



INSTITUT FÜR REGELUNGS-  
UND AUTOMATISIERUNGSTECHNIK  
TECHNISCHE UNIVERSITÄT GRAZ



# MASTERARBEIT

ENTWURF UND SIMULATION DER REGELUNG DES NEUEN  
INTEGRIERTEN AKTUATORS

verfasst von

Christian Prattes, BSc

in Zusammenarbeit mit



betreut von

Ao.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. tit.Univ.-Prof. Anton Hofer

Graz, 2013



## **Eidesstattliche Erklärung**

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommene Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources/resources, and that I have explicitly marked all material which has been quoted either literally or by content from the used sources.

Graz, Mai 2013



## **Kurzzusammenfassung**

In dieser Arbeit wird die mathematische Modellierung, der Reglerentwurf und die Simulation eines System aus dem Automobilbau behandelt. Das System umfasst einen elektrischen Aktuator (BLDC-Motor), der über ein Getriebe (Schneckengetrieb und Kugelrampenmechanismus) eine Kupplung betätigt. Das mathematische Modell wird dabei möglichst einfach gehalten, um damit einfache Reglerentwürfe und in weiterer Folge Simulationsstudien mit kurzen Rechenzeiten durchführen zu können. Weiters bietet das erstellte Simulationsmodell die Möglichkeit, das Verhalten des Systems beim Einwirken verschiedener Störungen und Fehler zu untersuchen, indem diese gezielt in die Simulation einbezogen werden können.

## **Abstract**

The aim of this thesis is to establish the mathematical model of a system used in automotive industry and subsequently to design controllers for the system. Finally the behaviour of the control system has to be investigated by computer simulations. The system consist of an electrical actuator (a BLDC-drive) attached to a gearbox (wormgear and ball ramp) actuating a clutch. It is the intention to keep the model simple for the purpose of controller design and computer simulation studies, to allow for short calculation turnarounds on subsequent simulations of the system. The developed simulation model will also accommodate for planned error inputs and given distortions, which will allow further analysis.



# Inhaltsverzeichnis

Eidesstattliche Erklärung . . . . .	i
Kurzzusammenfassung / Abstract . . . . .	iii
<b>1 Einführung</b>	<b>3</b>
1.1 Systembeschreibung . . . . .	5
1.2 Aufgabenstellung . . . . .	6
1.3 BLDC-Maschine . . . . .	6
<b>2 Modellbildung</b>	<b>13</b>
2.1 BLDC-Maschine im Gleichstrommaschinen-Modell . . . . .	13
2.1.1 Zustandsraum Darstellung . . . . .	16
2.1.2 Transformation in den Bildbereich . . . . .	17
2.2 Reibmodell . . . . .	18
2.2.1 Validierung und Modellparameter . . . . .	19
2.3 Getriebe (Schnecke, Aktuatorring mit Kugelrampe) . . . . .	28
2.3.1 Abschätzungen zum Massenträgheitsmoment . . . . .	29
2.4 Kupplung . . . . .	31
2.5 Simulation . . . . .	33
2.5.1 Gleichstrommaschinenmodell . . . . .	33
2.5.2 Getriebe und Kupplung . . . . .	34
2.5.3 Stromfilter . . . . .	34
2.5.4 Fault Injection . . . . .	35
2.5.5 Umschaltung zwischen Lage- und Momentenregelung	36
2.5.6 PI-Regler mit AntiWindUp . . . . .	37
2.5.7 Umrechnung Sollmoment auf Sollwinkel . . . . .	38
2.5.8 PWM . . . . .	39
<b>3 Reglerentwurf mit dem FKL-Verfahren</b>	<b>41</b>

3.1	Entwurf 1 . . . . .	45
3.1.1	Stromregelkreis . . . . .	45
3.1.2	Drehzahlregelkreis . . . . .	50
3.1.3	Positionsregelkreis . . . . .	54
3.2	Entwurf 2 . . . . .	56
3.2.1	Stromregelkreis . . . . .	57
3.2.2	Drehzahlregelkreis . . . . .	60
3.2.3	Positionsregelkreis . . . . .	60
3.3	Entwurf 3 . . . . .	62
3.3.1	Stromregelkreis . . . . .	63
3.3.2	Drehzahlregelkreis . . . . .	65
3.4	Entwurf 4 . . . . .	67
3.5	Entwurf 5 . . . . .	68
3.5.1	Stromregelkreis . . . . .	68
3.5.2	Drehzahlregelkreis . . . . .	71
4	Entwurf eines integrierenden Zustandsreglers	<b>73</b>
4.1	Zu Grunde liegendes Modell . . . . .	73
4.2	LQR-Entwurf . . . . .	76
5	Diskussion der Simulationsergebnisse	<b>81</b>
5.1	Einfluss der PWM zur Beurteilung der Regler . . . . .	81
5.2	Vergleich der Regler nach dem FKL-Verfahren . . . . .	86
5.3	Simulationsergebnisse mit LQR . . . . .	98
5.4	Diskussion fault injection . . . . .	102
6	Zusammenfassung, denkbare Erweiterungen	<b>111</b>
	Abkürzungen	<b>113</b>
	Literatur	<b>115</b>

# 1 Einführung

Ein großer Teil der Wertschöpfung eines PKW ist dem Bereich der Elektrotechnik zu zuschreiben. Erst das Zusammenspiel verschiedener Ingenieursdisziplinen ermöglicht es Fahrzeugen, heutigen und auch zukünftigen Anforderungen gerecht zu werden. Die MAGNA Powertrain AG & Co KG, Werk Lannach (MPT) ist hier im Bereich von Antriebsstrangsystemen erfolgreich tätig und bietet ihren KundInnen mechanische und elektronisch gesteuerte Komponenten an. Durch innovative Ansätze und Weiterentwicklungen sollen die Leistungsdaten der Komponenten, und damit des gesamten Fahrzeuges, gesteigert und dabei der Energiebedarf und somit Schadstoffemission gesenkt werden.



Abbildung 1.1: Aktives Verteilergetriebe - Green Gen II (ATC 350) von MPT [8].

Grundlage dieser Arbeit ist die von MPT gestellt Aufgabe, für eines ihrer

Systeme ein Simulationsmodell zu entwickeln. Beim zu behandelten System handelt es sich um ein aktives Verteilergetriebe, wie es etwa in Abbildung 1.1 als Beispiel dargestellt ist. Das Verteilergetriebe sorgt mit der entsprechenden Ansteuerung dem Fahrzustand angepasst für die geforderte Drehmomentenverteilung zwischen Vorder- und Hinterachse des Fahrzeuges und so für optimale Traktion. Für die Betätigung der zugehörigen Kupplung wird ein in das Verteilergetriebe integrierter elektrischer Antrieb verwendet. In Abbildung 1.2 sind jene Komponenten aus 1.1 extrahiert, die in dieser Arbeit genauer betrachtet werden.

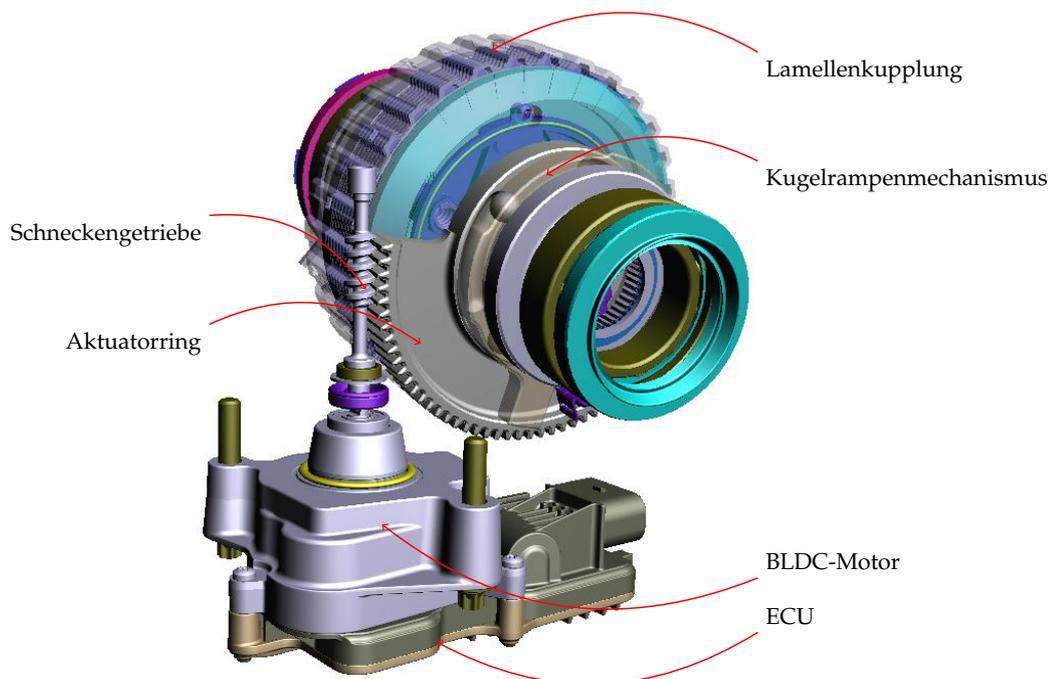


Abbildung 1.2: Darstellung des Gesamtsystems bestehend aus den Hauptkomponenten ECU, BLDC-Motor, Schneckengetriebe, Kugelrampenmechanismus und Lamellenkupplung [8].

## 1.1 Systembeschreibung

Bei der stetigen Weiterentwicklung der Getriebekomponenten wird bei MPT auch der Kupplungsaktuator weiter verbessert. Der bisher eingesetzte Aktuator wird von einem brushless direct current (BLDC)-Motor in Dreieckschaltung angetrieben. Durch die Integration von Motor und electronic control unit (ECU) in eine Komponente, wird dieser integrierter Aktuator (ITA) genannt. Die Weiterentwicklung des ITA wird einen BLDC-Motor in Sternschaltung beinhalten. Dieser neue Aktuator wird bei MPT als neuer integrierter Aktuator (NIA) bezeichnet. Der Aktuator hat die Aufgabe, durch die Drehung des Motors über ein Schneckengetriebe einen Kugelrampenmechanismus zu bewegen, durch den die Kupplung betätigt wird. So wird nach Vorgabe eines übergeordneten Systems an der Kupplung ein bestimmtes übertragbares Drehmoment eingestellt.

Im unteren Teil der Abbildung 1.2 befindet sich die ECU auf der gleich darüber der Motor angebaut ist. An die Welle des Motors ist eine Welle mit einer Schneckenverzahnung angeflanscht. Durch die Rotation des Rotors, überträgt die Schnecke die Bewegung auf den Aktuatorring. Durch die Rotation des Aktuatorrings wird über den Kugelrampenmechanismus die rotatorische Bewegung des Rotors in eine axiale Bewegung umgesetzt. Die axiale Bewegung schließt und öffnet die Kupplung. Je nach Stellung wird ein bestimmtes übertragbares Drehmoment an der Kupplung eingestellt.

Am realen System ist bereits eine Kaskadenregelung mit PI-Reglern implementiert. Die Regelalgorithmen sind dabei in zwei Tasks unterschiedlicher Periode aufgeteilt. Der Stromregelkreis, der innerste in der Kaskadenstruktur, arbeitet mit einer Periodendauer von  $T_{d,I} = 136 \mu\text{s}$ . Diese Periodendauer ist auch gleichzeitig die Periodendauer der Pulsweitenmodulation (PWM) zur Ansteuerung des Motors, also  $T_{d,PWM} = 136 \mu\text{s}$ . Die beiden äußeren Regelkreise der Kaskadenstruktur zur Drehzahl und Lageregelung arbeiten im  $T_{d,\omega} = 2 \text{ ms}$  Takt.

### 1.2 Aufgabenstellung

Das Ziel dieser Arbeit ist es, ein einfaches Simulationsmodell in MATLAB SIMULINK für das oben beschriebene System zu erstellen. Dazu gilt es ein mathematisches Modell des BLDC-Motors zu entwerfen, das sowohl für einen einfachen Reglerentwurf als auch in der Simulation Anwendung findet. Weiters ist ein Reglerentwurf durchzuführen. Das Ziel der Regelung ist es, an der Kupplung ein bestimmtes Drehmoment einzustellen, das heißt, es ist eine Lageregelung zu entwerfen. Anforderungen an die Leistungsfähigkeit, die Stellgenauigkeit und die Stellgrößenbeschränkungen sind dabei einzuhalten. Eine kaskadierte Regelung von Strom, Drehzahl und Position mit PI-Reglern ist als Vorgabe definiert. Für die Stellvorgänge soll wenig Energie benötigt werden. Das Simulationsmodell soll auch die Möglichkeit bieten, gezielt Störungen und Fehler den gemessenen Größen Strom, Winkel und Drehzahl aufzuprägen. In Simulationsstudien sind Reglerentwürfe verschiedener Ansätze im Hinblick auf die Performanzansprüche, Stellgrößen und Energieverbrauch zu vergleichen so wie Auswirkungen der Störungen und Fehler zu diskutieren.

Die Anforderungen an das geregelte System sind durch nachfolgende Punkte definiert:

- Ein Momentensprung auf Kupplungsniveau von 0 Nm auf 1000 Nm muss innerhalb 80 ms durchgeführt werden.
- Dabei ist eine Stellgenauigkeit von  $\pm 5\%$  einzuhalten
- und das Boardnetz darf nicht mit mehr als 25 A belastet werden.

### 1.3 BLDC-Maschine

Ein BLDC-Motor ist eine elektrische Maschine, die ohne Bürsten, Schleifringe und mechanischen Kommutator auskommt. Im Prinzip besteht so eine Maschine aus einem Satz von Permanentmagneten, die in einer Anordnung von Gleichstrom durchflossenen Spulen (Wicklungssystem) rotieren. Dabei

fließt der Strom in einer Spule gemäß der Anordnung über ein bestimmtes Rotorlagenintervall in eine Richtung. Um ein Drehmoment in eine gleichbleibende Richtung zu erzeugen, muss die Richtung des Stromes abhängig von der Rotorlage umgekehrt werden. Diese Umkehrung wird Kommutierung genannt. Steht die Drehzahl  $n$  von Motoren in festem Zusammenhang mit der Frequenz  $f$  der Versorgung und der Polpaarzahl  $p$  der Maschine (1.1), wird von *Synchron-Maschinen* gesprochen [4].

$$n = 60 \frac{f}{p} \text{ min}^{-1} \quad (1.1)$$

Dieser Zusammenhang gilt auch beim Motor der in dieser Arbeit behandelt wird.

Bei herkömmlichen Gleichstrommaschinen geschieht die Kommutierung durch den mechanischen Kommutator und die Bürsten. Durch die Konstruktion ist damit die Umkehrung des Stromes immer synchron mit dem Fluss der Permanentmagnete. Im Falle des BLDC-Motors wird die Kommutierung abhängig von der Rotorposition elektronisch, das heißt durch das Schalten von Transistoren, herbeigeführt. Dazu ist die Kenntnis der Rotorposition essentiell. Der Strom in jeder Phase wechselt das Vorzeichen zweimal je Periode  $1/f$  [4].

In der Literatur wird zwischen *squarewave drives*, Antrieb mit Blockbestromung, und *sinewave drives*, Antrieb mit sinusförmiger Bestromung, unterschieden. Beim ersten Typ wird der Strom und damit das Drehmoment in der Phase je Kommutierungsabschnitt (näherungsweise) konstant gehalten. Die induzierte Spannung ist in diesem Bereich annähernd trapezförmig. Beim zweiten Typ wird der Strom durch die Ansteuerung der Leistungselektronik so geregelt, dass er sinusförmig ist. Dadurch wird ein glatterer Drehmomentenverlauf erreicht. Um die eben beschriebenen Verläufe zu erreichen ist neben der Ansteuerung auch der mechanische Aufbau des Motors entscheidend [4].

In dieser Arbeit wird ein Antrieb mit Blockbestromung behandelt.

Auf allgemeine, weiterführende Erklärungen der Wirkungsweise von

BLDC-Motoren und Herleitungen von Gleichungen wird in dieser Arbeit verzichtet und auf die Literatur wie [4] verwiesen. Für diese Arbeit nötige Zusammenhänge werden an der jeweiligen Stelle erörtert.

Abbildung 1.3 zeigt eine Fotografie des Rotors und Teile des 3-phasigen Wicklungssystems des Motors im ITA. Diese drei Phasen sind in Dreieck verschaltet und auf zwölf Zähne aufgeteilt, sodass acht Pole beziehungsweise vier Polpaare entstehen. Die acht deutlich erkennbaren Taschenmagnete sind in das auf die Motorwelle aufgepresste Rotorblechpaket geklebt. Am gezeigten Ende der Motorwelle befindet sich ein zweipoliger Magnet. Durch sein Magnetfeld und einem Lagesensor, der mit dem gigant magneto-resistance (GMR)-Effekt arbeitet, wird die Rotorlage bestimmt [9]. Die Kenntnis der Rotorlage ist für die Steuerung der Kommutierung essentiell und wird auch für die Lageregelung verwendet. Am anderen Ende der Motorwelle ist ein Flansch zur Aufnahme der Welle mit der Schnecke angebracht.

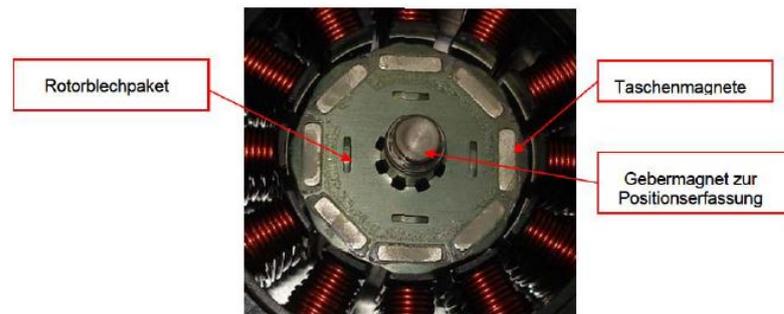


Abbildung 1.3: Fotografie des Rotors und Teile des Stators [8].

Ein BLDC-Motor ist als Einheit von Stator, Rotor und der nötigen Elektronik zur Kommutierung aufzufassen. In Abbildung 1.4 ist ein elektrisches Ersatzschaltbild dieses Systems skizziert. Im oberen Teil ist der B6-Pulswechselrichter (PWR) dargestellt. Dabei sind die drei Halbbrücken mit HB1, HB2 und HB3 benannt. Der Teil der Halbbrücke, der mit dem positiven Pol der Versorgung verbunden ist, wird mit high side (HS) bezeichnet, der Teil der mit dem negativen Pol verbunden ist, als low side (LS). Bei MPT ist es üblich, den PWR mit der Modulationsart Blockbestromung im allgemeinen

Sprachgebrauch als PWM zu bezeichnen. Deshalb wird ab nun in dieser Arbeit ebenfalls die Abkürzung PWM als zusammenfassender Begriff dafür verwendet. Im unteren Teil sind die in Dreieck verschalteten drei Phasen des Stators gezeichnet. Je Phase wird der Ohmsche Widerstand in  $R_{ph}$  und die Induktivität in  $L_{ph}$  zusammengefasst sowie die induzierte Spannung  $u_{h,i}$  mit  $i = [1,2,3]$  dargestellt. Der im sogenannten Fusspunkt gezeichnete Shunt  $R_{Shunt}$  wird für die Strommessung verwendet.

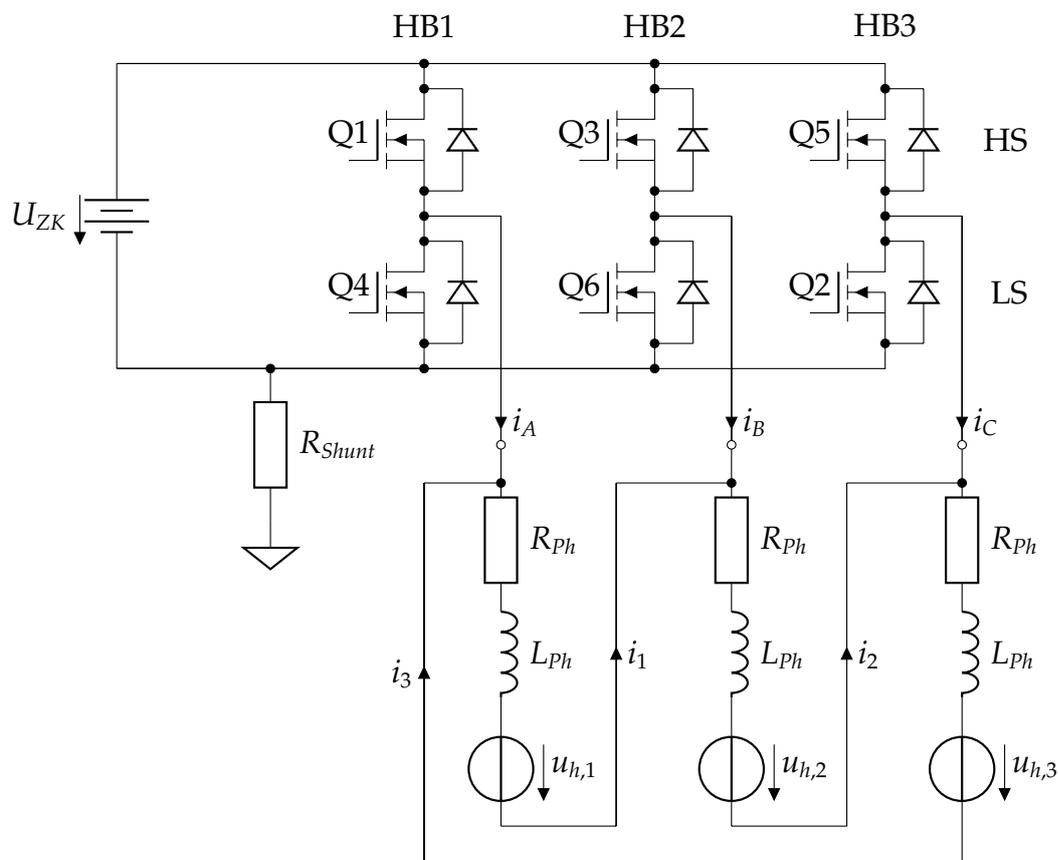


Abbildung 1.4: Schema eines BLDC-Antriebs mit in Dreieck verschalteten Ständerwicklungen und dem zugehörigen B6-Pulswechselrichter für die elektronische Kommutierung.

Das Kommutierungsschema in Abbildung 1.5 zeigt die idealen Verläufe der Zweigströme  $i_{[A,B,C]}$  im Intervall  $[0 \dots 360]^\circ$  elektrischer Winkel aufgetragen. Exemplarisch für die ideale Kurvenform der Phasenströme ist der

Strom  $i_1$  gezeichnet. Durch Maßnahmen im Maschinendesign wird versucht, den idealen Verlauf der induzierten Spannung  $u_{h,1}$  zu erreichen. Die aktiven Schalter der Halbbrücken sind für je  $120^\circ$ -Intervalle definiert. Alle nicht aktiven Schalter sind jeweils geöffnet. Im realen System wird die Strategie verfolgt, den LS-Schalter im aktiven Intervall geschlossen zu halten, während der HS-Schalter den gegenwärtigen Anforderungen nach per PWM gepulst wird.

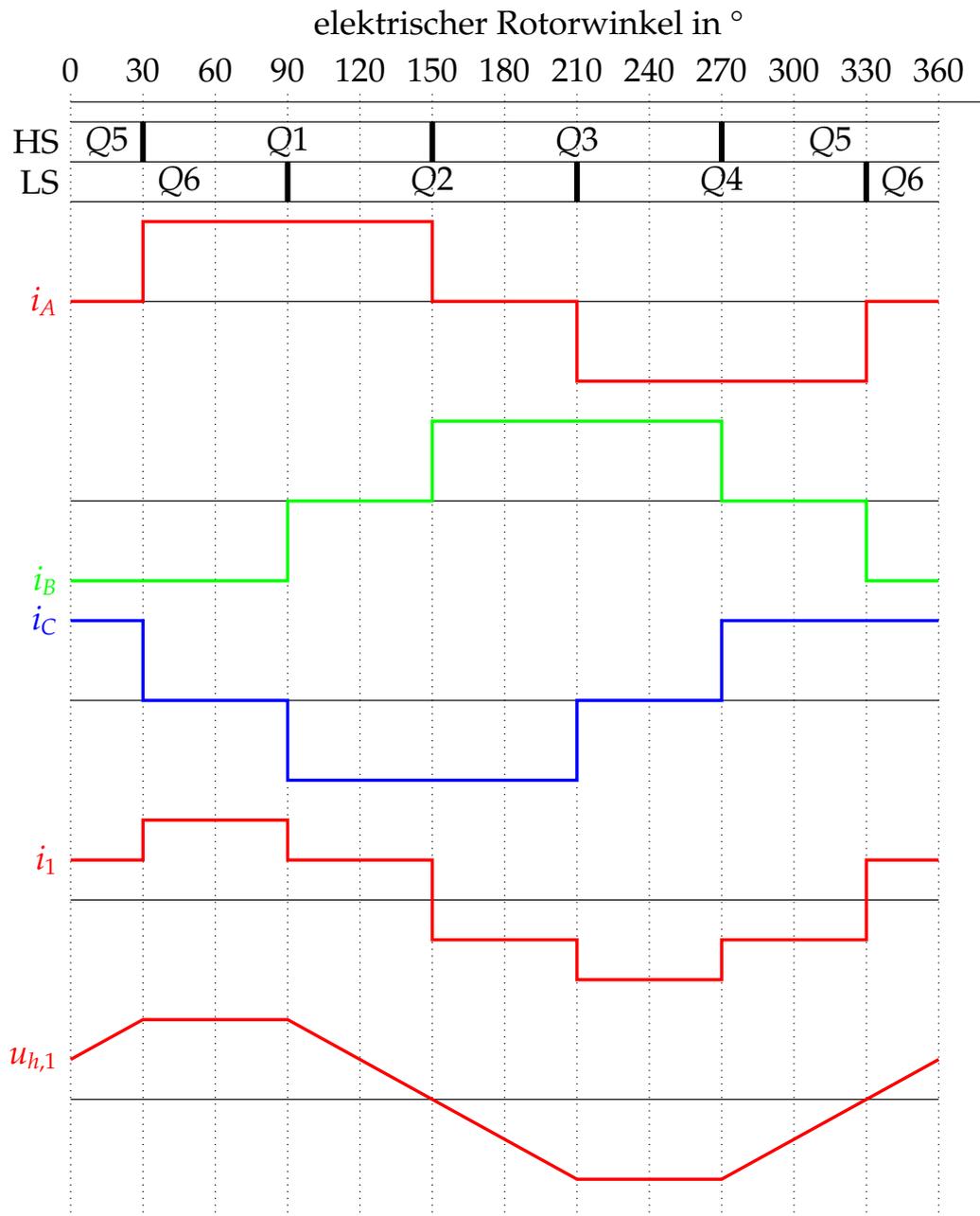


Abbildung 1.5: Kommutierungsschema mit den idealisierten Verläufen der Zweigströme  $i_{[A,B,C]}$ , des Phasenstroms  $i_1$  und der induzierten Spannung  $u_{h,1}$  der Phase 1 und der aktiven Schalter der HS und LS [4].



## 2 Modellbildung

In diesem Abschnitt wird die Erstellung des mathematischen Modells für das vorgegebene System sowie die Umsetzung als Simulationsmodell in SIMULINK diskutiert.

### 2.1 BLDC-Maschine im Gleichstrommaschinen-Modell

Ein Ziel dieser Arbeit ist es, ein einfaches mathematisches Modell des BLDC-Motors für Reglerentwürfe und die Simulation in SIMULINK zu erstellen. Dabei wird von in Dreieck verschalteten Wicklungen im Stator ausgegangen. Die prinzipielle Wirkungsweise des BLDC-Motors ist der einer permanentmagneterregten Gleichstrommaschine, von der Art der Kommutierung und den damit verbundenen Effekten abgesehen, ident. Es liegt also nahe, für die Modellierung der Antriebsmaschine, ein Gleichstrommaschinenmodell zu verwenden. Da die Erregung durch die Permanentmagnete gegeben ist, entfällt der Erregerkreis. Die Phasengrößen des Motors müssen nur je Schaltung umgerechnet werden. Durch Betrachten eines Kommutierungsintervalles wird schnell deutlich, dass sich innerhalb eines Intervalles der Brückenstrom auf die Parallelschaltung, bestehend aus zwei Phasen in Serie und dazu die dritte Phase parallel, aufteilt. Durch Zusammenfassen der Widerstände und Induktivitäten ergibt sich für den Stator des BLDC-Motors die Ersatzschaltung des Rotors der permanentmagneterregten Gleichstrommaschine. In Abbildung 2.1 ist diese Ersatzschaltung gezeichnet. Auf Indizes wird verzichtet, da ab jetzt durch die Verwendung dieses Gleichstrommaschinenmodells ohnehin nur mehr ein Strom  $i$ , eine Versorgungsspannung  $u$ ,

ein Widerstand  $R$ , eine Induktivität  $L$  und eine induzierte Spannung  $u_h$  im System vorkommt.

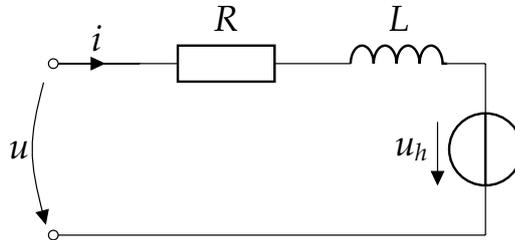


Abbildung 2.1: Modell einer permanenterregten Gleichstrommaschinen.

Die Werte für  $R$  und  $L$  errechnen sich zu

$$R = R_{ph} // (R_{ph} + R_{ph}) = \frac{2}{3}R_{ph} \quad (2.1)$$

und

$$L = L_{ph} // (L_{ph} + L_{ph}) = \frac{2}{3}L_{ph}. \quad (2.2)$$

Durch Anwendung der Kirchhoffschen Maschenregel folgt direkt die Differentialgleichung

$$0 = -u + Ri + L \frac{di}{dt} + u_h, \quad (2.3)$$

wobei für die induzierte Spannung

$$u_h = k_m \frac{d\varphi}{dt} = k_m \omega \quad (2.4)$$

gilt. In Gleichung (2.4) steht  $\omega$  für die Winkelgeschwindigkeit des Rotors, entsprechend  $\varphi$  für den Rotorwinkel oder in dieser Arbeit auch Rotorlage, Lage und Position genannt. Die maschinenspezifische Konstante  $k_m$ , Maschinenkonstante genannt, stellt den Zusammenhang der beiden Größen her. Für das Gleichstrommaschinenmodell wird die Polpaarzahl mit  $p = 1$  gesetzt. Damit entspricht im Weiteren der elektrische Winkel dem mechani-

schen Winkel.

Es wird die Annahme getroffen, dass sich die zugeführte elektrische Leistung  $P_{el}$  im stationären Betrieb in die Verlustleistung der Ständerwicklung  $P_{Cu}$  und mechanischen Leistung  $P_{mech}$  aufteilt<sup>1</sup>.

$$P_{el} = P_{Cu} + P_{mech} \quad (2.5)$$

$$= RI^2 + u_h I \quad (2.6)$$

Mit  $P_{Cu} = RI^2$  und dem Zusammenhang aus der Mechanik zwischen Drehmoment  $M$ , Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$  und Leistung  $P$

$$M\Omega = P \quad (2.7)$$

folgt, dass

$$P_{mech} = U_h I = k_m \Omega I = M_i \Omega \quad (2.8)$$

ist. Daraus folgt das innere Moment  $M_i$  der Maschine:

$$M_i = k_m I. \quad (2.9)$$

Damit kann die Bewegungsgleichung (2.10) formuliert werden.

$$0 = m_i - J \frac{d\omega}{dt} - m_R - m_L \quad (2.10)$$

Zum Beschleunigen des Rotors mit dem Trägheitsmoment  $J$  ist das Drehmoment  $J \frac{d\omega}{dt}$  nötig. Im Ausdruck  $m_R$  sind Reibverluste zusammengefasst und  $m_L$  steht für das Lastmoment, das an der Welle der Maschine gefordert wird. Durch Umschreiben der Gleichungen (2.3) mit (2.4) eingesetzt und (2.10) mit (2.9) eingebaut, und der Annahme eines linearen, viskosen

---

<sup>1</sup>Großbuchstaben in den Gleichungen verdeutlichen die Betrachtung des stationären Zustandes.

Reibmodelles

$$m_R = k_{r,lin}\omega, \quad (2.11)$$

folgt das lineare Differentialgleichungssystem erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten (2.12).

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} &= -\frac{1}{J} (k_m i - k_{r,lin}\omega - m_L) \\ \frac{di}{dt} &= \frac{1}{L} (-Ri - k_m\omega + u) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Dieses lineare System dient in dieser Arbeit als Ausgangspunkt für die Reglerentwürfe. Mit einem nichtlinearen Reibmodell wird es auch in der Simulation eingesetzt.

Es sei hier erwähnt, dass das ermittelte Gleichstrommaschinenmodell nur eine sehr einfache Abbildung eines BLDC-Motors darstellt. Insbesondere werden durch das Modell sämtliche durch die Kommutierung auftretenden Effekte nicht beschrieben.

### 2.1.1 Zustandsraum Darstellung

Für weitere Berechnungen ist es nötig, das Differentialgleichungssystem (2.12) in Zustandsraumdarstellung anzuschreiben. Dazu wird der Zustandsvektor

$$\tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \omega & i \end{bmatrix}^T \quad (2.13)$$

definiert. Somit lässt sich das lineare Zustandsraummodell einfach aus (2.12) anschreiben und man erhält die Gleichung (2.14)<sup>2</sup> beziehungsweise in der kurzen Schreibweise mit dem Vektor der Zustandsgrößen  $\tilde{\mathbf{x}}$  und Eingangsgrößen  $\tilde{\mathbf{u}}$  und der Systemmatrix  $\tilde{\mathbf{A}}$  und der Eingangsmatrix  $\tilde{\mathbf{B}}$  die Gleichung

---

<sup>2</sup>Die hier eingeführten, aber noch nicht verwendeten Abkürzungen werden in Abschnitt 4 benutzt.

chung (2.15).

$$\begin{bmatrix} \frac{d\omega}{dt} \\ \frac{di}{dt} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{k_{r,lin}}{J} & \frac{k_m}{J} \\ -\frac{k_m}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}}_{=: \tilde{\mathbf{A}}} \underbrace{\begin{bmatrix} \omega \\ i \end{bmatrix}}_{=: \tilde{\mathbf{x}}} + \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{1}{J} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix}}_{=: \tilde{\mathbf{B}}} \underbrace{\begin{bmatrix} m_L \\ u \end{bmatrix}}_{=: \tilde{\mathbf{u}}} \quad (2.14)$$

$$\frac{d\tilde{\mathbf{x}}}{dt} = \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{u}} \quad (2.15)$$

### 2.1.2 Transformation in den Bildbereich

Für den späteren Reglerentwurf mit dem Frequenzkennlinien (FKL)-Verfahren werden Übertragungsfunktionen im Bildbereich benötigt. Dazu wird das Zustandsraummodell (2.14) mit der Laplace-Transformation in den Bildbereich transformiert. Mit der Anfangsbedingung  $x(t=0) = \mathbf{0}$  gilt

$$s\tilde{\mathbf{x}}(s) = \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{x}}(s) + \tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{u}}(s) \quad (2.16)$$

$$(s\mathbf{E} - \tilde{\mathbf{A}})\tilde{\mathbf{x}}(s) = \tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{u}}(s) \quad (2.17)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}(s) = \underbrace{(s\mathbf{E} - \tilde{\mathbf{A}})^{-1} \tilde{\mathbf{B}}}_{=: \mathbf{G}(s)} \tilde{\mathbf{u}}(s) \quad (2.18)$$

Für die Übertragungsmatrix  $\mathbf{G}(s)$  erhält man

$$N(s) := \det(s\mathbf{E} - \tilde{\mathbf{A}}) = \left( s^2 + \left( \frac{R}{L} + \frac{k_{r,lin}}{J} \right) s + \frac{k_{r,lin}R + k_m^2}{LJ} \right) \quad (2.19)$$

$$\mathbf{G}(s) = \frac{1}{N(s)} \begin{bmatrix} -(sL + R) & k_m \\ k_m & sJ + k_{r,lin} \end{bmatrix} =: \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

und damit schließlich das Übertragungssystem für das Gleichstrommaschinenmodell (2.21).

$$\begin{bmatrix} \omega(s) \\ i(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_L(s) \\ u(s) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Mit den als konstant angenommenen Werten der Parameter aus Tabelle 2.1 eingesetzt, können die Teilübertragungsfunktionen von  $G(s)$  angeschrieben werden:

$$m_L \rightarrow \omega : G_{11}(s) = \frac{-331.3 \left(1 + \frac{s}{1852}\right)}{\left(1 + \frac{s}{1606}\right) \left(1 + \frac{s}{248.6}\right)} \quad (2.22)$$

$$u \rightarrow \omega : G_{12}(s) = \frac{40.42}{\left(1 + \frac{s}{1606}\right) \left(1 + \frac{s}{248.6}\right)} \quad (2.23)$$

$$m_L \rightarrow i : G_{21}(s) = \frac{40.42}{\left(1 + \frac{s}{1606}\right) \left(1 + \frac{s}{248.6}\right)} \quad (2.24)$$

$$u \rightarrow i : G_{22}(s) = \frac{0.0688 \left(1 + \frac{s}{2.967}\right)}{\left(1 + \frac{s}{1606}\right) \left(1 + \frac{s}{248.6}\right)} \quad (2.25)$$

## 2.2 Reibmodell

Im Simulationsmodell wird ein nichtlineares Reibmodell mit einem (überwiegenden) Coulomb'schen Anteil und einem viskosen Anteil verwendet, Gleichung (2.26), das von MPT zur Verfügung gestellt wurde.

$$m_R = k_r \omega + k_{M,Coulomb} \text{sign}(\omega) \quad (2.26)$$

Im lineare Gleichstrommaschinenmodell wird ein lineares Reibmodell verwendet, siehe Gleichung (2.11). Um den Reibkoeffizienten  $k_{r,lin}$  zu ermitteln, wird das nichtlineare Reibmodell um die mittlere Drehzahl  $n_m = 2300 \text{ min}^{-1}$  nach Gleichung (2.27) linearisiert.

$$k_{r,lin} = \frac{k_r \omega_m + k_{M,Coulomb}}{\omega_m} \quad \text{mit} \quad \omega_m = \frac{\pi}{30} n_m \quad (2.27)$$

Die Zusammenhänge der Reibmodelle sind in Abbildung 2.2 schematisch dargestellt. Für kleinere Drehzahlen als  $n_m$  wird das lineare Modell ein kleineres Reibmoment als das nicht lineare Modell liefern und damit sind höhere stationäre Drehzahlen zu erwarten. Bei höheren Drehzahlen verhält

es sich umgekehrt. Die Auswirkung der unterschiedlichen Reibmodelle ist beispielsweise in Abbildung 2.5 gut erkennbar. In Abbildung 2.4, die als Überblick über den gesamten Drehzahlbereich dient, sind die Unterschiede nur schwer auszumachen.

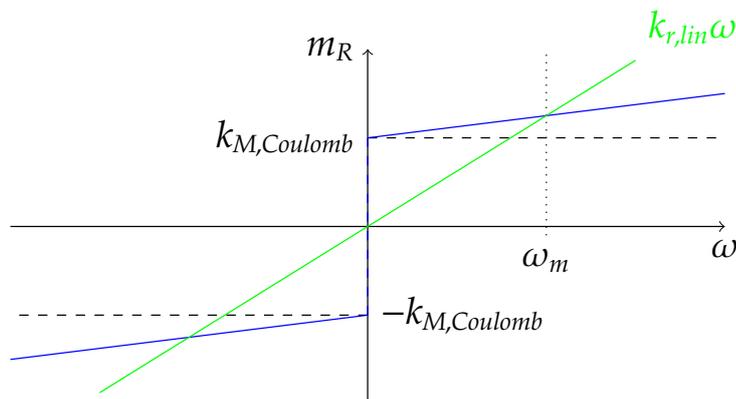


Abbildung 2.2: Nichtlineares und lineares Reibmodell in schematischer Darstellung.

### 2.2.1 Validierung und Modellparameter

Alle für das Modell benötigten Parameter wurden zu Beginn der Arbeit von MPT zur Verfügung gestellt. Um eine Validierung des Modells zu erhalten, wurden einige Messungen an einem realen Referenzsystem durchgeführt und die Ergebnisse der Messung mit jenen der Simulation verglichen. Am Prüfstand werden die Messdaten über den CAN-Bus und über ein Analog-Digital Interface vom Messsystem aufgezeichnet.

#### Spannungssprünge im Leerlauf

Im ersten Versuch werden Versorgungsspannungssprünge an den Motor ohne Last an der Welle geschaltet. Für das reale System bedeutet das, je Sprung, die Vorgabe eines bestimmten Tastverhältnis<sup>3</sup> für die PWM. Der

<sup>3</sup>Als Tastverhältnis, oft auch duty cycle genannt, wird das Verhältnis der „On-Zeit“ zur Periodendauer eines PWM-Signals bezeichnet:  $\frac{T_{on}}{T_{on}+T_{off}}$

gemessene Spannungsverlauf wird als Eingangsgröße für die Simulation des Motors mit linearem und nicht linearem Reibmodell verwendet.

Der in 2.3 gezeigte Verlauf der Versorgungsspannung ist die Vorgabe des Vergleiches der Messungen und Simulation. Für die folgenden Detailbe-

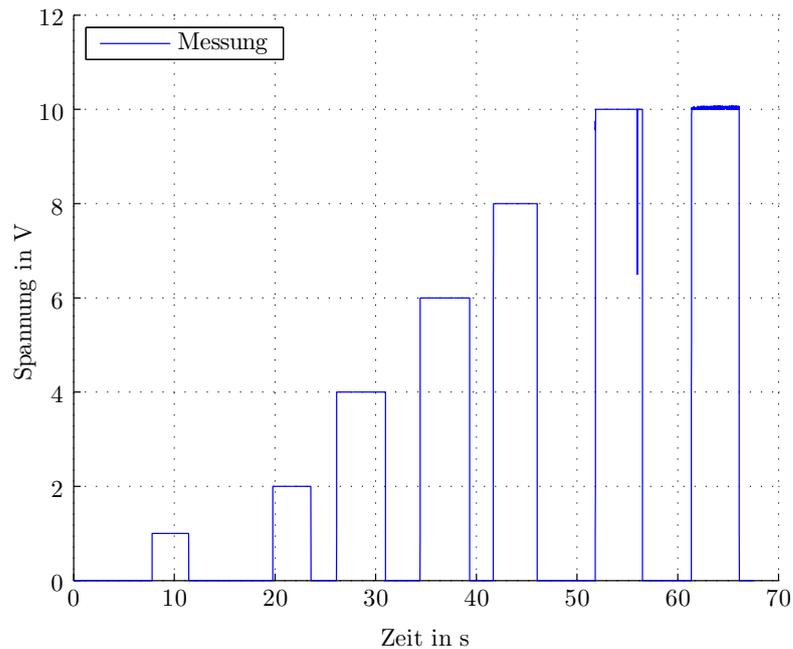


Abbildung 2.3: Spannungsverlauf als Eingangsgröße.

trachtungen, wird der Verlauf um den Sprung von  $u = 0\text{ V}$  auf  $u = 4\text{ V}$  herangezogen.

Einen Überblick über die stationär erreichten Drehzahlen bei den Sprüngen gibt Abbildung 2.4. Die stationären Drehzahlen stimmen mit den gemessenen gut überein, insbesondere im unteren Drehzahlbereich. Die maximalen Drehzahlen sind in der Anwendung, wenn überhaupt nur kurz erreichbar. In der Detailansicht von Abbildung 2.5 wird die Dynamik des Systems sichtbar. Die Steigungen des Drehzahlanstieges passen gut überein. Der zeitliche Offset zwischen gemessener und simulierter Drehzahl kann durch Verzögerungen am CAN-Bus erklärt werden.

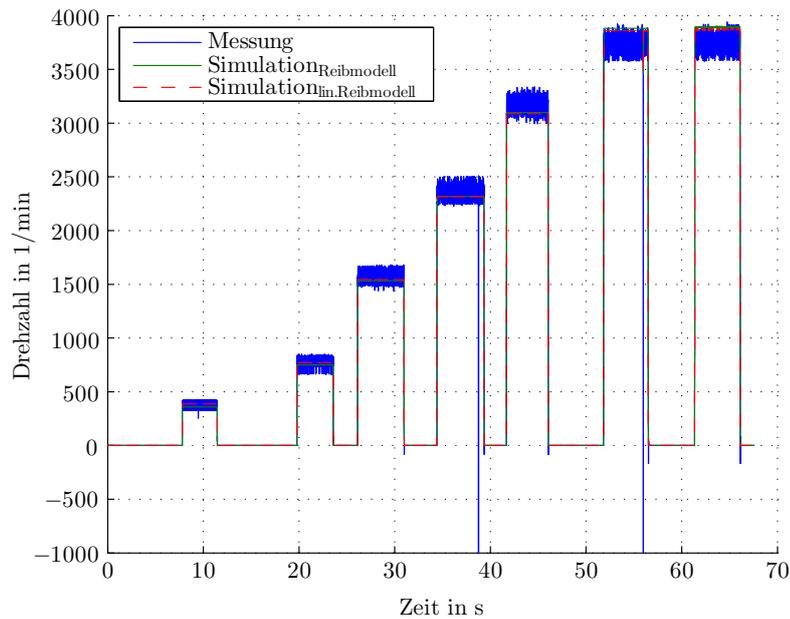


Abbildung 2.4: Vergleich der Drehzahlverläufe für verschiedene Spannungssprünge. Die betrachteten Ergebnisse decken den gesamten Arbeitsbereich ab.

Die zugehörigen Verläufe des Stromes sind in den Abbildungen 2.6 und 2.7 geplottet. Die Steigungen aus Simulation und Messung sind gleich, was dafür spricht, die Dynamik in der Simulation gut wieder zu geben. Ein Offset im Betrag der Strommessung ist gegeben. Nach Abstimmung mit MPT ist das ein bekannter Fehler der in der Praxis entsprechend korrigiert wird und in dieser Arbeit nicht weiter diskutiert wird. Der zeitliche Offset der Anstiege zwischen Simulation und Messung resultiert wie im Drehzahlverlauf auch, aus den Verzögerungen am CAN-Bus.

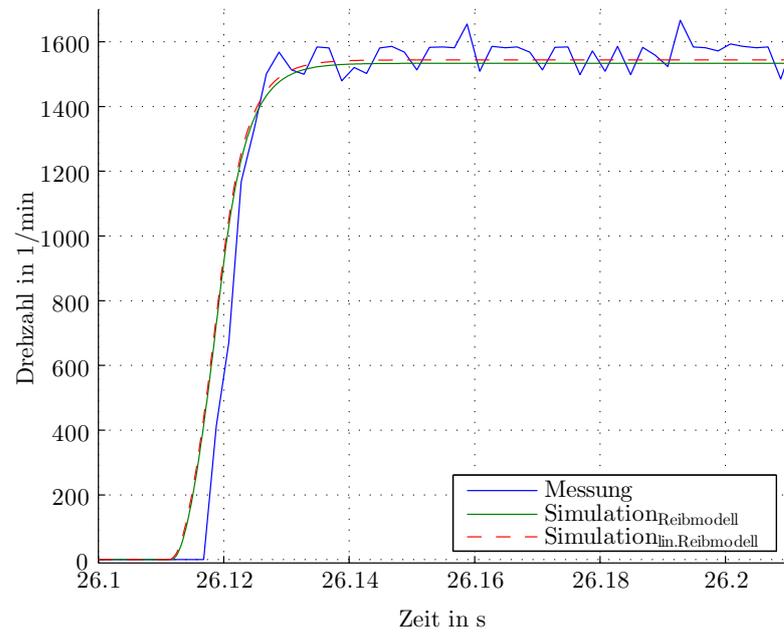


Abbildung 2.5: Vergleich des Drehzhanstiegs beim Spannungssprung von 0 V auf 4 V. Unterschiede der Drehzahlverläufe mit den beiden Reibmodellen im Stationären treten hervor.

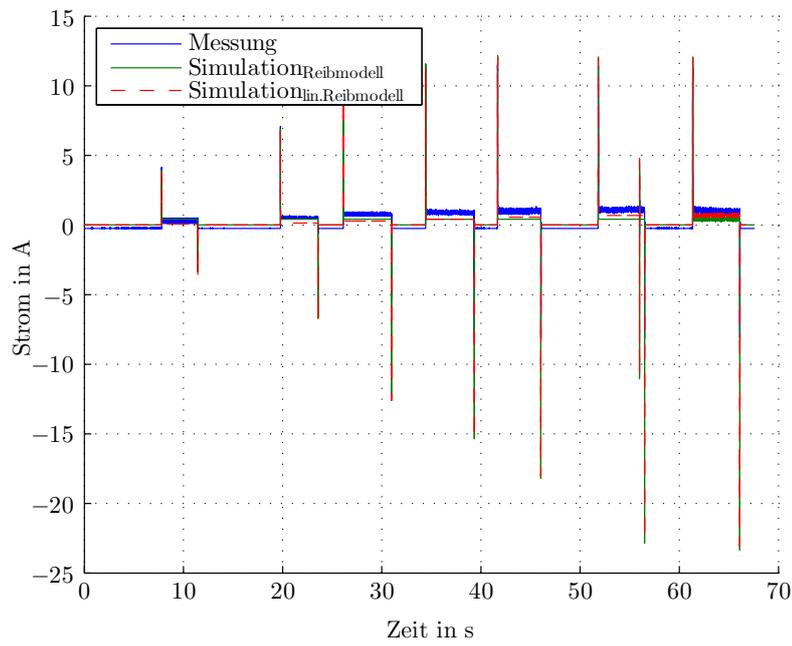


Abbildung 2.6: Vergleich der Stromverläufe für verschiedene Spannungssprünge.

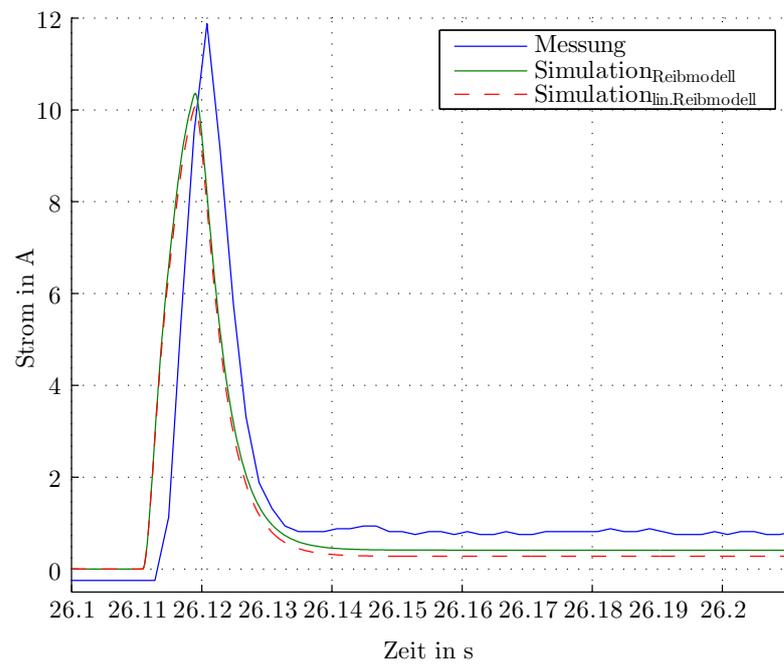


Abbildung 2.7: Vergleich des Stromverlaufes beim Spannungssprung von 0V auf 4V.

### Bremsversuch

Beim Bremsversuch wird der Motor im Prüfstand an eine Hysteresebremse angeflanscht, an der ein beliebiges Bremsmoment eingestellt werden kann. Von der Leerlaufdrehzahl bei  $U = 10\text{ V}$  ausgehend wird durch die Bremse ein stärker werdendes Bremsmoment erzeugt. Nach dem Erreichen eines Maximums wird das Bremsmoment wieder abgebaut. Als Eingangsgrößen für die Simulation werden das gemessene Bremsmoment und die gemessene Versorgungsspannung verwendet. In Abbildung 2.8 ist der Verlauf der Versorgungsspannung gezeichnet. Die Quelle kann bei Belastung die Spannung nicht halten. Die zweite Eingangsgröße, das Bremsmoment ist

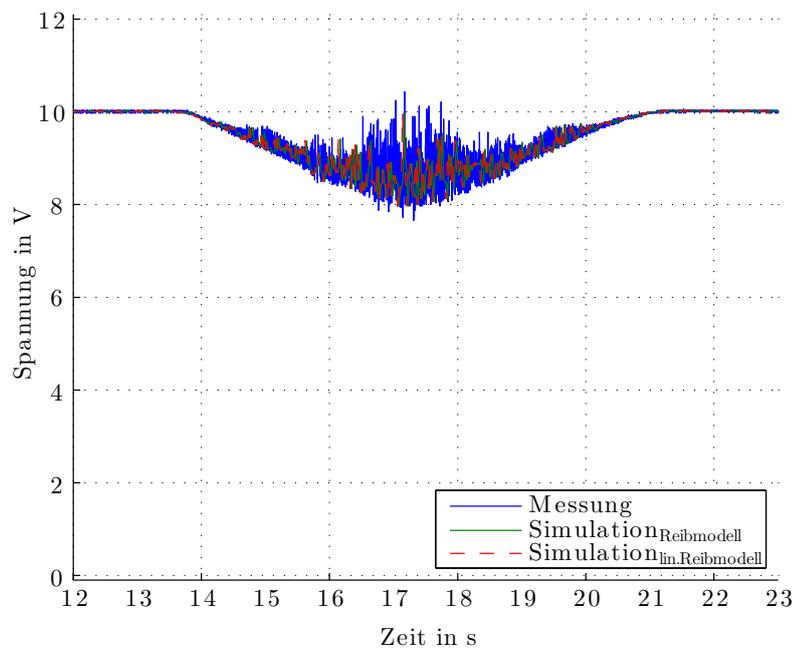


Abbildung 2.8: Versorgungsspannung

in Abbildung 2.9 dargestellt. Das maximale Bremsmoment nähert sich dem maximal nötigen Drehmoment im realen System zum Stellen eines Kuppelungsmomentes an. Abbildung 2.10 zeigt den Vergleich der Stromverläufe aus der Messung und der Simulation. Im Bereich der mittleren Belastung

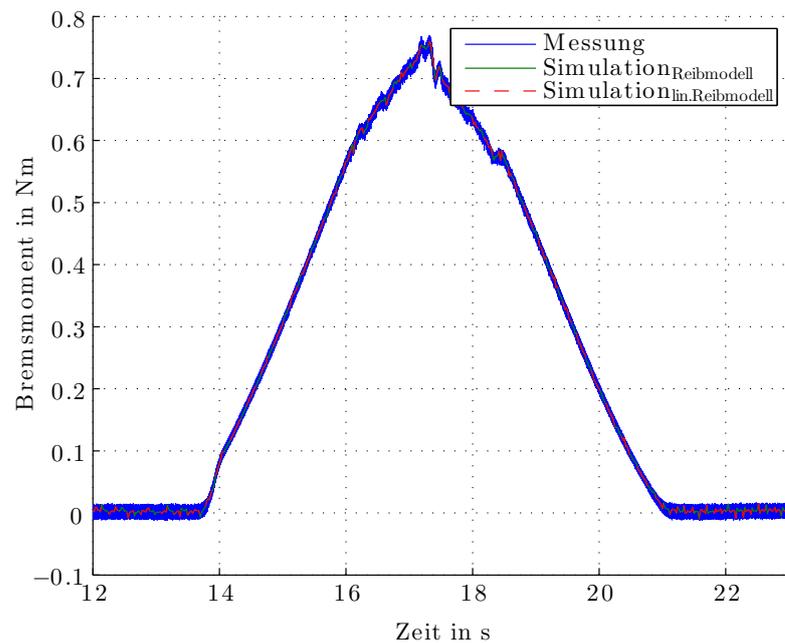


Abbildung 2.9: Bremsmoment

stimmt der Strom sehr gut überein. Im Leerlauf, gibt es wie bereits oben erwähnt Unterschiede. Im oberen Belastungsbereich werden die Einbrüche der Versorgung deutlich. Im Simulationsmodell werden die geänderten Verhältnisse durch die Bremse nicht berücksichtigt. Der Drehzahlunterschied im Drehzahlvergleich 2.11 lässt sich dadurch erklären, dass durch den veränderten mechanischen Aufbau im realen System mehr Reibung auftritt und damit die Leerlaufdrehzahl nicht so groß ist.

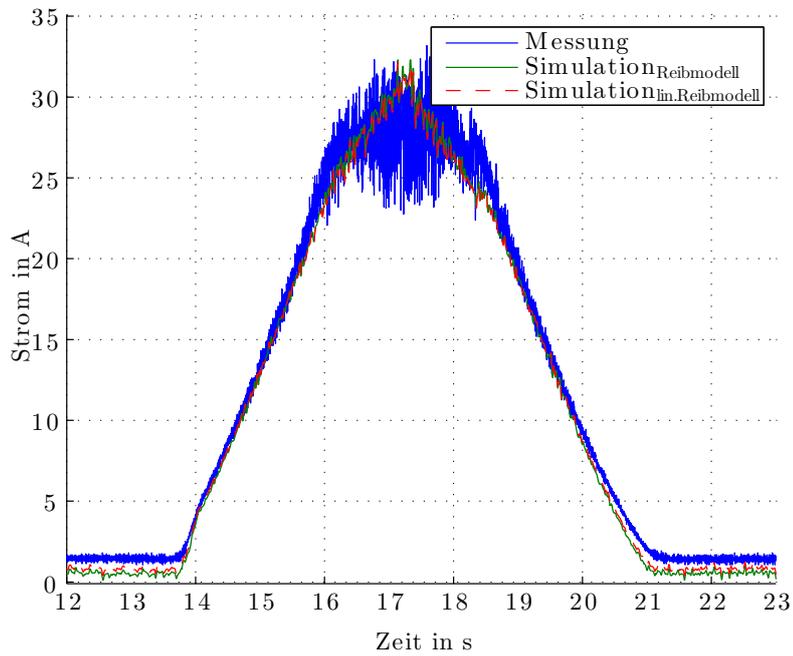


Abbildung 2.10: Strom

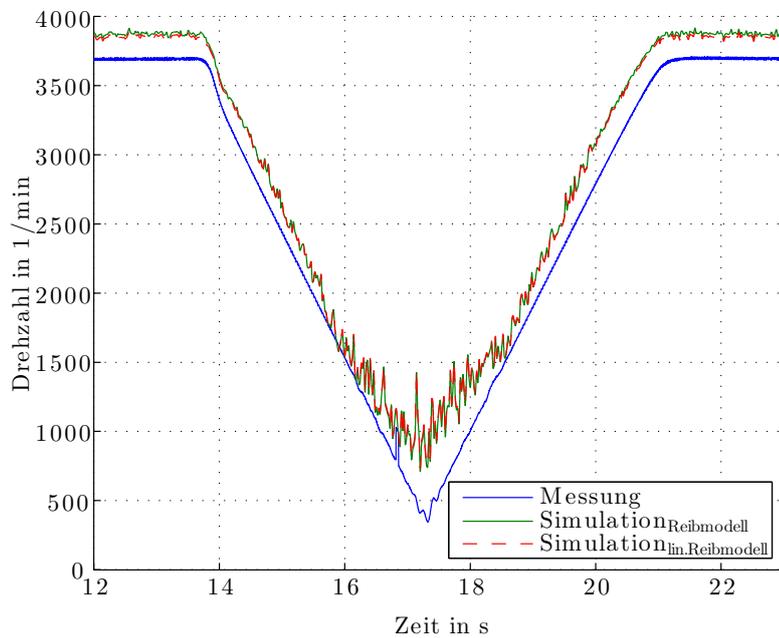


Abbildung 2.11: Drehzahl

### Modellparameter

Die eben beschriebenen Vergleiche haben gezeigt, dass das entworfene Simulationsmodell eine gute Approximation darstellt. Die im Modell verwendeten Parameter waren mit Beginn der Arbeit bereits gegeben und sind in Tabelle 2.1 zusammengefasst.

Tabelle 2.1: Parameter für das Gleichstrommaschinen-Modell.

Größe	Formelzeichen	Betrag	Einheit
Massenträgheitsmoment	$J$	$1.4 \times 10^{-5}$	$\text{kgm}^2$
Coulomb'sche Reibkonstante	$k_{M,Coulomb}$	0.01	Nm
Viskoser Reibkoeffizient	$k_r$	$1.38 \times 10^{-8}$	$\frac{\text{kgm}^2}{\text{s}}$
Viskoser Reibkoeffizient für lineares Modell <sup>4</sup>	$k_{r,lin}$	$4.1532 \times 10^{-5}$	$\frac{\text{kgm}^2}{\text{s}}$
Motorkonstante	$k_m$	0.0244	$\frac{\text{Nm}}{\text{A}}$
Induktivität	$L$	$1.08 \times 10^{-4}$	H
Widerstand	$R$	0.2	$\Omega$

## 2.3 Getriebe (Schnecke, Aktuatorring mit Kugelrampe)

An die Welle des Motors wird die Schnecke, siehe Abbildung 2.12(b), geflanscht, die zusammen mit dem Aktuatorring mit der Kugelrampe, siehe Abbildung 2.12(a), das Getriebe zur Betätigung der Kupplung bilden.

Mit der Definition, dass die Motorseite die Antriebsseite ist (Index 1) und die Kupplungsseite die Abtriebsseite (Index 2), wird das Übersetzungsverhältnis als Verhältnis von „Drehzahl Antriebsseite,  $n_1$ “ zu „Drehzahl Ab-

---

<sup>4</sup>Linearisiert um  $n_m = 2300 \text{ min}^{-1}$

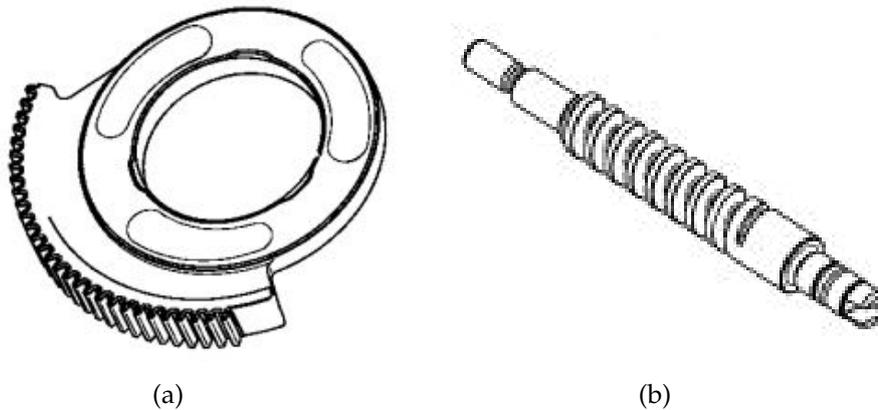


Abbildung 2.12: Aktuatorring (a) und Schnecke (b) [8]. (Nicht im gleichen Maßstab dargestellt.)

triebsseite,  $n_2''$  des idealen Getriebes ( $P_1 = P_2$ ) eingeführt. Das Verhältnis der Drehmomente  $M_1$  und  $M_2$  ist invers zu den Drehzahlen. Dieses Übersetzungsverhältnis ist für das vorliegende System gegeben, Gleichung (2.28).

$$\ddot{u} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{M_2}{M_1} = \frac{90}{1} \quad (2.28)$$

### 2.3.1 Abschätzungen zum Massenträgheitsmoment

Für das gesamte auf die Motorseite bezogene Trägheitsmoment  $J_{ges}$  des Systems Motor + Schneckenwelle + Aktuatorring gilt (2.29). Dabei ist  $J$  das Trägheitsmoment des Rotors (siehe Tabelle 2.1),  $J_{s,1}$  das Trägheitsmoment der Schneckenwelle und  $J_{a,2}$  das Trägheitsmoment des Aktuatorrings.

$$J_{ges} = J + J_{s,1} + \frac{J_{a,2}}{\ddot{u}^2} \quad (2.29)$$

Es wird also das Trägheitsmoment des Aktuatorrings  $J_{a,2}$  mit dem Faktor  $\frac{1}{\ddot{u}^2}$  gewichtet und zum Trägheitsmoment der beiden anderen Komponenten addiert. Im vorliegenden System ist mit (2.28) das Übersetzungsverhältnis  $\ddot{u} = \frac{90}{1}$ , also der Gewichtungsfaktor  $\frac{1}{\ddot{u}^2} = \frac{1}{90^2} \approx 1.23 \times 10^{-4}$  für  $J_{a,2}$  und damit

betragsmäßig sehr klein.

**Schneckenwelle** Das Trägheitsmoment der Schneckenwelle wird über die Berechnung als massiver Zylinder mit Rotation um die Symmetrieachse abgeschätzt.

$$\begin{aligned}m_1 &= 0.05 \text{ kg} \\d_1 &= 11.7 \times 10^{-3} \text{ m} \\J_{1,2} &= \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2} m_1 \frac{d_1^2}{4} = 8.55563 \times 10^{-7} \text{ kgm}^2\end{aligned}\quad (2.30)$$

Damit beträgt der Wert von  $J_{1,2}$  knapp sechs Prozent der Massenträgheit des Rotors  $J_{1,geg}$ .

**Aktuatorring** Die Abschätzung des Trägheitsmomentes des Aktuatorrings erfolgt per Hohlzylinder mit Rotation um die Symmetrieachse.

$$\begin{aligned}m_2 &= 0.643 \text{ kg} \\d_{2,innen} &= 0.063 \text{ m} \\d_{2,aussen} &= 0.14588 \text{ m} \\J'_{a,2} &= 12 m_2 (r_1^2 + r_2^2) = \frac{1}{8} m_2 (d_{2,innen}^2 + d_{2,aussen}^2) = 2.029 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2\end{aligned}\quad (2.31)$$

Das Trägheitsmoment  $J'_{a,2}$  wirkt bezogen auf den Motor um die Getriebeübersetzung untersetzt, sodass nach (2.29) gilt:

$$J_{a,1} = \frac{J'_{a,2}}{\ddot{i}^2} = \frac{2.029 \times 10^{-3}}{90^2} = 2.5 \times 10^{-7} \text{ kgm}^2\quad (2.32)$$

Der Vergleich von  $J_{a,1}$  und  $J$  zeigt, dass der Wert von  $J_{a,1}$  weniger als zwei Prozent des Wertes des Rotormassenträgheitsmomentes aufweist.

**Gesamtes Massenträgheitsmoment** Gemäß (2.29) ergibt sich das gesamte Massenträgheitsmoment  $J_{ges}$ . Bei der Abschätzung des Massenträgheits-

momentes der Schneckenwelle und insbesondere des Aktuatorrings werden zwar Fehler gemacht, die jedoch in einem Größenbereich liegen, der bezogen auf die Massenträgheit des Rotors eine untergeordnete Rolle spielen.

$$J_{ges} \approx J \tag{2.33}$$

An Stelle von  $J_{ges}$  wird mit  $J$  als Gesamtträgheitsmoment gearbeitet.

## 2.4 Kupplung

Die in dieser Arbeit benötigten Eigenschaften des Systems Nasslamellenkupplung und Getriebe sind in Form von Kennlinien gegeben. Die Abbildung 2.13 zeigt die Kupplungskennlinie als Funktion der Lage des Aktuatorrings. Der Ursprung des Koordinatensystems wurde unter Berücksichtigung des sogenannten *Kisspoints* definiert. Der Kisspoint ist jener Winkel beziehungsweise Weg der bei der Initialisierung des Systems angefahren wird. In der Simulation wird dieser Punkt als Ausgangspunkt verwendet. Der tatsächliche Arbeitsbereich bewegt sich zwischen 0 Nm und 1400 Nm, Werte darüber sind extrapoliert.

Je nach Kupplungsmoment und damit Lage wirkt über das Getriebe ein Lastmoment, das der Motor aufbringen muss. Dabei sind unterschiedliche Momente für die Betriebszustände *Kupplungsmoment aufbauen*, *Kupplungsmoment halten* und *Kupplungsmoment abbauen* durch die Kennlinien in Abbildung 2.14 bestimmt.

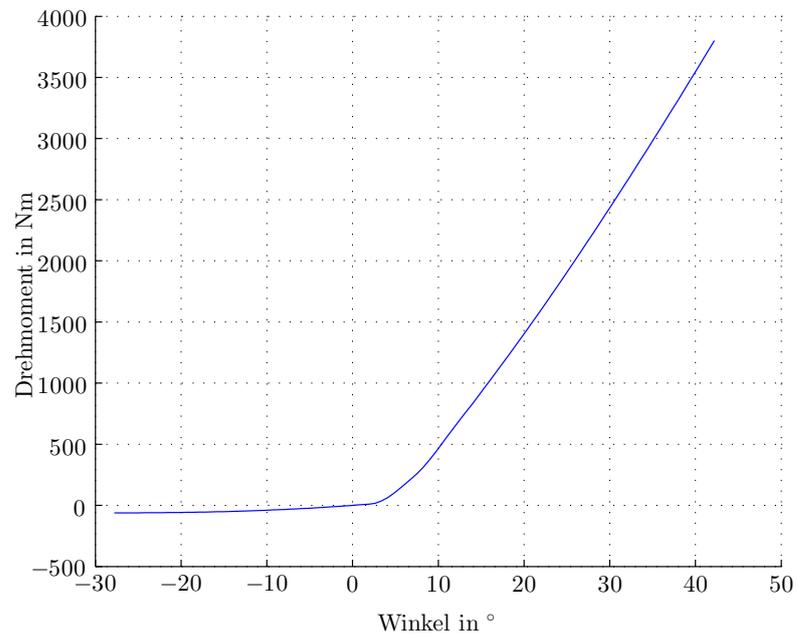


Abbildung 2.13: Kupplungskennlinie über Aktuatorringwinkel mit Kisspointkorrektur. Daten von [8].

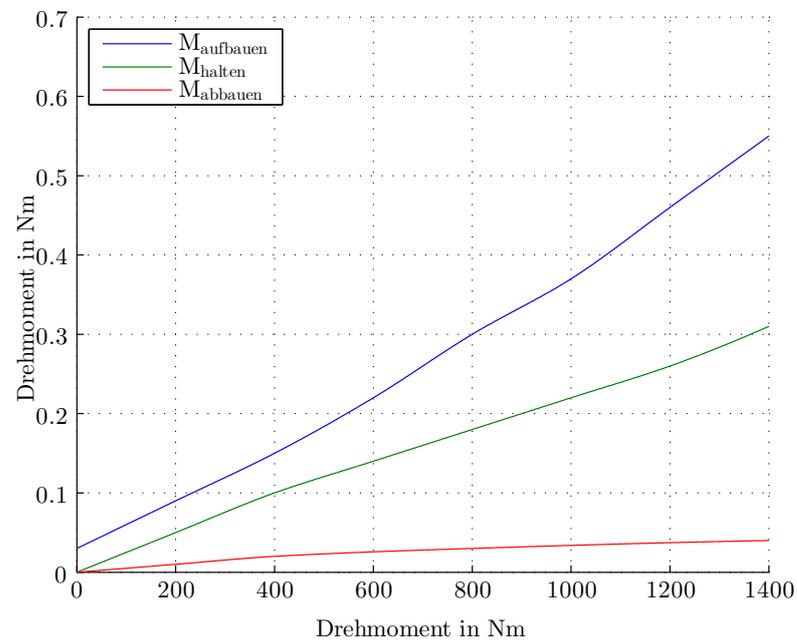


Abbildung 2.14: Lastkennlinien über Kupplungsmoment. Daten von [8].

## 2.5 Simulation

Bei der Erstellung umfangreicherer SIMULINK-Modelle ist es praktisch, funktional zusammen gehörende Blöcke in Subsysteme zusammen zufassen. Um diese auch in mehreren Modellen wieder verwendbar zu machen, bietet es sich an, diese auch in einer eigenen Bibliothek zu speichern. Dadurch können Änderungen einfach an einer Stelle durchgeführt werden. Modelle, die diesen Block verwenden, können die Änderungen übernehmen. Zusammen mit einer maskierten Parameterübergabe sind diese Blöcke dann einfach und flexibel einsetzbar.

Diese Strategie wurde auch im Zuge dieser Arbeit verfolgt. Die wichtigsten Blöcke der entstandenen Bibliothek beziehungsweise die erstellten SIMULINK-Modelle seien hier angeführt.

### 2.5.1 Gleichstrommaschinenmodell

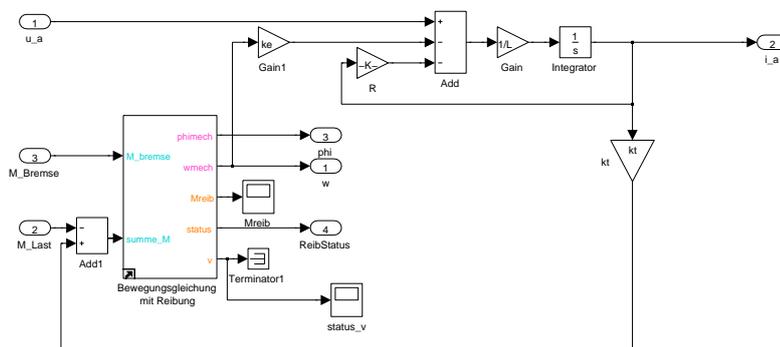


Abbildung 2.15: GM Modell

Der Block **GM Modell**, wie in Abbildung 2.15 gezeigt, implementiert das Differentialgleichungssystem des linearen Gleichstrommaschinenmodells nach (2.12), jedoch wird anstelle des linearen Reibmodells das nichtlineare nach Gleichung (2.26) verwendet.

Im Block **Bewegungsgleichung mit Reibung**<sup>5</sup> ist die Bewegungsgleichung

<sup>5</sup>Dieser Block wurde von MPT zur Verfügung gestellt.

mit diesem nichtlinearen Reibmodell implementiert. Alternativ steht ein Gleichstrommaschinenmodell mit linearem Reibmodell zur Verfügung: GM Modell (einfaches Reibmodell), das zum Beispiel zu Vergleichszwecken im Abschnitt 2.2.1 verwendet wurde.

## 2.5.2 Getriebe und Kupplung

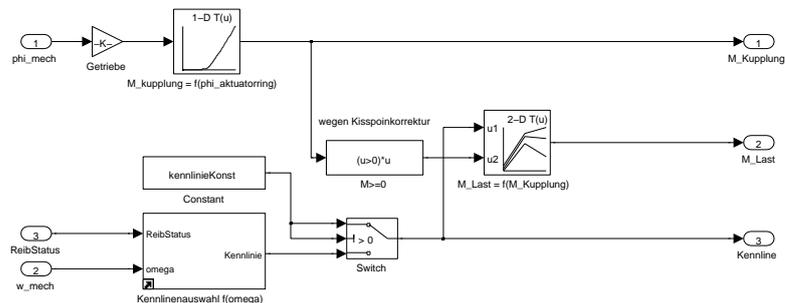


Abbildung 2.16: Getriebe und Kupplung

In Block **Getriebe und Kupplung**, Abbildung 2.16, wird anhand der oben besprochenen Kennlinien die Rotorlage in ein Kupplungsmoment umgesetzt und das dazugehörige Lastmoment für den Motor ermittelt. Über den Parameter **kennlinieKonst** kann eine konstante Kennlinienauswahl getroffen werden, ist dieser Parameter mit  $\leq 0$  gesetzt, wird die Kennlinienauswahl dynamisch anhand der Eingangsgrößen bestimmt. Durch das Springen zwischen den Kennlinien entstehen Unstetigkeiten im System.

## 2.5.3 Stromfilter

Im realen System erfolgt die Strommessung wie bereits oben erwähnt über einen Shunt im Fusspunkt der B6-Brücke. Durch den Einsatz der PWM fließt dort aber nur dann der Phasenstrom, wenn der Schalter der HS geschlossen ist, andernfalls ist der Stromkreis über die Freilaufdioden geschlossen. Um nun den Strom zu ermitteln, wird mittensynchron in der PWM-On Phase

gemessen. Der aufgenommenen Strom wird im weiteren noch Tiefpass gefiltert und einer Plausibilisierung unterworfen, ehe er als Messwert für weitere Schritte zur Verfügung steht.

In der Simulation wird der Strom als gleitender Mittelwert über vier Abtastungen mit der Abtastperiode  $T_{d,I}/4$  unter der Verwendung des SIMULINK Standardblocks `Discrete FIR Filter` berechnet. Weiteres dazu unter 5.1.

### 2.5.4 Fault Injection

In diesem Block werden in der Simulation Zustandsgrößen mit bestimmten Fehlern beaufschlagt. Der Block `fault injection` beinhaltet die Subsysteme `Faultinjection i`, 2.17, `Faultinjection phi`, 2.18 und `calc w`, 2.19. Das Subsystem `Faultinjection i` ermöglicht es, über Parameter einen Ver-

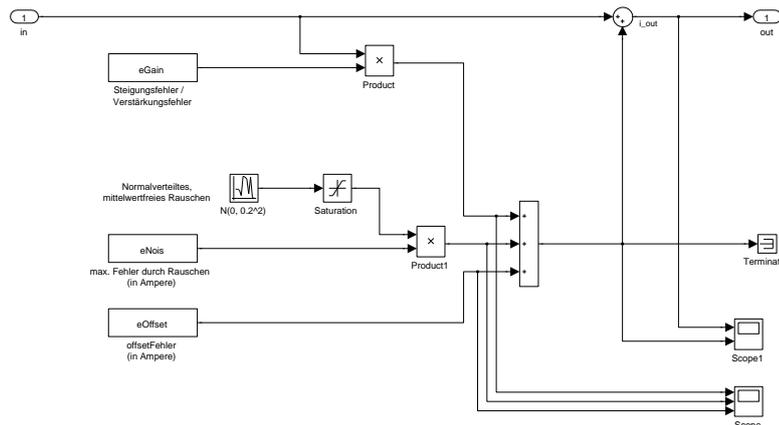


Abbildung 2.17: Faultinjection i

stärkungsfehler, einen Offsetfehler und ein Rauschen dem wahren Wert des Stromes zu überlagern. Das Rauschen wird durch  $\mathcal{N}(0, 0.2^2)$ -verteilte Zufallszahlen die auf das Intervall  $[-1, 1]$  begrenzt werden und mit einem beliebigen Parameter gewichtet werden können, simuliert. Die Winkelbeziehungsweise Lagemessung erfolgt wie oben erwähnt über einen Sensor der den GMR nutzt. Im Sensor sind dazu zwei Wheatstone-Brücken so angeordnet, dass deren Brückendiagonalspannungen abhängig von der Lage

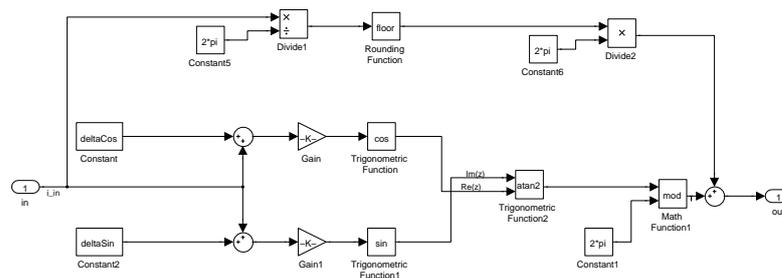


Abbildung 2.18: Faultinjection phi

des 2-poligen Magnetes auf dem Rotor  $90^\circ$  zueinander verschoben sind und so einen sinus- und cosinusförmigen Verlauf mit der Rotorlage beschreiben. Der Arcustangens aus dem Verhältnis der beiden Größen liefert den Winkel. Das Subsystem `Faultinjection phi` bildet den Sensor in einfacher Form nach und ermöglicht Fehler in der Winkelmessung zu simulieren, in dem den beiden Komponenten unabhängig von einander Verstärkungsfehler und Offsetfehler beigefügt werden können. Aus dem Winkel wird im

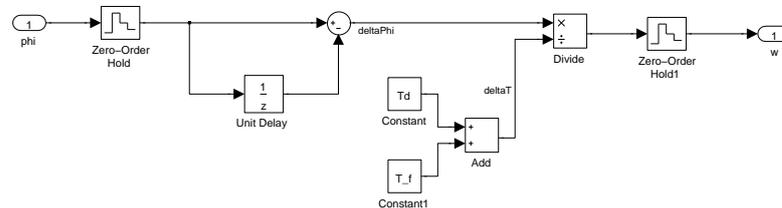


Abbildung 2.19: calc w

Subsystem `calc w` die Winkelgeschwindigkeit berechnet. Dieses Subsystem bietet die Möglichkeit einen konstanten zeitlichen Fehler bei der Berechnung der Geschwindigkeit einzufügen.

### 2.5.5 Umschaltung zwischen Lage- und Momentenregelung

Der Block `switch(phi-Regler, M-Regler)` beinhaltet die Logik, um in der kaskadierten Regelkreisstruktur zwischen der Lageregelung und der reinen

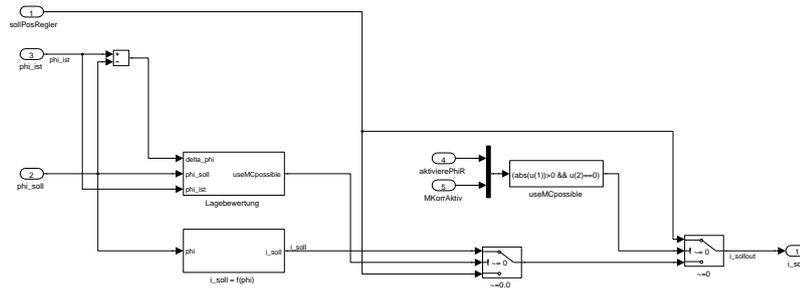


Abbildung 2.20: switch(phi-Regler, M-Regler)

Momentenregelung umzuschalten. Befindet sich die Rotorlage innerhalb eines Toleranzbandes (relative Angabe bei großen Winkel, absolute Angabe bei kleinen Winkeln, wobei „kleiner Winkel“ parametrierbar ist), wird auf eine Momentenregelung umgeschaltet. Dazu wird über die oben besprochenen Kennlinien und die Maschinenkonstante der nötige Strom zur Aufbringung des gerade verlangten Momentes berechnet und als Vorgabe für den Stromregler verwendet. Verlässt die Rotorlage das Toleranzband, wird wieder der Lageregelkreis aktiv.

## 2.5.6 PI-Regler mit AntiWindUp

Der Block PI-Regler mit AntiWindUp implementiert die diskrete Reglerübertragungsfunktion (2.34) eines PI-Reglers beziehungsweise die zugehörige Differenzgleichung (2.38).

$$R^*(z) = \frac{u(z)}{e(z)} = \frac{c_1 z + c_0}{z - 1} \quad (2.34)$$

$$u(z)z - u(z) = c_1 e(z)z + c_0 e(z) \quad (2.35)$$

$$u(z) - u(z)z^{-1} = c_1 e(z) + c_0 e(z)z^{-1} \quad (2.36)$$



$$u_k - u_{k-1} = c_1 e_k + c_0 e_{k-1} \quad (2.37)$$

$$u_k = c_1 e_k + c_0 e_{k-1} + u_{k-1} \quad (2.38)$$

Aufgrund des integrierenden Verhaltens des Reglers und der Begrenzung der Stellgröße ist eine Maßnahme vorzusehen, um Integrator-Windup zu verhindern. Das ist durch die Rückführung der Differenz zwischen der unbegrenzten und begrenzten Stellgröße und der Gewichtung mit einer Anti-WindupKonstanten realisiert. Für die AntiWindupKonstante wird

$$k_{AW} = \frac{c_0 + c_1}{c_1} \quad (2.39)$$

verwendet und folgt dem Ansatz des *Konditionierten Reglers* nach Hanus [3].

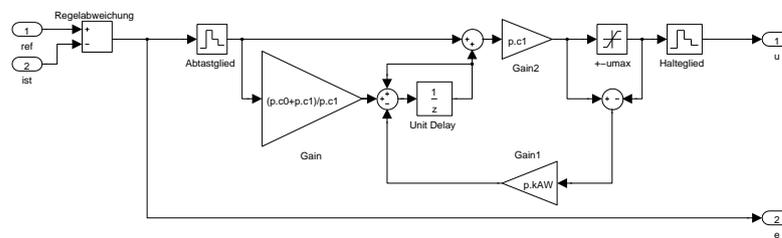


Abbildung 2.21: PI-Regler mit AntiWindUp

### 2.5.7 Umrechnung Sollmoment auf Sollwinkel

An das System werden Momentenanforderungen übergeben, die es gilt an der Kupplung einzustellen. Diese Momentenanforderung wird über die Kennlinie, die in Abbildung 2.13 aufgetragen ist, in einen Sollwinkel als Führungsgröße für die Lageregelung umgesetzt. Dies geschieht im Block *M-Filter*, Abbildung 2.22. Neben dieser Umrechnung ist auch noch ein sogenanntes *Abbaufilter* eingebaut. Dieses Filter schränkt je nach Parametrierung die Steigungen der positiven und negativen Signaländerungen mit dem *SIMULINK* Standardblock *Rate Limiter* ein. In dieser Anwendung wird die fallende Flanke beeinflusst, um über den Fahrzyklus betrachtet Energie zu sparen, siehe dazu die Diskussion der Simulationsergebnisse unter 5. Beim Momentenaufbau ist es wichtig, dass die Momentenanforde-

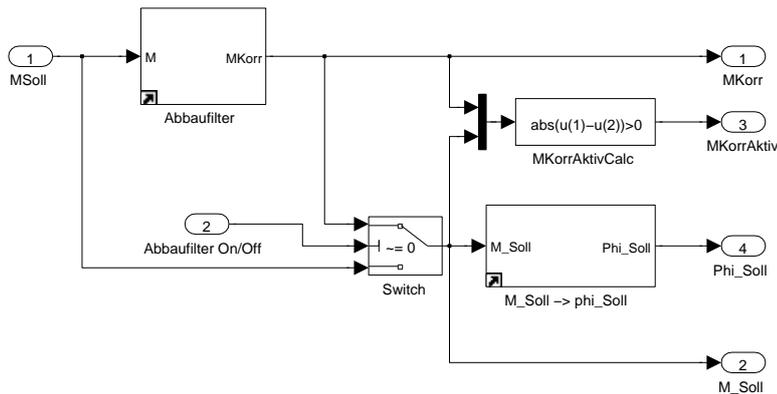


Abbildung 2.22: M-Filter

ung schnell eingestellt wird, beim Abbau hingegen ist es vertretbar, diese langsamer und damit energiesparend anzufahren.

### 2.5.8 PWM

Um den Einfluss der PWM der Versorgung auf das System zu untersuchen, wurde der Block PWM für GM Modell, Abbildung 2.23, entworfen. Dieser stellt ein ideales PWM Signal mit der Amplitude der Zwischenkreisspannung und einem Tastverhältnis entsprechend der Sollspannung zur Verfügung.

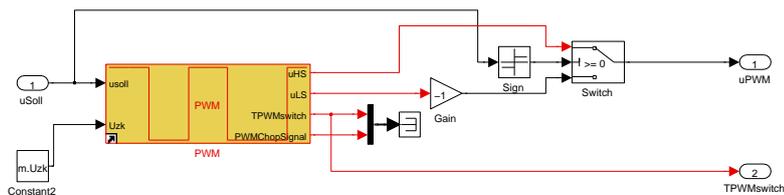


Abbildung 2.23: PWM für GM Modell

Der Block enthält einen weiteren Block PWM, Abbildung 2.24, der je nach Parametrierung die vorgegebene Sollspannung „direkt“ an den Ausgang durchgibt oder aus der Vorgabe und der eingestellten Zwischenkreisspannung das Tastverhältnis beziehungsweise das Signal zum Schalten des Schalt-

elementes der HS errechnet<sup>6</sup>. „Direkt“ bedeutet in diesem Zusammenhang, dass der Schalter der HS immer geschlossen ist, und die Sollspannung der Zwischenkreisspannung entspricht. Damit wird eine ideale, variable Quelle simuliert. Im Falle der aktiven PWM ist das Signal  $u_{HS}$  die pulsweitenmodulierte Zwischenkreisspannung, das heißt das Tastverhältnis der Pulse mit der Amplitude  $U_{Zk}$  wird so berechnet, dass der Mittelwert einer PWM-Periode der Sollspannung dieses Abtastschrittes entspricht.

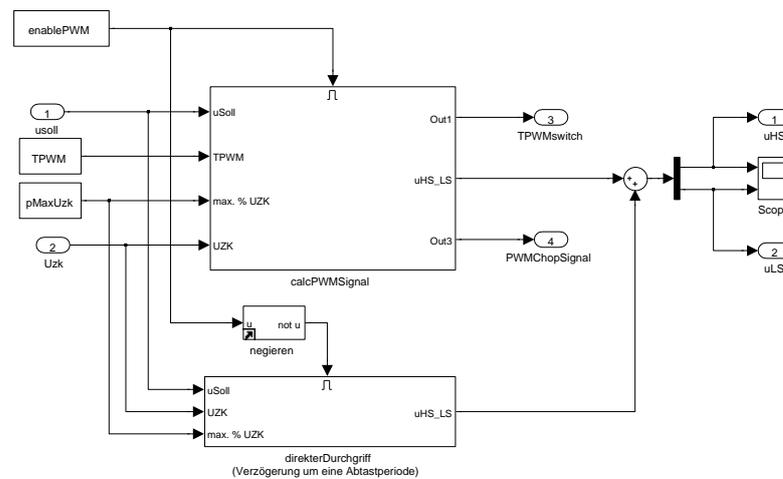


Abbildung 2.24: PWM

---

<sup>6</sup>Der Block ist so implementiert, dass ein dreiphasiges Motormodell damit auch bedient werden könnte (Unterscheidung  $u_{HS}$  und  $u_{LS}$ ).

# 3 Reglerentwurf mit dem FKL-Verfahren

Das FKL-Verfahren ist ein beliebtes Verfahren, um Regelkreise unter der Zuhilfenahme von Bodediagrammen zu entwerfen. Der Regler wird dabei durch systematisches Hinzufügen von Korrekturgliedern bestimmt, und zwar so, dass das Bodediagramm des offenen Kreises eine geeignete Form bekommt beziehungsweise Kenndaten erfüllt. Dabei sind die Faustformeln

$$\omega_c t_r \approx 1.5 \tag{3.1}$$

und

$$\phi_r + \ddot{u} \approx 70 \tag{3.2}$$

von zentraler Rolle, da sie Anforderungen an die Sprungantwort des geschlossenen Kreises, die Anstiegszeit  $t_r$  und prozentuales Überschwingen  $\ddot{u}$ , mit den Kenndaten des Bodediagramms, der Durchtrittsfrequenz  $\omega_c$  und der Phasenreserve  $\phi_r$ , des offenen Kreises verknüpft [2, 6]. Gleichung (3.2) ist dabei als Zahlenwertgleichung aufzufassen und die Phasenreserve in Grad und das prozentuale Überschwingen in Prozent einzusetzen. In Abbildung 3.1 sind die Anforderung die an das geregelte System gestellt werden grafisch dargestellt. Verbal ausformuliert heißt das, ein Momentensprung auf Kupplungsniveau von 0 Nm auf 1000 Nm muss innerhalb von 80 ms durchgeführt werden. Dabei ist eine Stellgenauigkeit von  $\pm 5\%$  einzuhalten und das Boardnetz darf dabei mit nicht mehr als 25 A belastet werden.

In dieser Arbeit wird das FKL-Verfahren verwendet, um kaskadierte Re-

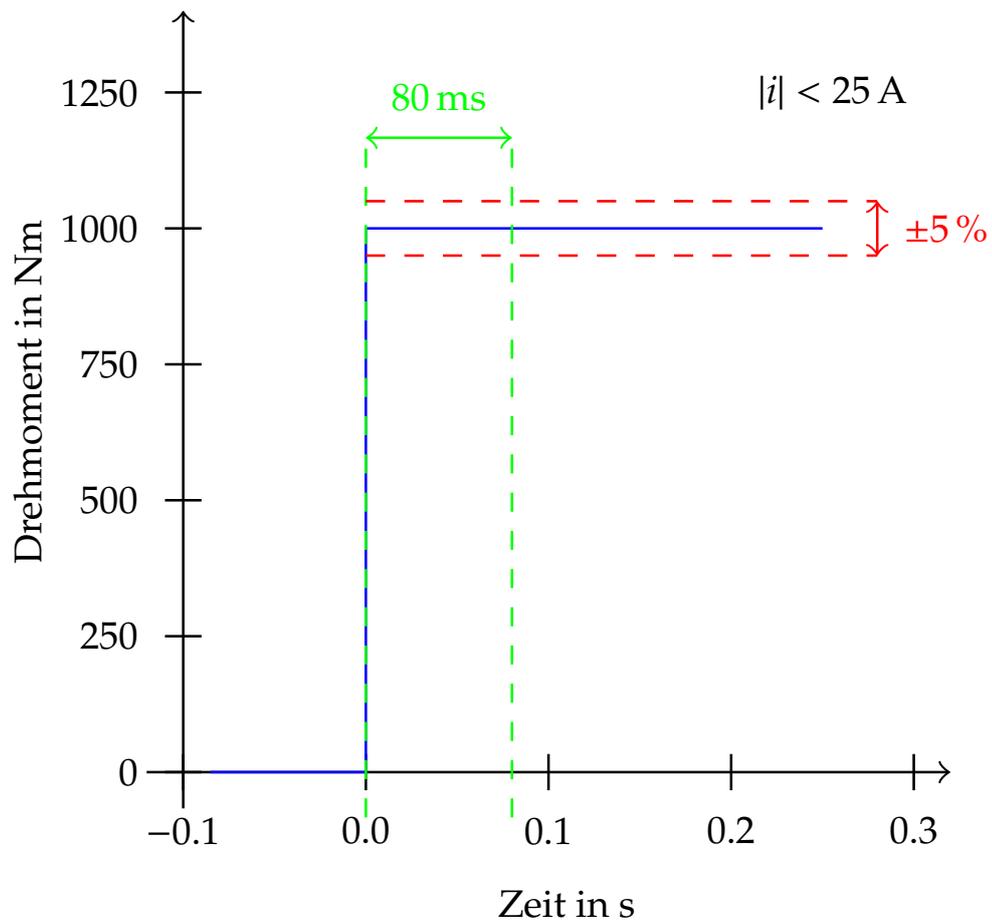


Abbildung 3.1: Anforderungen an das geregelte System: Dem blau eingezeichneten Führungssprung auf Kupplungsniveau muss das System innerhalb der eingezeichneten Grenzen folgen.

gelkreise, so wie in Abbildung 3.2 übersichtsmäßig abgebildet, zu entwerfen. In der Darstellung der Blockschaltbilder wird der Übersicht wegen auf die Angabe der Argumente der Übertragungsfunktionen und das Einzeichnen von Abtast- und Haltegliedern verzichtet.

Der große Vorteile einer Kaskadenstruktur ist die Möglichkeit der Einflussnahme auf die einzelnen Systemgrößen durch die Regelung in der jeweiligen Ebene. Stellgrößenbeschränkungen können so einfach in die Reg-

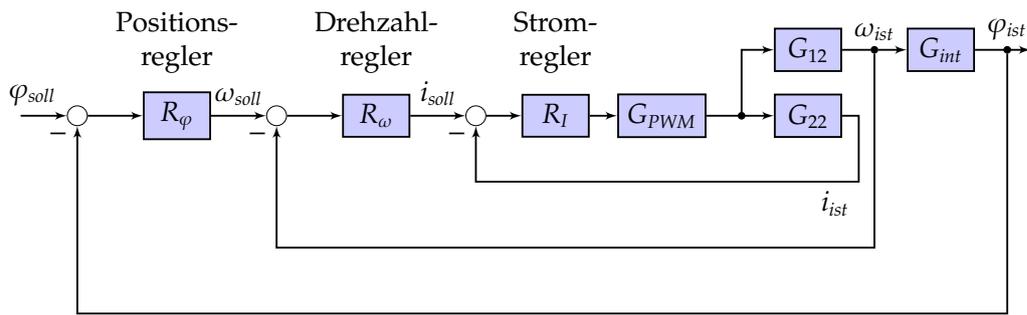


Abbildung 3.2: Blockdiagramm des kaskadierten Regelkreises. Der Übersicht wegen sind Abtast- und Halteglieder nicht eingezeichnet und es wird nicht zwischen kontinuierlichen und diskreten Teilen unterschieden.

lerprogramme eingebaut werden<sup>1</sup>. In der Simulation kann das zu erwartende Verhalten des Systems überprüft werden. Weiters ist durch die Kaskadierung insgesamt ein besseres Verhalten des gesamten Regelkreises zu erwarten. Die Dynamik und Bandbreite der Kaskaden kann den Anforderungen nach ausgelegt werden, wodurch Störungen auf unterschiedliche Systemgrößen durch den jeweiligen Regler ausgeglichen werden und das Führungsverhalten gut ist. Natürlich muss ein erhöhter Realisierungsaufwand (Messaufwand, Entwurf, Implementierung) dafür in Kauf genommen werden.

Bezogen auf die hier vorliegende Aufgabenstellung folgt, dass die Anforderungen an den innersten Regelkreis, die Stromregelung, bezüglich der Bandbreite hoch sind, aber dennoch genügend Reserven bezüglich der Stabilität vorhanden sind. Der überlagerte Drehzahlregelkreis und schließlich der Positionsregelkreis müssen die Dynamikanforderungen der Aufgabenstellung gerecht werden. Hier ist darauf zu achten, ein Überschwingen zu vermeiden, da ein Einschwingen der Position über die Kupplung als Momentenschwankungen weitergegeben werden und zu einer zusätzlichen Belastung im mechanischen Teil des Aktuators führen.

In den folgenden Abschnitten 3.1 bis 3.5, werden verschiedene Ansätze

<sup>1</sup>Stellgrößenbeschränkungen bereits im Reglerentwurf mit einzubeziehen wird etwa in [2, S. 107 ff.] behandelt.

der Reglerstrukturen und des Streckenmodells verwendet und im Weiteren die Ergebnisse in der Simulation verglichen, siehe 5.2.

Die hier berechneten Regelkreisstrukturen entsprechen einem Standardregelkreis. Um die Stabilität des berechneten Regelkreises zu überprüfen, wird in allen Schritten die *interne Stabilität* des Regelkreises untersucht [6, S. 169]. Für diese Aufgabe wurde die Funktion `isStdCCstable()` geschrieben.

**Die MATLAB-Funktion `design_PI_controller()`**<sup>2</sup> Der Anforderung entsprechend, sind die Regler im ersten Schritt als PI-Regler anzusetzen. Die MATLAB-Funktion `design_PI_controller()` versucht nach den Ideen des FKL-Verfahrens mit der Vorgabe der Durchtrittsfrequenz und der gewünschten Phasenreserve für die gegebene Streckenübertragungsfunktion die Parameter der PI-Reglerstruktur, wenn möglich, zu berechnen. Die Ermittlung des Reglers erfolgt dabei im wesentlichen in drei Schritten: Erstens wird nur der integrierende Anteil des Reglers mit der Strecke betrachtet und so der nötige Phasenhub bei der geforderten Durchtrittsfrequenz bestimmt, um die geforderte Phasenreserve zu erhalten. Der nötige Phasenhub wird im zweiten Schritt durch Einbauen einer geeigneten Nullstelle in die Reglerübertragungsfunktion bewerkstelligt. Im dritten Schritt wird die nötige Verstärkung des Regler berechnet und der Reglerübertragungsfunktion zugewiesen, damit der Betragsgang auch tatsächlich die geforderte Durchtrittsfrequenz aufweist.

**Rechnen mit Polynomen** MATLAB bietet an, Zusammenschaltungen von Übertragungsfunktionen bequem mit Übertragungsfunktionen in Form von `tf`-Objekten zu rechnen. Die Erfahrung zeigt aber, dass dadurch numerische Probleme auftreten und die erhaltenen Systeme nicht die erwartete Form aufweisen. Zielführend ist hier, wenn mit den Koeffizienten der Zähler- und Nennerpolynome der Übertragungsfunktionen gerechnet wird. Dabei

---

<sup>2</sup>Diese Funktion ist ursprünglich im Rahmen der Lehrveranstaltungen *Elektrische Antriebssysteme VO, UE und LU* im Wintersemester 2010/2011 in der Gruppe J. Fuchs, Ch. Prattes, R. Seeber und J. Thomann entstanden und wurde im Rahmen dieser Arbeit weiter entwickelt.

können die zu berechnenden Strukturen, die etwa durch Rückkopplungen entstehen im Vorfeld vereinfacht werden und damit die verbleibenden Rechenschritte stark reduziert werden.

Eine Polynommultiplikation wird dabei mit `conv()` durchgeführt, für die Addition zweier beliebiger Polynome wurde die Funktion `polyAdd()` geschrieben. Um die Addition der Polynome durchführen zu können, müssen die Vektoren der Koeffizienten die gleiche Länge haben. Dazu wird der kürzere Vektor entsprechend mit Nullen „links“ aufgefüllt.

Durch diese Vorgehensweise erhalten die zusammengesetzten Systeme automatisch die geforderten Ordnungen.

## 3.1 Entwurf 1

Der Entwurf einer Kaskaden-Regelung wird *von innen nach außen* durchgeführt. Der Regelkreis der inneren Schleife stellt dabei die Regelstrecke der darüberliegenden dar. In dieser Arbeit wird als innerster Regelkreis der Stromregelkreis entworfen.

### 3.1.1 Stromregelkreis

Als zu Grunde liegende Strecke wird hier die Hintereinanderschaltung der PWM und der Teilübertragungsfunktion  $G_{22}(s)$  des Gleichstrommaschinenmodells (2.25) betrachtet. Das Blockschaltbild 3.3 stellt den Stromregelkreis dar. Die Teilübertragungsfunktion  $G_{22}(s)$  wird mit der Abtastperiode des

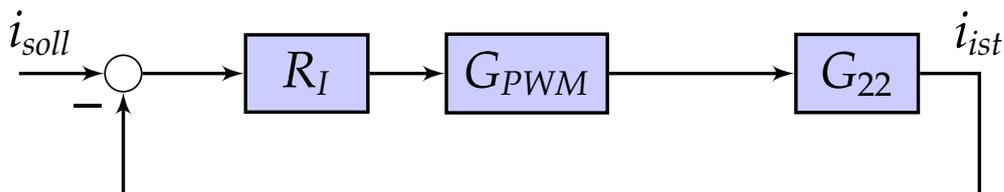


Abbildung 3.3: Stromregelkreis im Entwurf 1.

Stromregelkreises  $T_{d,I} = 136 \mu\text{s}$  in eine zeitdiskrete  $z$ -Übertragungsfunktion

mit Gleichung (3.3) transformiert<sup>3</sup> [2, S. 39 ff.]:

$$G^*(z) = \left( \frac{z-1}{z} \right) \mathbf{Z} \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\}. \quad (3.3)$$

Aus der Übertragungsfunktion  $G_{22}(s)$ , Gleichung (2.25), wird

$$G_{22}^*(z) = \frac{1.112 (z - 0.9996)}{(z - 0.96676)(z - 0.80376)}. \quad (3.4)$$

Die PWM wird als Verzögerung um einen Abtastschritt mit der Abtastperiode  $T_{d,PWM} = T_{d,I}$  in das Strecken-Modell mit einbezogen:  $G_{PWM}^*(z) = \frac{1}{z}$ . Damit ergibt sich die Streckenübertragungsfunktion für den Stromregelkreis  $P_I^*(z) = G_{22}^*(z)G_{PWM}^*(z)$  zu

$$P_I^*(z) = \frac{1.112 (z - 0.9996)}{z (z - 0.96676)(z - 0.80376)}. \quad (3.5)$$

Für einen Reglerentwurf nach dem FKL-Verfahren, werden rationale Übertragungsfunktionen einer Frequenz benötigt, um die logarithmischen Frequenzkurven zeichnen zu können. Für die  $z$ -Übertragungsfunktion eines Abtastsystems ist das mit der Substitution  $e^{j\omega T}$  für  $z$  nicht der Fall, man erhält transzendente Funktionen. Durch die Einführung der  $q$ -Transformation, Gleichung (3.6), wird dieses Problem beseitigt. Mit der Substitution der Variablen  $q$  in der gewonnenen  $q$ -Übertragungsfunktion durch  $j\Omega$  erhält man rationale Funktionen der transformierten Frequenz  $\Omega$  und damit den Frequenzgang des zugehörigen Abtastsystems [2, S. 73 ff.].

$$G^\#(q) = G^*(z) \Big|_{z = \frac{1+q\frac{T}{2}}{1-q\frac{T}{2}}} \quad (3.6)$$

Nachdem mit dem FKL-Verfahren eine geeignete Reglerübertragungsfunktion gefunden wurde, muss diese vom  $q$ -Bereich wieder in den  $z$ -Bereich transformiert werden. Durch Umkehrung von (3.6) erhält man die Transfor-

---

<sup>3</sup>Der Operator  $\mathbf{Z}\{\cdot\}$  steht hier für die nötigen Transformationsschritte, um aus einer Laplace-Transformierten  $f(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$  die  $z$ -Transformierte  $f(z)$  zu bestimmen.

mationsvorschrift (3.7).

$$G^*(z) = G^\#(q) \Big|_{q = \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}} \quad (3.7)$$

Die Streckenübertragungsfunktion  $P_I^*(z)$  wird nach Gleichung (3.6) in den  $q$ -Bereich transformiert um mit dem FKL-Verfahren den Reglerentwurf durchzuführen.

$$P_I^\#(q) = \frac{0.0688 \left(1 - \frac{q}{1.471 \times 10^4}\right) \left(1 - \frac{q}{1.471 \times 10^4}\right) \left(1 + \frac{q}{2.968}\right)}{\left(1 + \frac{q}{1.471 \times 10^4}\right) \left(1 + \frac{q}{1600}\right) \left(1 + \frac{q}{248.5}\right)} \quad (3.8)$$

Mit dem MATLAB-Script `design_pi_controller()` wird ein PI-Regler gefunden, sodass die Anforderungen an den Regelkreis erfüllt werden. Im Entwurf wurden diese Anforderungen wie in Tabelle 3.1 eingetragen, gewählt. Die Wahl dieser Parameter ist das Ergebnis vieler Parametervariationen, um ein möglichst gutes Verhalten, soweit dies mit einem PI-Regler möglich ist, umzusetzen. Dabei wurde darauf geachtet, dass die Betragskennlinie im Bodediagramm des offenen Kreises möglichst hoch startet, die Durchtrittsfrequenz weit rechts liegt und dabei genügend Phasenreserve vorhanden ist. Damit wird die Reglerübertragungsfunktion  $R_I^\#(q)$  nach Gleichung (3.9) be-

Tabelle 3.1: Entwurfsvorgaben für den Stromregler im Entwurf 1.

Größe	Wert
Anstiegszeit	$t_r = 0.0005 \text{ s}$
prozentuales Überschwingen	$\ddot{u} = 0 \%$

ziehungsweise die Rücktransformierte  $z$ -Übertragungsfunktion  $R_I^*(z)$ , durch Anwendung von (3.7) auf (3.9), Gleichung (3.10), gefunden und die Übertragungsfunktion des offenen Kreises  $L_I^\#(q) = R_I^\#(q)P_I^\#(q)$  (3.11) zur Konstruktion

des Bodediagramms berechnet.

$$R_I^\#(q) = \frac{391.9 \left(1 + \frac{q}{1484}\right)}{q} \quad (3.9)$$

$$R_I^*(z) = \frac{0.2908(z - 0.81672)}{(z - 1)} = \frac{0.2908z - 0.2375}{z - 1} \quad (3.10)$$

$$L_I^\#(q) = \frac{26.96 \left(1 - \frac{q}{1.471 \times 10^4}\right) \left(1 - \frac{q}{1.471 \times 10^4}\right) \left(1 + \frac{q}{1484}\right) \left(1 + \frac{q}{2.968}\right)}{q \left(1 + \frac{q}{1.471 \times 10^4}\right) \left(1 + \frac{q}{1600}\right) \left(1 + \frac{q}{248.5}\right)} \quad (3.11)$$

Aus der Betrachtung von (3.11) und dem Bodediagramm von  $L_I^\#(q)$  in Abbildung 3.4 ist ersichtlich, dass  $L_I^\#(q)$  die Kriterien zur Anwendung des *vereinfachten Schnittpunktkriteriums* erfüllt und damit durch die positive Phasenreserve von  $\varphi_{r,I} = 70^\circ$  auf die Stabilität des geschlossenen Kreises geschlossen werden darf [2, S. 88 f.]. Abbildung 3.5 zeigt die Sprungantwort des

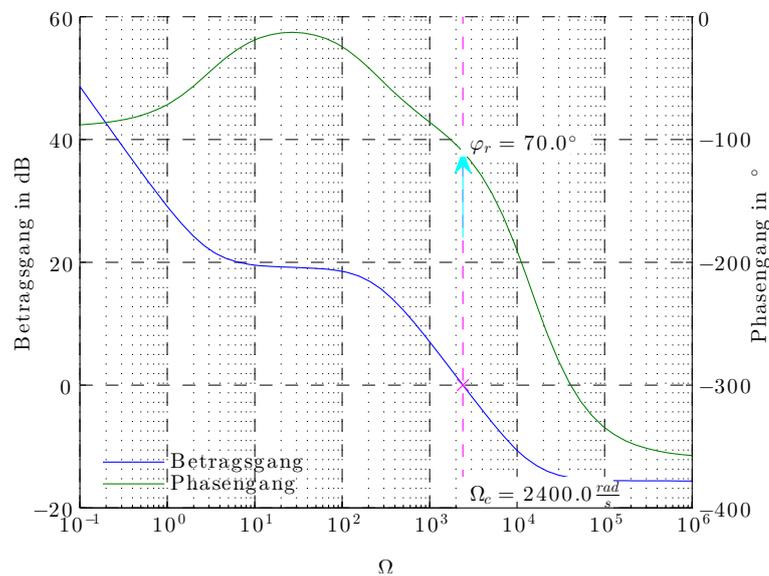


Abbildung 3.4: Frequenzkennlinien des offenen Kreises  $L_I^\#(q)$ .

geschlossenen Kreises  $T_I^*(z) = \frac{L_I^*(z)}{1+L_I^*(z)}$  für eine Simulationsdauer von 0.01 s,

Abbildung 3.6 für die Dauer von 3 s.

$$T_I^*(z) = \frac{0.3233 (z - 0.9996) (z - 0.81672)}{(z - 0.99964) (z - 0.82415) (z^2 - 9.4674 \times 10^{-1} z + 3.2039 \times 10^{-1})} \quad (3.12)$$

Der nur langsam verschwindende Regelfehler nach dem sehr schnellen An-

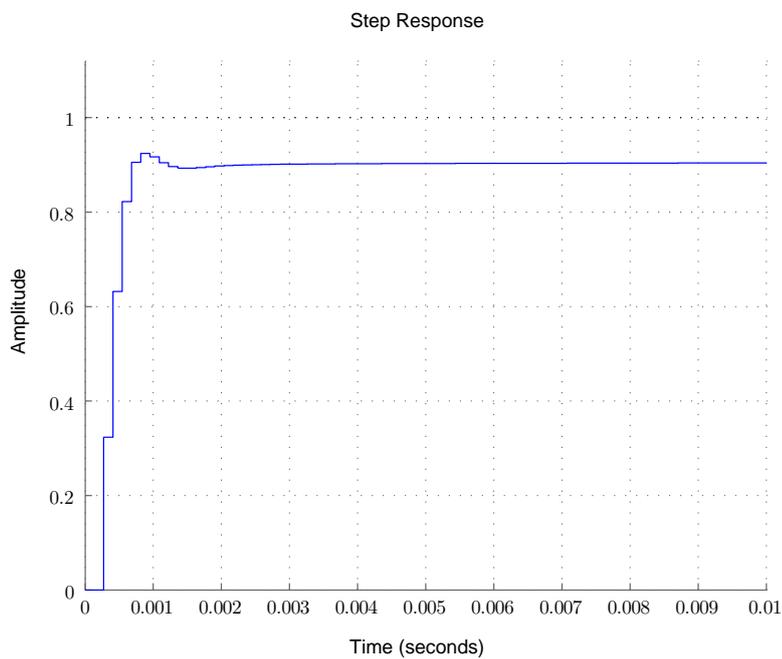


Abbildung 3.5: Sprungantwort des geschlossenen Kreises  $T_I^*(z)$ .

stieg auf etwa 0.9 der Sprungantwort des geschlossenen Kreises ist nicht ganz zufriedenstellend und hängt mit dem flachen Abschnitt des Betrags-ganges des offenen Kreises zusammen. Das Betragsplateau kann auch durch verkleinern der Durchtrittsfrequenz nicht beseitigt werden, da eine Null-stelle von  $P_I^\#(q)$  die Ursache dafür ist. Mit den Korrekturmöglichkeiten eines PI-Reglers stößt man bei dieser Aufgabe an Grenzen. Ein erweiterter Ansatz dazu wird in Abschnitt 3.5 diskutiert.

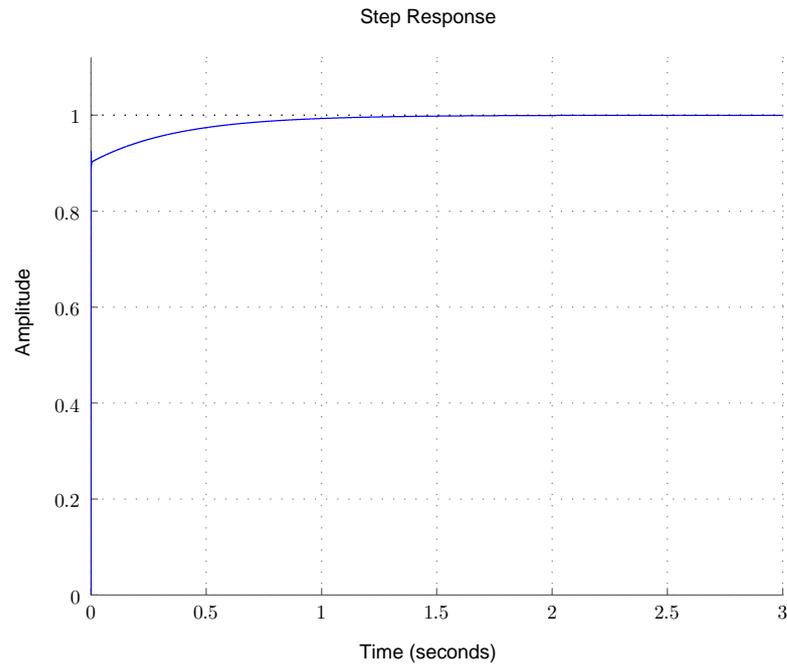


Abbildung 3.6: Sprungantwort des geschlossenen Kreises  $T_I^*(z)$  mit längerer Simulationsdauer.

#### 3.1.2 Drehzahlregelkreis

Das Blockschaltbild des Drehzahlregelkreises ist in Abbildung 3.7 dargestellt.

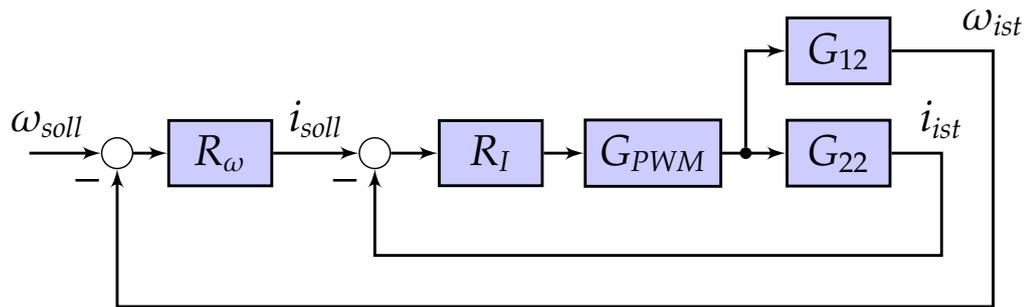


Abbildung 3.7: Drehzahlregelkreis

Hier sei nochmals auf die Gegebenheit hingewiesen, dass der Stromregelkreis mit der Abtastperiode  $T_{d,I} = 136 \mu\text{s}$  und die darüber liegenden Regel-

kreise mit der Abtastperiode  $T_{d,\omega} = 2 \text{ ms}$  arbeiten. Durch die unterschiedlichen Abtastperioden können die  $z$ -Übertragungsfunktionen vom Entwurf des Drehzahlregelkreises nicht direkt weiter verwendet werden. Um den mathematischen Aufwand gering zu halten, wird in dieser Arbeit eine Näherung angewendet, in der die Teilsysteme des zeitdiskrete Stromregelkreis als kontinuierliche Systeme für den überlagerten Drehzahlregler betrachtet werden.

Wird ein System hinreichend schnell abgetastet, gilt die Näherung  $G^\#(q) \approx G(s)$  [2, S. 79]. Da  $T_{d,I} \ll 1$ , wird diese Näherungsbeziehung angewendet und die Übertragungsfunktion des Stromreglers  $\tilde{R}_I(s)$  mit der Substitution von  $q$  durch  $s$  aus  $R_I^\#(q)$  erhalten. Der Vergleich von (2.25) und (3.8) zeigt die Ähnlichkeit der Lage der Pol und Nullstellen von  $G_{22}(s)$  in  $P_I^\#(q)$ . Die charakteristische Frequenz

$$\Omega_{0,I} = \frac{2}{T_{d,I}} = 1.471 \times 10^4 \text{ s}^{-1} \quad (3.13)$$

der  $q$ -Übertragungsfunktion fällt dabei in Form der Polstelle bei  $-\Omega_{0,I}$  und Nullstellen bei  $\Omega_{0,I}$  auf. Die Pol- und eine der Nullstellen ist dabei der PWM zuzuschreiben, die zusätzliche Nullstelle ist spezifisch für die  $q$ -Übertragungsfunktion [2, S. 80 ff.]. Auch aus dieser Betrachtung ist die Approximation einzusehen, und dass diese umso genauer ist, je kleiner die Abtastperiode  $T_d$  des Systems ist. Die Approximation wird ebenso für die Übertragungsfunktionen der PWM  $G_{PWM}^\#(q)$  und die Teilübertragungsfunktion des Stromregelkreises  $G_{22}^\#(q)$  angewandt. Damit kann im nächsten Schritt die kontinuierliche Streckenübertragungsfunktion  $P_\omega(s)$ , Gleichung

chung (3.14)<sup>4</sup>,

$$\begin{aligned}
 P_\omega(s) &= \frac{\tilde{R}_I(s)\tilde{G}_{PWM}(s)G_{12}(s)}{1 + \tilde{R}_I(s)\tilde{G}_{PWM}(s)\tilde{G}_{22}(s)} \\
 &= \frac{\frac{\tilde{R}_{I,Z}}{\tilde{R}_{I,N}} \frac{\tilde{G}_{PWM,Z}}{\tilde{G}_{PWM,N}} \frac{G_{12,Z}}{G_{12,N}}}{1 + \frac{\tilde{R}_{I,Z}}{\tilde{R}_{I,N}} \frac{\tilde{G}_{PWM,Z}}{\tilde{G}_{PWM,N}} \frac{\tilde{G}_{22,Z}}{\tilde{G}_{22,N}}} \\
 &= \frac{\tilde{R}_{I,Z}\tilde{G}_{PWM,Z}G_{12,Z}\cancel{\tilde{R}_{I,N}\tilde{G}_{PWM,N}\tilde{G}_{22,N}}}{\left(\tilde{R}_{I,N}\tilde{G}_{PWM,N}G_{22,N} + \tilde{R}_{I,Z}\tilde{G}_{PWM,Z}G_{22,Z}\right)\cancel{\tilde{R}_{I,N}\tilde{G}_{PWM,N}G_{12,N}}} \\
 &= \frac{2.102 \times 10^{10} \left(1 - \frac{s}{1.471 \times 10^4}\right) \left(1 + \frac{s}{1484}\right)}{\left(s^2 + 8.8167 \times 10^3 s + 3.5643 \times 10^7\right) \left(1 + \frac{s}{1418}\right) \left(1 + \frac{s}{2.677}\right)}
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

und im weiteren die  $q$ -Übertragungsfunktion (3.15) für den Drehzahlregler mit der Abtastperiode  $T_{d,\omega} = 2$  ms berechnet werden.

$$P_\omega^\#(q) = \frac{5.9 \times 10^8 \left(1 - \frac{q}{1000}\right) \left(1 + \frac{q}{1499}\right) \left(1 + \frac{q}{1000}\right) \left(1 + \frac{q}{899.7}\right)}{\left(q^2 + 2.0001 \times 10^3 q + 1.0001 \times 10^6\right) \left(1 + \frac{q}{889.1}\right) \left(1 + \frac{q}{2.677}\right)} \tag{3.15}$$

Man beachte hier die charakteristische Nullstelle bei

$$\Omega_{0,\omega} = \frac{2}{T_{d,\omega}} = 1000 \text{ s}^{-1}. \tag{3.16}$$

Für den Drehzahlregelkreis wird nach dem gleichen Vorgehen wie beim Stromregelkreis ein PI-Regler nach den in Tabelle 3.2 eingetragenen Vorgaben berechnet. Als Ergebnis kann die Reglerübertragungsfunktion

Tabelle 3.2: Entwurfsvorgaben für den Drehzahlregler im Entwurf 1.

Größe	Wert
Anstiegszeit	$t_r = 0.005 \text{ s}$
prozentuales Überschwingen	$\ddot{u} = 0 \%$

---

<sup>4</sup>Bei der Berechnung der Übertragungsfunktion  $P_\omega(s)$  wird angenommen, dass die Nenner der Übertragungsfunktionen  $\tilde{G}_{22}(s)$  und  $G_{12}(s)$  mit der Approximation gleich sind und deshalb kürzen.

$$R_{\omega}^*(z) = \frac{0.1517(z - 0.97864)}{(z - 1)} = \frac{0.1517z - 0.1484}{z - 1} \quad (3.17)$$

angeschrieben werden. Zur Beurteilung der Stabilität wird die Übertragungsfunktion des offenen Kreises im Frequenzbereich  $L_{\omega}^{\#}(q)$  berechnet und das Bodediagramm, Abbildung 3.8, gezeichnet.

$$L_{\omega}^{\#}(q) = \frac{9.558 \times 10^8 \left(1 - \frac{q}{1000}\right) \left(1 + \frac{q}{1499}\right) \left(1 + \frac{q}{1000}\right) \left(1 + \frac{q}{899.7}\right) \left(1 + \frac{q}{10.8}\right)}{q \left(q^2 + 2.0001 \times 10^3 q + 1.0001 \times 10^6\right) \left(1 + \frac{q}{889.1}\right) \left(1 + \frac{q}{2.677}\right)} \quad (3.18)$$

Das Verhalten des geschlossenen Drehzahlregelkreises wird anhand der

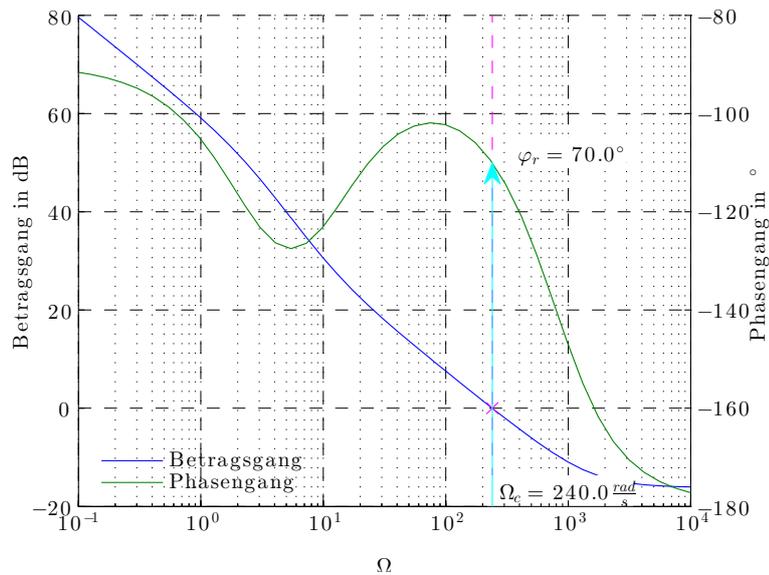


Abbildung 3.8: Frequenzkennlinien des offenen Kreises  $L_{\omega}^{\#}(q)$ .

Sprungantwort, siehe Abbildung 3.1.2, untersucht. Die Führungsübertragungsfunktion lautet

$$T_{\omega}^*(z) = \frac{0.3958(z - 0.97864)(z + 0.19954)(z - 0.052787)(z + 7.5616 \times 10^{-5})}{(z - 0.97786)(z - 0.42624)(z - 0.20598)(z - 0.047529)(z + 7.5284 \times 10^{-5})} \quad (3.19)$$

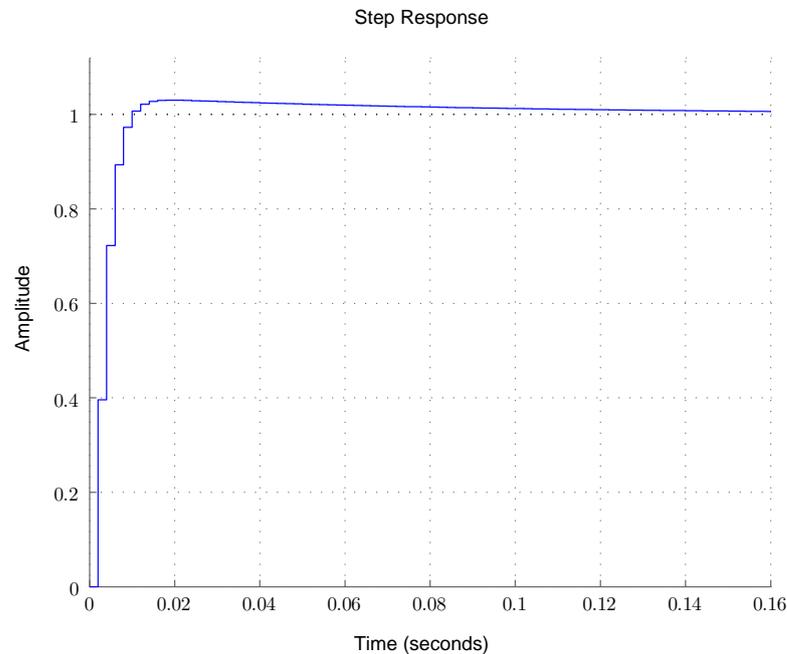


Abbildung 3.9: Sprungantwort des geschlossenen Drehzahlregelkreises mit der Führungsübertragungsfunktion  $T_{\omega}^*(z)$  und der Simulationsdauer  $T_{Sim} = 0.16$  s.

### 3.1.3 Positionsregelkreis

Für die Positionsregelung genügt als Regler ein Übertragungsglied, das lediglich aus einem konstanten, positiven Verstärkungsfaktor  $V$  besteht, denn die Streckenübertragungsfunktion für den Positionsregelkreis  $P_{\varphi}$  ergibt sich aus der Übertragungsfunktion des Drehzahlregelkreises durch das in Serie hinzufügen eines Integrierers  $G_{Int}^*(z) = \frac{z-1}{z} \mathbf{Z} \left\{ \frac{1}{s} \right\}$  - die Rotorlage ergibt sich aus der Integration der Winkelgeschwindigkeit des Rotors. Im Koppel-

plan 3.10 ist die Struktur des Positionsregelkreises dargestellt. Es gilt

$$\begin{aligned} P_{\varphi}^*(z) &= T_{\omega}^*(z)G_{Int}^*(z) \\ &= \frac{R_{\omega}^*(z)P_{\omega}^*(z)G_{Int}^*(z)}{1 + R_{\omega}^*(z)P_{\omega}^*(z)} \end{aligned} \quad (3.20)$$

als Streckenübertragungsfunktion für diese äußerste Kaskade. Ein geeigneter

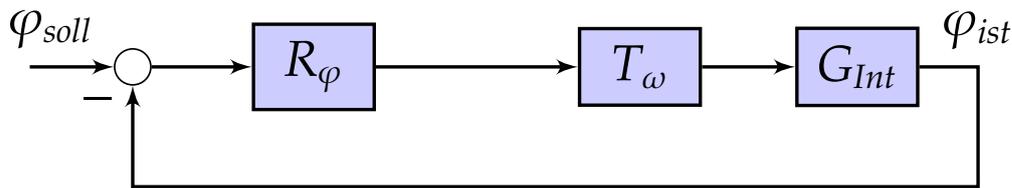


Abbildung 3.10: Positionsregelkreis

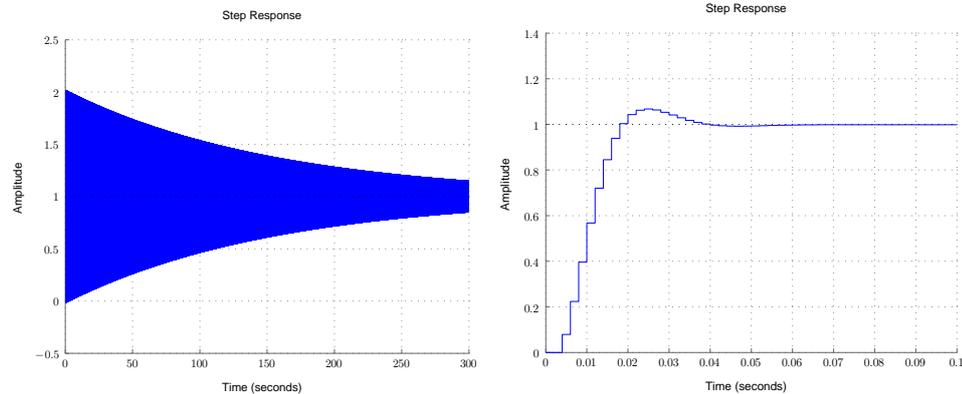
ter Wert für den Verstärkungsfaktor  $V$  in der Reglerübertragungsfunktion  $R_{\varphi}^*(z) = V$  wird durch Simulationsstudien eruiert. Für eine Abschätzung des maximalen Wertes von  $V$ , wird die BIBO-Stabilität der Führungsübertragungsfunktion

$$T_{\varphi}^*(z) = \frac{R_{\varphi}^*(z)P_{\varphi}^*(z)}{1 + R_{\varphi}^*(z)P_{\varphi}^*(z)} \quad (3.21)$$

untersucht. Dazu wird in der Funktion `findMaxV()` der Verstärkungsfaktor so lange in einem Intervallhalbierungsverfahren variiert, bis eine vorgebbares kleinstes Halbierungsintervall oder die maximale Anzahl an Schritten bei einer stabilen Übertragungsfunktion gegeben ist. Der gefundene Wert für den Positionsregler beträgt  $V_{max} = 406.4$ . Um die interne Stabilität des Regelkreises sicher zu stellen, werden alle möglichen Übertragungsfunktionen des Standardregelkreises auf ihre *BIBO*-Stabilität hin überprüft. Diese Überprüfungen werden in der Funktion `isStdCSstable()` durchgeführt.

Die Sprungantwort des geschlossenen Positionsregelkreises ist für verschiedene Verstärkungsfaktoren in den Abbildungen 3.11 dargestellt.

*Hinweis:* Der Verstärkungsfaktor für den Positionsregler wird in den nach-



(a) Mit  $V = V_{max}$  wird zwar ein stabiles Führungsverhalten erreicht, aber es ist nicht brauchbar.

(b) Brauchbares Verhalten des Führungsregelkreises.

Abbildung 3.11: Sprungantworten des geschlossenen Positionsregelkreis mit  $V = V_{max} = 406.4$  in (a) und  $V = 100$  in (b).

folgenden Entwurfsansätzen ebenfalls wie hier beschrieben abgeschätzt und im Weiteren in Simulationsstudien des gesamten System eingestellt. Es wird im Folgenden darauf verzichtet, erneut darauf einzugehen.

## 3.2 Entwurf 2

In diesem Entwurf wird auf die Modellierung der PWM im mathematischen Modell wegen der sehr kleinen Abtastperiode  $T_{d,PWM}$  verzichtet. Ansonsten ist die Vorgehensweise in diesem Entwurf analog dem in Abschnitt 3.1. Deshalb werden hier nur die Ergebnisse der einzelnen Schritte präsentiert. Die Vorgaben für die Dimensionierung der Regler bleiben unverändert. Die Struktur der Regelkreiskaskaden bleibt bis auf den Wegfall des Blockes der PWM unverändert.

### 3.2.1 Stromregelkreis

Streckenübertragungsfunktion des Stromregelkreises:

$$P_I^\#(q) = \frac{0.0688 \left(1 - \frac{q}{1.471 \times 10^4}\right) \left(1 + \frac{q}{2.968}\right)}{\left(1 + \frac{q}{1600}\right) \left(1 + \frac{q}{248.5}\right)} \quad (3.22)$$

Stromreglerübertragungsfunktion:

$$R_I^*(z) = \frac{0.2375 (z - 0.67182)}{(z - 1)} = \frac{0.2375z - 0.1596}{z - 1} \quad (3.23)$$

Übertragungsfunktion des offenen Stromregelkreises:

$$L_I^\#(q) = \frac{39.43 \left(1 - \frac{q}{1.471 \times 10^4}\right) \left(1 + \frac{q}{2887}\right) \left(1 + \frac{q}{2.968}\right)}{q \left(1 + \frac{q}{1600}\right) \left(1 + \frac{q}{248.5}\right)} \quad (3.24)$$

Das zugehörige Bodediagramm ist in Abbildung 3.12 gezeichnet. Der Vergleich mit 3.4 zeigt, dass der Betragsfrequenzgang links der Durchtrittsfrequenz höher verläuft.

Führungsübertragungsfunktion:

$$T_I^*(z) = \frac{0.2641 (z - 0.9996) (z - 0.67182)}{(z - 0.99962) (z^2 - 1.5068z + 5.9994 \times 10^{-1})} \quad (3.25)$$

In der Sprungantwort des geschlossenen Kreises 3.13 fällt im Vergleich zur Sprungantwort des Stromregelkreises im ersten Entwurf 3.5 auf, dass die Totzeit in der Länge eines Abtastschrittes am Beginn wie zu erwarten fehlt. Der höher liegende Betragsgang im Vergleich zum vorigen Entwurf spiegelt sich auch in der Sprungantwort wieder, die nach dem ersten Überschwinger bei etwa 0.93 verläuft, ehe die bleibende Regelabweichung gegen 0 geht.

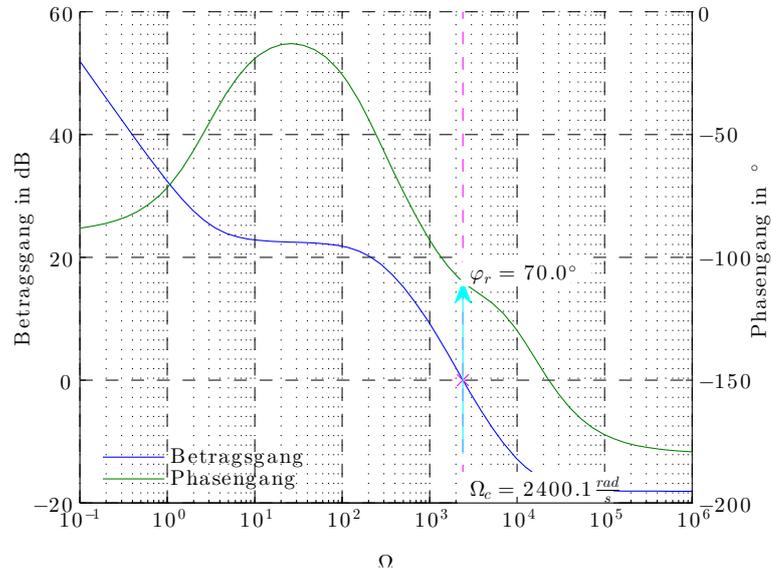


Abbildung 3.12: Bodediagramm des Stromregelkreises.

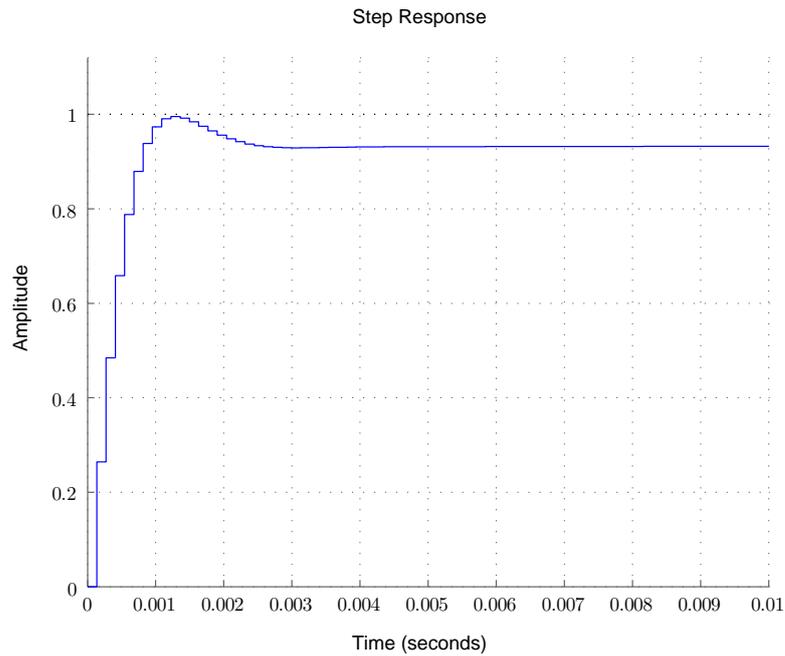


Abbildung 3.13: Sprungantwort des geschlossenen Stromregelkreises mit der Führungsübertragungsfunktion  $T_I^*(z)$  und der Simulationsdauer  $T_{Sim} = 0.01$  s.

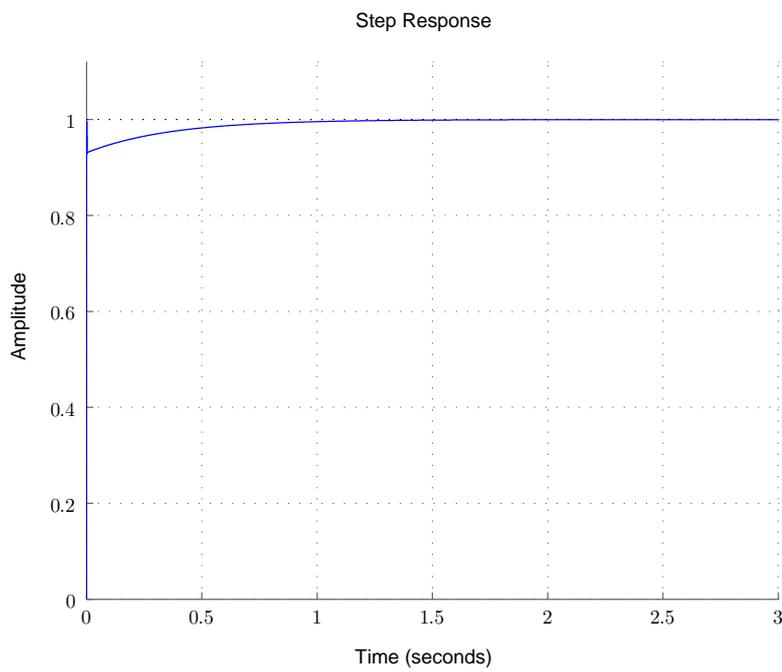


Abbildung 3.14: Sprungantwort des geschlossenen Stromregelkreises mit der Simulationsdauer  $T_{Sim} = 3$  s.

### 3.2.2 Drehzahlregelkreis

Streckenübertragungsfunktion des Drehzahlregelkreises:

$$P_{\omega}^{\#}(q) = \frac{6.439 \times 10^8 \left(1 - \frac{q}{1000}\right) \left(1 + \frac{q}{1357}\right) \left(1 + \frac{q}{1064}\right)}{(q^2 + 2.0894 \times 10^3 q + 1.0915 \times 10^6) \left(1 + \frac{q}{2.763}\right)} \quad (3.26)$$

Drehzahlreglerübertragungsfunktion:

$$R_{\omega}^*(z) = \frac{0.1469 (z - 0.96673)}{(z - 1)} = \frac{0.1469z - 0.142}{z - 1} \quad (3.27)$$

Übertragungsfunktion des offenen Drehzahlregelkreises:

$$L_{\omega}^{\#}(q) = \frac{1.573 \times 10^9 \left(1 - \frac{q}{1000}\right) \left(1 + \frac{q}{1357}\right) \left(1 + \frac{q}{1064}\right) \left(1 + \frac{q}{16.92}\right)}{q (q^2 + 2.0894 \times 10^3 q + 1.0915 \times 10^6) \left(1 + \frac{q}{2.763}\right)} \quad (3.28)$$

Der Vergleich der Frequenzkennlinien zum Drehzahlregelkreis aus Entwurf 1, Abbildung 3.8, und Entwurf 2, Abbildung 3.15, zeigt, dass im Entwurf 2 der Betragsgang links der Durchtrittsfrequenz eine etwas größere Verstärkung aufweist.

Führungsübertragungsfunktion:

$$T_{\omega}^*(z) = \frac{0.4201 (z - 0.96673) (z + 0.15155) (z + 0.030865)}{(z - 0.96451) (z - 0.49529) (z - 0.099947) (z + 0.029093)} \quad (3.29)$$

In der Sprungantwort des geschlossenen Kreises 3.16 ist die kurze Anstiegszeit und auch ein geringes Überschwingen ersichtlich.

### 3.2.3 Positionsregelkreis

Der Verstärkungsfaktor für den Positionsregler wird in der Gesamtsimulation durch Simulationsstudien eingestellt. Der ermittelte maximale Verstärkungsfaktor liegt bei  $V_{max} = 416.4$ .

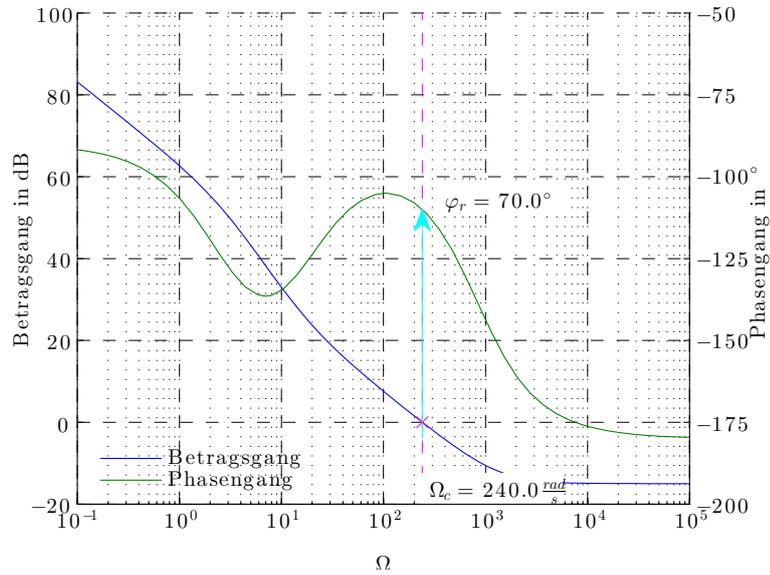
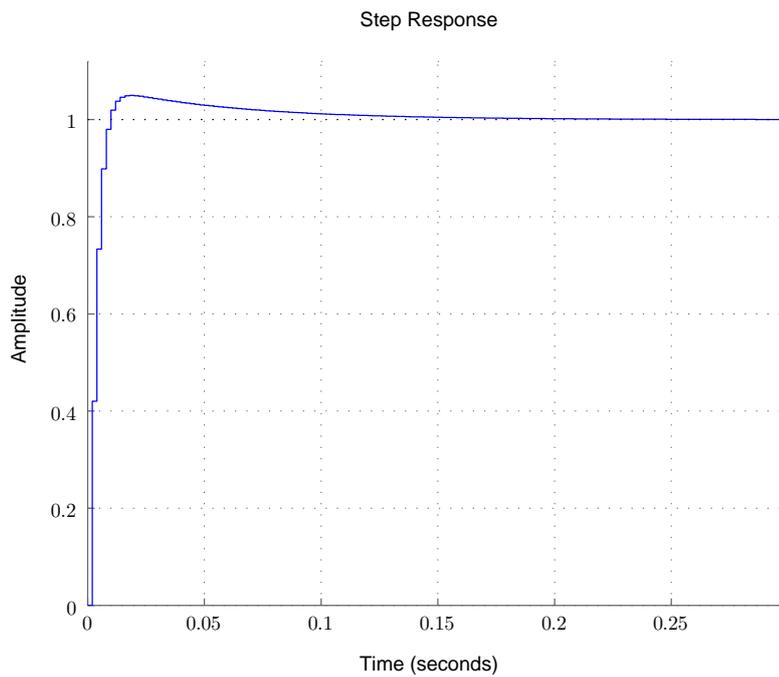


Abbildung 3.15: Bodediagramm des Drehzahlregelkreises.

Abbildung 3.16: Sprungantwort des geschlossenen Drehzahlregelkreises mit der Führungsübertragungsfunktion  $T_\omega^*(z)$  bei einer Simulationsdauer  $T_{Sim} = 0.14$  s.

### 3.3 Entwurf 3

In diesem Entwurfsansatz wird der Stromreglerentwurf „kontinuierlich“ durchgeführt. Durch die kurze Abtastperiode des Stromregelkreises ist es möglich den Abtastregelkreis als kontinuierlich zu betrachten. Es wird also anstelle mit  $q$ -Übertragungsfunktionen mit den  $s$ -Übertragungsfunktion der FKL-Entwurf durchgeführt. Es gilt  $G^\#(q) \approx G(s)$  für  $T_d \ll 1$ , im Grenzfall  $T_d \rightarrow 0$  gilt das exakt [2, S. 79]. Zudem ist die elektrische Zeitkonstante  $\frac{L}{R} = \tau \approx 0.54 \text{ ms}$  des Motors etwa das Vierfache der Abtastperiode des Stromregelkreises  $T_{d,I}$ . In Abbildung 3.17 sind die Frequenzkennlinien der Streckenübertragungsfunktion für den Stromregler im  $s$ - und  $q$ -Bereich im Bodediagramm dargestellt. Dabei wurde der Frequenzgang  $G^\#(j\Omega)$  mit  $\Omega = \frac{2}{T_{d,I}} \tan\left(\omega \frac{T_{d,I}}{2}\right)$  berechnet. Erst bei hohen Kreisfrequenzen werden Unterschiede deutlich. Wie im Entwurf 2 wird auf die Modellierung der PWM im Modell für den Reglerentwurf verzichtet.

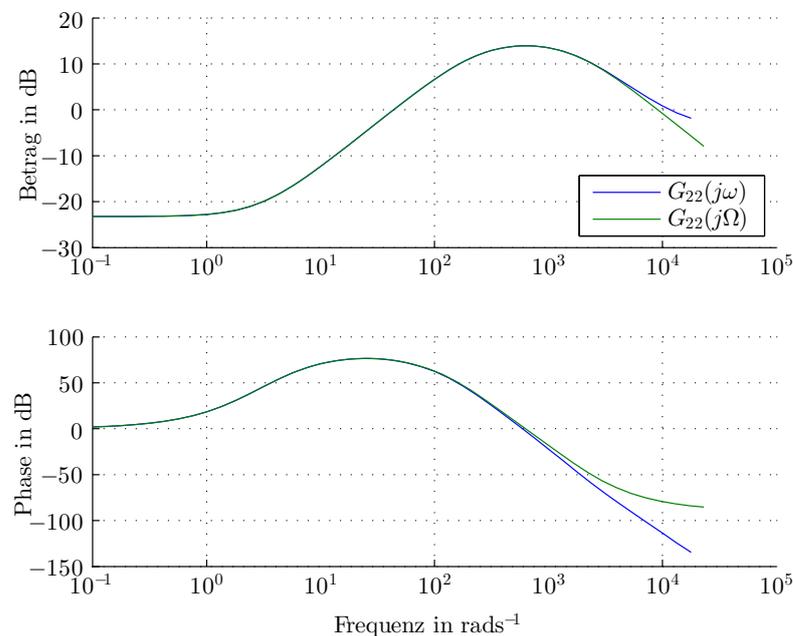


Abbildung 3.17: Vergleich der Streckenübertragungsfunktion für den Stromregler im  $s$ - und  $q$ -Bereich.

Dieser Ansatz ist dadurch motiviert, da er einige Transformationsschritte ausspart und so mögliche numerische Fehler verringert. Im Folgenden werden die Teilergebnisse der bereits bekannten Entwurfsschritte zu Vergleichszwecken präsentiert.

### 3.3.1 Stromregelkreis

Die Streckenübertragungsfunktion des Stromregelkreises  $P_I(s)$  entspricht der Teilübertragungsfunktion  $G_{22}(s)$  des Motormodells, Gleichung (2.25). Mit den Entwurfsvorgaben nach Tabelle 3.1 ergibt sich die Stromreglerübertragungsfunktion

$$R_I^*(z) = \frac{0.1584(z - 0.44248)}{(z - 1)} = \frac{0.1584z - 0.0701}{z - 1}, \quad (3.30)$$

die Übertragungsfunktion des offenen Stromregelkreises

$$L_I(s) = \frac{44.68 \left(1 + \frac{s}{4099}\right) \left(1 + \frac{s}{2.967}\right)}{s \left(1 + \frac{s}{1606}\right) \left(1 + \frac{s}{248.6}\right)} \quad (3.31)$$

und die Führungsübertragungsfunktion

$$T_I^*(z) = \frac{0.1761(z - 0.9996)(z - 0.44248)}{(z - 0.99962)(z^2 - 1.5948z + 6.9940 \times 10^{-1})}. \quad (3.32)$$

Das Bodediagramm und die Sprungantwort sind in Abbildung 3.18 und 3.19 geplottet.

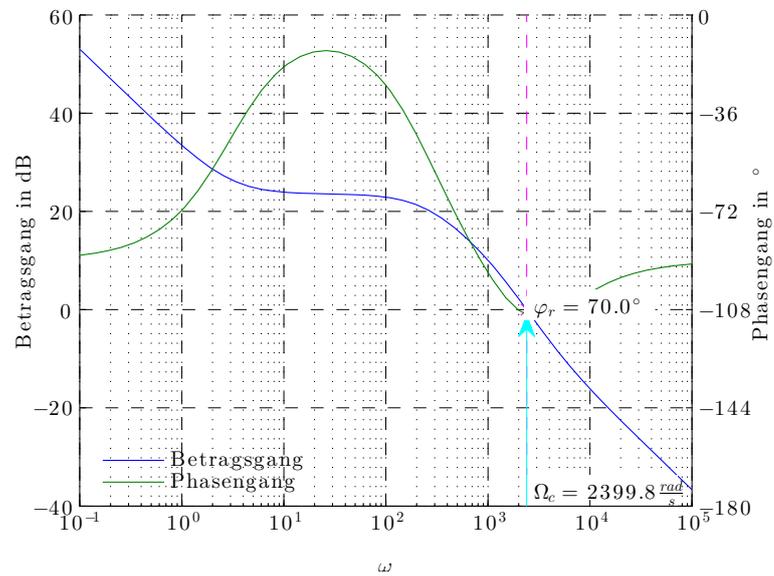


Abbildung 3.18: Bodediagramm des Stromregelkreises.

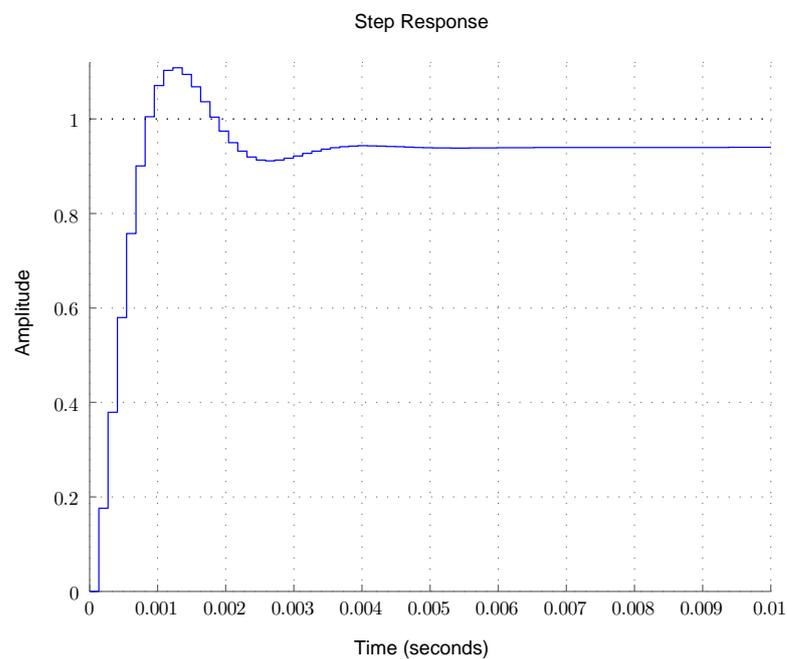


Abbildung 3.19: Sprungantwort des geschlossenen Stromregelkreises.

### 3.3.2 Drehzahlregelkreis

Der Drehzahlregelkreis wird wieder wie in den Entwurfsansätzen zuvor im  $q$ -Bereich entworfen. Dazu werden die Teilübertragungsfunktionen vom  $s$ -Bereich mit der Abtastperiode des Drehzahlregelkreises umgerechnet. Die Streckenübertragungsfunktion des Drehzahlregelkreises lautet damit

$$P_{\omega}^{\#}(q) = \frac{6.574 \times 10^8 \left(1 - \frac{q}{1000}\right) \left(1 + \frac{q}{1350}\right) \left(1 + \frac{q}{1143}\right)}{(q^2 + 2.1134 \times 10^3 q + 1.1190 \times 10^6) \left(1 + \frac{q}{2.784}\right)} \quad (3.33)$$

und mit den Spezifikationen nach Tabelle 3.2 wird die Drehzahlreglerübertragungsfunktion

$$R_{\omega}^*(z) = \frac{0.1464(z - 0.97056)}{(z - 1)} = \frac{0.1464z - 0.1421}{z - 1} \quad (3.34)$$

berechnet. Regler und Strecke zusammenschaltet ergibt die Übertragungsfunktion des offenen Kreises

$$L_{\omega}^{\#}(q) = \frac{1.417 \times 10^9 \left(1 - \frac{q}{1000}\right) \left(1 + \frac{q}{1350}\right) \left(1 + \frac{q}{1143}\right) \left(1 + \frac{q}{14.94}\right)}{q (q^2 + 2.1134 \times 10^3 q + 1.1190 \times 10^6) \left(1 + \frac{q}{2.784}\right)} \quad (3.35)$$

und die Führungsübertragungsfunktion

$$T_{\omega}^*(z) = \frac{0.4121(z - 0.97056)(z + 0.14907)(z + 0.066691)}{(z - 0.9689)(z - 0.47648)(z - 0.12652)(z + 0.045774)}. \quad (3.36)$$

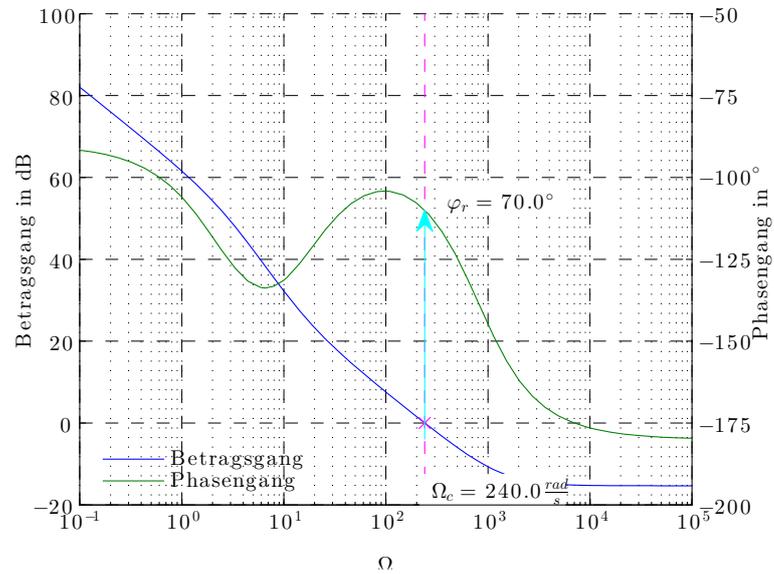


Abbildung 3.20: Bodediagramm des Drehzahlregelkreises im dritten Entwurf.

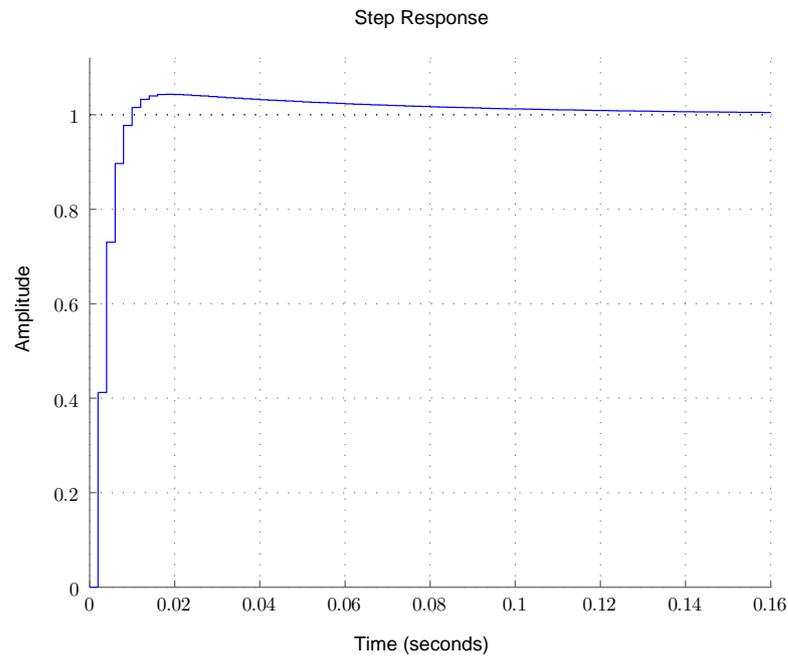


Abbildung 3.21: Sprungantwort des geschlossenen Drehzahlregelkreises im dritten Entwurf.

### 3.4 Entwurf 4

Der Ansatz in diesem Entwurf ist, den Drehzahlregelkreis und den Positionsregelkreis nicht getrennt zu entwerfen, sondern gleich über den Stromregelkreis einen übergeordneten Positionsregelkreis zu legen. Die Kaskadenregelung besteht somit nicht mehr aus drei, sondern nur noch aus zwei kaskadierten Regelkreisen. Bei diesem Ansatz werden die Vereinfachungen der vorigen Schritte verwendet. Als Streckenübertragungsfunktion für diesen Positionsregler ergibt sich die zusammengesetzte Übertragungsfunktion (3.37).

$$\begin{aligned}
 P_{\varphi}(s) &= \frac{R_I(s)G_{12}(s)G_{Int}(s)}{1 + R_I(s)P_I(s)} \\
 &= \frac{3.764 \times 10^9 \left(1 + \frac{s}{4099}\right)}{s(s^2 + 3.3189 \times 10^3 s + 6.4077 \times 10^6) \left(1 + \frac{s}{2.784}\right)}
 \end{aligned} \tag{3.37}$$

In die Reglerübertragungsfunktion wird ein geeigneter Verstärkungsfaktor und eine Nullstelle eingefügt, um die geforderte Dynamik des geschlossenen Kreises zu erreichen. Damit das System auch proper ist, muss noch eine Polstelle geeigneter Lage der Übertragungsfunktion beigefügt werden. In der Reglerübertragungsfunktion wird auf einen Integrator verzichtet, da die Strecke bereits eine entsprechende Polstelle besitzt. Es ergibt sich eine Reglerübertragungsfunktion der Form (3.38), aus der die zu implementierende Differenzgleichung (3.42) abgeleitet wird.

$$R_{\varphi}^*(z) = \frac{u(z)}{e(z)} = \frac{b_1 z + b_0}{z + a_0} = \frac{2.785z - 2.771}{z - 0.8519} \tag{3.38}$$

$$u(z)z + a_0 u(z) = b_1 e(z)z + b_0 e(z) \tag{3.39}$$

$$u(z) + a_0 u(z)z^{-1} = b_1 e(z) + b_0 e(z)z^{-1} \tag{3.40}$$



$$u_k + a_0 u_{k-1} = b_1 e_k + b_0 e_{k-1} \tag{3.41}$$

$$u_k = b_1 e_k + b_0 e_{k-1} - a_0 u_{k-1} \tag{3.42}$$

Im Entwurf sehen die Frequenzkennlinien und die Sprungantwort vielversprechend aus, jedoch hat sich in der Simulation des Gesamtsystems gezeigt, dass dieser Ansatz schlechte Ergebnisse liefert. Eine Erklärung dafür ist, dass die oben erwähnten Vorteile, wie zum Beispiel die gute Störunterdrückung des kaskadierten Regelkreises durch Entfernen der gesonderten Drehzahlregelung schlechter werden. In der Gesamtsimulation wird das sichtbar, da das Modell von Getriebe und Kupplungssystem die Last als Störgröße in das System einbringt. Aufgrund der Ergebnisse wird darauf verzichtet, den Entwurf und die Simulationsergebnisse in der Arbeit weiter auszuführen.

## 3.5 Entwurf 5

In diesem Entwurf wird die Betragskennlinie im Bodediagramm des offenen Stromregelkreises durch in Serie Schalten eines Lag-Gliedes und passendem Verstärkungsfaktor zum Stromregler aus dem Entwurf 1 für kleine Frequenzen gehoben, um den „Sattel“ in der Betragskennlinie zu entfernen, wie er in obigen Bodediagrammen des Stromregelkreises, wie zum Beispiel Abbildung 3.4 auftritt. Durch diese Maßnahme ist ein verbessertes Führungsverhalten zu erwarten.

Für diesen Entwurf wird wie in Entwurf 1, Abschnitt 3.1, vorgegangen, das heißt, die PWM wird als Verzögerung um einen Abtastschritt mit der Abtastperiode  $T_{d,PWM}$  im Entwurf berücksichtigt.

### 3.5.1 Stromregelkreis

Die PI-Reglerübertragungsfunktion aus Abschnitt 3.1 dient als Ausgang für diesen Entwurf. (Die Streckenübertragungsfunktion des Stromregelkreises  $P_I^\#(q)$  entspricht Gleichung (3.8). Mit den Entwurfsvorgaben nach Tabelle 3.1 ergibt sich selbstverständlich wieder der gleiche Regler). Um den „Sattel“ im Betragsgang von Bild 3.4 zu korrigieren, muss die Betragskennlinie in diesem Bereich verstärkt werden. Dazu wird ein Lag-Glied verwendet. Da ein Lag-Glied in der üblichen Form [6, S. 276 ff.] nur eine Betragsabsenkung ermöglicht, ist noch ein zusätzlicher Verstärkungsfaktor einzufügen. Das

zusätzliche Korrekturglied wurde somit mit

$$R_{I,Korr}^{\#}(q) = \underbrace{\frac{\Omega_Z}{\Omega_N}}_{V_{Korr}} \underbrace{\left(\frac{q}{\Omega_N} + 1\right)}_{R_{lag}^{\#}(q)} = \frac{10\left(1 + \frac{q}{50}\right)}{\left(1 + \frac{q}{5}\right)} \quad (3.43)$$

gewählt. Durch Serienschaltung des PI-Reglers von oben und dem zusätzlichen Korrekturglied ergibt sich die neue Stromreglerübertragungsfunktion

$$\begin{aligned} R_I^*(z) &= \frac{0.2917(z - 0.99322)(z - 0.81672)}{(z - 1)(z - 0.99932)} \\ &= \frac{0.2917z^2 - 0.5279z + 0.2366}{z^2 - 1.999z + 0.9993}. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Aus der Reglerübertragungsfunktion und der Strecke wird die Übertragungsfunktion des offenen Kreises

$$L_I^{\#}(q) = \frac{269.6\left(1 - \frac{q}{1.471 \times 10^4}\right)\left(1 - \frac{q}{1.471 \times 10^4}\right)\left(1 + \frac{q}{1484}\right)\left(1 + \frac{q}{50}\right)\left(1 + \frac{q}{2.968}\right)}{q\left(1 + \frac{q}{1.471 \times 10^4}\right)\left(1 + \frac{q}{1600}\right)\left(1 + \frac{q}{248.5}\right)\left(1 + \frac{q}{5}\right)} \quad (3.45)$$

und die Führungsübertragungsfunktion

$$T_I^*(z) = \frac{0.3243(z - 0.9996)(z - 0.99322)(z - 0.81672)}{(z - 0.9996)(z - 0.99375)(z - 0.82451)(z^2 - 9.5198 \times 10^{-1}z + 3.2107 \times 10^{-1})} \quad (3.46)$$

berechnet. Im Bodediagramm ist die Maßnahme der Korrektur deutlich zu sehen. Der Leser vergleicht dazu Abbildung 3.22 und das Bodediagramm des Stromregelkreises aus dem ersten Entwurf, Abbildung 3.4. Die Bandbreite bleibt trotz Betragskorrektur erhalten. Auch in der Sprungantwort ist eine Verbesserung erkennbar. Zur besseren Veranschaulichung wurden die Sprungantworten mit und ohne Korrekturglied  $R_{I,Korr}^*(z)$  in Abbildung 3.23 eingezeichnet.

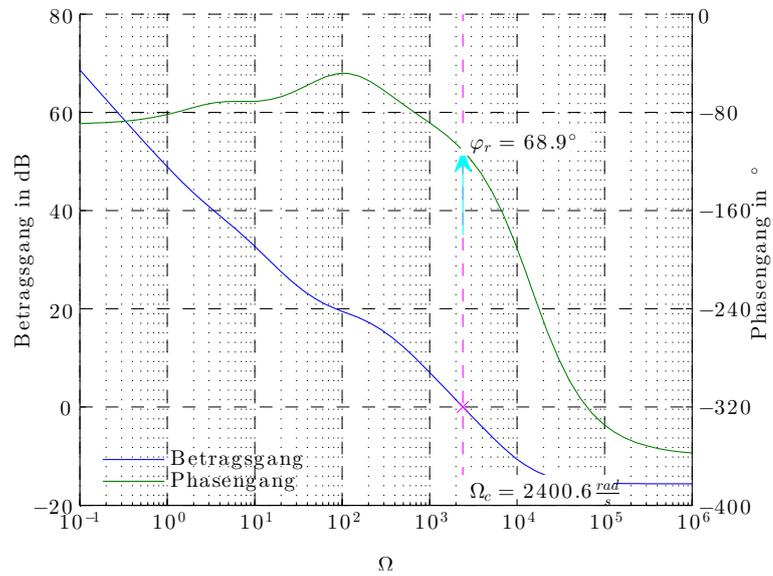


Abbildung 3.22: Bodediagramm des Stromregelkreises mit zusätzlichem Korrekturglied.

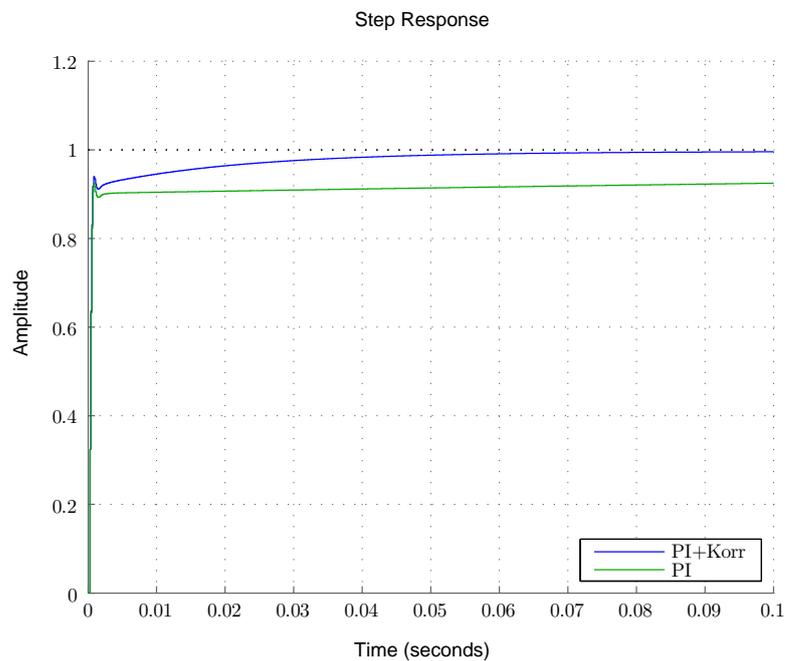


Abbildung 3.23: Sprungantworten des geschlossenen Stromregelkreises mit und ohne Korrekturglied  $R_{I,Korr}^*(z)$ .

### 3.5.2 Drehzahlregelkreis

Mit dem obigen Regler ergibt sich die Streckenübertragungsfunktion des Drehzahlregelkreises zu

$$P_{\omega}^{\#}(q) = \frac{5.899 \times 10^8 \left(1 - \frac{q}{1000}\right) \left(1 + \frac{q}{1509}\right) \left(1 + \frac{q}{1000}\right) \left(1 + \frac{q}{899.6}\right) \left(1 + \frac{q}{49.96}\right)}{(q^2 + 2.0001 \times 10^3 q + 1.0001 \times 10^6) \left(1 + \frac{q}{888.4}\right) \left(1 + \frac{q}{46.06}\right) \left(1 + \frac{q}{2.954}\right)}. \quad (3.47)$$

Die Reglerübertragungsfunktion ist in Gleichung (3.48) angegeben.

$$R_{\omega}^*(z) = \frac{0.1482(z - 0.98607)}{(z - 1)} = \frac{0.1482z - 0.1461}{z - 1} \quad (3.48)$$

Zusammen mit der Streckenübertragungsfunktion ergibt sich die Übertragungsfunktion des offenen Kreises

$$L_{\omega}^{\#}(q) = \frac{6.088 \times 10^8 \left(1 - \frac{q}{1000}\right) \left(1 + \frac{q}{1509}\right) \left(1 + \frac{q}{1000}\right) \left(1 + \frac{q}{899.6}\right) \left(1 + \frac{q}{49.96}\right) \left(1 + \frac{q}{7.014}\right)}{q \left(q^2 + 2.0001 \times 10^3 q + 1.0001 \times 10^6\right) \left(1 + \frac{q}{888.4}\right) \left(1 + \frac{q}{46.06}\right) \left(1 + \frac{q}{2.954}\right)} \quad (3.49)$$

und die Führungsübertragungsfunktion

$$T_{\omega}^*(z) = \frac{0.3935(z - 0.98607)(z - 0.90484)(z + 0.20294)(z - 0.052869)(z + 6.5341 \times 10^{-5})}{(z - 0.98585)(z - 0.90284)(z - 0.42612)(z - 0.20942)(z - 0.047448)(z + 6.4976 \times 10^{-5})}. \quad (3.50)$$

Damit wird das Bodediagramm Abbildung 3.20, und die Sprungantwort, Abbildung 3.23, gezeichnet.

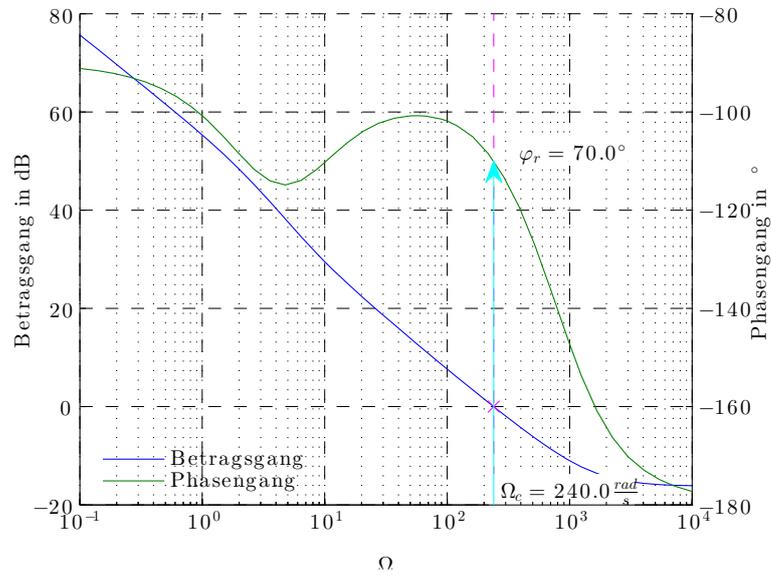


Abbildung 3.24: Bodediagramm des Drehzahlregelkreises im fünften Entwurf.

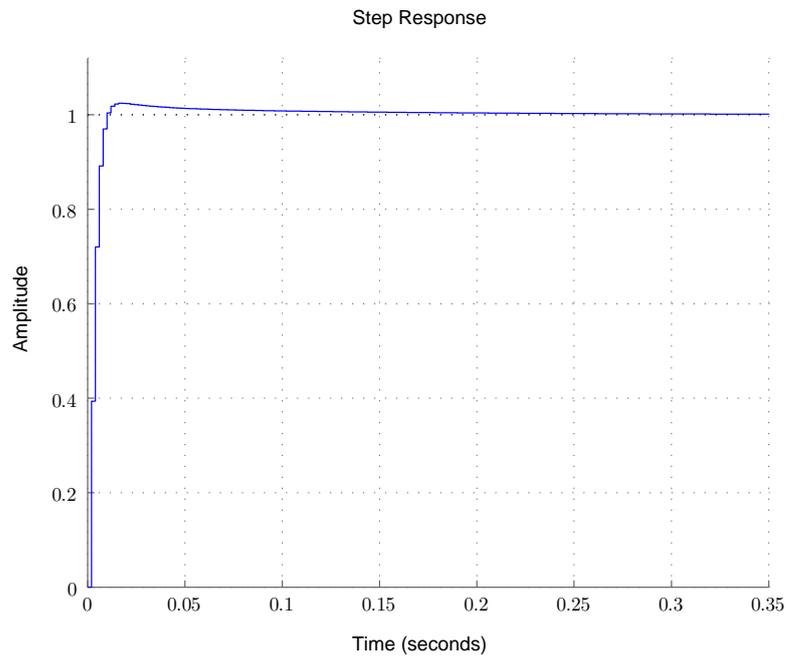


Abbildung 3.25: Sprungantwort des geschlossenen Drehzahlregelkreises im fünften Entwurf.

# 4 Entwurf eines integrierenden Zustandsreglers

Ziel dieses Abschnittes ist es, einen integrierenden Zustandsregler zu entwerfen und die Ergebnisse im Anschluss mit jenen der FKL-Entwürfen zum kaskadierten Regelkreis zu vergleichen. Der Zustandsregler soll stationär genau sein und dabei Störungen unterdrücken. Zum Entwurf des Regler wird der Linear Quadratic Regulator (LQR)-Ansatz verwendet.

Für den Einsatz eines Zustandsregler ist es essentiell, die nötigen Zustandsgrößen messtechnisch zu erfassen, über einen Beobachter zu schätzen oder einer Kombination daraus. Im vorliegenden System stehen alle nötigen Zustandsgrößen mit der Abtastperiode  $T_{d,l}$  zur Verfügung.

Da es sich bei diesem Entwurfsansatz um ein Standardverfahren handelt, werden nur die wesentlichen Punkte der Vorgehensweise behandelt. Weiterführende Inhalte sind zum Beispiel in [5, 6, 7, 10] nachzulesen. Insbesondere [1] beschäftigt sich mit linearer optimaler Regelungstheorie.

## 4.1 Zu Grunde liegendes Modell

Ausgegangen wird vom linearen Gleichstrommaschinenmodell in Zustandsraumdarstellung (2.14).

Wie im FKL-Entwurf wird das Lastmoment  $m_L$  als Störgröße im Gesamtsystem aufgefasst und nicht als Eingangsgröße betrachtet. Um die Rotorlage als Ausgangsgröße zur Verfügung zu haben, wird der Winkel  $\varphi$  als dritte

Zustandsgröße eingebaut.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \frac{d\omega}{dt} \\ \frac{di}{dt} \\ \frac{d\varphi}{dt} \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{=:A} \underbrace{\begin{bmatrix} \omega \\ i \\ \varphi \end{bmatrix}}_{=:x} + \underbrace{\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ 0 \end{bmatrix}}_{=:b} u_a \quad \text{mit } x(0) = \mathbf{0} \quad (4.1)$$

Die Ausgangsgröße  $y$  wird nach (4.2) definiert.

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{=:c^T} x \quad (4.2)$$

Selbstverständlich wird auch dieser Regler zeitdiskret entworfen und realisiert. Deshalb wird das kontinuierliche Zustandsraummodell (4.1), (4.2) in ein zeitdiskretes Zustandsraummodell<sup>1</sup> (4.3) mit der Abtastperiode  $T_{d,I}$  umgerechnet [7, S. 418 ff.], [6, S. 435 ff.].

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A_d x_k + b_d u_k & \text{mit } x_0 &= \mathbf{0} \\ y_k &= c^T x_k \end{aligned} \quad (4.3)$$

Ein Zustandsregler mit dem Regelgesetz

$$u_k = -h^T x_k \quad (4.4)$$

führt ein System von einem Anfangszustand  $x_{k=0} = x_0$  in die Ruhelage  $x_r = \mathbf{0}$  über.

Um der Forderung der stationären Genauigkeit beim Aufschalten einer Führungsgröße  $r_k$ , bei unbekanntem Störungen und Parameterschwankungen gerecht zu werden, wird das Zustandsraummodell (4.3) noch um einen

---

<sup>1</sup>Der Index  $d$  deutet auf die zeitdiskreten Parameter des Zustandsraummodells hin. Der Index  $k$  steht für den Zeitindex zum diskreten Zeitpunkt  $kT_d$ .

Integralanteil

$$x_{i,k+1} = x_{i,k} + (r_k - y_k) = x_{i,k} + (r_k - \mathbf{c}^T \mathbf{x}_k) \quad (4.5)$$

erweitert. Dieser Anteil integriert die Abweichung der Ausgangsgröße  $y_k$  von der Führungsgröße  $r_k$ , die dadurch zu 0 wird. Entsprechend wird auch das Regelgesetz (4.4) um einen Term zu

$$u_k = -\mathbf{h}^T \mathbf{x}_k - h_i x_{i,k} = - \begin{bmatrix} \mathbf{h}^T & h_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ x_{i,k} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

erweitert. Das Zustandsraummodell (4.3) wird mit der zusätzlichen Zustandsvariable  $x_i$  erweitert indem (4.5) eingebaut wird. Es folgt

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+1} \\ x_{i,k+1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & 0 \\ -\mathbf{c}^T & 1 \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{A}}_d} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ x_{i,k} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{b}_d \\ 0 \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{b}}_d} u_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r_k \quad (4.7)$$

$$y_k = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ x_{i,k} \end{bmatrix}$$

als erweitertes Zustandsraummodell. Die Struktur des Regelkreises ist in Abbildung 4.1 in grafischer Form dargestellt.

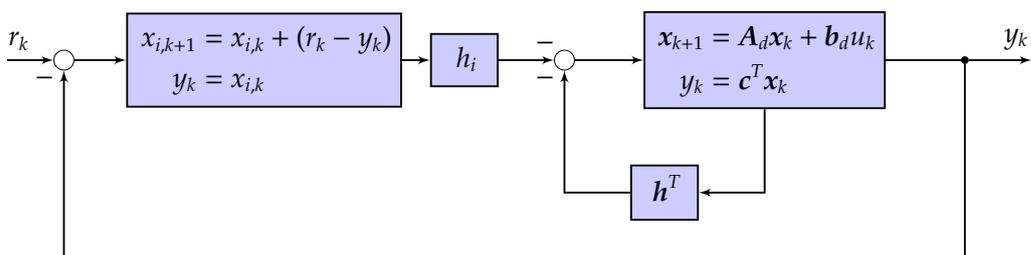


Abbildung 4.1: Blockschaltbild des Regelkreises mit integrierendem Zustandsregler.

## 4.2 LQR-Entwurf

Um den LQR-Entwurf durchführen zu können, muss das System gewisse Voraussetzung erfüllen. Neben der Linearität und Zeitinvariantz (die Matrix  $\widetilde{A}_d$  und der Vektor  $\widetilde{\mathbf{b}}_d$  sind konstant), muss das System auch steuerbar sein. Das heißt für die Steuerbarkeitsmatrix

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \widetilde{\mathbf{b}}_d & \widetilde{A}_d \widetilde{\mathbf{b}}_d & \dots & \widetilde{A}_d^{n-1} \widetilde{\mathbf{b}}_d \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

muss

$$\text{rang}(\mathbf{S}) = n \quad (4.9)$$

gelten.

Wird in das erweiterte Zustandsraummodell (4.7) das erweiterte Regelgesetz (4.6) eingesetzt ergibt sich nach einfacher Rechnung das Zustandsraummodell (4.10) mit eingebauter Rückkopplung und der Führungsgröße  $r_k$  als Eingangsgröße.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+1} \\ x_{i,k+1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_d - \mathbf{b}_d \mathbf{h}^T & -\mathbf{b}_d h_i \\ -\mathbf{c}^T & 1 \end{bmatrix}}_{A_{d,f}} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ x_{i,k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r_k \quad (4.10)$$

$$\mathbf{y}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ x_{i,k} \end{bmatrix}$$

Ziel des Entwurfes ist es nun, dass das System nach (4.10) asymptotisch stabil ist. Das heißt, der Parametervektor  $\begin{bmatrix} \mathbf{h} & h_i \end{bmatrix}^T$  wird so gewählt, dass die Systemmatrix  $A_{d,f}$  nur Eigenwerte im Inneren des Einheitskreises besitzt. In diesem Verfahren wird diese Wahl des Parametervektors und damit auch das Verhalten des Regelkreises durch die Definition eines quadratischen Gütekriteriums (4.11)<sup>2</sup> geprägt, wobei die Lösung des Optimierungspro-

---

<sup>2</sup>Die dargestellte Form des Gütekriteriums wurde an das vorliegende System angepasst. Allgemein ist  $\mathbf{R}$  eine Matrix passender Dimension zum Vektor  $\mathbf{u}_k$ . Das gilt auch weiterfolgend.

blems (4.12) zur Lösung führt [1, 7].

$$J(u) = \sum_{k=0}^{\infty} (x_k^T Q x_k + u_k R u_k) \quad (4.11)$$

$$\min_u J(u) \quad (4.12)$$

Die Lösung für das Optimierungsproblem wird bei der geeigneten Wahl der Wichtungsmatrix  $Q$  und des Faktors  $R$  durch die Lösung der Riccati-Gleichung (4.13) erhalten [7, S. 503 f.].

$$P = Q + \widetilde{A}_d^T P \widetilde{A}_d - \widetilde{A}_d^T P \widetilde{b}_d \left( R + \widetilde{b}_d^T P \widetilde{b}_d \right)^{-1} \widetilde{b}_d^T P \widetilde{A}_d \quad (4.13)$$

Daraus wird mit (4.14) der optimale Parametervektor errechnet.

$$\begin{bmatrix} h & h_i \end{bmatrix}^T = \left( R + \widetilde{b}_d^T P \widetilde{b}_d \right)^{-1} \widetilde{b}_d^T P \widetilde{A}_d \quad (4.14)$$

Über die Wahl der positiv definiten Wichtungsmatrizen  $Q$  und  $R$  kann der Einfluss der jeweiligen Zustandsgröße sowie der Stellgröße auf das Gütefunktional eingestellt werden. Es werden hier zwei Konfigurationen vorgestellt, die eine für eine *langsamere*, Gleichung (4.15), und die andere für eine *schnellere* Auslegung des Reglers, Gleichung (4.16). Der schnelle Regler wird für den Momentenaufbau, der langsame für den Momentenabbau Anwendung finden. In beiden Fällen wird versucht, durch Gewichtung des

Stromes über das Element  $Q_{2,2}$  diesen gering zu halten.

$$Q_{\text{langsam}} = \begin{bmatrix} 50 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

$$Q_{\text{schnell}} = \begin{bmatrix} 500 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 80000 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Die Wichtungsmatrix  $R$ , in dieser Anwendung ein Skalar  $R$ , wird für beide Abstimmungen mit

$$R = 3000 \quad (4.17)$$

gesetzt.

Die Reglervektoren für die beiden Entwurfsvorgaben sind in (4.18) und (4.19) angegeben.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{h} & h_i \end{bmatrix}_{\text{langsam}}^T = \begin{bmatrix} 0.1059 & 0.09842 & 5.743 & -0.01709 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{h} & h_i \end{bmatrix}_{\text{schnell}}^T = \begin{bmatrix} 0.3753 & 0.509 & 134 & -2.976 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Damit werden die Eigenwerte  $\lambda_f$  der Systemmatrix  $A_f$  des resultierenden geschlossenen Kreises berechnet, die im Inneren des Einheitskreises liegen müssen. Es ergeben sich für den *langsamen* Entwurf

$$\lambda_{f,\text{langsam}} = \begin{bmatrix} 0.8263 + 0.04881i \\ 0.8263 - 0.04881i \\ 0.9969 + 0.003064i \\ 0.9969 - 0.003064i \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

und

$$\lambda_{f,schnell} = \begin{bmatrix} 0.3007 + 0i \\ 0.9071 + 0i \\ 0.9722 + 0.0295i \\ 0.9722 - 0.0295i \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

für den *schnellen*.

Um eine grafische Beurteilung des erhaltenen Regler zu ermöglichen, sind die Sprungantworten des geschlossenen Kreises in Abbildung 4.2 dargestellt.

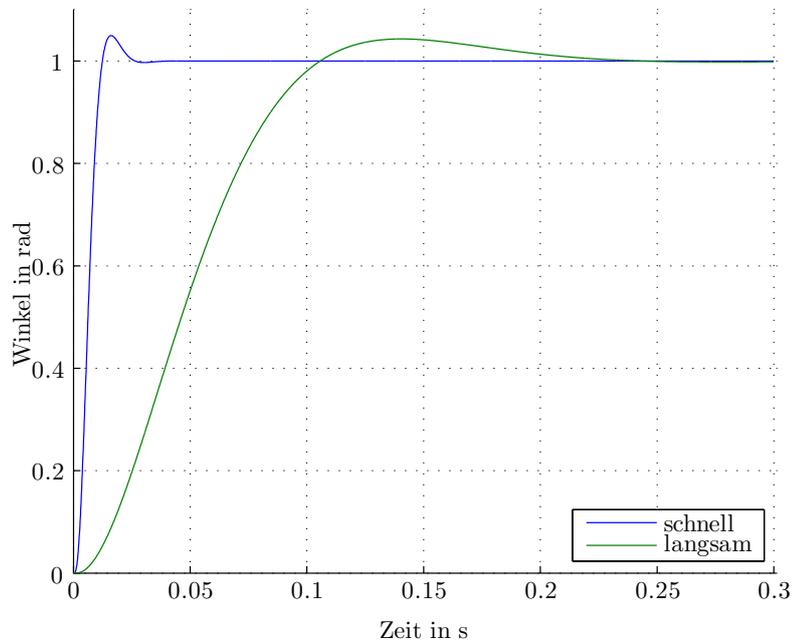


Abbildung 4.2: Sprungantworten des geschlossenen LQ-Regelkreises mit schneller und langsamer Abstimmung.



# 5 Diskussion der Simulationsergebnisse

In diesem Abschnitt werden Ergebnisse von einigen Simulationen diskutiert.

Um die verschiedenen Simulationsergebnisse untereinander vergleichen zu können, werden die Ergebnisse bezüglich der Regelung auf das Kupplungsmoment verglichen. Ein weiteres Kriterium ist die benötigte Stellenergie für einen Fahrzyklus die durch

$$W = \sum_{k=0}^{N-1} u_k i_k (t_{k+1} - t_k) \quad (5.1)$$

abgeschätzt wird.

## 5.1 Einfluss der PWM zur Beurteilung der Regler

Um die PWM in der Simulation abzubilden, ist bezüglich des Solvers eine sehr kleine maximale Schrittweite zu bedenken. Möchte man den Einfluss der PWM betrachten ist eine obere Schranke der Schrittweite von  $T_{max,Step} \leq \frac{T_{d,PWM}}{100}$  einzustellen. Mit dieser oberen Schranke wird sicher gestellt, dass das Tastverhältnis mit einem maximalen Fehler von 1% berechnet wird. In diesem Abschnitt wird untersucht, wie sich die PWM auswirkt und ob diese Effekte für die Beurteilung des Systemverhaltens, bezogen auf das Kupplungsniveau, und Aussagen über die nötige Stellenergie entscheidend sind.

### Stromfilter

Weiter oben wurde bereits auf die nicht triviale Strommessung im vorliegenden System hingewiesen. In der Simulation wird dem vereinfacht Rechnung getragen, in dem für die Strommessung ein finite impulse response - Filter (FIR-Filter) zum Einsatz kommt. Die Filterübertragungsfunktion

$$G_{I-Filter}^*(z) = \frac{z^{-3} + z^{-2} + z^{-1} + 1}{4} = \frac{z^3 + z^2 + z + 1}{4z^3} \quad (5.2)$$

mit  $T_{d,I-Filter} = \frac{T_{d,PWM}}{4}$

bildet dabei mit den Werten der aktuellsten vier Abtastschritte des Filters einen gleitenden Mittelwert. Der so ermittelte Wert des Stromes wird als Ist-Größe für die Stromregelung verwendet. Ohne dieses Filter würde in der Simulation der Stromregelkreis, dessen Abtastperiode mit der Periodendauer der PWM gleich ist, jeweils synchron zu Beginn einer Periode der PWM und damit bei einem Minimum des Stromes abtasten. Dieser Umstand führt zu schlechten Ergebnissen. Mit dem erzeugten Mittelwert, der dem Effektivwert des Stromes nahe kommt, sind die Ergebnisse zufriedenstellend. In Abbildung 5.4 ist der Verlauf des gefilterten Stromes aufgetragen. Im Vergleich mit der ebenfalls eingezeichneten PWM ist sehr gut ersichtlich, wann abgetastet wird und wie sich der Mittelwert mit dem tatsächlichen Strom ändert.

### Vergleich im Sprungversuch

Anhand der Simulation eines Kupplungsmomentensprunges von 0 Nm auf 1000 Nm wird die Auswirkung der PWM untersucht. Die Simulation wird mit dem Regler nach Entwurf 1 und mit aktiver Umschaltung auf Momentenregelung durchgeführt. In Abbildung 5.1 ist der Verlauf der Führungsgröße sowie die eingestellten Kupplungsmomente für die Simulation ohne und mit PWM geplottet. Außerdem sind die Grenzen bezüglich der Dynamikanforderungen und Stellgenauigkeit eingetragen.

## 5.1 Einfluss der PWM zur Beurteilung der Regler

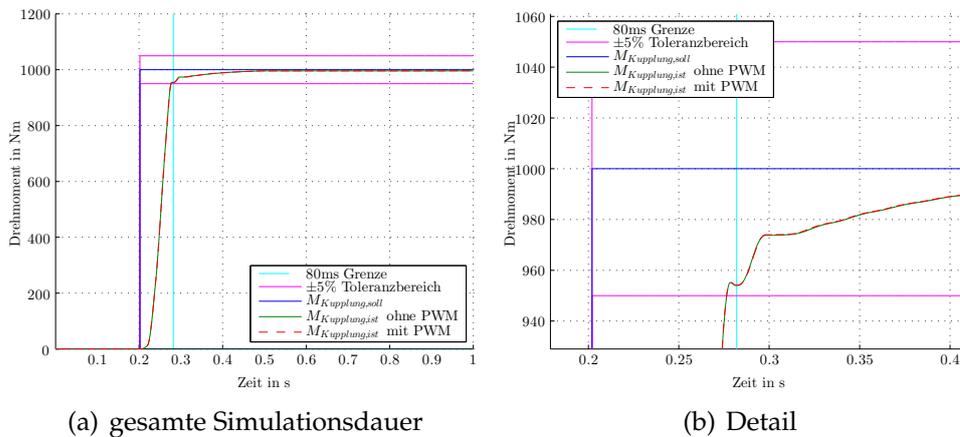


Abbildung 5.1: Der Momentensprung mit eingezeichneten Grenzen der Dynamikanforderungen und Stellgenauigkeit. (a): Gesamte Simulationsdauer. (b): Der Detailansicht ist zu entnehmen, dass sich das Verhalten des Gesamtsystems aufgrund der PWM nicht ändert.

Der Verlauf des Winkels der Rotorwelle, Abbildung 5.2, ist mit dem, mit dem Übersetzungsverhältnis des Getriebes und der Kupplungskennlinie gewichtetem, Verlauf des Kupplungsdrehmomentes ident. Die anders skalierte Darstellung macht jedoch sehr kleine Unterschiede der Ergebnisse im stationären Bereich sichtbar. Die Regelabweichung bleibt bestehen, da im Versuch beim Erreichen eines Toleranzbandes um die Sollgröße auf eine Momenten- respektive Stromregelung umgeschaltet wird und dadurch die beiden äußeren Regelkreise der Kaskade nicht mehr aktiv sind. Sollte das Toleranzband verlassen werden, wird die Positionsregelung reaktiviert.

Beim Vergleich der Ströme aus dem Sprungversuch ohne und mit PWM macht sich der Einfluss der PWM grafisch sichtbar. In den Plots in Abbildung 5.3 ist der Stromverlauf über die gesamte Simulationsdauer 5.3(a) und der Ausschnitt im Bereich des Sprunges 5.3(b) gezeichnet.

Zur Illustration der Strommessung ist ein weiterer Detailausschnitt aus einem Versuch mit aktivierter PWM in Abbildung 5.4 gezeichnet. Dort werden Ströme und Spannungen in einem Plot vereinigt, um die Zusam-

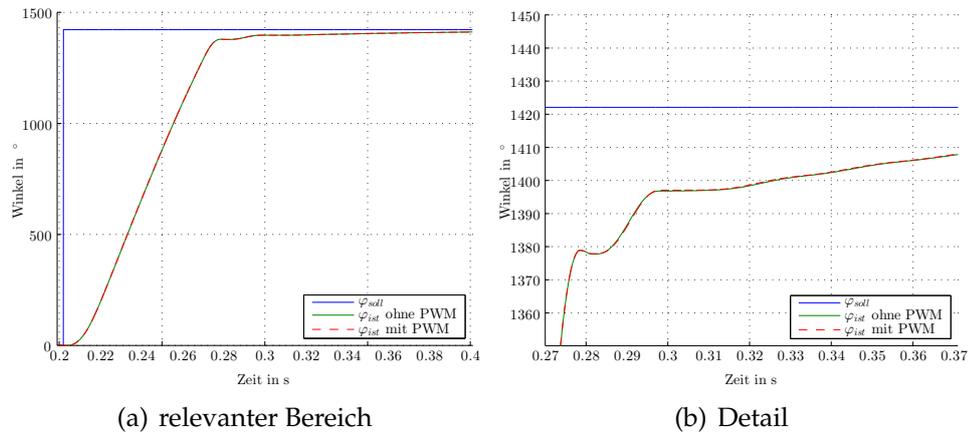


Abbildung 5.2: Winkel der Rotorwelle im Sprungversuch. (a): Zeitlich relevanter Bereich. Ergebnisse ohne und mit PWM scheinen Deckungsgleich zu verlaufen. (b): In der Detailansicht sind vernachlässigbar kleine Unterschiede zu erkennen.

menhänge in der PWM zu zeigen.

Die in der Simulation berechneten nötigen Stellenergien für den hier betrachteten Momentensprung auf Kupplungsniveau sind in Tabelle 5.1 eingetragen. Durch das ständige Umschalten im Einsatz der PWM kommt es zu einem etwas höheren Energiebedarf für den Stellvorgang.

Tabelle 5.1: Nötige Stellenergie für den Sprungversuch.

Versuch	Stellenergie in Ws
PWM deaktiviert	23.50
PWM aktiviert	23.65

Zusammen mit den obigen Vergleichen und der beträchtlich längeren Rechenzeit mit aktivierter PWM, ist die Simulation mit PWM nur dann nötig, wenn detaillierte Untersuchungen bezüglich der PWM stattfinden sollen. Dabei ist auch zu bedenken, dass das verwendete einfache Maschinenmodell etwa Kommutierungseffekte nicht abbildet.

## 5.1 Einfluss der PWM zur Beurteilung der Regler

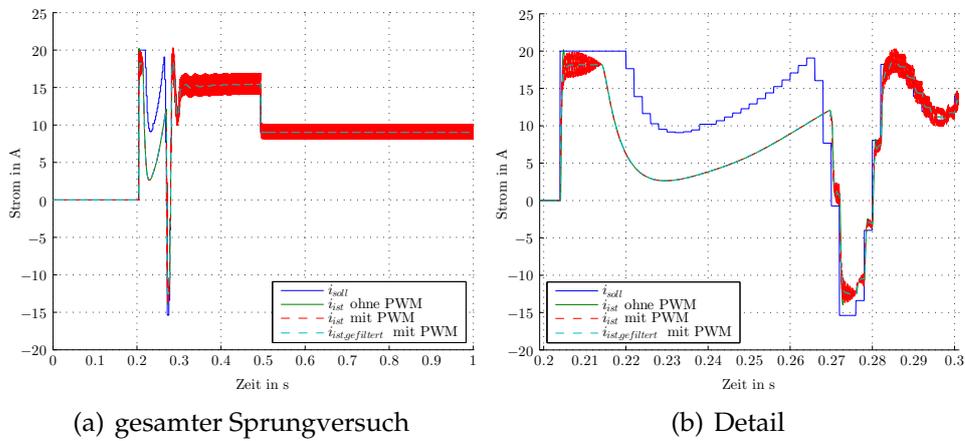


Abbildung 5.3: Vergleich der Stromverläufe aus der Simulation ohne und mit aktivierter PWM.

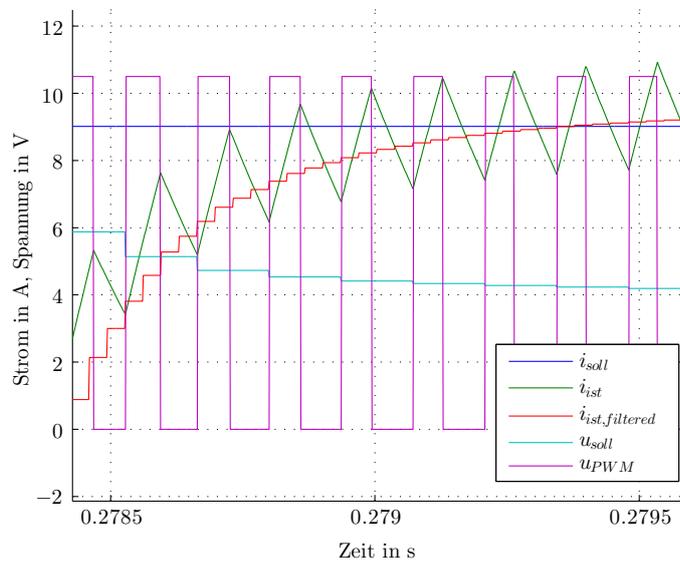


Abbildung 5.4: Vergleich der Strom- und Spannungsverläufe aus einer Simulation mit aktivierter PWM.

## 5.2 Vergleich der Regler nach dem FKL-Verfahren

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Simulation des Systems anhand einiger Versuche mit den im FKL-Verfahren entworfenen Reglern präsentiert und verglichen. Für den Vergleich wird ein 23 s Fahrzyklus, der von MPT vorgegeben wurde, verwendet. In der Tabelle 5.2 sind Simulationseinstellungen und die Ergebnisse in Form von Stellenergien und Abbildungsreferenzen zum jeweiligen Versuch eingetragen.

Für die Vergleichbarkeit der Ergebnisse wurde ein Satz an Simulationsparametern definiert, siehe Code 5.1. Für alle Positionsregler wurde der Verstärkungsfaktor mit  $V = 90$  gewählt. Änderungen an dieser Größe machen sich in den Ergebnissen stark bemerkbar. Die Parameter der Fault Injection sind so gewählt, dass keine Fehler injiziert werden.

Code 5.1: Auszug aus dem MATLAB-Code zum Setzen der Parameter

```
% Umschaltung [Positionsregler, Momentenregler]
p.switchPosregler.usePhiabs = (2*pi/360)*1; % rad, maximaler ...
    Motorwellenwinkel um Sollwinkel fuer Momentenregelung zu ...
    verwenden
p.switchPosregler.ePhirel = 0.3; % %, Betrag des relativer ...
    Winkelfehler innerhalb dessen Schranken auf ...
    Momentenregelung geschaltet wird

% Abbaufilter
p.Abbaufilter.falling = 1000/0.3; % Nm/s, Steigung der ...
    fallenden Flanke des Abbaufilter
p.Abbaufilter.rising = inf; % Nm/s, Steigung der steigenden ...
    Flanke des Abbaufilter
p.Abbaufilter.Td = p.TdwRegler; % s, Abtastperiode des Abbaufilter
```

### zu den Ergebnissen mit Entwurf 1

Der Vergleich der Abbildungen zu den Versuchen [1,2,...5] zeigen nur bei sehr genauer Betrachtung Unterschiede. Zusammen mit den Stellenergien

Tabelle 5.2: Übersicht über die Simulationsergebnisse. Ein „X“ in einer der Spalten unter „Aktivierte Optionen“ zeigt an, dass diese Option im Versuch aktiviert ist. Die Spalte „PR“ steht für die Option der ständig aktivierten Positionsregelung, die Spalte „MF“ für Aktivierung des Führungsgrößenfilter.

Nr.	Regler Entwurf	Aktivierte Optionen			Stellenergie in Ws	Abbildung
		PWM	PR	MF		
1	1	X	X	X	257.77	5.5
2	1		X	X	235.48	5.6
3	1			X	184.70	5.7
4	1				198.04	5.8
5	1		X		272.83	5.9
6	2		X	X	204.17	5.10
7	2			X	186.88	5.11
8	2				202.69	5.12
9	2		X		271.05	5.13
10	3		X	X	214.40	5.14
11	3			X	185.72	5.15
12	3				205.48	5.16
13	3		X		281.28	5.17
14	5		X	X	265.24	5.18
15	5			X	202.85	5.19
16	5				218.78	5.20
17	5		X		298.56	5.21

lassen sich aber Aussagen über die Wirksamkeit von Optionen ableiten. Die Simulation mit der PWM in Versuch 1 im Vergleich mit Versuch 2 ohne PWM zeigt erneut, dass für die Betrachtung der Ergebnisse auf Kuppelungsniveau auf die Simulation der PWM verzichtet werden kann. Deshalb werden weitere Betrachtungen mit der PWM auch nicht angestellt. Weiters kann festgestellt werden, dass die Umschaltung auf eine Momentenregelung (Deaktivierung der ständigen Positionsregelung), Versuche [3,4], Vorteile bringt. Ebenso kann abgeleitet werden, dass der Einsatz des Führungsgrößenfilters sinnvoll ist. Durch seinen Einsatz werden auch Unterschwinger im Momentenabbau unterdrückt.

### **zu den Ergebnissen mit Entwurf 2**

Die Ergebnisse dieser Versuchsreihe zeigen Ähnliches wie die Versuche mit den Reglern aus dem Entwurf 1. Die getroffenen Vereinfachungen im Entwurf wirken sich kaum auf das Ergebnis aus.

### **zu den Ergebnissen mit Entwurf 3**

Wie in Entwurf 2 gibt es kaum Unterschiede zu Entwurf 1. Auch mit den getroffenen Approximationen im Entwurf entstehen gute Regler.

### **zu Entwurf 4**

Die Simulation mit dem Ansatz nach Entwurf 4 bringt keine brauchbaren Ergebnisse. Weitere Ausführungen und Untersuchungen zu diesem Ansatz werden nicht durchgeführt.

### **zu den Ergebnissen mit Entwurf 5**

Wie zu erwarten unterscheiden sich auch hier die Ergebnisse kaum zu jenen der anderen Entwürfe. Die hier etwas größere benötigte Stellenergie, lässt sich mit der höheren Dynamik dieser Regler erklären. Durch eine Verkleinerung des Verstärkungsfaktors des Positionsreglers innerhalb eines gewissen

## 5.2 Vergleich der Regler nach dem FKL-Verfahren

---

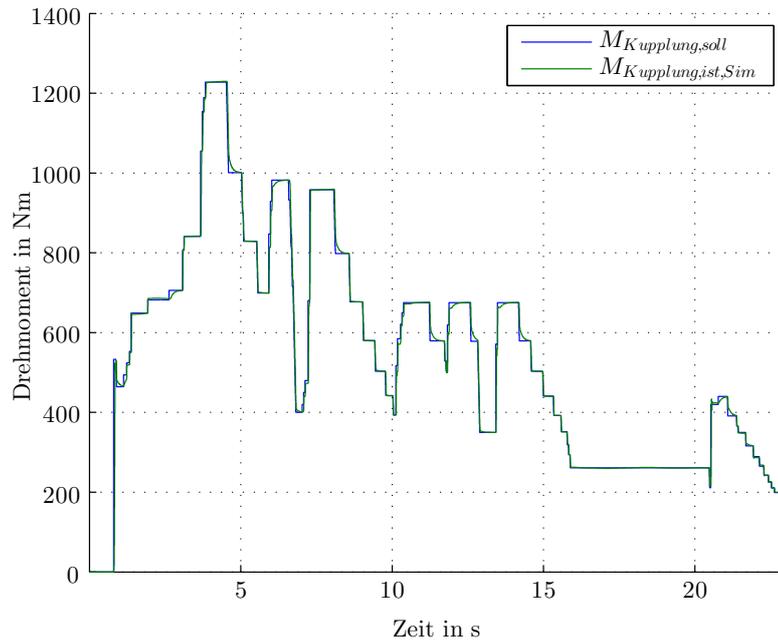


Abbildung 5.5: Simulationsergebnis zum Versuch 1.

Bereiches verringert sich die Stellenergie, die Einhaltung der Dynamikanforderungen an das System ist dennoch sichergestellt.

## 5 Diskussion der Simulationsergebnisse

---

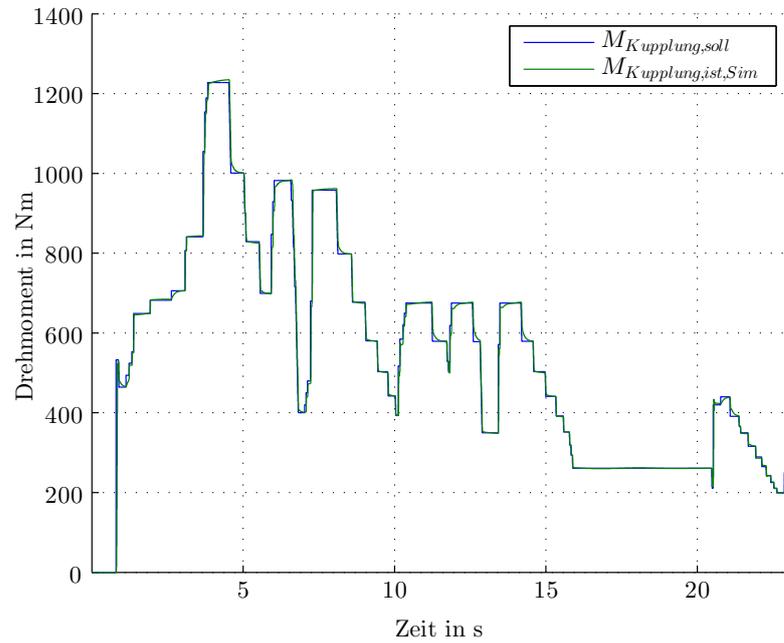


Abbildung 5.6: Simulationsergebnis zum Versuch 2.

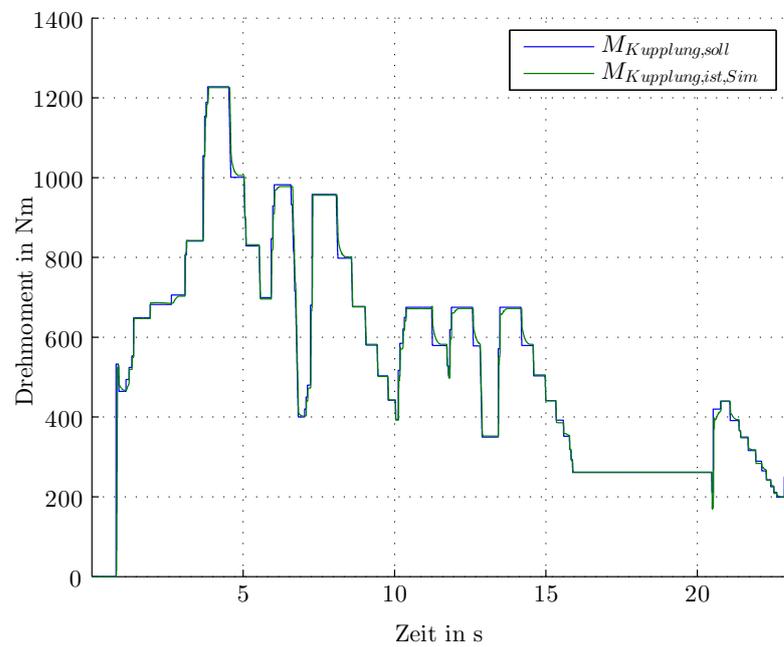


Abbildung 5.7: Simulationsergebnis zum Versuch 3.

## 5.2 Vergleich der Regler nach dem FKL-Verfahren

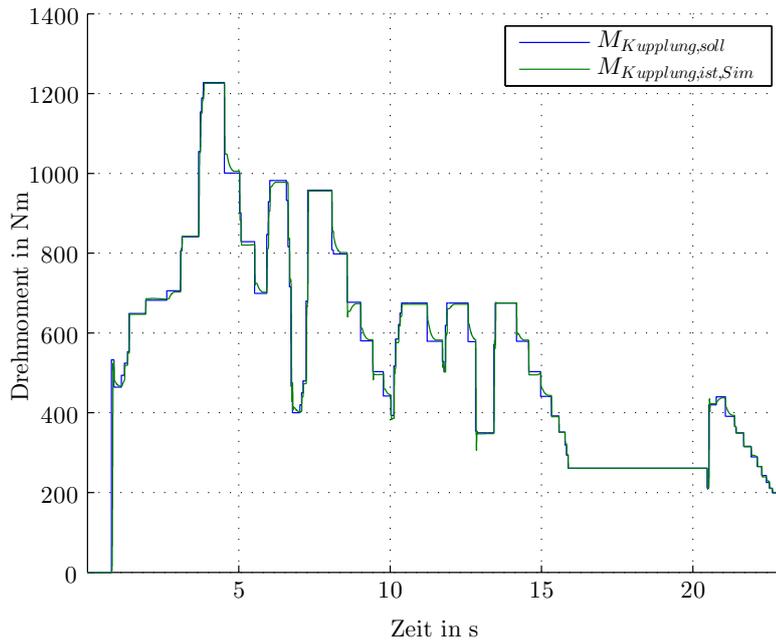


Abbildung 5.8: Simulationsergebnis zum Versuch 4.

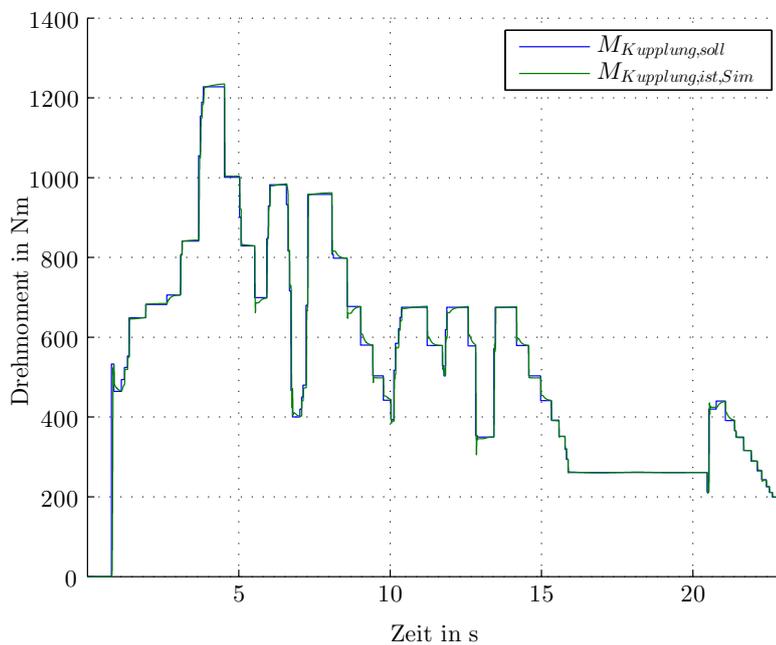


Abbildung 5.9: Simulationsergebnis zum Versuch 5.

## 5 Diskussion der Simulationsergebnisse

---

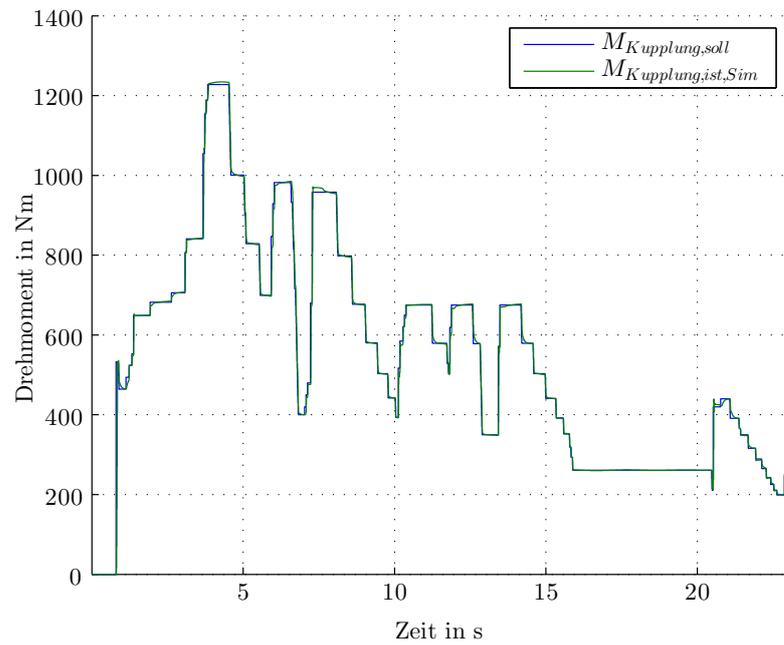


Abbildung 5.10: Simulationsergebnis zum Versuch 6.

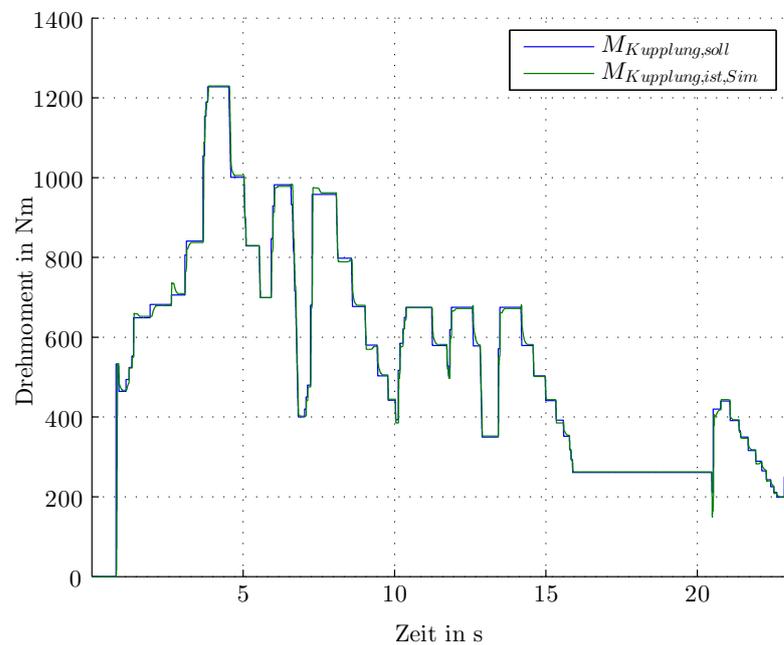


Abbildung 5.11: Simulationsergebnis zum Versuch 7.

## 5.2 Vergleich der Regler nach dem FKL-Verfahren

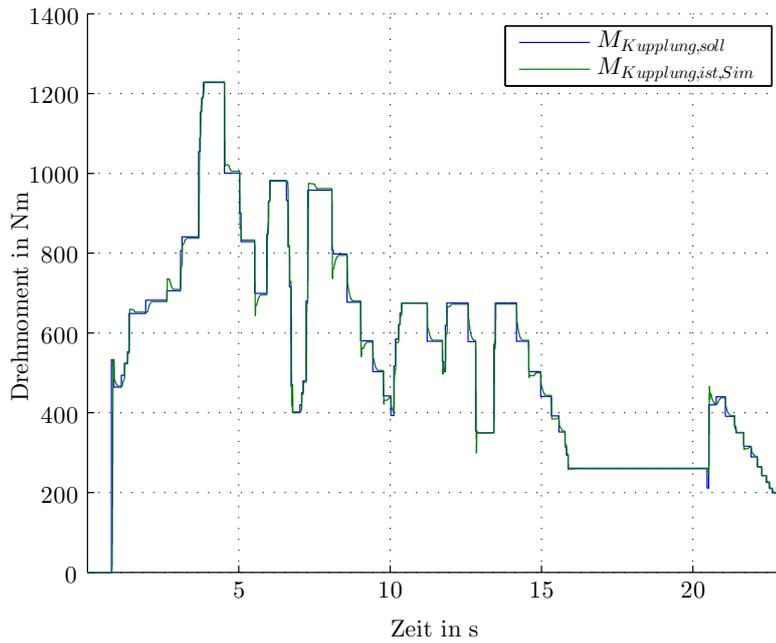


Abbildung 5.12: Simulationsergebnis zum Versuch 8.

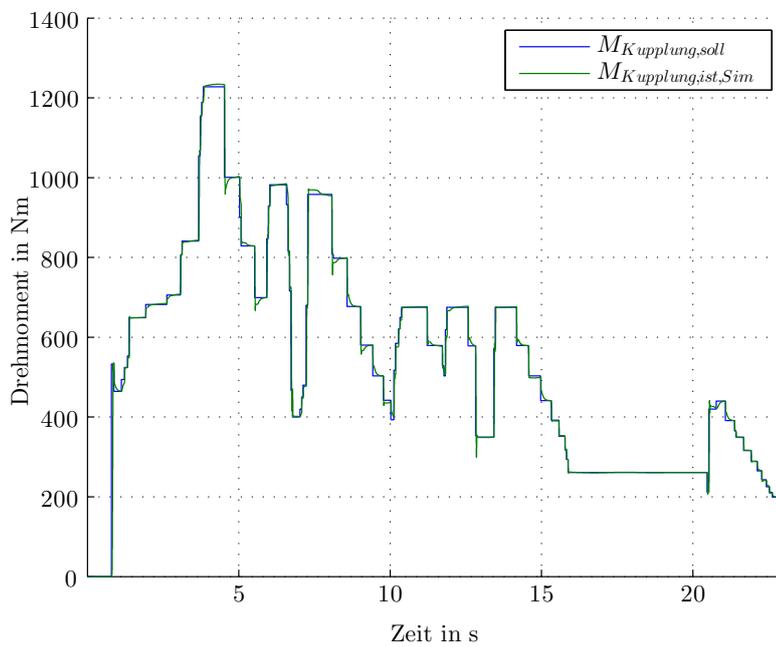


Abbildung 5.13: Simulationsergebnis zum Versuch 9.

## 5 Diskussion der Simulationsergebnisse

---

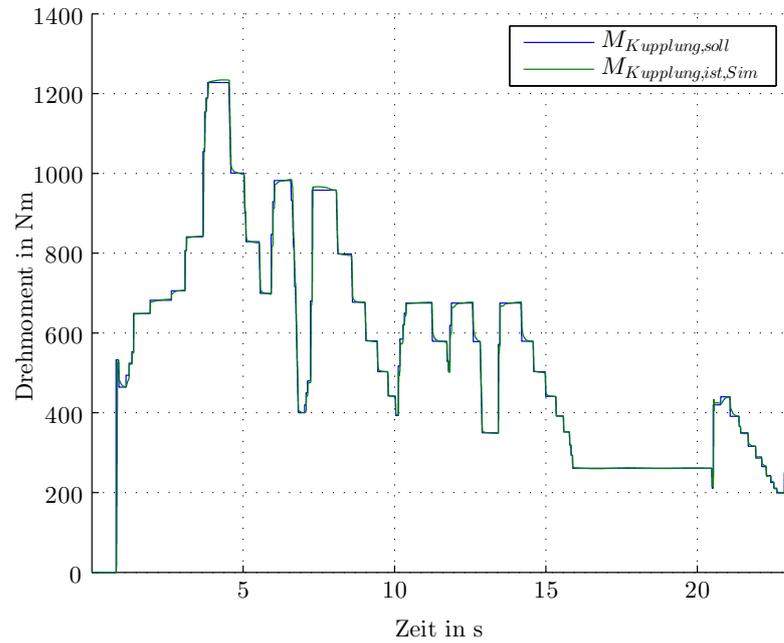


Abbildung 5.14: Simulationsergebnis zum Versuch 10.

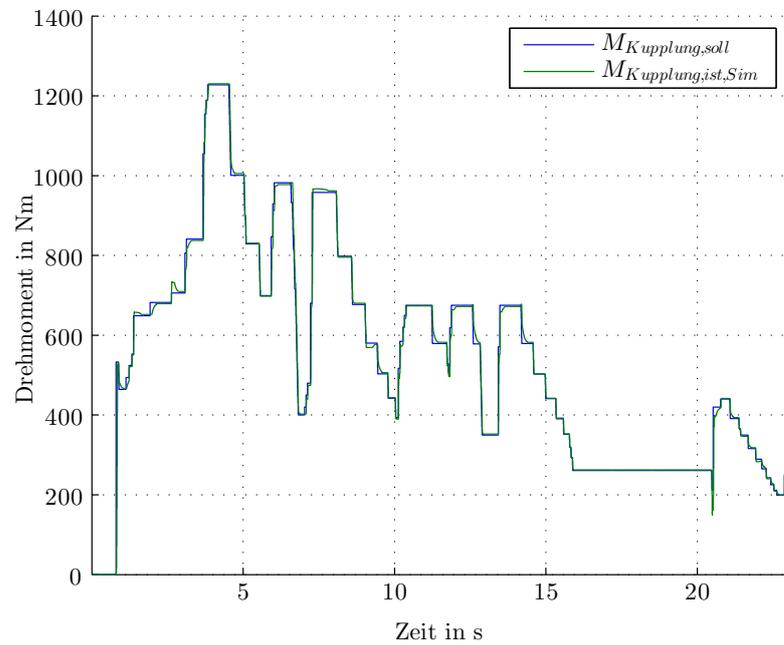


Abbildung 5.15: Simulationsergebnis zum Versuch 11.

## 5.2 Vergleich der Regler nach dem FKL-Verfahren

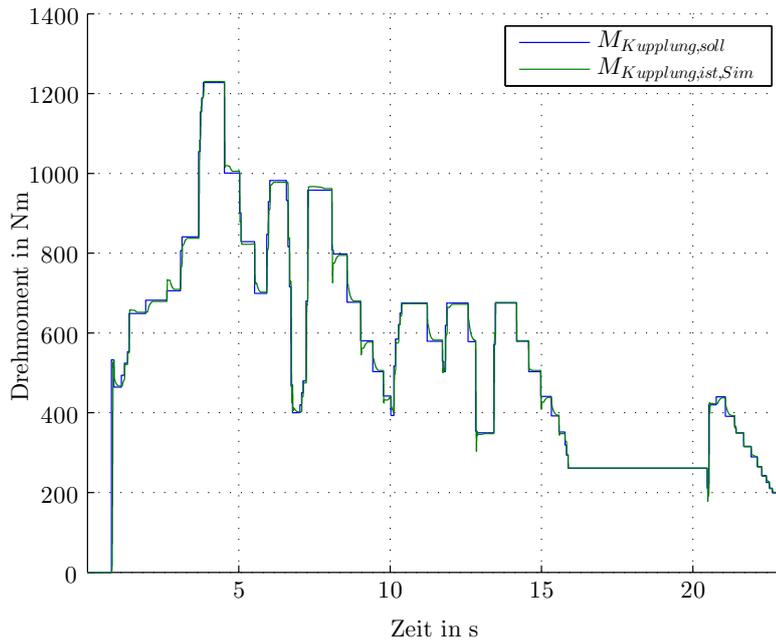


Abbildung 5.16: Simulationsergebnis zum Versuch 12.

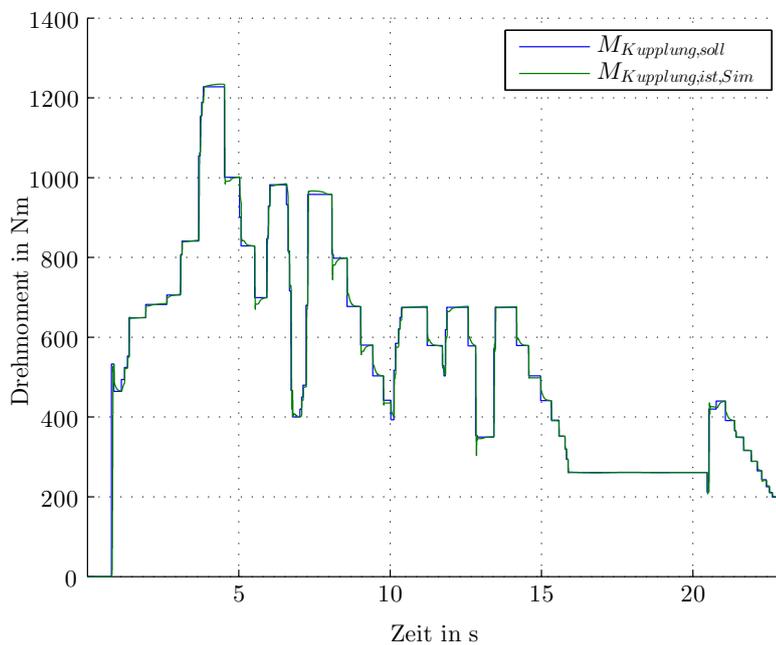


Abbildung 5.17: Simulationsergebnis zum Versuch 13.

## 5 Diskussion der Simulationsergebnisse

---

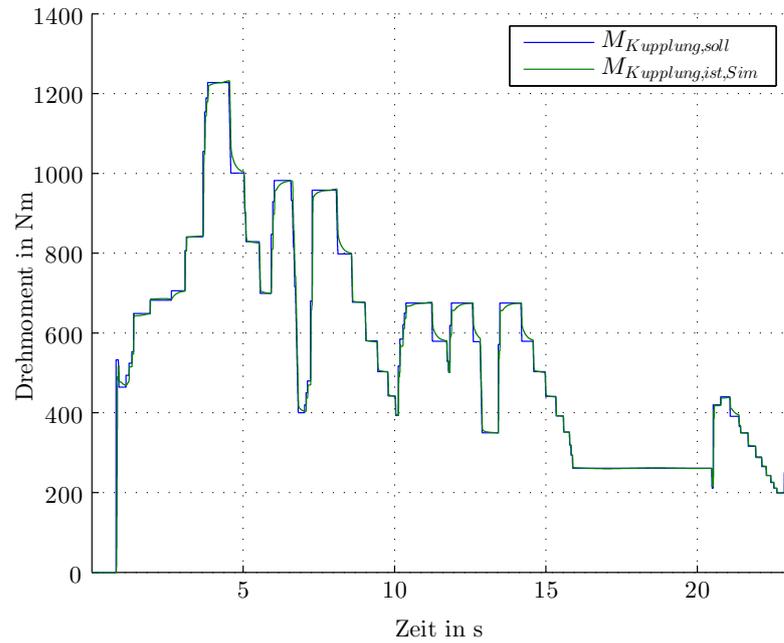


Abbildung 5.18: Simulationsergebnis zum Versuch 14.

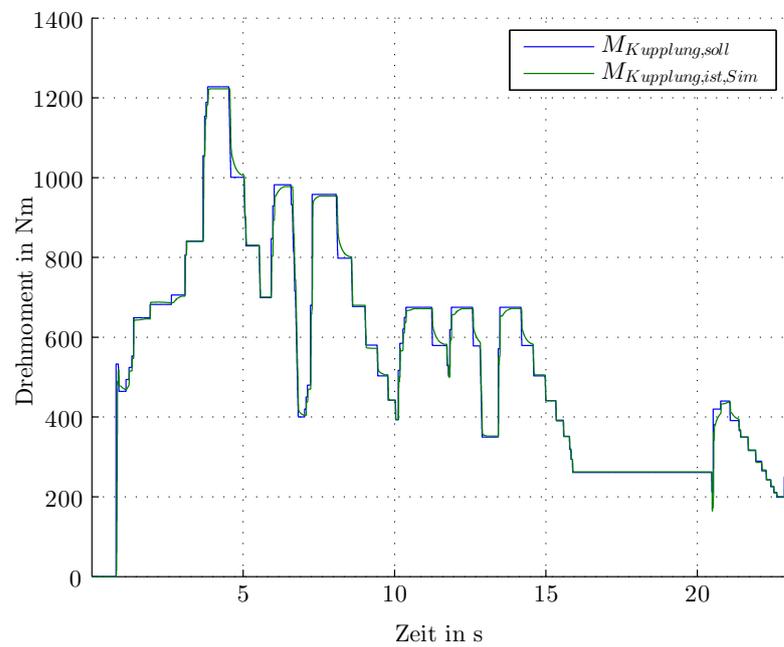


Abbildung 5.19: Simulationsergebnis zum Versuch 15.

## 5.2 Vergleich der Regler nach dem FKL-Verfahren

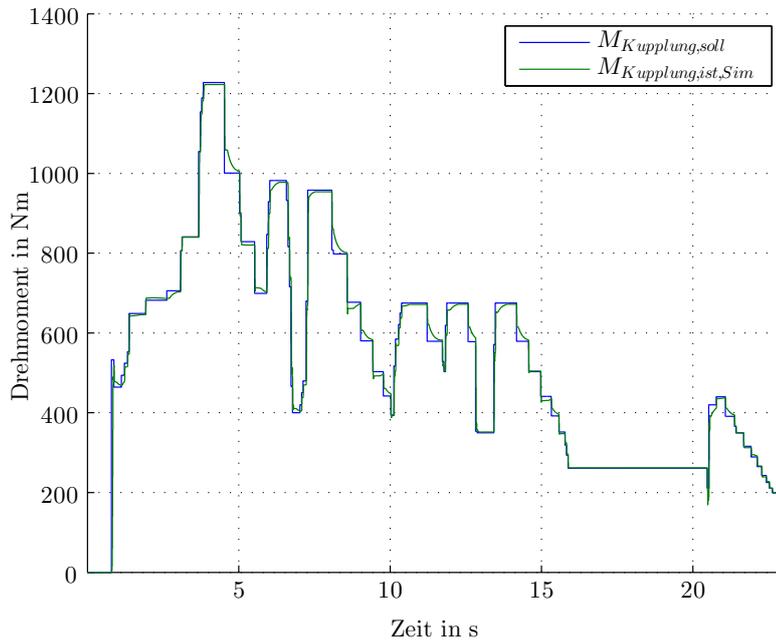


Abbildung 5.20: Simulationsergebnis zum Versuch 16.

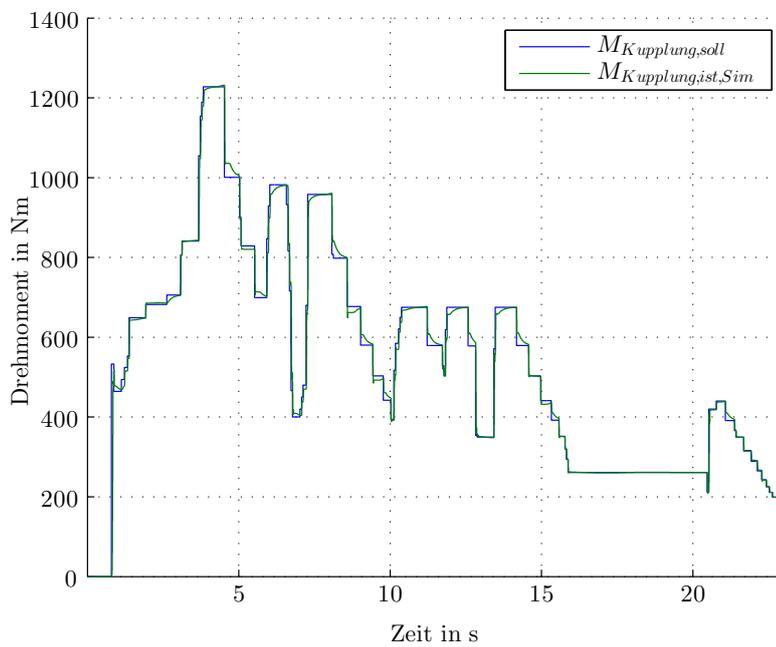


Abbildung 5.21: Simulationsergebnis zum Versuch 17.

### 5.3 Simulationsergebnisse mit LQR

Als alternativen Vergleich zu den Entwürfen des Kaskadenregelkreises mit dem FKL-Verfahren wurde der Entwurf eines Zustandsregelkreises durchgeführt. Einige Simulationsergebnisse werden hier besprochen.

Um einen Vergleich mit den Ergebnissen der FKL-Regler herzustellen, werden die gleichen Fahrzyklen betrachtet. In Abbildung 5.22 ist das Ergebnis des 1000 Nm-Sprungversuches gezeichnet, Abbildung 5.23 zeigt einen Detailausschnitt aus dem Kupplungsmomentenverlauf. Die Dynamik als auch die Stellgenauigkeit sind im Vergleich zu den FKL-Reglern sehr gut.

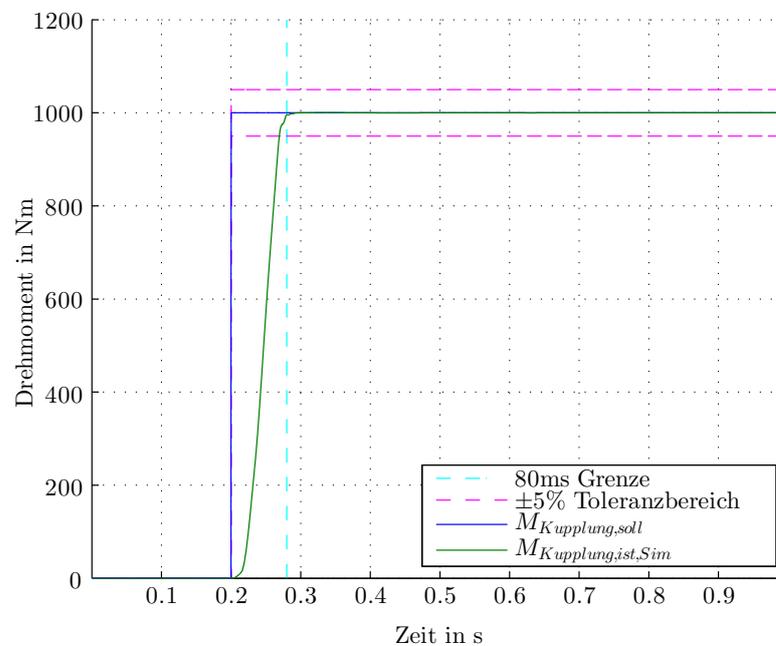


Abbildung 5.22: Simulationsergebnis für das Kupplungsmoment mit LQ-Reglern.

Bei der Betrachtung des Stromes, Abbildung 5.24, wird deutlich, dass dafür auch Rechnung getragen werden muss. Die Stromspitzen von über 40 A durch die fehlende Begrenzung in diesem Ansatz, stellen eine hohe Belastung an das Board Netz dar und sind so nicht tragbar. Außerdem sind

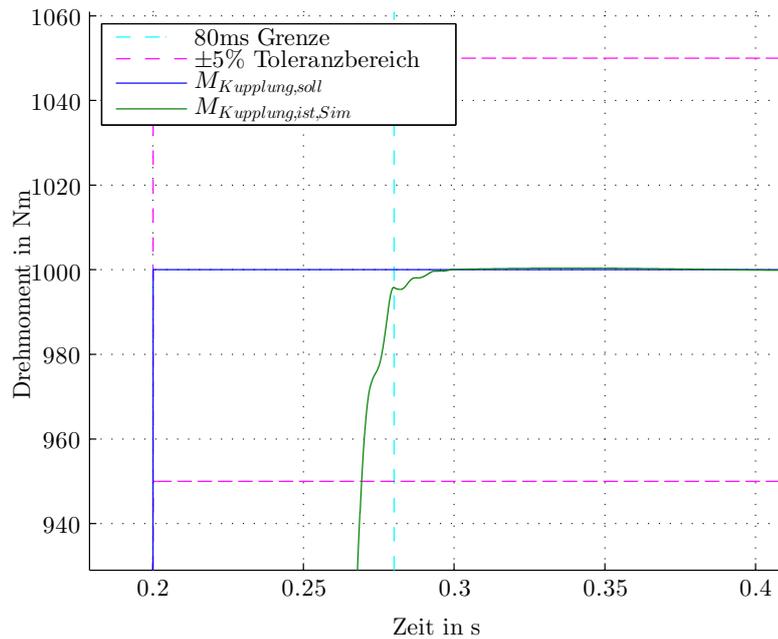


Abbildung 5.23: Detailausschnitt eines 1000 Nm Sprunges aus dem Simulationsergebnis mit LQ-Reglern.

hohe Ströme zu vermeiden, um die Permanentmagnete nicht zu entmagnetisieren. Zudem schwingt der Strom im stationären Momentenbereich nur langsam ein. Hierzu wäre eine Umschaltung auf eine Momentenregelung wie im Modell mit dem Kaskadenregelkreis ebenso eine mögliche Abhilfe.

In Tabelle 5.3 sind die Stellenergien für die Simulation des Sprungversuches und des 23 s Zyklus eingetragen. Die Abbildungen 5.25 und 5.26 zeigen den Momentenverlauf auf Kupplungsniveau und den Strom. Aus den Bildern ist zu erkennen, dass der LQ-Regler in dieser Form keine brauchbaren Ergebnisse liefert und damit die Zustandsregelung in der vorliegenden Form keine Alternative ist, da in einigen Betriebspunkten die Lage nicht ausreichend stabilisiert werden kann. Damit sind Stromschwankungen enormer Amplituden verbunden, die unbedingt zu vermeiden sind.

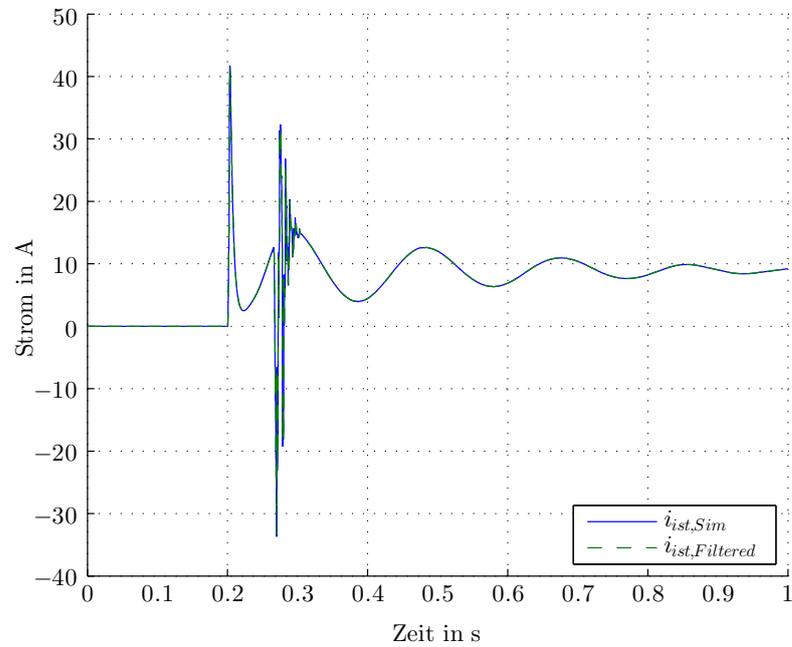


Abbildung 5.24: Stromverlauf beim Einsatz der LQR-Regelung.

Tabelle 5.3: Nötige Stellenergie für Versuche mit dem LQR-Ansatz.

Versuch	Stellenergie in Ws
Sprungversuch	19.07
MPT 23 s Zyklus	1274.10

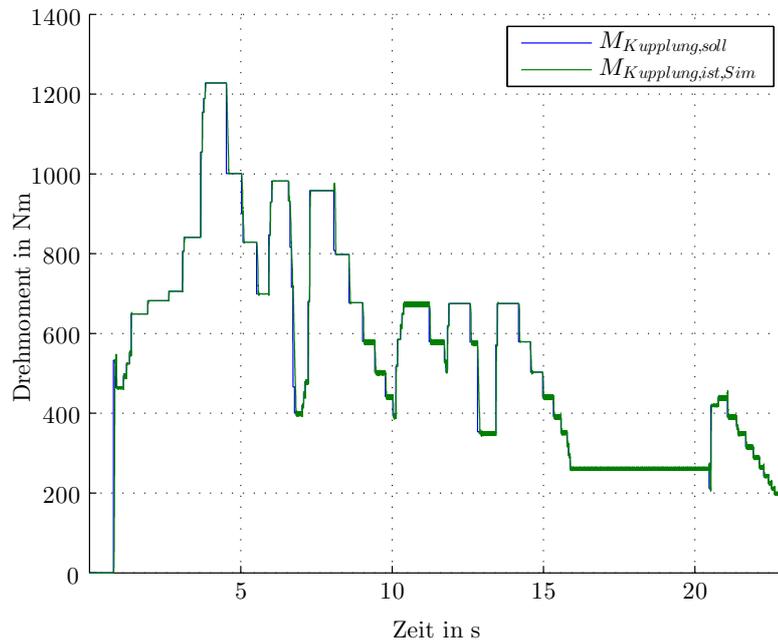


Abbildung 5.25: Drehmomentenverlauf beim Einsatz der LQR-Regelung.

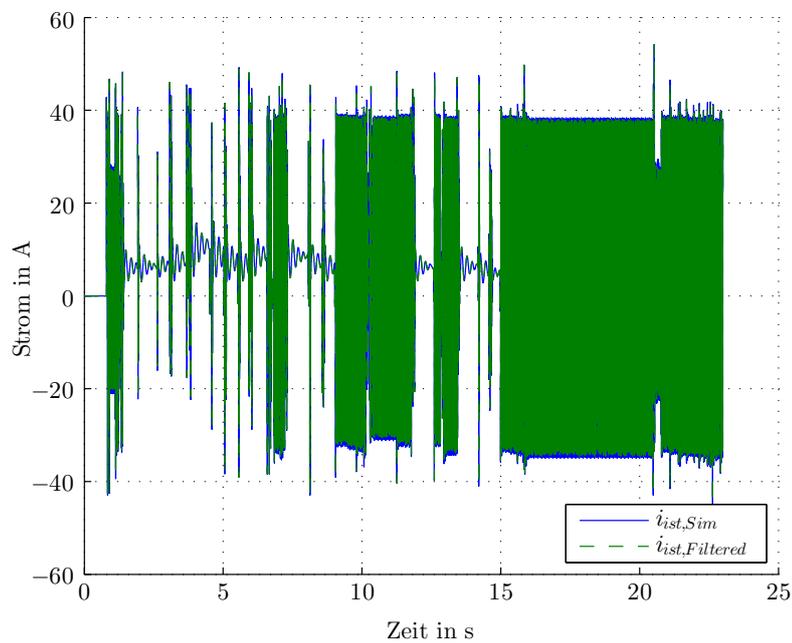


Abbildung 5.26: Stromverlauf beim Einsatz der LQR-Regelung.

## 5.4 Diskussion fault injection

Am Beispiel des Simulationsmodells mit dem Reglerentwurf 1 nach dem FKL-Verfahren werden hier einige Versuche mit der fault injection durchgeführt. Die hier gezeigten Ergebnisse sollen der Präsentation der Möglichkeiten der fault injection dienen und keine Analyse möglicher Störquellen und das Verhalten des Regelkreises darauf sein. Zur Demonstration wird eine kurze Führungsfolge definiert und das System ohne und mit fault injection simuliert. In den Simulationen ist die Umschaltung auf Momentenregelung aktiv und die PWM deaktiviert. Der Übersicht wegen sind einige Daten in Tabelle 5.4 zusammengefasst. Die Parametrisierung der fault injection Blöcke, für den Fall dass sie aktiv sind, ist im Codeauszug 5.2 gelistet. Die in den Abbildungen als *Ist*-Größen gekennzeichneten Verläufe sind jene Größen, die für die Regelung verwendet werden. Diese sind also je nach Versuch von der fault injection verfälscht (Strom, Winkel, Drehzahl).

Tabelle 5.4: Übersicht über die Simulationsergebnisse der fault injection. Ein „X“ in einer der Spalten unter „Aktivierte fault injection“ zeigt an, dass diese Option im Versuch aktiviert ist.

Nr.	Aktivierte fault injection			Stellenergie in Ws	Abbildungen
	Strom	Winkel	Drehzahl		
1				59.49	5.27, 5.28, 5.29, 5.30
2	X			87.23	5.31, 5.32, 5.33, 5.34
3		X	X	82.30	5.35, 5.36, 5.37, 5.38

### ad Versuch 1

Die Ergebnisse zu Versuch 1 stammen aus der Simulation ohne aktivierter fault injection. Sie sollen als Referenz im Vergleich dienen.

**ad Versuch 2**

Im Versuch 2 wurde die fault injection bezüglich des Stromes aktiviert. Das Ergebnis der Simulation zeigt trotz des stark verfälschten Stromsignals noch eine gute Regelung des Kupplungsmomentes.

**ad Versuch 3**

Der Versuch 3 behandelt die fault injection bezüglich des Winkels und der Winkelgeschwindigkeit. Die Ergebnisse zeigen, dass das System auf Winkelfehler sensibel reagiert und diese Störungen nicht so gut ausgleichen kann wie jene aus Versuch 2. Das ist auch naheliegend, da die Fehler im Winkel auch auf die daraus berechnete Winkelgeschwindigkeit durchschlagen und diese beiden Größen als Vergleichsgrößen für die Regler der beiden äußeren Regelkreise in der Kaskade dienen.

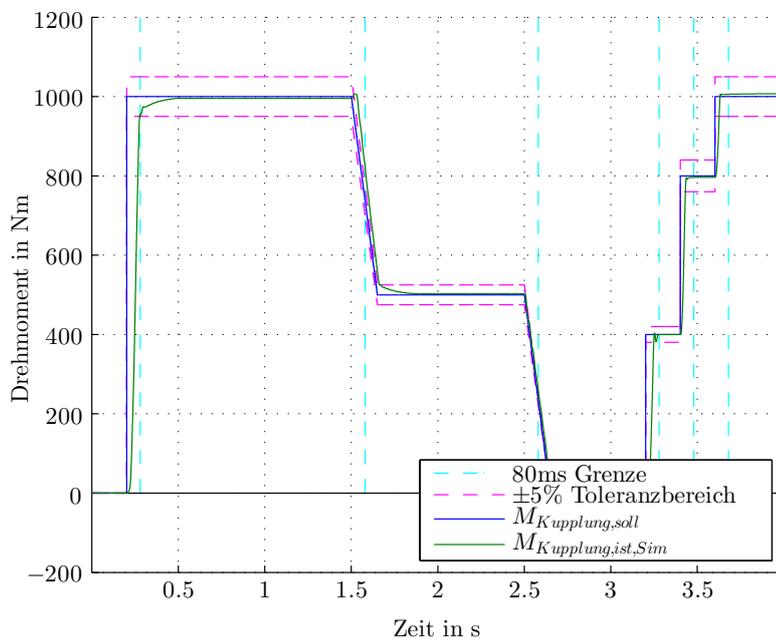


Abbildung 5.27: Simulationsergebnis zum Versuch 1: Kupplungsmoment.

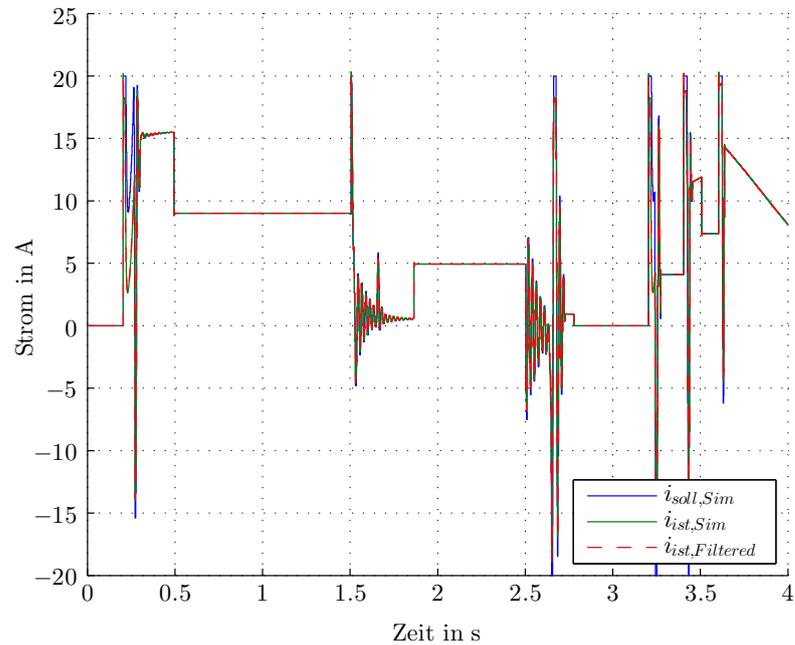


Abbildung 5.28: Simulationsergebnis zum Versuch 1: Strom.

Code 5.2: Auszug aus dem MATLAB-Code zum setzen der Parameter

```
% Fault Injection
% Strom
p.fault.i.gain = 0.25; % 1, Verstaerkungsfehler (Steigungsfehler)
p.fault.i.noise = 1.5; % A, maximaler, absoluter Fehler. Wird ...
    mit N(0,0.2^2) verteilter Zufallszahl Gewichtet
p.fault.i.TdNois = p.TdIRegler*3/2; % s, Abtastperiode fuer ...
    Zufallszahlengenerator
p.fault.i.offset = 1; % A, konstanter offset Fehler
% Winkel
p.fault.phi.deltaCos = 2*pi/360*1; % rad, Phasenverschiebung ...
    des Cosinus (Imaginaer) - Teil
p.fault.phi.deltaSin = 2*pi/360*0; % rad, Phasenverschiebung ...
    des Sinus (Real) - Teil
p.fault.phi.gainCos = 1; % 1, Verstaerkung des Cosinus ...
    (Imaginaer) - Teils
p.fault.phi.gainSin = 1.05; % 1, Verstaerkung des Sinus (Real) ...
    - Teils
% Drehzahl (wird aus fehlerbehafteten Winkel errechnet)
```

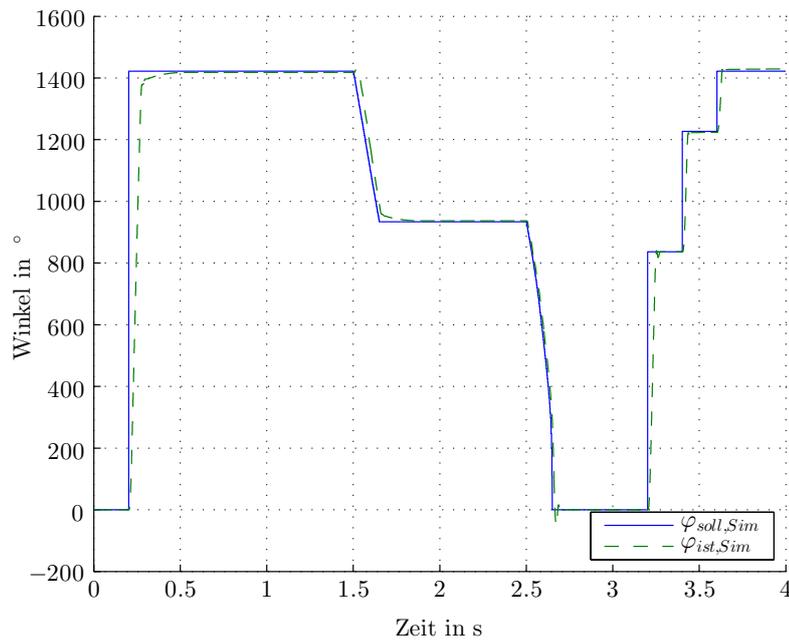


Abbildung 5.29: Simulationsergebnis zum Versuch 1: Winkel.

```
p.fault.w.Td = p.TdwRegler; % s, Abtastperiode zur Errechnung ...  
    der Drehzahl  
p.fault.w.T_f = p.TdwRegler/100; % s, Fehler in der Zeitspanne ...  
    zur Berechnung der Drehzahl (deltaT = Td+T_f)
```

## 5 Diskussion der Simulationsergebnisse

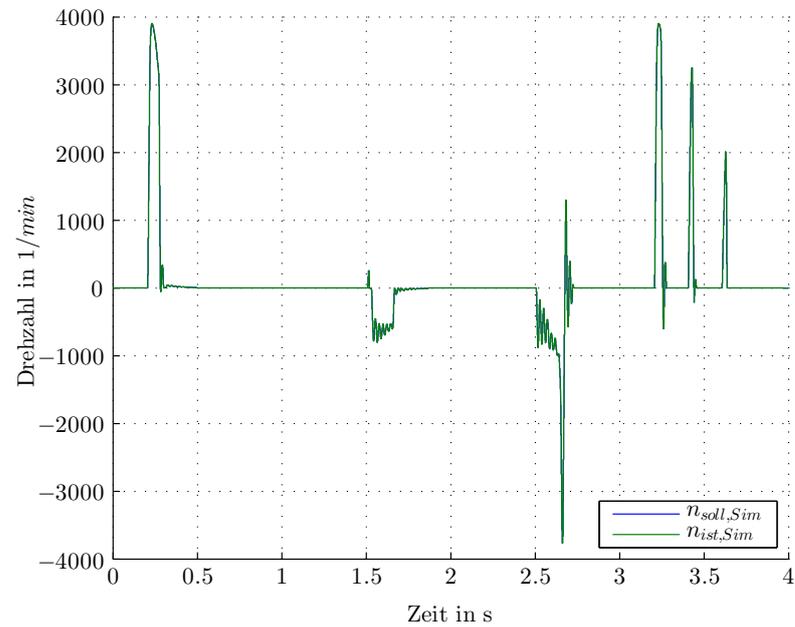


Abbildung 5.30: Simulationsergebnis zum Versuch 1: Drehzahl.

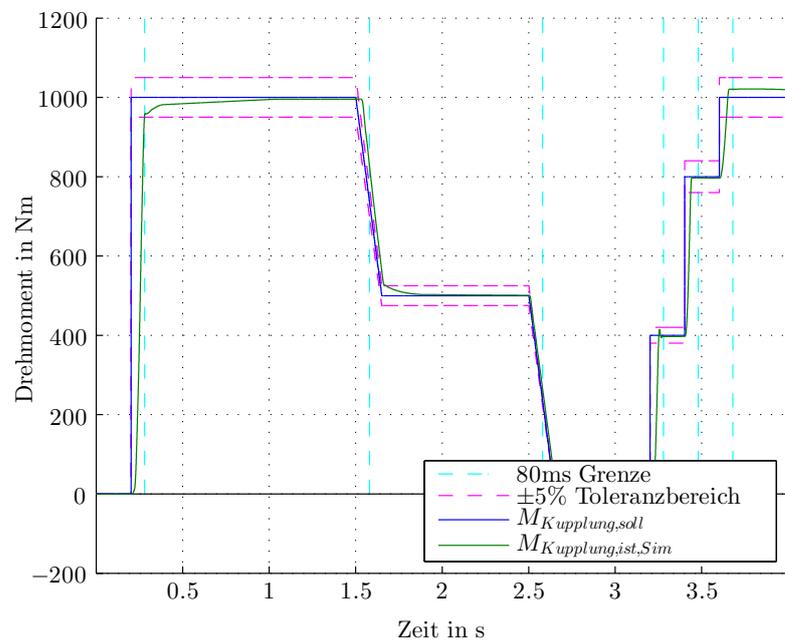


Abbildung 5.31: Simulationsergebnis zum Versuch 2: Kupplungsmoment.

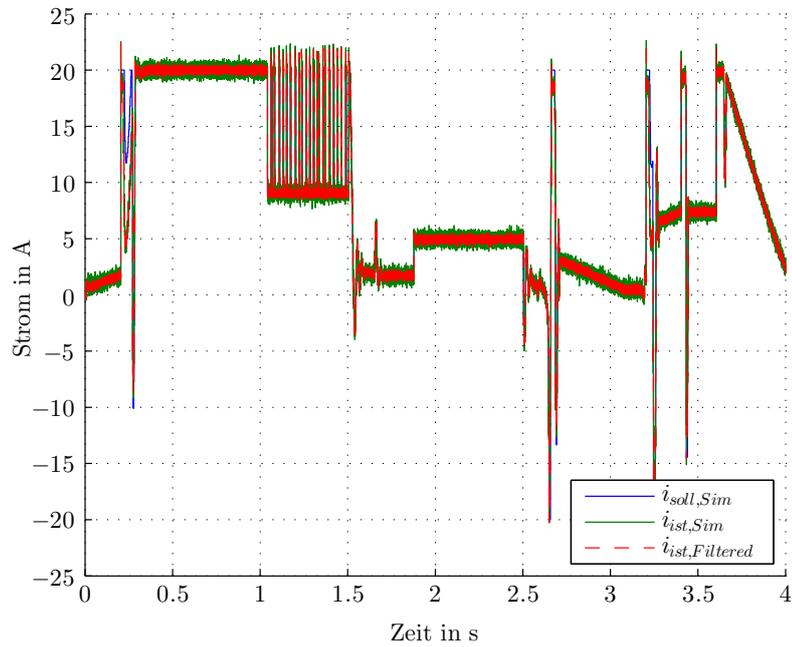


Abbildung 5.32: Simulationsergebnis zum Versuch 2: Strom.

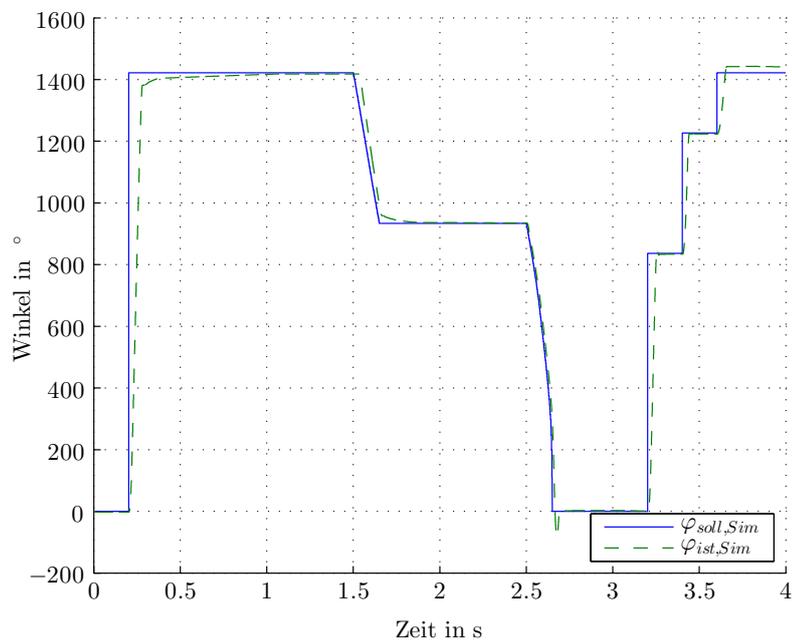


Abbildung 5.33: Simulationsergebnis zum Versuch 2: Winkel.

## 5 Diskussion der Simulationsergebnisse

---

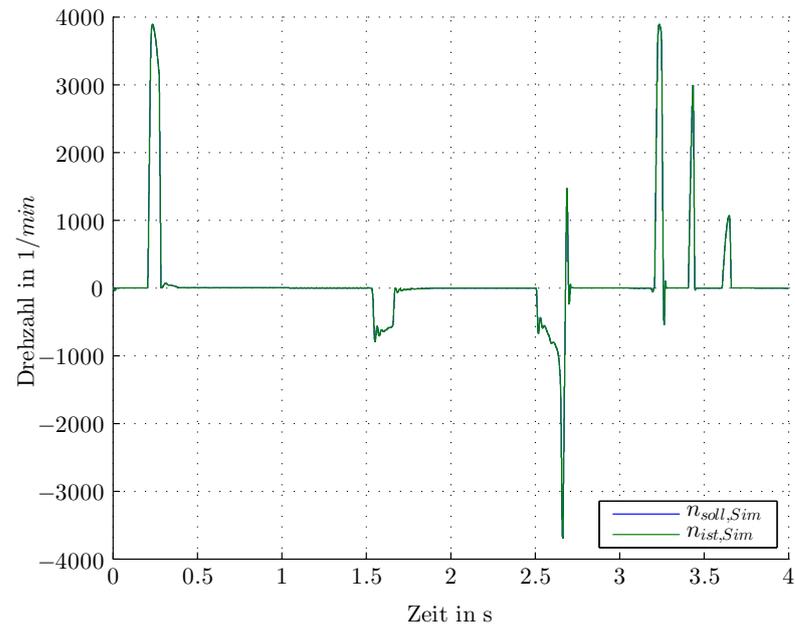


Abbildung 5.34: Simulationsergebnis zum Versuch 2: Drehzahl.

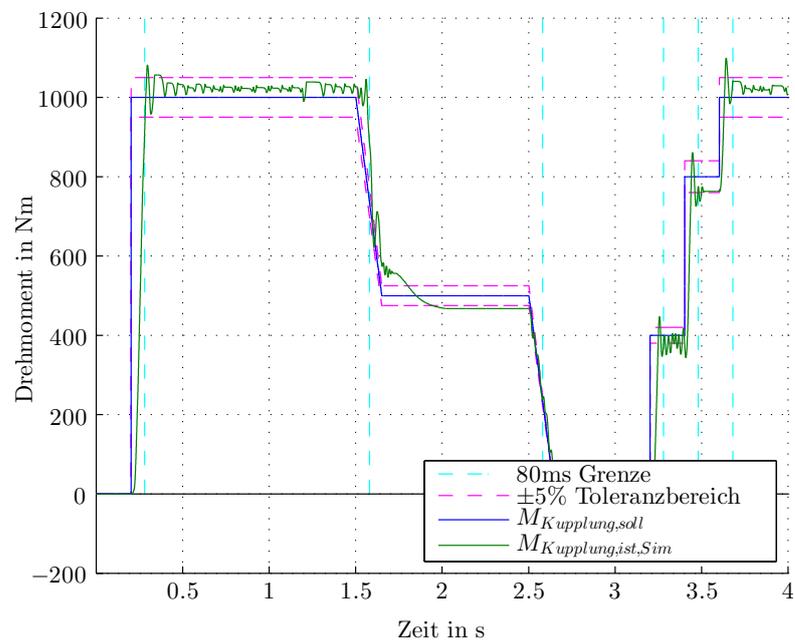


Abbildung 5.35: Simulationsergebnis zum Versuch 3: Kupplungsmoment.

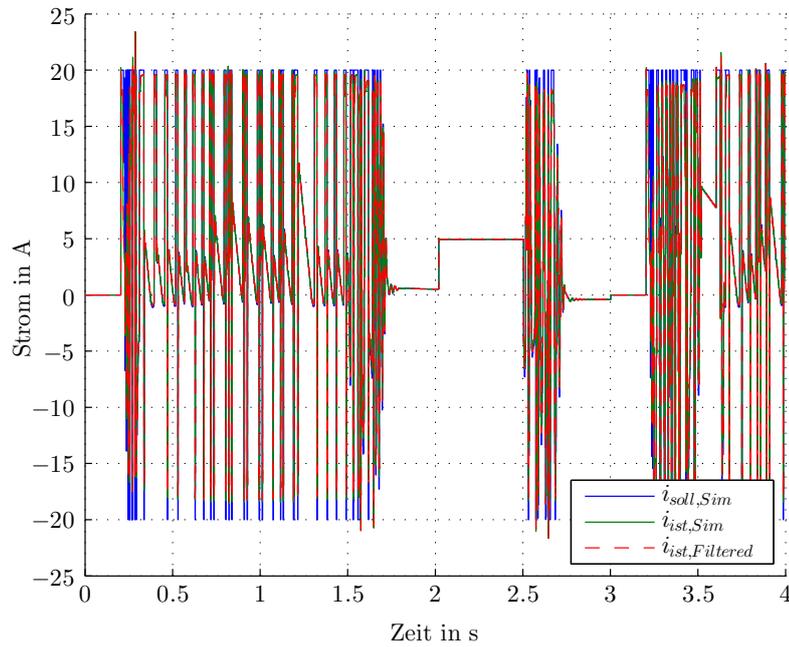


Abbildung 5.36: Simulationsergebnis zum Versuch 3: Strom.

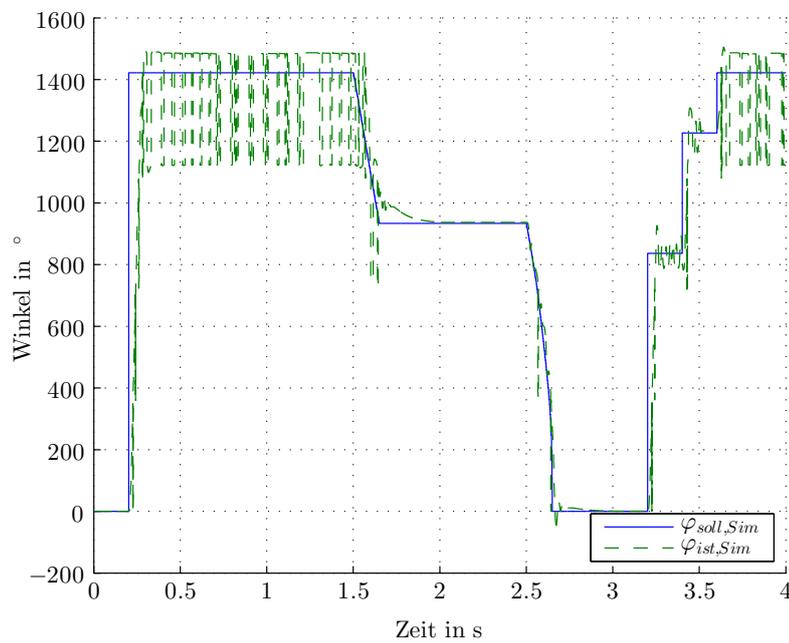


Abbildung 5.37: Simulationsergebnis zum Versuch 3: Winkel.

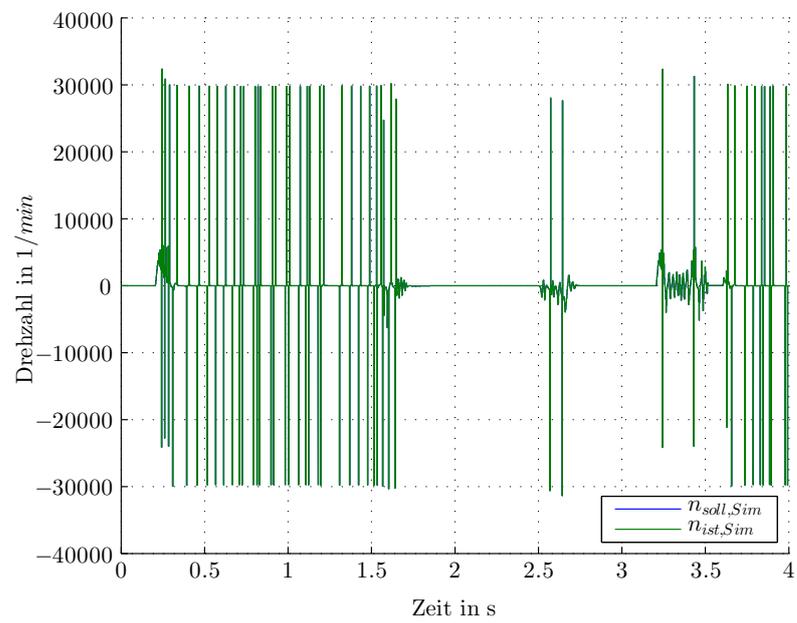


Abbildung 5.38: Simulationsergebnis zum Versuch 3: Drehzahl.

## 6 Zusammenfassung, denkbare Erweiterungen

Mit dieser Arbeit wurde ein einfaches Motormodell zum vorhandenen BLDC-Motor entwickelt. Damit können Reglerentwürfe gut durchgeführt werden. Durch ein nicht lineares Reibmodell erweitert, findet das Motormodell auch in der Simulation Einsatz. Die mechanischen Teile des Kupplungssystems wurden über die im Vorfeld bekannten Kennlinien abgebildet. Durch nicht-lineare Eigenschaften des Systems, insbesondere der Unstetigkeiten beim Springen zwischen Kennlinien und im Reibmodell des Motors, und durch den möglichen Einsatz eines PWM-Modells kann es zu langen Simulationszeiten kommen. Vergleiche der Simulationsergebnisse unter dem Einsatz der PWM und ohne, haben gezeigt, dass zur Beurteilung des Systems auf Kupplungsniveau auf die Simulation der PWM verzichtet werden kann.

Die Forderung nach einem Kaskadenregelkreis mit PI-Reglern wurde erfüllt. Dazu wurden Ansätze im Entwurf mit verschiedenen Vereinfachungen gewählt und die Ergebnisse verglichen. Für den Entwurf der PI-Regler wurde das FKL-Verfahren angewendet. Die einfache, bekannte geforderte Reglerstruktur zusammen mit den Faustformeln zum FKL-Verfahren lassen einen automatisierten Reglerentwurf unter der Vorgabe einfacher Kenngrößen zu. Mit der Einschränkung an die Reglerstruktur sind auch die Freiheitsgrade im Reglerentwurf und damit die Möglichkeiten eingeschränkt. In einem Entwurf wird die PI-Struktur des Stromreglers durch ein weiteres Korrekturglied erweitert, was zu einem vorteilhaften Verhalten führt. Durch die Kaskadenstruktur werden Stellgrößenbeschränkungen, ohne diese bereits im Entwurf berücksichtigt zu haben, sehr gut eingehalten. Diese Beschränkungen bereits im Entwurf zu berücksichtigen, bietet weiteres Ver-

besserungspotential.

In den Simulationsstudien konnte auch gezeigt werden, dass ein langsames, rampenförmiges Abbauen des Kupplungsmomentes, anstelle eines sprungförmigen Abbaues, Energie einspart, ebenso wie die Umschaltung auf eine Momenten- beziehungsweise Stromregelung innerhalb eines Toleranzbereiches um das einzustellende Kupplungsmoment.

Als alternativer Ansatz wurde eine LQR-Regelung entwickelt und in der Simulation getestet. Die Ergebnisse damit sind allerdings nicht zufriedenstellend. Erweiterungen des Entwurfes, zum Beispiel unter Berücksichtigung der Stellgrößenbeschränkungen, wären hier sinnvoll, um mit einem Zustandsregler weiter zu arbeiten.

Das Simulationsmodell bietet die Möglichkeit von fault injection. Dazu können gezielt Fehler auf die Messgrößen Strom, Rotorwinkel und Drehzahl eingeführt werden und das Systemverhalten unter Einfluss dieser Fehler studiert werden.

Um Effekte durch den Betrieb eines BLDC-Motors in der Simulation abzubilden, wäre das einfache, einphasige Motormodell durch ein dreiphasiges zu ersetzen. Damit könnten dann etwa Kommutierungseffekte nachgebildet werden. In Verbindung mit der fault injection und PWM öffnet sich damit ein breites Feld an weiteren Untersuchungen.

# Abkürzungen

BLDC-Motor	Brushless direct current - Motor oder bürstenloser Gleichstrom - Motor. In der Literatur wird auch gerne electronically commutated (EC)-Motor verwendet. [5–8, 13, 16, 111, 112]
ECU	Electronic control unit oder elektronische Kontrolleinheit. Die elektronische Kontrolleinheit, im deutschen oft als Steuergerät bezeichnet, vereinigt allgemeinen elektronische Komponenten wie Mikrocontroller, Speicher, Analoge und Digitale Ein- und Ausgangseinheiten, Kommunikationsmodule und ähnliches in einem Modul für Steuer-, Regel- und Messaufgaben. [5]
FIR-Filter	Finite impulse response - Filter. Filter mit endlicher Impulsantwort. [82]
FKL	Frequenzkennlinien. Die logarithmischen Frequenzkennlinien werden in BODE-Diagrammen dargestellt und bestehen aus Betrags- und Phasengang. [17, 41, 44, 46, 47, 62, 73, 86, 98, 102]
GMR	Gigant magnetoresistance oder Riesenmagnetowiderstand. Der GMR-Effekt ist die Abhängigkeit des elektrischen Widerstandes von der Kopplung der Magnetisierungsrichtung benachbarter magnetischer und nichtmagnetischer dünner Schichten. Widerstandsänderungen von 80 % sind gängig. [8, 35, 113]
HS	High side. Mit HS wird jener Teil einer Halbbrücke bezeichnet, der mit dem positiven Pol der Versorgung verbunden ist. [8, 10, 11, 34, 40, 113]
ITA	Integrierter Aktuator. [5, 8, 114]

## Abkürzungen

---

LQR	Linear quadratic regulator. Linearer Zustandsregler, dessen Verstärkungskoeffizienten über die Minimierung eines quadratischen Gütekriterium bestimmt werden. [73, 76, 100, 101]
LS	Low side. Mit LS wird jener Teil einer Halbbrücke bezeichnet, der mit dem negativen Pol der Versorgung verbunden ist. [8, 10, 11, 114]
MPT	MAGNA Powertrain AG & Co KG, Werk Lannach. [3, 5, 8, 18, 19, 21, 33, 86, 100]
NIA	Neuer integrierter Aktuator. Nachfolger des ITA. [5]
PWM	Pulsweitenmodulation. Ein Signal wird durch Variation des Tastverhältnisses $\frac{T_{ON}}{T_{ON}+T_{OFF}}$ moduliert. [5, 9, 10, 19, 34, 39, 40, 45, 46, 51, 56, 62, 68, 81–85, 87, 102, 111, 112, 114]
PWR	Pulswechselrichter. Wechselrichter der durch die Ansteuerung der Schaltelemente mittels PWM variable Ausgangsspannungen erzeugt. [8]

# Literatur

- [1] B.D.O Anderson und J.R. Moore. *Optimal Control: Linear Quadratic Methods*. Prentice Hall, 1990. ISBN: 0136385605.
- [2] F. Gausch, A. Hofer und K. Schlacher. *Digitale Regelkreise: Ein einfacher Einstieg mit dem Programm  $\mu$ LINSEY*. Oldenbourg, 1993. ISBN: 3486218360.
- [3] R. Hanus, M. Kinnaert und J.-L. Henrotte. „Conditioning Technique, a General Anti-windup and Bumpless Transfer Methode“. In: *Automatica* 23 (1987), S. 729–739.
- [4] J.R. Hendershot und T.J.E. Miller. *Design of brushless permanent-magnet machines*. Motor Design Books LLC, 2010. ISBN: 9780984068708.
- [5] A. Hofer. *Entwurf optimaler Systeme*. Skriptum zur Vorlesung. Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik, Technische Universität Graz, 2003.
- [6] M. Horn und N. Dourdoumas. *Regelungstechnik*. Pearson Studium, 2004. ISBN: 3827370590.
- [7] J. Lunze. *Regelungstechnik 2: Mehrgrößensysteme, Digitale Regelung*. 3. Aufl. Springer, 2005. ISBN: 3540221778.
- [8] *MAGNA Powertrain AG & Co KG*.
- [9] K. Reif. *Sensoren im Kraftfahrzeug*. Vieweg+Teubner Verlag, 2012. ISBN: 9783834817785.
- [10] *Vorlesungsmitschrift: Systemtheorie*. Vortragender: M. Steinberger, Technische Universität Graz. 2010.