R3}, \\ F''_{GS-R4-R3} &= F_{GS-R4-R3} \cdot \sin \varphi_{S-Hor}. \end{aligned}$$

¹ $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$

² $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

Die Seilzugkraft vor der Seilrolle Nr. 3 ist um $F''_{GS-R4-R3}$ kleiner als die Seilzugkraft nach der Rolle Nr. 4:

$$F_{S-R3-R4} = F_{S-R4-R3} - F''_{GS-R4-R3}.$$

Seilzugkraft nach Rolle Nr. 3

Auch bei Seilrolle Nr. 3 wird der Effizienzfaktor der Seilrolle berücksichtigt. Die Seilgeschwindigkeit bei Seilrolle Nr. 3 v_{R3} hängt von der Drehgeschwindigkeit der Winde ω_W und der Änderung der Seillänge zwischen Seilrolle Nr. 3 und Nr. 4 $\frac{dl_{R4-R3}}{dt}$ ab. Die Seilgeschwindigkeit v_{R3} beträgt

$$v_{R3} = \omega_W \cdot r_W + \frac{dl_{R4-R3}}{dt},$$

wobei r_W dem Radius der Seiltrommel entspricht.

Mit der Seilgeschwindigkeit v_{R3} ergibt sich die Seilzugkraft $F_{S-R3-R2}$

$$F_{S-R3-R2} = F_{S-R3-R4} \cdot \tilde{\eta}(v_{R3}) = F_{S-R3-R4} \cdot \begin{cases} \eta, & v_{R3} \geq 3 \text{ m/min} \\ \frac{1}{\eta}, & v_{R3} \leq -3 \text{ m/min} \\ 1, & |v_{R3}| < 3 \text{ m/min} \end{cases}.$$

Seilzugkraft vor Rolle Nr. 2

Da die Seillänge zwischen Rolle Nr. 2 und Nr. 3 näherungsweise gleich der Seillänge zwischen Rolle Nr. 4 und Nr. 3 ist, ergibt sich die Seilzugkraft vor Rolle Nr. 2 zu

$$\begin{aligned} F_{GS-R3-R2} &= \rho_S \cdot g \cdot l_{R4-R3}, \\ F''_{GS-R3-R2} &= F_{GS-R3-R2} \cdot \sin \varphi_{S-Hor}, \\ F_{S-R2-R3} &= F_{S-R3-R2} + F''_{GS-R3-R2}. \end{aligned}$$

Seilzugkraft nach Rolle Nr. 2

Die Seilgeschwindigkeit an der Seilrolle Nr. 2 hängt genau wie an Seilrolle Nr. 3 von der Seilgeschwindigkeit an der Winde und der Seillängengeschwindigkeit $\frac{dl_{R4-R3}}{dt}$ ab. Der Unterschied zur Seilrolle Nr. 3 ist, dass sich die Seillängengeschwindigkeit doppelt auswirkt.

$$v_{R2} = \omega_W \cdot r_W + 2 \cdot \frac{dl_{R4-R3}}{dt}.$$

Anhang A Bestehender Algorithmus zur Berechnung der Masse der Last

Die Seilzugkraft $F_{S-R2-R1}$ beträgt somit

$$F_{S-R2-R1} = F_{S-R2-R3} \cdot \tilde{\eta}(v_{R2}) = F_{S-R2-R3} \cdot \begin{cases} \eta, & v_{R2} \geq 3 \text{ m/min} \\ \frac{1}{\eta}, & v_{R2} \leq -3 \text{ m/min} \\ 1, & |v_{R2}| < 3 \text{ m/min} \end{cases}$$

Seilzugkraft vor Rolle Nr. 1

Die Seilzugkraft vor Seilrolle Nr. 1 berechnet sich analog zu den vorherigen Seilrollen zu

$$\begin{aligned} F_{GS-R2-R1} &= \rho_S \cdot g \cdot l_{R4-R3}, \\ F_{GS-R2-R1}'' &= F_{GS-R2-R1} \cdot \sin \varphi_{S-Hor}, \\ F_{S-R1-R2} &= F_{S-R2-R1} - F_{GS-R2-R1}''. \end{aligned}$$

Seilzugkraft nach Rolle Nr. 1

Die Seilgeschwindigkeit an der Rolle Nr. 1 v_{R1} hängt mit dem Faktor 3 von der Seillängengeschwindigkeit $\frac{dl_{R4-R3}}{dt}$ ab und beträgt

$$v_{R1} = \omega_W \cdot r_W + 3 \cdot \frac{dl_{R4-R3}}{dt}.$$

Damit ergibt sich für die Seilzugkraft nach der Seilrolle Nr. 1

$$F_{S-R1-L} = F_{S-R1-R2} \cdot \tilde{\eta}(v_{R1}) = F_{S-R1-R2} \cdot \begin{cases} \eta, & v_{R1} \geq 3 \text{ m/min} \\ \frac{1}{\eta}, & v_{R1} \leq -3 \text{ m/min} \\ 1, & |v_{R1}| < 3 \text{ m/min} \end{cases}$$

Seilzugkraft an der Last

Die Seilzugkraft an der Last F_{GL} ist um die Gewichtskraft des Seilabschnittes zwischen Auslegerspitze und Lastaufnahmemittel $F_{GS-R1-L}$ kleiner als die Seilzugkraft nach der Seilrolle Nr. 1 F_{S-R1-L} . Die Seillänge zwischen Auslegerspitze und Lastaufnahmemittel l_P liegt als Systemvariable vor und es wird bei der Berechnung der Seilzugkraft an der Last F_{GL} davon ausgegangen, dass das Seil immer im Lot hängt.

$$\begin{aligned} F_{GS-R1-L} &= \rho_S \cdot g \cdot l_P, \\ F_{GL} &= F_{S-R1-L} - F_{GS-R1-L}. \end{aligned}$$

Gewichtskraft der Last

Je Winde wird nur eine Seilzugkraft kompensiert, deshalb muss F_{GL}^{\sim} mit 2 multipliziert werden, um die gesamte Gewichtskraft der Last zu berechnen.

$$F_{GL} = F_{GL}^{\sim} \cdot 2.$$

Kalmanfilterung

Mit dem in [Küc10] entworfenen EKF werden vertikale Oszillationen der Last aus der Kraft F_{GL} herausgefiltert.

Berücksichtigung von zwei Winden

Falls der Kran zwei Winden besitzt wird obige Kompensation je Winde durchgeführt und am Ende werden beide gefilterten Signale addiert.

A.2 Zusammenfassung des Algorithmus

$$\begin{aligned}
 F_{KML} &= k_{KML} \cdot \bar{i}_{KML} + d_{KML} \\
 F_{S-W} &= \frac{F_{GS} \cdot l_{mTx} + \frac{1}{2} m_W g \cdot l_{mW} + F_{KML} \cdot l_{KML}}{l_{KS}} \\
 F_{S-R4-R3} &= (F_{S-W} + F_{GS-W-R4}'') \cdot \tilde{\eta}(v_W) \\
 F_{S-R3-R2} &= (F_{S-R4-R3} - F_{GS-R4-R3}'') \cdot \tilde{\eta}(v_{R3}) \\
 F_{S-R2-R1} &= (F_{S-R3-R2} + F_{GS-R3-R2}'') \cdot \tilde{\eta}(v_{R2}) \\
 F_{S-R1-L} &= (F_{S-R2-R1} - F_{GS-R2-R1}'') \cdot \tilde{\eta}(v_{R1}) \\
 F_{GL} &= 2 \cdot (F_{S-R1-L} - F_{GS-R1-L}) \\
 F_{GLFilt} &= Kal(F_{GL}) \\
 F_{GLSum} &= \sum_{i=1}^{N_{Winden}} F_{GLFilt,i}
 \end{aligned}$$

Literatur

- [Ada09] J. Adamy. *Nichtlineare Regelungen*. Springer Heidelberg, 2009. ISBN: 978-3-642-00793-4.
- [DV11] L. Dodds-Ely und J. Venter. „How not to lose weight. Gottwald’s new verifiable weighing system for harbour cranes“. In: *Dry Cargo International* 138 (7. Juli 2011). Hrsg. von J. Chinnock und A. Hucker-Brown, S. 83–88.
- [EE09] F. Ehmke und U. Esswein. „Kraftmessung am Ausleger eines Krans“. Patentanmeldung DE 10 2007 009 249 B4. Gottwald Port Technology GmbH, 40597 Düsseldorf (DE) und Schenck Process GmbH, 64293 Darmstadt (DE). 30. Juli 2009.
- [Eng+11] G. Engeln-Müllges, K. Niederdrenk und R. Wodicka. *Xpert.press. Numerik- Algorithmen. Verfahren, Beispiele, Anwendungen*. 10. Aufl. Springer Berlin Heidelberg, 2011. ISBN: 978-3-642-13472-2.
- [GA08] M. S. Grewal und A. P. Andrews. *Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB*. 3. Aufl. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, Sep. 2008. ISBN: 978-0-470-17366-4.
- [Gel+74] A. Gelb, J. F. Kasper, R. A. Nash, C. F. Price und A. A. Sutherland. *Applied Optimal Estimation*. Hrsg. von A. Gelb. MIT Press, 1974.
- [GF11] K.-H. Grote und J. Feldhusen, Hrsg. *Dubbel. Taschenbuch für den Maschinenbau : mit Tabellen*. Begr. von H. Dubbel. 23. Aufl. Springer Berlin Heidelberg New York, 2011. ISBN: 978-3-642-17305-9.
- [Hof04] A. Hofer. *Computerunterstützte Modellbildung und Simulation*. Skriptum zur Vorlesung. Institut für Reglung und Automatisierungstechnik, Technische Universität Graz, 2004.
- [Hof07] J. Hoffmann, Hrsg. *Taschenbuch der Messtechnik. Mit 479 Bildern und 63 Tabellen*. 5. Aufl. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, 2007. ISBN: 978-3-446-40993-4.
- [Kál60] R. E. Kálmán. „A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems“. In: *Journal of Basic Engineering* 82 (1960). Hrsg. von American Society of Mechanical Engineers. URL: <http://www.cs.unc.edu/~welch/kalman/media/pdf/Kalman1960.pdf> (besucht am 15. 11. 2012).

Literatur

- [Küc10] S. Küchler. *Lastmassenbeobachter*. Bericht. Liebherr Werk Nenzing GmbH, 2010.
- [Lie12] Liebherr. *Hafenmobilkran LHM 420*. Datenblatt. 6710 Nenzing, Österreich: Liebherr Werk Nenzing GmbH, Juni 2012.
- [Neu11] J. Neupert. *Berichte aus dem Institut für Systemdynamik*. Bd. 9: *Flachheitsbasierte Trajektorienfolgeregelung für Drehkrane mit modellprädiktiver Trajektoriengenerierung*. Shaker Verlag, 2011. ISBN: 978-3-8440-0256-0.
- [RZ95] R. Rothfuß und M. Zeitz. „Einführung in die Analyse nichtlinearer Systeme“. In: S. Engell und F. Allgöwer. *Entwurf nichtlinearer Regelungen*. Hrsg. von S. Engell. Oldenbourg, Apr. 1995, S. 4 –22. ISBN: 3-486-23065-4.
- [Sch05] K. Schneider. „Trajektorienfolgeregelung bei Drehkransystemen“. Dissertation. Fakultät für Informatik und Automatisierungstechnik der Technischen Universität Ilmenau, 2005.
- [Sch09] M. Schneller. „Online Detection of Load Cycles of a Liebherr Mobile Harbour Crane“. Master’s Thesis. Dornbirn: Vorarlberg University of Applied Sciences, 2009.
- [Sch+11] K. Schneider, M. Amann, M. Schneller, O. Sawodny und S. Küchler. „System zum Erfassen der Lastmasse einer an einem Hubseil eines Kranes hängenden Last“. Europäische Patentanmeldung EP 2 298 687 A2. Liebherr-Werk Nenzing GmbH, 6710 Nenzing (AT). 23. März 2011.
- [Sim06] D. Simon. *Optimal State Estimation. Kalman, H Infinity, and Nonlinear Approaches*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, Juni 2006. ISBN: 978-0-471-70858-2.
- [SS00] L. Sciavicco und B. Siciliano. *Modelling and control of robot manipulators*. 2. Aufl. Advanced textbooks in control and signal processing. Springer, 2000. ISBN: 1-85233-221-2.
- [Ste94] R. F. Stengel. *Optimal Control and Estimation*. Reissue. Dover Books on Mathematics. Dover Publications, New York, Sep. 1994. ISBN: 978-0-486-68200-6.
- [Teu07] Teufelberger. *Technisches Handbuch*. Stahlseile von Teufelberger. Handbuch. 4600 Wels, Österreich: Teufelberger Seil GmbH, Jan. 2007.
- [Tho76] C. L. Thornton. „Triangular Covariance Factorizations for Kalman Filtering“. Ph.D. Thesis. Pasadena, California: California Institute of Technology, 1976. 197 S. URL: http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19770005172_1977005172.pdf (besucht am 16.12.2012).
- [Woe11] C. Woernle. *Mehrkörpersysteme. Eine Einführung in die Kinematik und Dynamik von Systemen starrer Körper*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011. ISBN: 978-3-642-15981-7.

- [WW08] S. Wilkens und J. Wimschulte. „Frachtderivate. Leinen los“. In: *Die Bank. Zeitschrift für Bankpolitik und Praxis* (Dez. 2008), S. 22–28. URL: <http://www.die-bank.de/finanzmarkt/leinen-los> (besucht am 14.11.2012).