



Manuel Staber, BSc

Berechnung und Bemessung von punktgestützten Platten aus Brettsperrholz

MASTERARBEIT

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium Bauingenieurwissenschaften – Konstruktiver Ingenieurbau

Eingereicht an der

Technischen Universität Graz

Betreuer

Univ.-Prof. DI Dr.techn. Gerhard Schickhofer

Institut für Holzbau und Holztechnologie

DI Dr.techn. Thomas Bogensperger

holz.bau forschungs GmbH

Graz, im Oktober 2017

... meinen Eltern

EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

AFFIDAVIT

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources/resources, and that I have explicitly indicated all material which has been quoted either literally or by content from the sources used. The text document uploaded to TUGRAZonline is identical to the present master's thesis.

Manuel Staber
Graz, im Oktober 2017

Vorwort

*„Die Gegenwart ist das nötige Ergebnis
der gesamten Vergangenheit,
der nötige Grund der gesamten Zukunft.“*

(Robert Green Ingersoll)

Diese Arbeit bietet mir einerseits die Möglichkeit, mein durch Beruf und Studium gesammeltes Wissen zu vertiefen und zu dokumentieren. Außerdem ergibt sich im Zuge dieser Arbeit die Gelegenheit, jenen Menschen zu danken, die zum Erfolg dieser beigetragen haben.

Ich möchte diese Arbeit meinen Eltern widmen, meiner Mutter Maria und meinem im Jahr 2014 verstorbenen Vater Günther. Sie haben mich stets unterstützt und stehen immer hinter mir. Bedanken möchte ich mich bei meiner Freundin Lydia und bei meinen Geschwistern und deren Familien für den Zusammenhalt auch in schwierigen Zeiten.

Mein besonderer Dank gilt meinem Betreuer Thomas Bogensperger für die großartige, unermüdliche Betreuung, die zahlreichen Gespräche und Diskussionen, den persönlichen Einsatz, die hervorragende Unterstützung und das freundschaftliche Verhältnis. Weiters danke ich den Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern der *holz.bau forschung gmbh* und des *Instituts für Holzbau und Holztechnologie* für die zahlreichen Fachgespräche, Ratschläge und für die Unterstützung. Insbesondere möchte ich hier Gregor Silly und Manfred Augustin danken. Mein Dank gilt auch Raimund Sieder für das Korrekturlesen und für die Unterstützung bei der Masterarbeit. Dem Institutsvorstand Prof. Gerhard Schickhofer danke ich für die Geduld, die abschließende Begutachtung dieser Arbeit und die Bereitstellung der notwendigen Infrastruktur.

Meinen Arbeitskollegen von der *KLH Massivholz GmbH* – insbesondere Johannes Habenbacher und Harald Krenn danke ich für die Flexibilität bei der Arbeit und fachliche Unterstützung.

Manuel Staber
Graz, im Oktober 2017

Kurzfassung

Brettsper Holz (BSP) revolutioniert seit Jahren den Holzbau. Die großformatigen Massivholzplatten ermöglichen flächige Bauteile wie Platten und Scheiben aus Holz.

Die Bemessung von BSP-Elementen erfolgt aktuell meist vereinfacht als eindimensionale Plattenstreifen ohne Berücksichtigung einer zweiachsigen Lastabtragung. Bei zweiachsiger Lastabtragung wie beispielsweise bei der punktgestützten Lagerung von BSP-Platten müssen meist aufwendige numerische Modelle für die Bemessung der orthotropen Platten herangezogen werden. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden Näherungslösungen für punktgestützte BSP-Platten, ähnlich der Gurt- und Feldstreifenmethode im Stahlbetonbau, erarbeitet.

Nach einer kurzen Einführung in die Thematik und Darlegung des Stand des Wissens wird auf die Modellbildung insbesondere der Modellierung des Stützenkopfes eingegangen. Nachfolgend erfolgt die Erarbeitung einer analytischen Lösung der endlos ausgedehnten punktgestützten, schubstarr orthotropen Platte. Des Weiteren wird eine numerische Lösung der schubnachgiebigen unendlich ausgedehnten punktgestützten orthotropen Platte ausgearbeitet. Anhand der erarbeiteten Lösungsansätze werden mittels Parameterstudie Schnittgrößen sowie Verformungen ausgewertet und mittels vereinfachter Ersatzsysteme gefittete Funktionen erarbeitet, welche konservative Näherungslösungen ermöglichen. Nachfolgend werden Effekte zufolge Elementstöße in Querrichtung sowie ein Vergleich der Positionierung dieser Stöße erörtert. Der abschließende Ausblick zeigt offene Fragen sowie weiteren Forschungsbedarf zum behandelten Thema auf.

Abstract

Cross-laminated Timber (CLT) has been revolutionizing wood construction for years. These large-format solid wood panels create flat structural components such as plates and shearwalls made of wood.

Currently, CLT elements are mostly calculated as simplified plate strips without consideration of a biaxial (two-way) load transfer. The biaxial load transfer should be considered for cases like single pointed loads or point supported CLT elements. Hence, complex numerical models have to be used in order to enable a structural calculation of the orthotropic plate. In this thesis, approximate solutions for the structural calculations of point supported CLT slabs are developed.

After a brief introduction into the topic and exhibition of the state of the art, the modeling is discussed, in particular, the modeling of the column head. At the beginning of the main part, an analytic solution for the endless extended point-supported rigid orthotropic plate (classic plate theory) is developed. Furthermore, a numerical solution to the shear-flexible infinitely extended point-supported orthotropic plate (first-order shear plate theory) is given. Additionally, internal forces and deformations are evaluated by using the given solutions in way of parametric studies. Finally, by using simplified substituted systems, fitted functions which enable a conservative approximate solution, are developed. The following section discusses effects of transverse element joints. Furthermore, it investigates whether a variation of the positioning of these joints influences the internal forces and deformations.

The concluding remarks show open questions and point out fields for future research regarding this topic.

INHALTSVERZEICHNIS

Vorwort	III
Kurzfassung	V
Abstract.....	VII
Inhaltsverzeichnis.....	IX
Abkürzungsverzeichnis.....	XIII
Kapitel 1: Einführung und Problemstellung	1
1-1 Allgemeines zur Lastabtragung von BSP	1
1-2 Motivation und Ziel der Arbeit	2
1-3 Gliederung der Arbeit	3
Kapitel 2: Stand des Wissens	5
2-1 Berechnungsgrundlagen für die zweiachsige Lastabtragung	5
2-1.1 Schubstarre Platte (Plattentheorie nach KIRCHHOFF) (vgl. [6]).....	6
2-1.2 Transversal-schubnachgiebige Platte (Plattentheorie nach REISSNER-MINDLIN) (vgl. [6]).....	6
2-1.3 Lösungsstrategien zur Berechnung von Platten (vgl. [6])	7
2-1.4 Steifigkeiten von Brettsperrholzplatten.....	7
2-2 Versagensformen und Materialfestigkeiten von Brettsperrholz.....	16
2-2.1 Biegung aus der Plattenebene.....	17
2-2.2 Transversal-Schub bzw. Rollschub aus der Plattenebene	20
2-2.3 Drillbeanspruchung der 2D BSP-Platte	21
2-3 Sonderfall punktuell beanspruchte BSP-Platten	21
2-3.1 Versagensformen punktuell beanspruchter BSP-Platten.....	21
2-3.2 Materialfestigkeiten bei punktuell beanspruchten BSP-Platten.....	31
2-3.3 Nachweisverfahren bei punktgestützten BSP-Platten.....	37
2-4 Berechnungsmodell für punktgestützte Platten im Stahlbetonbau.....	42
2-4.1 DAfStb, Heft 240 (vgl. [49]).....	42
2-4.2 Anhang I der EN 1992-1-1 [47]	43
2-4.3 ÖNORM B 4700 (obsolet) [48].....	44
Kapitel 3: Modellbildung punktgestützter BSP-Platten	45
3-1 Modellierung des Stützenkopfes	45
3-1.1 Punktlösungen.....	46
3-1.2 Schematischer Ansatz mittels rotationssymmetrischer Kreisplatte.....	46
3-1.3 Lastausbreitung in der BSP-Platte	53
3-1.4 Schlaife Gleichlast – Gegenlast	54
3-1.5 Flächenbettung der Kontaktfläche.....	54
3-1.6 Lagerung auf Kontakt	55
3-2 Numerisches Berechnungsmodell - Abbildung der endlos ausgedehnten punktgestützten Platte ..	55

3-3	Vergleich der Lagerungsarten.....	57
3-3.1	Punktuelle Lagerung.....	58
3-3.2	Gleichlast – Gegenlast.....	58
3-3.3	Flächenbettung.....	59
3-3.4	Lagerung auf Kontakt.....	59
3-3.5	Gegenüberstellung der resultierenden Stützmomente.....	59
3-4	Netzstudie (FE-Netzfeinheit).....	61
3-5	Momentenausrundung bei Punktlagerung.....	64
3-5.1	Punktgestützte rotationssymmetrische isotrope Kreisplatte.....	65
3-5.2	Punktgestützte unendlich ausgedehnte orthotrope Platte (Viertelsystem).....	66
3-6	Spannungsverteilung im Bereich der Lasteinleitung – 3D-Modell.....	70
3-6.1	3D-Modell.....	70
3-6.2	Lastausbreitung und maximale Schubspannungen.....	71
3-6.3	Spannungsauswertung über den Querschnitt.....	75
Kapitel 4: Schnittkraftermittlung für punktgestützte BSP-Platten.....		79
4-1	Analytische Lösung der punktgestützten orthotropen Platte.....	79
4-1.1	DGL der schubstarren orthotropen Platte.....	79
4-1.2	Lösung des Differentialgleichungssystems.....	81
4-1.3	Schnittgrößen.....	83
4-2	Numerische Lösung der punktgestützten orthotropen Platte (ABAQUS).....	85
Kapitel 5: Entwicklung einer Näherungslösung.....		87
5-1	Referenzlösungen - Eingangsparameter.....	87
5-1.1	Referenzsystem - maßgebende Positionen.....	87
5-1.2	Verwendete BSP-Platten (Plattensteifigkeiten).....	88
5-1.3	Geometrische Parameter.....	89
5-1.4	Zusammenfassung – Parameterstudie.....	89
5-2	Ersatzsystem - Durchlaufträger.....	90
5-3	Ansatz zur Näherungslösung.....	93
5-3.2	Fitting-Funktionen und festgelegte Grenzen.....	94
5-4	Ergebnisse – Näherungslösungen.....	96
5-4.1	Faktoren nach der schubstarren Plattentheorie.....	96
5-4.2	Faktoren nach der schubnachgiebigen FE-Lösung.....	100
5-5	Zusammenfassung – Fazit.....	104
Kapitel 6: Elementstösse bei BSP-Platten.....		107
6-1	Effekte zufolge Stösse.....	107
6-1.1	Querkraftstoß.....	107
6-1.2	Momentenstoß – biegesteife Ausführung der Stöße.....	108
6-2	Vergleichsstudie Positionierung Querkraftstoss.....	109
6-2.1	System.....	109
6-2.2	Parameter.....	110
6-2.3	Ergebnis.....	110
6-2.4	Zusammenfassung.....	115

Kapitel 7: Resümee und Ausblick.....	117
7-1 Zusammenfassung	117
7-2 Empfehlungen für die Praxis.....	117
7-3 Forschungsbedarf	118
7-3.1 Erweiterung der Näherungslösungen.....	118
7-3.2 Nachweise.....	118
7-3.3 Konstruktive Aspekte.....	119
Literaturverzeichnis	121
Abbildungsverzeichnis.....	128
Tabellenverzeichnis	131
Anhang	133
A-1 Steifigkeiten der BSP-Platten aus den Parameterstudien.....	135

ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS

Abb.	Abbildung
Abschn.	Abschnitt
BSH	Brettschichtholz
BSP	Brettsperrholz
ca.	circa
DAfStb	Deutscher Ausschuss für Stahlbeton
DGL	Differentialgleichung
DIB	Deutsches Institut für Bautechnik
DIN	Deutsches Institut für Normung
eds.	Editoren
entsp.	entsprechend/en
entn.	entnommen
ETA	(engl. European Technical Assessment) Europäische Technische Bewertung ETB
etc.	(lat. et cetera) und die übrigen
FE/FEM	Finite Elemente Methode
ff.	fortfolgende
i.Allg.	im Allgemeinen
idR.	in der Regel
inkl.	inklusive
Kap.	Kapitel
konst.	konstant
lt.	laut
mech.	mechanische
norm.	normiert/es
o. g.	oben genannte/n
OIB	Österreichisches Institut für Bautechnik
ON	Österreichisches Normungsinstitut
RPE	repräsentatives Platten-Element
SA	Schubanalogieverfahren
SLS	(engl. Serviceability Limit State) Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit
sog.	sogenannt-e
sym.	symmetrisch/es
Tab.	Tabelle
techn.	technische/technisches
ULS	(engl. Ultimate Limit State) Grenzzustand der Tragfähigkeit
vgl.	vergleiche

KAPITEL 1: EINFÜHRUNG UND PROBLEMSTELLUNG

Brettsperrholz (BSP) und die damit verbundene Holz-Massivbauweise gewinnt zunehmend an Bedeutung. BSP hat sich als internationaler „Player“ der Bauweisen etabliert. Neben Einfamilienhäusern werden mittlerweile mehrgeschossige Wohnbauten, öffentliche Bauten als auch Industriebauten komplett oder teilweise in BSP ausgeführt.

Die zunehmende und differenzierte Verwendung von BSP erfordert die entsprechenden mechanischen Modelle und Grundlagen zu erarbeiten sowie diese als ingenieurmäßige Rechenmodelle zur einfachen und konservativen Bemessung von BSP-Platten bereitzustellen.

1-1 ALLGEMEINES ZUR LASTABTRAGUNG VON BSP

Brettsperrholzbauteile können aufgrund ihrer Beanspruchung bzw. ihrer Tragwirkung in Platten, Scheiben oder Faltwerke eingeteilt werden. Platten sind Bauteile, die vorwiegend quer zu ihrer Mittelfläche (Plattenebene) beansprucht werden. Scheiben werden vorwiegend parallel der Bauteilmittelfläche (in Scheibenebene) beansprucht. Faltwerke sind räumliche Tragstrukturen, bei welchen die Scheibentragwirkung als auch die Plattentragwirkung aktiviert wird [1]. Des Weiteren sind Schalenelemente aus BSP denkbar, welche sich durch eine gekrümmte Bauteilmittelfläche auszeichnen. Die Beanspruchung kann dabei sowohl parallel als auch normal zur Plattenmittelebene erfolgen [2].

Deckenplatten aus Brettsperrholz werden in der Regel aufgrund ihrer ausgeprägten orthotropen Steifigkeitseigenschaften und modellbedingter, ausgeprägter eindimensionaler Lastabtragung als eindimensionale Plattenstreifen bemessen. Die Nebentragrichtung bleibt hierbei gänzlich unberücksichtigt. Aufgrund schubweicher Querlagen bei BSP ist die Schubverformung bei der Bemessung insbesondere bei der Berechnung der Durchbiegung zu berücksichtigen. Als Berechnungsmethoden für die 1D-Balkentheorie stehen neben dem transversal-schubnachgiebigen Balken (TIMOSHENKO), das „modifizierte Gamma Verfahren“ („ γ_{mod} “ siehe [3] Anhang B) und das „Schubanalogieverfahren“ („SA“ siehe [4] Anhang D) zur Verfügung [5].

Der orthotrope Aufbau von BSP sowie die Variabilität der Plattenaufbauten bringen den großen Vorteil, dass BSP für eine zweiachsige Lastabtragung eingesetzt werden kann. Dadurch können beispielsweise effektive Breiten für punktuell beanspruchte BSP-Elemente in Rechnung gestellt werden. Aufgrund der zweiachsigen Lastabtragung ist es möglich, Längs- und Querauskragungen von Decken und Dachelementen sowie punktgestützte Platten auszuführen. Große Durchbrüche und unübliche Objektgeometrien sind weitere Vorteile.

1-2 MOTIVATION UND ZIEL DER ARBEIT

Für die Bemessung und Nachweisführung von punktgestützten BSP-Platten ist es notwendig, die entsprechenden Schnittgrößen und Verformungen an den maßgebenden Stellen zu berechnen. Wie bereits in Abschn. 1-1 erwähnt, bedarf es für punktgestützte Platten eine zweiachsige Bemessung in Haupt- und Nebentragsrichtung. In der Praxis werden die Schnittgrößen von zweiachsig gespannten BSP-Systemen fast ausschließlich numerisch in Form von FE-Berechnungen ermittelt. Komplexe Modellabbildungen sowie der Einfluss von Netzgröße und Singularitäten erschweren die Berechnung von plausiblen realitätstreuen Schnittgrößen.

Ziel ist es, die Bemessung von punktgestützten BSP-Platten mit ingenieurmäßigen Modellen zu vereinfachen, um eine praktische und einfache Berechnung zu gewährleisten. In Anlehnung an im Stahlbetonbau vorhandenen Modelle mit Durchlaufträgern sollen anhand einfacher Formelapparate die maßgebenden Schnittgrößen und Durchbiegungen ermittelt werden können, um die entsprechenden erforderlichen Nachweise für die Punktstützung führen zu können.

Folgende Bilder zeigen Beispiele von bereits ausgeführten Projekten mit punktgestützten BSP-Platten.



Abb. 1-2—1 Foss Hotel Glacier [Island] Hotelprojekt der KLH Massivholz GmbH © BEKA ehf.



Abb. 1-2—2 Ausführungsbeispiele punktgestützter Brettsperrholzplatten (vgl. [1], Kap. B)



Abb. 1-2—3 Punktgestützte BSP-Platten im Bürogebäude der KLH Massivholz GmbH in Frojach - Katsch

1-3 GLIEDERUNG DER ARBEIT

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in sieben Kapitel deren Inhalt nachfolgend kurz erläutert wird:

- **Kapitel 1** beinhaltet eine Einführung zur vorliegenden Problemstellung sowie Allgemeines zur Lastabtragung von BSP-Platten.
- **Kapitel 2** betrachtet den Stand des Wissens zum Thema Berechnungsgrundlagen für die zweiachsige Lastabtragung von BSP, Versagensformen und Nachweisführung von punktgestützten BSP-Platten. Des Weiteren werden Berechnungsmodelle für punktgestützte Platten im Stahlbetonbau aufgezeigt.
- **Kapitel 3** befasst sich mit der Modellbildung und Abbildung punktgestützter BSP-Platten insbesondere die Problematik der Singularität und die FEM gestützte Bemessung bzw. Berechnung der Schnittgrößen und Verformungen.
- **Kapitel 4** zeigt die Entwicklung einer analytischen Lösung für die endlos ausgedehnte punktgestützte orthotrope Platte. Des Weiteren wird auch eine numerische Lösung erarbeitet bzw. computergestützt umgesetzt.
- **Kapitel 5** der Hauptteil dieser Arbeit wertet Referenzparameter mithilfe der Modelle aus Kap. 4 aus. Mögliche Näherungslösungen für punktgestützte BSP-Platten werden in Form von Durchlaufträgern mit Modifikations-Faktoren bzw. -Funktionen erarbeitet und aufgezeigt.
- **Kapitel 6** behandelt das Thema der Elementstöße bei BSP-Platten. Es werden Ansätze zur Positionierung der Plattenstöße bzw. der Ausführung dieser dargelegt.
- **Kapitel 7** fasst die Ergebnisse und Erkenntnisse vorliegender Arbeit zusammen und zeigt weiteren Forschungsbedarf zum Thema „punktgestützte BSP-Platten“ auf.

KAPITEL 2: STAND DES WISSENS

2-1 BERECHNUNGSGRUNDLAGEN FÜR DIE ZWEIACHSIGE LASTABTRAGUNG

Wie bereits in Abschnitt 1-1 erwähnt, werden BSP-Platten meist als eindimensionale Plattenstreifen ohne Berücksichtigung der Quertragwirkung nachgewiesen.

Um die Vorteile der zweiachsigen Lastabtragung von BSP-Platten nutzen zu können, kann die Berechnung analog zu den in Abschn. 1-1 erwähnten Balkentheorien bzw. mit deren Erweiterungen in den zweidimensionalen Raum, mithilfe der schubstarrten Plattentheorie nach KIRCHHOFF (siehe Abschnitt 2-1.1) oder nach der transversal-schubnachgiebigen Plattentheorie nach REISSNER-MINDLIN (siehe Abschnitt 2-1.2) erfolgen [6]. Für zweidimensionale Strukturen sind auch erweiterte höhere Plattentheorien wie Multilayer-Panels in der Literatur (siehe beispielsweise [7], [8]) zu finden.

In Abb. 1-2—1 ist die geschichtete Struktur einer BSP-Platte abgebildet. Die linke Grafik zeigt die anzustrebende fugenlose Struktur. Die rechte Grafik zeigt eine Gitterstruktur bzw. eine überspitzt dargestellte Struktur mit Fugen der Breite u , welche aus statischen und bauphysikalischen Gründen möglichst klein gehalten werden sollte.

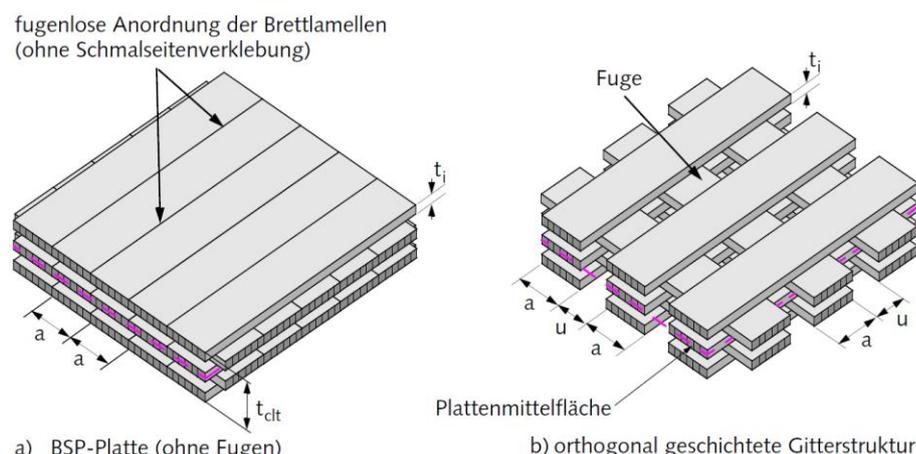


Abb. 2-1—1 Struktur einer Brettsperrholzplatte [9]

Nachfolgenden Abbildungen kann das Plattenkoordinatensystem, die Plattenspannungen sowie die Plattenkinetik entnommen werden. Es lässt sich ableiten, dass Momente m_x um die y -Achse σ_x -Spannungen in x -Richtung induzieren. Ebenso induzieren Momente m_y um die x -Achse σ_y -Spannungen welche in y -Richtung wirken.

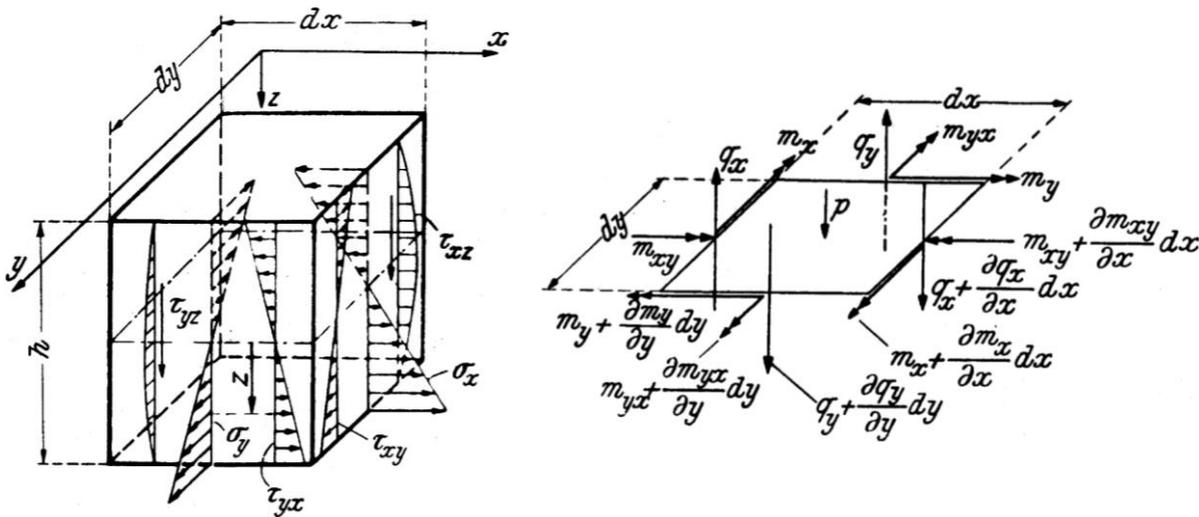


Abb. 2-1—2 Plattenkoordinatensystem und Plattenspannungen (links),
Kinetik – Kräfte- und Momentengleichgewicht (rechts) [10]

Das lokale Plattenkoordinatensystem bei BSP-Elementen wird i.Allg. so gewählt, dass die Haupttragrichtung (idR. Orientierung der Decklage) parallel zur x -Achse und die Nebentragrichtung parallel zur y -Achse abgebildet wird. Somit wirkt in Haupttragrichtung dem Moment m_x die idR. größere Plattenbiegesteifigkeit B_x und in Nebentragrichtung dem Moment m_y die idR. kleinere Biegesteifigkeit B_y entgegen.

Eine genaue Beschreibung der Steifigkeitseigenschaften von BSP erfolgt in Abschn. 2-1.4.

2-1.1 Schubstarre Platte (Plattentheorie nach KIRCHHOFF) (vgl. [6])

Für die schubstarre Platte oder auch KIRCHHOFF'SCHE Plattentheorie genannt ist eine Differentialgleichung (DGL) 4. Ordnung (vgl. [10]) zu lösen (siehe Kapitel 4-1).

$$B_x \cdot \frac{\partial^4}{\partial x^4} w(x,y) + 2 \cdot (B_\nu + 2 \cdot D_{xy}) \cdot \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} w(x,y) + B_y \cdot \frac{\partial^4}{\partial y^4} w(x,y) = q_z(x,y) \quad (1)$$

Dabei beschreiben B_x und B_y die Biegesteifigkeiten, B_ν die gekoppelte Biegesteifigkeit und D_{xy} ist die Drillsteifigkeit der Platte. $w(x,y)$ ist die unbekannte Durchbiegungsfunktion und $q_z(x,y)$ bildet den bekannten Belastungsterm ab.

2-1.2 Transversal-schubnachgiebige Platte (Plattentheorie nach REISSNER-MINDLIN) (vgl. [6])

Die schubnachgiebige Plattentheorie nach REISSNER-MINDLIN werden in den Gleichungen konstitutive Materialgesetze zwischen transversalen Schubverformungen und den beiden zugehörigen transversalen Querkräften berücksichtigt. Es können drei DGL 2. Ordnung

formuliert werden, welche die beiden Momentengleichgewichte sowie das Gleichgewicht normal zur Plattenebene abbilden.

$$B_y \cdot \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial y^2} + D_{xy} \cdot \left(\frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial_x \partial_y} \right) - B_\nu \cdot \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial_x \partial_y} + S_y \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y} - \varphi_x \right) = m_x(x, y) \quad (2)$$

$$B_x \cdot \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial y^2} + D_{xy} \cdot \left(\frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial_x \partial_y} \right) - B_\nu \cdot \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial_x \partial_y} + S_x \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x} - \varphi_y \right) = m_y(x, y) \quad (3)$$

$$S_y \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} \right) + S_x \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right) = q_z(x, y) \quad (4)$$

Zusätzlich zu den Steifigkeiten und Verformungen der schubstarren Plattentheorie (siehe Abschnitt 2-1.1), kommen nun die beiden Schubsteifigkeiten S_x und S_y sowie zwei Querschnittsverdrehungen $\varphi_x(x, y)$ und $\varphi_y(x, y)$ hinzu.

2-1.3 Lösungsstrategien zur Berechnung von Platten (vgl. [6])

Einfache Sonderfälle wie rechteckige, allseits gelenkig gelagerte Platten können nach der schubstarren Theorie mithilfe eines Doppelreihenansatzes analytisch gelöst werden [10] (siehe Kapitel 4). In der Praxis werden fast ausschließlich numerische Lösungsmöglichkeiten mittels FEM angewandt.

Einige FEM-Softwareprogramme bieten die Möglichkeit der Eingabe von geschichteten Aufbauten oder Laminaten. Hier kann ein schichtweiser Aufbau mit Zuweisung von Materialkennwerten und Orientierung der jeweiligen Schicht erfolgen. Bei BSP kann somit die Biegesteifigkeit und die Schubsteifigkeit direkt und konkret ermittelt werden. Die Bestimmung der Drillsteifigkeit erfolgt hier allerdings nur für BSP-Platten mit vollständiger Schmalseitenverklebung und folglich ohne Risse.

Anstelle der Steifigkeitsdefinition über Schichtdicken t_x , t_y und deren Orientierung erscheint es sinnvoller, die Biege- Schub- und Drillsteifigkeit direkt zu berechnen und die berechneten Werte dann direkt als Steifigkeitskoeffizienten bzw. als Steifigkeitsmatrix in die entsprechende Berechnungssoftware einzugeben.

Im Nachfolgenden wird deshalb auf die Bestimmung und Ermittlung der für die Plattenbemessung erforderlichen Steifigkeitswerte eingegangen.

2-1.4 Steifigkeiten von Brettsperrholzplatten

Die Grundgleichungen für die schubstarre bzw. schubnachgiebige Platte wie in Abschnitt 2-1.1 bzw. 2-1.2 angeführt, werden mit Plattensteifigkeitsgrößen (B_x , B_y , B_ν , D_{xy} , S_x , S_y) und Verformungen ($w(x, y)$, $\varphi_x(x, y)$, $\varphi_y(x, y)$) formuliert. Diese Verformungen und deren Ableitungen ergeben die Plattenverzerrungen, welche aus Plattenverkrümmung (κ_x , κ_y), Plattenabscherungen (γ_x , γ_y) sowie die Verdrillung (κ_{xy}) bestehen. Sowohl die Gleichgewichtsbedingung

als auch der Zusammenhang zwischen den Verformungen und Verzerrungen sind unabhängig von der inneren Struktur der Platte [6].

Matrizendarstellung

Bestimmend ist die innere Struktur der Platte für die Zusammenhänge zwischen den fünf Plattenverzerrungen ($\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}, \gamma_x, \gamma_y$) und den fünf Plattenschnittgrößen ($m_x, m_y, m_{xy}, q_x, q_y$). In Matrizenform können die konstitutiven Gleichungen eines schubnachgiebigen, orthotropen BSP-Plattenelementes folgenderweise angeschrieben werden [6]:

$$\begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \\ q_x \\ q_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_x & B_\nu & 0 & 0 & 0 \\ B_\nu & B_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_x \\ \gamma_y \end{bmatrix} \quad (5)$$

Im Sonderfall der schubstarrten orthotropen Platte verschwinden die transversalen Schubverzerrungen. Damit existieren nur mehr drei Plattenverzerrungen, welche lediglich von der Verformung $w(x,y)$ abhängig sind. Die drei konstitutiven Gleichungen eines schubstarrten orthotropen BSP-Plattenelementes lassen sich in Matrizenschreibweise wie folgt formulieren:

$$\begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_x & B_\nu & 0 \\ B_\nu & B_y & 0 \\ 0 & 0 & D_{xy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Die Querkräfte sind nicht mehr Bestandteil der konstitutiven Gleichungen, diese lassen sich jedoch aus den beiden Momenten-Gleichgewichtsgleichungen mit den Biege- und Drillmomenten berechnen [9].

$$q_x = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial y} - m_y \quad (7)$$

$$q_y = \frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial x} - m_x \quad (8)$$

Materialmodell

Den einzelnen Schichten einer BSP-Platte liegt ein linear-elastisches Materialmodell zugrunde. Aufgrund der geschichteten Struktur können die einzelnen Schichten unterschiedliche Materialeigenschaften und/oder unterschiedliche Orientierungen aufweisen. Dies hat zur Folge, dass sämtliche Materialparameter von der Querschnittskoordinate z abhängig sind. Ausgehend von allg. geschichtetem BSP mit schichtweise konstantem Material ergeben sich somit richtungsabhängige Sprünge der Materialparameter über den Querschnitt, wie in Abb. 2-1—3 dargestellt.

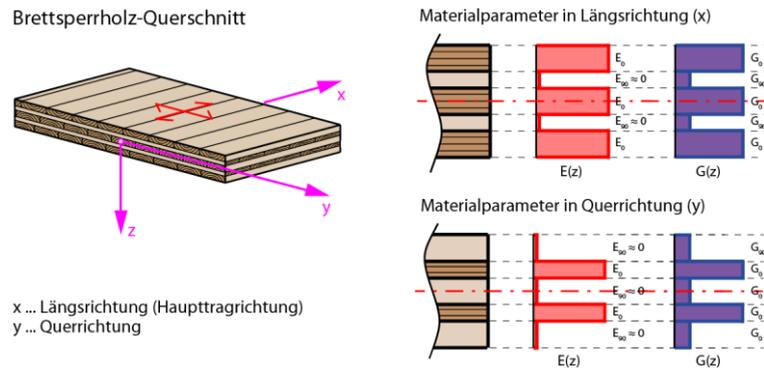


Abb. 2-1—3 Verteilung der Materialparameter $E(z)$ und $G(z)$ über den Querschnitt eines BSP-Elements [6] – teilweise modifiziert

Aufgrund herstellungsbedingter Fugen im Abstand der mittleren Brettbreite a bzw. klimabedingte Schwindrisse im mittleren Abstand a in den Schichten quer zur Faser ist es für BSP sinnvoll, den ohnedies geringen E-Modul quer zur Faser mit $E_{90} = 0$ anzunehmen. Diese Annahme erspart auch den unter Umständen maßgebenden Zugspannungsnachweis quer zur Faser in den Querlagen [6].

Die Querkontraktionszahl ν kann für Holz der Literatur entnommen werden. Beispielsweise ist die Querkontraktionszahl in [11] als Funktion abhängig von der Holzfeuchte angegeben. Die angeführten Plattentheorien setzen ein fugen- und rissfreies Kontinuum voraus, welches bei BSP in der Regel nicht gegeben ist. Es wird daher für BSP empfohlen, die Querkontraktion mit $\nu = 0$ anzunehmen [6].

Biegesteifigkeiten (vgl. [6])

Der geschichtete Aufbau von Brettsperrholz und die um 90° gedrehte Faserorientierung der benachbarten Schichten muss bei der Ermittlung der Biegesteifigkeit von BSP berücksichtigt werden. Dies führt zum nachfolgend dargestellten Biegespannungsverlauf einer 5-schichtigen BSP-Platte.

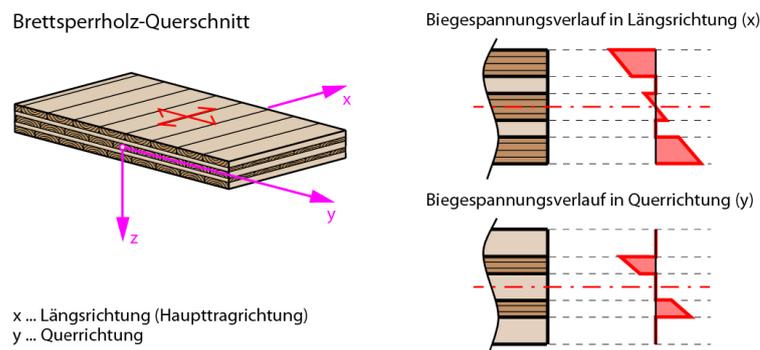


Abb. 2-1—4 Biegespannungsverlauf in einer BSP-Platte [6]

Allgemein können die Biegesteifigkeiten B_x , B_y und B_ν bei variablen Materialparametern mittels in Gleichung (9) gegebenem Integral ermittelt werden.

$$\begin{bmatrix} B_x & B_\nu \\ B_\nu & B_y \end{bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \frac{1}{1 - \nu_x(z) \cdot \nu_y(z)} \cdot \begin{bmatrix} E_x(z) & \nu_y(z) \cdot E_x(z) \\ \nu_x(z) \cdot E_y(z) & E_y(z) \end{bmatrix} \cdot z^2 dz \quad (9)$$

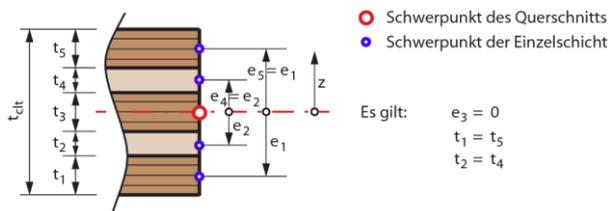
Um die Biegesteifigkeit B_ν ermitteln zu können, ist die Angabe der Querkontraktionszahl ν erforderlich. Wie im Punkt „Materialmodell“ angemerkt wird empfohlen, die Querkontraktion mit $\nu = 0$ anzunehmen. Somit wird der Kopplungsterm der Biegesteifigkeiten B_ν vernachlässigt und nur die Steifigkeitswerte der Hauptdiagonale (B_x, B_y, D_{xy}) berücksichtigt.

Geht man von schichtweise konstanten Materialparameter aus, wie es bei BSP üblich ist, lässt sich das gegebene Integral als Summe aller Eigensteifigkeitswerte und der sogenannten „Steiner Anteile“ anschreiben. In nachfolgender Tabelle ist die Steifigkeitsermittlung einer 5-schichtigen BSP-Platte dargestellt.

Tab. 2—1 Tabellarische Ermittlung der Beigesteifigkeit einer 5-schichtigen BSP-Platte [6]

i	α	t_i	e	Eigentragheitsanteil	STEINER-Anteil
5	0	E_0	e_1	$E_0 \cdot t_1^3/12$	$E_0 \cdot t_1/e_1^2$
4	90	E_{90}	e_2	$E_{90} \cdot t_2^3/12$	$E_{90} \cdot t_2/e_2^2$
3	0	E_0	e_3	$E_0 \cdot t_3^3/12$	0
2	90	E_{90}	e_2	$E_{90} \cdot t_2^3/12$	$E_{90} \cdot t_2/e_2^2$
1	0	E_0	e_1	$E_0 \cdot t_1^3/12$	$E_0 \cdot t_1/e_1^2$

$B_x = \sum \text{Eigentragheitsanteil} + \sum \text{STEINER-Anteile}$



Schubsteifigkeiten (vgl. [6])

Wie bereits in Abschnitt 1-1 erwähnt, sind die Querlagen von BSP schubweich. Dies führt zu geringen Schubsteifigkeiten S_x und S_y . Da die Schubverformung bis zu 20% der Gesamtverformung ausmachen kann, empfiehlt es sich, die Schubdeformation bei der Bemessung insbesondere bei der Berechnung der Durchbiegung zu berücksichtigen.

Mit den Verformungen ($w(x,y), \varphi_x(x,y), \varphi_y(x,y)$) kann das kinematische Verhalten nicht exakt abgebildet werden. Deshalb werden Grundwerte für die beiden Schubsteifigkeiten S_x und S_y ermittelt. Die zugrunde gelegte Theorie geht von einem konstanten Schubverlauf über die gesamte Querschnittshöhe aus. Dies entspricht jedoch nicht dem realen Verlauf. Aus diesem Grund werden die Schubsteifigkeiten mittels sog. Schubkorrekturfaktoren κ_x und κ_y adaptiert.

Somit können die Grundwerte der Schubsteifigkeiten S_x und S_y durch Aufsummieren der Produkte der Einzelschichtdicken t_i mit den zugehörigen Schubmodulen $G_{x,i}$ und $G_{y,i}$, gebrochen durch den Schubkorrekturwert κ_x und κ_y definiert werden.

$$S_x = \frac{\sum_i G_{x,i} \cdot t_i}{\kappa_x} \quad (10)$$

$$S_y = \frac{\sum_i G_{y,i} \cdot t_i}{\kappa_y} \quad (11)$$

Die Schubkorrekturfaktoren werden über die im Querschnitt vorhandenen Schubspannungen, welche im Gleichgewicht mit den Biegespannungen sind, bestimmt (siehe nachfolgende Abbildung).

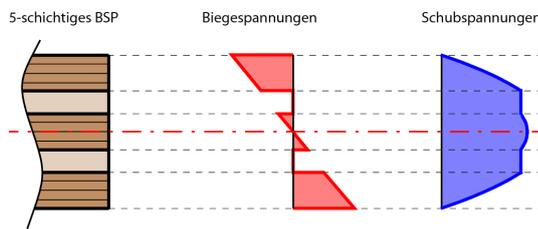


Abb. 2-1—5 Biegespannungs- und Schubspannungsverlauf einer 5-schichtigen BSP-Platte [6]

Für den 1m-BSP-Plattenstreifen lauten die Gleichungen für die Schubkorrekturfaktoren κ_x und κ_y wie folgt:

$$\frac{\kappa_x}{\sum_i G_{x,i} \cdot t_i} = \frac{1}{B_x^2} \cdot \int_{z=-\frac{t_{cft}}{2}}^{z=\frac{t_{cft}}{2}} \left[\int_{s=-\frac{t_{cft}}{2}}^{s=z} E_x(s) \cdot s \, ds \right]^2 \frac{dz}{G_x(z)} \quad (12)$$

$$\frac{\kappa_y}{\sum_i G_{y,i} \cdot t_i} = \frac{1}{B_y^2} \cdot \int_{z=-\frac{t_{cft}}{2}}^{z=\frac{t_{cft}}{2}} \left[\int_{s=-\frac{t_{cft}}{2}}^{s=z} E_y(s) \cdot s \, ds \right]^2 \frac{dz}{G_y(z)} \quad (13)$$

Für die Schubkorrekturfaktoren ist ein doppeltes Integral zu lösen. Die Integrale innerhalb der eckigen Klammer entsprechen den an die geschichtete Struktur angepassten statischen Momente, welche zur Berechnung der Schubspannungen notwendig sind. Wertet man die gegebenen Gleichungen unter der Annahme $G_{\parallel}/G_R = 10$ (Verhältnis zwischen Schub in Faserichtung und Rollschubmodul) aus, so erhält man für 3-, 5- und 7-schichtige BSP-Platten mit einheitlichen Schichtdicken folgende Schubkorrekturfaktoren.

Tab. 2—2 Schubkorrekturfaktoren κ_{10} von BSP-Platten mit gleichen Schichtstärken [6]

Schichtanzahl	κ_x	κ_x
3	4,854	1,440
5	4,107	5,316
7	3,873	4,364

Aus Tab. 2—2 ist ein abweichender κ_y -Wert für die 3-schichtige BSP-Platte ersichtlich. Dies lässt sich aufgrund der modellbedingten Einschichtplatte der Nebentragsrichtung (Mittellage) mit dem bekannten Schubkorrekturfaktor für Rechtecksquerschnitte $\kappa = 6/5$ erklären.

Das Verhältnis der Schubmoduln $G_{\parallel}/G_R = 10$ findet man in Normen, wie z.B. der DIN1052 [4] oder der EN338 [12]. In den einzelnen Produktzulassungen bzw. in den europäisch technischen Bewertungen (ETB/ETA) von BSP finden sich meist konkrete Angaben zu den Schubmoduln z.B. ETA 08/0138 [13] $G_{\parallel} = 690 \text{ N/mm}^2$. Des Weiteren verweisen einige Zulassungen beispielsweise Z-9.1-680 [14] auf die Steifigkeitseigenschaften von BSH, womit die Werte der DIN 1053 [4] bzw. ON EN 1194 [15] mit $G_{\parallel} = 720 \text{ N/mm}^2$ zu tragen kommen. Für den Rollschubmodul wird meist ein konstanter Wert $G_R = 50 \text{ N/mm}^2$ angeführt. Im nationalen Anhang des EC5 [3] Anhang K wird auf einen Rollschubmodul von $G_R = 65 \text{ N/mm}^2$ verwiesen. ERHART ET AL. haben in [16] den Rollschubmodul und -festigkeit in Bezug auf BSP für verschiedene europäische Holzarten untersucht. Die Materialprüfung sowie die Parameterstudie haben ergeben, dass der Rollschubmodul für Fichte tendenziell höher liegt als in den einschlägigen Zulassungen und technischen Bewertungen verankert. Der Rollschubmodul für Fichte wurde in [16] mit $G_R = 100 \text{ N/mm}^2$ bei Lamellenbreite zu Lamellenstärke $a/t_l \geq 4$ festgelegt. Dies kann damit begründet werden, dass in den Anfangsjahren für die BSP-Produktion sog. Seitenware mit vorwiegend liegenden Jahresringen und somit geringen Rollschubmodul verarbeitet wurde. Die Massenproduktion erfordert jedoch einen eigenen Einschnitt, womit Lamellen mit vorwiegend stehenden Jahresringen verarbeitet werden.

Für den ungünstigen Fall von $G_{\parallel}/G_R = 720/50 = 14,4$ ergeben sich die in Tab. 2—3 gegebenen Schubkorrekturwerte.

Tab. 2—3 Schubkorrekturfaktoren $\kappa_{14,4}$ von BSP-Platten mit gleichen Schichtstärken [6]

Schichtanzahl	κ_x	κ_x
3	6,732	1,367
5	5,652	7,174
7	5,313	5,902

Der Vergleich von Tab. 2—2 und Tab. 2—3 zeigt, dass die Schubkorrekturfaktoren (κ_y für 3-schichtige Platten ausgeschlossen) in etwa proportional zum Verhältnis G_{\parallel}/G_R steigen. Damit

können die Schubkorrekturfaktoren für ein beliebiges Verhältnis G_{\parallel}/G_R zur Abschätzung linear interpoliert werden.

$$\kappa_{(G_{\parallel}/G_R)} = \kappa_{10} + \frac{\kappa_{14,4} - \kappa_{10}}{4,4} \cdot \left(\frac{G_{\parallel}}{G_R} - 10 \right) \tag{14}$$

Bisher wurden sämtliche Korrekturfaktoren nur für konstante Schichtdickenverhältnisse angegeben. Der Schubkorrekturfaktor ist jedoch ebenfalls vom Verhältnis der Längslagen- zu Querlagendicken (t_L/t_Q) abhängig. Industriell gefertigte BSP-Platten weisen in der Regel ungleiche Schichtdicken auf. Hier kann der Aufbauparameter ($t_{L,mean}/t_{Q,mean}$) gemittelt werden.

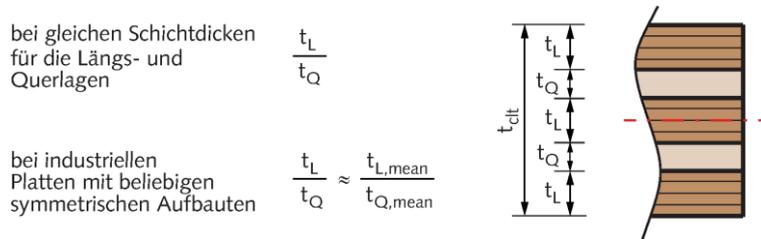


Abb. 2-1—6 Definition des Aufbauparameters t_L/t_Q [6]

In Abb. 2-1—7 sind Schubkorrekturfaktoren der Haupttragrichtung (κ_x) für 5-, und 7-schichtige BSP-Platten angegeben. 3-schichtige Platten sind aufgrund geringer Relevanz bei Deckensystemen nicht angegeben. Der Aufbauparameter (t_L/t_Q) erstreckt sich von 0,5 bis 2,0. Zusätzlich sind auch Schubkorrekturfaktoren für industriell gefertigte BSP-Platten mit Schubmodulverhältnis (G_{\parallel}/G_R) nach den entsprechenden Produktzulassungen in den Abbildungen eingetragen. Die dargestellten Kurven zeigen die „best-fitting“ Polynomfunktionen für die Aufbauparameter ($t_L/t_Q = 0,5$ bis 2,0) mit einem Schubmodulverhältnis G_{\parallel}/G_R von 10,0 und 14,4.

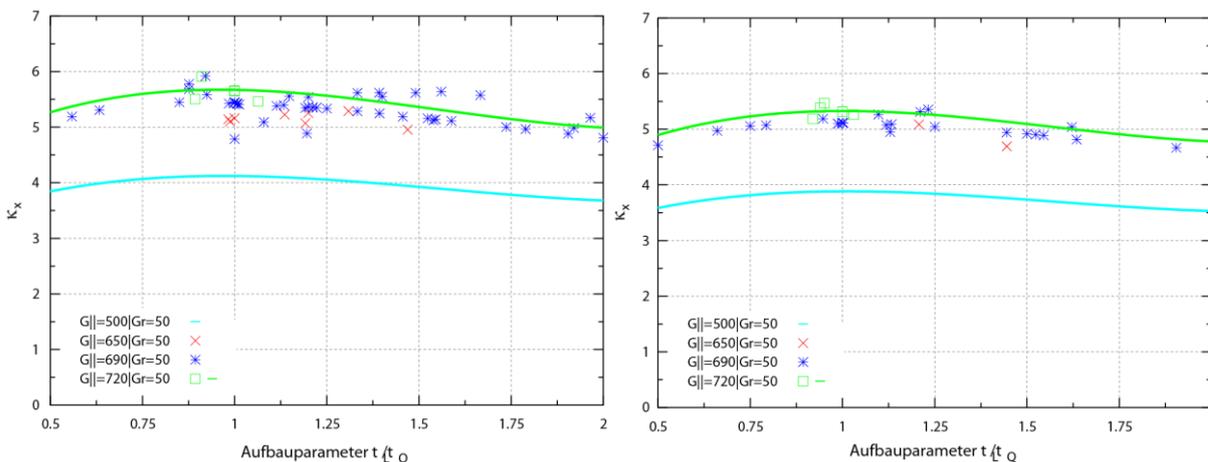


Abb. 2-1—7 Verlauf der Schubkorrekturfaktoren für 5-, und 7-schichtiges BSP unter Variation von t_L/t_Q [6]

Drillsteifigkeit (vgl. [6])

Ansatz für strukturell bedingte Orthotropie nach GIRKMANN [10]

Kommerzielle Programme bieten zwar Module zur Definition von orthotroper Platten an, diese Eingabe ist aber meist für Platten mit strukturell bedingter Orthotropie, wie sie bei Fahrbahnplatten auftritt, bestimmt. Die Drillsteifigkeit wird häufig über nachfolgende Formel bestimmt:

$$D_{xy} = \frac{(1 - \sqrt{v_x v_y} \cdot \sqrt{B_x B_y})^*}{2} \quad (15)$$

Gleichung (16) lässt sich bei Vernachlässigung der Querkontraktion aus der in [10] publizierte Gleichung (15) ableiten.

$$D_{xy} = G_{xy} \cdot \frac{\sqrt{t_x^3 \cdot t_y^3}}{12} \quad (16)$$

Drillsteifigkeit der homogenen BSP-Platte (mit Schmalseitenverklebung)

Holz besitzt ein orthotropes, elastisches Materialgesetz, dadurch ist die Schubsteifigkeit nicht mit den Normalspannungssteifigkeiten gekoppelt. Dies gilt auch für die über die Querschnittshöhe integrierten Plattensteifigkeiten. Die Drillsteifigkeit D_{xy} wird deshalb entkoppelt von den ausschließlich E-Modul gesteuerten Plattenbiegesteifigkeiten berechnet. Bei einer homogenen Platte mit orthotropen Material ergibt sich somit folgende Gleichung:

$$D_{xy} = \int_{-t_{cl}/2}^{t_{cl}/2} G_{xy} \cdot z^2 dz = \frac{G_{xy} \cdot t_{cl}^3}{12} \quad (17)$$

Der zweite ausintegrierte Teil der Gleichung setzt eine konstante Schubsteifigkeit G_{xy} über die gesamte Plattendicke voraus. Dies kann bei BSP nur bei Platten mit Schmalseitenverklebung und ohne Risse eingehalten werden, da nur dort Schubspannungen an den Brettschmalseiten übertragen werden können.

Kann keine völlig rissfreie bzw. seitenflächenverklebte Struktur garantiert werden, so ist die Drillsteifigkeit aus Gleichung (17), in Abhängigkeit der Schichtanzahl i und der Brettgeometrie t_i/a , abzumindern [17].

$$D_{xy}^* = \kappa_{BSP,P} \cdot D_{xy} = \kappa_{BSP,P} \cdot \frac{G_{xy} \cdot t_{cl}^3}{12} \quad (18)$$

Ansatz zur Drillsteifigkeit der BSP-Platte (ohne Schmalseitenverklebung) nach SILLY [17]

Die Drillsteifigkeit von inhomogenen BSP (ohne Schmalseitenverklebung) wird von der Schichtanzahl, den Fugen und der Brettgeometrie beeinflusst. SILLY hat im Rahmen seiner

* In [6] wurde Gleichung (15) fehlerhaft abgedruckt.

Diplomarbeit [17] die Drillsteifigkeit von BSP-Platten ohne Schmalseitenverklebung untersucht. Anhand eines geeigneten FE-Modells wurde der Einfluss der einzelnen Parameter (Schichtanzahl i , Brettgeometrieverhältnis t_i/a , Fugen u) erarbeitet und in Abminderungskurven dargestellt. Abb. 2-1—8 zeigt die Verformungsfigur des 5-schichtigen RPE (Repräsentatives Platten-Element) $t_i/a=0,2$ unter konstanter Drillbeanspruchung. Der praktisch-relevante Bereich liegt bei einem t_i/a -Verhältnis von 0,1 bis 0,25.

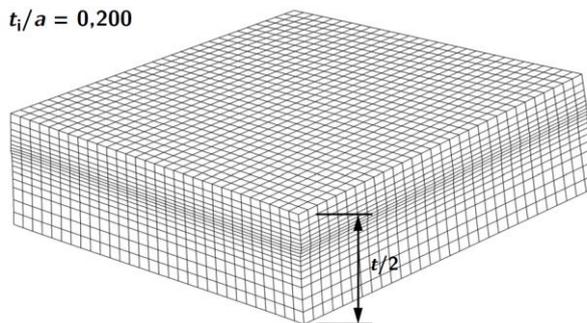


Abb. 2-1—8 Verformungsplot des 5-schichtigen RPE ($t_i/a = 0,2$) [17]

Die aus der numerischen Studie errechneten Drillsteifigkeiten wurden in Diagrammen (siehe Abb. 2-1—9) zusammengefasst. Der Brettparameter wird dazu logarithmisch skaliert auf der Abszisse und die zugehörigen Steifigkeitsverhältnisse D_{xy}^*/D_{xy} auf der Ordinate aufgetragen.

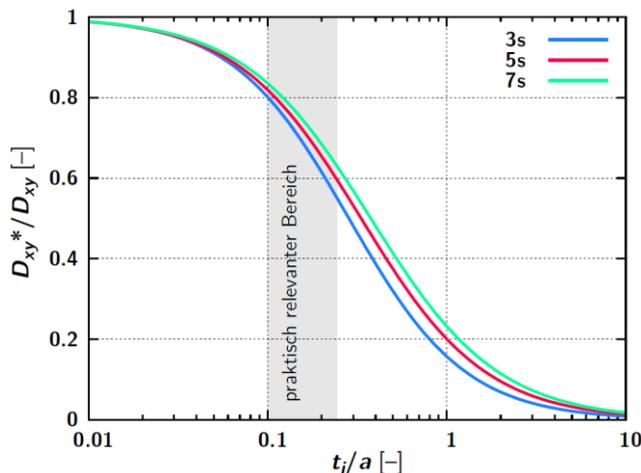


Abb. 2-1—9 Anpassungsfunktionen der 3-, 5- und 7-schichtigen BSP-Platte [17]

Aus der FE-Analyse lässt sich folgender Abminderungsfaktor $\kappa_{BSP,P}$ ableiten, welcher mit einer homogenen Fitting-Funktion bestmöglich an die numerischen Werte angepasst wird.

$$\kappa_{BSP,P} = \frac{D_{xy}^*}{D_{xy}} = \frac{1}{1 + 6 \cdot \alpha_{FIT} \cdot \left(\frac{t_i}{a}\right)^2} \quad (19)$$

mit $\alpha_{FIT} = p \cdot \left(\frac{t_i}{a}\right)^q$ *

In Tab. 2—4 sind Parameter für 3-, 5- und 7-schichtige BSP-Platten zur Anpassung der Drillsteifigkeit an die FE-Lösung dargestellt. Mit der Anpassungsfunktion kann somit die Drillsteifigkeit unabhängig der Brettgeometrie und für jede beliebige Festigkeitsklasse bzw. beliebigen Schubmodul bestimmt werden.

Tab. 2—4 Parameter der 3-, 5- und 7-schichtigen BSP-Platte zur Anpassung der Funktion an die numerische Lösung[17]

Parameter	3-schichtig	5-schichtig	7-schichtig
p	0,89	0,67	0,55
q	-0,67	-0,74	-0,77

Bei der dargestellten numerischen Studie wurden wiederum ausschließlich BSP-Platten mit gleichen Schichtdicken t_i untersucht. Wie bereits im Abschnitt „Schubsteifigkeiten“ erwähnt, werden BSP-Platten meist mit unterschiedlichen Schichtdicken aufgebaut. Um die Auswirkung von unterschiedlichen Schichtdicken auf die Drillsteifigkeit zu ermitteln, wurde analog zu den Schubsteifigkeiten der Aufbauparameter t_L/t_Q von 0,5 bis 2,0 variiert. Die maximale Abweichung zu BSP-Platten mit konstanten Schichtdickenverhältnisse ergab 11%. Diese Differenz kann aufgrund des untergeordneten Einflusses der Drillsteifigkeit auf die Ergebnisse der 2D-Plattenrechnung unberücksichtigt bleiben.

Allgemein kann festgehalten werden, dass sich der Abminderungsfaktor für 3-, 5- und 7-schichtiges Brettsperrholz ohne Schmalseitenverklebung je nach Brettparameter mit 0,6 bis 0,8 angegeben werden kann. (siehe Abb. 2-1—9).

2-2 VERSAGENSFORMEN UND MATERIALFESTIGKEITEN VON BRETTSPERRHOLZ

Für Brettsperrholzplatten unter Gleichlast ergeben sich die nachfolgenden Versagensformen bei einer Beanspruchung quer zur Plattenebene, welchen die entsprechenden Materialfestigkeiten gegenübergestellt werden können.

* In [6] wurde α_{FIT} aus Gleichung (19) fehlerhaft abgedruckt.

2-2.1 Biegung aus der Plattenebene

Bei Biegung aus der Plattenebene gilt es die maximalen Biegerandspannungen nachzuweisen. Zur Ermittlung der Biegefestigkeit von BSP sind verschiedene Materialmodelle in der Literatur zu finden.

JÖBSTL ET AL. haben in [18] den Systemeffekt und das Tragverhalten von Brettsperrholz untersucht und nachfolgenden Vorschlag für die Biegefestigkeit von BSP in Anlehnung an das Trägermodell von BSH (Brettschichtholz) mit gleichem Volumen bzw. gleicher Referenz-Querschnittsabmessungen gegeben:

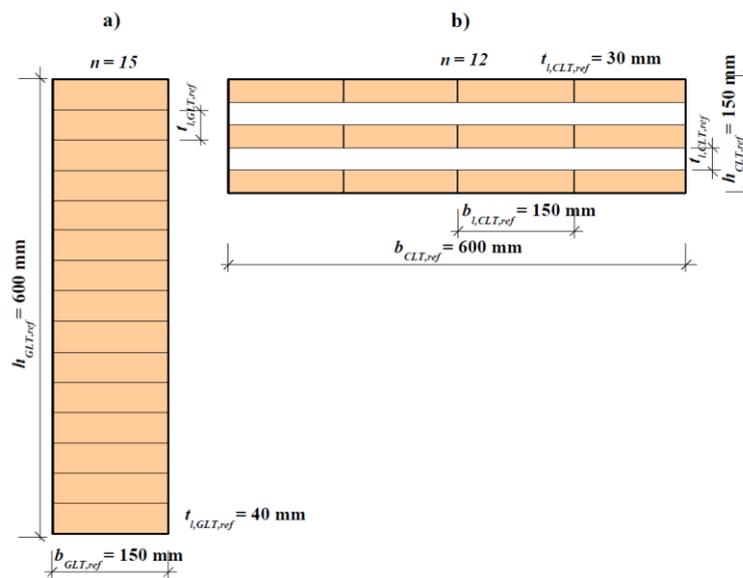


Abb. 2-2—1 Referenzquerschnitte für BSH a) und für BSP b) [19]

$$f_{m,CLT,05} = \underbrace{k_{sys,CLT} \cdot k_{CLT,GLT} \cdot k_h}_{k_{CLT}} \cdot \underbrace{1,06 \cdot (1,4 + 4 \cdot COV_t)}_{-f_{m,GLT,k}} \cdot f_{t,0,l,05}^{0,8} \quad (20)$$

$$k_h = \left(\frac{600}{h}\right)^{0,1} = \left(\frac{600}{150}\right)^{0,1} = 1,15 \quad (21)$$

Es bedeuten:

$f_{m,CLT,05}$...	5% Fraktile des Bemessungswertes der Biegefestigkeit von BSP [N/mm ²]
$k_{sys,CLT}$...	Systembeiwert für BSP = 1,1 bei mehr als 4 parallel wirkenden Lamellen [-]
$k_{CLT/GLT}$...	Beiwert zur Berücksichtigung der reduzierten homogenen Tragwirkung = 0,94 [-] aus [18]
k_h	...	Höhenbeiwert = 1,15 (für das Referenzelement h = 150 mm) [-]
COV_t	...	Variationskoeffizient für die Zugfestigkeit der Rohlamellen [-] = 0,25 für maschinell sortiertes Rohmaterial = 0,35 für visuell sortiertes Rohmaterial
$f_{t,0,l,05}$...	5% Fraktile der Zugfestigkeit des Grundmaterials in Faserrichtung [N/mm ²]

Aus Abb. 2-2—2 kann entnommen werden, dass der Systembeiwert k_{sys} bei über vier parallel wirkenden Lamellen ($n \geq 4$) konservativ mit 1,1 angenommen wird.

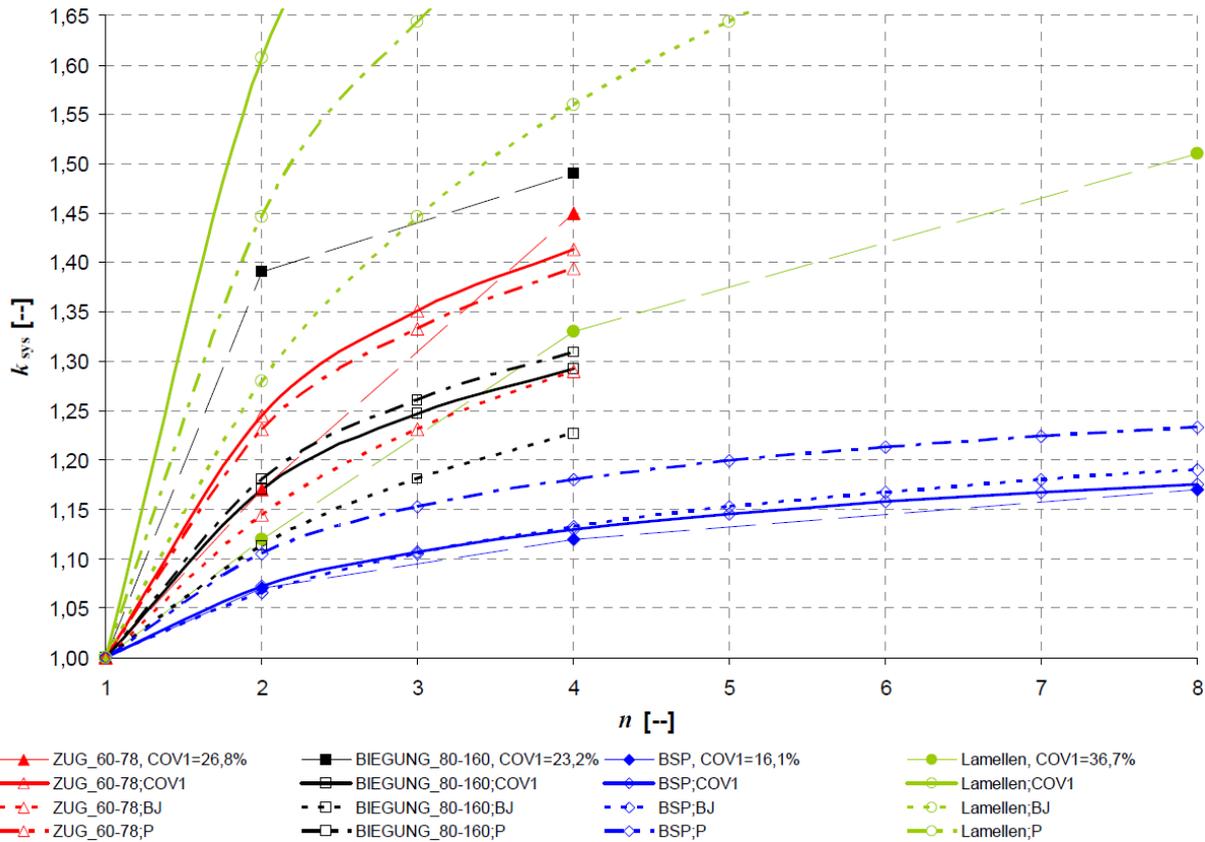


Abb. 2-2—2 Gegenüberstellung der Systembeiwerte k_{sys} aus Versuchsdaten mit verschiedenen Modellen der Systemwirkung [20]

Fasst man sämtliche Modifikationsbeiwerte aus Gleichung (20) zusammen erhält man für $k_{CLT} = 1,1 \cdot 0,94 \cdot 1,15 = 1,189$. Unter Berücksichtigung eines höheren Systembeiwertes kann somit ein verschmierter Modifikationsbeiwert mit $k_{CLT} = 1,20$ angenommen werden.

Die Biegefestigkeit von BSP lässt sich somit vereinfacht in Abhängigkeit der Biegefestigkeit von BSH (GL24 nach [15] bzw. [21]) wie folgt errechnen:

$$f_{m,CLT,k} \approx \underbrace{1,2}_{k_{CLT}} \cdot \underbrace{24}_{f_{m,GL24,k}} = 28,8 \text{ N/mm}^2 \quad (22)$$

UNTERWIESER und SCHICKHOFER haben in [19] einen Vorschlag für eine zukünftige Normung (ursprünglich DRAFT EN 16351:2012 [22]; aktuell aufgenommen im Entwurf zur EN 1995-1-1) für die Bestimmung ausgewählter mechanischer Eigenschaften von BSP erarbeitet und basierend auf dem in [18] publizierten Modell die Biegefestigkeit von BSP wie folgt angegeben:

$$f_{m,CLT,k} = k_{m,CLT} \cdot f_{t,0,l,k}^{0,8} \quad (23)$$

$$k_{m,CLT} = k_{sys,CLT} \cdot k_{CLT/GLT} \cdot k_{h,CLT} \cdot k_{CV,t} = \begin{cases} 3,0 & \text{bei } CV[f_{t,0,l}] = 25\% \pm 5\% \\ 3,5 & \text{bei } CV[f_{t,0,l}] = 35\% \pm 5\% \end{cases} \quad (24)$$

Es bedeuten:

- $f_{m,CLT,k}$... charakteristischer Bemessungswertes der Biegefestigkeit von BSP [N/mm²]
- $k_{m,CLT}$... Modifikationsbeiwert für die Biegefestigkeit von BSP [-]
 = 3,00 für maschinell sortiertes Grundmaterial, $CV[f_{t,0,l}] = 25\% \pm 5\%$
 = 3,50 für visuell sortiertes Grundmaterial, $CV[f_{t,0,l}] = 35\% \pm 5\%$
- $f_{t,0,l,k}$... charakteristischer Bemessungswertes
 der Zugfestigkeit des Grundmaterials in Faserrichtung [N/mm²]
- $k_{sys,CLT}$... Systembeiwert für BSP = 1,1 für $n_{toplayer} \geq 4$ [-]
- $k_{CLT/GLT}$... Beiwert zur Berücksichtigung der reduzierten homogenen Tragwirkung [-]
- k_h ... Höhenbeiwert (für das BSP-Referenzelement $h = 150$ mm) [-]
- $k_{CV,t}$... Faktor zur Berücksichtigung der Streuung der Zugfestigkeit der Rohlamellen [-]

Die nachfolgende Tabelle stellt die Biegefestigkeit von BSP unter Berücksichtigung der Streuung des Grundmaterials (T14 nach ÖNORM EN 338 [12]) gegenüber:

Tab. 2—5 Charakteristische Biegefestigkeit von BSP der Klassifizierung CL 24

5-schichtiges BSP, $b_{CLT,ref} = 600$ mm, $h_{CLT,ref} = 150$ mm		
Festigkeitsklasse CL 24, Grundmaterial T14 nach [12] bzw. [21]		
$f_{t,0,l,k}$	Grundmaterial $CV[f_{t,0,l}]$	
[N/mm ²]	25% ± 5%	35% ± 5%
14,00 N/mm ²	$f_{m,CLT,k} = 3,0 \cdot 14,0^{0,8} = 24,8$ N/mm ²	$f_{m,CLT,k} = 3,5 \cdot 14,0^{0,8} = 28,9$ N/mm ²

Des Weiteren wird in [19] vorgeschlagen, einen Höhenfaktor $k_{h,CLT}$ zur Berücksichtigung Effekte aus Schichtanzahl $n \neq 5$ und ungleichmäßiger Schichtstärken entsprechend Gleichung (25) anzuwenden.

$$k_{h,CLT} = (150/h)^{0,1} \tag{25}$$

Nachfolgender Tabelle können Biegefestigkeiten von BSP diverser Hersteller nach deren bautechnischen Zulassungen bzw. technischen Bewertungen (ETA/ETB) entnommen werden. Der charakteristische Bemessungswert der Biegefestigkeit ist entsprechend für vier bzw. sieben parallel wirkenden Lamellen ($n=4$ und $n=7$ bzw. $b=1$ m) ausgewertet.

Tab. 2—6 Biegefestigkeiten von BSP diverser Hersteller nach den technischen Zulassungen

Zulassung	Formel lt. Zulassung	Systembeiwert	Grundwert	Bemessungswert	
		k_{sys}	$f_{m,k}$	$f_{m,CLT,k}$ n = 4 b = 0,6 m	$f_{m,CLT,k}$ n = 7 b = 1 m
		[]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]
ETA-06/138 [13]	$f_{m,CLT,k} = k_{sys} \cdot f_{m,k}$	0,9; 1,0; 1,05; 1,1 ^{a)}	24,0	24,0	24,0
ETA-06/0009 [23]	$f_{m,CLT,k} = k_{sys} \cdot f_{m,k}$	$\min\{1,1; 1,0 + 0,025 \cdot n\}$	24,0 [C24]	26,4	26,4
ETA-09/0036 [24]	$f_{m,CLT,k} = k_{sys} \cdot f_{m,k}$ ^{b)}	$\min\{a_{CLT} \cdot f_{t,0,k}^{0,8}; 1,2 \cdot f_{m,k}\}$	24,0 [C24]	24,0	28,8
ETA-10/0241 [25]	$f_{m,CLT,k} = f_{m,k}$	-	24,0 [C24]	24,0	24,0
ETA-11/0189 [26]	$f_{m,CLT,k} = k_{sys} \cdot f_{m,k}$	$\min\{1,2; 1,0 + 0,025 \cdot n\}$	24,0 [C24]	26,4	28,2
ETA-12/0281 [27]	$f_{m,CLT,k} = 1/k_{sys} \cdot f_{m,k}$	$\max\{1,0; 1,1 - 0,025 \cdot n\}$	26,4	26,4	26,4
ETA-14/0349 [28]	$f_{m,CLT,k} = 1/k_{sys} \cdot f_{m,k}$	$\max\{1,0; 1,1 - 0,025 \cdot n\}$	26,4 [C24]	26,4	26,4
Z-9.1-680 [14]	$f_{m,CLT,k} = k_{sys} \cdot f_{m,k}$	$\min\{1,1; 1,0 + 0,025 \cdot n\}$	24,0 [C24]	26,4	26,4

^{a)} in [13] wird der Systembeiwert k_{sys} für die Plattentragwirkung bauteilbreitenabhängig angegeben

^{b)} lt. [24] kann eine erhöhte Biegefestigkeit erst ab einer Elementbreite von $b \geq 1$ m in Rechnung gestellt werden

Der Tab. 2—6 kann entnommen werden, dass sich Systemeffekte aufgrund der Anzahl an parallel wirkenden Lamellen (siehe Abb. 2-2—2) in den herstellereigenen Zulassungen zum Großteil widerspiegeln.

2-2.2 Transversal-Schub bzw. Rollschub aus der Plattenebene

Die Schubfestigkeit von BSP in Faserrichtung aus der Plattenebene kann aufgrund der untergeordneten Bedeutung des Nachweises ohne genauere Betrachtung entsprechend der Schubfestigkeit von BSH nach EN 14080 [21] mit $f_{v,CLT,k} = 3,5$ N/mm² festgelegt werden. Der Rissfaktor kann mit $k_{cr} = 1,0$ angenommen werden.

Die Rollschubfestigkeit von BSP ist von der Brettgeometrie, dem Sägemuster (Jahrringverlauf) der Rohlamelle sowie vom Produktionsvorgang (Schmalseitenverklebung, Entlastungsnuten) abhängig. Bei geringen Brettgeometrieverhältnissen Brettbreite zu Brettstärke (a/t) reduziert sich die Rollschubfestigkeit aufgrund der Interaktion von Rollschubspannungen mit Querspannungen. Wie bereits in 2-1.4 erwähnt, haben ERHART ET AL. in [16] die Rollschubeigenschaften diverser europäischer Holzarten in Bezug auf BSP untersucht und die Rollschubfestigkeit für Fichte wie folgt festgelegt:

$$f_{r,CLT,k} = \begin{cases} 1,40 & \text{bei } a/t \geq 4/1 \\ 0,8 & \text{bei } a/t < 4/1 \end{cases} \text{ N/mm}^2 \quad (26)$$

Zur Festlegung der Rollschubfestigkeit von BSP ist anzumerken, dass die auf Rollschub beanspruchten Querlagen zum planmäßigen Auf- bzw. Abbau der Normalspannungen über den Querschnitt benötigt werden. Versagt eine Lamelle aufgrund zu geringer bzw. überschätzter

Rollschubfestigkeit, kommt es zu einer außerplanmäßigen Normalspannungsverteilung über den Querschnitt, welche zum Versagen des Gesamtquerschnittes führt

2-2.3 Drillbeanspruchung der 2D BSP-Platte

Betrachtet man BSP-Platten mit zweidimensionaler Tragwirkung, so kommen zu Biegung und Schub aus der eindimensionalen Tragwirkung selbige in Nebentragrichtung sowie die Verdrillung hinzu. Aktuell wird an einem Modell bzw. einem Nachweisverfahren für die Drillfestigkeit von BSP an der *holz.bau forschungs gmbh* gearbeitet. Anzumerken ist, dass die Drillfestigkeit bei BSP-Platten eine untergeordnete Rolle spielt. Die verhältnismäßig geringe Drillsteifigkeit im Vergleich zur Biegesteifigkeit von BSP führt zu vorwiegender Biegebeanspruchung und zur geringen Drillbeanspruchung der Platte.

2-3 SONDERFALL PUNKTUELL BEANSPRUCHETE BSP-PLATTEN

Die punktuelle Beanspruchung von BSP-Platten stellt einen Sonderfall für die Bemessung dar. Eine lokale Betrachtung von Tragverhalten und Versagensmechanismen ist notwendig, um die entsprechenden Nachweise für das lokal beanspruchte Volumen führen zu können.

2-3.1 Versagensformen punktuell beanspruchter BSP-Platten

Vorliegende Forschungsarbeiten in Bezug zum Tragverhalten, der mechanischen Analyse und Prüfung von BSP mit punktförmiger Beanspruchung wie beispielsweise CZADERSKI ET AL. [29] und HOCHREINER ET AL. [30] stützen die Hypothese, dass bei punktgestützten BSP-Elementen in praxisrelevanten Fällen überwiegend ein Biegezugversagen der Decklamellen über der Krafteinleitung auftreten wird [5]. Des Weiteren schreibt RIEBENBAUER in den Kommentaren zur technischen Zulassung der KLH Massivholz GmbH (ETA-06/0138 [13]) [31], dass es kein Durchstanzversagen analog dem Stahlbetonbau bei BSP gibt, da hier ein reines (Roll-) Schubversagen auftritt.

MESTEK hat im Rahmen seiner Dissertation [32] an der TU München Schubverstärkungen bei lokalen Lasteinleitungen (Durchstanzproblemen) an 7-schichtigen BSP-Platten untersucht. Der Fokus der Arbeit lag dabei auf der Abklärung der (Schub-) Tragfähigkeit im lokalen Bereich der Lasteinleitung bzw. der sog. „Durchstanzbeanspruchung“ von BSP-Elementen. Neben Prüfungen ohne Schubverstärkungen (#3) hat MESTEK weitere Prüfungen (#3) mit Schubverstärkungen durchgeführt.

Aufbauend auf den genannten Arbeiten wurden an der *holz.bau forschungs gmbh* im Zuge des COMET K-Projektes focus sts mehrere Parameterstudien und Versuchsreihen in Bezug auf punktgestützte BSP-Platten zur Wahl der Prüfkonfigurationen erarbeitet und durchgeführt. Die darauf aufbauenden und durchgeführten Versuchsreihen gliederten sich in Biegeprüfungen

an 1D-Plattenstreifen, Prüfkongfiguration mit prognostiziertem (Roll-) Schubversagen und Prüfkongfiguration mit prognostiziertem Biegeversagen [5].

Im Folgenden werden die Prüfkongfiguration mit prognostiziertem (Roll-) Schubversagen und mit prognostiziertem Biegeversagen erläutert bzw. die Ergebnisse zusammengefasst, da diese die möglichen Versagensmechanismen von punktgestützten BSP-Platten widerspiegeln. Die genaue Prüfkongfigurationen und Versuchsdurchführungen sowie die detaillierten Prüfergebnisse können [5] entnommen werden.

Prüfserie - punktgestützte Platten mit prognostiziertem Schubversagen („Durchstanzprüfungen“) (vgl. [5])

Kongfiguration und Durchführung

Die Prüfungen mit prognostiziertem (Roll-) Schubversagen erfolgten anhand der Prüfkongfiguration, welche im Vorfeld anhand numerischer Studien erarbeitet wurde. Die Prüfkörper wurden mittels vierseitiger, linienförmiger Lagerung mit 60 mm Auflagerbreite gestützt. Die Lastaufbringung erfolgte von unten mittels eines Hydraulikzylinders. Die Messung des Kolbenweges erfolgte mittels induktiver Tauchanker (WA100_1 und WA100_2). Um weitere Erkenntnis über das Last-Verformungsverhalten zu erhalten, wurden weitere 4 Tauchanker (WA50_1 bis WA50_4) am Prüfkörper montiert. Die Positionierung der Tauchanker sowie weitere Details der Prüfkongfiguration können Abb. 2-3—1 entnommen werden.

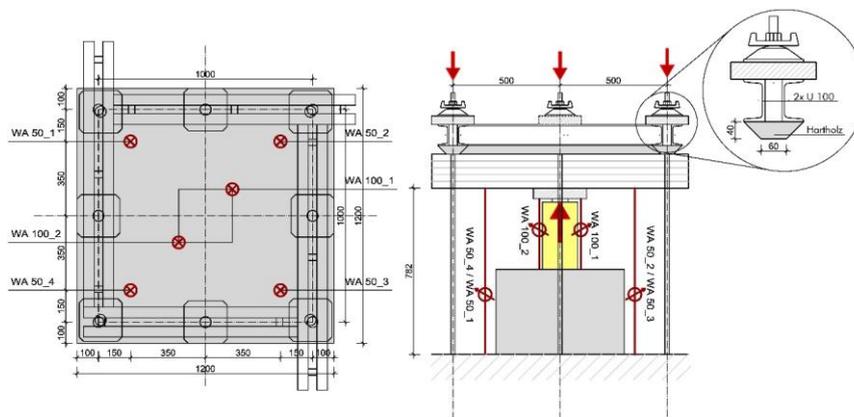


Abb. 2-3—1 Übersichtsskizze Prüfkongfiguration mit prognostiziertem Roll-Schubversagen (Maße in mm) [5]

Die Krafteinleitung erfolgte über eine quadratische Stahlplatte ($a = 250 \text{ mm}$; $t = 40 \text{ mm}$). Zusätzlich wurde darunterliegend eine Querdruckverstärkung bestehend aus 25 Vollgewindeschrauben ($\varnothing 12/120 \text{ mm}$) ausgeführt. Dabei wurden die Vollgewindeschrauben nicht über die gesamte Prüfkörperhöhe eingedreht, um die vorwiegend auf Biegezug beanspruchten äußeren Lamellen nicht zu beeinflussen.

Mit dieser Kongfiguration wurden insgesamt 24 Prüfkörper (5-schichtige und 7-schichtige BSP-Platten) mit den Außenabmessungen $l/b = 1200/1200 \text{ mm}$ auf ihre Tragfähigkeit hin

untersucht. 12 Prüfkörper wurden in der Versuchsanstalt unter Laborbedingungen hergestellt, weitere 12 Elemente stammten von 2 verschiedenen BSP-Herstellern wobei die Elemente eines Herstellers mittels einer Vakuum-Pressen hergestellt wurden und die Lamellen somit Entlastungsnuten aufwiesen. Die Lamellen der Elemente des 2. Herstellers wiesen eine große Brettbreite $a \approx 230$ mm auf. Die BSP-Elemente beider Hersteller wurden industriell in der laufenden Produktion hergestellt [5]. Der nachfolgenden Tabelle können Prüfkörper und der dazugehörige Querschnittsaufbau entnommen werden:

Tab. 2—7 Übersicht Prüfkörperaufbau, Brettlagen und Brettgeometrien [5]

BSP	Hersteller	#Elemente	#Schichten	t_{ges}	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7
		[]	[]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
A_D5	Labor	6	5	162	34	30	34	30	34		
A_D7	Labor	6	7	166	19	30	19	30	19	30	19
B_D5	Produzent 1	4	5	162	34	30	34	30	34		
B_D7	Produzent 1	4	7	166	19	30	19	30	19	30	19
C_D7	Produzent 2	4	7	170	20	30	20	30	20	30	20
Summe		24									

Prüfergebnisse

Die Prüfergebnisse der Prüfserien mit prognostiziertem Rollschubversagen können Tab. 2—8 entnommen werden. Des Weiteren sind in Abb. 2-3—2 die Versuchsergebnisse (Bruchlast) in einem Boxplot zusammengefasst.

Tab. 2—8 Zusammenfassung der Ergebnisse der Prüfungen mit prognostiziertem Rollschubversagen [5]

Typ der BSP-Platte und Lagerungart			5-schichtige BSP-Platten		7-schichtige BSP-Platten		
Bezeichnung der Prüfserie			A_D-5s	B_D-5s	A_D-7s	B_D-7s	C_D-7s
Brettbreite a	Längslage	[mm]	235	230	235	230	181 (90) ¹⁾
	Querlage	[mm]	120	190/120	120	190	184 (90) ¹⁾
Brettdicke t	Längslage	[mm]	34	34	19	19	20
	Querlage	[mm]	30	30	30	30	30
Verhältnis a/t	Längslage	[]	6,91	6,76	12,4	12,1	9,05 (4,50) ¹⁾
	Querlage	[]	4,00	6,33/4,00	4,00	6,33	6,13 (3,00) ¹⁾
Prüfkörperanzahl (in der Auswertung)		[]	6	4	6	3	4
Holzfeuchte u	Mittelwert	[%]	11,7	11,3	12,1	10,0	11,0
	Var.-Koeff.	[%]	6,40	9,90	5,88	1,33	3,06

Rohdichte ρ	Mittelwert	[kg/m ³]	414	435	412	460	431
	Var.-Koeff.	[%]	4,13	5,03	5,46	5,20	6,60
Steifigkeit	Mittelwert	[kN/mm]	35,4	32,2	39,0	42,8	42,6
	Var.-Koeff.	[%]	4,28	3,80	4,40	7,29	6,90
Kraft bei 1. Anriß $F_{1.Anr.}$	Mittelwert	[kN]	328	289	350	(400) ²⁾	351
	Var.-Koeff.	[%]	6,90	5,76	4,17	(7,08) ²⁾	9,42
	5%-Quantil NV	[kN]	291	262	326	(353) ²⁾	296
	charakt. Wert nach EN 14358	[kN]	279	247	311	(320) ²⁾	273
maximale Kraft F_{max}	Mittelwert	[kN]	358	339	372	(408) ²⁾	366
	Var.-Koeff.	[%]	3,87	3,72	2,04	(4,70) ²⁾	5,85
	5%-Quantil NV	[kN]	335	318	360	(376) ²⁾	331
	charakt. Wert nach EN 14358	[kN]	318	296	331	(348) ²⁾	313

ANMERKUNGEN:

- ¹⁾ Die Klammerwerte geben die Abmessungen bzw. b/t -Verhältnisse unter Berücksichtigung der Entlastungsnuten an.
- ²⁾ Die entsprechenden Werte der Prüferie B_D-7s gelten mit Bezug auf die Bruchursache „Biegebruch“.

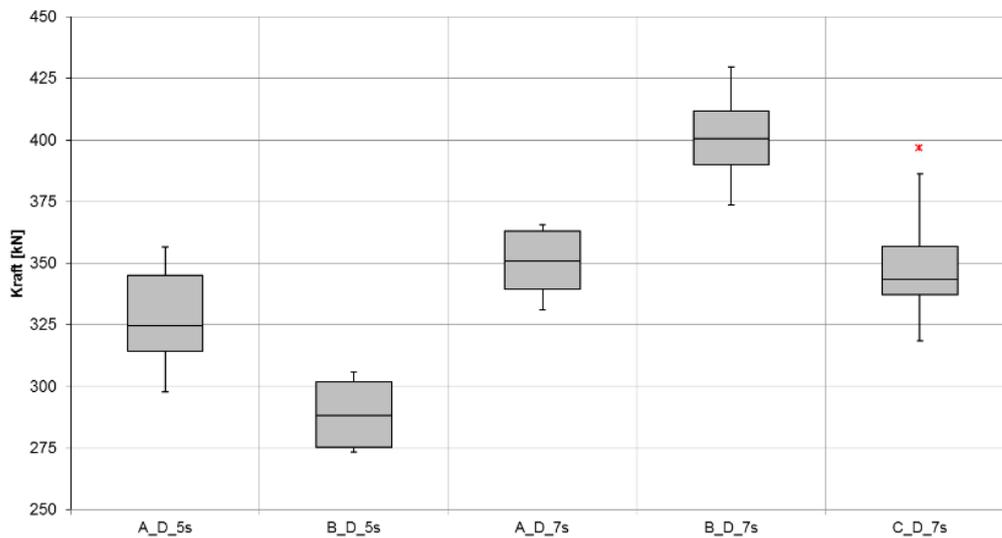


Abb. 2-3—2 Darstellung der Ergebnisse der Versuchsreihe mit prognostiziertem Rollschubversagen als Boxplot [5]

Als primäre Versagensformen konnten bei gegebener Prüfkfiguration mit prognostiziertem (Roll-) Schubversagen folgende 3 Versagensformen beobachtet werden:

- Versagen zufolge Rollschub in der Mittellage

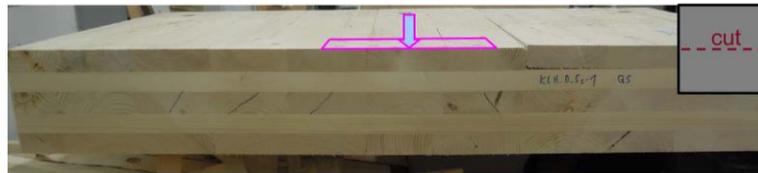


Abb. 2-3—3 Rollschubversagen der Mittellage des Prüfkörpers B_D5s-1 [33]

- Versagen zufolge Rollschub und Biegung

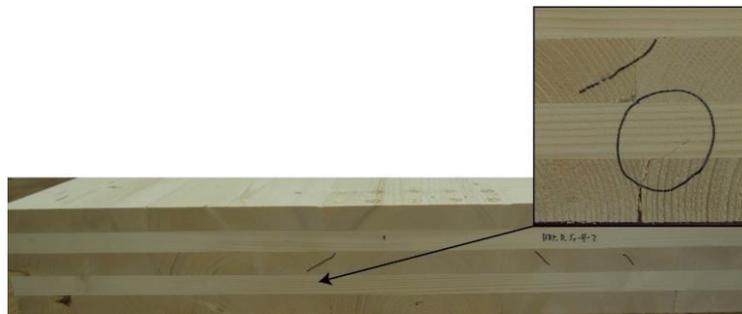


Abb. 2-3—4 Rollschubversagen und Biegebruch im Bereich der Lasteinleitung des Prüfkörpers A_D5s-2 [5]

- Versagen zufolge Biegezug in der Decklage



Abb. 2-3—5 Biegezugversagen in der Decklage des Prüfkörpers B_D_5s-4 [33]

Sekundär wurden folgende Versagen beobachtet:

- Schubversagen der Außenlage



Abb. 2-3—6 Schubversagen in der Außenlage des Prüfkörpers B_D_5s-1 [33]

- Versagen zufolge Zug quer zur Faser im Randbereich



Abb. 2-3—7 Querzugversagen im Randbereich des Prüfkörpers A_D_5s-2 [33]

Prüfserie - punktgestützte Platten mit prognostiziertem Biegeversagen (vgl. [5])

Konfiguration und Durchführung

Die Prüfungen mit prognostiziertem Biegeversagen wurden mit insgesamt neun großformatigen Prüfkörpern (2700 x 4200 mm) untersucht. Es wurden drei 5-schichtige Prüfkörper, drei 7-schichtige Platten des Herstellers I (Prüfserie B) sowie drei 7-schichtige Platten des Herstellers II (Prüfserie C) geprüft, wobei es sich hier um, den vorangegangenen Prüfungen idente Querschnittsaufbauten, handelte (siehe Tab. 2—7).

Die Durchführung der Prüfungen erfolgte analog zu jenen Prüfungen mit prognostiziertem Rollschubversagen. Insgesamt wurden an den Prüfkörpern zehn induktive Tauchanker (WA-50 und WA-100) angebracht (siehe Abb. 2-3—8 und Abb. 2-3—9). Ansonsten wurde das

identen Prüfequipment gemäß den vorangegangenen Prüfungen mit prognostiziertem Rollschubversagen verwendet. Auch für diese Prüfkonfiguration wurde eine Querdruckverstärkung mittels 25 Vollgewindeschrauben ($\varnothing 12/120$ mm) rechtwinklig zur Ebene unter der Lasteinleitungsplatte (250/250/40 mm) ausgeführt.

Die Prüfkonfiguration der 5-schichtigen Platten entspricht einer zweiseitig gelagerten Platte mit einer zentrisch wirkenden lokalen Einzellast (siehe Abb. 2-3—8).

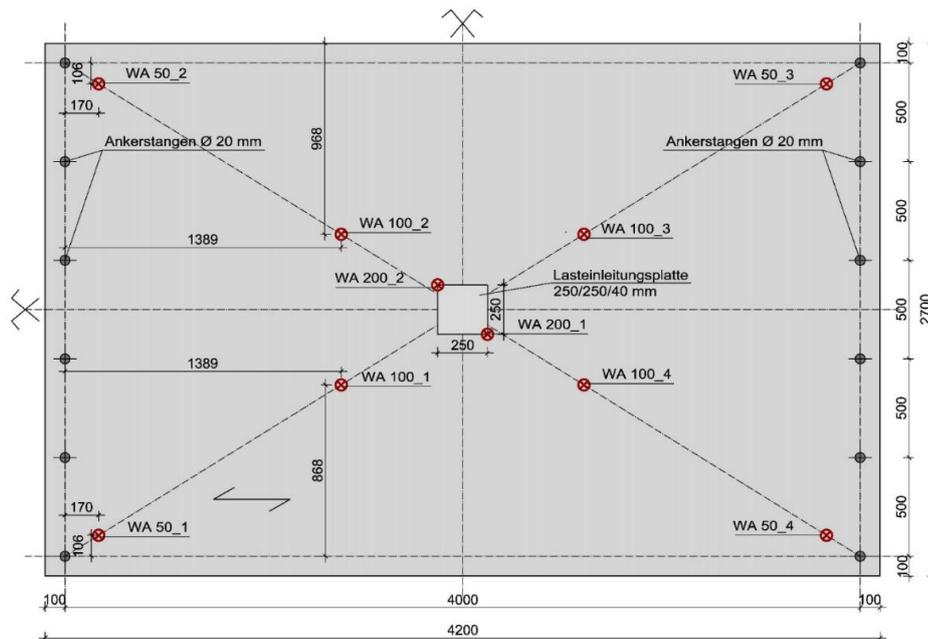


Abb. 2-3—8 Prüfkonfiguration und Lage der Wegaufnehmer bei den 5-schichtigen, zweiseitig gelagerten Prüfkörpern mit prognostiziertem Biegeversagen (Abmessungen in mm) [5]

Im Gegensatz zu den 5-schichtigen Platten wurde bei der Prüferie der 7-schichtigen Platten eine vierseitige Lagerung gewählt (siehe Abb. 2-3—9). Zusätzlich wurden Stahlplatten (200/200 mm) unter den Stahlkalotten der Ankerstangen zur Reduktion der Querdruckspannungen in den Auflagerbereichen beigelegt. Durch die vierseitige Lagerung bei der Versuchsreihe mit 7-schichtigen Platten wurde die Steifigkeit des Systems deutlich erhöht.

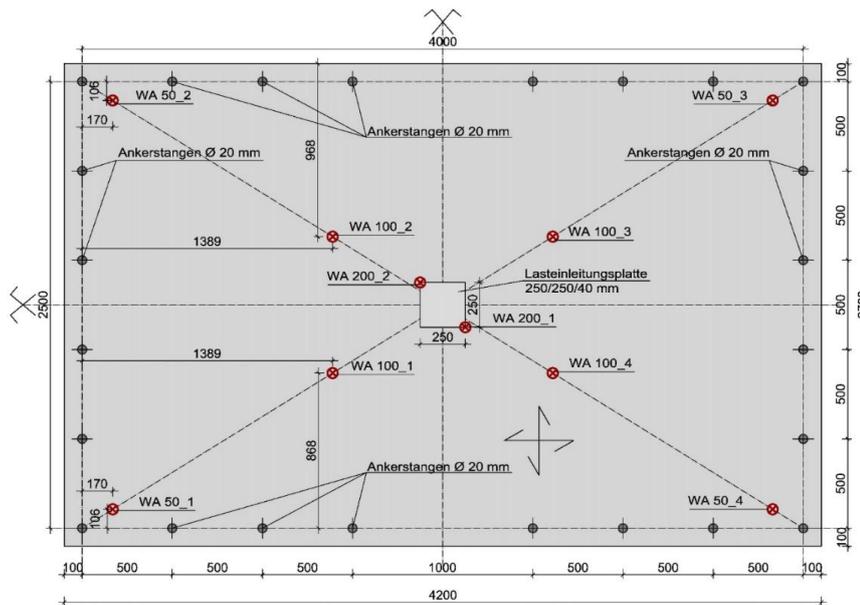


Abb. 2-3—9 Prüfkonfiguration und Lage der Wegaufnehmer bei den 7-schichtigen, vierseitig gelagerten Prüfkörpern mit prognostiziertem Biegeversagen (Abmessungen in mm) [5]

Prüfergebnisse

Der nachfolgenden Tabelle können die Prüfergebnisse der Prüfserien mit prognostiziertem Biegeversagen entnommen werden:

Tab. 2—9 Zusammenfassung der Ergebnisse der Prüfungen mit prognostiziertem Biegeversagen [5]

Typ der BSP-Platte und Lagerungart			5-schichtige, zweiseitig gelagerte BSP-Platten	7-schichtige, vierseitig gelagerte BSP-Platten	
Bezeichnung der Prüfserie			B_B-5s	B_B-7s	C_B-7s
Prüfkörperanzahl (in der Auswertung)		[-]	3	3	3
Holzfeuchte u	Mittelwert	[%]	10,7	9,70	10,8
	Var.-Koeff.	[%]	4,07	9,54	2,45
Rohdichte ρ	Mittelwert	[kg/m ³]	442	440	445
	Var.-Koeff.	[%]	10,8	4,48	2,72
Steifigkeit	Mittelwert	[kN/mm]	4,78	11,0	11,2
	Var.-Koeff.	[%]	1,85	5,12	2,15
Kraft bei 1. Anriß $F_{1.Anr.}$	Mittelwert	[kN]	238	312	361
	Var.-Koeff.	[%]	3,03	9,18	8,09
	5%-Quantil NV	[kN]	226	265	313
	charakt. Wert nach EN 14358	[kN]	203	232	280

maximale Kraft F_{max}	Mittelwert	[kN]	253	347	369
	Var.-Koeff.	[%]	5,10	4,25	5,84
	5%-Quantil NV	[kN]	232	323	333
	charakt. Wert nach EN 14358	[kN]	216	296	314

ANMERKUNGEN:

¹⁾ Die Klammerwerte geben die Abmessungen bzw. b/t -Verhältnisse unter Berücksichtigung der Entlastungsnuten an.

Als primäre Versagensformen wurden bei den Prüfungen der 5-schichtigen Platten mit prognostiziertem Biegeversagen folgende Versagensformen beobachtet:

- Biegeversagen der Decklage (primäres Versagen)
- Rollschubversagen (sekundäres Versagen)

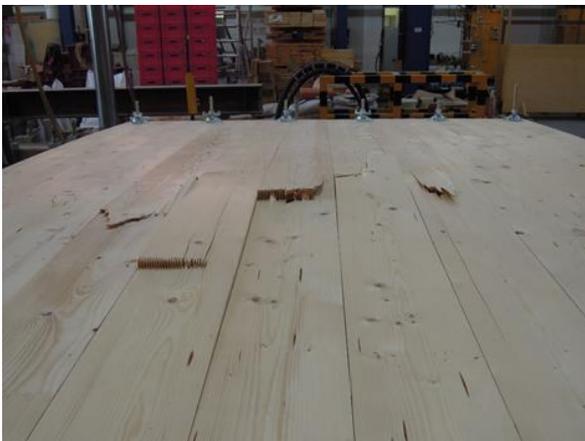


Abb. 2-3—10 Versagen mehrerer Keilzinken der Prüfkörper B_5s-1 und B_5s-2 [5]



Abb. 2-3—11 Querschnitt in y -Richtung (oben) und x -Richtung (unten) des Prüfkörpers B_B_5s-1 [5]

Bei den Prüfungen der 7-schichtigen Platten (vierseitige Lagerung) wurden folgende Versagensformen beobachtet:

- Biegeversagen der Decklage (primäres Versagen, viermal)
- Biegeversagen in der zweiten Schicht (primäres Versagen, zweimal)
- Rollschubversagen (sekundäres Versagen)

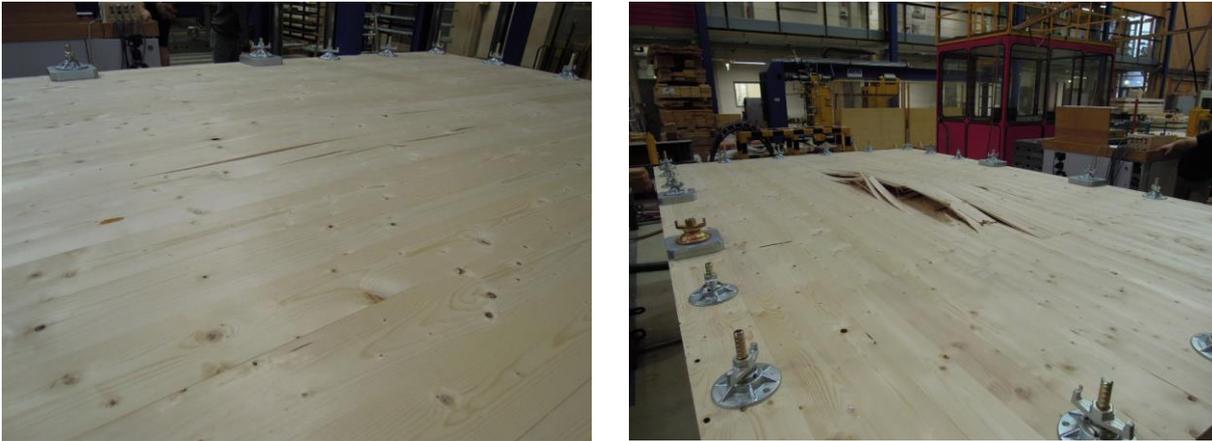


Abb. 2-3—12 Während der Prüfung aufgetretene Risse in der Decklage (links), Bruchbild nach Beendigung der Prüfung (rechts) des Prüfkörpers B_B_7s-2 [5]



Abb. 2-3—13 Querschnitt in y-y Richtung (oben) und x-x Richtung (unten) des Prüfkörpers B_B_7s-2 [5]

Resümee

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass es in praxisrelevanten Fällen von punktgestützten BSP-Platten zu keinem reinen Schubversagen kommt. Die durchgeführten Prüfungen bestätigen die These eines vorwiegenden Biegezugversagens. Des Weiteren können die Versagensmechanismen in Kombination bzw. in Serie auftreten. Bei sämtlichen Prüfkörpern mit prognostiziertem Biegeversagen konnte nach anfänglichen Initialrissen ein duktiler Bruchverhalten festgestellt werden [5].

Folglich können aufgrund der durchgeführten Versuchsreihen und auf Basis vorhandener Forschungsarbeiten drei Versagensformen für die punktgestützte BSP-Platte festgelegt werden, welche es gilt im Grenzzustand der Tragfähigkeit (ULS) nachzuweisen:

- Versagen zufolge Querdruck (Lasteinleitung)
- Versagen zufolge Biegung (Biegezugversagen)
- Versagen zufolge (Roll-)Schub („Durchstanzen“)

Des Weiteren ist bedacht auf die Gebrauchstauglichkeit zu nehmen und gegebenenfalls sind Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (SLS) zu führen:

- Verformungsnachweis
- Schwingungsnachweis (Wohnungsdecken)
- Einpressungen bei Lastdurchleitung

2-3.2 Materialfestigkeiten bei punktuell beanspruchten BSP-Platten

Holz und insbesondere BSP-Platten können bei punktueller Beanspruchung höhere Materialfestigkeiten bzw. Materialwiderstände aufweisen. Bei lokalen Lasteinleitungen wie bei Einzellasten oder Punktstützungen ist nur ein begrenztes Volumen beansprucht. Aufgrund der Materialstreuung von Holz bzw. der daraus aufgebauten Produkte (wie Brettspertholz) sind erhöhte lokale Festigkeitskennwerte, bedingt durch System- und Volumeneffekt, zu erwarten. Elastisch-plastisches Verhalten und mehraxiale Spannungszustände können zusätzliche laststeigernde Effekte begründen.

Im Holzbau werden festigkeitserhöhende aber auch festigkeitsmindernde Einflüsse mittels sog. k -Faktoren berücksichtigt. Als Beispiel kann hier der $k_{c,90}$ -Faktor genannt werden, welcher lokale Effekte der Querdruckfestigkeit abdeckt (siehe nachfolgender Abschnitt).

Druckfestigkeit quer zur Faser

Der Bemessungswert der Querdruckfestigkeit für BSP kann auf Basis mehrerer vorliegenden Arbeiten, welche in den letzten Jahren an der *holz.bau forschung gmbh* (BOGENSPERGER ET AL [34]) und am *Institut für Holzbau und Holztechnologie* der *Technischen Universität Graz* (HALILI [35], SALZMANN [36], CIAMPITTI [37]) entstanden sind mit $f_{c,90,k} = 3,00 \text{ N/mm}^2$ festgelegt werden [5].

BRANDNER und SCHICKHOFER haben in [38] ein Modell zur Berechnung des Querdruckbeiwertes, $k_{c,90}$ für BSP auf Basis des Lastausbreitungsmodells von VAN DER PUT [39] für reine Querdruckbeanspruchung bei beidseitiger Lasteinleitung mit zentrisch übereinanderliegenden Kontaktflächen mit gleichen Abmessungen erarbeitet.

Tab. 2—10 Lastausbreitungswinkel nach BRANDNER und SCHICKHOFER [38]

Lastausbreitungswinkel α	
Decklagen	45°
Querlagen seitenverklebt	15°
Querlagen mit Risse/Fugen $< 1\text{mm}$	0° bis $t_i/2$, dann 15°
Querlagen mit Risse/Fugen $> 1\text{mm}$	0°

SCHICKHOFER ET AL. haben in [40] eine allgemeine Formulierung des Modells, welches auch unterschiedliche Abmessungen der Kontaktflächen zulässt, formuliert.

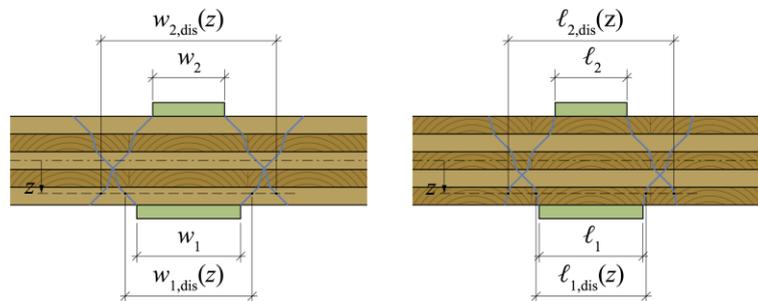


Abb. 2-3—14 Definition der Bezeichnungen des Lastausbreitungsmodells [40]

$$k_{c,90,CLT} = \frac{A_{c,ef}}{A_{c,sec}} \quad (27)$$

$$A_{c,ef} = \max \left[\min \left(\sqrt{w_{1,dis}(z)} \cdot w_1; \sqrt{w_{2,dis}(z)} \cdot w_2 \right) \cdot \min \left(\sqrt{l_{1,dis}(z)} \cdot l_1; \sqrt{l_{2,dis}(z)} \cdot l_2 \right) \right] \quad (28)$$

$$A_{c,sec} = \min(w_1 \cdot w_2) \cdot \min(l_1 \cdot l_2) \quad (29)$$

Für BSP liegen aktuell keine Forschungsergebnisse bzgl. lokaler Lasteinleitung ohne Lastdurchleitung (Querdruck mit zusätzlicher Biegebeanspruchung) vor, wie es beispielsweise bei der Lasteinleitung mittels Stütze auf eine ungestützte Decke erfolgt. Es wird daher empfohlen, folgendes von LEIJTEN ET AL. [41] publizierte Modell für BSH anzuwenden [42] (siehe dazu $k_{ls} = 0,4$ in Tab. 2—11).

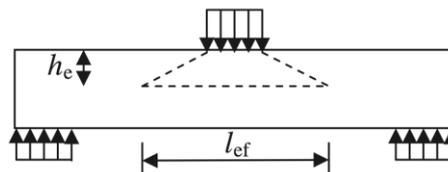


Abb. 2-3—15 Modell von LEIJTEN ET AL.: effektiv beanspruchter Lasteinleitungsbereich [41]

$$h_e = 0,4 \cdot h \leq 140 \text{ mm} \quad (30)$$

$$l_{ef} = l + 2 \cdot 1,5h_e = l + 3h_e \quad (31)$$

Basierend auf dem Modell von BRANDNER und SCHICKHOFER [38] kann unter Annahme eines verschmierten Lastausbreitungswinkels von 35° (Schichtdicken und -orientierungs unabhängig) der $k_{c,90}$ -Beiwert für BSP bei reine Querdruckbeanspruchung wie folgt ermittelt werden:

$$k_{c,90,CLT} = 0,9 \cdot \sqrt{\frac{w_{dis} \cdot \ell_{dis}}{w \cdot \ell}} \quad (32)$$

$$w_{dis} = w + k_{l_s} \cdot k_w \cdot t_{CLT} \cdot \tan(35) = w + k_{l_s} \cdot k_w \cdot t_{CLT} \cdot 0,7 \quad (33)$$

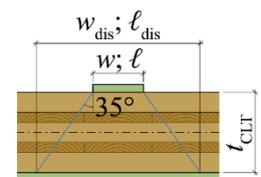
$$\ell_{dis} = \ell + k_{l_s} \cdot k_\ell \cdot t_{CLT} \cdot \tan(35) = \ell + k_{l_s} \cdot k_\ell \cdot t_{CLT} \cdot 0,7 \quad (34)$$

Es bedeuten:

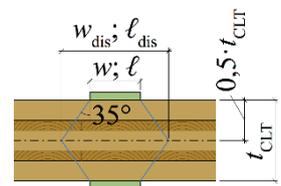
$k_{c,90,CLT}$...	Querdruckbeiwert für BSP [-]
w	...	Breite der beanspruchten Fläche [mm]
ℓ	...	Länge der beanspruchten Fläche [mm]
k_{l_s}	...	Beiwert zur Berücksichtigung der Beanspruchungsart lt. Tab. 2—11 [-]
k_l bzw. k_w	...	Beiwert zur Berücksichtigung der Lage der Beanspruchung lt. Tab. 2—11 [-]
w_{dis}	...	Lastausbreitungsbreite an der maßgebenden Stelle [mm]
ℓ_{dis}	...	Lastausbreitungslänge an der maßgebenden Stelle [mm]
t_{clt}	...	Plattenstärke BSP-Element [mm]

Tab. 2—11 Beiwerte k_{l_s} , k_w , k_l für den Querdrucknachweis für entsprechende Systeme [42]

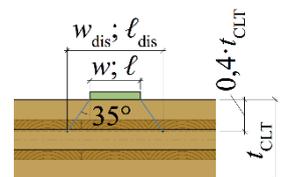
$k_{l_s} = 1,0$ für Bauteile mit kontinuierlicher Unterstützung
(z.B. einer Einzellast auf kontinuierlicher (vollflächiger) Lagerung)



$= 0,5$ für eine symmetrische Kraftdurchleitung mit Lasteinleitungsflächen gleicher Abmessung auf beiden Seitenflächen
(z.B. bei Stützen gleicher Abmessungen auf den gegenüberliegenden Seitenflächen)



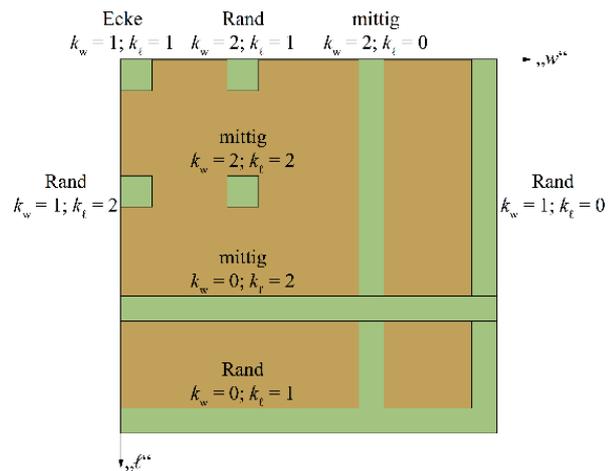
$= 0,4$ für eine Lasteinleitung bei Bauteilen auf Einzelabstützungen
(z.B. Lasteinleitung in Decken ohne unmittelbare Unterstützung)



$k_w = 2,0$ für eine beidseitige Lastausbreitung
 bzw.
 k_l (z.B. bei einer Einzellast mit dem Abstand $\geq w$ und $\geq l$ von den Rändern)

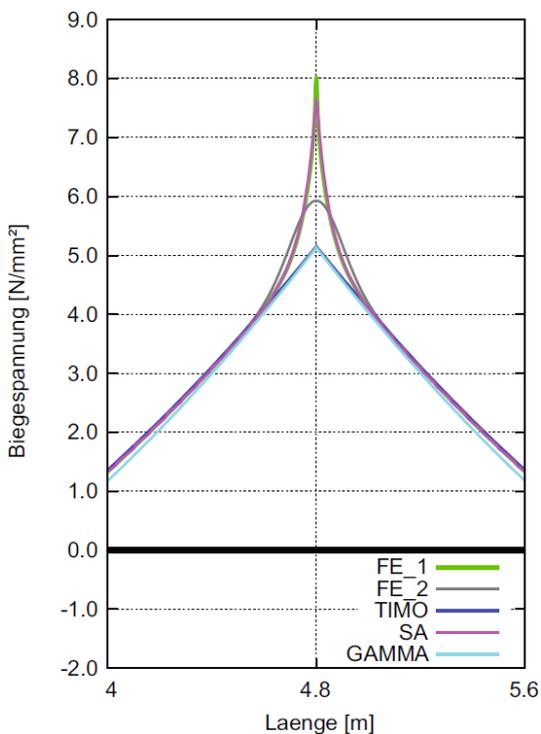
$= 1,0$ für eine beidseitige Lastausbreitung
 (z.B. bei einer Einzellast mit einem Abstand $< w$ und $< l$ von den Rändern)

$= 0,0$ ohne Lastausbreitung



Biegefestigkeit

Entsprechend Anhang K der ÖNORM B1995-1-1 [3], Punkt K.6.1.6 wurde festgelegt, dass die Biegefestigkeit zur Berücksichtigung der Effekte lokaler Lastkonzentrationen auf 70% abzumindern ist. BOGENSPERGER ET AL. haben approximative Nachweisverfahren für BSP in [43] verglichen und aufgezeigt, dass in lokalen Nahbereichen von Innenauflagern bei Durchlaufträgern oder auch bei Einzellasten (gleichzeitiges Wirken von Biegerandspannungen und Querkraften) in einem begrenzten Bereich Spannungsspitzen, welche nach der Elastizitätstheorie jedenfalls auftreten, nicht von allen approximativen Verfahren gleichermaßen bzw. realitätstreu erfasst werden können.



reale Lagerung "Kontakt" FE-2

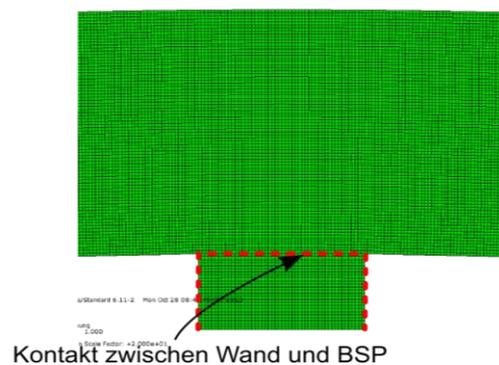


Abb. 2-3—16 Methodenvergleich Biegespannungen über Mittelaflager [43]

Die Abminderung der Biegefestigkeit zufolge lokaler Spannungsspitzen ist jedenfalls kritisch zu hinterfragen, da den auftretenden elastischen Spannungsspitzen festigkeitserhöhende Effekte wie plastisches Verhalten und Volumeneffekt gegenübergestellt werden können. FRESE berichtet in [44] von lokalen, festigkeitserhöhenden Effekten im Bereich von 25% bei Brettschichtholz (BSH) (vgl. [43]). Im Rahmen des Task 2.2.3_2 des COMET K-Projektes focus sts wurde an der *holz.bau forschungs gmbh* versucht, die nach der Elastizitätstheorie (FE-Berechnung) auftretenden Spannungsspitzen prüftechnisch nachzuweisen. Es konnte aber keine allgemeine Aussage in Bezug auf entsprechende Festigkeitsdifferenzen getroffen werden.

Versuchsreihen an punktuell beanspruchten BSP-Platten an der *holz.bau forschungs gmbh* haben gezeigt, dass es bei Biegespannungen zu einem lokalen, festigkeitserhöhenden Effekt bei BSP kommt. JÖBSTL ET AL. [18] haben außerdem den Systemeffekt von BSP untersucht. Jene Untersuchungen wurden von BOGENSPERGER und JÖBSTL in [45], [46] zusammengefasst. Sie geben darin eine charakteristische Biegefestigkeit unter Berücksichtigung der Systemeffekt-Modellierung mit $f_{m,CLT,k} = 28,8 \text{ N/mm}^2$ an. Die Auswertung der Versuchsreihe mit prognostiziertem Biegeversagen (siehe 2-3.1) ergibt eine mittlere charakteristische Biegefestigkeit von $f_{m,0.05,test} = 31,4 \text{ N/mm}^2$.

Aufgrund der geringen Anzahl an durchgeführten Versuchen (#9), lässt sich hier keine gesicherte Aussage treffen. Allenfalls lässt sich ein Trend zu einer erhöhten, lokalen Biegefestigkeit erkennen. Somit ist hier definitiv weiterer Forschungsbedarf gegeben, wobei eine konservative Bemessung mit $k_{m,loc} = 1,0$ sichergestellt ist.

Rollschubfestigkeit

Aus den Prüfungen mit prognostiziertem Rollschubversagen der *holz.bau forschungs gmbh* (siehe 2-3.1) kann anhand der gemessenen Bruchkräfte und der beobachteten Bruchmechanismen darauf geschlossen werden, dass die für punktuell beanspruchte BSP-Platten ansetzbare charakteristische Rollschubfestigkeit signifikant höher liegt, als jene bei entsprechender Prüfung an Plattenstreifen nach den üblicherweise verwendeten Prüfkfigurationen (z.B. nach EN 408 oder EN 789). Dieser Umstand kann aufgrund wirken von System- und Größeneffekten sowie mit einem Aufbau eines laststeigernden mehraxialen Spannungszustandes begründet werden [5].

Wie bereits erwähnt, hat MESTEK im Rahmen seiner Dissertation [32] drei Rollschub- bzw. Durchstanzprüfungen ohne Schubverstärkungen durchgeführt. Die ausgearbeitete FE-Studie wurde mittels eines 3D Solid Modells durchgeführt. Unabhängige Vergleichsrechnungen der *holz.bau forschungs gmbh* mit schubnachgiebigen 2D Plattenelementen (Reissner-Mindlin Theorie) zeigten, dass die maßgebenden Rollschubspannungen in den beiden Richtungen x und y nicht gleich groß sind und der größte Wert der Rollschubspannungen aus der 3D-Rechnung um rund 20% geringer ist, als jener vergleichbare Wert der 2D-Plattenrechnung. Dies liegt zum einen an der Abschätzung der Lastausbreitung, welche in der Plattentheorie modellbedingt nicht enthalten ist und zum anderen daran, dass die Plattentheorie nicht in der Lage ist die lokalen Effekte der Lasteinleitung abzubilden [5]. Da es in der Praxis fast unmöglich ist, Platten

mittels 3D-Berechnungen nachzuweisen, werden für weitere Überlegungen die Schubspannungen aus den Schnittgrößen nach der Plattentheorie berechnet.

Die drei von MESTEK in [32] publizierten Rollschub- bzw. Durchstanzprüfungen ohne Schubverstärkungen wurden ausschließlich an BSP-Elementen aus Lamellen mit Entlastungsnuten (Vakuumpresse) durchgeführt. Rollschubfestigkeiten hat MESTEK an Lamellen mit und ohne Entlastungsnuten (TYP 189 und TYP 189_S) ermittelt. Folgende Abbildung zeigt die beiden verwendeten Lamellen- bzw. Bretttypen:

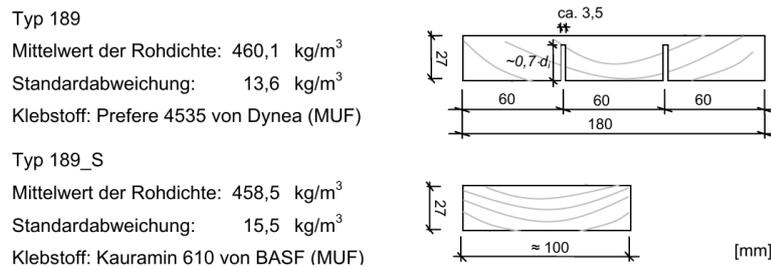


Abb. 2-3—17 Verwendete Lamellentypen in der Dissertation von MESTEK [32]

MESTEK gibt eine charakteristische Rollschubfestigkeit von $f_{r,k} = 0,77 \text{ N/mm}^2$ für Lamellentyp 189 an. In den techn. Zulassungen bzw. in den europäisch techn. Bewertungen (ETB/ETA) von vakuum-verpressten BSP ist üblicherweise ein vergleichbarer Wert der Rollschubfestigkeit für Lamellen mit Entlastungsnuten mit $f_{r,k} = 0,70 \text{ N/mm}^2$ zu finden. Mit den aus der Prüfungen maßgebenden Rollschubspannung lässt sich somit ein Erhöhungsfaktor von $k_{pu} = 1,8127/0,77 = 2,35$ errechnen. Für BSP-Elemente aus Lamellen ohne Entlastungsnuten wird üblicherweise in den techn. Zulassungen eine charakteristische Rollschubfestigkeit von $f_{r,k} = 1,25 \text{ N/mm}^2$ festgelegt. In [32] werden für diese Lamellen (Typ 189_S) zwei verschiedene geprüfte Rollschubfestigkeiten angegeben. Die Werte unterscheiden sich je nachdem ob eine Biegeprüfkonfiguration oder eine Schubprüfkonfiguration nach EN 789 zugrunde liegt. BOGENSPERGER AT AL. geben in [5] für die untersuchten Plattentypen unter Berücksichtigung des Erhöhungsfaktors k_{pu} zu erwartende Rollschubfestigkeiten zwischen $f_{r,k} = 2,35 \cdot 0,93 = 2,19 \text{ N/mm}^2$ und $f_{r,k} = 2,35 \cdot 1,08 = 2,54 \text{ N/mm}^2$ an. Auf Basis der üblich angesetzten Rollschubfestigkeit von $f_{r,k} = 1,25 \text{ N/mm}^2$ für Lamellen ohne Entlastungsnuten ($w/t \geq 4$) ergibt sich somit ein zu erwartender Laststeigerungsfaktor von $k_{pu} = 1,75$ bis 2,03.

BOGENSPERGER und JÖBSTL haben in [45] die maßgebenden Rollschubspannungen aus den Prüfungen mit prognostiziertem (Roll-)Schubversagen (Prüfserie A und B, siehe 2-3.1) gemittelt und schlagen einen rückrechenbaren Laststeigerungsfaktor für mechanisch verpresstes BSP (Lamellen ohne Entlastungsnuten) mit der bezogenen Grundfestigkeit von $f_{r,k} = 1,25 \text{ N/mm}^2$ wie folgt vor: $k_{r,loc} = f_{r,test_mean,k}/f_{r,k} = 2,21/1,25 \approx 1,75$.

Betrachtet man Prüfserie C (vakuum-verpresstes BSP) aus o. g. Prüfungen mit selbigem Schema, so errechnet sich mit Bezug auf die entsprechende Grundfestigkeit $f_{r,k} = 0,70 \text{ N/mm}^2$ ein Laststeigerungsfaktor von $k_{r,loc} = 2,03/0,70 = 2,9$. Hierbei ist anzumerken, dass der Prüfserie C nur drei aussagekräftige Ergebnisse zugrunde liegen und weitere Untersuchungen mit Bezug auf die Brettgeometrie notwendig sind.

2-3.3 Nachweisverfahren bei punktgestützten BSP-Platten

Entsprechend der vorliegenden Versagensformen aus Abschn. 2-2 wird im folgenden Abschnitt auf die erforderlichen Nachweise für punktgestützte BSP-Platten bzw. für lokale Lasteinleitungen quer zur Plattenebene eingegangen. Die Herausforderung stellt hierbei das Auffinden der lokalen maßgebenden Plattenschnittgrößen in Haupt- und Nebentragsrichtung dar. Diese Problematik wird in den folgenden Kapiteln 3 bis 6 behandelt.

Nachweis der Krafteinleitung in die BSP- Platte (Querdrucknachweis)

Der Nachweis der Krafteinleitung (Querdrucknachweis) kann unter Berücksichtigung der entsprechenden geometrischen Randbedingungen für $k_{c,90,CLT}$ mit den üblichen Nachweismethoden für diese Beanspruchungsart geführt werden (vgl. [5]).

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90,CLT} \cdot f_{c,90,d}} \leq 1,0 \quad (35)$$

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{F_{c,90,d}}{A_{c,90}} \quad (36)$$

$$f_{c,90,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{c,90,k}}{\gamma_M} = k_{mod} \cdot \frac{3,0}{\gamma_M} \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (37)$$

Es bedeuten:

$\sigma_{c,90,d}$...	Bemessungswert der Querdruckspannungen [N/mm ²]
$k_{c,90,CLT}$...	Querdruckbeiwert für BSP entsprechend Gleichung (32) ff. Abschn. 2-3.2 [-]
$f_{c,90,d}$...	Bemessungswert Druckfestigkeit quer zur Faser [N/mm ²]
$F_{c,90,d}$...	Bemessungswert der lokalen Einwirkung quer zur Faser [N]
$A_{c,90}$...	effektiv wirksame Kontaktfläche für die Lasteinleitung [mm ²]
$f_{c,90,k}$...	charakteristischer Wert Druckfestigkeit quer zur Faser = 3,0 N/mm ²
k_{mod}	...	Modifikationsbeiwert zur Berücksichtigung der Lasteinwirkungsdauer [-]
γ_M	...	Materialsicherheitsbeiwert für BSP [-]

Um eine entsprechende Leistungsfähigkeit der Konstruktion in Bezug auf die lokale Lasteinleitung zu erreichen, wird in der Praxis auf Verstärkungsmaßnahmen mittels Vollgewindeschrauben und ausreichend steife Stahlplatten zurückgegriffen. Die Nachweisführung erfolgt entsprechend der Schraubenzulassungen, wobei auch auf das Ausknicken der durch das Holz quergebetteten Schraube Bedacht genommen werden muss [5].

Gegebenenfalls sind die durch Querdruck verursachten Einpressungen (beispielsweise bei Lastdurchleitungen bei mehrgeschossigen Gebäuden) im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (SLS) nachzuweisen.

Nachweis der Biegetragfähigkeit (Biegenachweis)

Der Nachweis der lokalen Biegetragfähigkeit kann unter Berücksichtigung eines lokalen laststeigernden Effektes mit den üblichen Nachweismethoden für diese Beanspruchungsart geführt werden.

Nachweis in Haupttragrichtung (x -Richtung)

$$\frac{\sigma_{m_x,i,d}}{k_{m,loc} \cdot f_{m,d}} \leq 1,0 \quad (38)$$

$$\sigma_{m_x,i,d} = \frac{m_{x,d}}{B_x} E(z) \cdot z_i \quad (39)$$

$$f_{m,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} \quad (40)$$

Nachweis in Nebentragrichtung (y -Richtung)

$$\frac{\sigma_{m_y,i,d}}{k_{m,loc} \cdot f_{m,d}} \leq 1,0 \quad (41)$$

$$\sigma_{m_y,i,d} = \frac{m_{y,d}}{B_y} E(z) \cdot z_i \quad (42)$$

$$f_{m,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} \quad (43)$$

Es bedeuten:

$\sigma_{m_x/y,i,d}$...	Bemessungswert der Biegespannungen in entsp. Tragrichtung der entsp. Lage i [N/mm ²]
$k_{m,loc}$...	Laststeigerungsbeiwert für lokale Biegespannungen bei BSP entsp. Abschn. 2-3.2 [-]
$f_{m,d}$...	Bemessungswert der Biegefestigkeit für BSP [N/mm ²]
$m_{x/y,d}$...	einwirkendes Moment an der maßgebenden Stelle (Plattenschnittgröße) [kNm/m]
$B_{x/y}$...	Biegesteifigkeit der BSP-Platte in entsprechender Tragrichtung [kNm ² /m]
$E(z)$...	E-Modul der entsprechenden Lage [N/mm ²]
z_i	...	Schwerpunktsabstand der entsprechenden Lage i [m]
$f_{m,k}$...	charakteristischer Wert Biegefestigkeit für BSP [N/mm ²]
k_{mod}	...	Modifikationsbeiwert zur Berücksichtigung der Lasteinwirkungsdauer [-]
γ_m	...	Materialsicherheitsbeiwert für BSP [-]

Nachweis der Schubtragfähigkeit der BSP-Platte im Lasteinleitungsbereich („Durchstanzen“)

MESTEK hat in [32] den Nachweis der Schubtragfähigkeit insbesondere der Rollschubtragfähigkeit in praxistauglicher Form ausgearbeitet. Die Anwendung dieses Modells kann auch

mit den im Rahmen des COMET K-Projektes focus_sts erhaltenen Ergebnissen und gemachten Erfahrung der *holz.bau forschungs gmbh* [5] ohne Vorbehalt empfohlen werden.

Die Berechnung basiert dabei auf einem, dem Stahlbetonbau entlehnten, Rundschnittverfahren. Für die Lastausbreitung unter der Kontaktfläche wird dabei ein Winkel von $\alpha = 35^\circ$ angenommen. Die Lage des kritischen Rundschnittes bzw. dessen Abmessungen ergeben sich aus den geometrischen Verhältnissen von Krafterleitungsfläche und der Lastausbreitung unter dem Winkel α bis zur Ebene des Schwerpunktes der BSP-Platte (i. Allg. Plattenmittelebene $t_{CLT}/2$).

Die auftretenden Rollschubspannungen können näherungsweise für zentrisch belastete, zentrisch punktgestützte oder in Eckbereichen punktgestützte BSP-Platten ermittelt werden. Das Verfahren kann auf symmetrische Querschnittsaufbauten und erweiternd zu den von MESTEK vorgeschlagenen Schema auch für BSP-Aufbauten mit nicht konstanten Einzelschichtdicken (eingeschränkt auf die üblicherweise verwendeten Brettlagendicken) mit mindestens fünf und maximal elf Schichten angewendet werden [5].

Ermittlung der auftretenden Rollschubspannungen nach MESTEK [32]

Die Bestimmung der mitwirkenden Breiten in x - und y -Richtung ($b_{ef,x}$ und $b_{ef,y}$) entsprechend nachfolgender Abbildung bzw. Tab. 2—12.

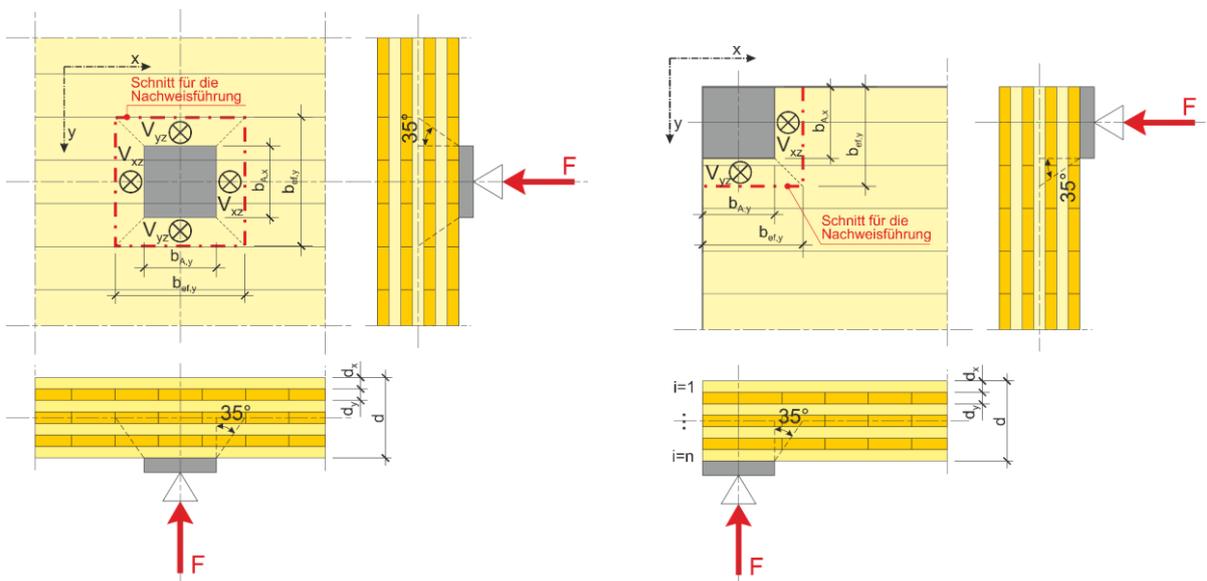


Abb. 2-3—18 Geometrische Zusammenhänge zur Ermittlung der mitwirkenden Plattenbreiten (links), zentrische Einzellast/Punktstützung (rechts), Punktstützung im Eckbereich [32]

Tab. 2—12 Gleichungen zur Ermittlung der mitwirkenden Plattenbreiten in x - und y -Richtung [32]

System		Zentrische Punktstützung/Einzellast	Punktstützung im Eckbereich
Mitwirkende Breite	x -Richtung	$b_{ef,x} = b_{A,x} + t_{CLT} \cdot \tan(35)$	$b_{ef,x} = b_{A,x} + t_{CLT}/2 \cdot \tan(35)$
	y -Richtung	$b_{ef,y} = b_{ef,x}$	$b_{ef,y} = b_{ef,x}$

Die Ermittlung des maßgebenden Querkraftanteiles in x - und y -Richtung erfolgt entsprechend den Gleichungen aus Tab. 2—13.

Tab. 2—13 Gleichungen zur Ermittlung des maßgebenden Querkraftanteils in x - und y -Richtung [32]

System		Zentrische Punktstützung/Einzellast	Punktstützung im Eckbereich
Maßgebende Querkraft	x -Richtung	$V_{xz} \approx 0,33 \cdot n^{-0,1} \cdot F$	$V_{xz} \approx 0,67 \cdot n^{-0,1} \cdot F$
	y -Richtung	$V_{yz} \approx 0,5 \cdot F - V_{xz}$	$V_{yz} \approx 0,5 \cdot F - V_{xz}$

ABKÜRZUNG:
 n ... Anzahl der gesamten Brettlagen []

Die auftretenden Rollschubspannungen werden über die Gleichungen aus Tab. 2—14 mit den Beiwerten aus Tab. 2—15 und Tab. 2—16 ermittelt.

Tab. 2—14 Gleichungen zur Ermittlung der auftretenden Rollschubspannungen in x - und y -Richtung [32]

System		Zentrische Punktstützung/Einzellast	Punktstützung im Eckbereich
Rollschubspannung	x -Richtung	$\tau_{r,xz} = \frac{(V_{xz} / b_{ef,x})}{k_{r,x} \cdot (d_x + d_y)}$	$\tau_{r,xz} = \frac{(V_{xz} / b_{ef,x})}{k_{r,x} \cdot (d_x + d_y)} \cdot k_A$
	y -Richtung	$\tau_{r,yz} = \frac{(V_{yz} / b_{ef,y})}{k_{r,y} \cdot (d_x + d_y)}$	$\tau_{r,yz} = \frac{(V_{yz} / b_{ef,y})}{k_{r,y} \cdot (d_x + d_y)} \cdot k_A$

Tab. 2—15 Beiwerte $k_{r,x}$ und $k_{r,y}$ [32]

Schichtanzahl	$k_{r,x}$	$k_{r,y}$
5	2,00	1,00
7	2,50	2,00
9	3,33	2,50
11	3,89	3,33

Tab. 2—16 Beiwert k_A [32]

Verhältnis $b_{A,x}/d$ bzw. $b_{A,y}/d$	$\leq 1,0$	$\leq 1,5$	$\leq 2,0$
k_A	1,30	1,50	1,65

Nachweis in Haupttragrichtung (x -Richtung)

$$\frac{\tau_{r,xz,i,d}}{k_{r,loc} \cdot f_{r,d}} \leq 1,0 \quad (44)$$

$$\tau_{r,xz,i,d} = \frac{q_{xz,d}}{B_x} \sum S(z) \cdot E(z) \quad (45)$$

$$f_{r,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{r,k}}{\gamma_M} \quad (46)$$

Nachweis in Nebentragrichtung (y -Richtung)

$$\frac{\tau_{r,yz,i,d}}{k_{r,loc} \cdot f_{r,d}} \leq 1,0 \quad (47)$$

$$\tau_{r,yz,i,d} = \frac{q_{yz,d}}{B_y} \sum S(z) \cdot E(z) \quad (48)$$

$$f_{r,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{r,k}}{\gamma_M} \quad (49)$$

Es bedeuten:

$\tau_{r,xz/yz,i,d}$...	Bemessungswert der Rollschubspannung in entsp. Tragrichtung der entsp. Lage i [N/mm ²]
$k_{r,loc}$...	Laststeigerungsbeiwert für lokale Rollschubspannungen bei BSP entsp. Abschn. 2-3.2 [-]
$f_{r,d}$...	Bemessungswert der Rollschubfestigkeit für BSP [N/mm ²]
$q_{xz/yz,d}$...	einwirkende Querkraft an der maßgebenden Stelle (Plattenschnittgröße) [kN/m]
$B_{x/y}$...	Biegesteifigkeit der BSP-Platte in entsprechender Tragrichtung [kNm ²]
$S(z)$...	Statisches Moment der entsprechenden Lage i [m ³]
$E(z)$...	E-Modul der entsprechenden Lage i [N/mm ²]
$f_{r,k}$...	charakteristischer Wert Rollschubfestigkeit für BSP [N/mm ²]
k_{mod}	...	Modifikationsbeiwert zur Berücksichtigung der Lasteinwirkungsdauer [-]
γ_m	...	Materialsicherheitsbeiwert für BSP [-]

Weitere Nachweise

Ergänzend zu den bereits angeführten lokalen Nachweisen der punktuell beanspruchten BSP-Platte sind Nachweise für weitere Bereiche wie beispielsweise Bauteilstöße (Querkraftstoß oder biegesteif), gegebenenfalls maßgebende Feldmomente oder Öffnungen im Bereich von Last-einleitungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit (ULS) zu erbringen.

2-4 BERECHNUNGSMODELL FÜR PUNKTGESTÜTZTE PLATTEN IM STAHLBETONBAU

Modelle bzw. Berechnungsvorgaben zu punktgestützten Deckenplatten (Flachdecken) finden sich in der Literatur für den Stahlbetonbau. Diesen Näherungslösungen liegt somit ein isotropes Materialmodell zugrunde. Die vorliegenden Modelle können aber als Grundlage für eine Näherungslösung der punktgestützten orthotropen Platte bzw. BSP-Platte dienen.

Für die Berechnung von Stahlbetondecken mit einer unmittelbaren Krafteinleitung über Stützen (Flachdecken) oder auch mit Verbreiterung der Lasteinleitungsfläche (Pilzdecken) gilt es, in der Regel ein bewährtes Verfahren anzuwenden. Schnittgrößen insbesondere Stütz-
momente von punktgestützten bzw. punktuell beanspruchten Platten aus Stahlbeton mit zwei-
achsiger Lastabtragung dürfen unter Einhaltung bestimmter Randbedingungen mithilfe
ingenieurmäßiger Modelle ermittelt werden. Ein solches Modell stellt die sogenannte Gurt- und
Feldstreifenmethode dar. Randbedingungen und Berechnungsvorgaben sind beispielsweise im
informativen Anhang I der EN 1992-1-1 [47], der eurocodenahen, mittlerweile ungültigen
ÖNORM B 4700 [48], oder im Heft 240 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton (DAfStb)
[49] geregelt.

Folgende Regelungen für die näherungsweise Berechnung von punktgestützten, zweiachsig last-
abtragenden Flach- und Pilzdecken aus Stahlbeton sind in der Literatur und in Normen zu
finden.

2-4.1 DAfStb, Heft 240 (vgl. [49])

Gemäß einer Publikation des DAfStb, Heft 240 [49] dürfen Flach- und Pilzdecken mit
vorwiegend gleichmäßig verteilten Einwirkungen auf quadratischem Raster (l_x und l_y) nach
dem Näherungsverfahren mit Gurt- und Feldstreifen durchgeführt werden. Die Regelungen für
die Näherungslösung nach [49] sind in Abb. 2-4—1 übersichtsmäßig grafisch dargestellt.

Das Spannweitenverhältnis der zweiachsig lastabtragenden Platte in x - und y -Richtung soll
dabei der Bedingung $0,75 \leq l_x/l_y \leq 1,33^*$ genügen. Die Deckenplatte wird dabei durch zwei sich
kreuzende Scharen von Längs- und Querbalken ersetzt. Diese durchlaufenden Balken werden
so behandelt, als ob sie in den querlaufenden Stützenfluchten stetig unterstützt wären (Linien-
lager). Als Breite der Balken ist der Abstand der Stützenreihen rechtwinklig zur jeweiligen
Spannrichtung anzusetzen. Für die Ermittlung der Schnittgrößen – insbesondere des Stütz-
momentes – der stellvertretenden Durchlaufträger ist zur Erfüllung der Gleichgewichts-
bedingungen die gesamte Last in jeder der beiden Hauptrichtungen in feldweise ungünstiger
Stellung aufzubringen. Für die Verteilung der Momente ist jedes Deckenfeld in beiden

* In [43] wird die Bezeichnung l_1/l_2 anstatt von l_x/l_y verwendet.

Die zugehörigen Regeln für Gurt- bzw. Feldstreifen sind in folgender Tabelle gegeben:

Tab. 2—17 Regeln für Momente nach Anhang I, EC2 [47]

	negative Momente	positive Momente
Gurtstreifen	60% bis 80%	50% bis 70%
Feldstreifen	40% bis 20%	50% bis 30%

ANMERKUNG: Die Summe der Beträge der negativen und positiven Momente, die die Gurt- und Feldstreifen aufnehmen müssen, ist in der Regel immer 100%.

Die Verifikation des Stützmomentes im Gurtstreifen erfolgt sehr einfach mittels gegebener Abbildung und Tabelle. Es werden ersatzweise Momente eines Durchlaufträgers beispielsweise in x -Richtung mit den Lasten wirkend auf einer Breite l_y bestimmt. Von dem ermittelten Stützmoment sollen nun 60% bis 80% im Gurtstreifen auf einer Breite von $l_y/4$ beidseits der Stützen angeordnet werden. Das restliche Moment (20% bis 40%) wird im Feldstreifen auf einer Breite von $l_y/2$ verteilt.

2-4.3 ÖNORM B 4700 (obsolet) [48]

Die Regeln für die Berechnung regelmäßiger punktgestützter Flachdecken gemäß ÖNORM B 4700 können Abb. 2-4—3 entnommen werden.

Die Momente können ersatzweise am Durchlaufträger beispielsweise in x -Richtung mit den Lasten wirkend auf einer Breite l_y bestimmt werden. Das ermittelte Stütz- bzw. Feldmoment kann nun mit in Abb. 2-4—3 gegebenen Faktoren multipliziert und in die entsprechenden Gurt- und Feldstreifen aufgeteilt werden. Die Abbildung bzw. darin enthaltenen Festlegungen entsprechen jener aus Abschn. 2-4.1 (Abb. 2-4—1).

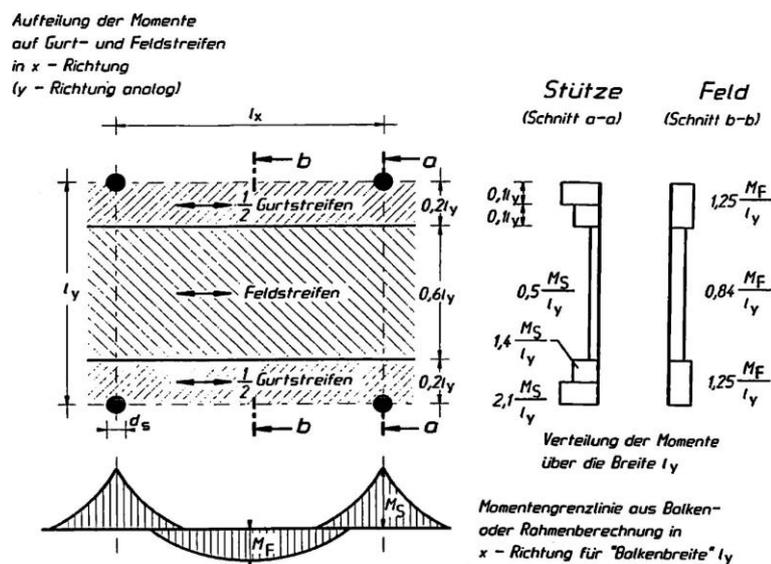


Abb. 2-4—3 Berechnung von Flachdecken aus Stahlbeton nach B 4700 [48]

KAPITEL 3: MODELLBILDUNG PUNKTGESTÜTZTER BSP-PLATTEN

Die richtige Wahl des statischen Systems ist in der Baustatik von großer Bedeutung. Dementsprechend muss auch der realitätsnahen Modellierung der Lasteinleitung, des sog. Stützenkopfes für die Ermittlung der Schnittgrößen und Verformungen mittels analytischer oder auch numerischer Modelle wie der Finiten-Elemente-Methode (FEM) eine große Bedeutung zugeschrieben werden. Netzparameter wie Netzgröße und -Ordnung beeinflussen die numerische FE-Rechnung.

3-1 MODELLIERUNG DES STÜTZENKOPFES

Der Stützenkopf und damit die Anbindung der Krafteinleitung in die Platte kann modelltechnisch auf verschiedene Arten erfasst werden. Wichtig ist hierbei, dass das Modell möglichst realitätsnah abgebildet wird.

Im Allgemeinen wird die Anbindung der Krafteinleitung (Stütze) einer BSP-Platte nicht biegesteif ausgebildet werden. Einerseits ist es im Holzbau nur mit erhöhtem Aufwand möglich einen wirksamen Einspannungsgrad zu erreichen. Zum anderen würde ein eingespannter Stützenkopf bedeuten, dass Biegemomente aus dem Stützbereich in die Stütze übertragen und umgelagert werden. Abb. 3-1—1 zeigt, dass sich ein Biegemoment in der Stütze aufbaut und es somit zu einem rahmenartigen Tragverhalten kommen würde. Somit würde es auch zu einem Fehler in der Platten-theorie kommen.



Abb. 3-1—1 Systemskizze – biegesteife Anbindung des Stützenkopfes

Aus genannten Gründen muss eine gelenkige bzw. frei verdrehbare Modellabbildung erfolgen. Die Modellierung einer gelenkigen Lastanbindung kann auf verschiedene Weise erfolgen. Hierbei ist auch auf den Einfluss der verschiedenen Berechnungsmethoden (z.B. Singularitäten) zu achten.

Aufgrund einer verdrehbaren bzw. gelenkigen Anbindung sind horizontal an die BSP-Decke angreifende Kräfte planmäßig abzuleiten. Dazu ist die Ausbildung einer ausreichend steifen

und tragfähigen Deckenscheibe bzw. die Anbindung an aussteifende Gebäudekerne wie beispielsweise Treppenhäuser und Liftschächte notwendig.

3-1.1 Punktlösungen

Die punktuelle Modellierung stellt die einfachste Art der Abbildung einer Lagerung bzw. auch der punktuellen Einwirkung dar. Singularitäten erschweren jedoch das richtige Interpretieren von Schnittgrößen und Verformungen. In Wirklichkeit gibt es solche singularär auftretenden Punktlasten nicht, da sämtliche auftretende Lasten auf eine Fläche bezogen werden.

Das Punktlager kann als starres Lager oder als punktuelle Feder modelliert werden. Beim starren Lager werden die Randbedingungen einem infiniten kleinen Punkt zugewiesen, was zur Folge hat, dass die Lösung in diesem Bereich gegen unendlich tendiert. Dieser Effekt kann durch eine Punktfeder je nach Federsteifigkeit zwar abgeschwächt jedoch nicht vermieden werden. Die Ermittlung der Federsteifigkeit des Punktlagers kann analog zu Punkt 3-1.5 erfolgen, wobei die gesamte Federsteifigkeit hierbei nur einem infinitesimalen Punkt zugewiesen wird.

3-1.2 Schematischer Ansatz mittels rotationssymmetrischer Kreisplatte

Anhand des Modells der isotropen rotationssymmetrischen Kreisplatte nach GIRKMANN [10] kann die Problematik der Singularitäten zufolge punktueller Lasteinleitung allgemein aufgezeigt werden. Unabhängig davon, ob eine analytische oder numerische Lösungsstrategie verfolgt wird, können Singularitäten zufolge der Beanspruchung eines infinitesimalen kleinen Punktes auftreten. Die analytisch gegen unendlich ansteigenden Biegemomentenverläufe nehmen durch numerische Auswertungen Werte im endlichen Bereich an. Eine Momenten-ausrundung kann mithilfe einer Lastverteilung im Plattenquerschnitt erreicht werden.

Lösungsansatz für zentrische punktuelle Lagerung

Für eine rotationssymmetrische Platte welche, im Mittelpunkt $r = 0$ durch eine Stütze gelagert ist, können die Schnittgrößen mithilfe dem Kraftgrößenverfahren ermittelt werden. So muss die Summe der Verformung der Kreisplatte zufolge gleichmäßig verteilter Volllast w_{action} und zufolge der zentrischen Lagerreaktion $w_{reaction}$ im Bereich über der Stütze ($r = 0$) Null ergeben. Durch diesen Lösungsansatz kann die unbekannte Lagerreaktion der Stütze ermittelt werden.

$$w_{action} + w_{reaction} = 0 \quad (50)$$

Setzt man nun die ermittelte Auflagerkraft als Last am unbelasteten System an, können die Schnittgrößen der zentrisch punktgelagerten Kreisplatte durch Überlagern der Schnittgrößenverläufe zufolge Volllast und zufolge der Lagerreaktion errechnet werden.

Isotrope rotationssymmetrische Kreisplatte (vgl. [10])

Im Folgenden werden die für die Erarbeitung der Lösungsansätze notwendigen Gleichungen für Momente und Verformungen der isotropen rotationssymmetrischen Kreisplatte dargelegt.

Die durch ebene Polarkoordinaten r und φ beschriebene rotationssymmetrische Kreisplatte (Abb. 3-1—2) erfährt in der Plattenmittelfläche Verschiebungen w , welche im isotropen Fall unabhängig von φ sind.

Kreisplatte unter Volllast

Bei einer frei drehbaren (gelenkigen) Lagerung am Rand und unter Volllast q lassen sich die Verformungen $w(r)$ und die Momente $m(r)$ wie folgt berechnen:

$$w(r) = \frac{q}{64 \cdot B} \left(\frac{5+\nu}{1+\nu} a^4 - 2 \frac{3+\nu}{1+\nu} a^2 r^2 + r^4 \right) \quad (51)$$

$$w_{\max} = w(r=0) = \frac{5+\nu}{1+\nu} \frac{q \cdot a^4}{64 \cdot B} \quad (52)$$

$$m_r(r) = (3+\nu) \frac{q}{16} (a^2 - r^2) \quad (53)$$

$$m_{\max} = m_r(r=0) = m_\varphi(\varphi=0) = (3+\nu) \frac{q \cdot a^2}{16} \quad (54)$$

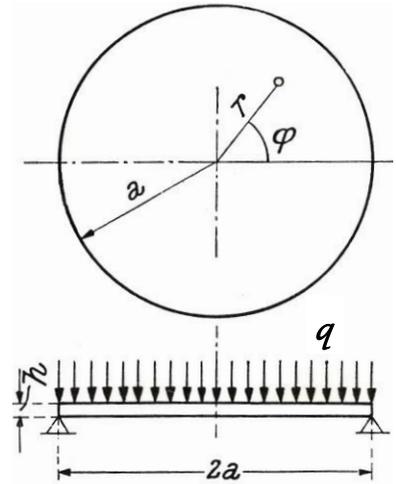


Abb. 3-1—2 System der drehsymmetrischen Kreisplatte [10] – teilweise modifiziert

Kreisplatte unter Teilflächenlast

Bei Belastung der gelenkig gelagerten rotationssymmetrischen Kreisplatte durch eine Teilflächenlast $q = q(b)$, welche durch den Halbmesser b beschrieben wird, lassen die Verformungen $w(r)$ und die Momente $m(r)$ über zwei zusammengesetzte Biegeflächen ermitteln:

$$0 \leq r \leq b$$

$$w(r) = \frac{q \cdot b^2}{16 \cdot B} \cdot \left[\frac{r^4}{4b^2} + r^2 \left(\frac{(1-\nu)b^2 - 4a^2}{2 \cdot (1+\nu)a^2} + 2 \ln \frac{b}{a} \right) + \frac{4 \cdot (3+\nu)a^2 - (7+3\nu)b^2}{4(1+\nu)} + b^2 \ln \frac{a}{b} \right] \quad (55)$$

$$w_{\max} = w(r=0) = \frac{q \cdot b^2}{16 \cdot B} \cdot \left[\frac{4 \cdot (3+\nu)a^2 - (7+3\nu)b^2}{4(1+\nu)} + b^2 \ln \frac{a}{b} \right] \quad (56)$$

$$m_r(r) = \frac{q \cdot b^2}{4} \cdot \left[(1+\nu) \cdot \ln \frac{a}{b} + 1 - \frac{1-\nu}{4} \cdot \frac{b^2}{a^2} - \frac{3+\nu}{4} \cdot \frac{r^2}{b^2} \right] \quad (57)$$

$$b \leq r \leq a$$

$$w(r) = \frac{q \cdot b^2}{16 \cdot B} \cdot \left[\frac{3+\nu}{1+\nu} a^2 \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right) \cdot 2r^2 \ln \frac{a}{r} - \frac{1-\nu}{2 \cdot (1+\nu)} b^2 \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right) - b^2 \ln \frac{a}{r} \right] \quad (58)$$

$$m_r(r) = \frac{q \cdot b^2}{4} \cdot \left[(1+\nu) \cdot \ln \frac{a}{r} + \frac{1-\nu}{4} \cdot \frac{b^2}{r^2} \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right) \right] \quad (59)$$

Kreisplatte unter zentrischer Einzellast

Für die gelenkig gelagerte rotationssymmetrische Kreisplatte unter zentrischer Einzellast F lassen sich die Verformung und das Moment wie folgt berechnen:

$$w(r) = \frac{F}{64 \cdot B \cdot \pi} \left[\frac{3+\nu}{1+\nu} a^2 \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right) - 2 \cdot r^2 \ln \left(\frac{a}{r} \right) \right] \quad (60)$$

$$w_{\max} = w(r=0) = \frac{(3+\nu) \cdot F \cdot a^2}{16 \cdot (1+\nu) \cdot B \cdot \pi} \quad (61)$$

$$m_r(r) = \frac{F \cdot (1+\nu)}{4\pi} \cdot \ln \left(\frac{a}{r} \right) \quad (62)$$

Lösungsansatz mit singulärer Punktlast

Verfolgt man oben genannten Ansatz, so sind die Verformungen zufolge Volllast (Abb. 3-1—4) und zufolge einer unbekannt zentrischen Punktlast F (Abb. 3-1—5) im Stützbereich ($r=0$) Null zu setzen.

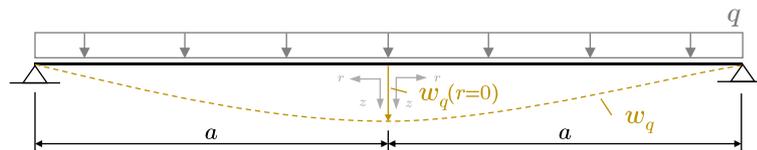


Abb. 3-1—3 Verformung der rotationssymmetrischen Kreisplatte unter Volllast

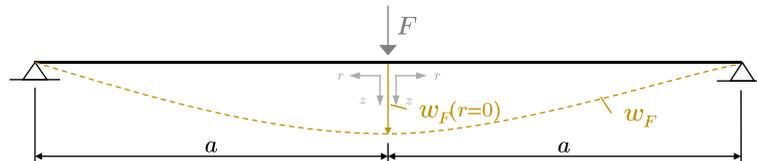


Abb. 3-1—4 Verformung der rotationssymmetrischen Kreisplatte unter zentrischer Punktlast

$$w_q(r=0) + w_F(r=0) = 0 \quad (63)$$

$$\frac{5+\nu}{1+\nu} \frac{q \cdot a^4}{64 \cdot B} + \frac{(3+\nu) \cdot F \cdot a^2}{16 \cdot (1+\nu) \cdot B \cdot \pi} = 0 \quad (64)$$

Die Punktlast F bzw. die Lagerreaktion F_q kann nun in Abhängigkeit vom Plattenradius a , der Volllast q und der Querkontraktionszahl ν bestimmt werden:

$$F_q(r=0) = -\frac{a^2 \cdot q \cdot \pi \cdot (5 + \nu)}{4 \cdot (3 + \nu)} \quad (65)$$

Die Biegemomente zufolge Volllast q und zentrischer Punktlast F_q lassen sich mit (53) und (62) ermitteln. Durch Superposition der beiden Momentenlinien erhält man die Biegemomentenlinien der zentrisch gestützten isotropen Kreisplatte. Abb. 3-1—5 schildert die Problematik des aufgrund der logarithmischen Funktion gegen unendlich ansteigenden singulären Biegemomentenverlaufs zufolge der punktuellen Lagerreaktion F_q über der Stützstelle bei $r = 0$.

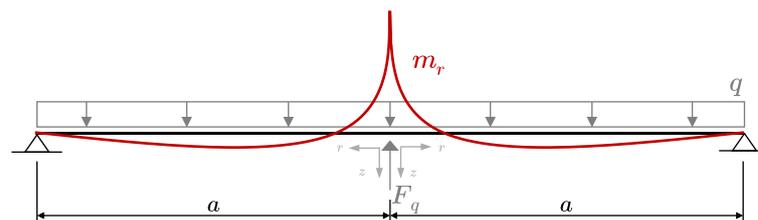


Abb. 3-1—5 Überlagerung der Momentenlinien für die zentrisch punktgestützte Kreisplatte

Lösungsansatz mit Gleichlast

Bezieht man die Lagerreaktion auf eine Fläche wie den Stützenquerschnitt bzw. den Lastenleitungsbereich in der Schwerpunktebene der Platte (idR. in Plattenmittelebene $t_{Platte}/2$), so kann die Lagerreaktion als sog. schlaife Teilflächenlast q_b in diesem Bereich angesetzt werden (Abb. 3-1—7).

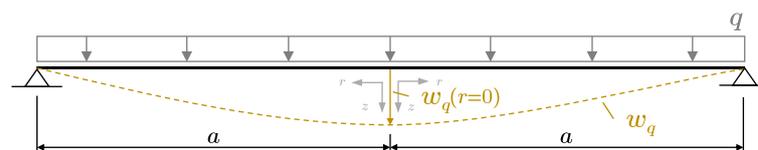


Abb. 3-1—6 Verformung der rotationssymmetrischen Kreisplatte unter Volllast

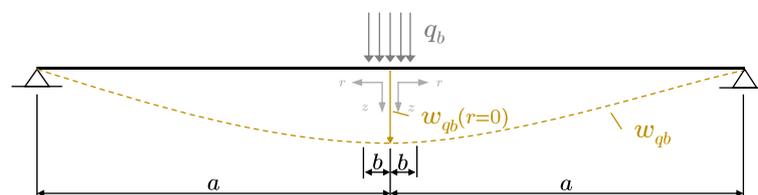


Abb. 3-1—7 Verformung der rotationssymmetrischen Kreisplatte unter zentrischer Teilflächenlast

Anzumerken ist, dass im vorliegenden Fall ausschließlich die Maximal-Verformung im Mittelpunkt $r = 0$ Null gesetzt wurde. Dieser vereinfachte Ansatz erspart die Bedingung, dass sämtliche Verformungen über der Stützstelle $w(r=0)$ bis $w(r=b)$ Null sein müssen. Diese

Bedingung könnte durch das Aufintegrieren der Verformungen im Stützbereich verfolgt werden.

Die Teilflächenlast q_b lässt sich wie folgt ermitteln:

$$w_q(r=0) + w_{q_b}(r=0) = 0 \quad (66)$$

$$\frac{5+\nu}{1+\nu} \frac{q \cdot a^4}{64 \cdot B} + \frac{q_b \cdot b^2}{16 \cdot B} \cdot \left[\frac{4 \cdot (3+\nu)a^2 - (7+3\nu)b^2}{4(1+\nu)} + b^2 \ln \frac{a}{b} \right] = 0 \quad (67)$$

$$q_b(b) = - \frac{a^4 \cdot q \cdot (5+\nu)}{b^2 \cdot \left(4a^2 \cdot (3+\nu) - b^2 \cdot (7+3\nu) + 4b^2 \cdot (1+\nu) \cdot \ln \left(\frac{a}{b} \right) \right)} \quad (68)$$

Die Biegemomentenverläufe zufolge Volllast q und Teilflächenlast q_b lassen sich mit (53), (57) und (59) ermitteln. Abb. 3-1—8 zeigt den überlagerten Momentenverlauf. Dieser ist über dem rotationssymmetrischen Lasteinleitungsbereich b in Plattenmittelebene ausgerundet.

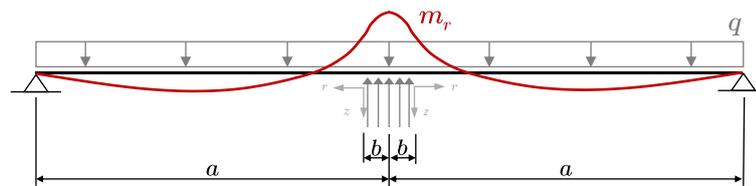


Abb. 3-1—8 Überlagerung der Momentenlinien die zentrisch gelagerte Kreisplatte

Vergleich der Lösungsansätze – Beispielrechnung

Als Parameter für nachfolgendes ein Vergleichsbeispiel dienen folgende Annahmen für die rotationssymmetrische zentrisch punktgestützte isotrope Platte:

Tab. 3—1 Systemparameter Vergleichsrechnung für die rotationssymmetrische punktgestützte isotope Platte

Isotrope rotationssymmetrische Kreisplatte		
Plattenradius	a	2,50 m
Plattendicke	t	0,16 m
Stützenradius	r_{column}	0,10 m
Lastausbreitungswinkel	α_{iso}	45°
Querkontraktionszahl	ν	0,3 [-]
Volllast	q	6,0 kN/m ²

Mit (65) und den gegebenen Parametern lässt sich die punktuelle Auflagerreaktion F_q im Mittelpunkt berechnen.

$$F_q(r=0) = -\frac{2,5^2 \cdot 6 \cdot \pi \cdot (5+0,3)}{4 \cdot (3+0,3)} = -47,30 \text{ kN} \quad (69)$$

Durch Überlagern der Biegemomentenlinie zufolge gleichmäßig verteilter Volllast q (53) und der Biegemomentenlinie zufolge der singulären Auflagerreaktion F_q (62) erhält man den Biegemomentenverlauf der punktgestützten rotationssymmetrischen Platte.

In Abb. 3-1—9 sind die Momentenlinien sowie dessen Überlagerung für vorliegendes Beispiel dargestellt. Aus der Abbildung geht eindeutig hervor, dass es zufolge der Lasteinleitung eines infinitesimal kleinen Punktes das Moment gegen unendlich ansteigt. Da hier numerische Werte in die Berechnung eingesetzt werden, nimmt auch die Singularität einen numerischen Wert an.

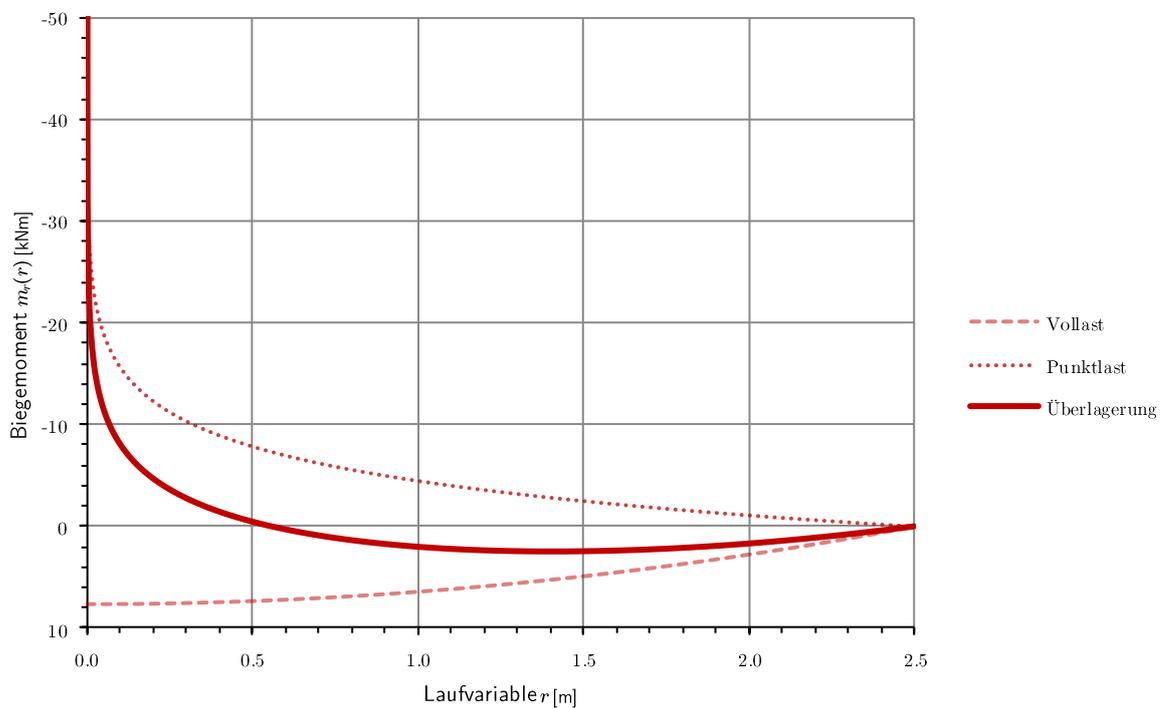


Abb. 3-1—9 Überlagerung der Momente zufolge Volllast und Lagerreaktion als singuläre Punktlast der Kreisplatte

Mit (68) und den Parametern aus Tab. 3—1 lässt sich die Auflagerreaktion q_b als Teilflächenlast berechnen. Der rotationssymmetrische Lasteinleitungsbereich mit dem Halbmesser b in Plattenmittelebene lässt sich für den isotropen Fall wie folgt ermitteln:

$$b = r_{column} + \tan(\alpha_{iso}) \cdot \frac{t}{2} = 0,1 + \tan(45) \cdot 0,08 = 0,18 \text{ m} \quad (70)$$

Somit folgt:

$$q_b(b) = - \frac{2,5^4 \cdot 6 \cdot (5 + 0,3)}{0,18^2 \cdot \left(4 \cdot 2,5^2 \cdot (3 + 0,3) - 0,18^2 \cdot (7 + 3 \cdot 0,3) + 4 \cdot 2,5^2 \cdot (1 + 0,3) \cdot \ln\left(\frac{2,5}{0,18}\right) \right)} = \quad (71)$$

$$= 463,66 \text{ kN} / \text{m}^2$$

Überlagert man nun den Biegemomentenlinie zufolge gleichmäßig verteilter Volllast q (53) und der Biegemomentenlinie zufolge Teilflächenlast q_b (57), (59) erhält man einen ausgerundeten Biegemomentenverlauf der punktgestützten rotationssymmetrischen Platte.

In Abb. 3-1—10 sind die Momentenlinien sowie dessen Überlagerung für das Beispiel mit Gleichlast dargestellt. Die Abbildung zeigt, dass die Momente über der Lasteinleitung und auch im Mittelpunkt $r = 0$ endliche Werte annehmen und der Biegemomentenverlauf über der Stützstelle ausgerundet wird.

Abb. 3-1—11 vergleicht die überlagerten Momentenlinien aus der aktuellen Vergleichsrechnung und zeigt eindeutig den Vorteil der Gleichlast-Variante auf. Aufgrund der Singularität ist es nicht möglich, das maßgebende Stützmoment aus der Punktlast richtig abzulesen bzw. richtig zu interpretieren.

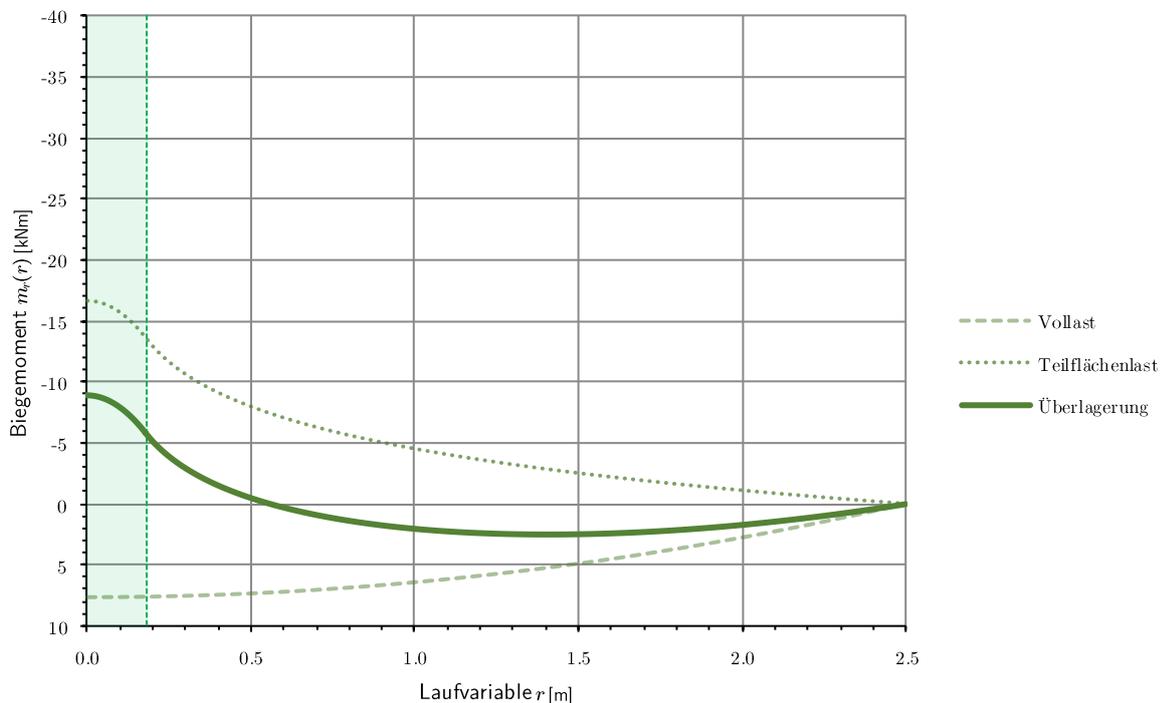


Abb. 3-1—10 Überlagerung der Momente zufolge Volllast und Lagerreaktion als Teilflächenlast der Kreisplatte

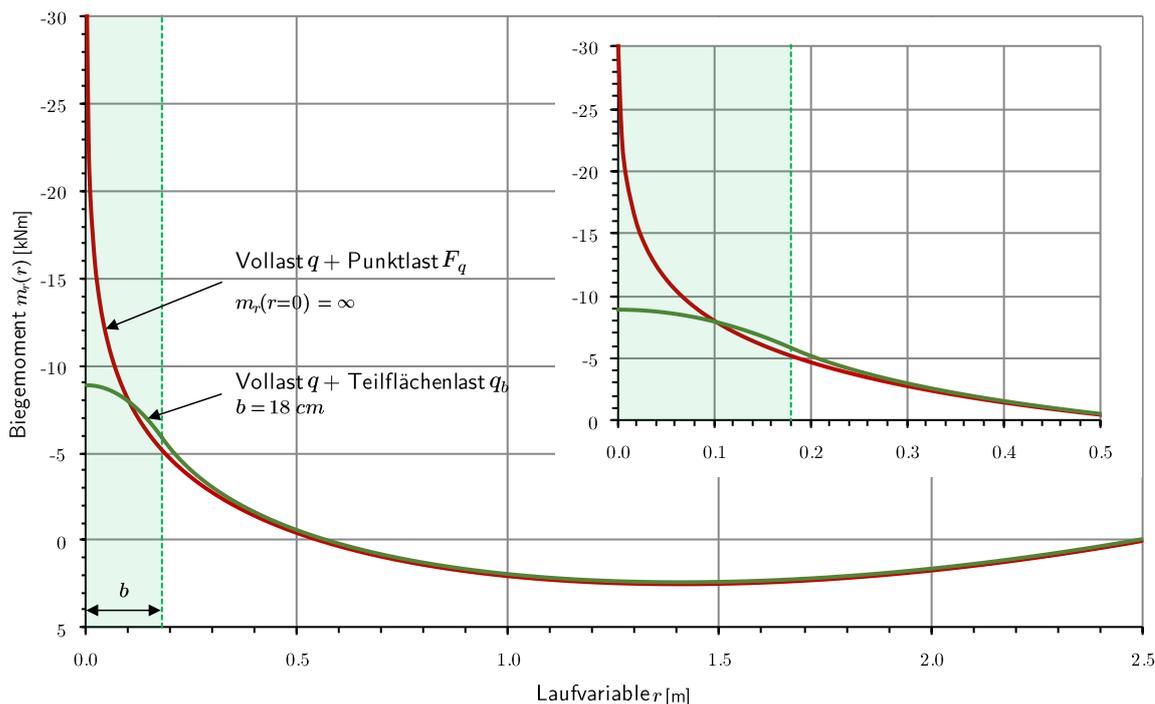


Abb. 3-1—11 Vergleich Lösungsansatz Gleichlast / Punktlast der rotationssymmetrischen isotropen punktgestützten Platte

3-1.3 Lastausbreitung in der BSP-Platte

Wie aus Abschn. 2-3.3 (Nachweis der Schubtragfähigkeit) entnommen werden kann, hat MESTEK in [32] die Lastausbreitung bei konzentriert beanspruchten BSP-Platten mit einem verschmierten Lastausbreitungswinkel von $\alpha_{ortho} = 35^\circ$ bis zur Schwerpunksebene der Platte (idR. Plattenmittelebene $t_{CLT}/2$) festgelegt. Lokale bzw. punktuelle Beanspruchungen können auf diese Fläche in der Plattenmittelebene bezogen werden.

Abb. 3-1—12 zeigt das System der Lasteinleitung bzw. die beanspruchte Fläche in der Schwerpunksebene bzw. der Plattenmittelebene. Die Beanspruchung, in diesem Fall die Lagerreaktion der Stütze, kann auf die näherungsweise ermittelte Lasteinleitungsfläche ($c \cdot d$) bezogen werden.

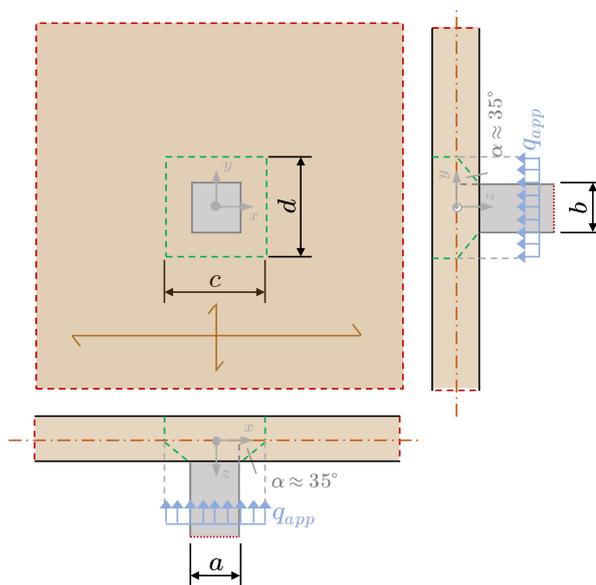


Abb. 3-1—12 Lastausbreitung der punktgestützten BSP-Platte

3-1.4 Schläffe Gleichlast – Gegenlast

Wie bereits an der rotationssymmetrischen Kreisplatte in Absch. 3-1.2 erarbeitet, kann die Lagerreaktion der Punktstützung als sog. schläffe Gleichlast bezogen auf die Stütz- bzw. Lasteinleitungsfläche modelliert werden. Abb. 3-1—13 schildert die anzusetzenden Lasten an einem Teilsystem. So ist die Lagerreaktion q_{react} aus der bezogenen Teilflächenlast $q_z = q$ als Gegenlast im Lasteinleitungsbereich in Schwerpunktschicht bzw. Plattenmittelebene aufzubringen.

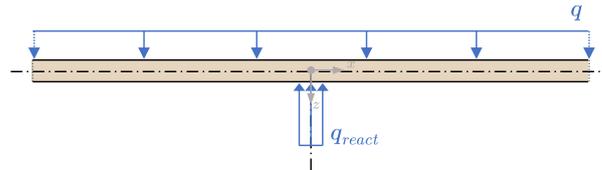


Abb. 3-1—13 Gleichlast – Reaktionslast an einem Teilsystem einer Platte

3-1.5 Flächenbettung der Kontaktfläche

Durch eine Federbettung der beanspruchten Fläche in Plattenmittelebene können die Effekte der Singularität abgeschwächt bzw. ausgerundet werden. Die Nachgiebigkeit des jeweiligen Auflagers und somit die Ausrundung der Momente ist stark von der zugewiesenen Federsteifigkeit abhängig. Die jeweilige Gesamt-Federsteifigkeit setzt sich aus dem seriellen Wirken der Nachgiebigkeit der Stütze und der Platte im Lasteinleitungsbereich zusammen. Somit ist die Steifigkeit der Bettung stark von den Materialparametern und der Stützdimensionierung abhängig.

Die Modellierung eines Gesamtsystems ist sehr aufwändig, da sämtlichen Lagerflächen eine Bettung zugewiesen werden muss. Die Nachgiebigkeit der Lasteinleitungsfläche bis zur Plattenmittelebene der BSP-Platte kann nach Salzmann [36] oder näherungsweise über das beanspruchte Volumen nach (73) ermittelt werden. Hierbei kann vereinfacht ein verschmierter Lastausbreitungswinkel für BSP von $\alpha = 35^\circ$ bis zur Plattenmittelebene (siehe Abschn. 3-1.3) angesetzt werden.

$$k_{sup} = \frac{1}{\frac{1}{k_{col}} + \frac{1}{k_{app}}} \quad (72)$$

$$k_i = \frac{E \cdot A}{l} \quad (73)$$

Es bedeuten:

k_{sup}	...	Gesamtfedersteifigkeit des Auflagers [kN/m]
k_{col}	...	Federsteifigkeit der Stütze [kN/m]
k_{app}	...	Federsteifigkeit der Lasteinleitung bis zur Plattenmittelebene [kN/m]
E	...	bezogener E-Modul [kN/cm ²]
A	...	bezogene Fläche [cm ²]
l	...	bezogene Federlänge des Bauteils [m]

3-1.6 Lagerung auf Kontakt

Neben der Modellierung mittels Gegenlast oder einer Federbettung kann das Auflager über eine Kontaktfläche modelliert werden. Die Lagerung auf Kontakt bildet das „reale“ Tragverhalten des Stützenanschlusses ab. Wie Abb. 3-1—14 zeigt, wird es im Rand- bzw. Eckbereich der Stütze zu erhöhten Einpressungen in die BSP-Platte kommen, wodurch ein vernachlässigbares kleines Exzentermoment entsteht, welches von der Stütze aufzunehmen ist.

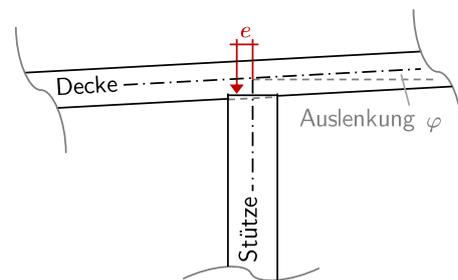


Abb. 3-1—14 Systemskizze –Anbindung des Stützenkopfes auf Kontakt

Die Modellierung mit Kontaktflächen bzw. Kontaktvolumen ist aufwändig und erfordert mehr Ressourcen bei der Berechnung. Beispielsweise ist eine nicht-lineare Analyse erforderlich. Des Weiteren lässt sich die Lastausbreitung bis zur Schwerpunksebene nur mittels 3D-Modellierung abbilden. Erweitern könnte man die Lagerung auf Kontakt noch mittels einer zusätzlichen Federbettung, welche die Nachgiebigkeit der Stütze k_{col} abbildet. Aus baupraktischer Sicht ist diese Art der Modellierung in der Regel zu aufwändig.

3-2 NUMERISCHES BERECHNUNGSMODELL - ABBILDUNG DER ENDLOS AUSGEDEHNTEN PUNKTGESTÜTZTEN PLATTE

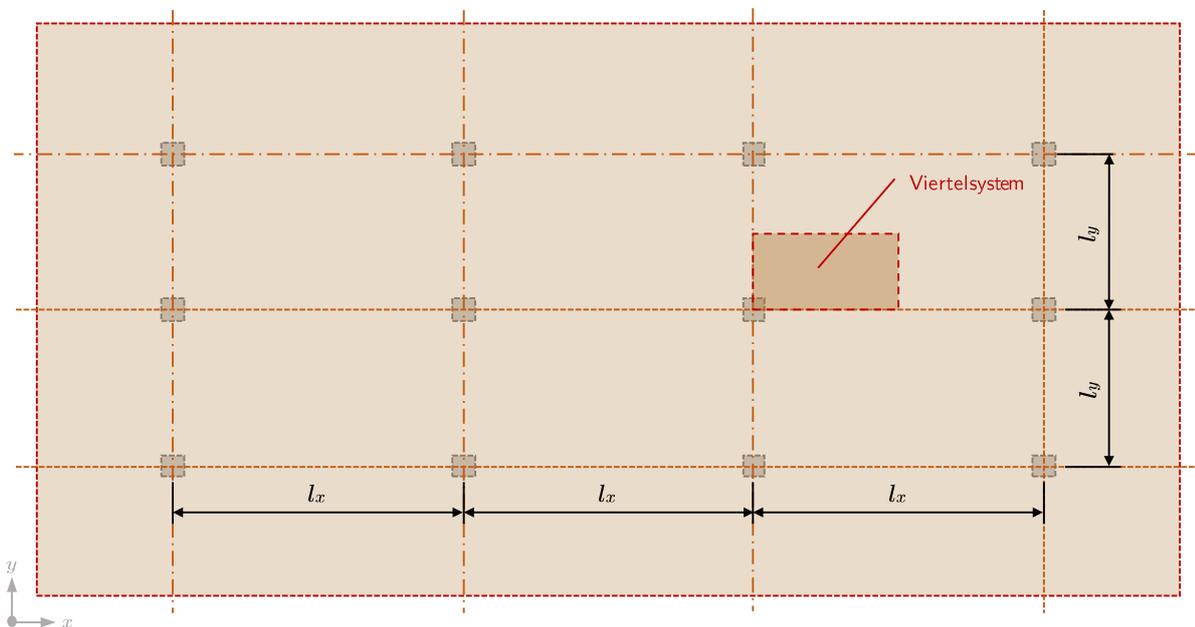
Die unendlich ausgedehnte, mit gleichmäßigem Raster punktgestützte Platte (Abb. 3-2—1) lässt sich für die numerische Berechnung (FEM) als Viertelmodell mit entsprechenden Symmetriebedingungen abbilden (Abb. 3-2—2).

Das Herauslösen eines Viertelmodells vom unendlichen Gesamtsystem spart einerseits Rechenressourcen, andererseits kann die unendlich ausgedehnte punktgestützte Platte ohne Gefahr von Randeffekten bzw. Effekten benachbarter Felder abgebildet werden. Die Symmetrieachsen müssen den Randbedingungen entsprechend Tab. 3—1 genügen.

Tab. 3—2 Symmetriebedingungen für das Viertelsystem der unendlich ausgedehnten punktgestützten Platte

Achse-Richtung	Verschiebung			Verdrehung		
	u_x	u_y	u_z	φ_x	φ_y	φ_z
x	gesperrt			gesperrt	gesperrt	
y	gesperrt			gesperrt		gesperrt

Des Weiteren muss zumindest ein Punkt im Viertelmodell vertikal gelagert sein, um das Modell im Raum festzuhalten. Hierbei bietet sich der Mittelpunkt der Stütze bzw. der Schnittpunkt der Symmetrieachsen über der Stütze an. Durch Festhalten dieses Punktes ($x = y = 0$ entsprechend Abb. 3-2—2) in vertikaler Richtung, erfüllt man automatisch die Bedingung, dass die Verformung $w(0) = 0$ sein muss.


Abb. 3-2—1 Teilabbildung einer unendlich ausgedehnten punktgestützten Platte

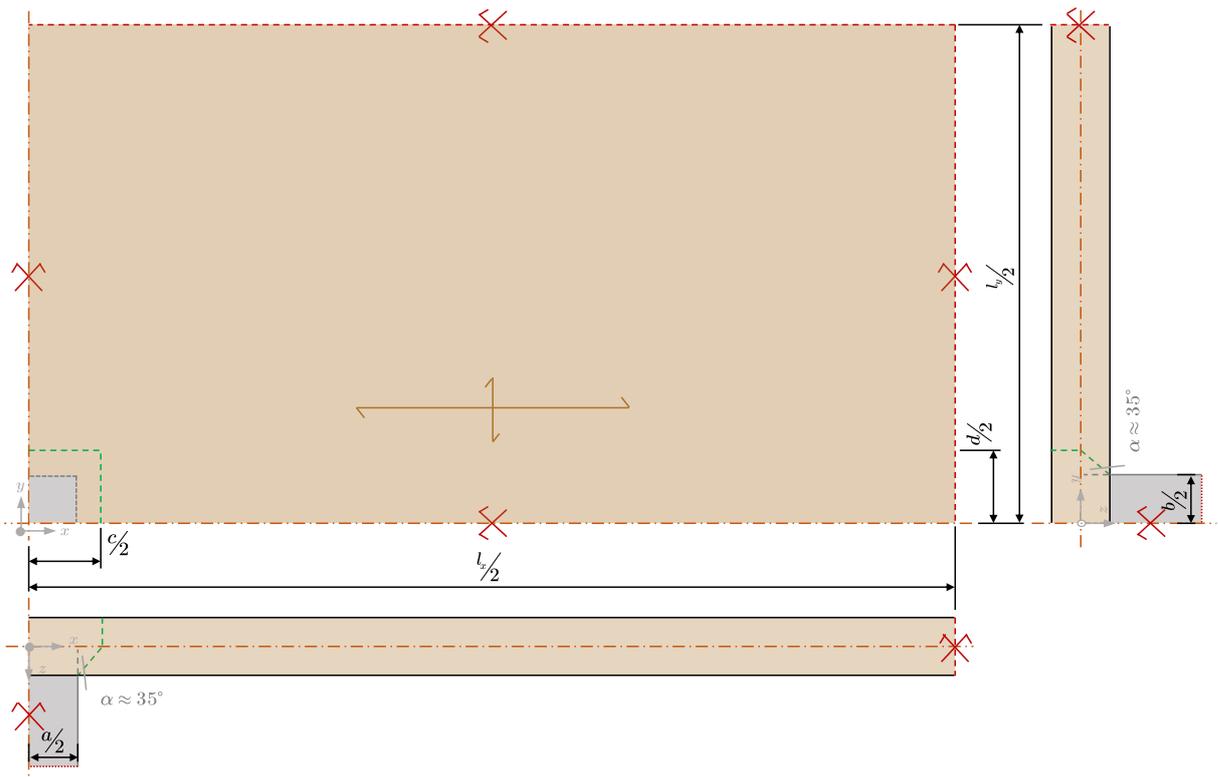


Abb. 3-2—2 Berechnungsmodell – herausgelöstes sym. Viertelsystem der unendlich ausgedehnten punktgestützten Platte

3-3 VERGLEICH DER LAGERUNGSARTEN

Um die in Abschn. 3-1 genannten Lagerungsarten gegenüberzustellen, wurde eine Vergleichsberechnung mittels dem praxisnahem FE-Programm RFEM durchgeführt. Die Rechnung basiert auf einer unendlich ausgedehnten punktgestützten BSP-Platte, welche als Viertelsystem mit Symmetrien entsprechend Abschn. 3-2 zweidimensional abgebildet wurde. Die Systemparameter für die Vergleichsberechnung können Tab. 3—3 entnommen werden. Die Steifigkeitswerte der BSP-Platte sind entsprechend der verwendeten Typenbezeichnung KLH_mst5s160 im Anhang gelistet.

Tab. 3—3 Systemparameter Vergleichsrechnung Lagerung

#Schichten	BSP-Platte			Stützquerschnitt	beanspruchter Querschnitt	Belastung
	t_{BSP}	l_x	l_y	$a = b$	$c = d$	q_z
[-]	[mm]	[m]	[m]	[mm]	[mm]	[kN/m ²]
5	160	5,0	5,0	200	312	6,0

Die FE-Berechnung erfolgte mittels viereckigen Elementen mit einer globalen (feinen) Netzweite von 1 cm. Die Elementordnung kann in diesem Programm nicht beeinflusst werden. Für die 2D-Plattenberechnung werden isoperimetrische, quadratische Ansatzfunktionen verwendet, welche durch zusätzliche Zwangsgleichungen zu Platten- bzw. Schalenelemente mit vier Knoten

mit gemischter Interpolationsfunktion umgeformt werden. Die Knoten besitzen je drei Freiheitsgrade (eine Verschiebung, zwei Verdrehungen aus der Plattenebene) [51]. Die Plattenelemente können auf Grundlage der REISSNER-MINDLIN Theorie und der KIRCHHOFF Theorie ausgewertet werden, wobei hier die schubnachgiebige Plattentheorie nach REISSNER-MINDLIN Anwendung fand.

Die Momentenlinien m_x und m_y für entsprechende Lagerungsbedingungen sind in Abb. 3-3—1 und Abb. 3-3—2 vergleichsweise dargestellt.

3-3.1 Punktuelle Lagerung

Die Punktstützung wurde im Modell mit einem festen Lager modelliert. Erweitert dazu wurde die Federsteifigkeit einer realitätsnah angenommenen Lagerungsbedingung mittels einer BSH-Stütze ($h = 3$ m) wie folgt errechnet:

$$k_{col} = \frac{E_{GLT} \cdot A_{col}}{l_{col}} = \frac{1100 \cdot 20^2}{3} = 1,467 \cdot 10^5 \text{ kN} / \text{m} \quad (74)$$

$$k_{app} = \frac{E_{90,CLT} \cdot A_{app}}{\frac{t_{CLT}}{2}} = \frac{37 \cdot \left(20 + 2 \cdot \tan(35) \cdot \frac{16}{2}\right)^2}{\frac{0,16}{2}} = 4,503 \cdot 10^5 \text{ kN} / \text{m} \quad (75)$$

$$k_{app} = \frac{E_{90,CLT} \cdot A_{app}}{\frac{t_{CLT}}{2}} = \frac{37 \cdot \left(20 + 2 \cdot \tan(35) \cdot \frac{16}{2}\right)^2}{\frac{0,16}{2}} = 4,503 \cdot 10^5 \text{ kN} / \text{m} \quad (76)$$

Dies bedeutet, dass am gegebenen Viertelsystem folgende Punktfeder anzubringen ist:

$$k_{\frac{1}{4}\text{sup}} = k_{\text{sup}} \cdot \frac{1}{4} = 1,107 \cdot 10^5 \cdot \frac{1}{4} = 2,766 \cdot 10^4 \text{ kN} / \text{m} \quad (77)$$

3-3.2 Gleichlast – Gegenlast

Anhand des Viertelmodells der unendlich ausgedehnten punktgestützten Platte lässt sich die Reaktionslast der Stütze einfach berechnen, da die Summe der Belastungen der bezogenen Teilfläche als Lagerreaktion auf die Fläche der Lasteinleitung in Plattenmittelebene aufgebracht werden kann.

Die Gleichlast lässt sich somit bei gegebenen Viertelmodell wie folgt berechnen:

$$q_{1/4\text{react}} = \frac{q \cdot \frac{l_x}{2} \cdot \frac{l_y}{2}}{\frac{1}{4} \cdot A_{\text{app}}} = \frac{6 \cdot 2,5 \cdot 2,5}{\frac{1}{4} \cdot \left(20 + 2 \cdot \tan(35) \cdot \frac{16}{2}\right)^2 \cdot 10^{-4}} = 1540,6 \text{ kN} / \text{m}^2 \quad (78)$$

3-3.3 Flächenbettung

Bezieht man die oben errechnete singuläre Wegfeder k_{sup} auf die beanspruchte Fläche in Plattenmittelebene, lässt sich ein Bettungsmodul wie folgt berechnen:

$$k_{\text{area,sup}} = \frac{k_{\text{sup}}}{A_{\text{app}}} = \frac{2,766 \cdot 10^4}{\left(20 + 2 \cdot \tan(35) \cdot \frac{16}{2}\right)^2 \cdot 10^{-4}} = 2,841 \cdot 10^5 \text{ kN} / \text{m}^3 \quad (79)$$

Dies bedeutet, dass am gegebenen Viertelsystem folgende Flächenbettung angebracht werden kann:

$$k_{1/4\text{area,sup}} = k_{\text{area,sup}} \cdot \frac{1}{4} = 2,841 \cdot 10^5 \cdot \frac{1}{4} = 7,103 \cdot 10^4 \text{ kN} / \text{m} \quad (80)$$

3-3.4 Lagerung auf Kontakt

Die Kontaktfläche der Lastanbindung (Stütze) wurde mittels einer ausreichend starren Stahlplatte (40 mm) als 3D-Volumenelement und starrer/fester Lagerung modelliert. Das 3D-Kontaktvolumen kann ausschließlich Druckspannungen aufnehmen und fällt bei Zugspannungen aus. Die Lastausbreitung bis zur Schwerpunksebene kann im vorliegenden Fall aufgrund der 2D-Plattenberechnung nicht berücksichtigt werden. Die Kontaktfläche entspricht im vorliegenden Fall der Lasteinleitungsfläche in Plattenmittelebene.

3-3.5 Gegenüberstellung der resultierenden Stützmente

Die Biegemomente m_x und m_y aus den Vergleichsberechnungen am Viertelsystem können Abb. 3-3—1 und Abb. 3-3—2 entnommen werden. Der rot hinterlegte Bereich bildet den direkten gestützten Bereich, der grün hinterlegte Bereich die Lastausbreitung bis zur Plattenmittelebene ab.

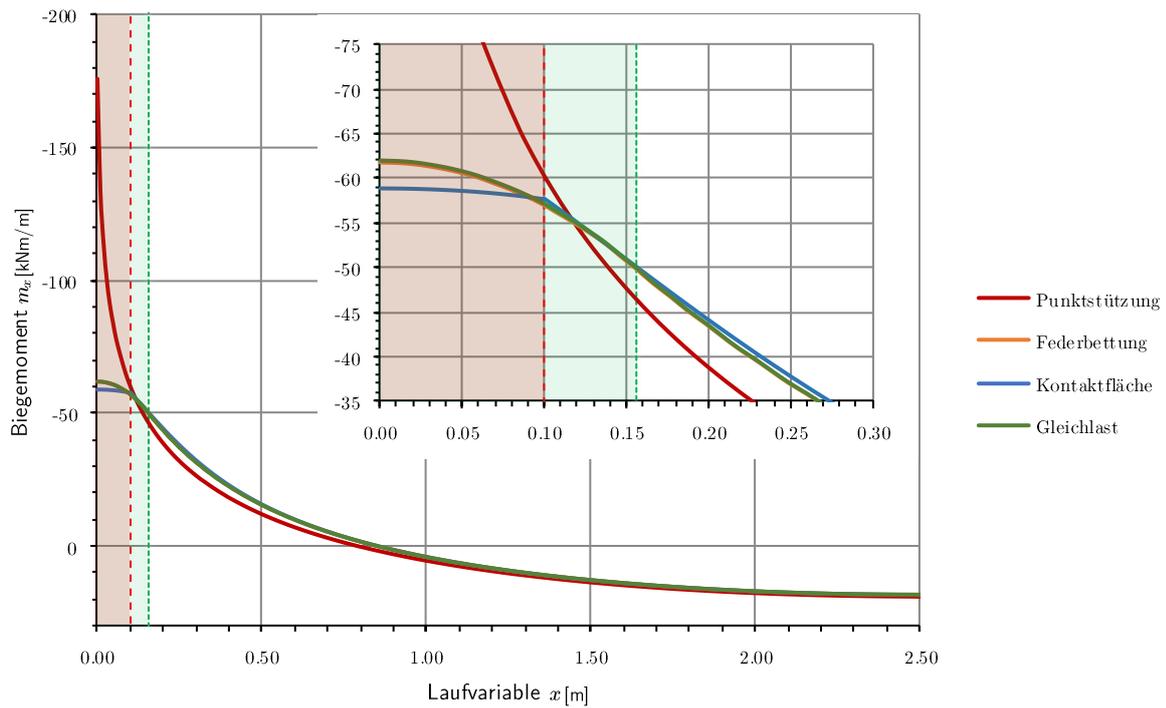


Abb. 3-3—1 Vergleich Lagerungsarten - Biegemomente m_x über dem Stützbereich

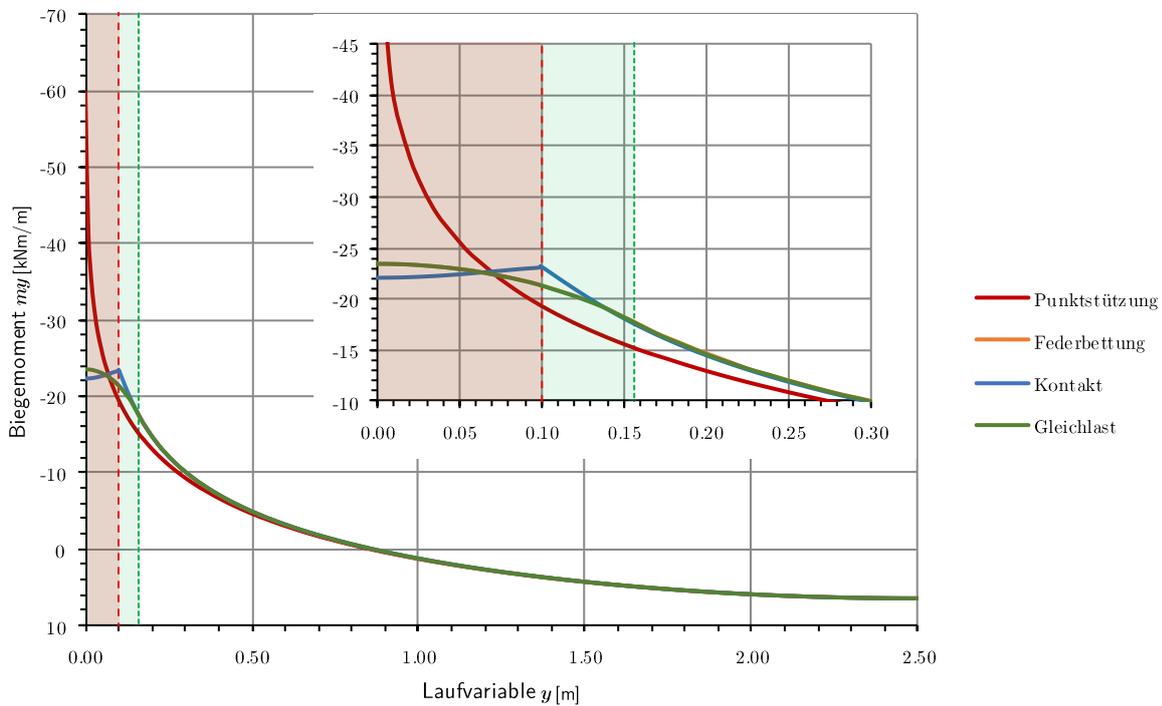


Abb. 3-3—2 Vergleich Lagerungsarten - Biegemomente m_y über dem Stützbereich

Die Auswertung der punktuellen Lagerung mit Wegfeder ergab eine Abweichung der singulären Stützmomente von ca. -1% im Vergleich zur festen punktuellen Lagerung. Somit kann

festgehalten werden, dass mittels einer punktuellen Wegfeder aufgrund einer hohen Federsteifigkeit, welche nur einem infinitesimalen Punkt zugewiesen ist, keine maßgebende Momentenausrundung erreicht bzw. die auftretende Singularität nicht “abgefangen“ werden kann.

Die Modellierung mittels Gleichlast und Federbettung zeigen einen fast identischen Biegemomentenverlauf auf, welcher sauber ausgerundet über der Stützstelle verläuft.

Die Biegemomente m_x und m_y des Kontakt-Modells weisen über dem Stützbereich differenzierte Verläufe auf. So steigt das Stützmoment m_x vom Stützenanschnitt bis hin zum Mittelpunkt nur mehr leicht an. Dies könnte mit Einpressungen der Randbereiche der Stütze in die Platte bzw. den Decklagen erklärt werden. Der Verlauf des Stützmomentes m_y hat das Maximum am Stützenanschnitt und sinkt bis zum Mittelpunkt der Stütze hin ab. Es ist schwer vorstellbar, dass das Stützmoment in der Realität über der Lasteinleitung absinkt, da es hier zu erhöhten Pressungen quer zur Faser kommt, sollte das Stützmoment auch ansteigen.

Es lässt sich ableiten, dass mittels Gleichlast und Federbettung eine gute Konvergenz und ein sauber ausgerundeter Biegemomentenverlauf erreicht werden kann. Aufgrunddessen, dass die Federbettung im Gegensatz zur Gleichlast stark von den Stützenparametern abhängig ist und dass die Lagerreaktion am Viertelsystem sehr einfach und unabhängig berechnet werden kann, wird dieses Modell für die weiteren Berechnungen in dieser Arbeit Anwendung finden.

3-4 NETZSTUDIE (FE-NETZFEINHEIT)

Die Qualität der Diskretisierung eines Bereiches mit Finite Elemente ist abhängig von der Netzgröße und der Elementordnung. Grundsätzlich gilt, je feiner das Netz und je höher die Ordnung der Elemente desto besser/genauer kann ein Bereich diskretisiert und beschrieben werden.

Die nachfolgende Netzstudie zeigt anhand des Viertelsystems aus Abschn. 3-2 den Einfluss der Netzgröße auf den Biegemomentenverlauf. Die grundlegenden Systemparameter stammen aus der Vergleichsberechnung der Lagerungsarten (Abschn. 3-3) und können Tab. 3—3 entnommen werden. Analysiert wurden jeweils die Stützmomenten-Maxima im Stützenmittelpunkt am Viertelsystem mit singulärer Punktstützung und am Viertelsystem mit einer Gleichlast als Auflagerreaktion. Variiert wurde die globale Netzgröße über die Elementanzahl s der Flächenberandung in die entsprechenden Achsrichtungen x/y . Die Elementanzahl wurde dabei im Bereich von $s = 8$ bis 500 untersucht, welche einer globalen Netzgröße von 30 cm bis 0,5 cm entspricht.

Abb. 3-4—1 und Abb. 3-4—3 stellen die Ergebnisse der Netzstudie bis Elementanzahl $s = 250$ gegenüber. Auf der Abszisse ist die Elementanzahl s der entsprechenden Achsrichtung x/y der Flächenberandung dimensionslos aufgetragen. Das entsprechende Biegemoment m_x/m_y bezogen auf ein Referenzmoment ist auf der Ordinate dimensionslos aufgetragen. Als Referenzmoment wurde das konvergierende Stützmoment aus dem Gleichlastmodell mit einer Elementanzahl

von $s = 500$ gewählt. Das Vergleichsmoment aus dem Gleichlastmodell mit $s = 500$ bezogen auf das Referenzmoment ergibt somit 1 bzw. 100%.

Den grafischen Auswertungen kann entnommen werden, dass, wie zu erwarten, aufgrund der Singularität bei der Punktstützung die Biegemomente dieser Lagerungsart nicht interpretiert werden können und gegen unendlich ansteigen. Das Biegemoment in Haupttragrichtung m_x zufolge Gleichlast zeigt bereits mit einer geringen Elementanzahl von $s = 8$ eine Abweichung von lediglich -11% bezogen auf die Referenzlösung mit $s = 500$.

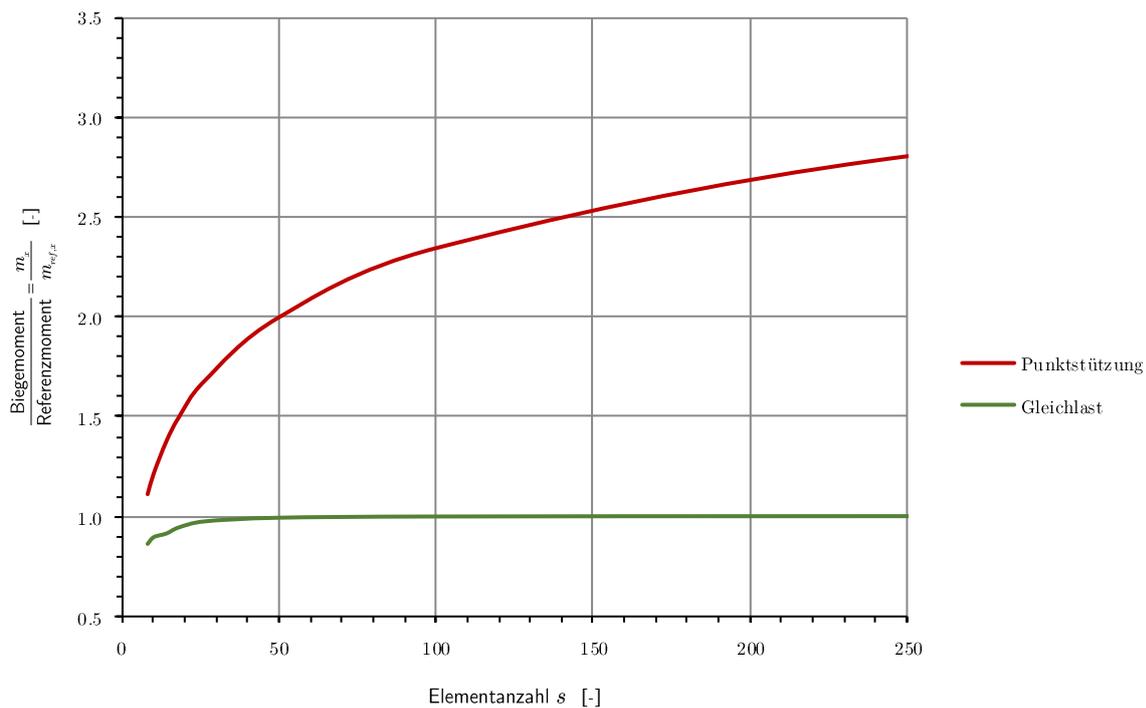


Abb. 3-4—1 Diagramm - Vergleich der Netzfeinheit Stützmomentenauswertung m_x

Abb. 3-4—2 zeigt einen detaillierten Ausschnitt der Konvergenzanalyse. Es zeigt sich, dass bei Steigerung der Elementanzahl auf $s = 18$, was einer globalen Netzfeinheit von 15 cm entspricht, sich die Abweichung bezogen auf die Referenzlösung auf rund -5% verringert.

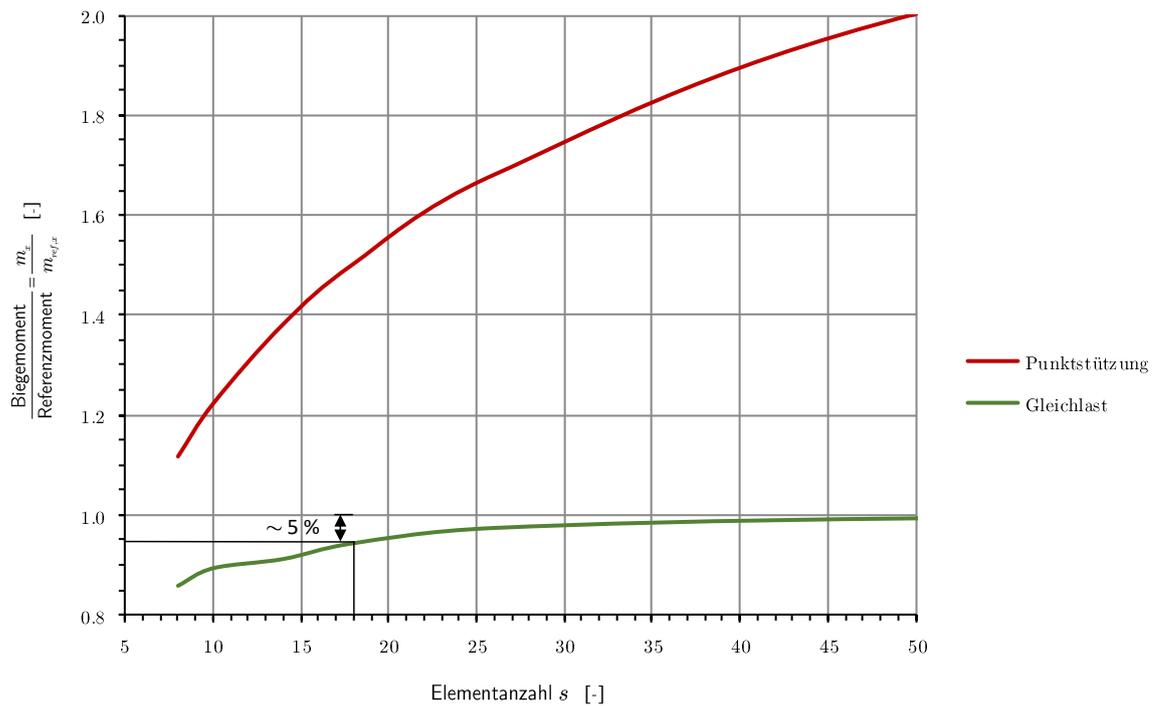


Abb. 3-4—2 Diagramm - Verifizierung der Netzfeinheit Stützmomentenauswertung m_x im Bereich $s=8$ bis $s=50$

Das Biegemoment in Nebentragsrichtung m_y zufolge Gleichlast zeigt fast keine Abhängigkeit von der Elementanzahl bzw. zur Netzgröße (Abb. 3-4—3). Der annähernd konstante Verlauf lässt darauf schließen, dass m_y unanfällig auf die Elementanzahl reagiert. Begründen ließe sich das mit einer verhältnismäßig geringen Biegesteifigkeit B_y in Nebentragsrichtung bei gewähltem Spannweitenverhältnis $l_x/l_y = 1$. Folglich wirken auch in Nebentragsrichtung deutlich reduzierte Lasten.

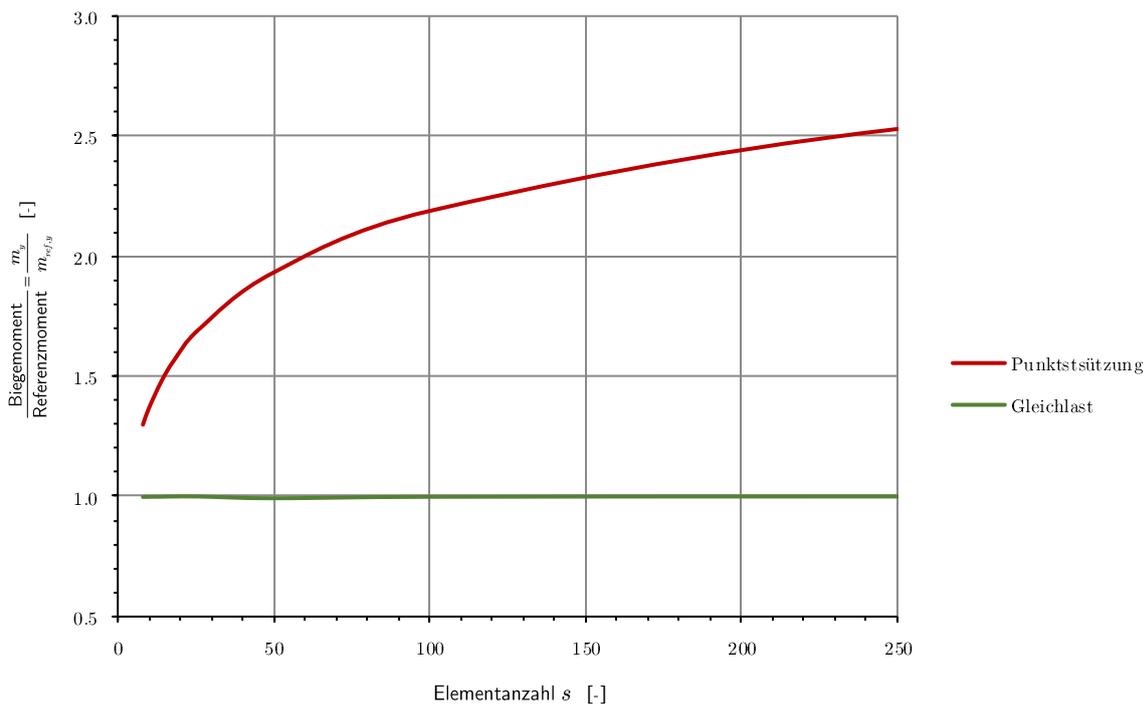


Abb. 3-4—3 Diagramm - Vergleich der Netzfeinheit Stützmomentenauswertung m_y

Es kann festgehalten werden, dass eine Teilung jedes Flächenelementes durch mindestens 8 Elemente empfohlen werden kann. Des Weiteren kann eine globale Netzgröße von ca. 10 cm als Anhaltspunkt genommen werden. Bei großen Systemen empfiehlt es sich größere globale Netzweiten mit lokalen Netzverfeinerungen zu verwenden. Anzumerken ist, dass natürlich auch die Elementordnung Einfluss auf die Ergebnisse hat. Da die Beeinflussung der Elementordnung bei RFEM jedoch nicht möglich ist, kann hier diesbezüglich keine Aussage darüber getroffen werden bzw. konnte dieser Einfluss nicht genauer untersucht werden.

3-5 MOMENTENAUSRUNDUNG BEI PUNKTLAGERUNG

Eine weitere Möglichkeit singuläre Stützmomente ingenieurmäßig abzuschätzen und zu interpretieren bietet das Ausrunden der Momente wie es beispielsweise beim Durchlaufträger allgemein üblich ist.

So kann beispielsweise durch Erfassen der Anschnittmomente im Lasteinleitungsbereich und durch zusätzliches Aufbringen der Lagerreaktion als Linienlast auf einen gedanklichen Einfeldträger über dem Lasteinleitungsbereich der Biegemomentenverlauf ausgerundet werden. Abb. 3-5—1 bildet die grundsätzliche Vorgehensweise bei der Stützmomentenausrundung ab. Anzumerken ist, dass im Übergangsbereich der Momentenlinien (Anschnittpunkte Lasteinleitungsbereich) ein deutlicher Knick entstehen kann.

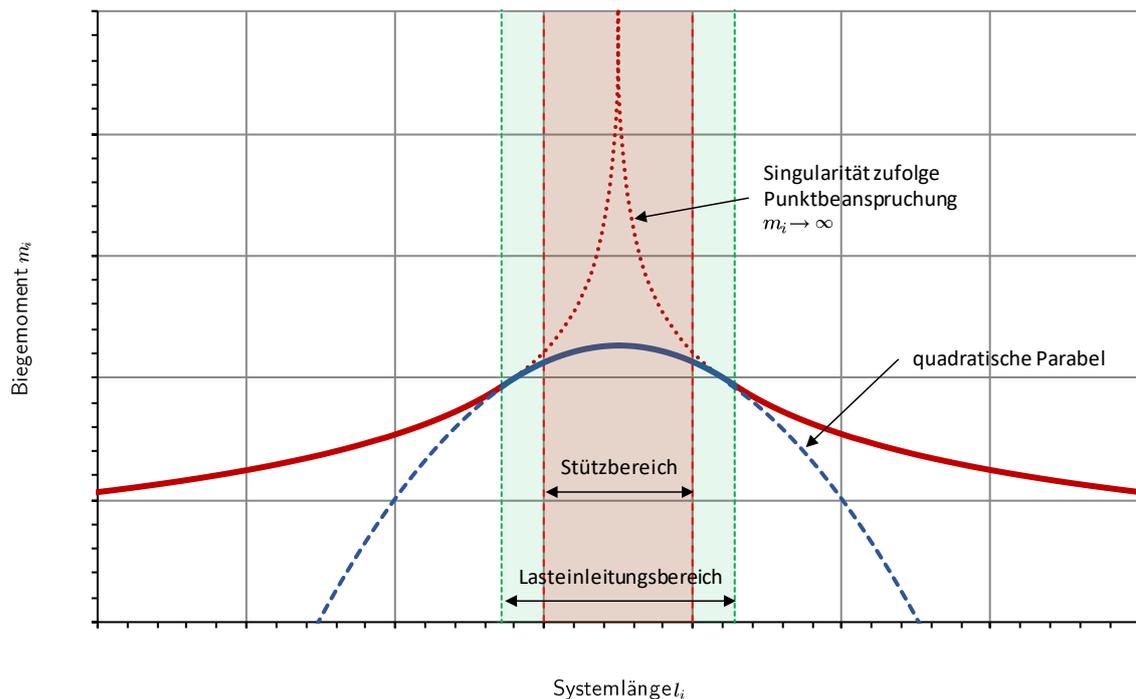


Abb. 3-5—1 Stützmomentenausrundung mittels quadratischer Parabel

Die parabolischen Biegemomentenverläufe eines 1m-Plattenstreifens als Einfeldträgers können mit folgenden Gleichungen bestimmt werden:

$$m_{beam}(x) = \frac{q \cdot x}{2}(l - x) \quad (81)$$

$$m_{beam,max} = \frac{q \cdot l^2}{8} \quad (82)$$

3-5.1 Punktgestützte rotationssymmetrische isotrope Kreisplatte

Ausgehend von der punktgestützten isotropen rotationssymmetrischen Platte aus Absch. 3-1.2 – Lösungsansatz mit singularer Punktlast – kann die Momentenlinie über dem Stützbereich wie folgt ausgerundet werden.

Die Auflagerreaktion über der Stütze bezogen auf die Lasteinleitungsfläche in Schwerpunkts-ebene ist zufolge (91) $-463,66 \text{ kN/m}^2$. Geht man aufgrund der vorliegenden isotropen Platte von einer zweiachsigen Lastverteilung aus, so ist in jede Richtung die halbe Auflagerlast $q = -231,83 \text{ kN/m}$ als Linienlast für den gedachten Einfeldträger über die Lasteinleitungsweite $2b$ anzusetzen. Die Biegemomente des gedachten Einfeldträgers errechnen sich wie folgt:

$$m_{r,beam}(x) = \frac{q \cdot x}{2}(2b - x) = \frac{-231,83 \cdot x}{2}(0,36 - x) \quad (83)$$

$$m_{r,beam,max} = \frac{q \cdot (2b)^2}{8} = \frac{-231,83 \cdot 0,36^2}{8} = -3,756 \text{ kNm/m} \quad (84)$$

Die errechneten Momente $m_{beam}(x)$ sind nun auf die Anschnittmomente $m_r(r=b)$ anzurechnen. Das Maxima in Stützmittelpunkt ergibt sich zu:

$$m_{r,approx,max} = m_r(r=b) + m_{beam,max} = -5,181 - 3,756 = -8,937 \text{ kNm/m} \quad (85)$$

Im Vergleich mit der analytischen Lösungsstrategie aus Absch. 3-1.2 – Lösungsansatz mit Gleichlast – ergibt sich eine Abweichung von ca. +1%. Abb. 3-5—2 zeigt die fast identischen Biegemomentenverläufe durch Ausrunden der Stützmomente im Vergleich zu den Momenten zufolge der schlaffen Gleichlast.

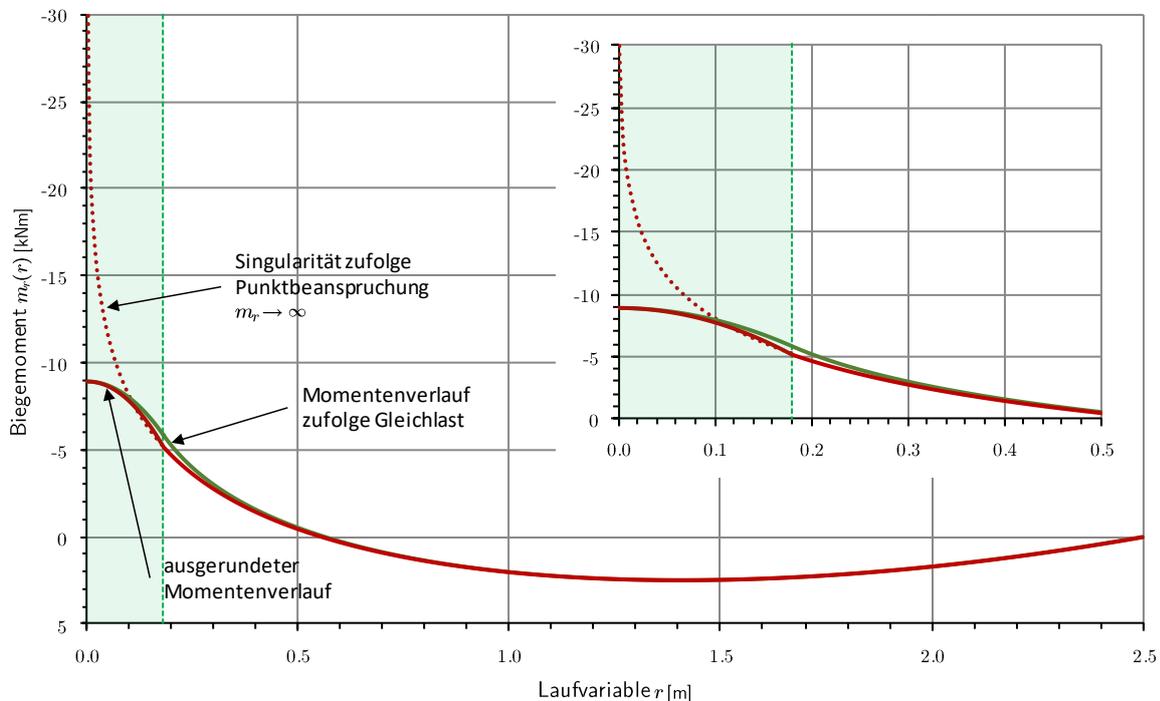


Abb. 3-5—2 Ausrundung des Stützmomentes an der isotropen punktgestützten rotationssymmetrischen Kreisplatte

3-5.2 Punktgestützte unendlich ausgedehnte orthotrope Platte (Viertelsystem)

Als Grundlage für nachfolgendes Beispiel dienen Modelldaten sowie Berechnungen aus Abschn. 3-3.1 mit $l_x/2 = l_y/2 = 2,5$ m. Die Auflagerreaktion der Stütze lässt sich mit $F_z = q_z \cdot l_x \cdot l_y = 6 \cdot 5 \cdot 5 = 150$ kN berechnen. Verteilt man diese Last auf die beanspruchte Fläche in Schwerpunksebene $A_{app} = c \cdot d$ erhält man $q = -F_z/A_{app}$ und somit folgt, $q = -150 / (20 + 2 \cdot \tan(35) \cdot 8)^2 \cdot 10^4 = -540,6$ kN/m².

Durch Aufteilen der Last q in q_x und q_y kann ein anteiliges Moment entsprechend der zwei Tragrichtungen zugeteilt werden. Dies kann anhand dem Streifenkreuzverfahren nach MARCUS geschehen. Hierbei werden Flächenlasten und Steifigkeiten mit der Spannweite der jeweils anderen Spannrichtung multipliziert. Das Gleichungssystem passiert auf Grundlage von Einfeldträgern wobei die Verformung w_x jener Verformung w_y genügen muss.

$$w_x = w_y \quad (86)$$

$$\frac{5 \cdot q_x \cdot d \cdot c^4}{384 \cdot B_x \cdot d} = \frac{5 \cdot q_y \cdot c \cdot d^4}{384 \cdot B_y \cdot c} \quad (87)$$

$$q_x + q_y = q \quad (88)$$

Durch lösen des Gleichungssystems erhält man die Aufteilung der Beanspruchung in entsprechende Tragrichtungen:

$$q_x = q \cdot \frac{B_x \cdot d^4}{B_x \cdot d^4 + B_y \cdot c^4} \quad (89)$$

$$q_y = q \cdot \frac{B_y \cdot c^4}{B_y \cdot c^4 + B_x \cdot d^4} \quad (90)$$

Ausgehend davon, dass vorwiegend quadratische Stützquerschnitte ($a = b$ und somit $c = d$) zum Einsatz kommen, vereinfachen sich die obigen Gleichungen zu:

$$q_x = q \cdot \frac{B_x}{B_x + B_y} \quad (91)$$

$$q_x = 1540,6 \cdot \frac{3,496 \cdot 10^6}{(3,496 + 0,429) \cdot 10^6} = 1372,21 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$q_y = q \cdot \frac{B_y}{B_y + B_x} \quad (92)$$

$$q_y = 1540,6 \cdot \frac{0,429 \cdot 10^6}{(0,429 + 3,496) \cdot 10^6} = 168,39 \text{ kN} / \text{m}^2$$

Somit erfolgt hier die Lastaufteilung im Lasteinleitungsbereich rein entsprechend der Verhältnisse der Biegesteifigkeiten.

Setzt man nun wiederum quadratisch parabolische Momentenverläufe m_x und m_y von gedachten 1m-Plattenstreifen als Einfeldträger über der Lasteinleitungsfläche mit den Längen c bzw. d voraus, so errechnen sich deren Momente zu:

$$m_{x,beam}(x) = \frac{q_x \cdot x}{2} (c - x) = \frac{-1372,21 \cdot x}{2} (0,312 - x) \quad (93)$$

$$m_{x,beam,max} = \frac{q_x \cdot c^2}{8} = \frac{-1372,21 \cdot 0,312^2}{8} = -16,7 \text{ kNm} / m \quad (94)$$

$$m_{y,beam}(y) = \frac{q_y \cdot y}{2} (d - y) = \frac{-168,39 \cdot y}{2} (0,312 - y) \quad (95)$$

$$m_{y,beam,max} = \frac{q_y \cdot d^2}{8} = \frac{-168,39 \cdot 0,312^2}{8} = -2,049 \text{ kNm} / m \quad (96)$$

Durch das Aufsummieren der Anschnittmomente $m_{x,cut}$ und $m_{y,cut}$ der entsprechenden Tragrichtung mit den errechneten parabolischen Momentenverläufen $m_{x,beam}$ und $m_{y,beam}$ über der Lasteinleitung ergeben die Maximalmomente:

$$m_{x,approx} = m_{x,cut} + m_{x,beam} = -46,65 - 16,7 = -63,35 \text{ kNm} / m \quad (97)$$

$$m_{y,approx} = m_{y,cut} + m_{y,beam} = -15,35 - 2,049 = -17,4 \text{ kNm} / m \quad (98)$$

Abb. 3-5—3 und Abb. 3-5—4 zeigen den Vergleich der errechneten Momenverläufe über den Stützbereich.

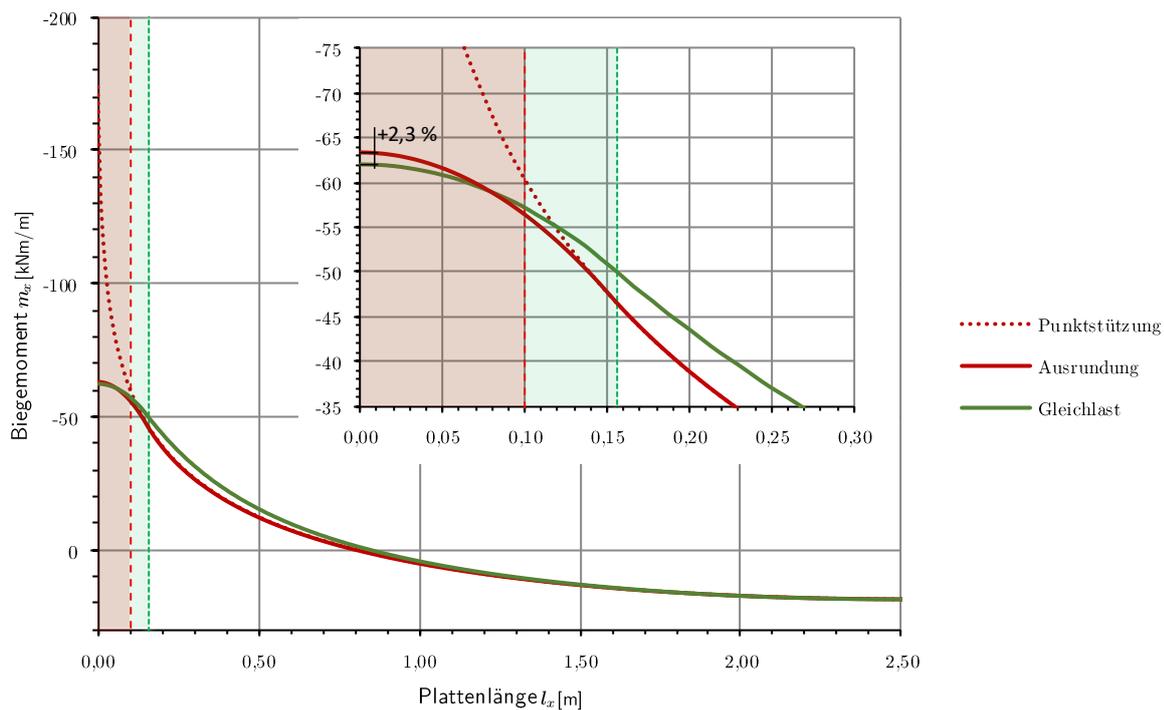


Abb. 3-5—3 Vergleich – Ausgerundetes Stützmoment m_x

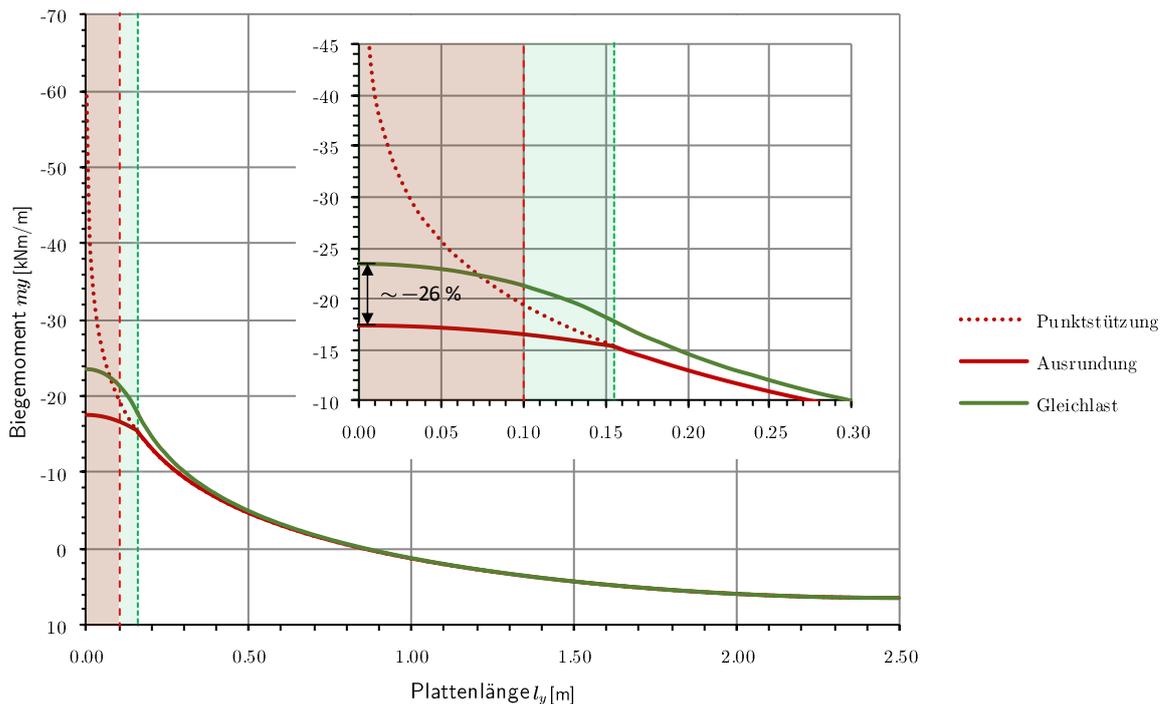


Abb. 3-5—4 Vergleich – Ausgerundetes Stützmoment m_y

Der ausgerundete Momentenverlauf $m_{x,approx}$ konnte gut der näherungsweise Referenzlösung m_x zufolge Gleichlast angenähert werden. Das Stützmoment m_x wird zufolge der Ausrundung um +2,3% überschätzt. Für das ausgerundete Stützmoment $m_{y,approx}$ konnte keine gute Näherung in Bezug auf das Referenzmoment m_y erreicht werden. Das Stützmoment wird zufolge der Ausrundung um ca. -26% unterschätzt. Des Weiteren stellt sich beim Übergang (Last-einleitungsbereich) der Momentenlinien ein deutlicher Knick ein.

Für die Stützmomentenausrundung der punktgestützten orthotropen Platte kann hier keine deutliche Aussage getroffen werden, da das Stützmoment m_y in Nebentragrichtung doch erheblich unterschätzt wird. Um diesen Lösungsansatz weiter zu verfolgen, könnte man für die Lastaufteilung auch die Schubsteifigkeiten berücksichtigen. Schließlich sind auch bei der Verformung der BSP-Platte die Anteile zufolge Schubverformung zu berücksichtigen.

Als weiterer Lösungsansatz könnte man auf die Ausrundung der Momentenlinien verzichten und die gesuchten Momentenmaxima über der Stütze mittels gefitteter Parameter bzw. Funktionen in Abhängigkeit zu den Anschnittmomenten im Lasteinleitungsbereich berechnen:

$$m_{x,approx} = A \cdot m_{x,cut} \quad (99)$$

$$m_{y,approx} = B \cdot m_{y,cut} \quad (100)$$

wobei A und B gefittete Funktionen sein müssen, welche Systemparameter wie Steifigkeitsverhältnisse, Belastung und Systemabmessungen beinhalten. Das Auffinden der Funktionen A

und B könnte ähnlich wie in Kapitel 5 mithilfe der Referenz-Plattenlösung oder der FE-Lösung erfolgen.

3-6 SPANNUNGSVERTEILUNG IM BEREICH DER LASTEINLEITUNG – 3D-MODELL

Anhand eines 3D-Modells sollen im Folgenden die Spannungen, insbesondere die Rollschubspannungen im Lasteinleitungsbereich verifiziert werden. Somit kann anhand des 3D-Modells auch die Lastausbreitung über den Querschnitt abgebildet werden und die angenommene näherungsweise Lastausbreitung im Winkel von $\alpha = 35^\circ$ nach MESTEK [32] überprüft werden.

3-6.1 3D-Modell

Das 3D-Modell basiert auf dem bereits bekannten Viertelsystem aus Abschn. 3-2 wobei folgende Systemparameter für die Abbildung im FE-Programm ABAQUS Anwendung fanden:

Tab. 3—4 Systemparameter 3D-Modell

#Schichten	BSP-Platte		Stützquerschnitt		Belastung
	t_{BSP}	l_x	l_y	$a = b$	q_z
[-]	[mm]	[m]	[m]	[mm]	[kN/m ²]
5	160	5,0	5,0	200	6,0

Der Aufbau der 160 mm starken BSP-Platte wurde mit fünf gleichmäßig verteilten Schichten zu je 32 mm modelliert. Als Grundmaterial wurden den einzelnen Schichten die Materialparameter von C24 bzw. T14 entsprechend [12] zugewiesen. Die Lagersituation wurde mit dem Prinzip der schlaffen Gleichlast (siehe Abschn. 3-1.4) abgebildet. Da in der 3D-Rechnung die Effekte der Lastverteilung über den Querschnitt berücksichtigt werden, wurde im vorliegenden Fall die Reaktionslast q_{react} auf den direktgestützten Bereich, sprich Stützenquerschnitt $a \cdot b$ bezogen.

In ABAQUS wurde ein „3D Solid“ Modell mit dem Elementtyp C3D8 und einer globalen Netzgröße von 1 cm im Grundriss verwendet. Über die Querschnittshöhe fanden 16 Knoten (entspricht 4 Knoten pro Lage) Anwendung. Dies entspricht einer Elementanzahl von 4 Elementen pro Schicht. Der Abb. 3-6—1 können die Systemabmessungen sowie die Auswertepositionen (1) bis (6) für die Spannungsauswertung über den Querschnitt im Plattenbereich entnommen werden. Abb. 3-6—2 zeigt das 3D-Modell mit Orthotropierichtungen in ABAQUS.

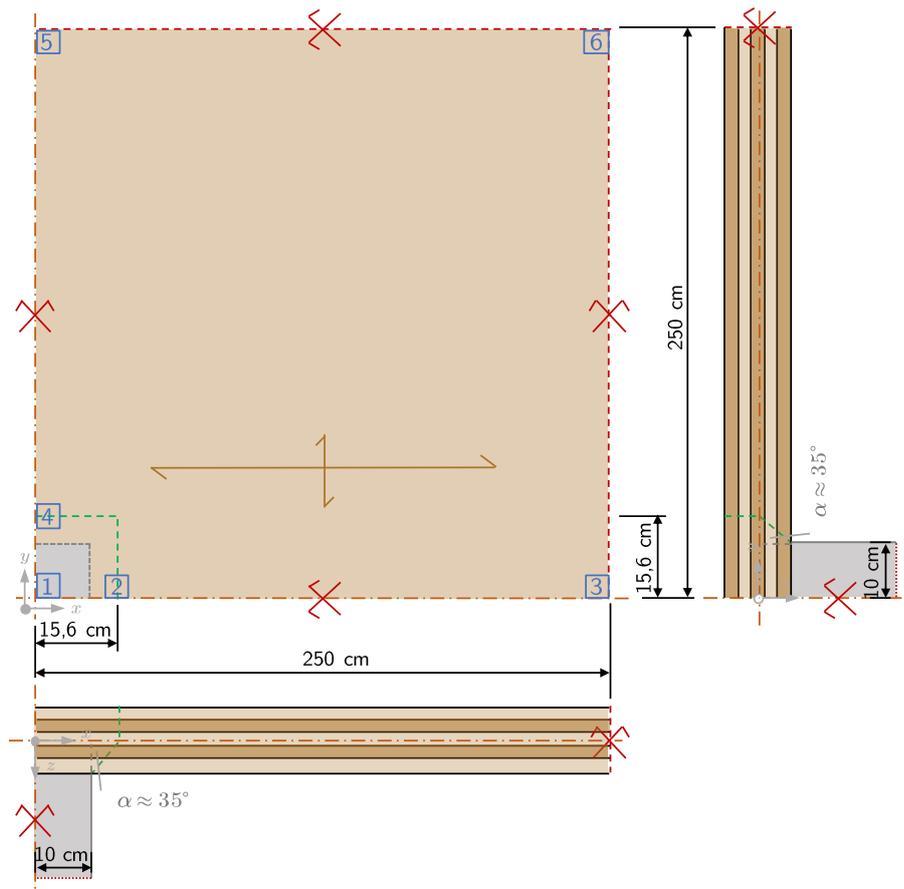


Abb. 3-6—1 3D-Modell Systemübersicht und Auslesepositionen in Plattenebene – Spannungsverteilung über den Querschnitt

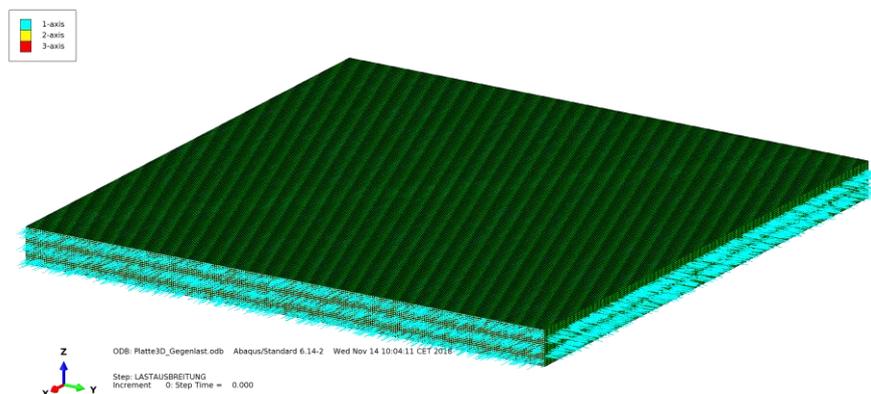


Abb. 3-6—2 3D-Modell des Viertelsystems in ABAQUS mit Darstellung der Orthotropierichtungen

3-6.2 Lastausbreitung und maximale Schubspannungen

Anhand einer Evaluierung der maßgebenden Rollschubspannungen der einzelnen Schichten entlang der entsprechenden Achse im Stützbereich kann die Lastausbreitung sowie die Position der maximalen Rollschubspannungen analysiert werden. Der Abb. 3-6—3 kann der Plattenbauaufbau bzw. die einzelnen Schichten sowie die benötigten Maße entnommen werden.

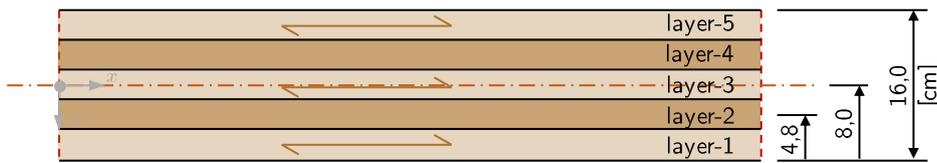


Abb. 3-6—3 Querschnittsaufbau 3D-Modell in ABAQUS

Die Rollschubspannungen der nächstgelegenen Querlagen zur Schwerpunktschicht sind für die globale Bemessung maßgebend. In x -Richtung (Haupttragrichtung) sind die Rollschubspannungen beider Querlagen (zweite und vierte Lage) ausgewertet und in Abb. 3-6—4 und Abb. 3-6—5 dargestellt. In y -Richtung (Nebentragrichtung) sind die Rollschubspannungen der Mittellage (dritte Lage) maßgebend und in Abb. 3-6—6 ausgewertet.

In den nachfolgenden Diagrammen ist das Ende des direkt gestützten Bereiches (rote Linie) bei $x = a/2 = 10$ cm abgebildet. Die grüne Linie zeigt den näherungsweise Lasteinleitungsbereich mit $\alpha_{ortho} = 35^\circ$ bis zur Schwerpunktschicht ($t_{CLT}/2$) an den Stellen $x = 13,4$ cm für die zweite Lage und $x = c/2 = 15,6$ cm für die dritte und vierte Lage.

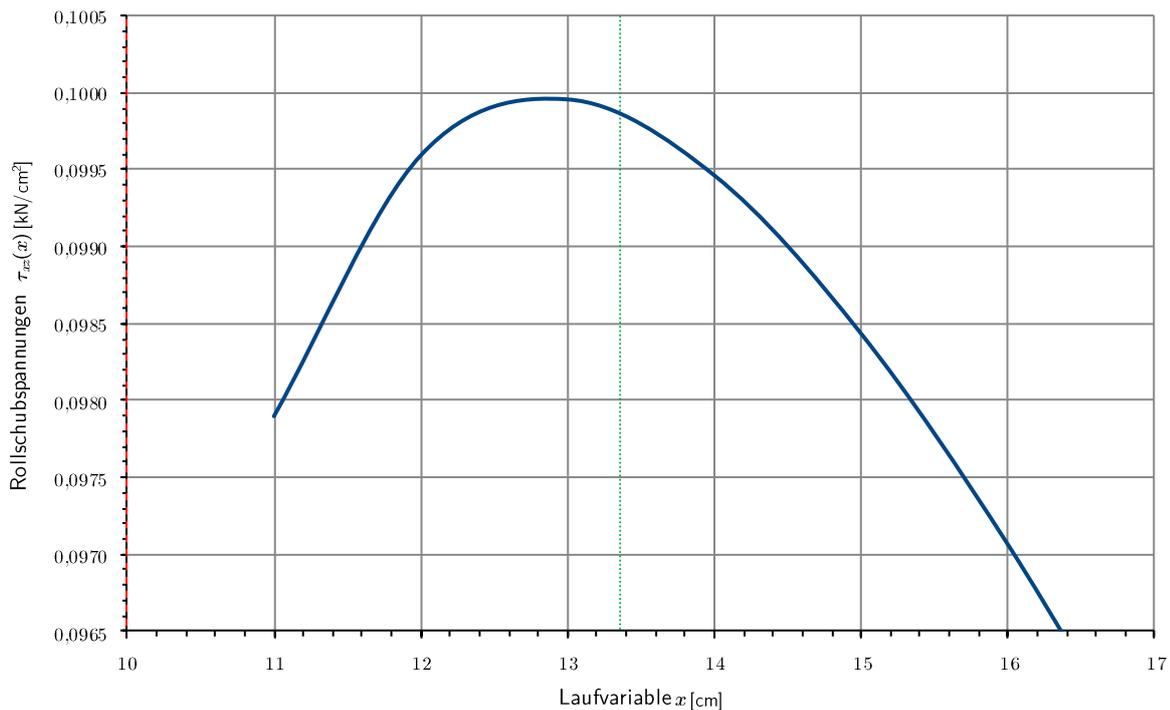


Abb. 3-6—4 Diagramm – maximale Rollschubspannungen τ_{xz} in der zweiten Lage entlang der x -Achse

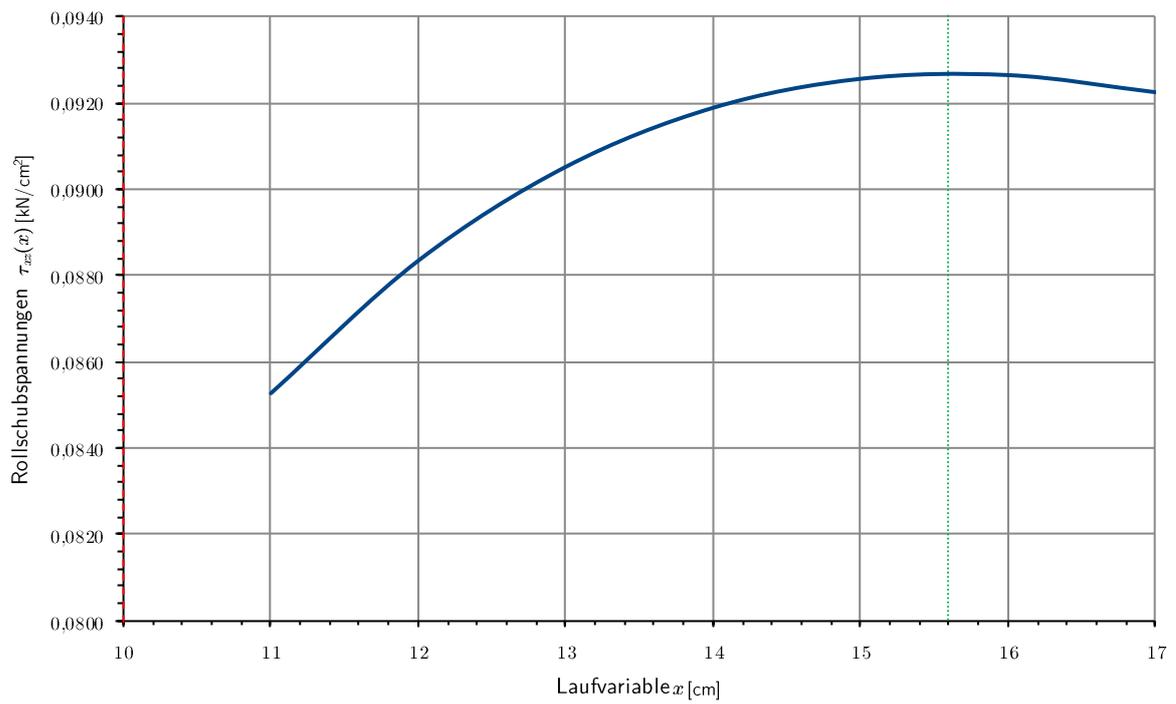


Abb. 3-6-5 Diagramm – maximale Rollschubspannungen τ_{xz} in der vierten Lage entlang der x -Achse

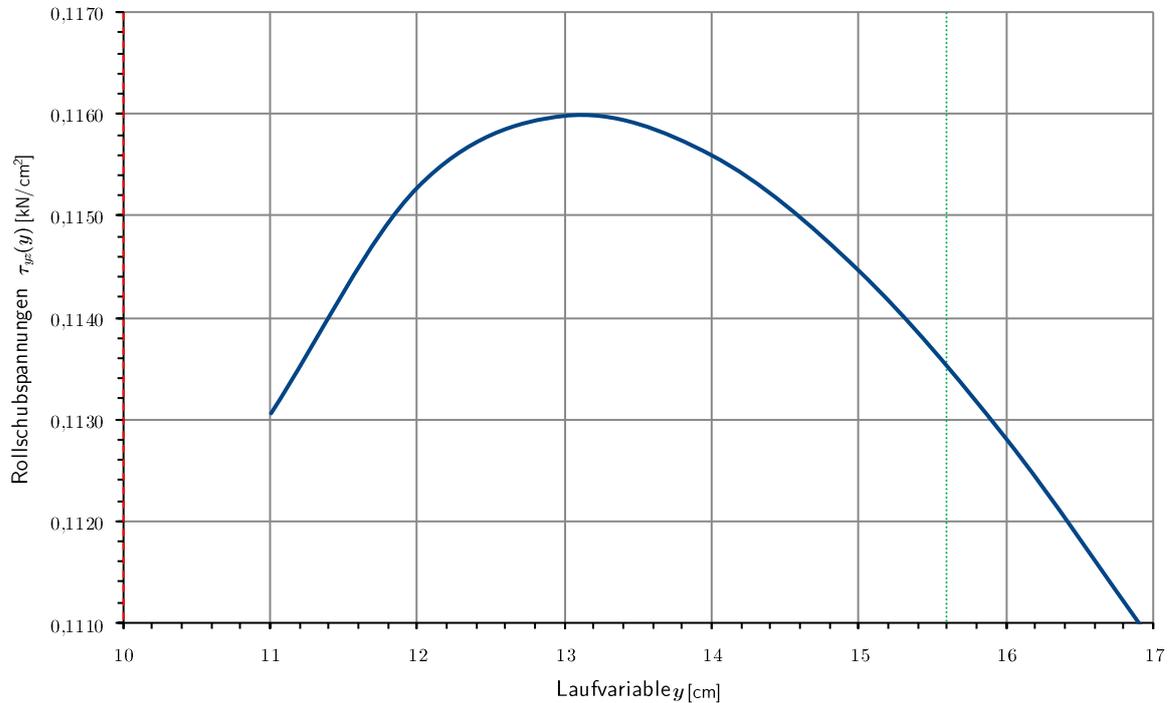


Abb. 3-6-6 Diagramm – maximale Rollschubspannungen τ_{yz} in der dritten Lage (Mittellage) entlang der y -Achse

Ausgewertet für die 2. und 4. Lage in x -Richtung (Haupttragrichtung) ergibt dies:

$$\alpha_2 = \tan^{-1}\left(\frac{13-10}{4,8}\right) = 32,01^\circ \quad (101)$$

$$\alpha_4 = \tan^{-1}\left(\frac{16-10}{8}\right) = 36,87^\circ \quad (102)$$

Für die Mittellage in Nebentragrichtung ergibt sich ein rechnerischer Lastausbreitungswinkel von:

$$\alpha_3 = \tan^{-1}\left(\frac{13-10}{8}\right) = 20,56^\circ \quad (103)$$

Die Auswertungen (101) bis (103) zeigen, dass die Annahme eines Lastausbreitungswinkels von $\alpha \approx 35^\circ$ eine gute Abschätzung für die 2D-Rechnung darstellt. Den obigen Ergebnissen kann entnommen werden, dass es allerdings in der Realität zu keiner symmetrischen Lastausbreitung kommen wird. Dies lässt sich bereits einfach durch die Steifigkeitsverhältnisse der Biegesteifigkeiten B_x/B_y bzw. aufgrund der orthotropen geschichteten Struktur erklären.

3-6.3 Spannungsauswertung über den Querschnitt

Die Auswertung der Spannungsverteilung über den Querschnitt ist nicht Teil der vorliegenden Arbeit. Diese wird jedoch aufgrund des vorhandenen 3D-Modells der Vollständigkeit halber überblicksmäßig betrachtet. Die Auswertepositionen im Plattenbereich können Abb. 3-6—1 entnommen werden (siehe auch Abschn. 5-1.1).

Normalspannungen - Biegespannungen

Der Abb. 3-6—7 können die Normalspannungsverteilungen σ_{xx} und σ_{yy} über den Querschnitt zufolge Biegung in den entsprechenden Auswertepositionen entnommen werden. Die Spannungsdiagramme sind übersichtsmäßig so dargestellt, dass auf der Abszisse die Querschnittshöhe in cm und auf der Ordinate die entsprechenden Normalspannungen in kN/cm^2 aufgetragen sind.

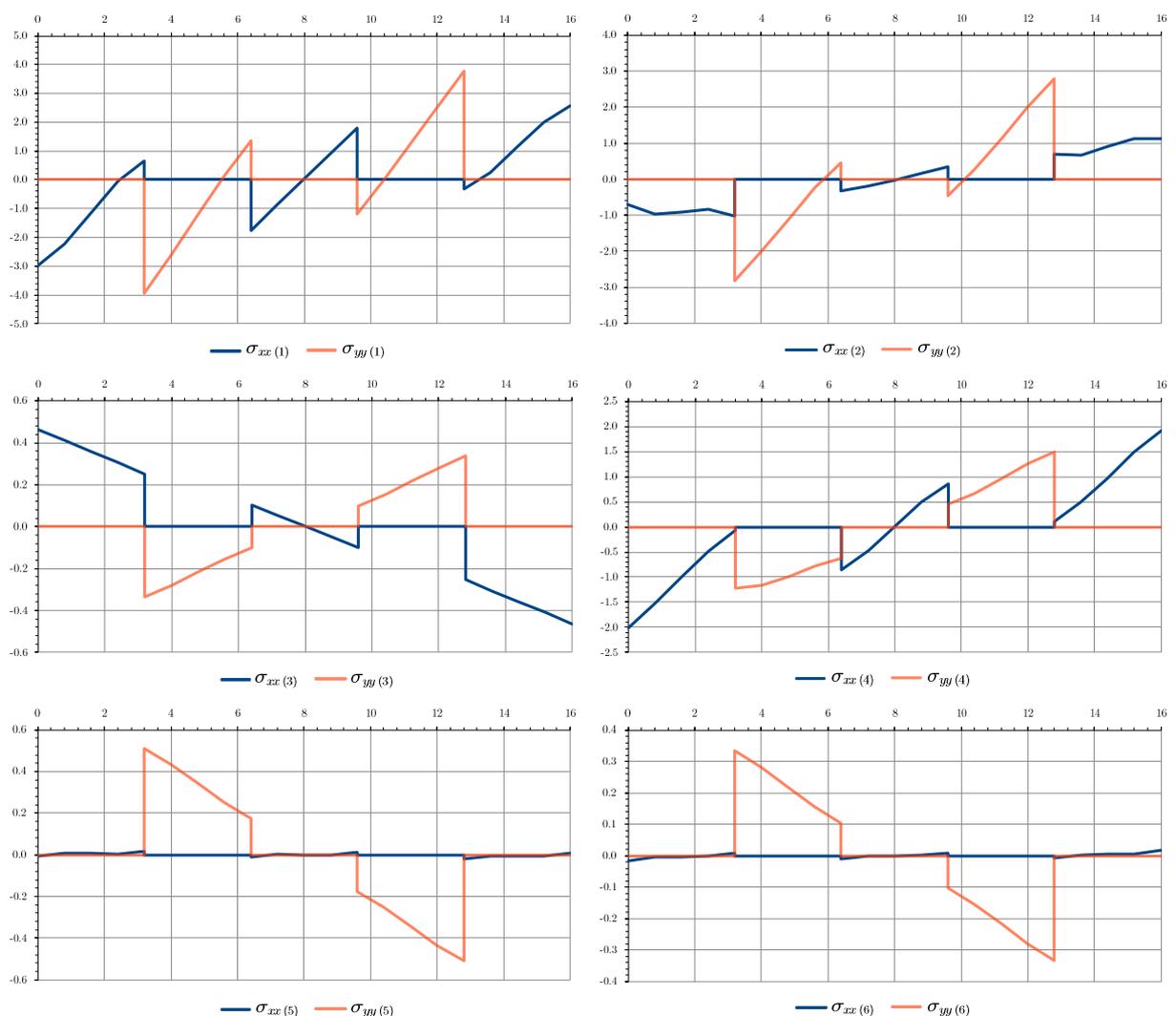


Abb. 3-6—7 Verteilung der Normalspannungen σ_{xx} und σ_{yy} über den BSP Querschnitt

Schubspannungen

Abb. 3-6—8 zeigt die Verteilung der Schub- und Rollschubspannungen τ_{xz} und τ_{yz} in den entsprechenden Auswertepositionen über den Querschnitt. In den Spannungsdiagrammen sind die Schubspannungen in kN/cm^2 auf der Ordinate und die Querschnittshöhe in cm auf der Abszisse aufgetragen.

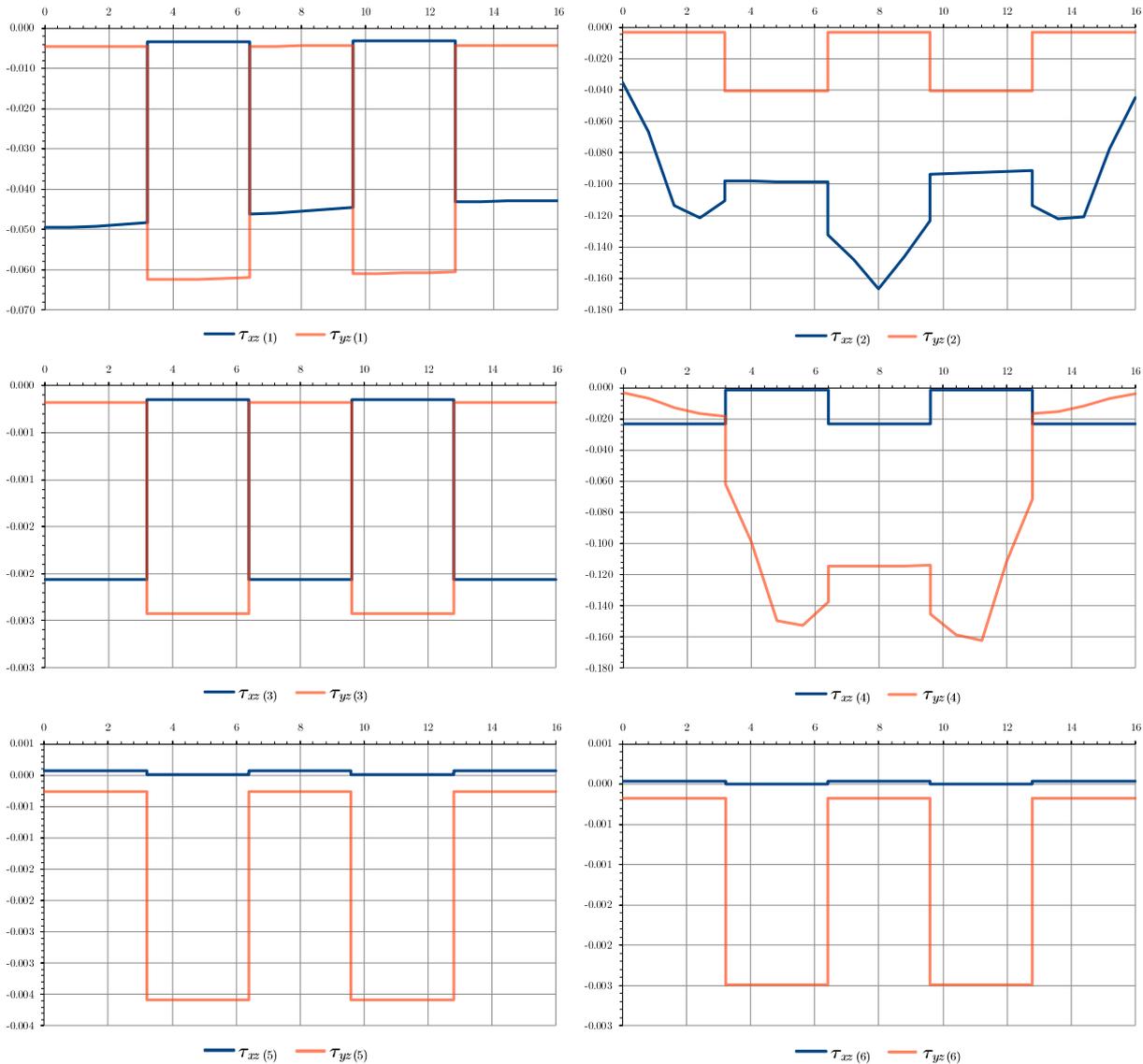


Abb. 3-6—8 Verteilung der Schubspannungen τ_{xz} und τ_{yz} über den BSP Querschnitt

Vergleich

Wie bereits in Kapitel 2 erwähnt, werden bei den klassischen Plattentheorien nach KIRCHHOFF und REIBNER-MINDLIN Spannungsverläufe analog der klassischen Balkentheorie erwartet. So tritt bei den Normalspannungen in Faserrichtung ein linearer Verlauf auf. Die Normalspannungen in den Lagen quer zur Faser sind aufgrund der Annahme $E_{90} \approx 0$ annähernd Null. Die Schubspannungsverläufe in den Lagen längs zur Faser weisen einen parabolischen Verlauf

und die Lagen quer zur Faser einen konstanten Verlauf auf. In Abb. 3-6—9 sind der Normal- und Schubspannungsverlauf einer 5-schichtigen BSP-Platte in Haupttragrichtung (x -Richtung) qualitativ abgebildet.

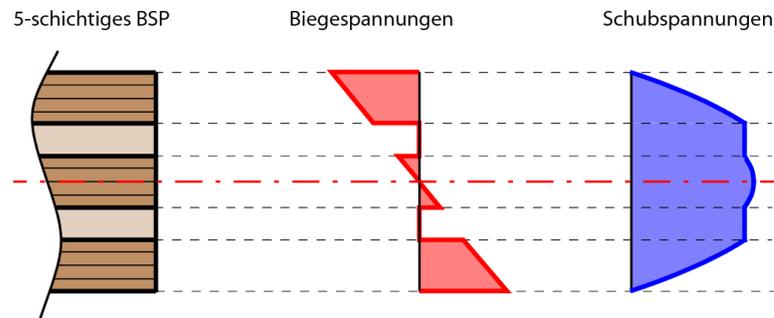


Abb. 3-6—9 Biege- und Schubspannungsverlauf einer 5-schichtigen BSP-Platte entsprechend der Stab- bzw. Plattentheorie [6]

Vergleicht man die Spannungsverläufe über den BSP-Querschnitt aus Abb. 3-6—9 mit den ausgewerteten Spannungsverläufen aus der FE-Rechnung (Abb. 3-6—7 und Abb. 3-6—8), so weichen die Normal- und Schubspannungen vom erwarteten Verlauf ab. Es zeichnen sich Spannungssprünge bzw. Spannungsspitzen ab, welche von der klassischen Stabtheorie bzw. von den klassischen Plattentheorien (KIRCHHOFF und REIBNER-MINDLIN) aufgrund inkonsistenter Lösungsansätze nicht erfasst werden.

Diese elastischen Spannungsspitzen sind Effekte aus Schubverwölbungen, somit Längsverschiebungen, welche über die klassische Stabtheorie hinausgehen und sich aus den Schubgleitungen ergeben. Die dadurch hervorgerufenen Klaffungen (Inkompatibilitäten) der Verwölbungen in Querschnitten bei Einspannungsstellen, Querkraftsprüngen bzw. Querkraftveränderungen etc. erfahren durch Zwängungen zusätzliche Längswölbspannungen [52] (siehe auch [53]).

Um diese Effekte bei der Bemessung zu erfassen, sind erweiterte Stabtheorien wie das Gamma-Verfahren (mit analytisch exakter Lösung der DGL) oder das Schubanalogie-Verfahren notwendig (siehe [43]). Hinsichtlich Plattentheorien sind ebenfalls erweiterte Theorien wie beispielsweise das Zigzag-Theorem nach TESSLER ET AL. [7] in der Lage jene Effekte abzubilden.

KAPITEL 4: SCHNITTKRAFT- ERMITTLUNG FÜR PUNKTGESTÜTZTE BSP-PLATTEN

Für die Entwicklung einer Näherungslösung analog zur Gurt- und Feldstreifenmethode muss eine Referenzlösung erarbeitet werden. Im Folgenden wird ein Vorschlag zur analytischen Lösung von punktgestützten orthotropen Platten erarbeitet bzw. dargelegt. Alternativ lässt sich eine Referenz ebenfalls mithilfe von numerischen Methoden wie der FEM auffinden.

4-1 ANALYTISCHE LÖSUNG DER PUNKTGESTÜTZTEN ORTHOTROPEN PLATTE

Wie bereits in Abschn. 2-1.3 erwähnt lässt sich die endlos ausgedehnte punktgestützte orthotrope Platte mittels einer Fourier-Reihenentwicklung analytisch abbilden. Die nachfolgende analytische Lösung wurde in der Programmiersprache PYTHON für die Parameterstudie in Abschn. 5-1 umgesetzt.

4-1.1 DGL der schubstarren orthotropen Platte

Als Grundfunktion zur Berechnung der Platenschnittgrößen wird von der schubstarren orthotropen Platte (kirchhoff'sche Plattentheorie) ausgegangen. Die partielle Differentialgleichung (DGL) der schubstarren orthotropen Platte lautet (vgl. Abschn. 2-1.1):

$$B_x \cdot \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^4} + 2 \cdot (B_\nu + 2 \cdot D_{xy}) \cdot \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^2 \partial y^2} + B_y \cdot \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial y^4} = q_z(x,y) \quad (104)$$

Es bedeuten:

B_x	...	Biegesteifigkeit in x-Richtung [kNm ² /m]
B_y	...	Biegesteifigkeit in y-Richtung [kNm ² /m]
B_ν	...	gekoppelte Biegesteifigkeit (für BSP ≈ 0) [kNm ² /m]
D_{xy}	...	Drillsteifigkeit [kNm ² /m]
$w(x,y)$...	Durchbiegung [m]
$q_z(x,y)$...	Belastung der Platte [kN/m ²]

Aufgrund fehlender Seitenverklebung der einzelnen Brettlagen und/oder entstehende Risse kann der Kopplungsterm B_ν für BSP vernachlässigt werden (siehe Abschn. 2-1.4). Die DGL vereinfacht sich somit, wie folgt zu:

$$B_x \cdot \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^4} + 4 \cdot D_{xy} \cdot \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^2 \partial y^2} + B_y \cdot \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial y^4} = q_z(x,y) \quad (105)$$

Die Auflagerbedingungen bzw. im vorliegenden Fall Symmetriebedingungen sind durch den gewählten Cosinus-Ansatz für die Durchbiegungsfunktion automatisch erfüllt.

Abb. 4-1—1 zeigt das Modell bzw. das gewählte Koordinatensystem der unendlich ausgedehnten punktgestützten orthotropen Platte. Den Plattenrändern sind Symmetriebedingungen zugewiesen, welche die Platte in allen Richtungen unendlich ausdehnen. Die Reaktion q_{react} aus der Teilflächenlast q wird als schlaife Gleichlast im Stützbereich (Lasteinleitungsbereich in Schwerpunksebene bzw. Plattenmittelebene) aufgebracht (siehe Abschn. 3-1.4). Auf eine feldweise Lastaufstellung (schachbrettartig) wurde modellbedingt verzichtet.

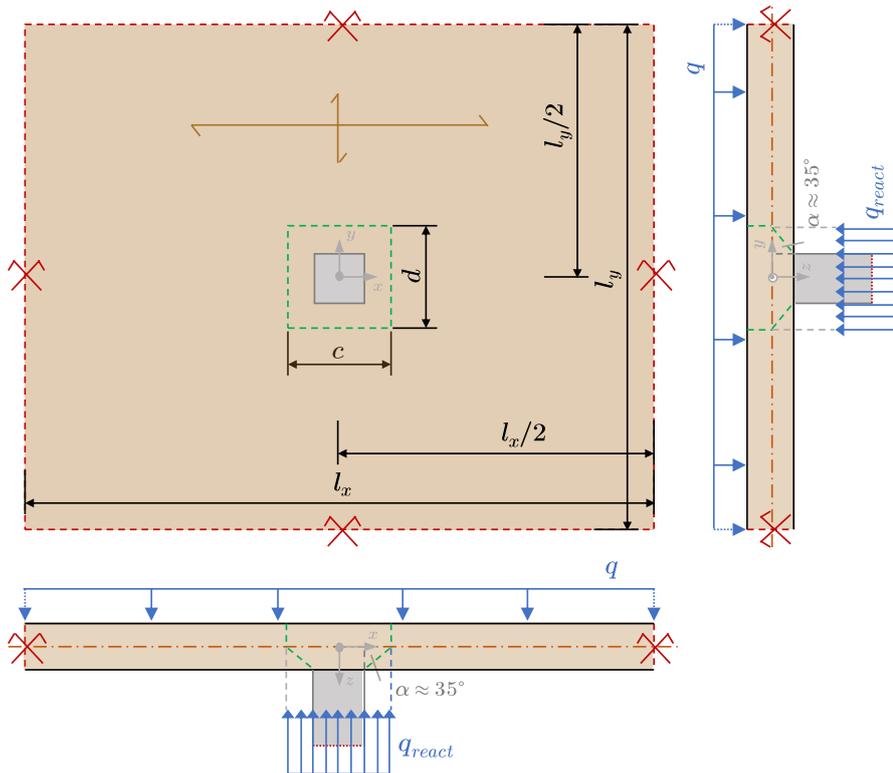


Abb. 4-1—1 Modellabbildung – Teilsystem der endlos ausgedehnten punktgestützten Platte

Im Folgenden werden die gewählten Ansätze und Lösungsstrategien für die gegebenen Randbedingungen genauer erläutert.

4-1.2 Lösung des Differentialgleichungssystems

Die Lösung der DGL erfolgt mit einem Doppelreihen-Fourieransatz. Sowohl für die Belastung als auch für die Durchbiegung wurde ein doppelter Cosinus-Ansatz gewählt.

Lastansatz

Damit sich das gewählte System im Gleichgewicht befindet, muss gelten:

$$\begin{aligned}
 q \cdot l_x \cdot l_y &= q_{react} \cdot (l_x \cdot \alpha) \cdot (l_y \cdot \beta) \\
 q_{react} &= \frac{q}{\alpha \cdot \beta} \\
 \text{mit } \alpha &= \frac{c}{l_x} \quad \text{und} \quad \beta = \frac{d}{l_y}
 \end{aligned} \tag{106}$$

Die Gesamtbelastung des Systems $q_z(x,y)$ ergibt sich aus den Belastungstermen q und $q_{react}(x,y)$ zu:

$$\begin{aligned}
 q_z(x,y) &= q - q_{react}(x,y) \\
 q_z(x,y) &= q_{1m} \cos\left(\frac{2\pi mx}{l_x}\right) + q_{2n} \cos\left(\frac{2\pi ny}{l_y}\right) + q_{3mn} \cos\left(\frac{2\pi mx}{l_x}\right) \cos\left(\frac{2\pi ny}{l_y}\right)
 \end{aligned} \tag{107}$$

mit den Koeffizienten

$$q_{1m} = -\frac{2q_0}{\alpha\pi m} \sin(\pi m\alpha) \tag{108}$$

$$q_{2n} = -\frac{2q_0}{\beta\pi n} \sin(\pi n\beta) \tag{109}$$

$$q_{3mn} = -\frac{2q_0}{\alpha\beta\pi mn} \sin(\pi m\alpha) \sin(\pi n\beta) \tag{110}$$

Verformungsansatz

Für die Durchbiegung $w(x,y)$ wird ein gleichartiger Ansatz (Cosinus) gewählt:

$$w(x,y) = A_0 + A_{1m} \cos\left(\frac{2\pi mx}{l_x}\right) + A_{2n} \cos\left(\frac{2\pi ny}{l_y}\right) + A_{3mn} \cos\left(\frac{2\pi mx}{l_x}\right) \cos\left(\frac{2\pi ny}{l_y}\right) \tag{111}$$

mit den noch zu bestimmenden Parametern A_0 , A_{1m} , A_{2n} , und A_{3mn} .

DGL mit Lastansatz

Das Einsetzen der Belastungsfunktion in die DGL ergibt:

$$\begin{aligned}
 & B_x \cdot \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^4} + 4 \cdot D_{xy} \cdot \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^2 \cdot \partial y^2} + B_y \cdot \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial y^4} \\
 &= q_{1m} \cos\left(\frac{2\pi m_x}{l_x}\right) + q_{2n} \cos\left(\frac{2\pi m_y}{l_y}\right) + q_{3mn} \cos\left(\frac{2\pi m_x}{l_x}\right) \cos\left(\frac{2\pi m_y}{l_y}\right)
 \end{aligned} \tag{112}$$

Das Ableiten des Verschiebungsansatzes ergibt:

$$\frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^4} = A_{1m} \frac{16\pi^4 m^4}{l_x^4} \cos\left(\frac{2\pi m_x}{l_x}\right) + A_{3mn} \frac{16\pi^4 m^4}{l_x^4} \cos\left(\frac{2\pi m_x}{l_x}\right) \cos\left(\frac{2\pi m_y}{l_y}\right) \tag{113}$$

$$\frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial y^4} = A_{2n} \frac{16\pi^4 n^4}{l_y^4} \cos\left(\frac{2\pi n_y}{l_y}\right) + A_{3mn} \frac{16\pi^4 n^4}{l_y^4} \cos\left(\frac{2\pi m_x}{l_x}\right) \cos\left(\frac{2\pi m_y}{l_y}\right) \tag{114}$$

$$\frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^2 \partial y^2} = A_{3mn} \frac{16\pi^4 m^2 n^2}{l_x^2 l_y^2} \cos\left(\frac{2\pi n_y}{l_y}\right) \cos\left(\frac{2\pi m_x}{l_x}\right) \cos\left(\frac{2\pi m_y}{l_y}\right) \tag{115}$$

Durch Vergleichen der obigen Gleichungen (113-115) ergibt sich:

$$B_x A_{1m} \frac{16\pi^4 m^4}{l_x^4} = q_{1m} \tag{116}$$

$$B_y A_{2n} \frac{16\pi^4 n^4}{l_y^4} = q_{2n} \tag{117}$$

$$A_{3mn} \left[B_x \frac{16\pi^4 m^4}{l_x^4} + B_y \frac{16\pi^4 n^4}{l_y^4} + 4D_{xy} \frac{16\pi^4 m^2 n^2}{l_x^2 l_y^2} \right] = q_{3mn} \tag{118}$$

Durch einen Koeffizientenvergleich (113-115) mit der Belastungsfunktion können die noch unbekannt Parameter A_{1m} , A_{2n} , und A_{3mn} wie folgt bestimmt werden:

$$A_{1m} = -\frac{q_0}{B_x} \frac{l_x^4}{8\alpha m^5 \pi^5} \sin(\alpha m \pi) \tag{119}$$

$$A_{2n} = -\frac{q_0}{B_y} \frac{l_y^4}{8\beta n^5 \pi^5} \sin(\beta n \pi) \tag{120}$$

$$A_{3mn} = -\frac{q_0 l_x^4 l_y^4 \sin(\alpha m \pi) \sin(\beta n \pi)}{(4\alpha\beta B_x l_y^4 m^5 n \pi^6 + 16\alpha\beta D_{xy} l_x^2 l_y^2 m^3 n^3 \pi^6 + 4\alpha\beta B_y l_x^4 m n^5 \pi^6)} \tag{121}$$

Bei Verwendung des angenommenen (Cosinus-) Verschiebungsansatzes ergibt sich jedoch eine Vertikalverschiebung an der Stützstelle $x = y = 0$.

Der Koeffizient A_0 (beschreibt die Höhenlage der Biegefläche) kann über die Bedingung, dass die Durchbiegung an der Stützstelle (Auflager) den Wert $w(0,0) = 0$ annehmen muss, bestimmt werden.

Verschiebungsansatz mit $w(0,0) = 0$

$$\begin{aligned}
 w(x,y) = & \sum_{m=1}^{\infty} A_{1m} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi mx}{l_x}\right) \right) \\
 & + \sum_{n=1}^{\infty} A_{2n} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi ny}{l_y}\right) \right) \\
 & + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{3mn} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi mx}{l_x}\right) \cos\left(\frac{2\pi ny}{l_y}\right) \right)
 \end{aligned} \tag{122}$$

Alternativ kann hier über die Identität $1 - \cos(x) = 2 \sin^2(x/2)$ die Formel vereinfacht werden:

$$\begin{aligned}
 w(x,y) = & \sum_{m=1}^{\infty} 2A_{1m} \sin^2\left(\frac{\pi mx}{l_x}\right) \\
 & + \sum_{n=1}^{\infty} 2A_{2n} \sin^2\left(\frac{\pi ny}{l_y}\right) \\
 & + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{3mn} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi mx}{l_x}\right) \cos\left(\frac{2\pi ny}{l_y}\right) \right)
 \end{aligned} \tag{123}$$

Die Abb. 4-1—2 zeigt exemplarisch die entstehende Biegefläche der ausgearbeiteten analytischen Lösung.

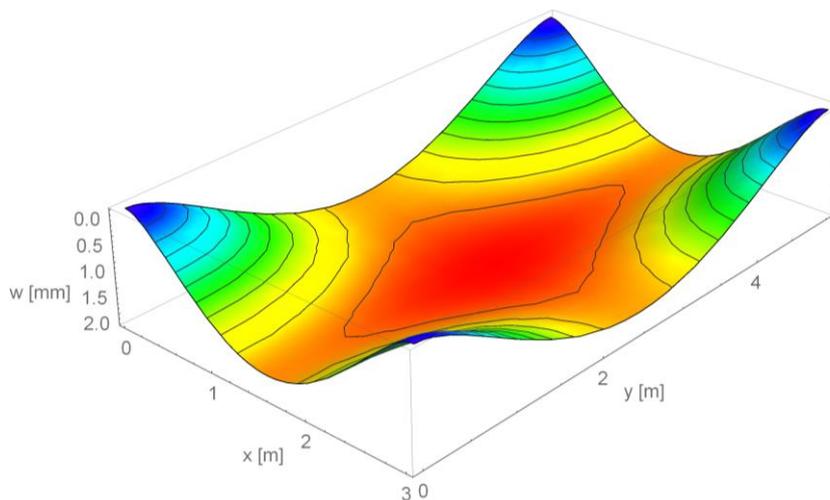


Abb. 4-1—2 Exemplarische Teilabbildung – Biegefläche einer punktgestützten schubstarrten orthotropen Platte [54]

4-1.3 Schnittgrößen

Mit Hilfe der ermittelten Durchbiegungsfunktion aus Gleichung (123) und den Parametern aus den Gleichungen (119), (120) und (121) können nun in weiterer Folge die Plattenschnittgrößen durch Einsetzen in die allgemeinen Gleichungen der Plattenlösung ermittelt werden.

Momente – Allgemein

$$m_x(x, y) = -B_x \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} \quad (124)$$

$$m_y(x, y) = -B_y \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} \quad (125)$$

$$m_{xy}(x, y) = -D_{xy} \cdot \left(2 \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x \partial y} \right) \quad (126)$$

 Biegemoment m_x

$$\begin{aligned} m_x(x, y) &= -B_x \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} \\ &= \sum_{m=1}^{\infty} B_x A_{1m} \frac{4m^2 \pi^2}{l_x^2} \cos\left(\frac{2m\pi x}{l_x}\right) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_x A_{3mn} \frac{4m^2 \pi^2}{l_x^2} \cos\left(\frac{2m\pi x}{l_x}\right) \cos\left(\frac{2n\pi y}{l_y}\right) \end{aligned} \quad (127)$$

 Biegemoment m_y

$$\begin{aligned} m_y(x, y) &= -B_y \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} \\ &= \sum_{m=1}^{\infty} B_y A_{2n} \frac{4n^2 \pi^2}{l_y^2} \cos\left(\frac{2n\pi y}{l_y}\right) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_x A_{3mn} \frac{4n^2 \pi^2}{l_y^2} \cos\left(\frac{2m\pi x}{l_x}\right) \cos\left(\frac{2n\pi y}{l_y}\right) \end{aligned} \quad (128)$$

 Drillmoment m_{xy}

$$\begin{aligned} m_{xy}(x, y) &= -D_{xy} \cdot \left(2 \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x \partial y} \right) \\ &= -2D_{xy} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{3mn} \frac{4\pi^2 mn}{l_x l_y} \sin\left(\frac{2m\pi x}{l_x}\right) \sin\left(\frac{2n\pi y}{l_y}\right) \end{aligned} \quad (129)$$

Querkräfte – Allgemein

Wobei, q_x , q_y die Querkräfte und \bar{q}_x^* , \bar{q}_y^* die Kirchhoff'schen Ersatzkräfte beschreiben.

$$q_x(x, y) = -B_x \frac{\partial^3 w(x, y)}{\partial x^3} - D_{xy} \left(2 \frac{\partial^3 w(x, y)}{\partial x \partial y^2} \right) \quad (130)$$

$$q_y(x, y) = -B_y \frac{\partial^3 w(x, y)}{\partial y^3} - D_{xy} \left(2 \frac{\partial^3 w(x, y)}{\partial x^2 \partial y} \right) \quad (131)$$

$$\bar{q}_x^*(x, y) = -B_x \frac{\partial^3 w(x, y)}{\partial x^3} - 2D_{xy} \left(2 \frac{\partial^3 w(x, y)}{\partial x \partial y^2} \right) \quad (132)$$

$$\bar{q}_y^*(x, y) = -B_y \frac{\partial^3 w(x, y)}{\partial y^3} - 2D_{xy} \left(2 \frac{\partial^3 w(x, y)}{\partial x^2 \partial y} \right) \quad (133)$$

Querkraft q_x

$$\begin{aligned} q_x(x, y) &= -B_x \frac{\partial^3 w(x, y)}{\partial x^3} - D_{xy} \left(2 \frac{\partial^3 w(x, y)}{\partial x \partial y^2} \right) \\ &= B_x \sum_{m=1}^{\infty} A_{1m} \frac{8\pi^3 m^3}{l_x^3} \sin\left(\frac{2\pi m x}{l_x}\right) \\ &\quad + B_x \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{3mn} \frac{8\pi^3 m}{l_x^3} \sin\left(\frac{2\pi m x}{l_x}\right) \cos\left(\frac{2\pi n y}{l_y}\right) \\ &\quad + 2D_{xy} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{3mn} \frac{8\pi^3 m n^2}{l_x l_y^2} \sin\left(\frac{2\pi m x}{l_x}\right) \cos\left(\frac{2\pi n y}{l_y}\right) \end{aligned} \quad (134)$$

Querkraft q_y

$$\begin{aligned} q_y(x, y) &= -B_y \frac{\partial^3 w(x, y)}{\partial y^3} - D_{xy} \left(2 \frac{\partial^3 w(x, y)}{\partial x^2 \partial y} \right) \\ &= B_y \sum_{n=1}^{\infty} A_{2n} \frac{8\pi^3 n^3}{l_y^3} \sin\left(\frac{2\pi n y}{l_y}\right) \\ &\quad + B_y \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{3mn} \frac{8\pi^3 n}{l_y^3} \cos\left(\frac{2\pi m x}{l_x}\right) \sin\left(\frac{2\pi n y}{l_y}\right) \\ &\quad + 2D_{xy} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{3mn} \frac{8\pi^3 m^2 n}{l_x^2 l_y} \cos\left(\frac{2\pi m x}{l_x}\right) \sin\left(\frac{2\pi n y}{l_y}\right) \end{aligned} \quad (135)$$

4-2 NUMERISCHE LÖSUNG DER PUNKTGESTÜTZTEN ORTHOTROPEN PLATTE (ABAQUS)

Erweiternd zur analytischen schubstarrten orthotropen Lösung aus Abschn. 4-1 kann die Lösung der unendlich ausgedehnten punktgestützten orthotropen Platte auch numerisch beispielsweise mithilfe der FE-Methode erfolgen. Mithilfe eines numerischen Lösungsverfahrens ist auch eine schubnachgiebige Lösungen einfacher zu erzielen als mit einem analytischen Verfahren. Dies ist vor allem für die Quantifizierung der Verformungen notwendig, da bei BSP wie bereits in Abschn. 2-1 erwähnt, die Schubnachgiebigkeit bei der Berechnung der Verformungen berücksichtigt werden muss.

Anhand der Teilabbildung des doppelsymmetrischen Viertelsystems aus Abschn. 3-2 (Abb. 4-2—1) wurde eine schubnachgiebige 2D-Platte im FE-Programm ABAQUS umgesetzt bzw. mittels PYTHON-Inputfile automatisiert generiert.

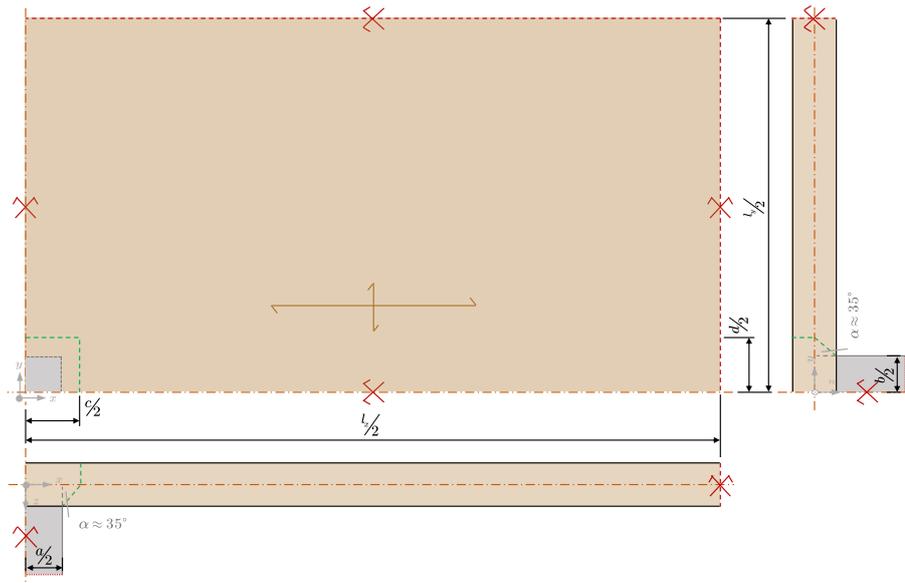


Abb. 4-2—1 Viertelsystem der unendlich ausgedehnten punktgestützten Platte für die numerische FE-Lösung

Die Ränder des Modells genügen den Symmetriebedingungen gemäß Tab. 3—2. Die Punkt-lagerung wurde als schlaife Reaktionslast gemäß Abschn. 3-1.4 im Lasteinleitungsbereich in Plattenmittelebene $c \cdot d$ aufgebracht. Sämtliche geometrische und materialbezogene Parameter sind über das Inputfile festzulegen und können den Festlegungen der Parameterstudie in Abschn. 5-1 entnommen werden.

Als Elementtyp für das FE-Netz wurde ein lineares Platten- Schalenelement mit vier Knoten (reduziert integriert) festgelegt. Das sogenannte S4R-Element ist ein Viereckselement und weist nur einen Integrationspunkt auf. Das gewählte Element ist relativ unanfällig für Schubversteifungseffekte („shear locking“), kann diese Effekte aber nicht komplett unterdrücken. Die globale Netzweite des FE-Netzes kann ebenfalls über das Inputfile variiert werden, wobei hier standardmäßig eine feine Netzweite von 1 cm verwendet wurde.

KAPITEL 5: ENTWICKLUNG EINER NÄHERUNGSLÖSUNG

Basierend auf die in Kapitel 2-4 angeführten Vorgehensweise, der Gurt- und Feldstreifenmethode im Stahlbetonbau, soll eine Näherungslösung mithilfe von Durchlaufträgern zur einfachen und ingenieurmäßigen Ermittlung der Plattenschnittgrößen erarbeitet werden.

Das Auffinden einer Näherungslösung erfolgt über Referenzlösungen aus Parameterstudien. Mithilfe von Ersatzsystemen (Durchlaufträgern) und Fitting-Funktionen wird versucht, eine Lösung unter Einhaltung festgelegter Grenzen an die Referenz anzunähern.

5-1 REFERENZLÖSUNGEN - EINGANGSPARAMETER

Zur Entwicklung von Näherungslösungen wurden die nachfolgenden Eingangsparameter variiert und die entsprechenden Referenzlösungen berechnet. Anhand der schubstarrten Plattenlösung (Abschn. 4-1) wurden Momente und Querkräfte an maßgebenden Stellen (siehe Abschn. 5-1.1) mit einer Wellenanzahl von $n = 2000$ [-] ausgewertet. Zusätzlich zu den Momenten und Querkräften wurden anhand der schubnachgiebigen numerischen FE-Lösung (Abschn. 4-2) ebenfalls Verformungen ausgewertet.

Auf eine feldweise Lastaufstellung (schachbrettartig) zur Berechnung der Referenzlösungen wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit modellbedingt verzichtet.

5-1.1 Referenzsystem - maßgebende Positionen

Als Referenzsystem wurde wie zuvor ein Viertelsystem mit Symmetrieachsen an den Schnittkanten herangezogen. Der nachfolgenden Abbildung können die Auswertepositionen (maßgebenden Punkte) für die Auswertung der entsprechenden Schnittgrößen und Verformungen entnommen werden:

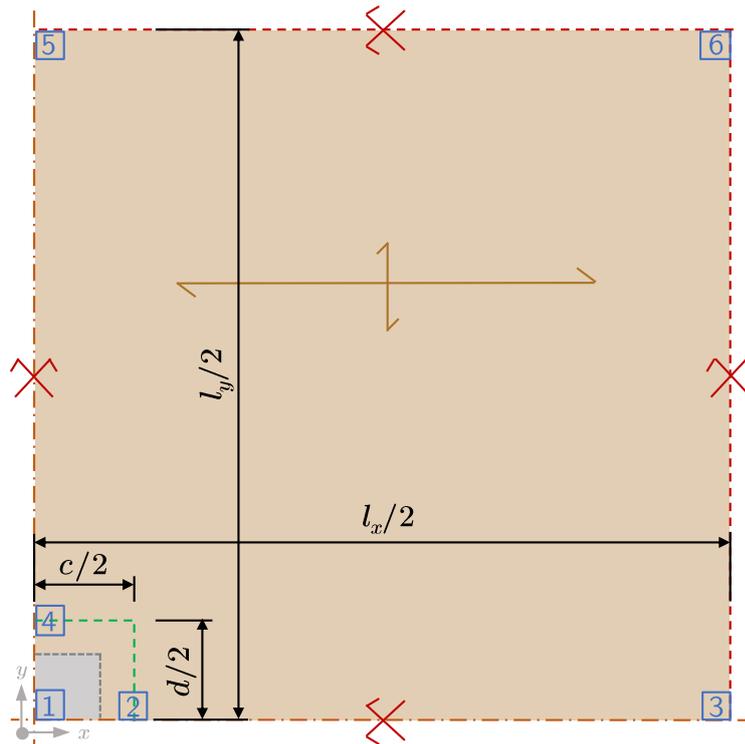


Abb. 5-1—1 Übersicht Auswertepositionen der Parameterstudien für die Referenzlösungen

Momente [(1), (3), (5)]

Die Auswertung der Biegemomente erfolgte an Punkt (1) (Stütz-Mittelpunkt) für die Stütz-momente $m_{x,sup,ref}$ und $m_{y,sup,ref}$. Die Feldmomente wurden in Punkt (3) bei $l_x/2$ für $m_{x,fi,ref}$ und Punkt (5) in $l_y/2$ für $m_{y,fi,ref}$ ausgewertet.

Querkräfte [(2), (4)]

Querkräfte $q_{x,ref}$ und $q_{y,ref}$ wurden entsprechend Abschn. 3-6.2 in den Punkten (2) bei $c/2$ und (4) bei $d/2$ ausgewertet.

Verformungen [(3), (5), (6), nur FE-Lösung]

Die Position der maximalen Verformung variiert je nach Steifigkeitsverhältnissen (B_x/B_y bzw. S_x/S_y) sowie Stützweitenverhältnis (l_x/l_y) zwischen den Punkten (3), (5) und (6). Die Auswertung der Verformungen anhand der schubnachgiebigen FE-Lösung erfolgte an diesen Punkten. Position (3) ist jener Auswertungspunkt entlang der x -Achse bei $l_x/2$, Position (5) ist entlang der y -Achse bei $l_y/2$ und Position (6) entspricht der Feldmitte bei $(x;y) = (l_x/2;l_y/2)$.

5-1.2 Verwendete BSP-Platten (Plattensteifigkeiten)

Da für punktgestützte Platten eine ausgeprägte zweiachsige Lastabtragung gegeben sein soll, ist es zielführend BSP-Platten mit mehreren Querlagen, folglich keine 3-schichtigen Platten, zu verwenden. Aus diesem Grund wurden in vorliegender Arbeit 5-schichtige und 7-schichtige

BSP-Elemente mit regelmäßig alternierendem Aufbau (ohne Doppellagen) untersucht. Die Tab. 5—1 gibt eine Übersicht über die Steifigkeiten der in den Parameterstudien verwendeten BSP-Platten. Sämtliche Steifigkeitsparameter können dem Anhang A-1 entnommen werden. Die Aufbauten entsprechen aktuellen bzw. auch ehemaligen Elementaufbauten diverser Hersteller.

Tab. 5—1 Übersicht – Steifigkeiten 5-schichtige und 7-schichtige BSP-Platten

BSP-Platte		Biegesteifigkeiten				Drillsteifigkeit		Schubsteifigkeiten			
Schichten	Anzahl	B_x		B_y		D_{xy}		S_x		S_y	
		min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
[]	[]	[kNm ² /m]		[kNm ² /m]		[kNm ² /m]		[kNm ² /m]		[kNm ² /m]	
5s	92	450	6.867	132	2.034	28	298	6.767	25.964	4.094	13.745
7s	33	4.102	15.291	1264	6.606	244	765	12.973	24.580	8.781	23.911
5s & 7s	125	450	15.291	132	6.606	28	765	6.767	25.964	4.094	23.911

5-1.3 Geometrische Parameter

Zusätzlich zu den Plattensteifigkeiten wurden geometrische Eingangsparameter, wie die Stützweiten und der Lasteinleitungsbereich, variiert. In Tab. 5—2 sind die verwendeten Geometrieparameter ersichtlich.

Tab. 5—2 Übersicht – untersuchte Geometrien

Anzahl	Stützweite				Lasteinleitungsbereich			
	l_x		l_y		Anzahl	$c = d$		
	min	max	min	max		min	max	
[]	[m]		[m]		[]	[m]		
4	5,0	8,0	2,5	6,0	3	0,15	0,30	

5-1.4 Zusammenfassung – Parameterstudie

Für die Parameterstudie wurden somit die Steifigkeitsverhältnisse der Biegesteifigkeiten B_x/B_y zufolge der verschiedenen Plattenaufbauten variiert. Des Weiteren ergab sich bei der schubnachgiebigen Lösung aufgrund der verschiedenen Plattenaufbauten auch eine Variation der Schubsteifigkeiten S_x und S_y . Als geometrische Parameter wurden Stützweiten l_x/l_y sowie Stützenabmessung bzw. die daran gekoppelten Abmessungen des Lasteinleitungsbereiches $c \cdot d$ untersucht.

In Summe wurden 125 verschiedene BSP-Aufbauten (5s und 7s) mit vier Stützweitenvariationen und drei Variationen des Lasteinleitungsbereiches untersucht. Somit ergeben sich aus den Parameterstudien (analytisch und numerisch) je 1.875 Referenzwerte für sämtliche

maßgebende Schnittgrößen und Verformungen. In Tab. 5—3 sind sämtliche Parametervariationen übersichtlich dargestellt.

Tab. 5—3 Übersicht – Parametervariationen Referenzlösungen

Schichten	Steifigkeitsverhältnis		Stützweitenverhältnis		Stützweite/Lasteinleitungsbereich							
	Anzahl	B_x/B_y		Anzahl	l_x/l_y		c/l_x		Anzahl	d/l_y		
		min	max		min	max	min	max		min	max	
	[]	[]		[]	[]		[]	[]		[]	[]	
5s	92	1,997	8,801									
7s	33	1,179	4,379	5	1,03	2,40	12	0,03	0,12	11	0,02	0,06
5s & 7s	125	1,179	4,379									

5-2 ERSATZSYSTEM - DURCHLAUFTRÄGER

Als Ersatzsystem für die Näherungslösung dienen sich über der Stützstelle kreuzende in x - und y -Richtung unendlich verlaufende Durchlaufträger (1m-Plattenstreifen). In Abb. 5-2—1 ist das Ersatzsystem mittels Durchlaufträger übersichtlich dargestellt.

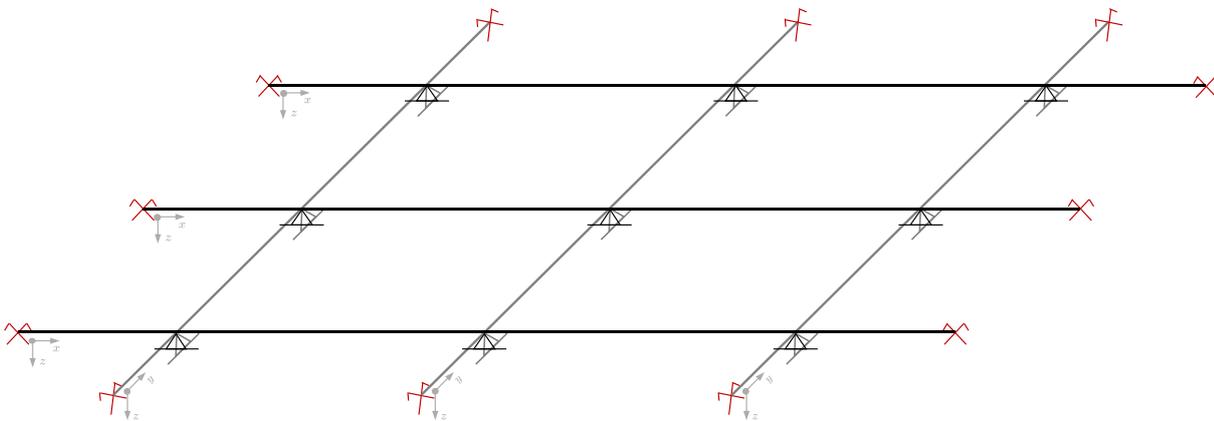


Abb. 5-2—1 Ersatzsystem gekreuzte Durchlaufträger

Der unendlich verlaufende Durchlaufträger unter Gleichlast (Volllast) kann auch in einem Teilsystem als Einfeldträger mit beidseitiger Einspannung an den Stützstellen abgebildet werden (Abb. 5-2—2).

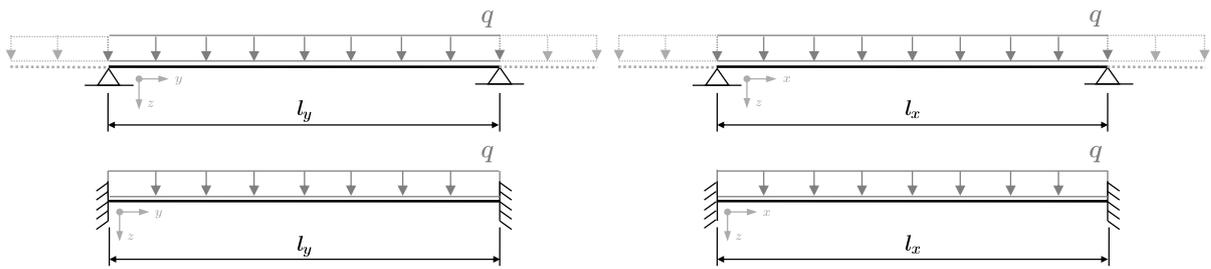


Abb. 5-2—2 Ersatzsystem Durchlaufträger als Teilsystem des beidseitig eingespannten Einfeldträgers in x - und y -Richtung

Erarbeitet man für die Balkenlösung den Ansatz des schubnachgiebigen Balkens nach TIMOSHENKO kann festgestellt werden, dass sich hierbei für die Schnittgrößen sämtliche Anteile zufolge der Schubnachgiebigkeit aus der Lösung kürzen und diese somit in die schubstarre Lösung nach EULER-BERNOULLI übergeht. Des Weiteren wird die Volllast q in beide Tragrichtungen ohne Berücksichtigung einer Lastaufteilung aufgebracht. Die entsprechende Lastverteilung in die Tragrichtungen wird über entsprechenden Faktoren der Näherungslösung berücksichtigt.

Die maßgebenden Schnittgrößen bzw. Verformungen der Ersatzbalken lassen sich mit nachfolgenden Gleichungen bestimmen.

Momente

Stützmomente

$$M_{x,\text{sup},\text{sub}} = \frac{q \cdot l_x^2}{12} \quad (136) \quad M_{y,\text{sup},\text{sub}} = \frac{q \cdot l_y^2}{12} \quad (137)$$

Feldmomente

$$M_{x,\text{fie},\text{sub}} = \frac{q \cdot l_x^2}{24} \quad (138) \quad M_{y,\text{fie},\text{sub}} = \frac{q \cdot l_y^2}{24} \quad (139)$$

Es bedeuten:

$M_{x/y,\text{sup},\text{sub}}$...	Stützmoment des Ersatzträgers in entsp. Tragrichtung x - oder y -Richtung [kNm/m]
$M_{x/y,\text{fie},\text{sub}}$...	Feldmoment des Ersatzträgers in entsp. Tragrichtung x - oder y -Richtung [kNm/m]
q	...	Belastung des Plattenstreifens (Vollast) [kN/m ²]
$l_{x/y}$...	Feldlänge in entsp. Tragrichtung x - oder y -Richtung [m]

Querkräfte

$$Q_{x,\text{sub}} = \frac{q \cdot l_x}{2} \quad (140) \quad Q_{y,\text{sub}} = \frac{q \cdot l_y}{2} \quad (141)$$

Es bedeuten:

$Q_{x/y,sub}$...	Querkraft des Ersatzträgers in entsp. Tragrichtung x - oder y -Richtung [kN/m]
q	...	Belastung des Plattenstreifens (Vollast) [kN/m ²]
$l_{x/y}$...	Feldlänge in entsp. Tragrichtung x - oder y -Richtung [m]

Verformungen

Wie aus Abschn. 5-1.4 entnommen werden kann, variiert die Position der maximalen Verformung am Viertelsystem. Entlang der Schnittkanten x bzw. y lassen sich anhand der Ersatzträger relativ einfach maximale Vertikalverformungen berechnen.

$$w_{x,sub} = \frac{1}{384} \cdot \frac{q_i \cdot l_x^4}{B_x} + \frac{1}{8} \cdot \frac{q_i \cdot l_x^2}{S_x} \quad (142)$$

$$w_{y,sub} = \frac{1}{384} \cdot \frac{q_i \cdot l_y^4}{B_y} + \frac{1}{8} \cdot \frac{q_i \cdot l_y^2}{S_y} \quad (143)$$

Es bedeuten:

$w_{x,sub}$...	maximale Vertikalverformung des Ersatzträgers entlang der x -Achse [m]
$w_{y,sub}$...	maximale Vertikalverformung des Ersatzträgers entlang der y -Achse [m]
q	...	Belastung des Plattenstreifens (Vollast) [kN/m ²]
$l_{x/y}$...	Feldlänge in entsp. Tragrichtung x - oder y -Richtung [m]

Da der Auswertepunkt (6) in Feldmitte auf keinem Ersatzträger zu liegen kommt, muss hier eine alternative für den Lösungsweg gefunden werden. Hierbei wären verschiedene Ansätze denkbar. Beispielsweise wäre es möglich, für die Verformungsberechnung doch eine Lastaufteilung in die entsprechende Tragrichtung vorzusehen und die maximale Verformung in Feldmitte mittels Vollast bzw. durch Addieren der beiden Verformungen $w_{x,sub}$ und $w_{y,sub}$ zu berechnen.

Da für die Verformungen keine zufriedenstellende Lösung erarbeitet werden konnte, wird im Folgenden auf entsprechende Ansätze verzichtet.

5-3 ANSATZ ZUR NÄHERUNGSLÖSUNG

Nach Bestimmung der Schnittgrößen und Verformungen des Referenzsystems entsprechend Punkt 5-1 können die Schnittgrößen bzw. Verformungen des Ersatzsystems (Abschn. 5-2) mit Funktionen bzw. Beiwerten aus Abschn. 5-4.1 (schubstarre Plattenlösung) und Abschn. 5-4.2 (schubnachgiebige FE-Lösung) an die Referenzlösungen korrigiert werden.

Die Näherungslösungen können mit Hilfe der nachfolgenden Gleichungen ermittelt werden:

Momente

Stützmomente

$$m_{x,\text{sup,approx}} = f_{m_x,\text{sup}} \cdot M_{x,\text{sup,sub}} \quad (144) \quad m_{y,\text{sup,approx}} = f_{m_y,\text{sup}} \cdot M_{y,\text{sup,sub}} \quad (145)$$

Es bedeuten:

$m_{x/y,\text{sup,approx}}$...	Näherungsweise Platten-Stützmoment in entsp. Tragrichtung x - oder y -Richtung [kNm/m]
$f_{m_{x/y,\text{sup}}}$...	Faktor für die Näherungslösung des Stützmomentes in entsp. Tragrichtung x - oder y -Richtung [-] (siehe 5-4.1 und 5-4.2)
$M_{x/y,\text{sup,sub}}$...	Stützmoment des Ersatzträgers in entsp. Tragrichtung x - oder y -Richtung [kN/m] (siehe 5-2)

Feldmomente

$$m_{x,\text{fie,approx}} = f_{m_x,\text{fie}} \cdot M_{x,\text{fie,sub}} \quad (146) \quad m_{y,\text{fie,approx}} = f_{m_y,\text{fie}} \cdot M_{y,\text{fie,sub}} \quad (147)$$

Es bedeuten:

$m_{x/y,\text{fie,approx}}$...	Näherungsweise Platten-Feldmoment in entsp. Tragrichtung x - oder y -Richtung [kNm/m]
$f_{m_{x/y,\text{fie}}}$...	Faktor für die Näherungslösung des Feldmomentes in entsp. Tragrichtung x - oder y -Richtung [-] (siehe 5-4.1 und 5-4.2)
$M_{x/y,\text{fie,sub}}$...	Feldmoment des Ersatzträgers in entsp. Tragrichtung x - oder y -Richtung [kN/m] (siehe 5-2)

Querkräfte

$$q_{x,\text{approx}} = f_{q_x} \cdot Q_{x,\text{sub}} \quad (148) \quad q_{y,\text{approx}} = f_{q_y} \cdot Q_{y,\text{sub}} \quad (149)$$

Es bedeuten:

$q_{x/y,\text{approx}}$...	Näherungsweise Platten-Querkraft in entsp. Tragrichtung x - oder y -Richtung [kN/m]
$f_{q_{x/y}}$...	Faktor für die Näherungslösung der Querkraft in entsp. Tragrichtung x - oder y -Richtung [-] (siehe 5-4.1 und 5-4.2)
$Q_{x/y,\text{sub}}$...	Querkraft des Ersatzträgers in entsp. Tragrichtung x - oder y -Richtung [kN/m] (siehe 5-2)

Verformungen

$$w_{i,approx} = f_{w_i} \cdot w_{i,sub} \quad (150)$$

Es bedeuten:

$w_{i,approx}$...	Näherungsweise Vertikalverformung an entsp. Position (3), (5), (6) [m]
f_{w_i}	...	Faktor für die Näherungslösung der Vertikalverformung an entsp. Position (3), (5), (6) [-] (siehe 5-4.2)
$w_{i,sub}$...	Vertikalverformung des Ersatzträgers bzw. des Ersatzsystems an entsp. Position (3), (5), (6) [m] (siehe 5-2)

5-3.2 Fitting-Funktionen und festgelegte Grenzen

Die Faktoren f_i der jeweiligen Näherungslösung beschreiben eine Funktion, welche in Abhängigkeit der jeweiligen Einflussparameter gefittet wurde. Die Funktionen für die jeweiligen Schnittgrößen und Verformungen können Abschn. 5-4.1 bzw. Abschn. 5-4.2 entnommen werden. Gefittet wurden die einzelnen Funktionen bzw. Parameter mittels der Methode der kleinsten Fehler-Quadrate. Dies bedeutet, dass zum Erreichen der „Best-Fitting-Funktion“ der jeweiligen Näherungslösung die Summe aller Fehler je Parameterstudie (Summe aller Abweichung von der Referenzlösung) zum Quadrat minimiert wurde. Des Weiteren wurden im Nachlauf die Funktionen manuell angepasst.

Um Beiwerte bzw. Funktionen für die entsprechenden Schnittgrößen und Verformungen erarbeiten zu können, wurden folgende Grenzen für die Abweichungen der Näherungslösung zur Referenzlösung festgelegt. Sämtliche Abweichungen Δ_i der Näherungslösungen eines ausgewerteten Parameters (Schnittgrößen bzw. Vertikalverformung) sollen folgenden Bedingungen genügen:

$\Delta_{\min} \geq -3\%$...	sämtliche Näherungslösungen sollen die Referenzlösung um maximal 3% unterschätzen
$\Delta_{\max} \leq 10\%$...	sämtliche Näherungslösungen sollen die Referenzlösung um maximal 10% überschätzen
$\Delta_{0,05} \geq 0$...	95% der Näherungslösungen sollen der Referenzlösungen gleichen oder diese überschätzen

Die Abweichung Δ_i der jeweiligen Einzelparameter lässt sich wie folgt errechnen:

$$\Delta_i = \frac{x_{approx} - x_{ref}}{x_{ref}} \cdot 100 \quad (151)$$

Es bedeuten:

Δ_i	...	Abweichung +/- [%]
x_{approx}	...	Parameter aus Näherungslösung
x_{ref}	...	Parameter aus Referenzlösung (Plattenlösung oder FE-Lösung)

Der nachfolgenden Abbildung können festgelegte Soll-Grenzwerte sowie die Definition der adaptierten Boxplots zur Ergebnisdarstellung in Abschn. 5-4 entnommen werden.

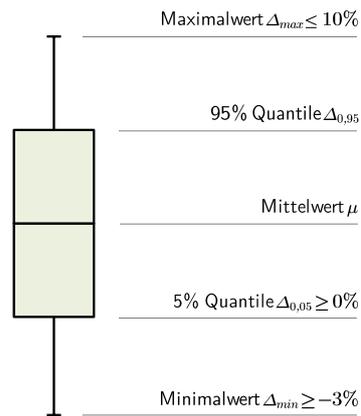


Abb. 5-3—1 Definition der adaptierten Boxplots zur Darstellung der Ergebnisse

5-4 ERGEBNISSE – NÄHERUNGSLÖSUNGEN

5-4.1 Faktoren nach der Schubstarren Plattentheorie

Nachfolgend sind die Faktoren bzw. Funktionen und Konstanten für die Näherungslösung entsprechender Plattenschnittgrößen in Anlehnung an die analytische Referenzlösung der Schubstarren orthotropen Platte gegeben.

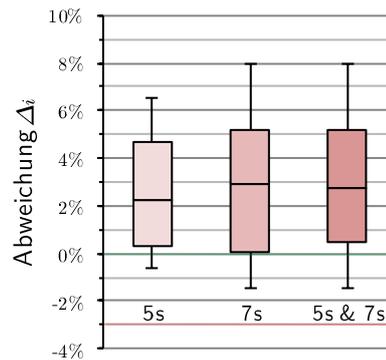
Momente Gliederung

Stützmomente $m_{x,sup}$

$$f_{m_x,sup} = A \cdot \left(\frac{B_x}{B_y} \right)^B \cdot \left(\frac{l_x}{l_y} \right)^C \cdot \left(\frac{c}{l_x} \right)^D \quad (152)$$

Tab. 5—4 Konstanten - maßgebendes Stützmoment $m_{x,sup}$ – Schubstarre Näherungslösung

$m_{x,sup}$ [Schubstarr]		Platten		
		5s	7s	5s & 7s
Konstanten	<i>A</i>	+1,30	+1,33	+1,33
	<i>B</i>	+0,18	+0,19	+0,19
	<i>C</i>	-1,00	-1,00	-1,00
	<i>D</i>	-0,34	-0,33	-0,33



Mit den hier angegebenen Konstanten für das Stützmoment in Haupttragrichtung reichen die Abweichungen von -1,5% bis +8% (siehe Boxplots Tab. 5—4). Die obige Formel kann im vorliegenden Fall wie folgt vereinfacht angeschrieben werden:

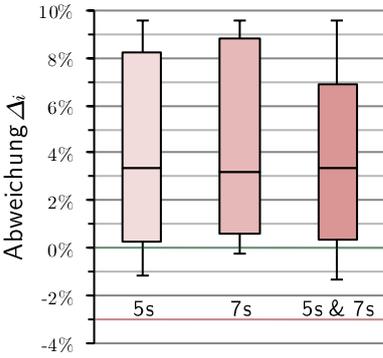
$$f_{m_x,sup} = A \cdot \left(\frac{B_x}{B_y} \right)^B \cdot \left(\frac{l_y}{l_x} \right)^C \cdot \left(\frac{c}{l_x} \right)^D \quad (153)$$

Stützmomente $m_{y,sup}$

$$f_{m_y,sup} = A \cdot \left(\frac{B_x}{B_y} \right)^B \cdot \left(\frac{l_x}{l_y} \right)^C \cdot \left(\frac{d}{l_y} \right)^E \quad (154)$$

Tab. 5—5 Konstanten - maßgebendes Stützmoment $m_{y,sup}$ – schubstarre Näherungslösung

$m_{y,sup}$ [schubstarr]		Platten		
		5s	7s	5s & 7s
Konstanten	A	+1,24	+1,20	+1,17
	B	-0,26	-0,24	-0,26
	C	+0,98	+1,00	+0,98
	E	-0,35	-0,35	-0,37



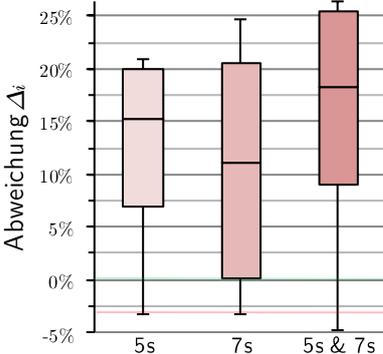
Mit den in Tab. 5—6 angegebenen Konstanten für das Stützmoment in Nebentragrichtung reichen die Abweichungen von -1,4% bis +9,6%.

Feldmomente $m_{x,fi}$

$$f_{m_{x,fi}} = A \cdot \left(\frac{B_x}{B_y} \right)^B \cdot \left(\frac{l_x}{l_y} \right)^C \quad (155)$$

Tab. 5—6 Konstanten - maßgebendes Feldmoment $m_{x,fi}$ – schubstarre Näherungslösung

$m_{x,fi}$ [schubstarr]		Platten		
		5s	7s	5s & 7s
Konstanten	A	+1,98	+1,95	+1,98
	B	+0,23	+0,14	+0,21
	C	-1,01	-0,84	+0,89



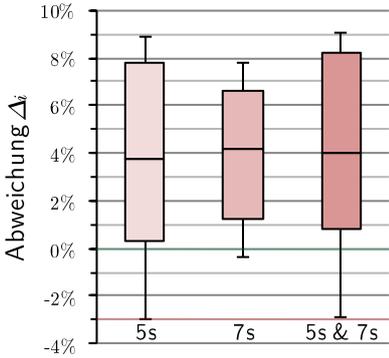
Für das Feldmoment in Haupttragrichtung konnte die Fitting-Funktion nicht entsprechend Abschn. 5-3.2 angenähert werden. Mit den hier angegebenen Konstanten reichen die Abweichungen von -5,0% bis +26,1% (siehe Boxplots Tab. 5—6).

Feldmomente $m_{y,fi}$

$$f_{m_{y,fi}} = A \cdot \left(\frac{B_x}{B_y} \right)^B \cdot \left(\frac{l_x}{l_y} \right)^C \quad (156)$$

Tab. 5—7 Konstanten - maßgebendes Feldmoment $m_{y,fi}$ – Schubstarre Näherungslösung

$m_{y,fi}$ [Schubstarr]		Platten		
		5s	7s	5s & 7s
Konstanten	A	1,72	1,68	+1,76
	B	-0,25	-0,24	-0,26
	C	+1,01	+1,07	+1,00



Mit den hier angegebenen Konstanten für das Feldmoment in Nebentragrichtung ergeben sich Abweichungen mit einer Spannweite von -3,0% bis +9,0% (siehe Boxplots Tab. 5—7).

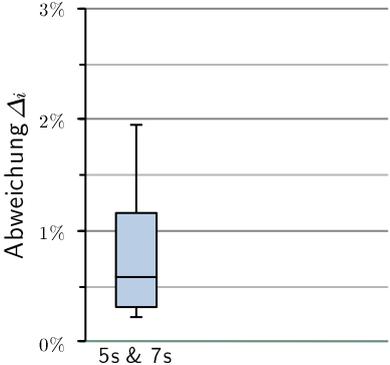
Querkräfte

Querkraft q_x

$$f_{q_x} = A \cdot \left(\frac{B_x}{B_y} \right)^B \cdot \left(\frac{l_x}{l_y} \right)^C \cdot \left(\frac{c}{l_x} \right)^D \quad (157)$$

 Tab. 5—8 Konstanten - maßgebende Querkraft q_x – Schubstarre Näherungslösung

q_x [Schubstarr]		Platten
		5s & 7s
Konstanten	A	+0,56
	B	+0,11
	C	-1,00
	D	-1,00



Aufgrund der guten Anpassungsfähigkeit der Näherungslösung der Querkräfte an die Referenzlösung wurde auf eine Aufteilung der Platten entsprechend dem Schichtaufbau verzichtet.

Mit den in Tab. 5—8 angegebenen Konstanten für die Querkraft in Haupttragrichtung reichen die Abweichungen von +0,2% bis +1,95%. Die obige Formel kann im vorliegenden Fall wie folgt vereinfacht angeschrieben werden:

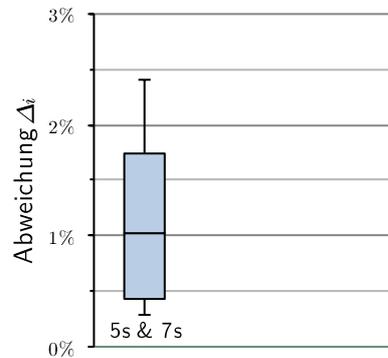
$$f_{q_x} = A \cdot \left(\frac{B_x}{B_y} \right)^B \cdot \left(\frac{l_y}{l_x} \right) \cdot \left(\frac{l_x}{c} \right) \quad (158)$$

Querkraft q_y

$$f_{q_y} = A \cdot \left(\frac{B_x}{B_y} \right)^B \cdot \left(\frac{l_x}{l_y} \right)^C \cdot \left(\frac{d}{l_y} \right)^E \quad (159)$$

Tab. 5—9 Konstanten - maßgebende Querkraft q_y – schubstarre Näherungslösung

q_y [schubstarr]	Platten	
	5s & 7s	
Konstanten	A	+0,55
	B	+0,14
	C	+1,00
	E	-1,00



Aufgrund der guten Anpassungsfähigkeit der Näherungslösung der Querkräfte an die Referenzlösung wurde auf eine Aufteilung der Platten entsprechend dem Schichtaufbau verzichtet.

Mit den in Tab. 5—9 angegebenen Konstanten für die Querkraft in Nebentragrichtung reichen die Abweichungen von +0,3% bis +2,4%. Die obige Formel kann im vorliegenden Fall wie folgt vereinfacht angeschrieben werden:

$$f_{q_y} = A \cdot \left(\frac{B_x}{B_y} \right)^B \cdot \left(\frac{l_y}{l_x} \right) \cdot \left(\frac{l_y}{d} \right) \quad (160)$$

5-4.2 Faktoren nach der schubnachgiebigen FE-Lösung

Nachfolgend sind die Faktoren bzw. Funktionen und Konstanten für die Näherungslösung entsprechender Plattenschnittgrößen in Anlehnung an die numerische Referenzlösung der schubnachgiebigen orthotropen Platte gegeben.

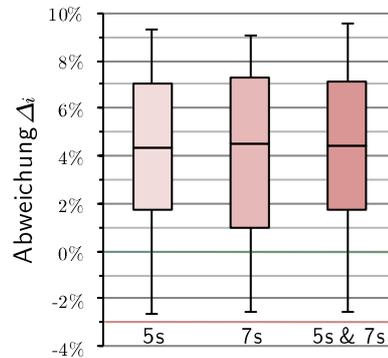
Momente

Stützmomente $m_{x,sup}$

$$f_{m_{x,sup}} = A \cdot \left(\frac{B_x}{B_y}\right)^B \cdot \left(\frac{l_x}{l_y}\right)^C \cdot \left(\frac{c}{l_x}\right)^D \cdot \left(\frac{S_x \cdot c^2}{B_x}\right)^F \cdot \left(\frac{S_y \cdot d^2}{B_y}\right)^G \quad (161)$$

Tab. 5—10 Konstanten - maßgebendes Stützmoment $m_{x,sup}$ – schubnachgiebigen Näherungslösung

$m_{x,sup}$ [schubnachgiebig]	Platten		
	5s	7s	5s & 7s
Konstanten			
<i>A</i>	+1,42	+1,43	+1,43
<i>B</i>	0,29	+0,28	+0,28
<i>C</i>	-1,00	-1,00	-1,00
<i>D</i>	-0,31	-0,31	-0,31
<i>F</i>	+0,16	+0,15	+0,15
<i>G</i>	-0,18	-0,17	-0,17



Mit den hier angegebenen Konstanten für das Stützmoment in Haupttragrichtung reichen die Abweichungen von -2,5% bis +9,5% (siehe Boxplots Tab. 5—10). Die obige Formel kann im vorliegenden Fall wie folgt vereinfacht angeschrieben werden:

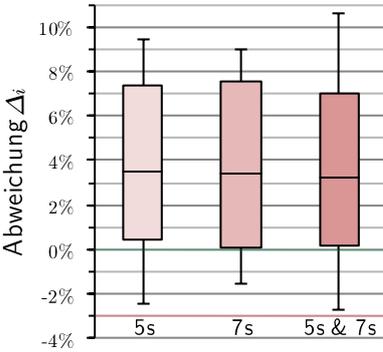
$$f_{m_{x,sup}} = A \cdot \left(\frac{B_x}{B_y}\right)^B \cdot \left(\frac{l_y}{l_x}\right)^C \cdot \left(\frac{c}{l_x}\right)^D \cdot \left(\frac{S_x \cdot c^2}{B_x}\right)^F \cdot \left(\frac{S_y \cdot d^2}{B_y}\right)^G \quad (162)$$

Stützmomente $m_{y,sup}$

$$f_{m_{y,sup}} = A \cdot \left(\frac{B_x}{B_y}\right)^B \cdot \left(\frac{l_x}{l_y}\right)^C \cdot \left(\frac{d}{l_y}\right)^E \cdot \left(\frac{S_x \cdot c^2}{B_x}\right)^F \cdot \left(\frac{S_y \cdot d^2}{B_y}\right)^G \quad (163)$$

Tab. 5—11 Konstanten - maßgebendes Stützmoment $m_{y,sup}$ – schubnachgiebigen Näherungslösung

$m_{y,sup}$ [schubnachgiebig]	Platten		
	5s	7s	5s & 7s
Konstanten			
<i>A</i>	+1,40	+1,31	+1,31
<i>B</i>	-0,34	-0,35	-0,35
<i>C</i>	+0,96	+0,96	+0,97
<i>E</i>	-0,31	-0,32	-0,33
<i>F</i>	-0,19	-0,22	-0,21
<i>G</i>	+0,14	+0,17	+0,17



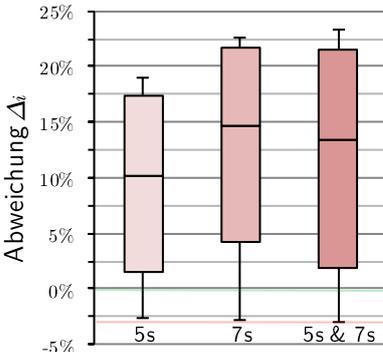
Mit den in obiger Tabelle angegebenen Konstanten für das Stützmoment in Nebentragsrichtung reichen die Abweichungen von -2,7% bis +10,6% – wobei die festgelegten Grenzen nach Abschn. 5-3.2 knapp nicht eingehalten werden konnten.

Feldmomente $m_{x,fiel}$

$$f_{m_{x,fiel}} = A \cdot \left(\frac{B_x}{B_y}\right)^B \cdot \left(\frac{l_y}{l_x}\right)^C \cdot \left(\frac{c}{l_x}\right)^D \cdot \left(\frac{S_x \cdot c^2}{B_x}\right)^F \cdot \left(\frac{S_y \cdot d^2}{B_y}\right)^G \quad (164)$$

Tab. 5—12 Konstanten - maßgebendes Feldmoment $m_{x,fiel}$ – schubnachgiebigen Näherungslösung

$m_{x,fiel}$ [schubnachgiebig]	Platten		
	5s	7s	5s & 7s
Konstanten			
<i>A</i>	+2,35	+2,40	+2,42
<i>B</i>	+0,26	+0,25	+0,24
<i>C</i>	-0,85	-0,78	-0,80
<i>D</i>	+0,08	+0,08	+0,08
<i>F</i>	+0,07	+0,07	+0,07
<i>G</i>	-0,12	-0,11	-0,12



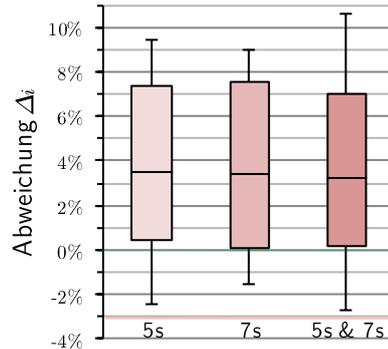
Für das Feldmoment in Haupttragsrichtung konnte die Fitting-Funktion nicht entsprechend Abschn. 5-3.2 angenähert werden. Mit den hier angegebenen Konstanten reichen die Abweichungen von -3,0% bis +23,4% (siehe Boxplots Tab. 5—13).

Feldmomente $m_{y,fi}$

$$f_{m_{y,fi}} = A \cdot \left(\frac{B_x}{B_y}\right)^B \cdot \left(\frac{l_x}{l_y}\right)^C \cdot \left(\frac{d}{l_y}\right)^E \cdot \left(\frac{S_x \cdot c^2}{B_x}\right)^F \cdot \left(\frac{S_y \cdot d^2}{B_y}\right)^G \quad (165)$$

 Tab. 5—13 Konstanten - maßgebendes Feldmoment $m_{y,fi}$ - schubnachgiebigen Näherungslösung

$m_{y,fi}$ [schubnachgiebig]		Platten		
		5s	7s	5s & 7s
Konstanten	A	+2,23	+2,23	+2,24
	B	-0,28	-0,34	-0,30
	C	+1,00	+1,03	+1,00
	E	+0,08	+0,09	+0,07
	F	-0,06	-0,12	-0,08
	G	+0,02	+0,06	+0,04



Für das Feldmoment in Nebentragsrichtung konnte die Fitting-Funktion nicht entsprechend Abschn. 5-3.2 angenähert werden. Mit den hier angegebenen Konstanten reichen die Abweichungen von -2,7% bis +10,6%.

Mit den in obiger Tabelle angegebenen Konstanten für das Feldmoment in Nebentragsrichtung ergeben sich Abweichungen mit einer Spannweite von -2,7% bis +10,6% (siehe Boxplots Tab. 5—13). Die festgelegten Grenzabweichungen wurden geringfügig überschritten.

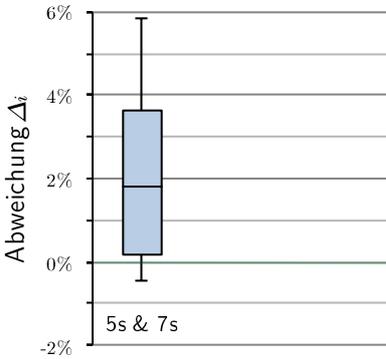
Querkräfte

 Querkraft q_x

$$f_{q_x} = A \cdot \left(\frac{B_x}{B_y}\right)^B \cdot \left(\frac{l_x}{l_y}\right)^C \cdot \left(\frac{c}{l_x}\right)^D \cdot \left(\frac{S_x \cdot c^2}{B_x}\right)^F \cdot \left(\frac{S_y \cdot d^2}{B_y}\right)^G \quad (166)$$

Tab. 5—14 Konstanten - maßgebende Querkraft q_x – schubnachgiebigen Näherungslösung

q_x [schubnachgiebig]	Platten	
	5s & 7s	
Konstanten	<i>A</i>	+0,56
	<i>B</i>	+0,17
	<i>C</i>	-1,00
	<i>D</i>	-1,00
	<i>F</i>	+0,16
	<i>G</i>	-0,14



Aufgrund der guten Anpassungsfähigkeit der Näherungslösung der Querkräfte an die Referenzlösung wurde auf eine Aufteilung der Platten entsprechend dem Schichtaufbau verzichtet.

Mit den in Tab. 5—14 angegebenen Konstanten für die Querkraft in Haupttragrichtung reichen die Abweichungen von -0,5% bis +5,8%. Die obige Formel kann im vorliegenden Fall wie folgt vereinfacht angeschrieben werden:

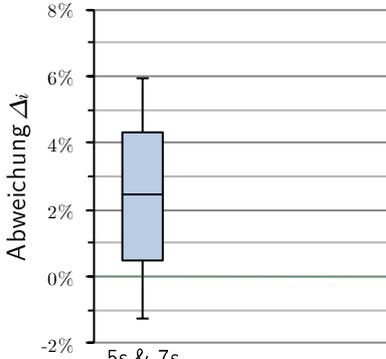
$$f_{q_x} = A \cdot \left(\frac{B_x}{B_y} \right)^B \cdot \left(\frac{l_y}{l_x} \right) \cdot \left(\frac{l_x}{c} \right) \cdot \left(\frac{S_x \cdot c^2}{B_x} \right)^F \cdot \left(\frac{S_y \cdot d^2}{B_y} \right)^G \quad (167)$$

Querkraft q_y

$$f_{q_y} = A \cdot \left(\frac{B_x}{B_y} \right)^B \cdot \left(\frac{l_x}{l_y} \right)^C \cdot \left(\frac{d}{l_y} \right)^E \cdot \left(\frac{S_x \cdot c^2}{B_x} \right)^F \cdot \left(\frac{S_y \cdot d^2}{B_y} \right)^G \quad (168)$$

Tab. 5—15 Konstanten - maßgebende Querkraft q_y – schubnachgiebigen Näherungslösung

q_y [schubnachgiebig]	Platten	
	5s & 7s	
Konstanten	<i>A</i>	+0,57
	<i>B</i>	-0,25
	<i>C</i>	+1,00
	<i>E</i>	-0,98
	<i>F</i>	-0,23
	<i>G</i>	+0,23



Aufgrund der guten Anpassungsfähigkeit der Näherungslösung der Querkräfte an die Referenzlösung wurde auf eine Aufteilung der Platten entsprechend dem Schichtaufbau verzichtet.

Mit den in obiger Tabelle angegebenen Konstanten für die Querkraft in Nebentragrichtung reichen die Abweichungen von +1,3% bis +5,9%. Die obige Formel kann im vorliegenden Fall wie folgt vereinfacht angeschrieben werden:

$$f_{q_y} = A \cdot \left(\frac{B_x}{B_y}\right)^B \cdot \left(\frac{l_y}{l_x}\right) \cdot \left(\frac{d}{l_y}\right)^E \cdot \left(\frac{S_x \cdot c^2}{B_x}\right)^F \cdot \left(\frac{S_y \cdot d^2}{B_y}\right)^G \quad (169)$$

Verformungen

Wie bereits in Abschn. 5-2 erwähnt, konnte für die Verformung keine zufriedenstellende Näherungslösung erarbeitet werden. Einerseits besteht die Schwierigkeit darin, die Position der maximalen Verformung genau zu verifizieren (siehe 5-1.1), andererseits konnte mit dem herangezogenen Ersatzsystem keine Näherungslösung für entsprechende Positionen erarbeitet werden.

Allgemein kann zur Positionierung der maximalen Vertikalverformung festgehalten werden, dass die maßgebende Verformung bei ausgewogenem Relativverhältnis der Biegesteifigkeiten (B_x/B_y) zu Stützweiten (l_x/l_y) in Feldmitte (6) auftritt. Bei großen Biegesteifigkeitsverhältnissen (B_x/B_y) und kleinen Stützweitenverhältnisses (l_x/l_y) tritt die maximale Verformung entlang der y -Achse am Gurtstreifen (5) auf. Entgegengesetzt tritt die maximale Verformung bei kleinem Biegesteifigkeitsverhältniss (B_x/B_y) und großem Stützweitenverhältnis (l_x/l_y) entlang der x -Achse am Gurtstreifen (3) auf. Dies lässt sich auch anhand von SIEDER und AUGUSTIN in [54] erarbeiteten Momentenauswertung an maßgebenden Punkten ableiten.

5-5 ZUSAMMENFASSUNG – FAZIT

Für die bemessungsrelevanten Plattenschnittgrößen konnten schubstarre und schubnachgiebige Näherungslösungen erarbeitet werden. Die Näherungslösungen für die Feldmomente in Haupttragrichtung weisen jedoch erhöhte Abweichungen zur Referenzlösung auf. Die erhöhten Abweichungen bei den Feldmomenten und die hohen Differenzen bei den Näherungslösungen der Verformung lassen darauf schließen, dass der Feldbereich insbesondere in Haupttragrichtung mit dem hier angewendeten Näherungsmodell nicht richtig erfasst werden kann. Anzumerken ist jedoch, dass die bemessungsrelevanten Schnittkräfte (Momente und Querkräfte) idR. im Stützbereich auftreten.

Die nachfolgende Tabelle stellt die erarbeiteten Näherungslösungen bzw. die Konstanten für die Funktionen der schubstarrten und schubnachgiebigen Lösung allgemein für 5- und 7-schichtiges BSP inkl. der erreichten Abweichungen gegenüber. Mit Gleichung (170) lassen sich sämtliche Faktoren bzw. Funktionen f_i der Näherungslösungen beschreiben. Die erreichten Abweichungen sind mittels Boxplot (entsprechend Abschn. 5-3.2) in Tab. 5—16 dargestellt. Um eine aussagekräftige Darstellung für die bemessungsrelevanten Schnittgrößen zu gewährleisten, wurde die Darstellung der Boxplots mit -3% und +12% begrenzt.

$$f_i = A \cdot \left(\frac{B_x}{B_y}\right)^B \cdot \left(\frac{l_x}{l_y}\right)^C \cdot \left(\frac{c}{l_x}\right)^D \cdot \left(\frac{d}{l_y}\right)^E \cdot \left(\frac{S_x \cdot c^2}{B_x}\right)^F \cdot \left(\frac{S_y \cdot d^2}{B_y}\right)^G \quad (170)$$

Tab. 5—16 Konstanten - Zusammenfassung der Schubstarren und Schubnachgiebigen Näherungslösung für 5s- und 7s-Platten

Schnittgrößen		Konstanten							Abweichung Δ_i						
		A	B	C	D	E	F	G	-3%	0%	3%	6%	9%	12%	
schubstarre Lösung	Haupttragrichtung	$m_{x,sup}$	+1,33	+0,19	-1,00	-0,33	0	0	0						
		$m_{x,fi e}$	+1,98	+0,21	+0,89	0	0	0	0						
		q_x	+0,56	+0,11	-1,00	-1,00	0	0	0						
	Nebentragrichtung	$m_{y,sup}$	+1,20	-0,26	+0,98	0	-0,37	0	0						
		$m_{y,fi e}$	+1,76	-0,26	+1,00	0	0	0	0						
		q_y	+0,55	+0,14	+1,00	0	-1,00	0	0						
schubnachgiebige Lösung	Haupttragrichtung	$m_{x,sup}$	+1,43	+0,28	-1,00	-0,31	0	+0,15	-0,17						
		$m_{x,fi e}$	+2,42	+0,24	-0,80	+0,08	0	+0,07	-0,12						
		q_x	+0,56	+0,17	-1,00	-1,00	0	+0,16	-0,14						
	Nebentragrichtung	$m_{y,sup}$	+1,31	-0,35	+0,97	0	-0,33	-0,21	+0,17						
		$m_{y,fi e}$	+2,24	-0,30	+1,00	0	+0,07	-0,08	-0,04						
		q_y	+0,57	-0,25	+1,00	0	-0,98	-0,23	+0,23						

KAPITEL 6: ELEMENTSTÖSSE BEI BSP-PLATTEN

BSP-Platten können nicht unendlich breit hergestellt werden. Einerseits begrenzen die Produktionsmöglichkeiten die Plattenbreite, andererseits ist man mit den Transportmöglichkeiten eingeschränkt. Als Standardmaß der BSP-Platten hat sich bei den meisten Herstellern eine Plattenbreite von 3,0 m etabliert, wobei mittlerweile einige Hersteller eine maximale Plattenbreite von 3,50 m produzieren können. Mit den aktuell erhältlichen Plattenlängen von 16,5 m bis 20,0 m kann davon ausgegangen werden, dass der Längsstoß eine eher untergeordnete Rolle einnimmt und somit für vorliegende Arbeit vernachlässigt wird.

6-1 EFFEKTE ZUFOLGE STÖSSE

Die Plattenstöße in Querrichtung können derzeit standardmäßig nicht biegesteif ausgeführt werden, womit über die Fuge in Querrichtung nur Quer- und Normalkräfte aber keine Biegemomente übertragen werden können.

6-1.1 Querkraftstoß

Die Ausführung der Querkraftstöße in Breitenrichtung der BSP-Platte werden meist mit sog. Falzbrettern, mittels Stufenfalz oder als stumpfer Querkraftstoß wie in Abb. 6-1—1 dargestellt ausgeführt.

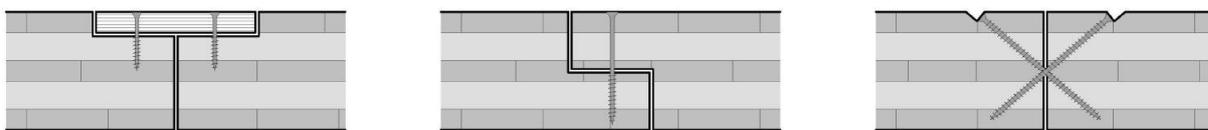


Abb. 6-1—1 Darstellung der Stoßausbildungen Falzbrett und Stufenfalz und stumpfer Querkraftstoß [55]

Dass in Plattenquerrichtung über Elementstöße keine Biegemomente übertragen werden können, ist auch bei der Bemessung zu berücksichtigen. Dazu ist es vorteilhaft, die Stoßausbildung in der Nähe des Momentennullpunktes zu legen. Ausgehend von der Balkentheorie und einem Mehrfeldträger mit gleicher Stützweite l wäre dieser sog. Momentennullpunkt bzw. der Übergang vom Stützmoment zum Feldmoment bei ca. einviertel der Feldlänge von der Stütze entfernt. SIEDER und AUGUSTIN haben in [54] den Verlauf der Biegemomente von punktgestützten BSP-Platten untersucht und die Gurtstreifenbreiten aufgeteilt (Abb. 6-1—2). Demnach kann der Momentennullpunkt im Stützbereich mit in $0,20 \cdot l_{x/y}$ und im Feldbereich mit $0,25 \cdot l_{x/y}$ festgelegt werden.

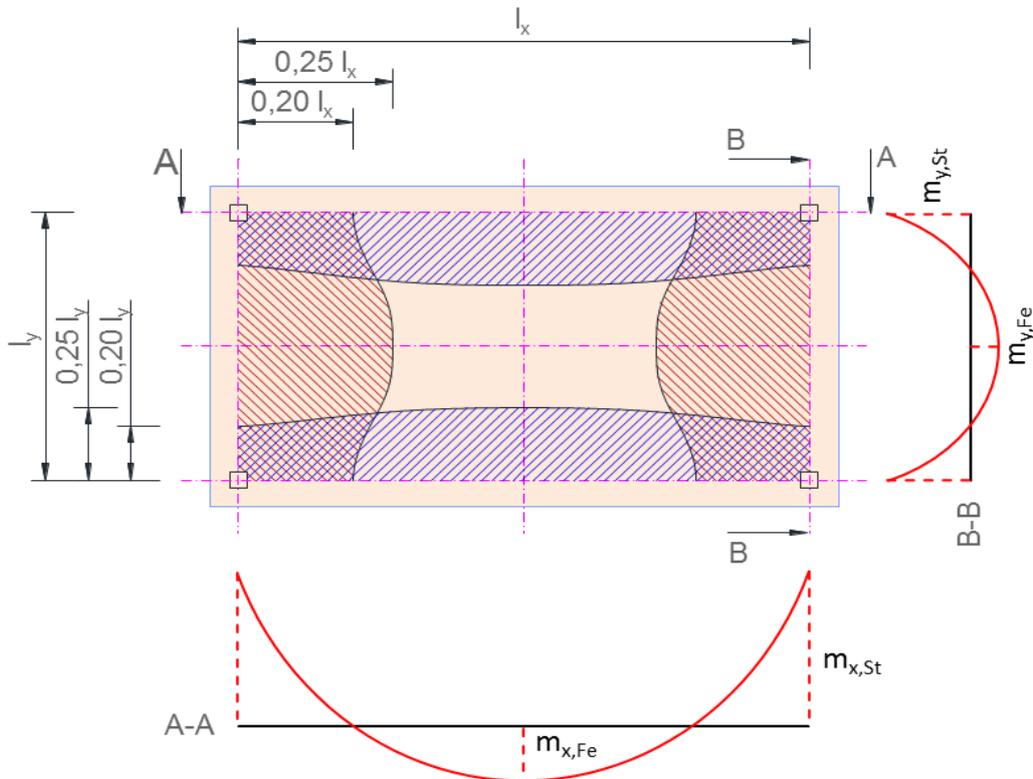


Abb. 6-1—2 Festlegung Gurtstreifenbreite und Momentenverläufe von punktgestützten BSP-Platten [54]

6-1.2 Momentenstoß – biegesteife Ausführung der Stöße

Die Ausbildung biegesteifer Stöße von BSP-Platten sind meist aufwendig und kostspielig. Eine Möglichkeit einen sog. Momentenstoß auszuführen, ist das Aufkleben von zusätzlichen Lamellen über den Stoßstellen in Form von Furnierschichtholz. Denkbar wäre hier auch, die Decklamellen der BSP-Platte auszufräsen und das Furnierschichtholz in Form eines Flazbrettes einzukleben. Die Decklamellen im Stoßbereich (beidseitig) aus Furnierschichtholz werden hierbei mittels Schraubpressverklebung bei der Montage auf der Baustelle aufgeklebt. Das Moment der Nebentragsrichtung m_y wird durch den Hebelsarm (Schwerpunktsabstand der Decklamellen) in ein Kräftepaar aufgeteilt. Die Zug- und Druckkräfte müssen nun über die Klebefugen und das Furnierschichtholz übertragen werden. Die Lamellenbreite und somit die Klebefläche können entsprechend der zu übertragenden Lasten angepasst werden. Zu berücksichtigen ist aber auch die Übertragung der Momente aus der Haupttragsrichtung m_x im unmittelbaren Stoßbereich welche auch über die Klebefuge einzuleiten sind. Des Weiteren gibt es aktuell Bestrebungen nach Systemverbindern und Klebetechniken, beispielsweise stumpfe Klebefugen.

Kritisch anzusehen ist jedenfalls systemunabhängig eine Verklebung auf der Baustelle. Einerseits ist die Aufbringung eines gleichmäßigen Pressdruckes über Schrauben verhältnismäßig schwierig, andererseits unterliegen Verklebungen generell strengen

Anforderungen und Kontrollen, welche vor Ort äußerst aufwendig und kostspielig zu bewerkstelligen sind.

6-2 VERGLEICHSTUDIE POSITIONIERUNG QUERKRAFTSTOSS

Nachfolgende Vergleichsstudie soll den Einfluss von Elementstößen in Querrichtung sowie den Einfluss der Positionierung dieser erläutern.

6-2.1 System

Ähnlich der Parameterstudie aus Kapitel 4 wurde für die Vergleichsberechnung das Viertelsystem der unendlich ausgedehnten punktgestützten Platte entsprechend Abschn. 3-2 herangezogen. Des Weiteren wurde auch die Lagerung mittels schlaffer Gleichlast modelliert. Die Berechnung erfolgte mittels dem FE-Programm RFEM mit viereckigen Elementen mit einer globalen Netzweite von 1 cm. (siehe auch Abschn. 3-3).

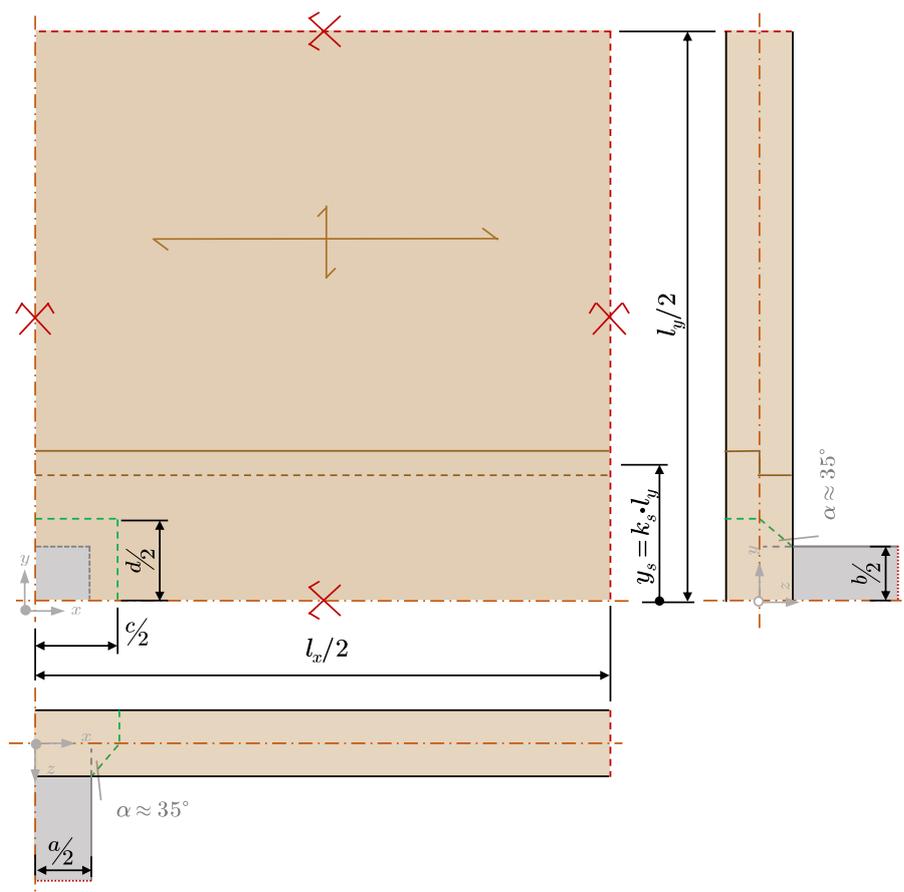


Abb. 6-2—1 Systemübersicht und geometrische Parameter punktgestützte Platte mit Querkraftstoß

6-2.2 Parameter

Variiert wurden in nachfolgender Vergleichsberechnung drei Steifigkeitsverhältnisse B_x/B_y , zwei Stützweitenverhältnisse l_x/l_y sowie die Position des Querkraftstoßes in Querrichtung y_s . Die Plattensteifigkeiten der verwendeten Platten (KLH_mst5s130, KLH_mst5s160, KLH_mst5s185) sind im Anhang ersichtlich. Sämtliche variierte Parameter können Tab. 6—1 entnommen werden.

Tab. 6—1 Übersicht Parametervariationen Vergleichsrechnung

Schichten	Steifigkeitsverhältnis		Stützweitenverhältnis		Stoßpositionen				
	Anzahl	B_x/B_y		Anzahl	l_x/l_y		Anzahl	k_s	
		min	max		min	max		min	max
[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
5s	3	2,047	8,143	2	1,00	1,60	3	0,00	0,50

6-2.3 Ergebnis

Ausgewertet wurden die bemessungsrelevanten Schnittgrößen und Verformungen an den maßgebenden Stellen entsprechend Abschn. 5-1.1. Die Ergebnisse der Vergleichsberechnungen sind in nachfolgenden Diagrammen mithilfe quadratischer Interpolation qualitativ dargestellt. Auf der Abszisse wurde der Faktor k_s , welcher das Verhältnis der Stoßposition y_s zur Feldlänge l_y angibt, aufgetragen. Auf der Ordinate wurden die entsprechenden Schnittgrößen bzw. Verformungen so normiert, dass die Lösung der umgestoßenen punktgestützten Platte eins (also 100%) ergibt.

Momente

Stützmomente

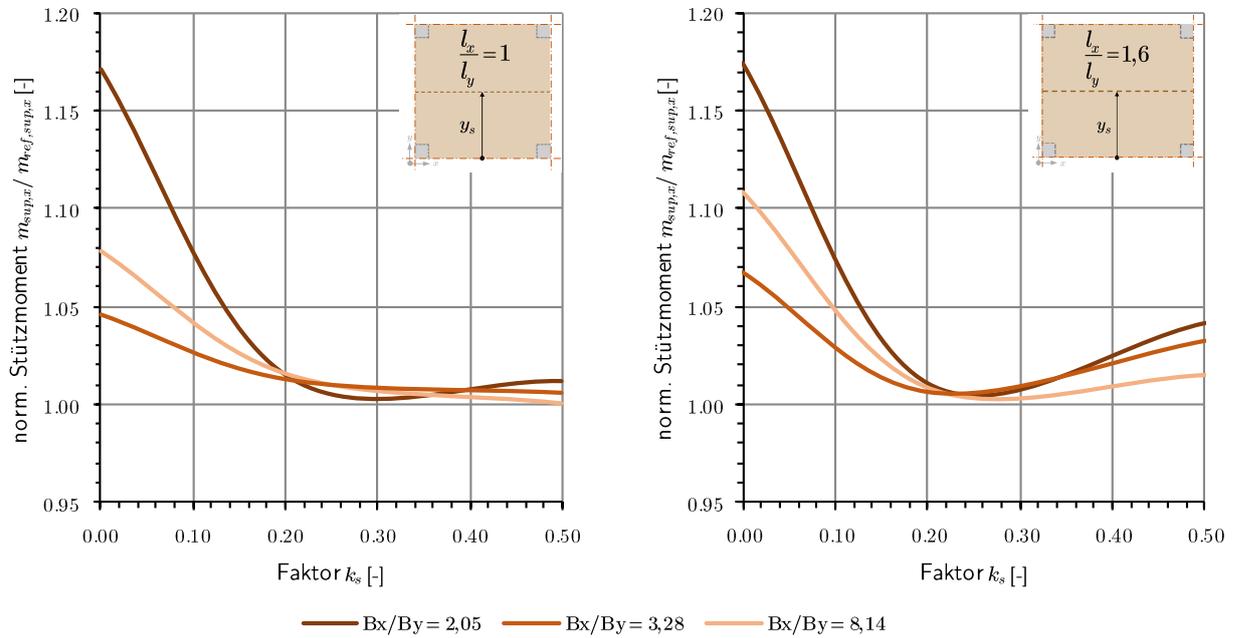


Abb. 6-2—2 Diagramme – Stützmomente m_x der punktgestützten gestoßenen Platte für $l_x/l_y = 1$ und $l_x/l_y = 1,6$

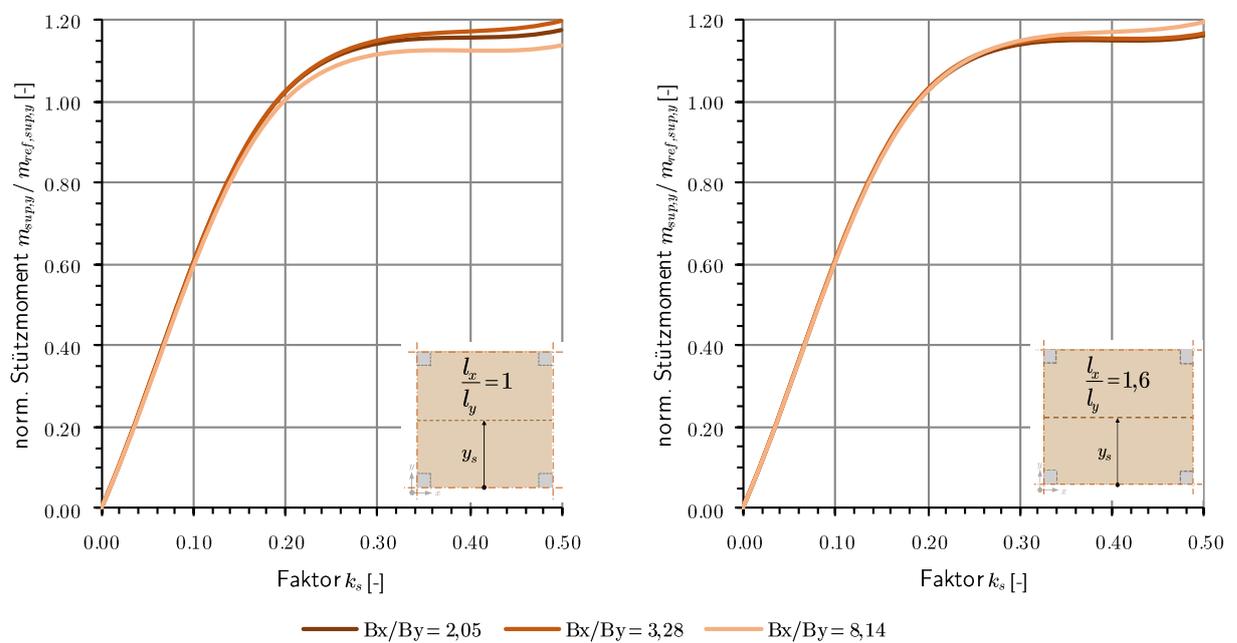
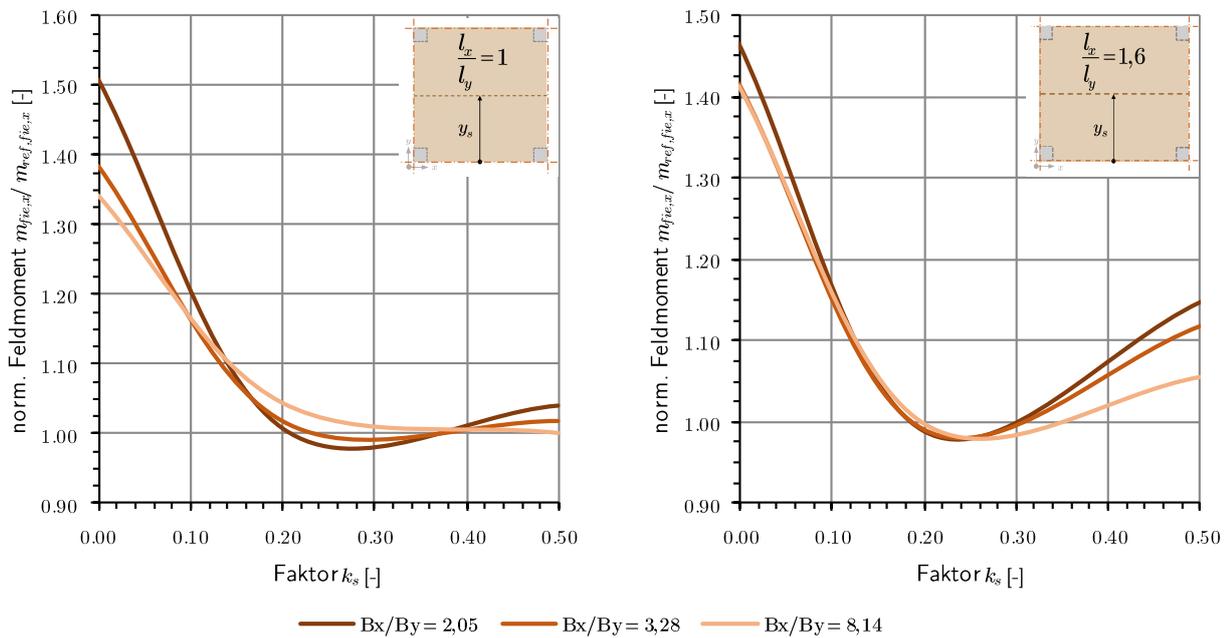
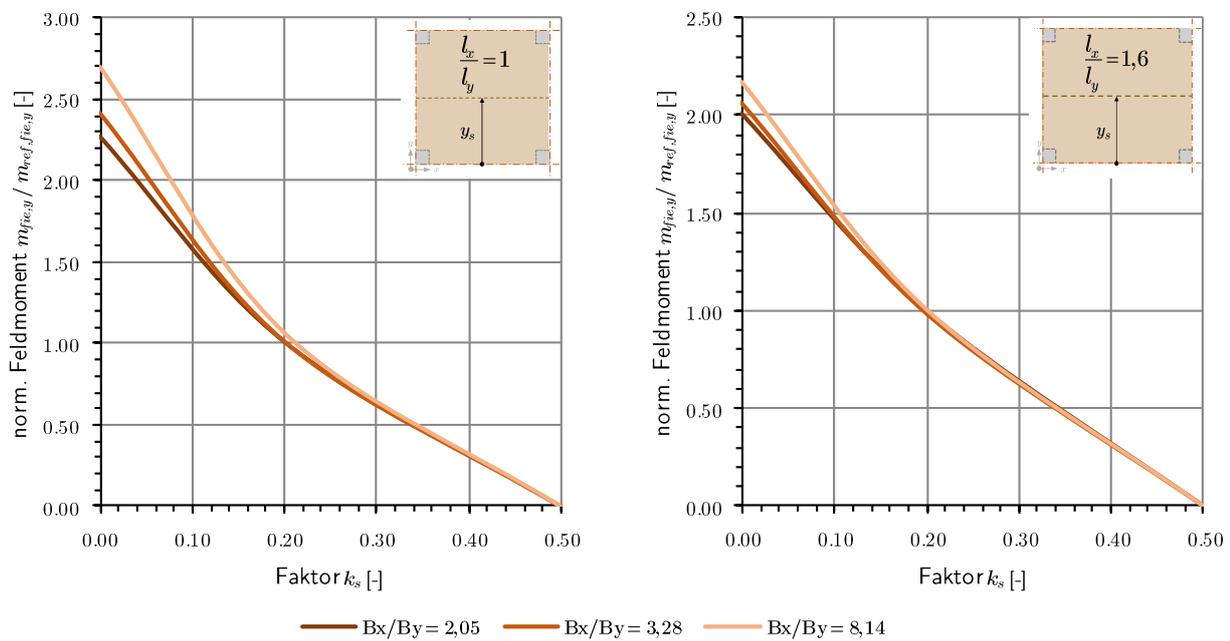


Abb. 6-2—3 Diagramme – Stützmomente m_y der punktgestützten gestoßenen Platte für $l_x/l_y = 1$ und $l_x/l_y = 1,6$

Feldmomente


 Abb. 6-2—4 Diagramme – Feldmomente m_x der punktgestützten gestoßenen Platte für $l_x/l_y = 1$ und $l_x/l_y = 1,6$

 Abb. 6-2—5 Diagramme – Feldmomente m_y der punktgestützten gestoßenen Platte für $l_x/l_y = 1$ und $l_x/l_y = 1,6$

Querkräfte

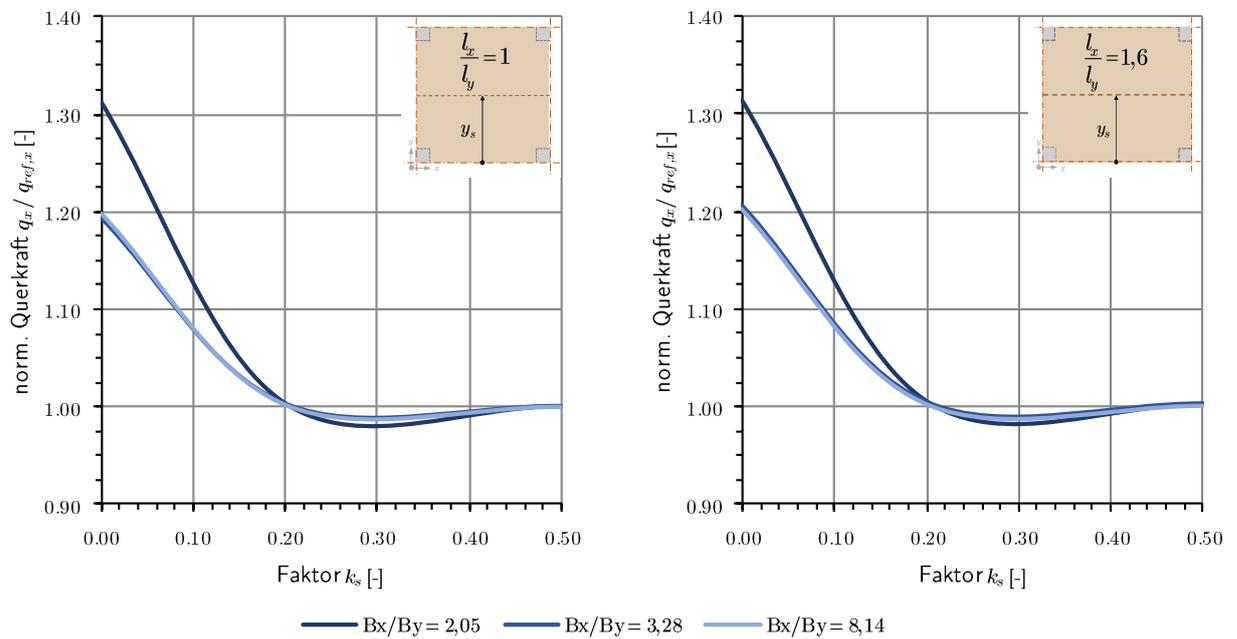


Abb. 6-2—6 Diagramme – Querkräfte q_x der punktgestützten gestoßenen Platte für $l_x/l_y = 1$ und $l_x/l_y = 1,6$

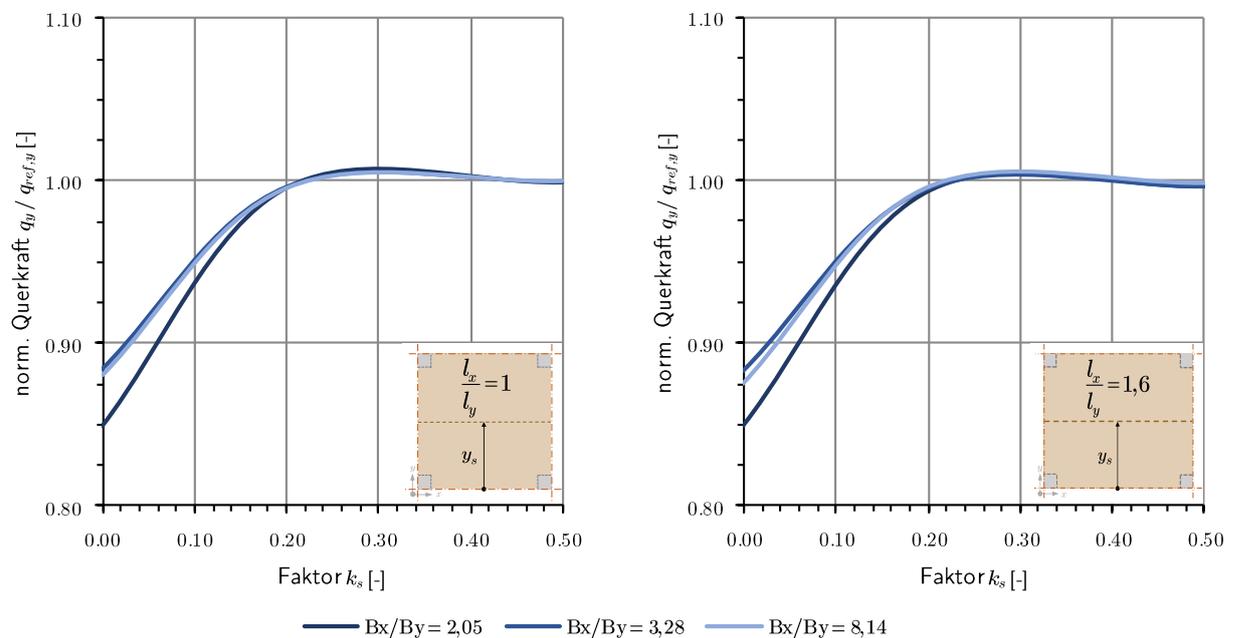


Abb. 6-2—7 Diagramme – Querkräfte q_y der punktgestützten gestoßenen Platte für $l_x/l_y = 1$ und $l_x/l_y = 1,6$

Verformungen

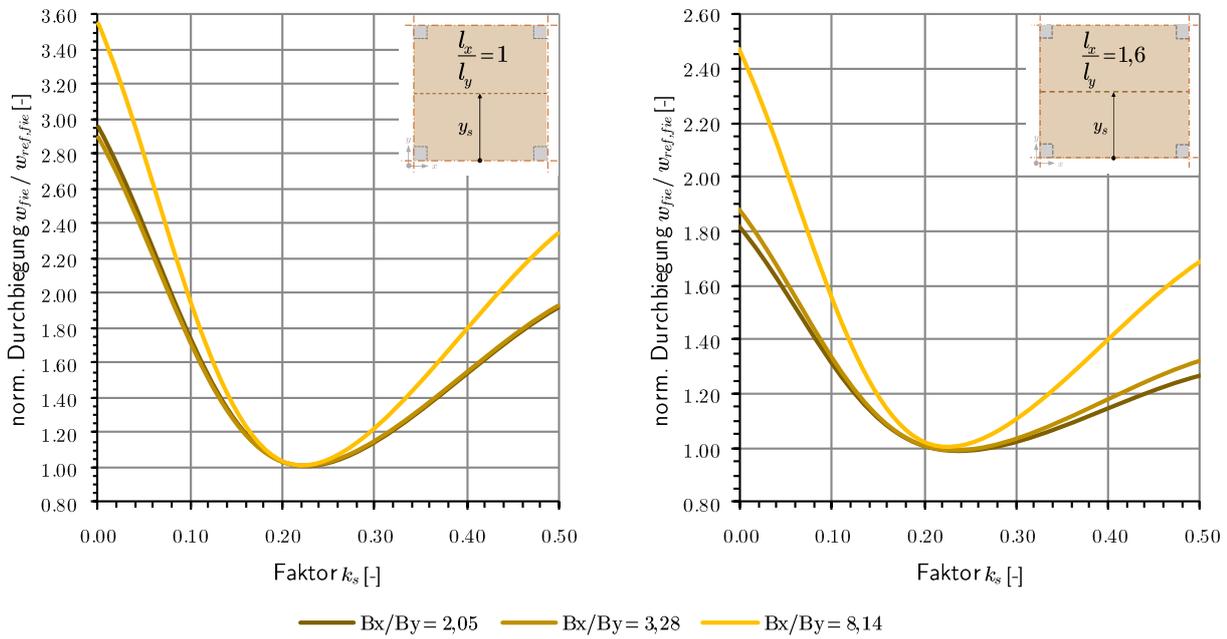


Abb. 6-2—8 Diagramme – Verformungen in Feldmitte $w_{f_{ie}}$ der punktgestützten gestoßenen Platte für $l_x/l_y = 1$ und $l_x/l_y = 1,6$

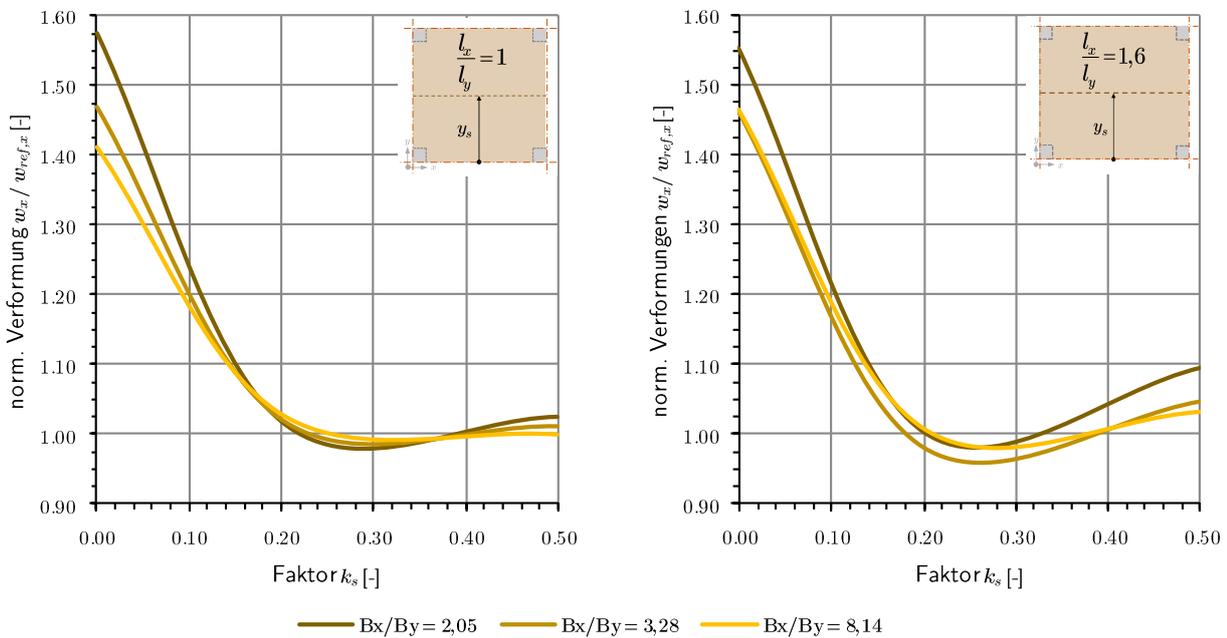


Abb. 6-2—9 Diagramme – Verformungen w_x der punktgestützten gestoßenen Platte für $l_x/l_y = 1$ und $l_x/l_y = 1,6$

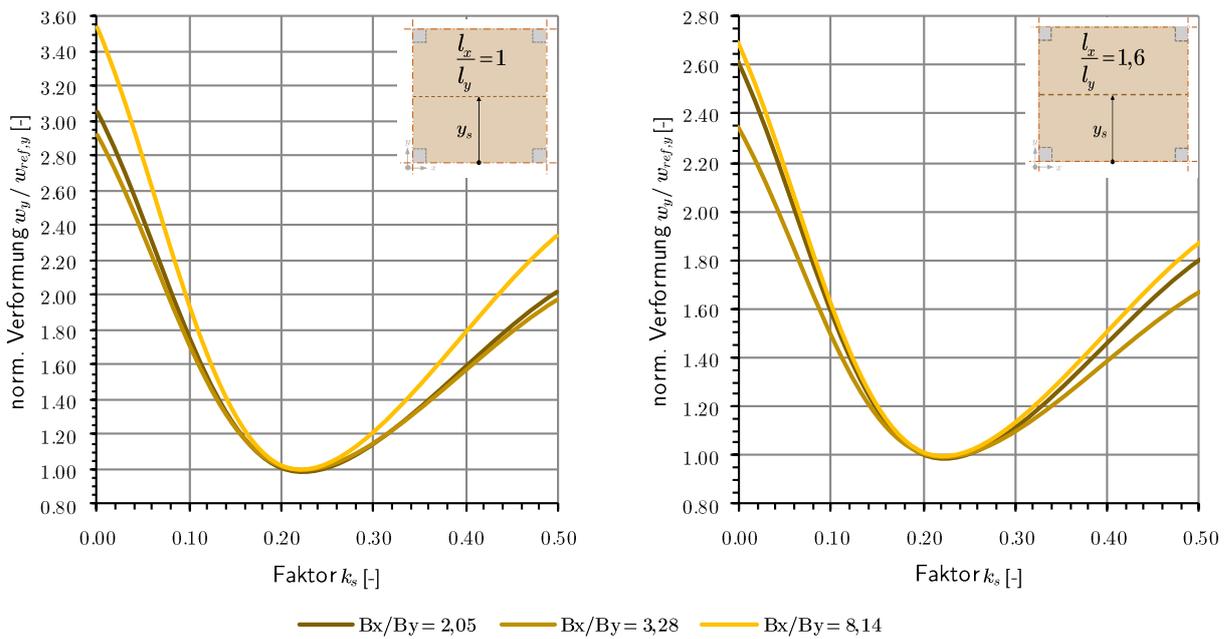


Abb. 6-2—10 Diagramme – Verformungen w_y der punktgestützten gestoßenen Platte für $l_x/l_y = 1$ und $l_x/l_y = 1,6$

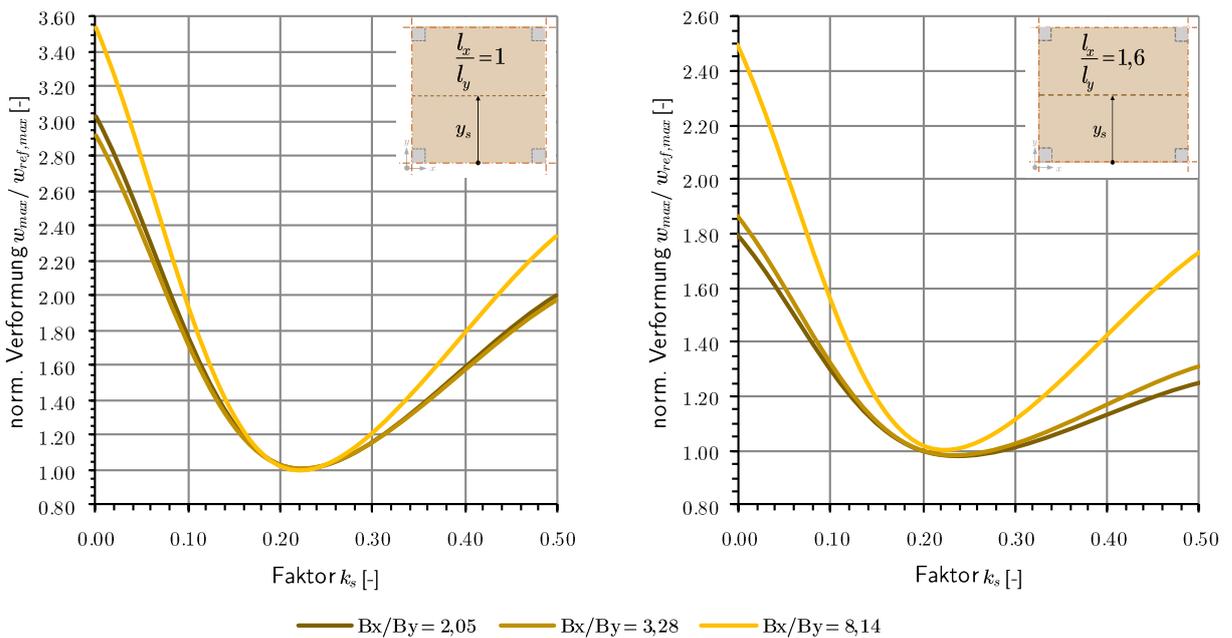


Abb. 6-2—11 Diagramme – Verformungen w_{max} der punktgestützten gestoßenen Platte für $l_x/l_y = 1$ und $l_x/l_y = 1,6$

6-2.4 Zusammenfassung

Aus den Vergleichsrechnungen bzw. deren Auswertung in Abschn. 6-2.3 kann abgeleitet werden, dass es sinnvoll ist den Plattenstoß in Querrichtung als Querkraftstoß in Nähe der Momenten-Nulllinie ($\sim 0,2 \cdot l_y$) auszuführen.

Die maximalen Abweichungen im Vergleich zur endlos ausgedehnten Platte können nachfolgender Tabelle entnommen werden.

Tab. 6—2 Abweichungen der Schnittgrößen und Verformungen der in Querrichtung gestoßenen Platte in Bezug auf die umgestoßene Platte

Abweichungen	Stützmomente		Feldmomente		Querkräfte		Verformungen
	$m_{x,sup}$	$m_{y,sup}$	$m_{x,fiel}$	$m_{y,fiel}$	q_x	q_y	
Δ_i	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
max.	-0,65	-0,29	+1,05	-1,57	-0,23	0,66	-0,22
min.	-1,56	-2,99	-4,49	-6,55	-0,67	0,41	-3,53

Für die bemessungsrelevanten Schnittgrößen und Verformungen ergeben sich somit maximale Abweichung von -3,53% bis 0,66% im Vergleich zur ungestoßenen BSP-Platte. Dies bedeutet für die ausgewerteten Fälle ein Unterschätzen der Schnittgrößen und Verformungen von bis zu 3,53%, womit hier die Anwendung der Näherungslösungen aus Abschn. 5-4 für eine Vorbemessung vorbehaltlos empfohlen werden kann.

KAPITEL 7: RESÜMEE UND AUSBLICK

Das folgende Kapitel gibt einen Überblick über die Ergebnisse dieser Arbeit, Empfehlungen für die Anwendung der bereitgestellten Näherungslösungen in der Praxis und den Forschungsbedarf in Zusammenhang mit der vorliegenden Thematik.

7-1 ZUSAMMENFASSUNG

Näherungslösungen zum Auffinden der Plattenschnittgrößen für die unendlich ausgedehnte und somit regelmäßig punktgestützte BSP-Platte sind als schubstarre und schubnachgiebige Lösung erarbeitet worden und können für die konservative Bemessung der zweiaxial beanspruchten BSP-Platte herangezogen werden. Des Weiteren können die Lösungen auch für Platten, welche in Querrichtung mittels Querkraftgelenk nahe der Momenten-Nulllinie gestoßen werden, Anwendung finden.

Aus den Ergebnissen in Kap. 3 ist zu erkennen, dass die Modellierung des Stützenkopfes einen wesentlichen Einfluss auf die Ergebnisse nimmt. Ebenfalls lässt sich aus Kap. 6 ableiten, dass auch die Positionierung des Plattenstoßes in Querrichtung die Schnittgrößen wesentlich beeinflusst.

7-2 EMPFEHLUNGEN FÜR DIE PRAXIS

Die unendlich ausgedehnte punktgestützte BSP-Platte kann in der Praxis keine Anwendung finden. Ungestörte Bereiche von mehrfeldrigen Systemen können aber als solche Näherungsweise abgebildet werden. Die Randbedingungen von gestörten Feldern sind jedenfalls gesondert zu berücksichtigen. Des Weiteren sind die Lösungen nur für regelmäßige Stützenraster und somit einfache Geometrien ausgelegt. Für die Verformungsberechnung können vereinfachte FEM-Modelle herangezogen werden, da der Einfluss von Netzfeinheit und Stützenkopfabildung auf die Verformung äußerst gering sind.

Für komplexe und unregelmäßige Geometrien sowie für gestörte Felder ist eine numerische Untersuchung mittels FEM in der Praxis unumgänglich. Hierbei ist auf den Einfluss von der Netzfeinheit und der Stützenkopfabildung zu achten. Programmmodule, welche die Stützenkopfabildung zur Plattenbemessung automatisiert modellieren und die Netzfeinheit im Anschlussbereich adaptiv anpassen, sind für kommerzielle FEM-Programme anzustreben. Solche Applikationen würden das Auffinden der maßgebenden Schnittgrößen stark vereinfachen und somit auch der zurückhaltenden Stellung von Fachplanern und ausführenden Firmen in Bezug auf den optimal ausgenützten Einsatz von BSP entgegenwirken.

7-3 FORSCHUNGSBEDARF

Für die Weiterentwicklung von Brettsper Holz und zur Optimierung der BSP-Bauweise gibt es noch genügend offene Fragestellungen, welche es in Zukunft zu untersuchen gilt. Nachfolgend wird auf einige Punkte eingegangen, welche in unmittelbaren Zusammenhang mit dieser Arbeit stehen.

7-3.1 Erweiterung der Näherungslösungen

Feldmomente bzw. Verformung

Mit den erarbeiteten Näherungslösungen konnte keine zufriedenstellende Konvergenz bei den Feldmomenten – insbesondere jener in Haupttragrichtung – und somit auch nicht bei den Verformungen erreicht werden. Eine Adaption der Näherungslösungen beispielsweise durch Verwendung eines anderen Ersatzsystems (gebettete Querträger ähnlich eines sog. Trägerrostes) wäre hier denkbar.

Randeffekte

Aufgrund der Periodizität (unendlich ausgedehnte punktgestützte Platte) sind Randeffekte wie linienförmige Zwischenaufleger, Endaufleger, Durchbrüche oder freie Plattenberandungen in den Lösungen nicht enthalten. Um diese Effekte berücksichtigen zu können, müssten die Lösungen beispielsweise mittels weiterer Multiplikatoren erweitert werden.

Elementstöße

Elementstöße aufgrund der beschränkten Produktionsbreiten von BSP-Platten wurden in den Lösungen nicht berücksichtigt. Ergebnisse aus Kap. 6 zeigen jedoch, dass die Lösungen bei Positionierung der Querstöße in der Nähe des Momentennulldurchganges in Nebentragrichtung ($\sim 0,2 \cdot l_y$) und bei Ausbildung als Momentengelenke (Querkräfte können übertragen werden) Anwendung finden können. Da diese Positionierung aus montagetechnischer Sicht nicht optimal ist, könnten auch weitere Lösungen mit Variation der Stoßposition erarbeitet werden.

7-3.2 Nachweise

Elastische Spannungsspitzen

Die in Kap. 2-3.2 erwähnten elastischen Spannungsspitzen über den Stützbereich werden mit den klassischen Plattentheorien nicht erfasst. Diesen elastischen Spannungsspitzen stehen lokale erhöhte Biegefestigkeiten zufolge festigkeitserhöhende Effekte wie plastisches Materialverhalten und Volumeneffekt gegenüber. So ist für den lokalen Biegenachweis Forschungsbedarf in Hinblick auf die elastischen Spannungsspitzen und den festigkeitserhöhenden Effekten gegeben.

Drillfestigkeitsnachweis

Der Drillfestigkeitsnachweis wird nur in Ausnahmefällen einen maßgebenden Einfluss bei der Bemessung von BSP haben. Für Platten mit schrägen Berandungen, großen Durchbrüchen oder auch punktgestützte Platten sollte jedoch ein Nachweisverfahren, wie bereits von Silly [17] in Anlehnung an den Scheibenschubnachweis gefordert, erarbeitet werden.

7-3.3 Konstruktive Aspekte

Verbindungstechnik - Plattenstöße

Um großformatige Deckenkonstruktionen aus BSP effizienter nutzen zu können, ist aufgrund der produktionstechnisch begrenzten Abmessungen von BSP-Platten (derzeit ca. 3,5 x 18 m) der Verbindungstechnik große Aufmerksamkeit zu schenken. Durch eine biegesteife Anbindung der Plattenstöße kann eine kontinuierliche zweiachsige Lastabtragung in Rechnung gestellt werden. Hierfür ist die Weiterentwicklung der Klebtechnologie für „vor-Ort-Verklebungen“ bzw. die Entwicklung von Systemverbindungen erforderlich.

Ziel muss die Herstellung und Verarbeitung eines hochwertigen, ästhetischen Endproduktes, also großflächige BSP-Deckenplatten ohne Verwendung von Unterzügen und Sonderbauteilen, unter Ausnützung der zweiachsigen Lastabtragung sein. Dies würde auch die Möglichkeit eröffnen, architektonisch anspruchsvolle Konstruktionen mittels BSP auszuführen.

LITERATURVERZEICHNIS

- [1] G. Schickhofer, T. Bogensperger, T. Moosbrugger (Hrsg.), *BSPhandbuch: Holz-Massivbauweise in Brettsperrholz – Nachweise auf Basis des neuen europäischen Normenkonzepts*, 2. Auflage, Graz: Verlag der Technischen Universität Graz, 2010.
- [2] W. Guggenberger, “Flächentragwerke,” Skriptum, Institut für Stahlbau und Flächentragwerke – Technische Universität Graz, 2010.
- [3] ÖNORM B 1995-1-1:2015-06, *Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten – Teil 1-1: Allgemeines – Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau. Nationale Festlegungen zur Umsetzung der ÖNORM EN 1995-1-1, nationale Erläuterungen und nationale Ergänzungen.*
- [4] DIN 1052:2008-12, *Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken – Allgemeine Bemessungsregeln und Bemessungsregeln für den Hochbau.*
- [5] T. Bogensperger, M. Augustin, B. Wallner und A. Thiel, “focus_sts 2.2.3_2: Punktgestützte BSP-Platten – Durchstanzen,” Forschungsbericht, holz.bau forschung gmbh, 2015.
- [6] T. Bogensperger und G. Silly, “Zweiachsige Lastabtragung von Brettsperrholzplatten,” in *Bautechnik*, Vol. 91, Heft 10, Berlin: Ernst & Sohn, 2014, S. 742-752.
- [7] A. Tessler, M. D. Sciuva and M. Gherlone, “NASA/TP-2009-215561: Refined Zigzag Theory for Laminated Composite and Sandwich Plates,” Research Report, National Aeronautics and Space Administration (NASA), 2009.
- [8] R. Stürzenbecher, K. Hofstetter and J. Eberhardsteiner, “Structural design of Cross Laminated Timber (CLT) by advanced plate theories,” in *Composites Science and Technology*, volume 70, issue 9, 2010, p. 1368-1379.
- [9] T. Bogensperger, “Holzbau II: Studienblätter BSP – Strukturmechanik, Plattensteifigkeiten,” Institut für Holzbau und Holztechnologie – Technische Universität Graz, 2015.
- [10] K. Girkmann, *Flächentragwerke: Einführung in die Elastostatik der Scheiben, Platten, Schalen und Faltwerke* (German Edition), 6. Auflage, Wien: Springer-Verlag Wien New York, 1986.
- [11] F. H. Neuhaus, “Elastizitätszahlen von Fichtenholz in Abhängigkeit von der Holzfeuchtigkeit,” Dissertation, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, Ruhr-Universität Bochum, Bochum/Germany, 1981.
- [12] ÖNORM EN 338:2016-06, *Bauholz für tragende Zwecke – Festigkeitsklassen.*
- [13] ETA-06/0138, *KLH Massivholzplatten – Massive plattenförmige Holzbauelemente für tragende Bauteile in Bauwerkern*, Österreichisches Institut für Bautechnik (OIB), Wien, 2017.
- [14] Z-9.1-680, *Haas BSP Brettsperrholz – Haas CLT Cross Laminated Timber - HMS-Element*, Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung, Deutsches Institut für Bautechnik (DIBt), Berlin, 2007.
- [15] ÖNORM EN 1194:1999-09, *Holzbauwerke: Brettschichtholz – Festigkeitsklassen und Bestimmung charakteristische Werte.*
- [16] T. Erhart, R. Brandner, G. Schickhofer und A. Frangi, “Rolling Shear Properties of some European Timber Species with Focus on Cross Laminated Timber (CLT): Test Configuration and Parameter Study,” in *Proceedings of International Network on Timber Engineering Research (INTER)*, Meeting 48, Paper 48-6-1, 2015.

-
- [17] G. Silly, “Numerische Studien zur Drill- und Schubsteifigkeit von Brettsperrholz (BSP),” Masterarbeit, Institut für Holzbau und Holztechnologie – Technische Universität Graz, 2010.
- [18] R. A. Jöbstl, T. F.X. Moosbrugger, T. Bogensperger and G. Schickhofer, “A Contribution to the Design and System Effect of Cross Laminated Timber (CLT),” in Proceedings of International Council for Building Research and Innovation (CIB), CIB/W18, Paper 39-12-4, 2006.
- [19] H. Unterwieser and G. Schickhofer, “Characteristic Values an Test Configuration of CLT with Focus on Selected Properties,” Research Report, Institute of Timber Engineering and Wood Technology – Graz University of Technology, 2013.
- [20] R. Brandner, “SystemeSystem von aus KonstruktKonstruktion aufgebauten Querschnitten,” Diplomarbeit, FH-Diplomstudiengang Holztechnik und Holzwirtschaft – FH Salzburg, 2006.
- [21] ÖNORM EN 14080:2013-08, *Holzbauwerke – Brettschichtholz und Balkenschichtholz – Anforderungen.*
- [22] DRAFT EN 16351:2012-01, *Holzbauwerke – Brettsperrholz – Anforderungen.*
- [23] ETA-06/0009, *Binderholz Brettsperrholz BBS – Massives plattenförmiges Holzbauelement zur Verwendung als tragendes Bauteil in Bauwerken*, Deutsches Institut für Bautechnik (DIBt), Berlin, 2017.
- [24] ETA-09/0036, *MM crosslam – Massive plattenförmige Holzbauelemente für tragende Bauteile in Bauwerken*, Österreichisches Institut für Bautechnik (OIB), Wien, 2015.
- [25] ETA-10/0241, *Leno Brettsperrholz – Massive plattenförmige Holzbauelemente zur Verwendung als tragende Teile in Bauwerken*, Deutsches Institut für Bautechnik (DIBt), Berlin, 2013.
- [26] ETA-11/0189, *Derix X-LAM – Massives plattenförmiges Holzbauelement zur Verwendung als tragendes Bauteil in Bauwerken*, Deutsches Institut für Bautechnik (DIBt), Berlin, 2013.
- [27] ETA-12/0281, *NORITEC X-LAM – Brettsperrholz (BSP) – Massive plattenförmige Holzbauelemente für tragende Bauteile in Bauwerken*, Österreichisches Institut für Bautechnik (OIB), Wien, 2012.
- [28] ETA-14/0349, *CLT – Cross Laminated Timber – Massive plattenförmige Holzbauelemente für tragende Bauteile in Bauwerken*, Österreichisches Institut für Bautechnik (OIB), Wien, 2014.
- [29] C. Czadersky, R. Steger, M. Howald, S. Olia, A. Gülzow und P. Niemz, “Versuche und Berechnungen an allseitig gelagerten 3-schichtigen Brettsperrholzplatten,” in *European Journal of Wood and Wood Products*, vol. 234, issue 5, Springer Verlag, 2007, pp. 207–230.
- [30] G. Hochreiner, J. Füssl, J. Eberhardsteiner and S. Aicher, “CLT Plates under Concentrated Loading -Experimental Identification of Crack Modes and Corresponding Failure Mechanisms,” in *Materials and Joints in Timber Structures*, Springer, 2014, p. 703-712.
- [31] J. Riebenbauer, “Kommentare und Bewertung zur ETA-06/0138:2017,“ KLH Massivholz GmbH (Hrsg.), Teufenbach-Katsch, 2017.
- [32] P. Mestek, “Punktgestützte Flächentragwerke aus Brettsperrholz (BSP) – Schubbemessung unter Berücksichtigung von Schubverstärkungen,” Dissertation, Lehrstuhl für Holzbau und Baukonstruktion – Technische Universität München, 2011.
- [33] T. Bogensperger und R. Sieder, “Lokale Lasteinleitung in BSP-Elemente,” Präsentation zum 04. Evaluierungsmeeting im Rahmen des COMET K-Projektes: focus sts, holz.bau forschungs gmbh, 2016.

-
- [34] T. Bogensperger, M. Augustin and G. Schickhofer, “Properties of CLT-Panels Exposed to Compression Perpendicular to their Plane,” in Proceedings of International Council for Building Research and Innovation (CIB), CIB/W18, Paper 44-12-1, 2011.
- [35] Y. Halili, “Versuchstechnische Ermittlung von Querdruckkenngrößen für Brettsper Holz,” Masterarbeit, Institut für Holzbau und Holztechnologie – Technische Universität Graz, 2008
- [36] C. Salzmann, “Ermittlung von Querdruckkenngrößen für Brettsper Holz (BSP),” Masterarbeit, Institut für Holzbau und Holztechnologie – Technische Universität Graz, 2010.
- [37] A. Ciampitti, “Untersuchung ausgewählter Einflussparameter auf Querdruckkenngrößen von Brettsper Holz,” Masterarbeit, Institut für Holzbau und Holztechnologie – Technische Universität Graz, 2013.
- [38] R. Brandner und G. Schickhofer, “Properties of Cross Laminated Timber (CLT) in Compression Perpendicular to Grain,” Proceedings of International Network on Timber Engineering Research (INTER), Paper 47-12-5, 2014.
- [39] T. A.C.M. Van der Put, “25-88-63/09-HSC6: Explanation of the embedding strength of particle board,” Stevin Research Report, Faculty of Civil Engineering – Delft University of Technology, Netherlands, 1988.
- [40] G. Schickhofer, H. Bauer und A. Thiel, “Mit neuen Tragelementen in die Zukunft des Holzbaus,” 47. Fortbildungskurs - Moderner Massivbau aus Holz – vom Einfamilienhaus bis zum Hochhaus, S-WIN Weinfeld, 2015.
- [41] A. J.M. Leijten, A. J.M. Jorissen and B. J.C. de Leijer, “The local bearing capacity perpendicular to grain of structural timber elements,” in *Construction and Building Materials*, Volume 27, Issue 1, 2012, p. 54-59.
- [42] holz.bau forschungs gmbh, “BSP – Wiki,” [Online] Available: <https://www.bspwiki.at/> (Abrufdatum 24.05.2017)
- [43] T. Bogensperger, G. Silly, and G. Schickhofer, “MMSM 2.2.3 sfem_mat: Methodenvergleich approximativ Nachweisverfahren für Brettsper Holz,” Forschungsbericht, holz.bau forschungs gmbh, 2012.
- [44] M. Frese, “System effects in continuous glulam beams,” in Proceedings of the 11th World Conference on Timber Engineering (WTCE), 2010.
- [45] T. Bogensperger und R. A. Jöbstl, “Concentrated load introduction in CLT elements perpendicular to plane,” in Proceedings of International Network on Timber Engineering Research (INTER), Meeting 48, Paper 48-12-1, 2015.
- [46] T. Bogensperger und R. A. Jöbstl, “Concentrated load introduction in CLT elements perpendicular to plane,” in Presentation of Meeting 48, International Network on Timber Engineering Research (INTER), 2015.
- [47] EN 1992-1-1:2015-02, *Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.*
- [48] ÖNORM B 4700:2001-06, *Stahlbetontragwerke – EUROCODE-nahe Berechnung, Bemessung und konstruktive Durchbildung.*
- [49] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton DAfStb, *Heft 240: Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formveränderungen von Stahlbetontragwerken nach DIN 1045*, Berlin: Ernst & Sohn, 1992, S.39-49.
-

- [50] U. Vismann (Hrsg.), “Stahlbeton und Spannbeton nach Eurocode 2,“ in *Wendehorst Bautechnische Zahlentafeln*, Wiesbaden: Springer Vieweg, 2015, S. 495-655.
- [51] C. Barth und W. Rustler, *Finite Elemente in der Baustatik-Praxis. Mit vielen Anwendungsbeispielen*, 2. Auflage, Berlin: Beuth, 2013.
- [52] T. Bogensperger, “Erweiterte Stabtheorie und der gevoutete Träger im Brückenbau,“ Dissertation, Institut für Stahlbau, Holzbau und Flächentragwerke – Technische Universität Graz, 2000.
- [53] T. F.X. Moosbrugger, “Elastomechanik von Stäben mit komplexem Querschnittsaufbau und verallgemeinerter Querschnittskinematik,“ Dissertation, Technische Universität Graz, 2012.
- [54] R. Sieder und M. Augustin, “focus_sts 2.2.3_2: Punktgestützte BSP-Platten – Analytische Reihenlösung,“ Forschungsbericht, hol.bau forschungs gmbh, 2016.
- [55] M. Wallner-Novak, M. Augustin, J. Koppelhuber und K. Pock, *Bemessung Brettsper Holz Band 2 – Anwendungsfälle* (Manuskript), Wien: proHolz Austria (Hrsg.), 2017.

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

Abb. 1-2—1	Foss Hotel Glacier [Island] Hotelprojekt der KLH Massivholz GmbH © BEKA ehf.....	2
Abb. 1-2—2	Ausführungsbeispiele punktgestützter Brettsperrholzplatten (vgl. [1], Kap. B).....	2
Abb. 1-2—3	Punktgestützte BSP-Platten im Bürogebäude der KLH Massivholz GmbH in Frojach - Katsch.....	3
Abb. 2-1—1	Struktur einer Brettsperrholzplatte [9].....	5
Abb. 2-1—2	Plattenkoordinatensystem und Plattenspannungen (links), Kinetik – Kräfte- und Momentengleichgewicht (rechts) [10].....	6
Abb. 2-1—3	Verteilung der Materialparameter $E(z)$ und $G(z)$ über den Querschnitt eines BSP-Elements [6] – teilweise modifiziert.....	9
Abb. 2-1—4	Biegespannungsverlauf in einer BSP-Platte [6].....	9
Abb. 2-1—5	Biegespannungs- und Schubspannungsverlauf einer 5-schichtigen BSP-Platte [6].....	11
Abb. 2-1—6	Definition des Aufbauparameters t_L/t_Q [6].....	13
Abb. 2-1—7	Verlauf der Schubkorrekturfaktoren für 5-, und 7-schichtiges BSP unter Variation von t_L/t_Q [6].....	13
Abb. 2-1—8	Verformungsplot des 5-schichtigen RPE ($t_i/a = 0,2$) [17].....	15
Abb. 2-1—9	Anpassungsfunktionen der 3-, 5- und 7-schichtigen BSP-Platte [17].....	15
Abb. 2-2—1	Referenzquerschnitte für BSH a) und für BSP b) [19].....	17
Abb. 2-2—2	Gegenüberstellung der Systembeiwerte k_{sys} aus Versuchsdaten mit verschiedenen Modellen der Systemwirkung [20].....	18
Abb. 2-3—1	Übersichtsskizze Prüfkfiguration mit prognostiziertem Roll-Schubversagen (Maße in mm) [5].....	22
Abb. 2-3—2	Darstellung der Ergebnisse der Versuchsreihe mit prognostiziertem Rollschubversagen als Boxplot [5].....	24
Abb. 2-3—3	Rollschubversagen der Mittellage des Prüfkörpers B_D5s-1 [33].....	25
Abb. 2-3—4	Rollschubversagen und Biegebruch im Bereich der Lasteinleitung des Prüfkörpers A_D5s-2 [5].....	25
Abb. 2-3—5	Biegezugversagen in der Decklage des Prüfkörpers B_D_5s-4 [33].....	25
Abb. 2-3—6	Schubversagen in der Außenlage des Prüfkörpers B_D_5s-1 [33].....	26
Abb. 2-3—7	Querzugversagen im Randbereich des Prüfkörpers A_D_5s-2 [33].....	26
Abb. 2-3—8	Prüfkfiguration und Lage der Wegaufnehmer bei den 5-schichtigen, zweiseitig gelagerten Prüfkörpern mit prognostiziertem Biegeversagen (Abmessungen in mm) [5].....	27
Abb. 2-3—9	Prüfkfiguration und Lage der Wegaufnehmer bei den 7-schichtigen, vierseitig gelagerten Prüfkörpern mit prognostiziertem Biegeversagen (Abmessungen in mm) [5].....	28
Abb. 2-3—10	Versagen mehrerer Keilzinken der Prüfkörper B_5s-1 und B_5s-2 [5].....	29
Abb. 2-3—11	Querschnitt in y -Richtung (oben) und x -Richtung (unten) des Prüfkörpers B_B_5s-1 [5].....	29
Abb. 2-3—12	Während der Prüfung aufgetretene Risse in der Decklage (links), Bruchbild nach Beendigung der Prüfung (rechts) des Prüfkörpers B_B_7s-2 [5].....	30
Abb. 2-3—13	Querschnitt in y - y Richtung (oben) und x - x Richtung (unten) des Prüfkörpers B_B_7s-2 [5].....	30
Abb. 2-3—14	Definition der Bezeichnungen des Lastausbreitungsmodells [40].....	32
Abb. 2-3—15	Modell von LEIJTEN ET AL.: effektiv beanspruchter Lasteinleitungsbereich [41].....	32
Abb. 2-3—16	Methodenvergleich Biegespannungen über Mittellaufleger [43].....	34
Abb. 2-3—17	Verwendete Lamellentypen in der Dissertation von MESTEK [32].....	36

Abb. 2-3—18	Geometrische Zusammenhänge zur Ermittlung der mitwirkenden Plattenbreiten (links), zentrische Einzellast/Punktstützung (rechts), Punktstützung im Eckbereich [32].....	39
Abb. 2-4—1	Gurt- und Feldstreifenmodell nach Heft 240 des DAFStb [49] (entn. aus [50])	43
Abb. 2-4—2	Gurt- und Feldstreifenmodell nach Anhang I, EC2 [47]	43
Abb. 2-4—3	Berechnung von Flachdecken aus Stahlbeton nach B 4700 [48].....	44
Abb. 3-1—1	Systemskizze – biegesteife Anbindung des Stützenkopfes.....	45
Abb. 3-1—2	System der drehsymmetrischen Kreisplatte [10] – teilweise modifiziert	47
Abb. 3-1—3	Verformung der rotationssymmetrischen Kreisplatte unter Volllast	48
Abb. 3-1—4	Verformung der rotationssymmetrischen Kreisplatte unter zentrischer Punktlast.....	48
Abb. 3-1—5	Überlagerung der Momentenlinien für die zentrisch punktgestützte Kreisplatte.....	49
Abb. 3-1—6	Verformung der rotationssymmetrischen Kreisplatte unter Volllast	49
Abb. 3-1—7	Verformung der rotationssymmetrischen Kreisplatte unter zentrischer Teilflächenlast.....	49
Abb. 3-1—8	Überlagerung der Momentenlinien die zentrisch gelagerte Kreisplatte	50
Abb. 3-1—9	Überlagerung der Momente zufolge Volllast und Lagerreaktion als singuläre Punktlast der Kreisplatte	51
Abb. 3-1—10	Überlagerung der Momente zufolge Volllast und Lagerreaktion als Teilflächenlast der Kreisplatte ...	52
Abb. 3-1—11	Vergleich Lösungsansatz Gleichlast / Punktlast der rotationssymmetrischen isotropen punktgestützten Platte	53
Abb. 3-1—12	Lastausbreitung der punktgestützten BSP-Platte	53
Abb. 3-1—13	Gleichlast – Reaktionslast an einem Teilsystem einer Platte.....	54
Abb. 3-1—14	Systemskizze –Anbindung des Stützenkopfes auf Kontakt.....	55
Abb. 3-2—1	Teilabbildung einer unendlich ausgedehnten punktgestützten Platte.....	56
Abb. 3-2—2	Berechnungsmodell – herausgelöstes sym. Viertelsystem der unendlich ausgedehnten punktgestützten Platte	57
Abb. 3-3—1	Vergleich Lagerungsarten - Biegemomente m_x über dem Stützbereich.....	60
Abb. 3-3—2	Vergleich Lagerungsarten - Biegemomente m_y über dem Stützbereich	60
Abb. 3-4—1	Diagramm - Vergleich der Netzfeinheit Stützmomentenauswertung m_x	62
Abb. 3-4—2	Diagramm - Verifizierung der Netzfeinheit Stützmomentenauswertung m_x im Bereich $s=8$ bis $s=50$	63
Abb. 3-4—3	Diagramm - Vergleich der Netzfeinheit Stützmomentenauswertung m_y	64
Abb. 3-5—1	Stützmomentenausrundung mittels quadratischer Parabel.....	65
Abb. 3-5—2	Ausrundung des Stützmomentes an der isotropen punktgestützten rotationssymmetrischen Kreisplatte	66
Abb. 3-5—3	Vergleich – Ausgerundetes Stützmoment m_x	68
Abb. 3-5—4	Vergleich – Ausgerundetes Stützmoment m_y	69
Abb. 3-6—1	3D-Modell Systemübersicht und Auslesepositionen in Plattenebene – Spannungsverteilung über den Querschnitt.....	71
Abb. 3-6—2	3D-Modell des Viertelsystems in ABAQUS mit Darstellung der Orthotropierichtungen	71
Abb. 3-6—3	Querschnittsaufbau 3D-Modell in ABAQUS	72
Abb. 3-6—4	Diagramm – maximale Rollschubspannungen τ_{xz} in der zweiten Lage entlang der x -Achse	72
Abb. 3-6—5	Diagramm – maximale Rollschubspannungen τ_{xz} in der vierten Lage entlang der x -Achse.....	73
Abb. 3-6—6	Diagramm – maximale Rollschubspannungen τ_{yz} in der dritten Lage (Mittellage) entlang der y -Achse	73

Abb. 3-6—7	Verteilung der Normalspannungen σ_{xx} und σ_{yy} über den BSP Querschnitt.....	75
Abb. 3-6—8	Verteilung der Schubspannungen τ_{xz} und τ_{yz} über den BSP Querschnitt.....	76
Abb. 3-6—9	Biege- und Schubspannungsverlauf einer 5-schichtigen BSP-Platte entsprechend der Stab- bzw. Plattentheorie [6].....	77
Abb. 4-1—1	Modellabbildung – Teilsystem der endlos ausgedehnten punktgestützten Platte.....	80
Abb. 4-1—2	Exemplarische Teilabbildung – Biegefläche einer punktgestützten schubstarrten orthotropen Platte [54].....	83
Abb. 4-2—1	Viertelsystem der unendlich ausgedehnten punktgestützten Platte für die numerische FE-Lösung....	86
Abb. 5-1—1	Übersicht Auswertepositionen der Parameterstudien für die Referenzlösungen	88
Abb. 5-2—1	Ersatzsystem gekreuzte Durchlaufträger.....	90
Abb. 5-2—2	Ersatzsystem Durchlaufträger als Teilsystem des beidseitig eingespannten Einfeldträgers in x - und y -Richtung.....	91
Abb. 5-3—1	Definition der adaptierten Boxplots zur Darstellung der Ergebnisse.....	95
Abb. 6-1—1	Darstellung der Stoßausbildungen Falzbrett und Stufenfalz und stumpfer Querkraftstoß [55]	107
Abb. 6-1—2	Festlegung Gurtstreifenbreite und Momentenverläufe von punktgestützten BSP-Platten [54]	108
Abb. 6-2—1	Systemübersicht und geometrische Parameter punktgestützte Platte mit Querkraftstoß.....	109
Abb. 6-2—2	Diagramme – Stützmomente m_x der punktgestützten gestoßenen Platte für $l_x/l_y = 1$ und $l_x/l_y = 1,6$	111
Abb. 6-2—3	Diagramme – Stützmomente m_y der punktgestützten gestoßenen Platte für $l_x/l_y = 1$ und $l_x/l_y = 1,6$	111
Abb. 6-2—4	Diagramme – Feldmomente m_x der punktgestützten gestoßenen Platte für $l_x/l_y = 1$ und $l_x/l_y = 1,6$	112
Abb. 6-2—5	Diagramme – Feldmomente m_y der punktgestützten gestoßenen Platte für $l_x/l_y = 1$ und $l_x/l_y = 1,6$	112
Abb. 6-2—6	Diagramme – Querkräfte q_x der punktgestützten gestoßenen Platte für $l_x/l_y = 1$ und $l_x/l_y = 1,6$	113
Abb. 6-2—7	Diagramme – Querkräfte q_y der punktgestützten gestoßenen Platte für $l_x/l_y = 1$ und $l_x/l_y = 1,6$	113
Abb. 6-2—8	Diagramme – Verformungen in Feldmitte w_{fie} der punktgestützten gestoßenen Platte für $l_x/l_y = 1$ und $l_x/l_y = 1,6$	114
Abb. 6-2—9	Diagramme – Verformungen w_x der punktgestützten gestoßenen Platte für $l_x/l_y = 1$ und $l_x/l_y = 1,6$	114
Abb. 6-2—10	Diagramme – Verformungen w_y der punktgestützten gestoßenen Platte für $l_x/l_y = 1$ und $l_x/l_y = 1,6$	115
Abb. 6-2—11	Diagramme – Verformungen w_{max} der punktgestützten gestoßenen Platte für $l_x/l_y = 1$ und $l_x/l_y = 1,6$	115

TABELLENVERZEICHNIS

Tab. 2—1	Tabellarische Ermittlung der Beigesteifigkeit einer 5-schichtigen BSP-Platte [6].....	10
Tab. 2—2	Schubkorrekturfaktoren κ_{10} von BSP-Platten mit gleichen Schichtstärken [6].....	12
Tab. 2—3	Schubkorrekturfaktoren $\kappa_{14,4}$ von BSP-Platten mit gleichen Schichtstärken [6].....	12
Tab. 2—4	Parameter der 3-, 5- und 7-schichtigen BSP-Platte zur Anpassung der Funktion an die numerische Lösung[17].....	16
Tab. 2—5	Charakteristische Biegefestigkeit von BSP der Klassifizierung CL 24.....	19
Tab. 2—6	Biegefestigkeiten von BSP diverser Hersteller nach den technischen Zulassungen.....	20
Tab. 2—7	Übersicht Prüfkörperaufbau, Brettlagen und Brettgeometrien [5].....	23
Tab. 2—8	Zusammenfassung der Ergebnisse der Prüfungen mit prognostiziertem Rollschubversagen [5].....	23
Tab. 2—9	Zusammenfassung der Ergebnisse der Prüfungen mit prognostiziertem Biegeversagen [5].....	28
Tab. 2—10	Lastausbreitungswinkel nach BRANDNER und SCHICKHOFER [38].....	32
Tab. 2—11	Beiwerte k_{ls} , k_w , k_l für den Querdrucknachweis für entsprechende Systeme [42].....	33
Tab. 2—12	Gleichungen zur Ermittlung der mitwirkenden Plattenbreiten in x - und y -Richtung [32].....	39
Tab. 2—13	Gleichungen zur Ermittlung des maßgebenden Querkraftanteils in x - und y -Richtung [32].....	40
Tab. 2—14	Gleichungen zur Ermittlung der auftretenden Rollschubspannungen in x - und y -Richtung [32].....	40
Tab. 2—15	Beiwerte $k_{r,x}$ und $k_{r,y}$ [32].....	40
Tab. 2—16	Beiwert k_A [32].....	40
Tab. 2—17	Regeln für Momente nach Anhang I, EC2 [47].....	44
Tab. 3—1	Systemparameter Vergleichsrechnung für die rotationssymmetrische punktgestützte isotope Platte	50
Tab. 3—2	Symmetriebedingungen für das Viertelsystem der unendlich ausgedehnten punktgestützten Platte ..	56
Tab. 3—3	Systemparameter Vergleichsrechnung Lagerung.....	57
Tab. 3—4	Systemparameter 3D-Modell.....	70
Tab. 5—1	Übersicht – Steifigkeiten 5-schichtige und 7-schichtige BSP-Platten.....	89
Tab. 5—2	Übersicht – untersuchte Geometrien.....	89
Tab. 5—3	Übersicht – Parametervariationen Referenzlösungen.....	90
Tab. 5—4	Konstanten - maßgebendes Stützmoment $m_{x,sup}$ – schubstarre Näherungslösung.....	96
Tab. 5—5	Konstanten - maßgebendes Stützmoment $m_{y,sup}$ – schubstarre Näherungslösung.....	97
Tab. 5—6	Konstanten - maßgebendes Feldmoment $m_{x,fiel}$ – schubstarre Näherungslösung.....	97
Tab. 5—7	Konstanten - maßgebendes Feldmoment $m_{y,fiel}$ – schubstarre Näherungslösung.....	98
Tab. 5—8	Konstanten - maßgebende Querkraft q_x – schubstarre Näherungslösung.....	98
Tab. 5—9	Konstanten - maßgebende Querkraft q_y – schubstarre Näherungslösung.....	99
Tab. 5—10	Konstanten - maßgebendes Stützmoment $m_{x,sup}$ – schubnachgiebigen Näherungslösung.....	100
Tab. 5—11	Konstanten - maßgebendes Stützmoment $m_{y,sup}$ – schubnachgiebigen Näherungslösung.....	101
Tab. 5—12	Konstanten - maßgebendes Feldmoment $m_{x,fiel}$ – schubnachgiebigen Näherungslösung.....	101
Tab. 5—13	Konstanten - maßgebendes Feldmoment $m_{y,fiel}$ – schubnachgiebigen Näherungslösung.....	102
Tab. 5—14	Konstanten - maßgebende Querkraft q_x – schubnachgiebigen Näherungslösung.....	103
Tab. 5—15	Konstanten - maßgebende Querkraft q_y – schubnachgiebigen Näherungslösung.....	103

Tab. 5—16	Konstanten - Zusammenfassung der schubstarrten und schubnachgiebigen Näherungslösung für 5s- und 7s-Platten	105
Tab. 6—1	Übersicht Parametervariationen Vergleichsrechnung	110
Tab. 6—2	Abweichungen der Schnittgrößen und Verformungen der in Querrichtung gestoßenen Platte in Bezug auf die umgestoßene Platte.....	116

ANHANG

A-1 Steifigkeiten der BSP-Platten aus den Parameterstudien

Für die Referenzlösungen wurden Steifigkeitswerte von BSP-Platten mit realen Querschnittsaufbauten diverser Hersteller entsprechend folgender Auflistung verwendet:

5-schichtige BSP-Platten	B_x	B_y	D_{xy}	S_x	S_y
	[kNm ² /m]	[kNm ² /m]	[kNm ² /m]	[kN/m]	[kN/m]
KLH_mst5s130	1414.5	690.958	80.255	12234.4	12109
KLH_mst5s155	3021.27	547.448	136.032	19929.3	7830.61
KLH_mst5s160	3496	429.333	139.618	24268.9	6705.63
KLH_mst5s185	4651.39	1416.42	215.822	19785.4	12624.1
binderholz_100-5s	732.4133333	215.0866667	43.64556109	7961.119429	4889.08489
binderholz_120-5s	1137.54	499.74	71.00143003	8287.07767	7613.693279
binderholz_140-5s	2331.08	268.86	106.2468852	12706.93837	6178.076004
binderholz_150-5s	2813.826667	383.9858333	126.9142969	15017.89008	5760.924835
binderholz_160-5s	3357.813333	523.1466667	149.6405399	17611.40734	5779.170135
binderholz_180-5s	4516.86	1008.96	201.3182352	16206.35893	7572.795756
binderholz_200-5s	5859.306667	1720.693333	261.329056	15921.7155	9776.624531
Eugen_Decker_109_L/_/5s	976.3878833	250.6520942	55.00221435	9192.002819	4934.059075
Eugen_Decker_115_L/_/5s	1113.909128	327.1199342	63.43624978	9155.287343	5622.447623
Eugen_Decker_127_L/_/5s	1608.284783	332.5581092	82.42358588	11891.46548	5147.274037
Eugen_Decker_133_L/_/5s	1804.477568	424.6459892	92.99434198	11676.35055	5746.635442
Eugen_Decker_145_L/_/5s	2232.853598	655.7185892	116.3243176	11543.62317	7089.17309
Eugen_Decker_160_L/_/5s	3357.813333	523.1466667	149.6405399	17611.40734	5779.170135
Eugen_Decker_166_L/_/5s	3686.358393	647.7870667	164.2703804	16995.56971	6268.798563
Eugen_Decker_178_L/_/5s	4392.726753	950.9382667	195.7757374	16278.99146	7373.648465
Eugen_Decker_200_L/_/5s	5859.306667	1720.693333	261.329056	15921.7155	9776.624531
Derix_L-130/5s	1828.043333	363.4641667	87.61841673	12372.07739	5159.514531
Derix_L-140/5s	2457.88	279.26	106.2468852	12708.31242	6103.187867
Derix_L-150/5s	2605.545	761.0175	126.9142969	11942.8734	7299.974509
Derix_L-160/5s	3540.213333	545.5466667	149.6405399	17612.39781	5730.823552
Derix_L-170/5s	4092.278333	808.4391667	174.4391297	14080.78171	7772.842348
Derix_L-180/5s	4761.66	1055.76	201.3182352	16207.6525	7527.135496
Derix_L-200/5s	6176.106667	1803.893333	261.329056	15923.30781	9731.753677
Finnforest_Merk_85-5s	449.7933383	132.0900992	28.05554913	6766.951514	4155.722156
Finnforest_Merk_95-5s	602.295605	210.0672075	37.99354551	8959.912522	4094.489152
Finnforest_Merk_105-5s	948.0016717	148.8480158	49.76492775	8997.818006	4708.150336
Finnforest_Merk_115-5s	1210.503938	230.5251242	63.43624978	11252.23337	4490.720776
Finnforest_Merk_125-5s	1477.667188	372.9187492	79.06053712	8919.180109	7427.265567
Finnforest_Merk_135-5s	1802.011455	529.1938575	96.67930654	10747.51123	6600.264601
Finnforest_Merk_147-5s	2458.480455	551.2750875	120.4986678	12005.19944	6883.451143
Finnforest_Merk_153-5s	2731.622535	661.9216725	133.5152641	13248.00362	6713.122073
Finnforest_Merk_165-5s	3290.092245	966.1961925	161.7801665	13135.84706	8066.990068
Timbory_by_Haas_5s-90	533.92932	156.79818	32.80012329	7165.007486	4400.176401
Timbory_by_Haas_5s-114	1223.76132	180.00162	61.98201266	9875.273285	5084.098806
Timbory_by_Haas_5s-126	1602.92196	292.4343	80.7320672	12626.71208	4831.376328
Timbory_by_Haas_5s-138	1993.8582	496.24002	102.3588375	9759.524686	8395.885994

Timbory_by_Haas_5s-158	3200.411533	536.8240867	144.929853	11802.54031	9114.846452
Timbory_by_Haas_5s-180	4516.86	1008.96	201.3182352	16206.35893	7572.795756
Timbory_by_Haas_5s-200	5859.306667	1720.693333	261.329056	15921.7155	9776.624531
Hasslacher_BSP_100_5s	772.0133333	225.4866667	43.64556109	7961.915602	4866.649673
Hasslacher_BSP_120_5s	1475.746667	247.9333333	71.00143003	10161.58067	5376.231789
Hasslacher_BSP_140_5s	2340.017407	397.1225933	106.2468852	14544.42171	5195.134464
Hasslacher_BSP_150_5s	2993.511553	373.0509467	126.9142969	15503.83797	5593.695987
Hasslacher_BSP_160_5s	3575.25842	510.50158	149.6405399	18172.22794	5630.753762
Hasslacher_BSP_180_5s	4787.46654	1029.95346	201.3182352	14621.0199	8439.537298
Hasslacher_BSP_200_5s	6176.106667	1803.893333	261.329056	15923.30781	9731.753677
HMS_95	627.9528817	184.4099308	37.99354551	7563.063457	4644.630645
HMS_125	1451.836288	398.7496492	79.06053712	9071.029913	7106.851085
HMS_131	1641.43556	488.6306625	89.3902284	10546.8021	6321.909557
HMS_140	2142.043167	457.8968333	106.2468852	11636.14831	6407.122027
HMS_155	3026.575792	501.7957708	138.0190832	13479.15462	6772.491677
HMS_173	4039.295977	866.5908808	182.2841596	15893.91135	7135.263456
HMS_184	4712.030327	1190.424713	212.6533825	15826.54835	8149.964956
HMS_191	5140.883017	1461.174756	233.2925449	14398.0043	10104.61154
KLH_5s_95mm_DL	679.041	178.334	37.99354551	7577.645872	4201.763702
KLH_5s_100mm_DL	768.531	231.469	43.64556109	7609.323826	4825.500625
KLH_5s_117mm_DL	1115.433	486.18	66.40338762	7977.655549	7255.838802
KLH_5s_125mm_DL	1301.481	651.644	79.06053712	8231.211131	8556.911144
KLH_5s_140mm_DL	2410.056	333.944	106.2468852	14560.95722	4352.561294
KLH_5s_145mm_DL	2631.396	417.229	116.3243176	14176.4605	4816.81292
KLH_5s_162mm_DL	3460.248	791.28	154.4341376	13600.67452	6586.49811
KLH_5s_180mm_DL	4896	936	201.3182352	16231.31738	6603.101574
KLH_5s_182mm_DL	4586.328	1442.24	206.9441135	13654.56397	9031.114753
KLH_5s_200mm_DL	6336	1664	261.329056	15952.40949	8844.245879
MM_Kaufmann_100_5s	772.0133333	225.4866667	41.11538363	7931.446845	4848.751564
MM_Kaufmann_120_5s	1475.746667	247.9333333	66.8854051	10115.22388	5356.055148
MM_Kaufmann_140_5s	2457.88	279.26	100.0876455	12640.29396	6079.977444
MM_Kaufmann_160_5s	3540.213333	545.5466667	140.965726	17482.31088	5720.354015
MM_Kaufmann_180_5s	4761.66	1055.76	189.6476129	16125.64198	7506.400491
MM_Kaufmann_200_5s	6176.106667	1803.893333	246.1795455	15862.34263	9695.876349
StoraEnso_95_L5s_	627.953	184.41	37.994	7562.798	4643.848
StoraEnso_121_L5s	1388.703	289.851	72.574	11389.326	4886.683
StoraEnso_138_L5s	1922.004	568.094	102.359	11044.438	6703.668
StoraEnso_150_L5s	2858.522	339.29	126.914	20809.63409	7861.283
StoraEnso_165_L5s	3717.443	538.845	161.78	25963.555	7866.703
StoraEnso_182_L5s	4762.878	949.19	206.944	23699.39	9740.024
StoraEnso_196_L5s	5723.172	1411.063	248.66	22687.573	11719.095
StoraEnso_211_L5s	6867.007	2033.742	297.885	22795.286	13744.767
Stora_Enso_100_L5s	831.4133333	241.0866667	43.64556109	7962.9662	4836.764357
Stora_Enso_120_L5s	1589.746667	263.5333333	71.00143003	10163.1313	5314.988464
Stora_Enso_140_L5s	2648.08	294.86	106.2468852	12710.12663	6001.820001
Stora_Enso_160_L5s	3813.813333	579.1466667	149.6405399	17613.705	5665.886981
Stora_Enso_180_L5s	5128.86	1125.96	201.3182352	16209.35958	7466.145135

Stora_Enso_200_L5s	6651.306667	1928.693333	261.329056	15925.40892	9671.982321
Nordic_131-5s	1742.200525	505.890475	94.70182168	11774.46198	6909.71922
Nordic_175-5s	4166.378125	1192.996875	198.7666247	15554.8923	9344.211065
Structurlam_TYPE_05_169	2968.068458	980.2613037	147.704908	15394.3329	9726.305507
Structurlam_TYPE_05_175UP	3389.683208	994.2855417	161.2429664	16065.26002	9862.933414

7-schichtige BSP-Platten	B_x	B_y	D_{xy}	S_x	S_y
	[kNm ² /m]	[kNm ² /m]	[kNm ² /m]	[kN/m]	[kN/m]
Eugen_Decker_185_L/_/7s	4449.453861	1549.760827	261.9184327	16535.25828	9794.387095
Eugen_Decker_203_L/_/7s	5529.453756	2396.788327	334.6890199	16460.20257	12044.31077
Eugen_Decker_220_L/_/7s	8208.686667	1880.293333	412.9501917	24578.14745	9730.010766
Eugen_Decker_229_L/_/7s	9035.144494	2343.372583	458.191805	23824.7297	10622.38948
Eugen_Decker_247_L/_/7s	10813.29371	3464.795083	556.683617	22989.90894	12563.53077
Eugen_Decker_280_L/_/7s	14510.02667	6289.493333	765.3116286	22703.49602	16612.34288
Derix_L-220/7s	8653.486667	1967.893333	412.9501917	24579.6654	9695.099498
Derix_L-240/7s	11087.25333	2702.186667	517.1064521	21720.52983	13193.20932
Derix_L-260/7s	13089.58	4442.48	634.5143985	22181.64221	14725.00289
Derix_L-280/7s	15290.82667	6606.293333	765.3116286	22705.94461	16580.40528
Timbory_by_Haas_7s-210	6121.4175	2653.38	365.7817004	17027.79576	12459.63183
Timbory_by_Haas_7s-240	8334.96	4763.28	517.1064521	17511.90198	16718.79672
Timbory_by_Haas_7s-250	10592.6725	4212.015	574.144048	19396.90413	14883.29253
Timbory_by_Haas_7s-280	14510.02667	6289.493333	765.3116286	22703.49602	16612.34288
HMS_202	5796.240233	2013.441347	330.3757959	16466.88714	11604.14079
HMS_217	7476.848212	2205.003355	398.45827	18140.191	11807.43381
HMS_240	10002.30385	3095.936153	517.1064521	22855.25073	12031.49407
HMS_258	11427.22254	4844.68008	622.1729235	20201.52495	15533.60353
HMS_278	14081.89933	6275.092687	751.6265617	22512.0132	16583.66777
KLH_7s_201mm_DL	6486.316	1634.285	326.0946058	19872.71054	9111.405776
KLH_7s_220mm_DL	8050.384	2597.616	412.9501917	19209.10952	11455.49797
KLH_7s_226mm_DL	8513.056	3030.12	442.8162047	19325.45374	12015.8979
MM_Kaufmann_220_7s	8653.486667	1967.893333	389.0110501	24394.78679	9676.019084
MM_Kaufmann_240_7s	11087.25333	2702.186667	487.1292665	21607.32318	13149.42682
StoraEnso_194_L7s	4819.516	2098.546	297.02	21238.331	15490.292
StoraEnso_216_L7s	6170.615	3378.002	393.693	21614.881	19624.396
StoraEnso_237_L7s	7630.518	4982.652	500.642	22690.322	23910.868
Stora_Enso_180_L7s	4837.74	1417.08	243.5148366	17427.38991	8780.606815
Stora_Enso_200_L7s	4645.813333	3934.186667	321.8454104	12952.74702	17924.94012
Stora_Enso_240_L7s	9450.96	5375.28	517.1064521	17517.33387	16662.99299
Nordic_208-7s	5734.2584	3264.6536	377.9343906	16995.56045	15965.19896
Structurlam_TYPE_07_239	7559.216208	3608.053534	439.6667871	22239.59187	16655.31367
Structurlam_TYPE_07_245UP	8393.795958	3635.814292	468.5643196	22890.6632	16749.72621