

Streustrombeeinflussung durch mit Gleichstrom betriebenen Bahnen, Berechnung und Messkonzepte

Masterarbeit



Institut für Elektrische Anlagen und Netze
Technische Universität Graz

Vorgelegt von
Gabriel Stabentheiner, BSc.

Betreuer
Dipl. Ing. Dr. techn. Ernst Schmutzner

Co-Betreuer
Dipl. Ing. Christian Wahl, BSc.

Institutsleiter: Univ.-Prof. Ddipl.-Ing. Dr.techn. Robert Schürhuber

A - 8010 Graz, Inffeldgasse 18-I
Telefon: (+43 316) 873 – 7551
Telefax: (+43 316) 873 – 7553
<http://www.ifea.tugraz.at>
<http://www.tugraz.at>

Graz / Oktober – 2018



EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am

Kurzfassung

Bei, mit Gleichstrombahnen betriebenen Eisenbahnen, schließt sich ein Teil des Rückstromkreises auch über Erde. In dieser Arbeit wird ein Überblick über die physikalischen und chemischen Grundlagen der Entstehung von diesen sogenannten Streuströmen gegeben. Die chemischen Effekte, durch die Streuströme auf metallische Anlagen im Erdreich einwirken können, werden diskutiert. Besonderes Augenmerk liegt auf der Berechnung der Spannungen und Ströme entlang der Schienen bei Gleichstrombahnen für unterschiedliche Speisekonfigurationen. Der Einfluss verschiedener Parameter auf die Berechnungen von konkreten Speisebezirken wird untersucht. Zudem behandelt die Arbeit die praktische Messung des Schienenableitungsbelags G'_s . Schließlich wird mit einem Finite-Elemente-Modell der Einfluss der spezifischen Widerstände von Oberbau und Erde an einer Eisenbahnstrecke behandelt. Es wird eine Methode entwickelt, um den Einfluss von Oberbau und Erde auf den gesamten Schienenableitungsbelag genauer zu bewerten.

Schlüsselwörter: Streustrom, Korrosion, kathodische Reaktion, anodische Reaktion, Potentialverschiebung, Schiene-Erde-Spannung, Schienenstrom, Korrelationsrechnung, Schienenleitwert, spezifischer Erdwiderstand, Streustromaktivität, Potentialverschiebung in anodischer Richtung, elektrische Strömungsfeldsimulation,

Abstract

Part of the returning current from dc-powered trains flows over earth. In this thesis an overview is given concerning the physical and chemical characteristics of these so called stray currents. It also discusses the chemical effects stray currents may have on metallic structures in earth. Furthermore, the thesis shows the calculation of rail-ground potentials, rail currents and currents in earth through use of continuous differential equations for several feed-in configurations. It gives an overview, on how certain parameters influence the calculation of specific rail tracks. The document also explains how to measure the electric conductance per unit length of a rail track in the field. Finally, the discussion of a finite-element model of a simple rail track helps to differentiate between the influence of the track superstructure and the ground on the overall conductance per unit length of the rails. A method is derived on how to assess these influences.

Keywords: stray current, corrosion, cathodic reaction, anodic reaction, potential shift, rail-ground-voltage, rail current, calculation of correlation, rail conductance, specific ground resistance, stray current activity, potential shift in anodic direction, simulation of electric flow field

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	4
Abkürzungsverzeichnis	6
Abbildungsverzeichnis	8
1 Kurzfassung	10
1.1 Ziel	10
1.2 Ergebnisse	10
1.3 Schlussfolgerungen und Ausblick	10
2 Physikalische und chemische Grundlagen.....	11
2.1 Gleichstrombahnen.....	11
2.2 Speisungsarten.....	12
2.3 Entstehung von Streuströmen	13
2.4 Kathodische und Anodische Streustrombeeinflussung	14
2.4.1 Kathodische Reaktion.....	15
2.4.2 Anodische Reaktion.....	16
3 Berechnung der Schienenspannungen und Ströme	17
3.1 Die Leitungsgleichungen.....	17
3.2 Das System Schiene-Erde bei Gleichstrom	18
3.3 Berechnung der Spannungen und Ströme für unterschiedliche Speise- und Streckenkonfigurationen.....	21
3.3.1 Einseitige Speisung	21
3.3.2 Einseitige Speisung mit auslaufenden Streckenteilen	24
3.3.3 Zweiseitige Speisung.....	29
3.3.4 Zweiseitige Speisung mit auslaufenden Streckenteilen.....	33
4 Berechnung der Spannungen und Ströme für einen konkreten Speiseabschnitt	39
4.1 Einseitige Speisung	39
4.2 Zweiseitige Speisung.....	41

4.3	Vergleich der Spannungen bei einseitiger und zweiseitiger Speisung.....	44
4.4	Vergleich der Erdströme bei einseitiger und zweiseitiger Speisung	47
4.5	Der Einfluss auslaufender Streckenteile	50
4.5.1	Einseitige Speisung	50
4.5.2	Zweiseitige Speisung.....	51
5	Messung des Ableitungsbelages der Schienen G's in der Praxis	
	54	
5.1	Messaufbau	54
5.2	Streustromaktivität U_{SCA}	55
5.3	Potentialverschiebung in anodischer Richtung U_v	58
5.4	Korrelationsrechnung.....	59
5.5	Berechnung des Schienenableitungsbelages	61
5.6	Vergleich zwischen Messwerten und Berechnung	62
6	Finite-Elemente Simulation mit Comsol.....	64
6.1	Die Maxwellschen Gleichungen für das stationäre elektrische Strömungsfeld	64
6.2	Geometrie.....	65
6.3	Materialkonstanten	67
6.4	Randbedingungen	68
6.5	Grafische Ergebnisse	69
6.6	Kalibration des Modells.....	74
7	Trennung des Einflusses von Oberbau und Erde auf den	
	Ableitungsbelag der Schienen	77
7.1	Variation des spezifischen Erdwiderstandes.....	77
7.2	Bestimmung des Einflusses von Oberbau und Erde	78
7.3	Diskussion der Ergebnisse	79
8	Zusammenfassung und Ausblick.....	81
9	Literatur	82

Abkürzungsverzeichnis

AC	Wechselstrom (alternating current)
A_s [m ²]	Schienenquerschnitt
A_F	Querschnitt des Fernbereichs der Erde
\vec{B} [T]	Magnetische Flussdichte
C' [F/m]	Kapazitätsbelag
$CuSO_4$	Kupfersulfat, chemische Verbindung aus Kupfer, Schwefel und Sauerstoff
DC	Gleichstrom (direct current)
E	Elektrode
\vec{E} [V/m]	Elektrische Feldstärke
G' [S/m]	Ableitungsbelag
G'_s [S/km]	Ableitungsbelag der Schienen
G_s [S]	Leitwert des Systems Schiene-Erde
I_0 [A]	Vorgegebener Strom (am Zug)
I_E [A]	In der Erde fließender Strom
I_s [A]	Schienenstrom
\vec{j} [A/m ²]	Stromdichte
l [km]	Länge
L' [H/m]	Induktivitätsbelag
Me	Allgemeines chemisches Formelzeichen für Metallatome
m_{SR}	Streustromübertragungsmaß
\vec{n}	Normalvektor
PE	Polyethylen: Material, das zur Umhüllung bei Rohrleitungen verwendet wird
r_F	Radius des Fernbereichs der Erde
r_N	Radius des Nahbereichs der Erde
R' [Ω/m]	Widerstandsbelag
R'_s [Ω/km]	Widerstandsbelag der Schienen
R_E [Ωkm]	Widerstand des Ableitungbelags, bestimmt durch die Erde
R_G [Ωkm]	Widerstand des Ableitungbelags
R_O [Ωkm]	Widerstand des Ableitungbelags, bestimmt durch den Oberbau
R_{OL} [Ω]	Widerstand der Oberleitung

R_s [Ω]	Widerstand der Schienen
R_z [Ω]	Ersatzwiderstand für den Zug
s_{TG} [m]	Spurweite der Eisenbahn
$u_{1-2}(t)$ [V]	Schienenpotentialgradient
U_R [V]	Schiene-Erde-Potential in der Betriebsruhe (Ruhepotential des Eisens)
U_{RE} [V]	Objekt-Erde-Spannung
U_{SCA}	Streustromaktivität
U_{SE} [V]	Schiene-Erde-Spannung
U_v	Potentialverschiebung in anodischer Richtung
\bar{U} [V]	Arithmetischer Mittelwert eines Spannungssignals
UW	Unterwerk
V [V]	Potentialfunktion
z	Ladungszahl
Z	Charakteristischer Widerstand
α	Ausbreitungskonstante
γ [S/m]	Spezifische Leitfähigkeit
Γ_D	Dirichletscher Rand
Γ_N	Neumannscher Rand
ΔU_t [V]	Effektivwert der Spannungsänderungen
ϵ_r	Relative Permittivität
ρ [As/m ³]	Ladungdichtefunktion
ρ_E [Ω m]	Spezifischer Bodenwiderstand
ρ_M [Ω m]	Spezifischer Widerstand eines Materials

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Prinzipschaltbild der Versorgung einer Gleichstrombahn	11
Abbildung 2: Prinzipschaltbild der einseitigen Speisung.....	12
Abbildung 3: Prinzipschaltbild der zweiseitigen Speisung	13
Abbildung 4: Stromflüsse für ein beschleunigtes Triebfahrzeug	14
Abbildung 5: Rohrpotential bei anodischer, kathodischer Beeinflussung.....	15
Abbildung 6: Ersatzschaltung eines Leitungselements.....	17
Abbildung 7: Ersatzschaltung des Serienzweiges des Systems Schiene-Erde	18
Abbildung 8: Ersatzschaltung des Parallelzweiges des Systems Schiene-Erde.....	19
Abbildung 9: Ersatzschaltbild der einseitigen Speisung	21
Abbildung 10: Schiene-Erde Spannung in Abhängigkeit der Distanz vom Streckenanfang ..	22
Abbildung 11: Betrag von I_S in Abhängigkeit der Distanz vom UW.....	23
Abbildung 12: Betrag des Erdstroms in Abhängigkeit der Distanz vom UW	23
Abbildung 13: Prinzipschaltbild der einseitigen Speisung mit auslaufenden Streckenteilen .	24
Abbildung 14: U_{SE} in Abhängigkeit der Distanz vom Streckenanfang	27
Abbildung 15: Betrag von I_S in Abhängigkeit der Distanz vom Streckenanfang	27
Abbildung 16: Betrag von I_E in Abhängigkeit der Distanz vom Streckenanfang	28
Abbildung 17: Prinzipschaltbild der zweiseitigen Speisung	29
Abbildung 18: U_{SE} in Abhängigkeit der Entfernung vom UW1 (Streckenanfang)	31
Abbildung 19: Betrag von I_S in Abhängigkeit der Entfernung vom UW1 (Streckenanfang) ...	32
Abbildung 20: Betrag von I_E in Abhängigkeit der Entfernung vom UW1 (Streckenanfang) ...	33
Abbildung 21: Prinzipschaltbild der zweiseitigen Speisung mit auslaufenden Streckenteilen	33
Abbildung 22: U_{SE} in Abhängigkeit der Entfernung vom Streckenanfang	36
Abbildung 23: Betrag von I_S in Abhängigkeit der Entfernung vom Streckenanfang	37
Abbildung 24: Betrag von I_E in Abhängigkeit der Entfernung vom Streckenanfang	38
Abbildung 25: U_{SE} in Abhängigkeit der Entfernung vom Unterwerk für unterschiedliche Zugstandorte	40
Abbildung 26: Betrag von I_S in Abhängigkeit der Entfernung vom Unterwerk für unterschiedliche Zugstandorte	40
Abbildung 27: Betrag von I_E in Abhängigkeit der Entfernung vom Unterwerk	41
Abbildung 28: U_{SE} in Abhängigkeit der Entfernung vom Unterwerk 1 für unterschiedliche Zugstandorte	42
Abbildung 29: Betrag von I_S in Abhängigkeit der Entfernung vom Unterwerk 1 für unterschiedliche Zugstandorte	43
Abbildung 30: Betrag von I_E in Abhängigkeit der Entfernung vom Unterwerk 1 für unterschiedliche Zugstandorte	44
Abbildung 31: U_{SE} bei Variation der Zugposition bei einseitiger und zweiseitiger Speisung für einen Speisebezirk mit $l=6\text{km}$	45
Abbildung 32: U_{SE} bei Variation der Zugposition bei einseitiger und zweiseitiger Speisung für einen Speisebezirk mit $l=40\text{km}$	47
Abbildung 33: Maximaler Erdstrom I_E in Abhängigkeit der Position des Zuges im Speisebezirk	48

Abbildung 34: Position des maximalen I_E in Abhängigkeit der Position des Zuges.....	49
Abbildung 35: U_{SE} mit und ohne auslaufende Streckenteile entlang des gewählten Speisebezirks mit $l=6\text{km}$ bei einseitiger Speisung.....	50
Abbildung 36: $ I_E $ mit und ohne auslaufende Streckenteile entlang des gewählten Speisebezirks mit $l=6\text{km}$ bei einseitiger Speisung.....	51
Abbildung 37: U_{SE} mit und ohne auslaufende Streckenteile entlang des gewählten Speisebezirks mit $l=6\text{km}$ bei zweiseitiger Speisung	52
Abbildung 38: $ I_E $ mit und ohne auslaufende Streckenteile entlang des gewählten Speisebezirks mit $l=6\text{km}$ bei zweiseitiger Speisung	52
Abbildung 39: Messaufbau zur Bestimmung des Schienenableitungbelags G'_s	54
Abbildung 40: Schiene-Erde-Spannung für die gesamte Messzeit von 20,5 Stunden	55
Abbildung 41: Schienenpotentialgradient für die gesamte Messzeit von 20,5 Stunden	56
Abbildung 42: Streustromaktivität U_{SCA} für alle 21 Messstunden	58
Abbildung 43: Objekt-Erde-Potential für die gesamte Messzeit von 20,5 Stunden	59
Abbildung 44: Korrelationsrechnung zur Bestimmung, ob ein Zusammenhang zwischen Rohr-Erde- und Schiene-Erde-Potentialen besteht	60
Abbildung 45: Korrelationsrechnung zur Bestimmung des Streustromübertragungsmaßes m_{SR}	61
Abbildung 46: Schienenpotential in der Stunde mit der größten Streustromaktivität (7-8h) ..	62
Abbildung 47: Schiene-Erde-Spannung in Abhängigkeit der Entfernung vom Streckenanfang für die Parameter aus obiger Tabelle	63
Abbildung 48: 2D-Ansicht des Modells (Radius 1km, Einheiten in cm).....	66
Abbildung 49: Zoom auf die Geometrie des Oberbaus und der Schienen.....	66
Abbildung 50: Ansicht des in Comsol extrudierten Modells, Einheiten in cm	67
Abbildung 51: Ansicht des gesamten Modells, Frontalsicht von oben	69
Abbildung 52: Entweichende Stromdichte auf den ersten 300 Metern, Frontalsicht von oben	70
Abbildung 53: Stromdichtevektoren im Bereich der Modellmitte (500m), Frontalsicht von oben	71
Abbildung 54: Zurückkehrende Stromdichte auf den letzten 300 Metern, Frontalsicht von oben	72
Abbildung 55: Darstellung des Modells in der x-y Ebene	73
Abbildung 56: Zoom auf den Bereich um den Ursprung des Modells, x-y-Ebene.....	73
Abbildung 57: I_E in Abhängigkeit der Entfernung vom Modellanfang, Messwerte	76
Abbildung 58: Ersatzschaltung eines Kilometers Schienenlänge mit getrennten Widerständen für den Einfluss der Erde und des Oberbaus auf den Gesamtableitbelag	78
Abbildung 59: Einfluss der Erde und des Oberbaus auf den Gesamtableitungsbelag in Abhängigkeit des gewählten spezifischen Erdwiderstands	80

1 Kurzfassung

1.1 Ziel

Ziel dieser Arbeit ist es, einen Überblick über die physikalischen und chemischen Grundlagen der Streustrombeeinflussungen zu geben. Besonderes Augenmerk soll dabei auf der Berechnung der Schienenspannungen und -ströme bei mit Gleichstrom betriebenen Eisenbahnen liegen. Der Einfluss verschiedenster Parameter auf die berechneten Werte soll untersucht werden. Die Messung des Schienenableitungsbelages in der Praxis soll behandelt und eine elektrische Strömungfeldsimulation mit Hilfe eines Finite-Elemente Programms durchgeführt werden. Die Ergebnisse aus Messung, Berechnung und Simulation sollen verglichen werden.

1.2 Ergebnisse

Die vorliegende Arbeit gibt einen grundlegenden Überblick über die Berechnung von Schienenpotentialen und die daraus ableitbaren Ströme für unterschiedliche Speisekonfigurationen. Die Vorteile der zweiseitigen Speisung bezüglich der auftretenden Potentiale werden durch die Berechnungen bestätigt. Die Finite-Elemente Simulation einer einfachen Bahnstrecke führt zu den gleichen Ergebnissen, wie sie auch durch die Berechnungen zu erwarten waren.

Zudem wird eine Methode entwickelt, mit der der Einfluss von Oberbau und Erde auf den gesamten Ableitungsbelag des Systems Schiene-Erde bewertet werden kann. Dies wird durch den Vergleich von Simulation und Berechnungen erreicht.

1.3 Schlussfolgerungen und Ausblick

Mit den vorliegenden Ergebnissen ist es möglich, ein genaueres Verständnis über den Einfluss verschiedenster Parameter auf die Berechnung der Spannungen und Ströme bei Gleichstrombahnen zu entwickeln. Bei praktischen Messungen an Gleichstrombahnen wird es so in Zukunft auch möglich sein, die Messorte je nach voraussichtlich auftretenden Potentialen und in der Erde fließenden Strömen zu wählen. Weitere Messungen in der Praxis werden unbedingt nötig sein, um die Theorie weiter zu verifizieren.

Das Finite-Elemente-Modell könnte weiterentwickelt werden. Komplexere Geometrien und eine größere Anzahl der verwendeten Materialien würden zu einem umfassenderen Verständnis des Verhaltens des Ableitbelages des Systems Schiene-Erde führen.

2 Physikalische und chemische Grundlagen

2.1 Gleichstrombahnen

Ursprünglich verwendete man in Europa ausschließlich Gleichstrom zur Bereitstellung der für elektrische Zugförderung nötigen Energie. Gleichstrombahnen sind jedoch im Vergleich zu jenen mit Wechselstrom aufgrund ihrer niedrigeren Nennspannung nur bedingt einsetzbar. Besonders bei über weite Strecken verkehrenden Eisenbahnen ist deshalb mittlerweile der Großteil der elektrischen Energieversorgung mit Hilfe von Wechselstrom realisiert.

Mit Gleichstrom betriebene Bahnen sind jedoch auch heute noch weit verbreitet. Besonders für den öffentlichen Verkehr innerhalb von größeren Städten werden sie benutzt. Auch die Versorgung von einigen Schnellbahnen wird mit Gleichstrom sichergestellt. Generell ist überall dort, wo keine allzu großen Leistungen erforderlich sind, auch heute noch die Bereitstellung der elektrischen Energie durch Gleichstrom sinnvoll (vgl. Friedrich Kießling, 1998, S. 2).

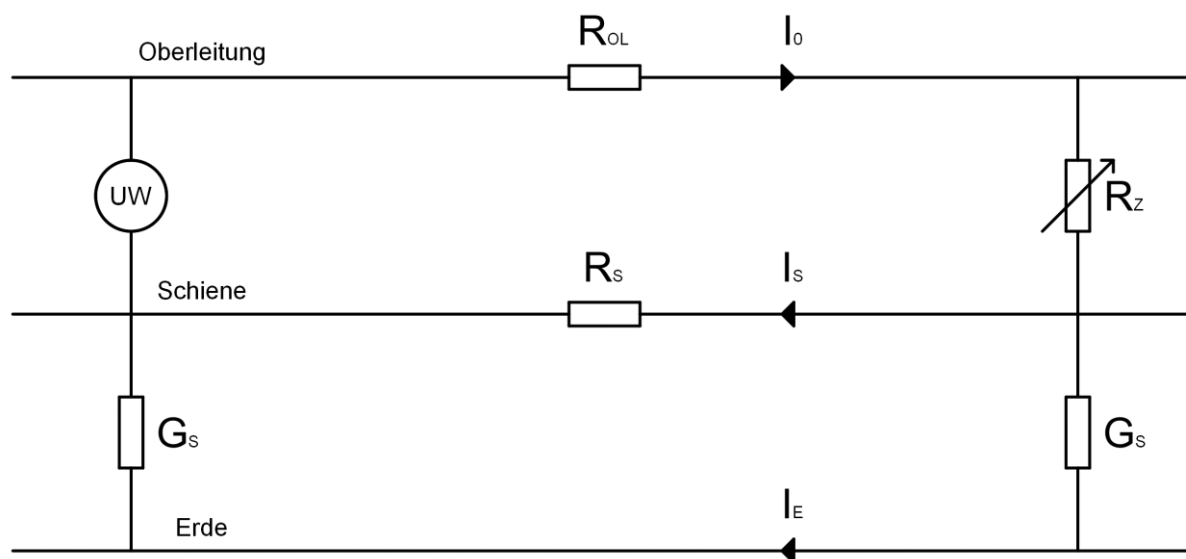


Abbildung 1: Prinzipschaltbild der Versorgung einer Gleichstrombahn (vgl. Friedrich Kießling, 1998, S. 474 Bild 10.3)

Abbildung 1 zeigt das Prinzip der Versorgung einer mit Gleichstrom betriebenen Bahn. Die erforderliche elektrische Energie wird durch ein Unterwerk bereitgestellt, das zur Transformation der Spannung auf die für die jeweilige Bahn gewünschte Spannungshöhe verwendet wird. Der über die Oberleitung fließende und in der Folge am Zug ankommende Strom I_0 verrichtet am veränderlichen Widerstand R_Z Arbeit, die durch den dort vorhandenen Kommutatormotor im Zug zur Bereitstellung der erforderlichen mechanischen Energie verwendet wird. Der Strom fließt in der Folge sowohl über die Schiene als auch über das Erdreich zur Versorgung zurück.

Die Versorgung einer Gleichstrombahn kann somit als eine Kombination zweier getrennt behandelbarer Systeme betrachtet werden, dem System Oberleitung-Schiene und dem System Schiene-Erde. In der vorliegenden Arbeit wird der Einfluss des Systems Oberleitung-Schiene generell ausgelassen. Es wird davon ausgegangen, dass ein stationärer Strom am Ort des Zuges in das System Schiene-Erde eingespeist wird. Dies ist eine sinnvolle Näherung, solange schnelle Änderungen des Stromes durch Anfahren oder Abbremsen des Zuges vernachlässigt werden können.

2.2 Speisungsarten

Grundsätzlich werden zwei Speisungsarten für Gleichstrombahnen unterschieden. Sonderformen wie Diagonalspeisung oder verteilte Speisung werden in dieser Arbeit nicht behandelt.

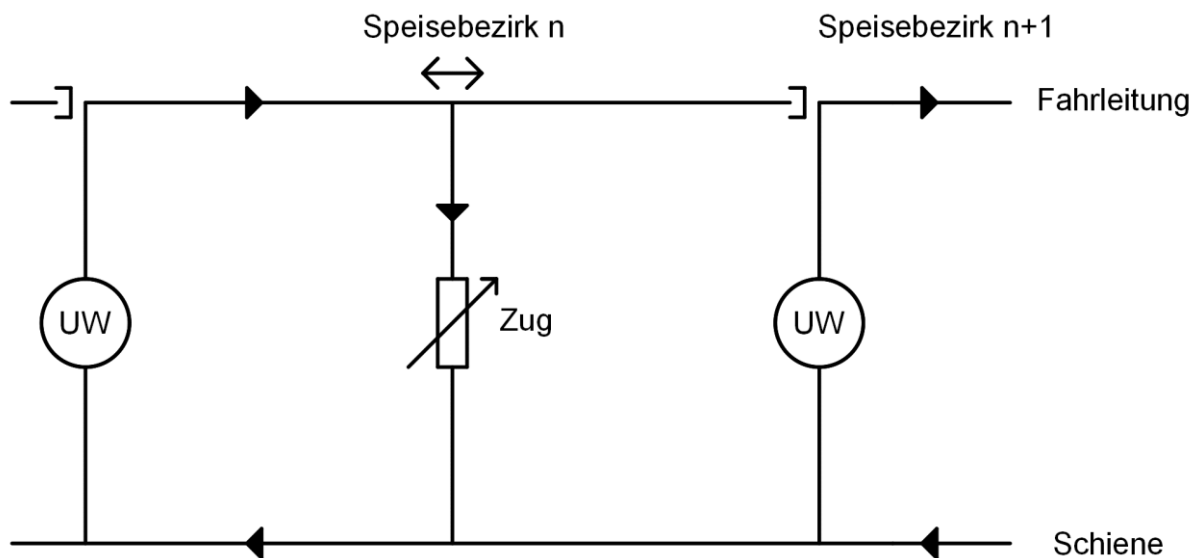


Abbildung 2: Prinzipschaltbild der einseitigen Speisung

Abbildung 2 zeigt das Prinzipschaltbild der einseitigen Speisung. Ein Zug, hier als beweglicher und veränderlicher Widerstand dargestellt, bezieht in einem Speisebezirk jeweils Energie aus nur einem Unterwerk. Die Oberleitung der einzelnen Speisebezirke ist voneinander galvanisch getrennt. Es gibt auch die Möglichkeit, dass zwei Speisebezirke aus demselben Unterwerk versorgt werden. Für die weiteren Berechnungen der Spannungs- und Stromverläufe hätte dies jedoch keine Auswirkungen. (vgl. Friedrich Kießling, 1998, S. 505-507)

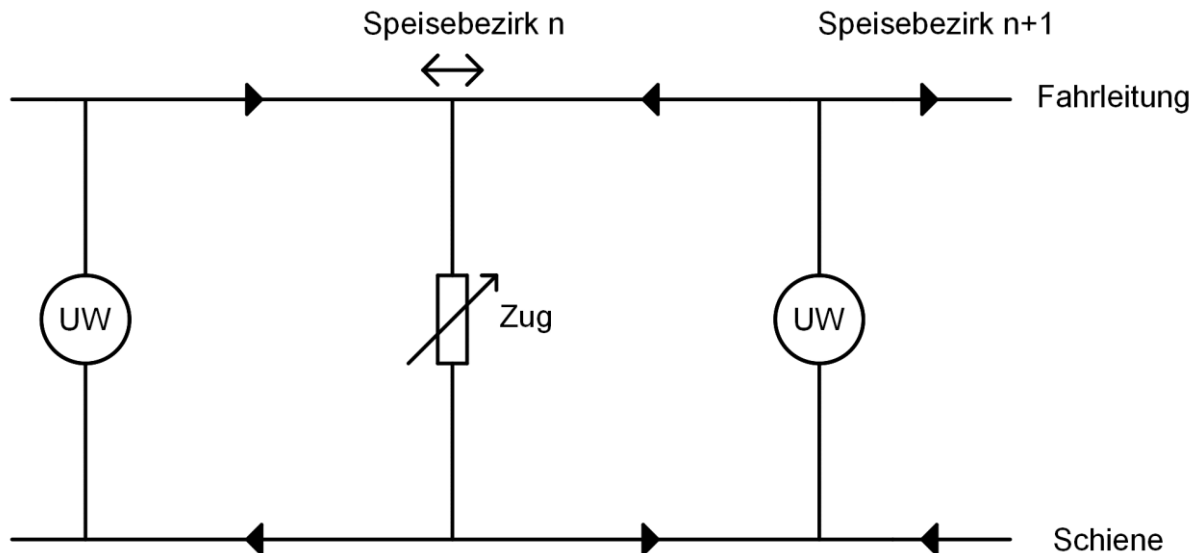


Abbildung 3: Prinzipschaltbild der zweiseitigen Speisung

Das grundlegende Schaltbild der zweiseitigen Speisung ist Abbildung 3 zu entnehmen. Hier befindet sich der Zug in einem Speisebezirk zwischen zwei Unterwerken, die beide in der Lage sind die nötige Energie zu liefern. Der Strom fließt somit über die Oberleitung von beiden Unterwerken zum Zug und kehrt über die Schienen wieder symmetrisch zu ihnen zurück. (vgl. Friedrich Kießling, 1998, S. 505-507)

2.3 Entstehung von Streuströmen

Die grundsätzlichen Verhältnisse bei der Entstehung von Streuströmen beschreibt Abbildung 1. Der vorgegebene Strom führt am Schienenwiderstand R_S zu einem Spannungsabfall. Durch die nun auch am Leitwert G_S anliegende Spannung dringt Strom auch in die die Schienen umgebenden Materialien ein. Der so auch in das Erdreich abfließende Strom wird als Streustrom bezeichnet. In der Umgebung des Zuges fließt er von den Schienen in Richtung Erde ab, in der Nähe des Unterwerks kehrt er zu den Schienen zurück. Die Spannung zwischen Schiene und Erde muss somit von positiven Werten im Bereich des Zuges zu negativen Werten im Bereich der Versorgung absinken. Generell muss bei der Berechnung und Simulation von Streuströmen davon ausgegangen werden, dass sämtliche in die Umgebung abgeflossenen Ströme wieder zu der Versorgung zurückkehren.

Mit Gleichstrom betriebene Bahnen sind nicht die einzigen Quellen von Streuströmen. Unter anderem können auch folgende Anlagen zu ähnlichen Effekten führen.

- Omnibussysteme mit Oberleitungen
- Gleichstromversorgungsnetze
- HGÜ (Hochspannungsgleichstromübertragung)
- Gleichstromfernmeldernetze und Verkehrssignalanlagen
- Kathodische Korrosionsschutzsysteme
- Chemische Potentiale zwischen unterschiedlichen Materialien

Diese Arbeit befasst sich allerdings ausschließlich mit der Berechnung und Simulation von Streuströmen bei mit Gleichstrom betriebenen Bahnen. (vgl. Walter von Baeckmann, Wilhelm Schwenk, 1980, ISBN: 3-527-25859-0, S. 301)

2.4 Kathodische und Anodische Streustrombeeinflussung

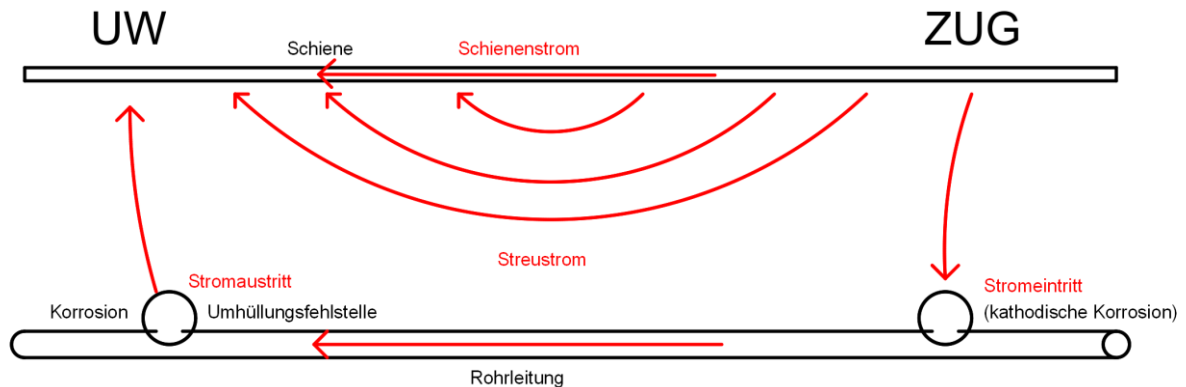


Abbildung 4: Stromflüsse für ein beschleunigtes Triebfahrzeug

In Abbildung 4 sind die Stromflüsse über Erde bei einer mit Gleichstrom betriebenen Bahn zu sehen. Die Stromrichtung gilt hier nur für beschleunigte Triebfahrzeuge. Kommt es zu einem Bremsmanöver, drehen sich bei modernen Systemen die Stromflüsse um und das Fahrzeug speist elektrische Energie zurück ins Unterwerk. Da die Schienen elektrisch leitend mit der Erde verbunden sind, tritt ein Teil des Rückstromes im Bereich des Fahrzeuges in den Erdboden ein und verlässt ihn wieder im Bereich des Unterwerks. Erfolgt dieser Stromfluss im Erdreich in der Nähe von metallischen und erdfühlig verlegten Installationen, kann ein Teil des Streustromes in sie eindringen. Dieser Strom tritt in der Umgebung der Versorgung wieder ins Erdreich ein und kehrt zum Unterwerk zurück. Der Stromkreis schließt sich somit.

Erdverlegte Rohrleitungen verfügen aufgrund der Verwendung eines kathodischen Korrosionsschutzes über eine isolierende Umhüllung aus PE oder Bitumen, anderenfalls würde der gesamte Schutzstrom direkt ins Erdreich abfließen. Wenn ein Teil des Streustromes auf die Leitungen übertragen wird, müssen somit zumindest zwei Umhüllungsfehlstellen vorhanden sein, da ansonsten aufgrund der galvanischen Isolierung kein Streustrom eindringen kann. Wenn die Rohrleitung somit zwei Fehlstellen hat, dann kann an einer der Streustrom eindringen und an einer anderen Fehlstelle austreten. Obwohl im Bereich der Technologien und Materialien zur Isolierung von Rohrleitungen eine umfassende Weiterentwicklung stattfindet, können Umhüllungsfehlstellen nicht vollständig verhindert werden, da Verarbeitungs- und auch Lagerungsschäden auftreten können. Die meisten Fehlstellen an der Isolierung treten bei der Verlegung der Leitungen aufgrund von mechanischen Spannungen und Druck im Erdboden auf. Während der Betriebszeit können Fehlstellen auch durch Bodenbewegungen oder durch menschliches Fehlverhalten bei Grabungsarbeiten entstehen.

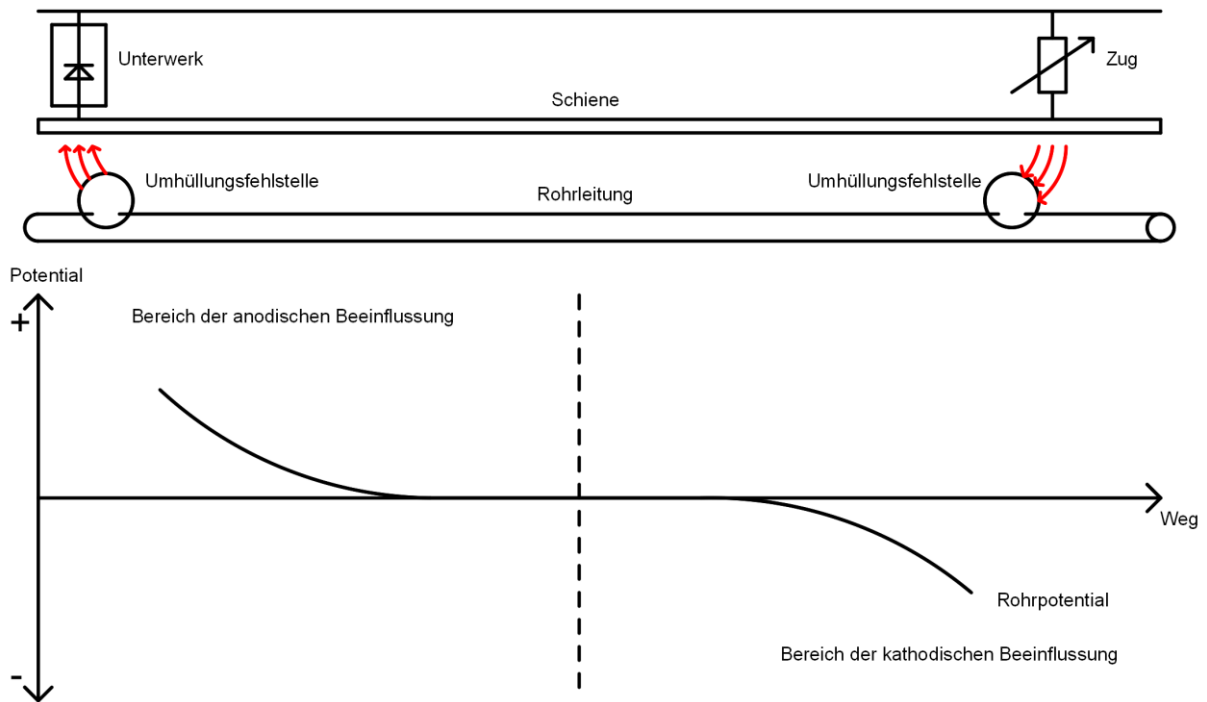
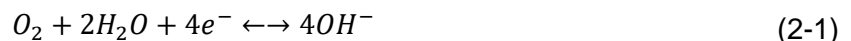


Abbildung 5: Rohrpotential bei anodischer, kathodischer Beeinflussung (ÖVE/ÖNORM EN 50162, S. Anhang B Bild B.1)

Grundsätzlich erzeugt eine elektrisch nicht beeinflusste metallische Anlage, die von einem Elektrolyt (z.B. einem Gemisch aus Erdreich und Wasser) umgeben ist, ein elektrochemisches Potential (Ruhepotential) gegen den Elektrolyten. An den Stellen, an denen der Strom in die Leitung ein- bzw. austritt, kommt es zu einer Potentialverschiebung.

2.4.1 Kathodische Reaktion

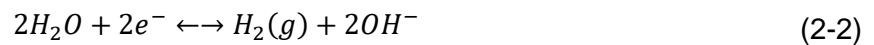
Dort, wo der Streustrom in die Leitung eintritt, findet eine kathodische Korrosionsreaktion an der Grenzfläche zwischen Elektrolyt und Metall statt.



Dabei kommt es sowohl zu einer Reduktion von Sauerstoff als auch zu einer Bildung von Hydroxidionen.

Die kathodische Reaktion führt zu einer Verminderung der natürlichen Korrosionsgeschwindigkeit, die aufgrund der korrosiven Wirkung des umgebenden Mediums vorliegt. Es kommt zu einer negativen Potentialverschiebung der Metalloberfläche, die mithilfe einer Elektrode detektiert werden kann und im Vergleich mit den Werten des Ruhepotentials zu einer Bewertung der kathodischen Beeinflussung führt.

Bei Abwesenheit von Sauerstoff oder sehr hoher Stromdichte verändert sich die kathodische Reaktionsgleichung, es kommt zu einer Zersetzung von Wasser, die zur Bildung von Wasserstoffgas und Hydroxidionen führt.



Das Problem hierbei ist, dass es durch die Produktion des Hydroxids zu einer Erhöhung des PH-Werts auf der Metalloberfläche kommt und Metalle, die sensibel gegenüber hohen PH-Werten sind, kathodisch korrodieren können. Empfindliche Metalle für kathodische Korrosion sind vor allem Aluminium und Blei (ÖVE/ÖNORM EN 50162, kein Datum)

2.4.2 Anodische Reaktion

Die anodische Beeinflussung erfolgt an der Grenzfläche zwischen Metall und umgebendem Medium, wo der Streustrom die Leitung verlässt. Hier kommt es zur anodischen Reaktion und in der Folge zur Oxidation und Auflösung des Materials.



Für den Masseverlust des Metalls ist das Faradaysche Gesetz maßgeblich. Es gibt für eine blanke Stahl- bzw. Eisenoberfläche an, dass ein anodischer Strom von 1 A 9,1 kg Eisen pro Jahr auflöst. Für die Streustromkorrosion bedeutet das, dass die durchschnittliche Abtragsrate der Stahloberfläche, verursacht durch eine anodische Stromdichte von $J_{DC}=1 \text{ A/m}^2$, an einer Eisenoberfläche eine Korrosionsgeschwindigkeit von 1,1 mm/Jahr hat.

Das elektrochemische Potential verschiebt sich an dieser Stelle in die positive Richtung und kann durch seinen Betrag für eine Beurteilung der anodischen Korrosion und des dadurch bedingten Materialabtrags dienen. Auch für den kathodischen Korrosionsschutz muss die Verschiebung berücksichtigt werden, da eine Potentialverschiebung in anodischer Richtung den bei dieser Technik benützten kathodischen Spannungstrichter verringern kann (vgl. ÖVE/ÖNORM EN 50162, Anhang A).

3 Berechnung der Schienenspannungen und Ströme

3.1 Die Leitungsgleichungen

Das System Schiene-Erde kann grundsätzlich als Kettenleiter betrachtet werden und mit Hilfe der Leitungsgleichungen berechnet werden. Abbildung 6 zeigt die Ersatzschaltung eines Leitungselements.

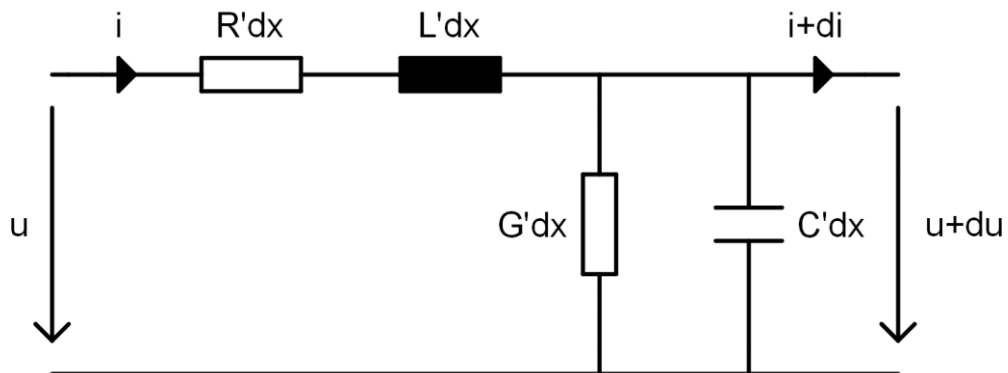


Abbildung 6: Ersatzschaltung eines Leitungselements

In Längsrichtung wirkt sowohl der Widerstandsbelag R' mit der Einheit Ω/m als auch der Induktivitätsbelag L' in H/m . Der Parallelzweig besteht aus dem Ableitungsbelag G' mit der Einheit S/m und dem Kapazitätsbelag mit der Einheit F/m .

$$-du = R' dx i + L' dx \frac{di}{dt} \quad (3-1)$$

$$-di = G' dx u + C' dx \frac{du}{dt} \quad (3-2)$$

Gleichung (3-1) ergibt sich aus der Anwendung der 1. Kirchhoffschen Regel auf den Parallelzweig der Ersatzschaltung der Leitung aus Abbildung 6. Mithilfe der 2. Kirchhoffschen Regel (Knotensatz) erhält man eine in Aufbau analoge Gleichung für den seriellen Zweig.

Die zwei Gleichungen (3-1) und (3-2) können nun durch das differentielle Wegelement dx dividiert werden und ergeben in der Folge eine Gleichung für die Änderung der Spannung sowie eine Gleichung für die Änderung der Stromstärke in x -Richtung.

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = R' i + L' \frac{\partial i}{\partial t} \quad (3-3)$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = G' u + C' \frac{\partial u}{\partial t} \quad (3-4)$$

Die physikalische Bedeutung der Leitungsgleichungen (3-3) und (3-4) ist nun einfach ersichtlich. Die Spannung entlang der Leitung erfährt eine Änderung, da die Leitung mit einem Widerstandsbelag R' behaftet ist und der Induktivitätsbelag L' zu einer Selbstinduktionsspannung führt, die der anliegenden Spannung entgegenwirkt. Die Stromstärke wiederum ändert sich entlang der Leitung, da ein Teil des Stromes über den Leitwert G' abfließt und ein Teil der Ladungen durch Anlagerung zur Ausbildung eines elektrischen Feldes verbraucht wird (vgl. Simonyi, 1989, ISBN 3-326-00045-6, S. 574-578).

3.2 Das System Schiene-Erde bei Gleichstrom

In der Folge soll die Ableitung der charakteristischen Gleichungen für Spannung und Stromstärke bei Gleichstrom genauer erörtert werden. Die folgenden Zusammenhänge können ebenso gewonnen werden, indem in den Gleichungen aus Abschnitt 3.1 der Induktivitätsbelag L' und der Kapazitätsbelag C' vernachlässigt werden.

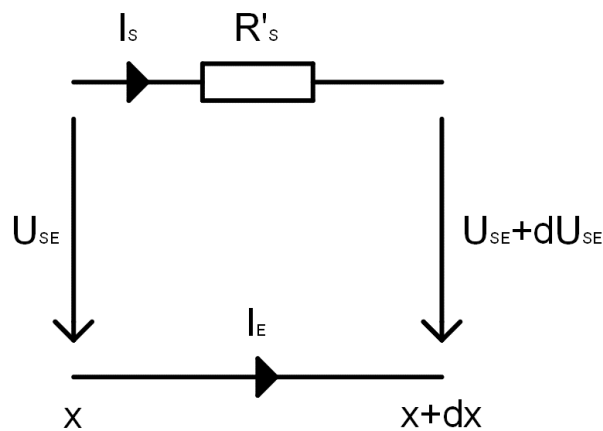


Abbildung 7: Ersatzschaltung des Serienzweiges des Systems Schiene-Erde (vgl. Walter von Baeckmann, Wilhelm Schwenk, 1980, ISBN: 3-527-25859-0, S. 447 Abb. 24-7)

Abbildung 7 zeigt den seriellen Zweig des Systems Schiene-Erde. R'_s bezeichnet den Widerstand der Schienen der Gleichstrombahn. Das Erdreich wird bei der mathematischen Berechnung als Kurzschluß angenommen, d.h. jeglicher Einfluss seines spezifischen Widerstandes muss im Parallelzweig in den Ableitungsbelag G'_s eingearbeitet werden. Der Erdstrom I_E ist somit in diesem Modell nicht der Summenstrom durchs Erdreich, sondern der in einem gedachten Kurzschluss unter dem Erdreich fließende Strom (vgl. Walter von Baeckmann, Wilhelm Schwenk, 1980, ISBN: 3-527-25859-0, S. 446-447).

$$U_{SE} - (U_{SE} + dU_{SE}) - R'_S dx I_S = 0 \quad (3-5)$$

Mithilfe der 1. Kirchhoffschen Regel (Maschensatz) kann Gleichung (3-5) angeschrieben werden. Die Summe aller Spannungen im Serienzweig muss null sein. Die Schiene-Erde Spannung U_{SE} verschwindet und man erhält folgende Differentialgleichung für die Änderung von U_{SE} .

$$-\frac{dU_{SE}}{dx} = R'_S I_S \quad (3-6)$$

Die negative Änderung der Spannung entlang der Schienen ist somit aus dem Produkt von Schienenwiderstand pro Längeneinheit und dem in der Schiene fließenden Strom gegeben.

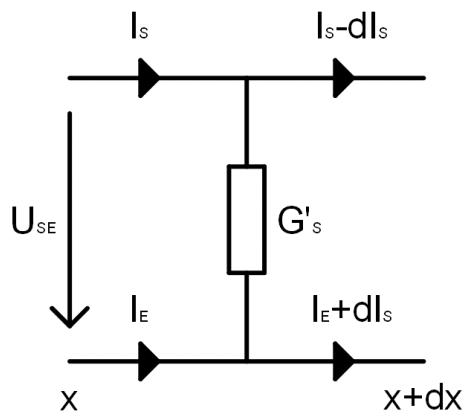


Abbildung 8: Ersatzschaltung des Parallelzweiges des Systems Schiene-Erde (vgl. Walter von Baeckmann, Wilhelm Schwenk, 1980, ISBN: 3-527-25859-0, S. 447 Abb. 24-7)

Abbildung 8 zeigt den Parallelzweig des Systems. Für den Betrag des abfließenden Stromes ist der Ableitungsbelag G'_S verantwortlich. Sein Wert wird durch den spezifischen Widerstand des Erdreichs sowie durch das Material des Oberbaus definiert. Durch Anwendung der 2. Kirchhoffschen Regel (Knotensatz) erhält man Gleichung (3-7) für den Punkt an der Schiene oberhalb von G'_S .

$$I_S - (I_S + dI_S) - G'_S dx U_{SE} = 0 \quad (3-7)$$

Nach Division der Gleichung mit dem differentiellen Wegelement dx und Addition des rechten Terms ergibt sich Differentialgleichung (3-8). Diese Gleichung ist bezüglich Aufbau (3-6) sehr ähnlich, Spannung und Strom sind hier lediglich vertauscht und statt dem Widerstandsbelag kommt der Leitwertbelag vor.

$$-\frac{dI_S}{dx} = G'_S U_{SE} \quad (3-8)$$

Ableitung von Gleichung (3-6) in Richtung der x-Koordinate ergibt (3-9). Durch Einsetzen der Gleichung für die Änderung des Schienenstroms (3-8) ergibt sich (3-10), eine homogene Differentialgleichung 2.Ordnung.

$$-\frac{d^2 U_{SE}}{dx^2} = \frac{dI_S}{dx} R'_S \quad (3-9)$$

$$-\frac{d^2 U_{SE}}{dx^2} = -G' R'_S U_{SE} \quad (3-10)$$

Durch Einführung der Ausbreitungskonstante α vereinfacht sich die Differentialgleichung zu:

$$-\frac{d^2 U_{SE}}{dx^2} + \alpha^2 U_{SE} = 0 \quad (3-11)$$

mit

$$\alpha = \sqrt{R' G'} \quad (3-12)$$

Die Ausbreitungskonstante ist bei Gleichstrom eine rein reelle Größe, es kommt nur zu Dämpfung entlang der Leitung und zu keiner Wellenausbreitung.

Zusätzlich ist es an dieser Stelle vorteilhaft, den charakteristischen Widerstand des Systems Z einzuführen, um einige der nachfolgenden Berechnungen und besonders die Ansätze für Spannung und Strom entsprechend zu vereinfachen.

$$Z = \frac{\alpha}{G'} = \frac{\sqrt{R'_S G'}}{\sqrt{G' G'}} = \sqrt{\frac{R'_S}{G'}} \quad (3-13)$$

3.3 Berechnung der Spannungen und Ströme für unterschiedliche Speise- und Streckenkonfigurationen

3.3.1 Einseitige Speisung

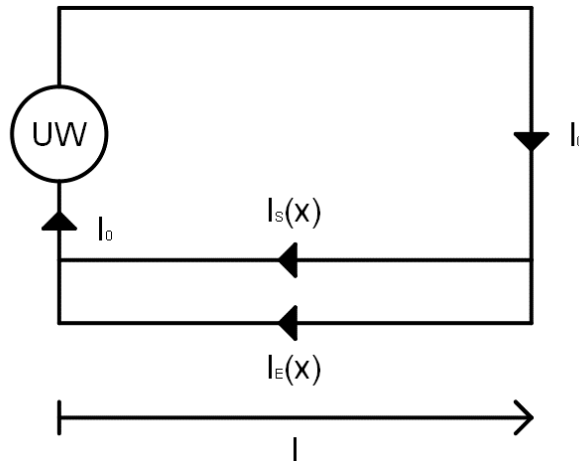


Abbildung 9: Ersatzschaltbild der einseitigen Speisung

Abbildung 9 zeigt das Prinzipschaltbild der einseitigen Speisungskonfiguration mit allen relevanten Stromrichtungen. Der Strom I_0 fließt an der Stelle $x=l$ am aktuellen Standort des Zuges in die Schienen und entlang der Schienen zurück zum versorgenden Unterwerk bei $x=0$. Ein Teil des Rückstromkreises schließt sich dabei auch über die Erde. Der Erdstrom I_E fließt in dieser Konfiguration ausschließlich in die gleiche Richtung wie der Schienenstrom I_S (vgl. Walter von Baeckmann, Wilhelm Schwenk, 1980, ISBN: 3-527-25859-0, p. 442 ff).

(3-14) und (3-15) geben die allgemeinen Ansätze zur Lösung der Differentialgleichung (3-11) sowohl für die Schiene-Erde Spannung U_{SE} als auch für den Schienenstrom I_S an.

$$U_{SE} = Ae^{\alpha x} + Be^{-\alpha x} \quad (3-14)$$

$$I_S = -\frac{1}{R'_S} \frac{dU_{SE}}{dx} = \frac{B}{Z} e^{-\alpha x} - \frac{A}{Z} e^{\alpha x} \quad (3-15)$$

Da Schienenstrom I_S und Erdstrom I_E hier in dieselbe Richtung fließen, kann die Berechnung desselben durch einfache Subtraktion erfolgen:

$$I_E = I_0 - I_S = I_0 - \left(\frac{B}{Z} e^{-\alpha x} - \frac{A}{Z} e^{\alpha x} \right) \quad (3-16)$$

Um die Differentialgleichung lösen zu können, ist die Vorgabe von Randbedingungen nötig. Bedingung (3-18) definiert den Strom, der an der Stelle $x=l$ in die Schienen fließt, als den vollen vorgegebenen Strom I_0 . Da der gesamte Strom wieder zur Versorgung zurückkehren muss, kann zusätzlich Bedingung (3-19) angeschrieben werden

$$I_S(x = l) = -\left(\frac{B}{Z}e^{\alpha l} - \frac{A}{Z}e^{-\alpha l}\right) = I_0 \quad (3-17)$$

$$I_S(x = 0) = \frac{B}{Z} - \frac{A}{Z} = -I_0 \quad (3-18)$$

Die Anfangsbedingungen (3-17) und (3-18) bilden zusammen ein Gleichungssystem mit 2 Unbekannten. Die mit Matlab berechneten Lösungen für die Integrationskonstanten A und B lauten:

$$A = \frac{Z(I_0 - I_0 e^{-\alpha l})}{e^{\alpha l} - e^{-\alpha l}} \quad (3-19)$$

$$B = \frac{Z(I_0 - I_0 e^{\alpha l})}{e^{\alpha l} - e^{-\alpha l}} \quad (3-20)$$

Die Lösungen für Spannungen und Ströme sollen nun anhand eines einfachen Berechnungsbeispiels illustriert werden. Dafür wird eine Streckenlänge von 6 km, ein Schienenwiderstand von 0,016 Ω /km und ein Ableitungsbelag von 1 S/km ausgewählt. Zusätzlich wird ein Strom I_0 von 1000 A vorgegeben.

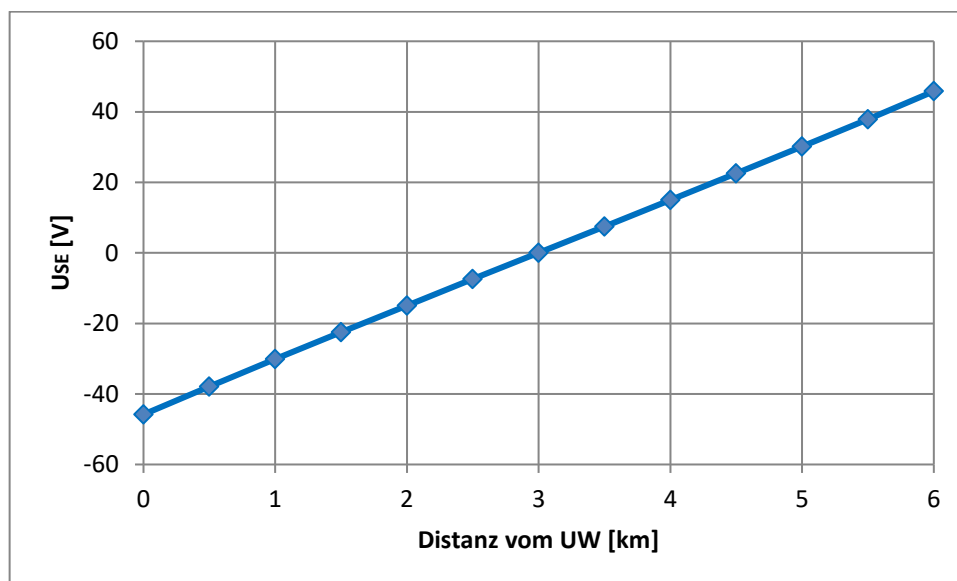


Abbildung 10: Schiene-Erde Spannung in Abhängigkeit der Distanz vom Streckenanfang

Abbildung 10 zeigt den Verlauf der Schiene-Erde-Spannung entlang der Strecke. Ein Unterwerk befindet sich am Streckenanfang, der Zug bei km 6. Die höchste Spannung wird an der aktuellen Position des Zuges erreicht, die niedrigste am Ort der Versorgung. Dies indiziert auch die Stromrichtung, da die technische Stromrichtung bei Gleichstrom immer von Orten höheren Potentials zu jenen niedrigeren Potentials zeigt. Von km 6 bis km 3 befindet sich die Spannung zwischen Schiene und Erde im positiven Bereich, hier fließt Strom über den Ableitungsbelag in Richtung Erde ab. Von km 3 bis zum Standort des Unterwerks bei km

0 erreicht die Spannung negative Werte, hier kehrt der abgeflossene Strom wieder zu den Schienen zurück. Genau in der Mitte des betrachteten Abschnitts wird die Spannung 0, an diesem Punkt erfolgt somit kein Stromaustausch zwischen Schienen und Erdreich.

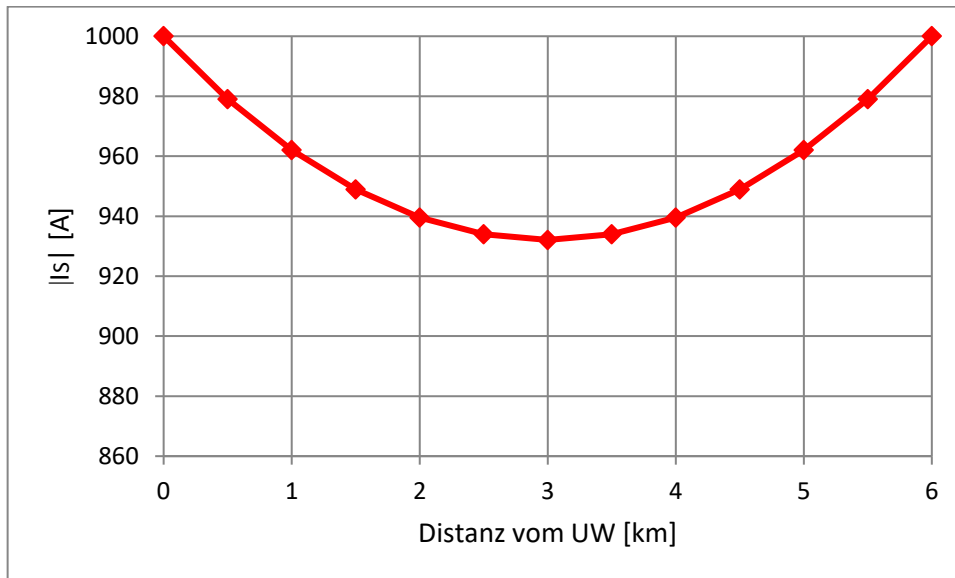


Abbildung 11: Betrag von I_s in Abhängigkeit der Distanz vom UW

Abbildung 11 zeigt den Betrag des Schienenstromes entlang der betrachteten Strecke. Da der Strom hier von $x=l$ nach $x=0$ fließt, sind die berechneten Werte eigentlich negativ. Der Betrag des Stromes sinkt entlang der Strecke, da ein Teil des Stromes ins Erdreich abfließt. In der Mitte der Strecke wird somit ein Minimum erreicht, bis am Anfang der Strecke der gesamte Strom wieder zu den Schienen zurückgekehrt ist.

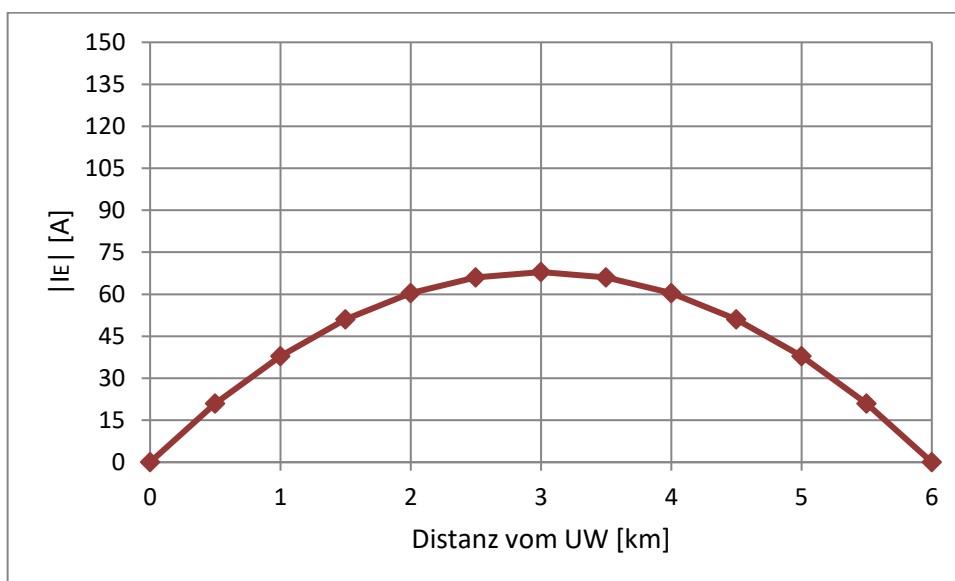


Abbildung 12: Betrag des Erdstroms in Abhängigkeit der Distanz vom UW

Abbildung 12 zeigt nun den Verlauf des Betrags des Erdstromes entlang der Strecke. Zur Berechnung von I_E wurde Formel (3-16) verwendet. Auch hier ist ersichtlich, in welchem Bereich Strom von der Schiene zur Erde abfließt bzw. wo dieser wieder zurückkehrt. Das Maximum des abgeflossenen Stromes wird in der Mitte des Abschnittes erreicht.

3.3.2 Einseitige Speisung mit auslaufenden Streckenteilen

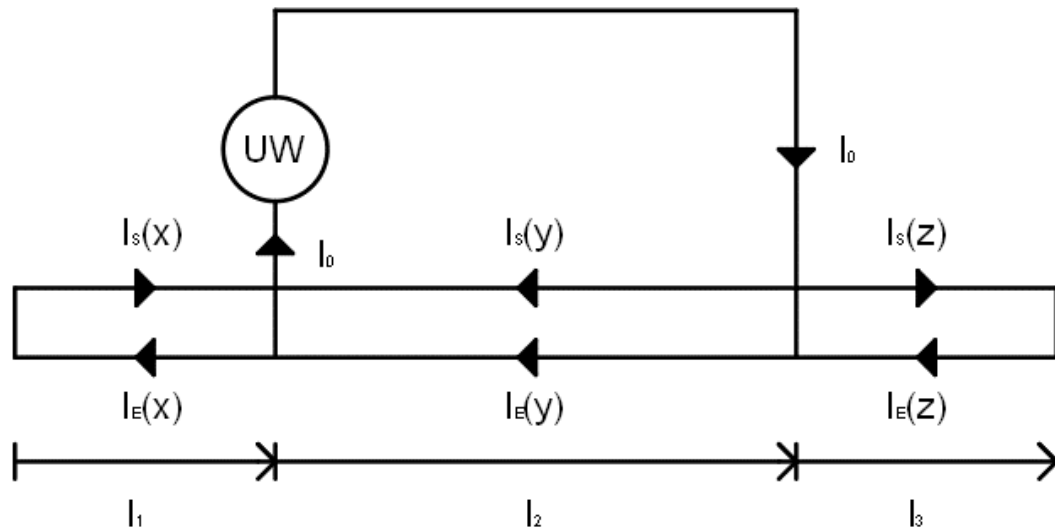


Abbildung 13: Prinzipschaltbild der einseitigen Speisung mit auslaufenden Streckenteilen

Um allgemeinere Aufgaben als das Beispiel in Abschnitt 3.3.1 zu berechnen ist es erforderlich, komplexere Gleichungssysteme zu lösen. Abbildung 13 zeigt die Konfiguration bei einseitiger Speisung, wenn sowohl am Anfang der Strecke vor dem Unterwerk als auch am Ende der Strecke nach der Position des Zuges noch Streckenteile vorhanden sind. Der Zug befindet sich somit zwischen den Strecken l_2 und l_3 . In diesem Fall ist es nötig, die Streckenverläufe mit 3 verschiedenen Variablen für die Längen der Strecken zu bezeichnen. Die Variablen sind hier alphabetisch von links nach rechts gewählt, der Streckenanfang der einzelnen Teile befindet sich jeweils auf der linken Seite, das Ende auf der rechten Seite. (3-21) bis (3-23) geben die allgemeinen Ansätze für die Schiene-Erde-Spannungen an.

$$U_{SE}(x) = Ae^{\alpha x} + Be^{-\alpha x} \quad (3-21)$$

$$U_{SE}(y) = Ce^{\alpha y} + De^{-\alpha y} \quad (3-22)$$

$$U_{SE}(z) = Ee^{\alpha z} + Fe^{-\alpha z} \quad (3-23)$$

Die allgemeinen Ansätze für die Schienenströme können wieder durch Umformung aus Gleichung (3-6) gewonnen werden.

$$I_S(x) = -\frac{1}{R'_S} \frac{dU_{SE}(x)}{dx} = \frac{B}{Z} e^{-\alpha x} - \frac{A}{Z} e^{\alpha x} \quad (3-24)$$

$$I_S(y) = \frac{D}{Z} e^{-\alpha y} - \frac{C}{Z} e^{\alpha y} \quad (3-25)$$

$$I_S(z) = \frac{F}{Z} e^{-\alpha z} - \frac{E}{Z} e^{\alpha z} \quad (3-26)$$

Zur Bestimmung der 6 Integrationskonstanten für alle 3 Strecken sind somit 6 Randbedingungen erforderlich.

Die ersten beiden Randbedingungen beziehen sich auf die Spannungen am Ort des Unterwerks sowie am aktuellen Standort des Zuges. Die Spannungen der sich an diesen Punkten treffenden Strecken müssen gleich sein. Somit gilt:

$$U_{SE}(x = l_1) = U_{SE}(y = 0) \quad (3-27)$$

$$U_{SE}(y = l_2) = U_{SE}(z = 0) \quad (3-28)$$

Zudem ergeben sich zwei Knotengleichungen an denselben Stellen für die Ströme, die dort jeweils nach links bzw. rechts fließen:

$$I_0 = I_S(z = 0) - I_S(y = l_2) \quad (3-29)$$

$$-I_0 = I_S(y = 0) - I_S(x = l_1) \quad (3-30)$$

Die letzten zwei Bedingungen für Anfang bzw. Ende der betrachteten Strecke setzen den Schienenstrom zu 0. Dies ist gleichbedeutend mit der Forderung, dass am Ende beider auslaufenden Streckenteile der gesamte Schienenstrom in die Erde abgeflossen ist. Es gilt somit:

$$I_S(x = 0) = 0 \quad (3-31)$$

$$I_S(z = l_3) = 0 \quad (3-32)$$

Setzt man die Ansätze in diese 6 Gleichungen ein, ergibt sich ein Gleichungssystem mit insgesamt 6 Unbekannten:

$$Ae^{\alpha l_1} + Be^{-\alpha l_1} = C + D \quad (3-33)$$

$$Ce^{\alpha l_2} + De^{-\alpha l_2} = E + F \quad (3-34)$$

$$I_0 = \frac{F - E}{Z} - \left(\frac{D}{Z} e^{-\alpha l_2} - \frac{C}{Z} e^{\alpha l_2} \right) \quad (3-35)$$

$$-I_0 = \frac{D - C}{Z} - \left(\frac{B}{Z} e^{-\alpha l_1} - \frac{A}{Z} e^{\alpha l_1} \right) \quad (3-36)$$

$$\frac{B - A}{Z} = 0 \quad (3-37)$$

$$\frac{F}{Z} e^{-\alpha l_3} - \frac{E}{Z} e^{\alpha l_3} = 0 \quad (3-38)$$

Die allgemeinen Lösungen für die Integrationskonstanten wurden wieder mit Hilfe von Matlab erhalten und finden sich in den Gleichungen (3-39) bis (3-43) wieder.

$$A = B = \frac{IZ(e^{\alpha l_3} + e^{-\alpha l_3} - e^{\alpha l_2} e^{\alpha l_3} - e^{-\alpha l_2} e^{-\alpha l_3})}{2(e^{\alpha l_1} e^{\alpha l_2} e^{\alpha l_3} - e^{-\alpha l_1} e^{-\alpha l_2} e^{-\alpha l_3})} \quad (3-39)$$

$$C = \frac{IZ(e^{\alpha l_1} e^{\alpha l_3} + e^{\alpha l_1} e^{-\alpha l_3} - e^{\alpha l_1} e^{-\alpha l_2} e^{-\alpha l_3} - e^{-\alpha l_1} e^{-\alpha l_2} e^{-\alpha l_3})}{2(e^{\alpha l_1} e^{\alpha l_2} e^{\alpha l_3} - e^{-\alpha l_1} e^{-\alpha l_2} e^{-\alpha l_3})} \quad (3-40)$$

$$D = \frac{IZ(e^{-\alpha l_1} e^{\alpha l_3} + e^{-\alpha l_1} e^{-\alpha l_3} - e^{\alpha l_1} e^{\alpha l_2} e^{\alpha l_3} - e^{-\alpha l_1} e^{\alpha l_2} e^{\alpha l_3})}{2(e^{\alpha l_1} e^{\alpha l_2} e^{\alpha l_3} - e^{-\alpha l_1} e^{-\alpha l_2} e^{-\alpha l_3})} \quad (3-41)$$

$$E = \frac{-(IZe^{\alpha l_1} e^{-\alpha l_3} + e^{-\alpha l_1} - e^{\alpha l_1} e^{\alpha l_2} - e^{-\alpha l_1} e^{-\alpha l_2})}{2(e^{\alpha l_1} e^{\alpha l_2} e^{\alpha l_3} - e^{-\alpha l_1} e^{-\alpha l_2} e^{-\alpha l_3})} \quad (3-42)$$

$$F = \frac{-(IZe^{\alpha l_1} e^{\alpha l_3} + e^{-\alpha l_1} - e^{\alpha l_1} e^{\alpha l_2} - e^{-\alpha l_1} e^{-\alpha l_2})}{2(e^{\alpha l_1} e^{\alpha l_2} e^{\alpha l_3} - e^{-\alpha l_1} e^{-\alpha l_2} e^{-\alpha l_3})} \quad (3-43)$$

Um die Ergebnisse zu veranschaulichen, wird wieder ein einfaches Beispiel berechnet. Die entsprechenden Parameter können der Tabelle 1 entnommen werden.

l_1	2 km
l_2	5 km
l_3	3 km
R'_s	0,016 Ω /km
G'_s	1 S/km
I_0	1000 A

Tabelle 1: Parameter für das Berechnungsbeispiel

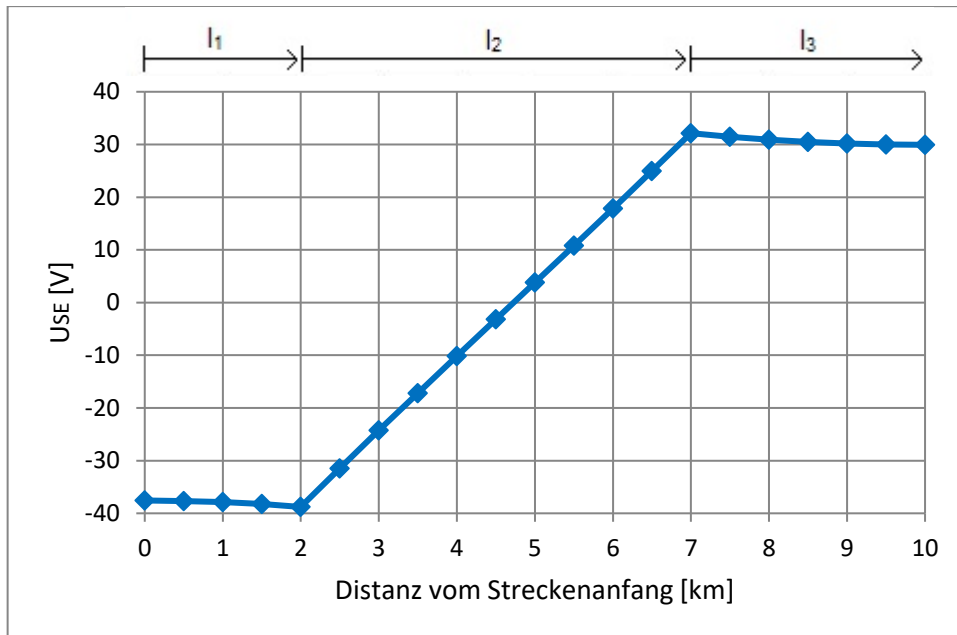


Abbildung 14: U_{SE} in Abhängigkeit der Distanz vom Streckenanfang

Abbildung 14 zeigt den Verlauf der Schiene-Erde Spannung bei einseitiger Speisung mit auslaufenden Streckenteilen. Das Unterwerk befindet sich in diesem Berechnungsbeispiel bei Kilometer Zwei der Strecke. Die maximale positive Spannung befindet sich wieder beim Zug, die maximale negative am Standort der Versorgung. Die auslaufenden Streckenteile führen jedoch zu einer Verminderung der Absolutwerte der Spannungen, da sich ein Teil des Stromflusses auch über sie schließt. Der Absolutbetrag der Spannung am Zug bei Kilometer Sechs ist somit niedriger als die Spannung an der Versorgung, da Strecke l_3 länger als Strecke l_1 gewählt wurde.

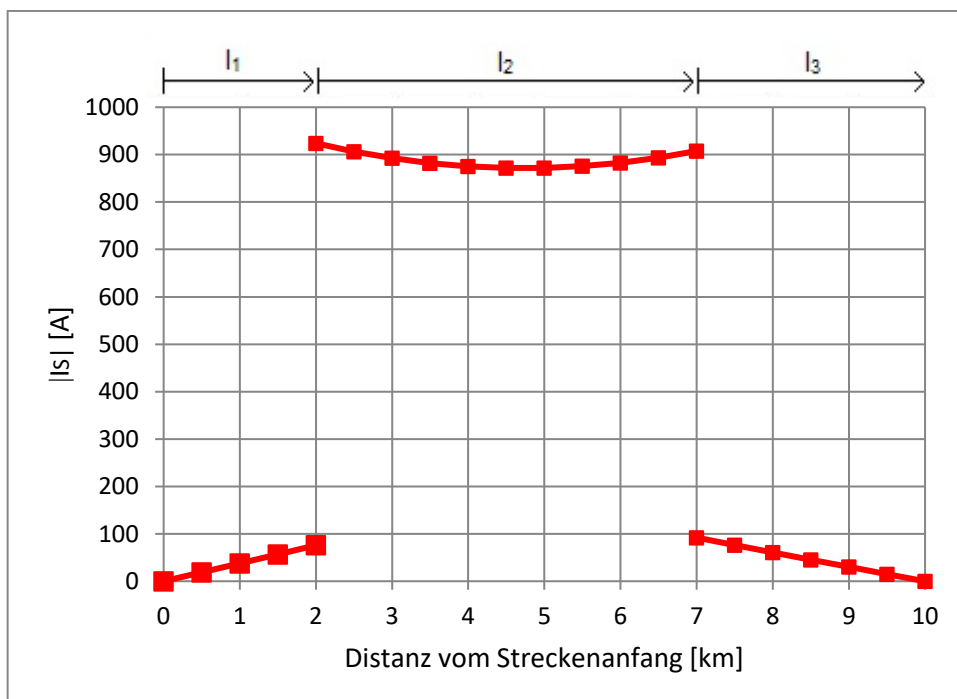


Abbildung 15: Betrag von I_S in Abhängigkeit der Distanz vom Streckenanfang

Der Betrag des Schienenstroms entlang der Strecke ist in Abbildung 15 illustriert. Ein Teil des Stromes, der vom Zug zum Unterwerk zurückkehrt, fließt im Streckenteil l_3 in die Erde ab, bis der Schienenstrom am Ende der Strecke verschwindet. Dieser Strom kehrt im Streckenteil l_1 bzw auch schon vorher im Bereich der Kilometer Zwei bis Fünf zu den Schienen zurück.

(3-44) bis (3-46) geben die Formeln zur Berechnung der in der Erde fließenden Ströme bei einseitiger Speisung mit auslaufenden Streckenteilen an.

$$I_E(x) = -I_S(x) = \frac{A}{Z} e^{\alpha x} - \frac{B}{Z} e^{-\alpha x} \quad (3-44)$$

$$I_E(z) = -I_S(z) = \frac{E}{Z} e^{\alpha z} - \frac{F}{Z} e^{-\alpha z} \quad (3-45)$$

$$\begin{aligned} I_E(0 < y < l_2) &= -I_S(z = 0) + [I_S(y = l_2) - I_S(y)] \\ &= \frac{E - F}{Z} + \left[\left(\frac{D}{Z} e^{-\alpha l_2} - \frac{C}{Z} e^{\alpha l_2} \right) - \left(\frac{D}{Z} e^{-\alpha y} - \frac{C}{Z} e^{\alpha y} \right) \right] \end{aligned} \quad (3-46)$$

In den auslaufenden Streckenteilen fließt der Erdstrom in die entgegen gesetzte Richtung wie der Schienenstrom I_S und hat den jeweils selben Betrag. Für Strecke l_2 ist der Zusammenhang etwas komplizierter, hier setzt sich I_E aus der Summe des schon in Strecke l_3 in die Erde abgeflossenen und dem zusätzlich entlang der Strecke l_2 abfließenden Stromes zusammen. Der Punkt, an dem die Schiene-Erde Spannung sich umpolt und damit der Erdstrom wieder zu den Schienen zurückkehrt, befindet sich hier nicht genau in der Mitte der Strecke l_2 aufgrund der unterschiedlich gewählten Länge der auslaufenden Streckenteile.

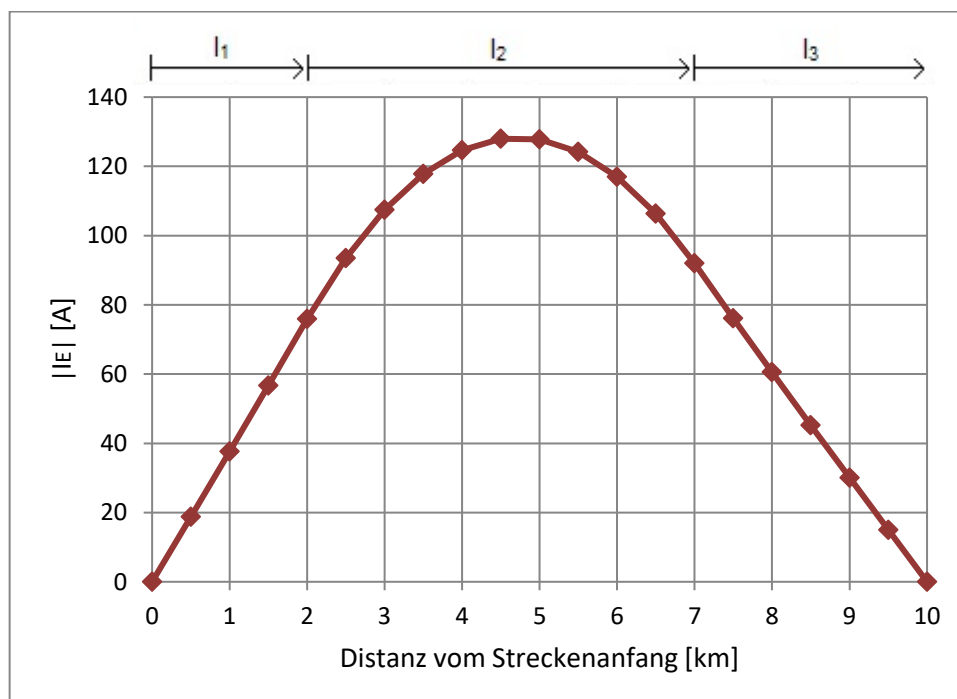


Abbildung 16: Betrag von I_E in Abhängigkeit der Distanz vom Streckenanfang

Abbildung 15 zeigt den Betrag des Erdstromes entlang aller 3 Strecken. Der sich ergebende Strom zeigt hier jeweils in die negative x-, y- und z-Richtung (vgl. Abbildung 13).

3.3.3 Zweiseitige Speisung

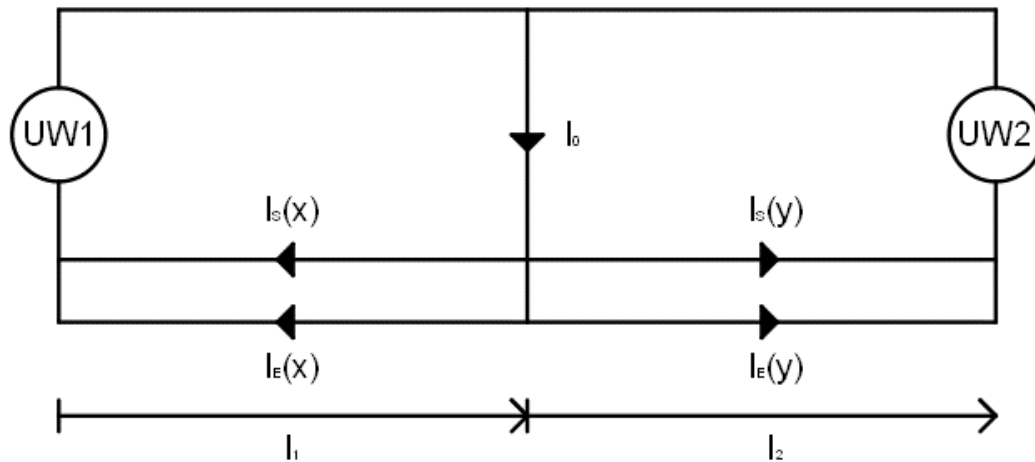


Abbildung 17: Prinzipschaltbild der zweiseitigen Speisung

Abbildung 17 zeigt das Prinzip der zweiseitigen Speisung. Ein Zug, der sich zwischen zwei Unterwerken befindet, bezieht von beiden elektrische Energie. Die Ströme, die hierzu erforderlich sind, fließen in der Folge in beiden Richtungen über die Schienen zur Versorgung zurück. Zur Berechnung der sich einstellenden Ströme und Spannungen im Rückstromkreis bei gegebener Belastung ist es erforderlich, zwei Variablen für die Streckenbereiche links und rechts des Zuges einzuführen.

(3-47) und (3-48) geben die allgemeinen Ansätze für die Schiene-Erde Spannungen links und rechts des Standortes des Zuges an.

$$U_{SE}(x) = Ae^{\alpha x} + Be^{-\alpha x} \quad (3-47)$$

$$U_{SE}(y) = Ce^{\alpha y} + De^{-\alpha y} \quad (3-48)$$

Die allgemeinen Ansätze für die Schienenströme können wieder durch Umformung von Gleichung (3-6) berechnet werden:

$$I_S(x) = -\frac{1}{R'_S} \frac{dU_{SE}(x)}{dx} = \frac{B}{Z} e^{-\alpha x} - \frac{A}{Z} e^{\alpha x} \quad (3-49)$$

$$I_S(y) = \frac{D}{Z} e^{-\alpha y} - \frac{C}{Z} e^{\alpha y} \quad (3-50)$$

Zur Bestimmung der 4 Integrationskonstanten in den Ansätzen ist es nötig, vier geeignete Randbedingungen für die Schiene-Erde-Spannung U_{SE} und den Schienenstrom I_S zu finden. Die ersten beiden Bedingungen beziehen sich, so wie auch schon bei der einseitigen Speisung mit auslaufenden Streckenteilen, auf die Spannungen an den Unterwerken und am Zug. Bedingung (3-51) setzt die beiden Spannungen der Strecken links und rechts des Zuges am Standort des Zuges gleich. Bedingung (3-52) nimmt die Spannungen an den beiden Unterwerken als gleich an.

$$U_{SE}(x = l_1) = U_{SE}(y = 0) \quad (3-51)$$

$$U_{SE}(x = 0) = U_{SE}(y = l_2) \quad (3-52)$$

Zusätzlich müssen Knotengleichungen für die Ströme am Standort des Zuges und an den Unterwerken definiert werden. (3-53) und (3-54) geben diese Bedingungen an.

$$I_0 = I_S(y = 0) - I_S(x = l_1) \quad (3-53)$$

$$-I_0 = I_S(x = 0) - I_S(y = l_2) \quad (3-54)$$

Setzt man die allgemeinen Ansätze für U_{SE} und I_S in die Bedingungen (3-51) bis (3-54) ein, erhält man ein Gleichungssystem, aus dem die 4 Unbekannten bestimmt werden können.

$$Ae^{al_1} + Be^{-al_1} = C + D \quad (3-55)$$

$$A + B = Ce^{al_2} + De^{-al_2} \quad (3-56)$$

$$I_0 = \frac{D - C}{Z} - \left(\frac{B}{Z} e^{-al_1} - \frac{A}{Z} e^{al_1} \right) \quad (3-57)$$

$$-I_0 = \frac{B - A}{Z} - \left(\frac{D}{Z} e^{-al_2} - \frac{C}{Z} e^{al_2} \right) \quad (3-58)$$

Die allgemeinen Lösungen für die 4 Integrationskonstanten lauten:

$$A = \frac{IZ(-2 + e^{al_1} + e^{-al_1} + e^{al_2} - 2e^{-al_2} + 2e^{-al_1}e^{-al_2} - e^{-2al_1}e^{al_2})}{-4 + 2(e^{-2al_1} + e^{2al_1} + e^{al_1}e^{al_2} - e^{al_1}e^{-al_2} - e^{-al_1}e^{al_2} + e^{-al_1}e^{-al_2})} \quad (3-59)$$

$$B = \frac{-IZ(-2 + e^{al_1} + e^{-al_1} - 2e^{al_2} + e^{-al_2} + 2e^{al_1}e^{al_2} - e^{2al_1}e^{-al_2})}{-4 + 2(e^{-2al_1} + e^{2al_1} + e^{al_1}e^{al_2} - e^{al_1}e^{-al_2} - e^{-al_1}e^{al_2} + e^{-al_1}e^{-al_2})} \quad (3-60)$$

$$C = \frac{-IZ(-3 + 2e^{al_1} + e^{-2al_1} - 2e^{-2al_2} + e^{al_1}e^{-al_2} + e^{-al_1}e^{-al_2})}{-4 + 2(e^{-2al_1} + e^{2al_1} + e^{al_1}e^{al_2} - e^{al_1}e^{-al_2} - e^{-al_1}e^{al_2} + e^{-al_1}e^{-al_2})} \quad (3-61)$$

$$D = \frac{IZ(-3 + 2e^{-al_1} + e^{2al_1} - 2e^{-2al_2} + e^{al_1}e^{al_2} + e^{-al_1}e^{al_2})}{-4 + 2(e^{-2al_1} + e^{2al_1} + e^{al_1}e^{al_2} - e^{al_1}e^{-al_2} - e^{-al_1}e^{al_2} + e^{-al_1}e^{-al_2})} \quad (3-62)$$

Zur Veranschaulichung der Ergebnisse werden wieder die Lösungen für ein einfaches Berechnungsbeispiel grafisch dargestellt. Die dafür nötigen Parameter sind in Tabelle 2

zusammengefasst. Die Strecken l_1 und l_2 werden als identisch angenommen, so dass sich der Zug im Beispiel also genau in der Mitte des betrachteten Speiseabschnitts befindet.

l_1	3 km
l_2	3 km
R'_s	0,016 Ω /km
G'_s	1 S/km
I_0	1000 A

Tabelle 2: Parameter für das Berechnungsbeispiel zur zweiseitigen Speisung

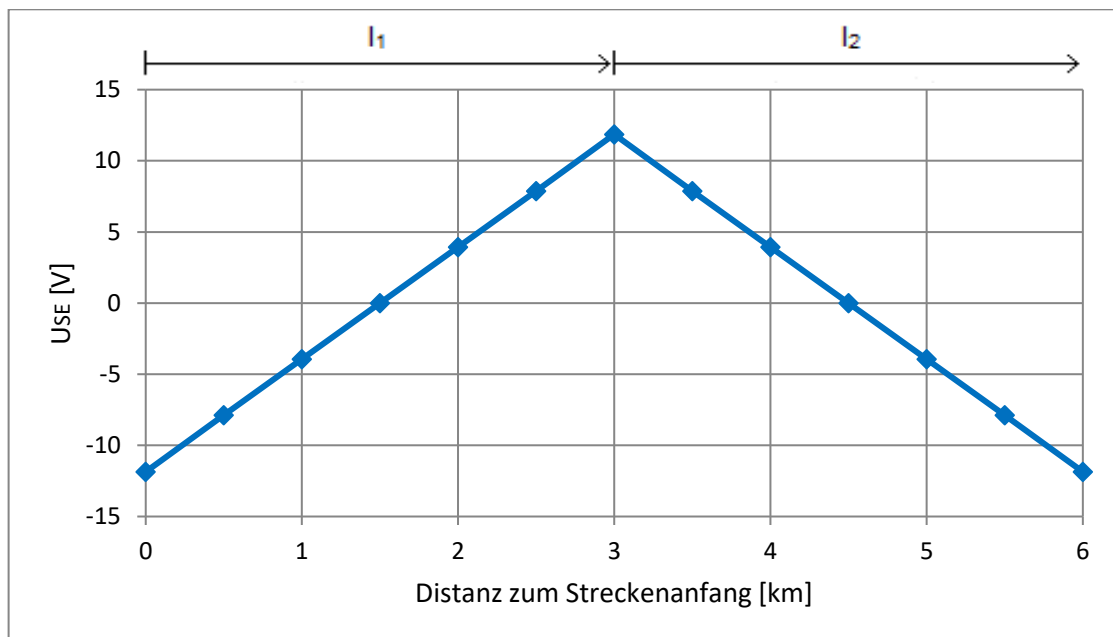


Abbildung 18: U_{SE} in Abhängigkeit der Entfernung vom UW1 (Streckenanfang)

Abbildung 18 zeigt die Schiene-Erde-Spannung entlang der Strecke. So wie auch bei der einseitigen Speisung befindet sich die höchste Spannung am aktuellen Standort des Zuges. Die negativste Spannung wird am Standort der beiden versorgenden Unterwerke erreicht. An der Form der Spannung sind auch schon die Richtungen des Stromflusses erkennbar. Strom fließt vom Standort des Zuges aus in beide Richtungen über die Schienen zur Versorgung zurück.

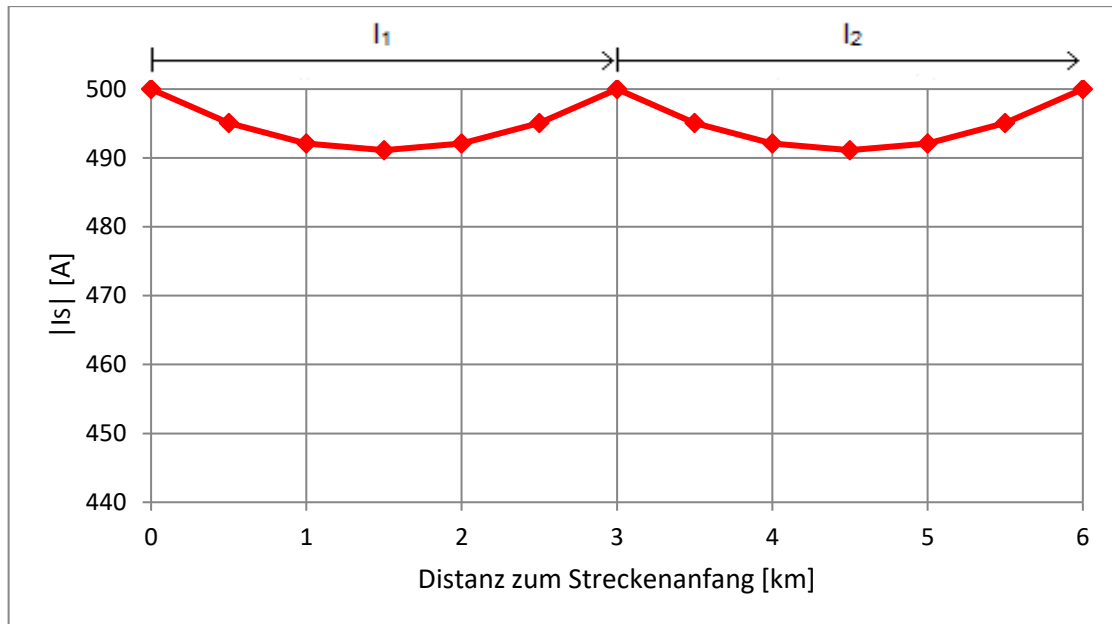


Abbildung 19: Betrag von I_S in Abhängigkeit der Entfernung vom UW1 (Streckenanfang)

In Abbildung 19 ist der Betrag des Schienenstromes entlang der Strecke dargestellt. In der Mitte der Strecke am momentanen Standort des Zuges fließt ein Strom gleichen Betrages links und rechts in Richtung der beiden Unterwerke. Der Strom nimmt nun jeweils entlang der Strecke ab, da ein Teil über den Ableitungsbelag des Systems ins Erdreich abfließt. Der minimale Schienenstrom wird in der Mitte der Strecke zwischen Zug und Unterwerk erreicht. Danach kehrt der Erdstrom wieder zu den Schienen zurück. Der große Unterschied zur einseitigen Speisung ist nun, dass der Betrag des Stromes nicht nur halbiert ist, sondern den Stromflüssen auch nur die Hälfte der Distanz zur Verfügung steht, um ins Erdreich einzudringen. Dadurch sind auch die auftretenden Spannungen gegen Erde stark reduziert, da der durch die Schienen fließende Strom auf der kürzeren Distanz nur einen geringeren Spannungsabfall hervorruft.

Zur Berechnung des in der Erde fließenden Stroms I_E müssen zuerst die Anfangswerte der Ströme, die in beide Richtungen fließen, berechnet werden. Von diesen Ergebnissen kann der Schienenstrom I_S entlang der jeweiligen Strecken abgezogen werden und so der Erdstrom erhalten werden.

(3-63) und (3-64) geben die Formeln zur Berechnung der Ströme I_E entlang beider Strecken an:

$$I_E(x) = I_S(x = l_1) - I_S(x) = \left(\frac{B}{Z} e^{-al_1} - \frac{A}{Z} e^{al_1} \right) - \left(\frac{B}{Z} e^{-ax} - \frac{A}{Z} e^{ax} \right) \quad (3-63)$$

$$I_E(y) = I_S(y = 0) - I_S(y) = \frac{D - C}{Z} - \left(\frac{D}{Z} e^{-ay} - \frac{C}{Z} e^{ay} \right) \quad (3-64)$$

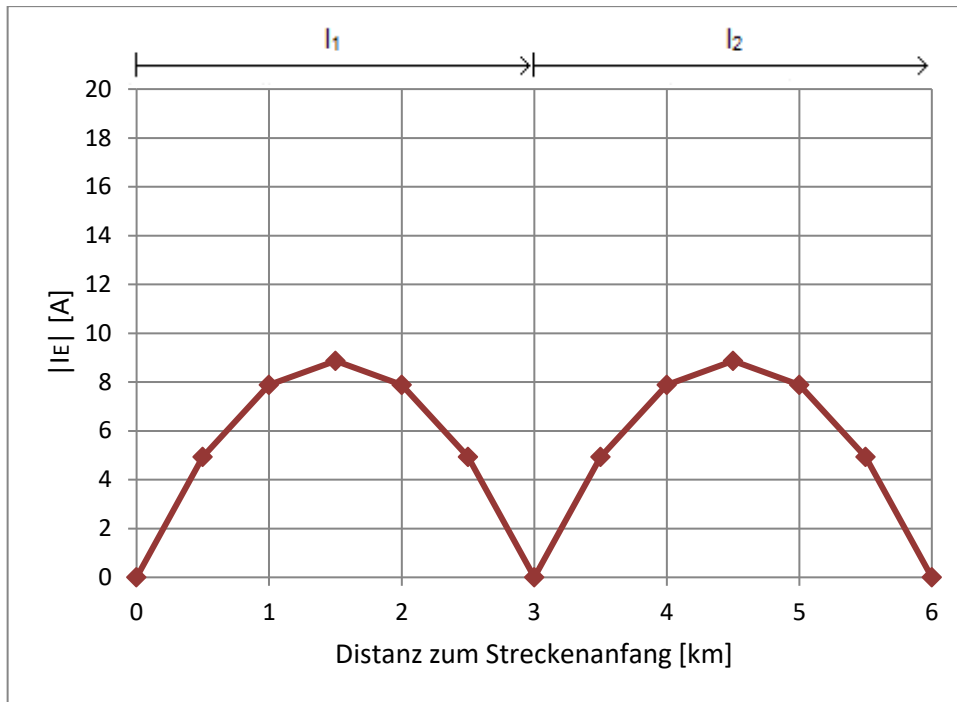


Abbildung 20: Betrag von I_E in Abhängigkeit der Entfernung vom UW1 (Streckenanfang)

Abbildung 20 zeigt den Betrag des Erdstroms im Speisebezirk. I_E steigt bis zur Mitte der Distanzen zwischen Zug und Unterwerken an und sinkt dann wieder, da die Ströme zu den Schienen zurückkehren. Es ist gut zu erkennen, dass I_E im Vergleich zu den Verhältnissen bei einseitiger Speisung stark reduziert ist. War das Maximum des in der Erde fließenden Stromes bei der einseitigen Speisung bei gleicher Speisebezirklänge noch bei über 60 A (vgl. Abbildung 12), bleibt der Erdstrom in diesem Beispiel unter 9 A.

3.3.4 Zweiseitige Speisung mit auslaufenden Streckenteilen

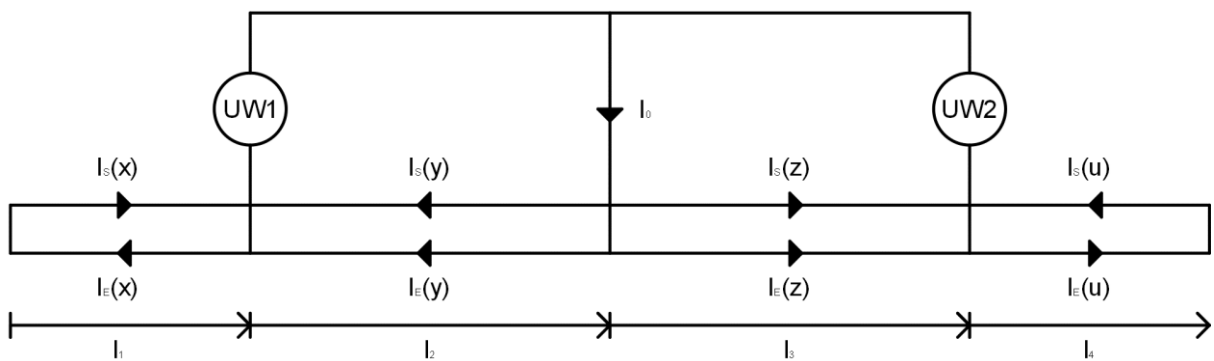


Abbildung 21: Prinzipschaltbild der zweiseitigen Speisung mit auslaufenden Streckenteilen

Das Prinzip der zweiseitigen Speisung mit auslaufenden Streckenteilen wird in Abbildung 21 veranschaulicht. Ein Zug befindet sich in einem Speiseabschnitt zwischen zwei Unterwerken und wird mit dem Strom I_0 versorgt. Der Zug befindet sich zwischen den beiden Strecken l_2 und l_3 . Der Rückstrom zu den Unterwerken teilt sich entsprechend des Standortes des Zuges und der Streckenverhältnisse auf. Zusätzlich sind nach beiden Unterwerken auslaufende Streckenteile vorhanden. Die Berechnung dieser Aufgabe stellt somit die allgemeinere Variante der schon diskutierten zweiseitigen Speisung ohne auslaufende Streckenteile dar.

Da die Berechnungen hier für insgesamt vier Streckenteile durchgeführt werden müssen, ist es notwendig insgesamt vier Variablen einzuführen. Die allgemeinen Ansätze zur Lösung der Differentialgleichung für die Schiene-Erde Spannungen U_{SE} lauten:

$$U_{SE}(x) = Ae^{\alpha x} + Be^{-\alpha x} \quad (3-65)$$

$$U_{SE}(y) = Ce^{\alpha y} + De^{-\alpha y} \quad (3-66)$$

$$U_{SE}(z) = Ee^{\alpha z} + Fe^{-\alpha z} \quad (3-67)$$

$$U_{SE}(u) = Ge^{\alpha u} + He^{-\alpha u} \quad (3-68)$$

Durch Umformung von Gleichung (3-6) erhält man die Schienenströme I_S :

$$I_S(x) = -\frac{1}{R'_S} \frac{dU_{SE}(x)}{dx} = \frac{B}{Z} e^{-\alpha x} - \frac{A}{Z} e^{\alpha x} \quad (3-69)$$

$$I_S(y) = \frac{D}{Z} e^{-\alpha y} - \frac{C}{Z} e^{\alpha y} \quad (3-70)$$

$$I_S(z) = \frac{F}{Z} e^{-\alpha z} - \frac{E}{Z} e^{\alpha z} \quad (3-71)$$

$$I_S(u) = \frac{H}{Z} e^{-\alpha u} - \frac{G}{Z} e^{\alpha u} \quad (3-72)$$

Zur Bestimmung der 8 Integrationskonstanten ist es nötig 8 geeignete Randbedingungen für die Spannungen und Ströme entlang der Schienen einzuführen.

Die ersten 3 Randbedingungen setzen die Spannungen der 4 Strecken an ihren Berührungspunkten als gleich fest.

$$U_{SE}(x = l_1) = U_{SE}(y = 0) \quad (3-73)$$

$$U_{SE}(y = l_2) = U_{SE}(z = 0) \quad (3-74)$$

$$U_{SE}(z = l_3) = U_{SE}(u = 0) \quad (3-75)$$

Zudem müssen die Schiene-Erde Spannungen an den beiden versorgenden Unterwerken identisch sein.

$$U_{SE}(y = 0) = U_{SE}(z = l_3) \quad (3-76)$$

Am Standort des Zuges muss der Strom I_0 , der dort in die Schienen fließt, gleich den von dort nach links und rechts fließenden Strömen sein. $I_S(y)$ ist hier negativ, da die Orientierung aller Strecken von links nach rechts angenommen wird. Die Knotengleichung lautet somit:

$$I_0 = I_S(z = 0) - I_S(y = l_2) \quad (3-77)$$

An den Standorten der Unterwerke muss der vollständige Strom I_0 wieder zur Versorgung zurückkehren. Die Knotengleichung für diese zwei Stellen lautet:

$$-I_0 = I_S(y = 0) + I_S(u = 0) - I_S(x = l_1) - I_S(z = l_3) \quad (3-78)$$

Damit fehlen noch die zwei Bedingungen für die Schienenströme am Ende der auslaufenden Streckenteile. Sie sollen an den beiden Streckenenden 0 werden. Dies ist gleichbedeutend mit der Forderung, dass am hier der komplette Schienenstrom in die Erde abgeflossen bzw. von dieser zurückgekehrt ist.

$$I_S(x = 0) = 0 \quad (3-79)$$

$$I_S(u = l_4) = 0 \quad (3-80)$$

Es ergibt sich somit ein System aus 8 Gleichungen, aus dem die 8 Unbekannten bestimmt werden können.

$$Ae^{\alpha l_1} + Be^{-\alpha l_1} = C + D \quad (3-81)$$

$$Ce^{\alpha l_2} + De^{-\alpha l_2} = E + F \quad (3-82)$$

$$Ee^{\alpha l_3} + Fe^{-\alpha l_3} = G + H \quad (3-83)$$

$$C + D = Ee^{\alpha l_3} + Fe^{-\alpha l_3} \quad (3-84)$$

$$I_0 = \frac{F - E}{Z} - \left(\frac{D}{Z} e^{-\alpha l_2} - \frac{C}{Z} e^{\alpha l_2} \right) \quad (3-85)$$

$$-I_0 = \frac{D - C}{Z} + \frac{H - G}{Z} - \left(\frac{B}{Z} e^{-\alpha l_1} - \frac{A}{Z} e^{\alpha l_1} \right) - \left(\frac{F}{Z} e^{-\alpha l_3} - \frac{E}{Z} e^{\alpha l_3} \right) \quad (3-86)$$

$$\frac{B - A}{Z} = 0 \quad (3-87)$$

$$\frac{H}{Z} e^{-\alpha l_4} - \frac{G}{Z} e^{\alpha l_4} = 0 \quad (3-88)$$

Auf die Angabe der allgemeinen Lösungen für die Integrationskonstanten soll an dieser Stelle aufgrund ihrer Komplexität verzichtet werden. Sie sind den Lösungen aus den vorherigen Abschnitten im Aufbau ähnlich.

Die Ströme und Spannungen entlang der Strecke werden wieder anhand eines einfachen Berechnungsbeispiels illustriert. Die auslaufenden Streckenteile werden mit unterschiedlichen Längen angenommen, um ein allgemeineres Aussehen der Kurven zu gewährleisten. Schienenwiderstandsbelag und -ableitungsbelag sowie der Strom I_0 werden gleich angenommen wie auch schon in den vorherigen Abschnitten. Tabelle 3 gibt sämtliche benutzten Parameter an.

l_1	2 km
l_2	2 km
l_3	3 km
l_4	3 km
R'_S	0,016 Ω /km
G'_S	1 S/km
I_0	1000 A

Tabelle 3: Parameter für das Berechnungsbeispiel zur zweiseitigen Speisung

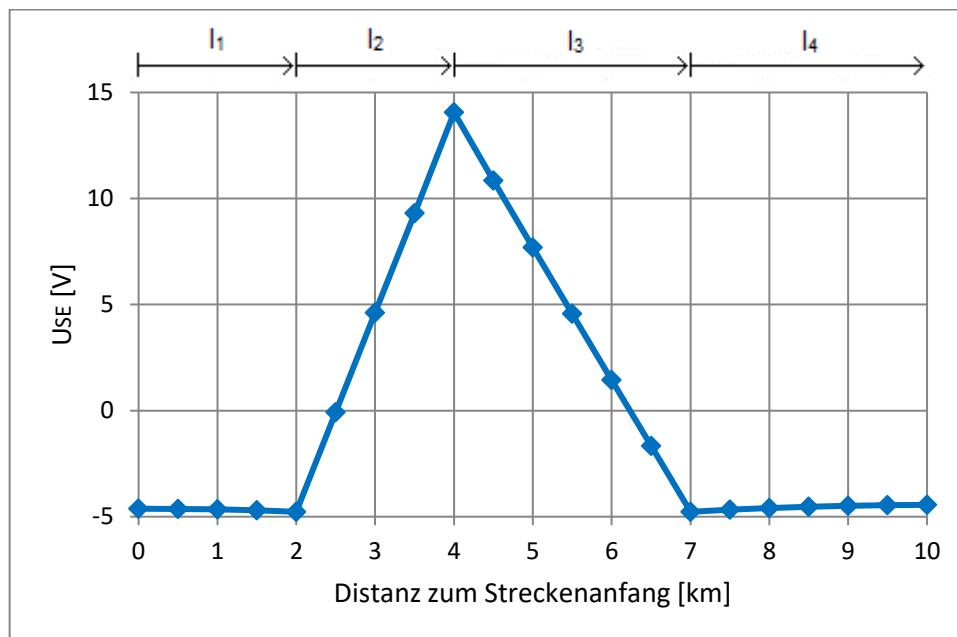


Abbildung 22: U_{SE} in Abhängigkeit der Entfernung vom Streckenanfang

Abbildung 22 zeigt den Verlauf der Schiene-Erde-Spannung entlang der Strecke. Die Spannung erreicht wie auch schon in den Beispielen zur einseitigen Speisung am Standort des Zuges ihren höchsten Wert. Der Strom fließt von dort in beiden Richtungen über die Schienen zu den Unterwerken zurück. Ein Teil des Stromflusses schließt sich über die auslaufenden Streckenteile, nachdem er über den Ableitungsbelag des Systems Schiene-Erde ins Erdreich abgeflossen ist. Der maximale Spannungsabfall über die Strecke ist dadurch im Vergleich zur zweiseitigen Speisung ohne auslaufende Streckenteile weiter reduziert.

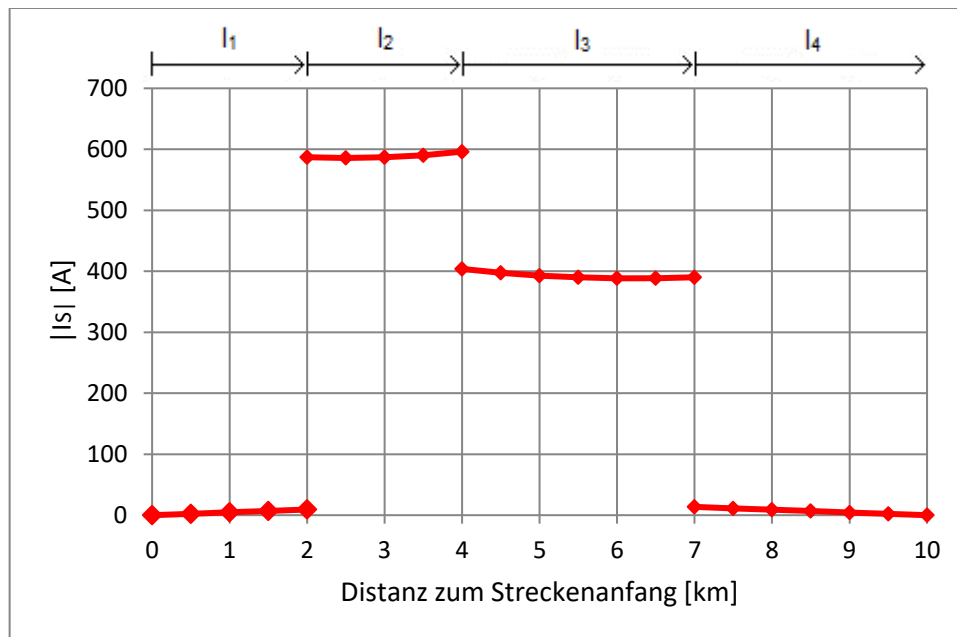


Abbildung 23: Betrag von I_S in Abhängigkeit der Entfernung vom Streckenanfang

In Abbildung 23 ist der Betrag des Schienenstromes I_S entlang der Strecke dargestellt. Da die einzelnen Streckenteile wie auch in den vorherigen Abschnitten von links nach rechts orientiert sind, hat der Strom auf den Längen l_2 und l_4 negatives Vorzeichen. Ein Teil des ins Erdreich abgeflossenen Stromes kehrt bereits auf l_2 und l_3 zu den Schienen zurück, bevor der verbliebene Rest auf den auslaufenden Streckenteilen zu den Schienen und schließlich zur Versorgung zurückkehrt.

(3-89) und (3-90) geben die Formeln für die Berechnung des im Erdreich fließenden Stromes für die beiden auslaufenden Streckenteile an. Da der gesamte Strom I_E über die Schienen zum Unterwerk zurückkehren muss, sind die Stromflüsse hier symmetrisch. Somit kann der Strom I_E einfach durch Umkehr des Vorzeichens berechnet werden.

$$I_E(x) = -I_S(x) \quad (3-89)$$

$$I_E(u) = -I_S(u) \quad (3-90)$$

Um den in der Erde fließenden Strom zwischen Zug und Unterwerk zu bilden, muss so wie auch schon bei der zweiseitigen Speisung ohne auslaufende Streckenteile der Schienenstrom I_S an der jeweiligen Position von dem gesamten in diese Richtung fließenden Schienenstrom abgezogen werden.

$$I_E(y) = I_S(y = l_2) - I_S(y) = \left(\frac{D}{Z} e^{-\alpha l_2} - \frac{C}{Z} e^{\alpha l_2} \right) - \left(\frac{D}{Z} e^{-\alpha y} - \frac{C}{Z} e^{\alpha y} \right) \quad (3-91)$$

$$I_E(z) = I_S(z = 0) - I_S(z) = \left(\frac{F - E}{Z} \right) - \left(\frac{F}{Z} e^{-\alpha z} - \frac{E}{Z} e^{\alpha z} \right) \quad (3-92)$$

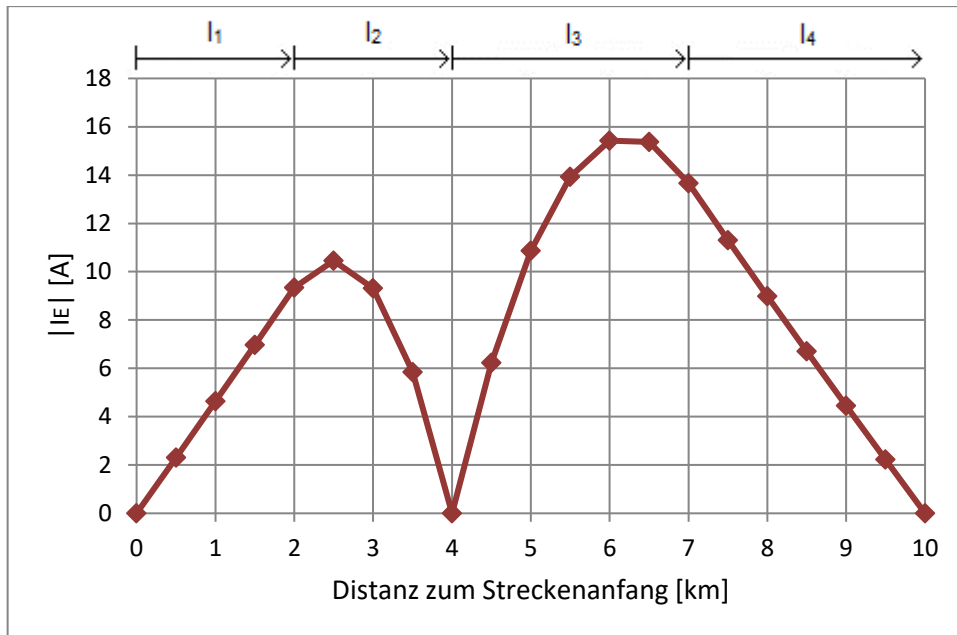


Abbildung 24: Betrag von I_E in Abhängigkeit der Entfernung vom Streckenanfang

Der berechnete Betrag des Erdstroms I_E ist in Abbildung 24 zu sehen. In beide Richtungen fließt Strom über den Schienenleitwert in Richtung Erde ab. Dieser Stromfluss kehrt sich jeweils kurz vor dem Unterwerk um. Danach sinkt der in der Erde fließende Strom wieder, bevor er am Ende der jeweiligen auslaufenden Strecke verschwindet. Der höchste Erdstrom wird auf der Strecke l_3 nach rechts erreicht, obwohl der Großteil des Schienenstromes aufgrund der kürzeren Strecke l_2 nach links fließt. Die Ursache dafür liegt in der auf Strecke l_3 größeren Distanz, die den Strömen zur Entweichung in die Erde zu

4 Berechnung der Spannungen und Ströme für einen konkreten Speiseabschnitt

Um die Spannungs- und Stromverhältnisse in einem konkreten Speiseabschnitt zu berechnen ist es erforderlich, die Streckenlängen der Gleichungen aus Abschnitt 3 entsprechend zu variieren. In den nächsten beiden Abschnitten soll der Einfluss auslaufender Streckenteile generell vernachlässigt werden. Der Einfluss auslaufender Streckenteile auf Spannungen und in der Erde fließende Ströme wird in Abschnitt 4.5 behandelt.

4.1 Einseitige Speisung

Für die Berechnung eines konkreten Abschnitts bei einseitiger Speisung werden die Gleichungen aus 3.3.2 herangezogen. Länge l_1 wird als 0 angenommen. Mithilfe der Variation der Länge l_2 wird eine Bewegung des Zuges durch den betrachteten Speisebezirk erreicht. Länge l_3 stellt jeweils den Rest auf die gewählte Bezirkslänge dar. Bei einer gesamten Streckenlänge von 6 km ergeben sich folgende Zahlenwerte für die Längen bei 4 verschiedenen Zugstandorten.

Zugstandort bei km	l_1 [km]	l_2 [km]	l_3 [km]
1,5	0	1,5	4,5
3	0	3	3
4,5	0	4,5	1,5
6	0	6	0

Tabelle 4: Variation der Streckenlängen zur Berechnung unterschiedlicher Zugstandorte

Für den Schienenwiderstandsbelag und –ableitungsbelag sollen weiterhin die Werte aus Abschnitt 3 gelten. Auch der vorgegebene Strom bleibt gleich. Die Berechnungsparameter lauten somit:

R'_s	0,016 Ω /km
G'_s	1 S/km
I_0	1000 A

Tabelle 5: Vorgegebene Parameter

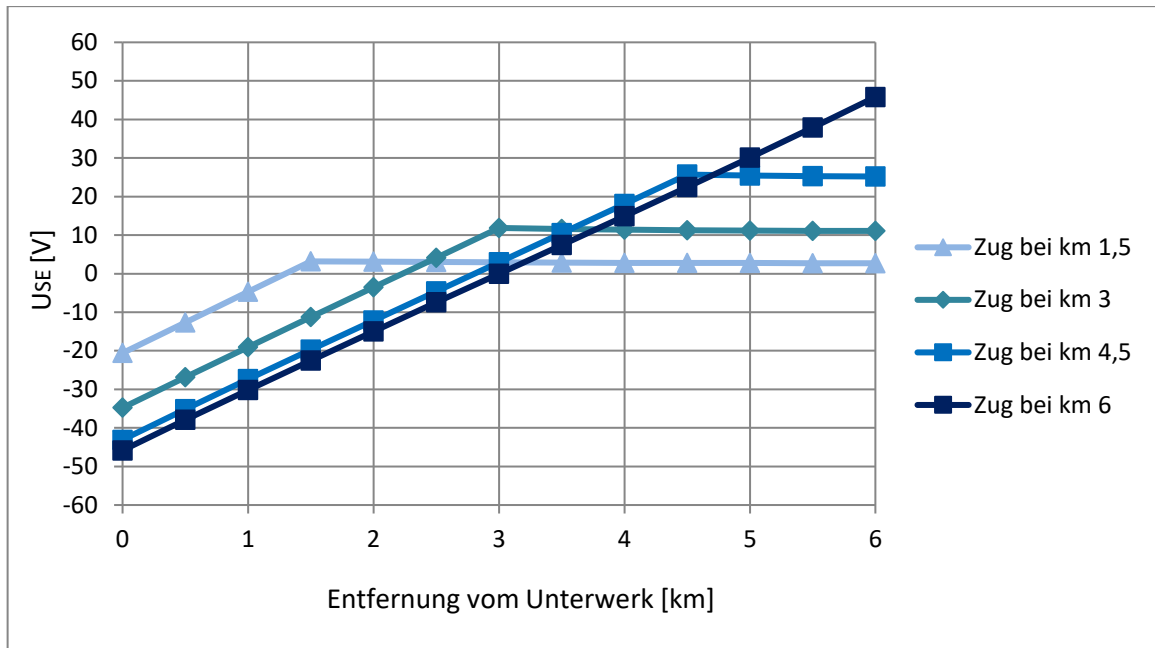


Abbildung 25: U_{SE} in Abhängigkeit der Entfernung vom Unterwerk für unterschiedliche Zugstandorte

Abbildung 25 zeigt die Schiene-Erde-Spannungen entlang des gewählten Speisebezirks für vier unterschiedliche Zugstandorte. Die maximale Spannung befindet sich jeweils am aktuellen Standort des Zuges, sie nimmt jedoch stark mit Verringerung der Entfernung des Zuges vom Unterwerk ab. Auch die maximale negative Spannung am Unterwerk nimmt hierbei ab, jedoch nicht vergleichsweise stark. Der Grund hierfür liegt bei den Strömen, die sich auch über den Rest des Speisebezirks hinter dem Zug über die Erde schließen. Dadurch wird der Betrag der positiven Spannung weiter reduziert.

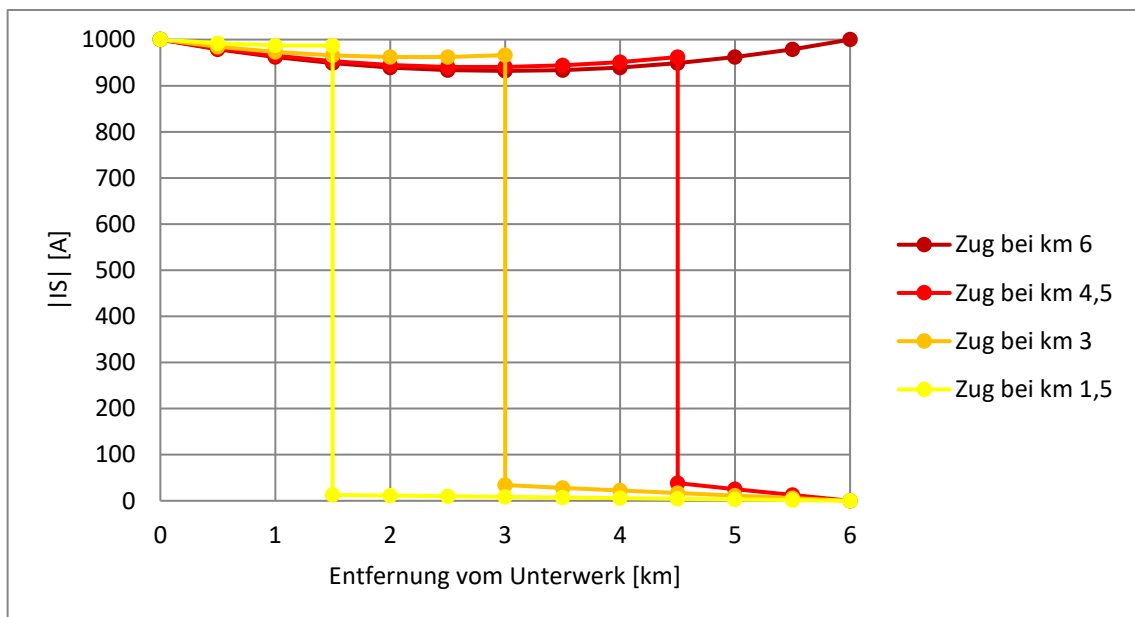


Abbildung 26: Betrag von I_S in Abhängigkeit der Entfernung vom Unterwerk für unterschiedliche Zugstandorte

Der Betrag der Schienenströme für die vier verschiedenen Zugpositionen ist in Abbildung 26 ersichtlich. Ein geringer Anteil des Rückstromes fließt jeweils vom Zug nach rechts über den auslaufenden Speisebezirksanteil in die Erde ab und kehrt in der Nähe des Unterwerks zu den Schienen zurück. Je näher der Zug sich am Unterwerk befindet, desto höher ist der Strom, der von dort aus direkt in Richtung Versorgung fließt.

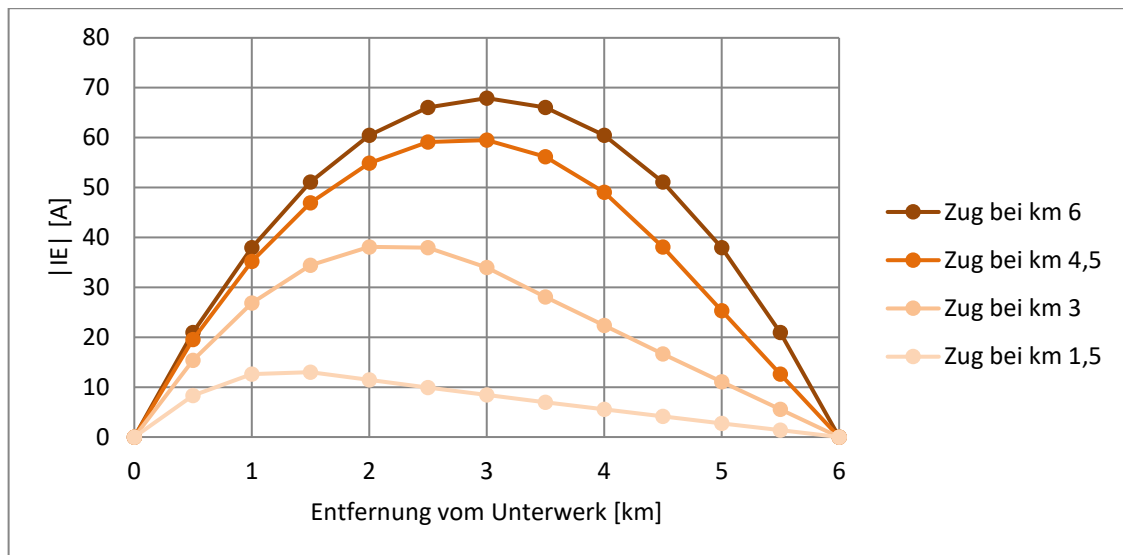


Abbildung 27: Betrag von I_E in Abhängigkeit der Entfernung vom Unterwerk

Abbildung 27 zeigt den Betrag des Erdstroms I_E entlang der Strecke. Das Maximum des Stromes befindet sich jeweils im Bereich zwischen Unterwerk und Zug. Befindet sich der Zug in der Nähe der Versorgung sind die ins Erdreich abfließenden Ströme stark reduziert.

4.2 Zweiseitige Speisung

Zur Berechnung der Spannungen und Ströme bei unterschiedlichen Zugpositionen für zweiseitige Speisung können die Gleichungen aus Abschnitt 3.3.3 herangezogen werden. Die gesamte Speisebezirklänge soll so wie im vorigen Abschnitt 6 km betragen. Da bei der zweiseitigen Speisung auch an Kilometer Sechs ein Unterwerk platziert ist, würde eine Zugposition direkt am Unterwerk 2 bei Kilometer Sechs zu keinen Spannungen und Strömen entlang der Strecke führen, da der gesamte Strom sofort zum UW2 zurückfließen würde. Tabelle 6 gibt die nötigen Variationen der Streckenlängen in den Gleichungen an, um die Werte für drei verschiedenen Zugstandorte zu berechnen.

Zugstandort bei km	l_1 [km]	l_2 [km]
1,5	1,5	4,5
3	3	3
4,5	4,5	1,5

Tabelle 6: Variation der Streckenlängen zur Berechnung unterschiedlicher Zugstandorte

Als Parameter für Schienenwiderstandbelag, Schienenableitungbelag und Strom I_0 sollen zur einfacheren Vergleichbarkeit wieder die Werte aus Tabelle 5 dienen.

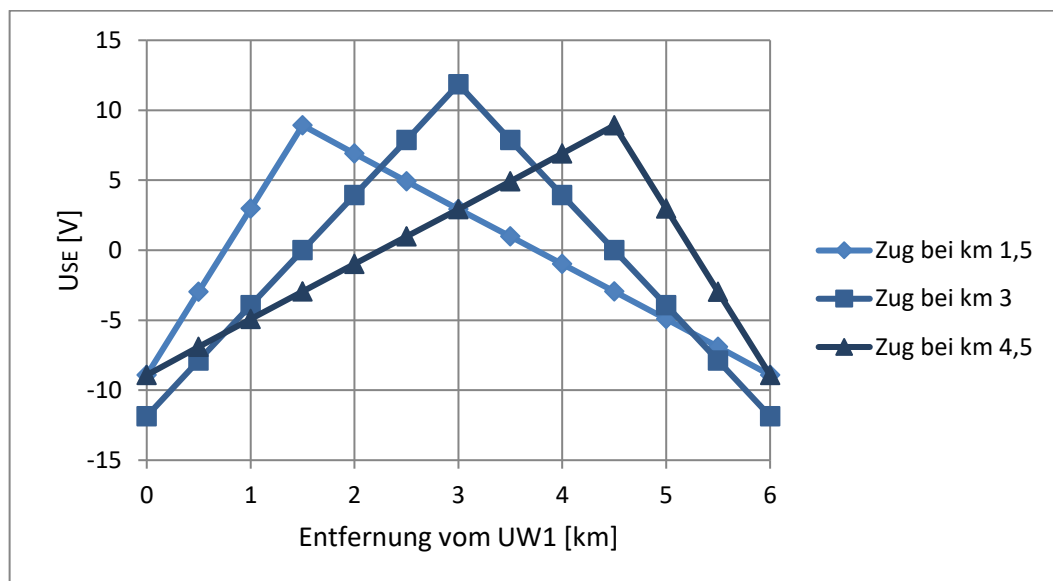


Abbildung 28: U_{SE} in Abhängigkeit der Entfernung vom Unterwerk 1 für unterschiedliche Zugstandorte

Abbildung 28 zeigt die Schiene-Erde Spannungen entlang der Strecke für die 3 gewählten Zugstandorte. Die höchste Spannung tritt dann auf, wenn sich der Zug in der Mitte des Speisebezirks befindet. Ist seine Position näher bei einem der Unterwerke, wird nicht nur die Spannung am Zug, sondern auch der Betrag der negativen Spannung an der Versorgung reduziert. Diese Verhältnisse sind bei der zweiseitigen Speisung symmetrisch.

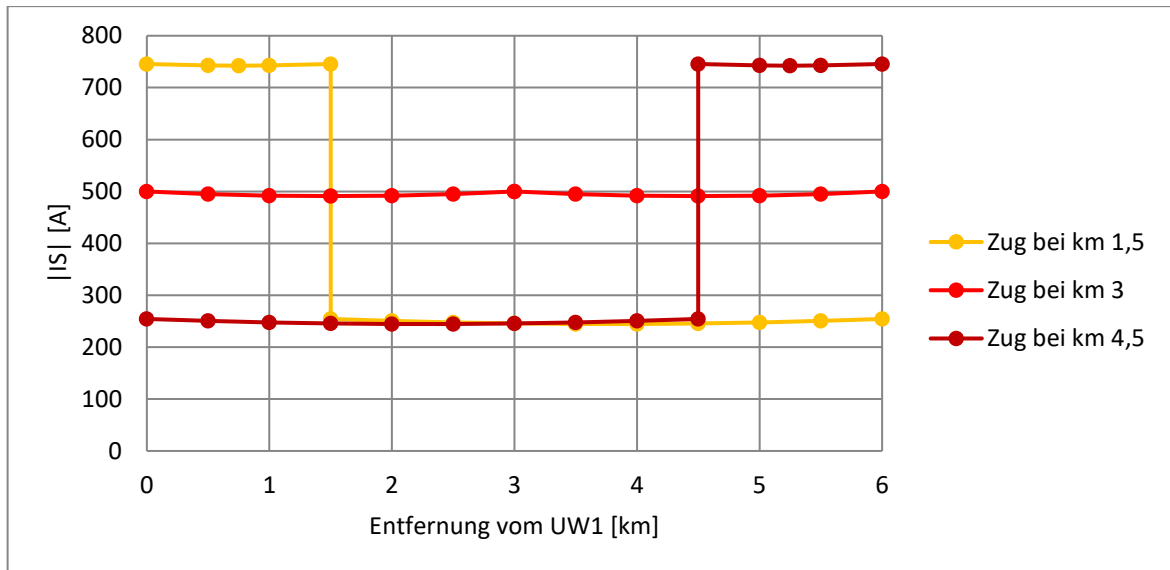


Abbildung 29: Betrag von I_S in Abhängigkeit der Entfernung vom Unterwerk 1 für unterschiedliche Zugstandorte

In Abbildung 29 ist der Betrag der Schienenströme entlang des gewählten Speisebezirks für die drei unterschiedlichen Zugstandorte dargestellt. Befindet sich der Zug in der Mitte des Abschnitts, fließen gleich hohe Ströme von der Zugposition symmetrisch nach links und rechts zu den beiden versorgenden Unterwerken zurück. Je näher sich der Zug bei einem der beiden Unterwerke befindet, desto höher ist der Strom, der von dort direkt zu diesem fließt. An den im Vergleich zur einseitigen Speisung relativ geraden Stromkurven ist bereits in diesem Diagramm ersichtlich, dass die in die Erde abfließenden Streuströme hier geringer sind.

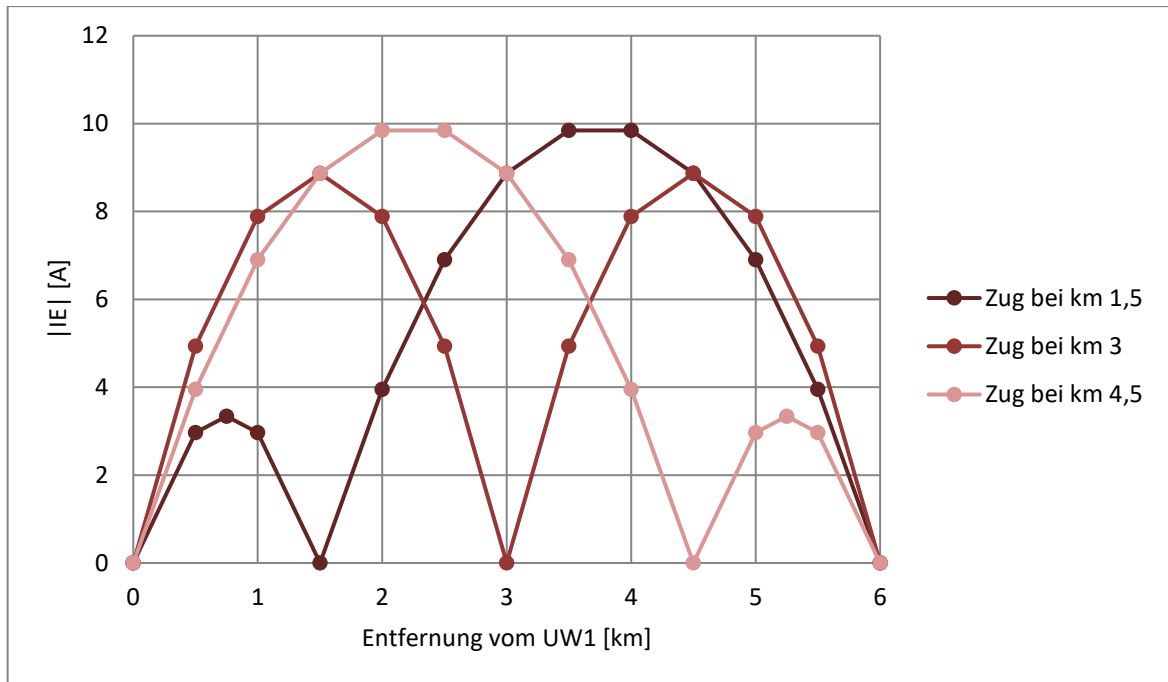


Abbildung 30: Betrag von I_E in Abhängigkeit der Entfernung vom Unterwerk 1 für unterschiedliche Zugstandorte

Den Betrag der in der Erde fließenden Ströme entlang des gewählten Speisebezirks zeigt Abbildung 30. Das Maximum des in die Erde abgeflossenen Stromes wird jeweils in der Mitte der Strecke zwischen Zug und Unterwerk erreicht. Der maximale Betrag von I_E wird nicht erreicht, wenn der Zug sich in der Mitte des Speisebezirks befindet. Wo dies geschieht, wird in Abschnitt 4.4 näher untersucht.

4.3 Vergleich der Spannungen bei einseitiger und zweiseitiger Speisung

Es soll nun genauer untersucht werden, an welchen Punkten die maximalen und minimalen Schiene-Erde Spannungen bei einseitiger und zweiseitiger Speisung auftreten und wie hoch diese sind. Dazu wird die Position des Zuges mithilfe des Verfahrens aus den Abschnitten 4.1 und 4.2 variiert und jeweils die maximale und minimale Spannung notiert. Es werden weiter die Parameter aus Tabelle 5 verwendet.

Bei einseitiger und zweiseitiger Speisung befindet sich die maximale positive Spannung zwischen Gleis und Erde immer am Gleis im Bereich des aktuellen Standort des Zuges. Die minimale Spannung wird an den versorgenden Unterwerken erreicht. Dies ergibt sich aus der für die Berechnungen benutzten technischen Stromrichtung. Gleichstrom fließt immer vom positiveren zum negativeren Potential.

Position des Zuges [km]	Einseitige Speisung		Zweiseitige Speisung	
	$U_{SE} \text{ max [V]}$	$U_{SE} \text{ min [V]}$	$U_{SE} \text{ max [V]}$	$U_{SE} \text{ min [V]}$
0	0,00	0,00	0,00	0,00
0,5	0,38	-7,61	3,65	-3,65
1	1,47	-14,46	6,62	-6,62
1,5	3,19	-20,58	8,92	-8,92
2	5,52	-25,99	10,55	-10,55
2,5	8,41	-30,71	11,53	-11,53
3	11,86	-34,77	11,86	-11,86
3,5	15,87	-38,17	11,53	-11,53
4	20,47	-40,94	10,55	-10,55
4,5	25,70	-43,08	8,92	-8,92
5	31,61	-44,61	6,62	-6,62
5,5	38,29	-45,52	3,65	-3,65
6	45,82	-45,82	0,00	0,00

Tabelle 7: Maximale Schiene-Erde Spannungen bei einseitiger und zweiseitiger Speisung für einen Speisebezirk mit $l=6\text{km}$

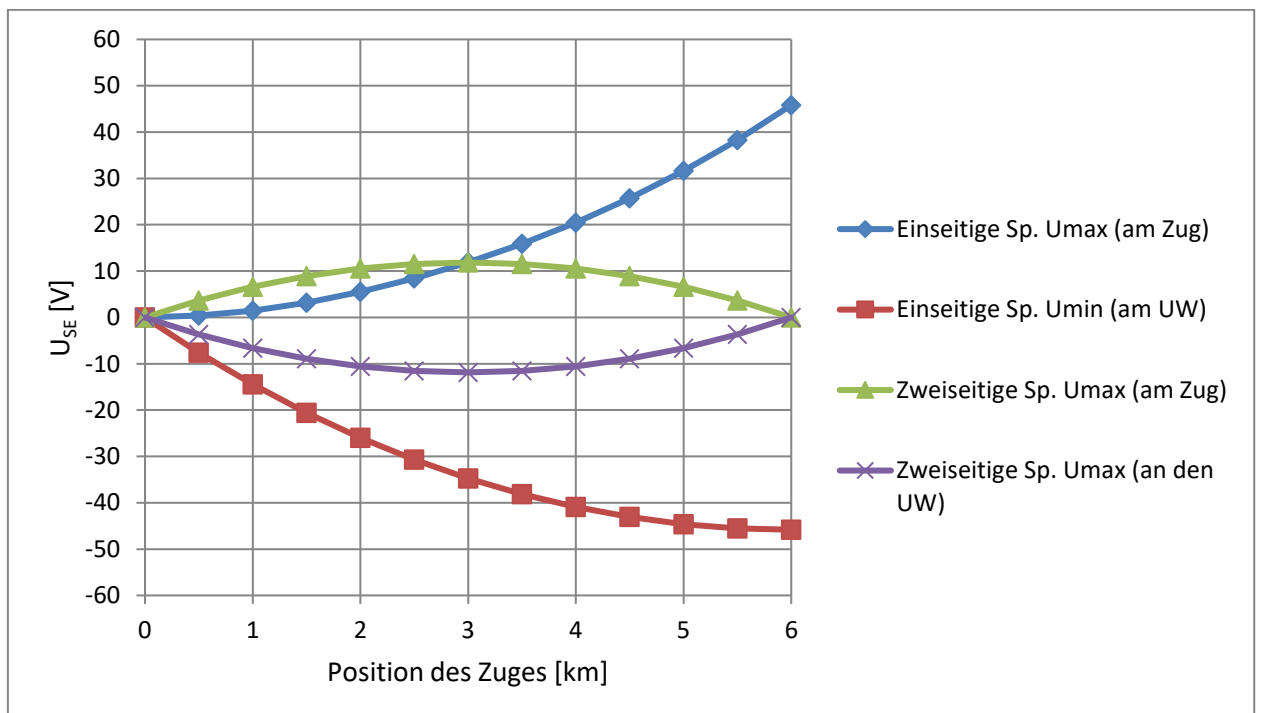


Abbildung 31: U_{SE} bei Variation der Zugposition bei einseitiger und zweiseitiger Speisung für einen Speisebezirk mit $l=6\text{km}$

Tabelle 7 gibt die Werte der maximalen und minimalen Spannungen entlang der Strecke an. Es ist zu erkennen, dass die negativen Spannungen am Unterwerk bei der zweiseitigen Speisung durchwegs höhere Absolutbeträge aufweisen wie bei der einseitigen Speisung. Am aktuellen Standort des Zuges weist die einseitige Speisung in einem Bereich von null-drei Kilometer Entfernung vom speisenden Unterwerk allerdings sogar eine geringere Spannung auf als die zweiseitige Speisung. Dies hängt mit dem Einfluss des auslaufenden

Streckenteils zusammen, über den sich ein Teil des Stromflusses bei der einseitigen Speisung schließt. Deshalb verteilen sich die positiven Spannungen in einem weiteren Bereich entlang der Strecke und die maximale Spannung am Zug wird reduziert.

Insgesamt ist also festzustellen, dass bei zweiseitiger Speisung der sich einstellende Spannungstrichter am Zug bei einer Position innerhalb der ersten Streckenhälfte kritischer ist als bei einseitiger Speisung. Im Bereich der zweiten Streckenhälfte steigt die Spannung bei einseitiger Speisung jedoch unverhältnismäßig stark an. Der negative Spannungstrichter am versorgenden Unterwerk ist generell bei der einseitigen Speisung auch bei einer Position des Zuges auf der ersten Streckenhälfte betragsmäßig mehr als doppelt so hoch. Während die negativen Spannungen bei zweiseitiger Speisung am Unterwerk in der zweiten Streckenhälfte sogar wieder symmetrisch zur ersten Hälfte sinken, steigen sie bei der einseitigen Speisung weiter an.

Die zweiseitige Speisung hat somit in Bezug auf die auftretenden Potentiale klare Vorteile gegenüber ihrer einseitigen Variante.

Es soll nun weiter untersucht werden, wie sich die Schiene-Erde-Spannungen am Zug und an den Unterwerken bei einer Speisebezirklänge von 40 km verhalten. Dies stellt die heute maximal verwendete Länge eines Speisebezirks dar. Es werden weiterhin die Parameter aus Tabelle 5 verwendet.

Position des Zuges [km]	Einseitige Speisung		Zweiseitige Speisung	
	$U_{SE} \max$ [V]	$U_{SE} \min$ [V]	$U_{SE} \max$ [V]	$U_{SE} \min$ [V]
0	0,00	0,00	0,00	0,00
5	13,90	-59,29	29,48	-29,48
10	32,60	-90,78	44,66	-44,66
15	45,78	-107,50	51,81	-51,81
20	53,91	-116,36	53,91	-53,91
25	59,31	-121,03	51,81	-51,81
30	65,25	-123,43	44,66	-44,66
35	79,17	-124,56	29,48	-29,48
40	124,90	-124,90	0,00	0,00

Tabelle 8: Maximale Schiene-Erde Spannungen bei einseitiger und zweiseitiger Speisung für einen Speisebezirk mit $l=40\text{km}$

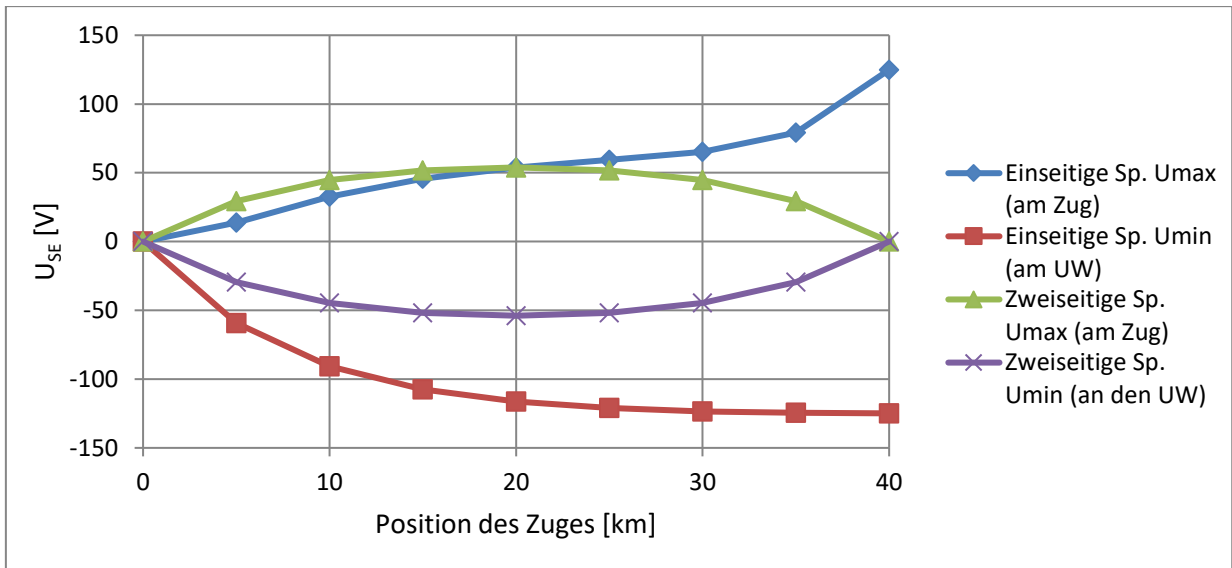


Abbildung 32: U_{SE} bei Variation der Zugposition bei einseitiger und zweiseitiger Speisung für einen Speisebezirk mit $l=40\text{km}$

Die Schiene-Erde-Spannung U_{SE} kann hier bei Verwendung der einseitigen Speisung im schlimmsten Fall (also bei Position des Zuges knapp vor Ende des Speisebezirks) über 100 Volt betragen. Bei zweiseitiger Speisung stellen sich auch hier stark verringerte Potentiale ein.

4.4 Vergleich der Erdströme bei einseitiger und zweiseitiger Speisung

Im Folgenden wird nun untersucht, wie sich die beiden Versorgungstypen bezüglich der auftretende Streuströme unterscheiden. Dabei interessiert nicht nur, welche Höhe der Erdstrom erreichen kann, sondern auch an welchen Positionen entlang der Strecke er auftritt.

Zur Berechnung der Erdströme bei einseitiger Speisung können die Formeln (3-44) bis (3-46) verwendet werden. Die Erdströme bei zweiseitiger Speisung liefern Formeln (3-63) und (3-64). Ansonsten werden weiter die gleichen Streckenparameter benutzt wie auch schon in Abschnitt 4.3.

Tabelle 9 gibt die maximalen Absolutbeträge des in die Erde abfließenden Stromes in Abhängigkeit des Zugstandortes an. Zudem sind die Positionen desselben vermerkt. Befindet sich der Zug direkt am Ort des speisenden Unterwerks, fließt der gesamte Strom sofort zur Versorgung zurück. In diesem Fall bilden sich keine Spannungen entlang der Strecke aus und es kommt zu keinem Stromübertritt ins Erdreich. Befindet sich der Zug bei zweiseitiger Speisung in der Mitte des Speisebezirks, gibt es aufgrund der hier auftretenden Symmetrie der Stromflüsse nach links und nach rechts zu den zwei versorgenden Unterwerken zwei Maxima.

Position des Zuges [km]	Einseitige Speisung		Zweiseitige Speisung	
	$ I_E \text{ max [A]}$	Position von $I_E \text{ max [km]}$	$ I_E \text{ max [A]}$	Position von $I_E \text{ max [km]}$
0	0,00	x	0,00	x
0,5	1,81	0,5	4,97	3,25
1	6,56	0,9	8,21	3,5
1,5	13,32	1,3	9,97	3,75
2	21,33	1,65	10,50	4
2,5	29,92	1,95	10,05	4,25
3	38,52	2,25	8,87	4,5
3	x	x	8,87	1,5
3,5	46,62	2,45	10,05	1,75
4	53,83	2,65	10,50	2
4,5	59,79	2,8	9,97	2,25
5	64,24	2,9	8,21	2,5
5,5	66,99	3	4,97	2,75
6	67,92	x	0,00	x

Tabelle 9: Maximaler Erdstrom I_E und seine Position bei einseitiger und zweiseitiger Speisung für einen Speisebezirk mit $l=6\text{km}$

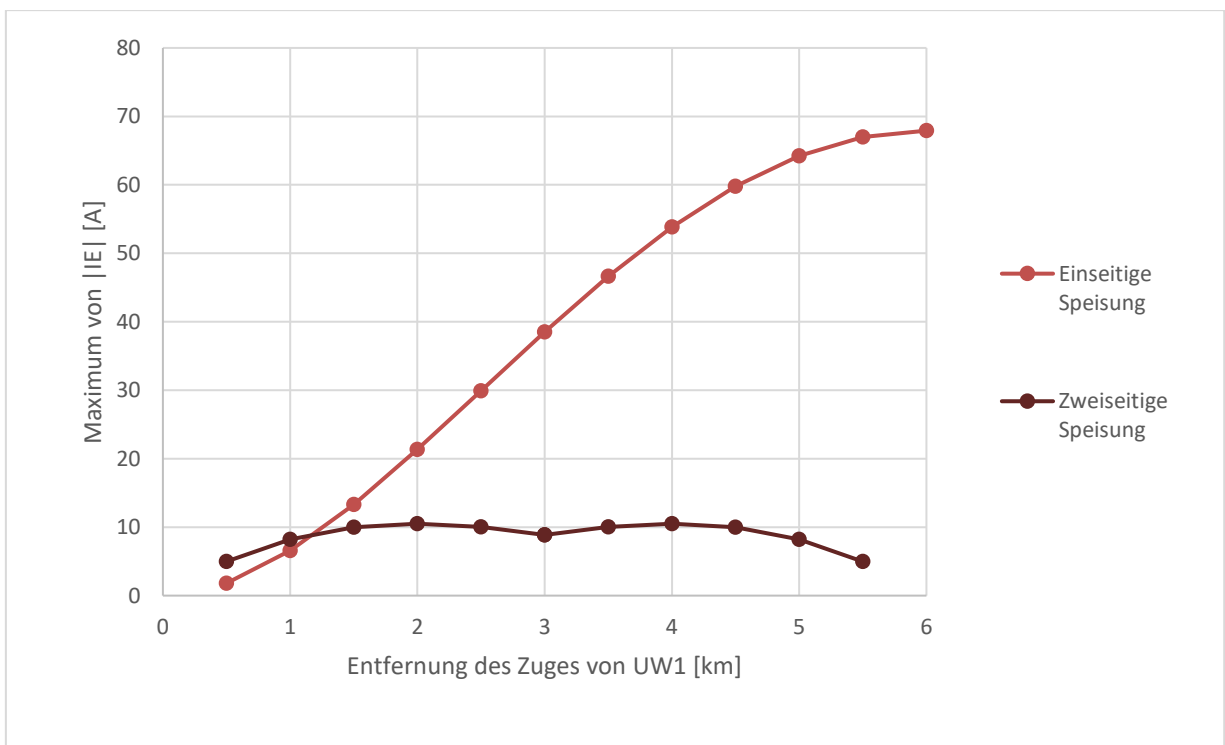


Abbildung 33: Maximaler Erdstrom I_E in Abhängigkeit der Position des Zuges im Speisebezirk

Der Betrag des maximal auftretenden in der Erde fließenden Stromes I_E ist grafisch in Abbildung 33 dargestellt. Bei der einseitigen Speisung wird der Strom umso höher, je weiter der Zug vom Unterwerk entfernt ist. Die Kurve flacht allerdings in der zweiten Hälfte des Speisebezirks merklich ab. Der Erdstrom ist bei der zweiseitigen Speisung nur ganz am

Anfang des betrachteten Speisebezirks bei Zugpositionen auf dem ersten Kilometer höher als bei der einseitigen Speisung. Danach erreicht er seine Maxima bei einem Drittel und bei zwei Dritteln der Strecke. Diese zwei Maxima sind jedoch im Vergleich zum maximalen Streustrom bei einseitiger Speisung stark reduziert. Während der Strom bei einem Drittel der Strecke nur etwas weniger als die Hälfte des Wertes für einseitige Speisung ausmacht. Sinkt dieses Verhältnis bis zu zwei Drittel der Strecke sogar auf unter ein Fünftel. Gegen Ende des Speisebezirks sinkt der maximale Streustrom bei zweiseitiger Speisung sogar auf ein Zehntel des Stromes bei einseitiger Speisung.

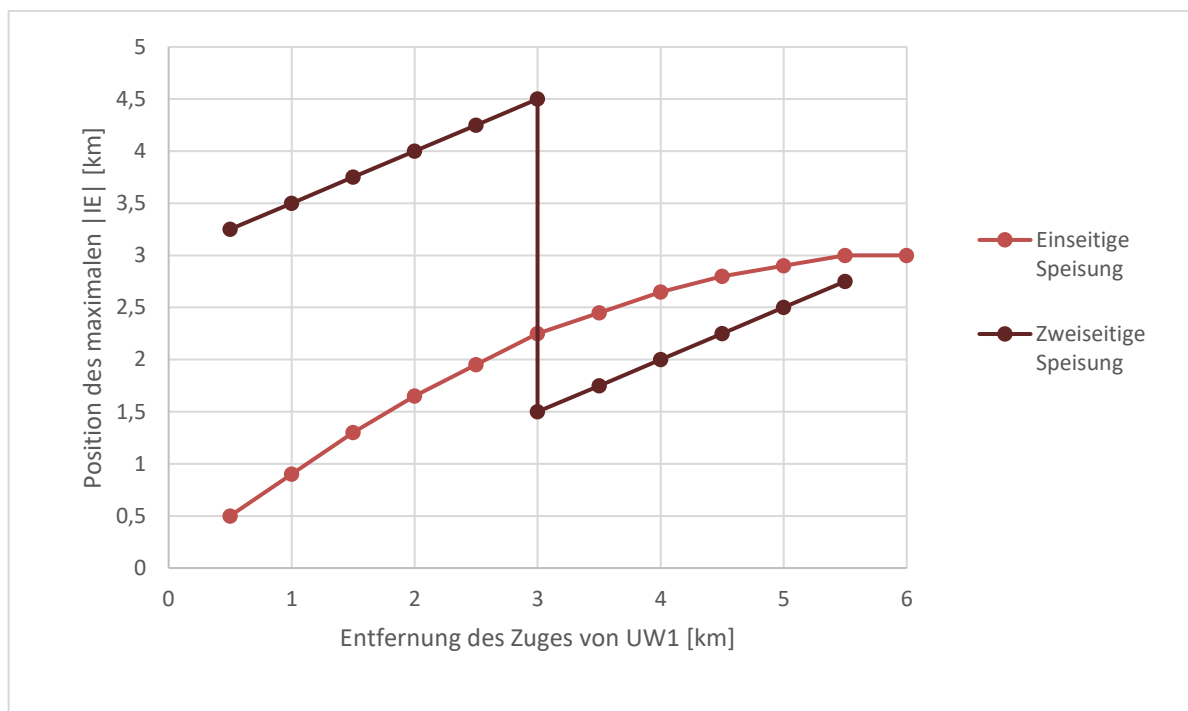


Abbildung 34: Position des maximalen I_E in Abhängigkeit der Position des Zuges

Die Position des maximalen Erdstroms I_E für Zugpositionen entlang des betrachteten Speisebezirks ist in Abbildung 34 dargestellt. Bei zweiseitiger Speisung befindet sich das Maximum jeweils auf der längeren Strecke zwischen Zug und Unterwerk. Befindet sich das Triebfahrzeug in der Mitte des Abschnitts, gibt es zwei Maxima jeweils in der Mitte der zwei Strecken zwischen Zug und den Unterwerken.

Bei einseitiger Speisung befindet sich das Maximum des Erdstroms ausschließlich auf der ersten Hälfte des Speisebezirks. Befindet sich der Zug am Ende des Speisebezirks, wird der Erdstrom genau in der Mitte des Abschnittes maximal. In diesem Fall könnten auch die Gleichungen für die einseitige Speisung ohne auslaufende Streckenteile zur Anwendung kommen. Bewegt sich der Zug nun Richtung speisendem Unterwerk, wandert auch der Ort des maximalen Streustroms Richtung Streckenanfang. Befindet er sich zu anfangs noch nahe an der Hälfte der gewählten Zugposition, schließt sich in der Folge immer mehr Stromfluss über den auslaufenden Streckenteil und die Erde, so dass sich das Maximum immer weiter in Richtung der gewählten Zugposition verschiebt.

Insgesamt ist somit anzumerken, dass bei einseitiger Speisung besonders die erste Hälfte des Speisebezirks von hohen Streuströmen betroffen ist. Bei zweiseitiger Speisung verteilen sich die Maxima der Streuströme aufgrund der Symmetrie dieses Versorgungstyps jedoch auf die gesamte Strecke. Der maximale in der Erde fließende Strom I_E tritt generell immer dort auf, wo die Schiene-Erde-Spannung verschwindet. Hohe Potentiale gegen Erde werden somit nicht an den Orten erreicht, wo hohe Erdströme zu erwarten sind. Auf diese Zusammenhänge ist bei Messungen an Strecken besonderer Augenmerk zu legen.

4.5 Der Einfluss auslaufender Streckenteile

Es wird nun genauer untersucht, in wie weit auslaufende Streckenteile die Spannungen und Ströme in einem Speisebezirk beeinflussen. Es wird wieder eine Speisebezirkslänge von sechs Kilometer gewählt, der Zug soll sich in der Mitte des Abschnittes bei Kilometer Drei befinden. Zudem werden alle Parameter des Systems und der vorgegebene Strom von einem Kiloampere gleich belassen wie auch in den vorigen Abschnitten. Tabelle 5 gibt somit weiter alle relevanten Systemgrößen an. Die Berechnung der Spannungen und Ströme soll einmal ohne auslaufende Streckenteile und einmal mit auslaufenden Streckenteilen mit $l=3\text{km}$ links und rechts des betrachteten Speisebezirks erfolgen.

4.5.1 Einseitige Speisung

Für die folgenden Berechnungen wird die einseitige Speisung herangezogen.

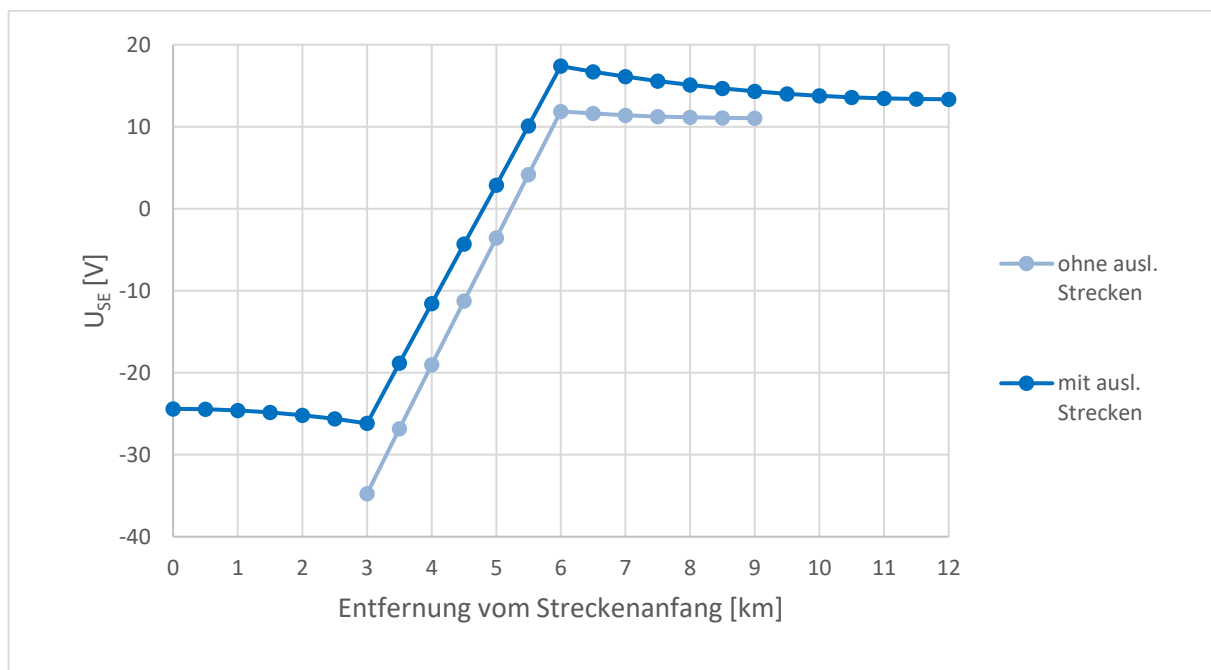


Abbildung 35: U_{SE} mit und ohne auslaufende Streckenteile entlang des gewählten Speisebezirks mit $l=6\text{km}$ bei einseitiger Speisung

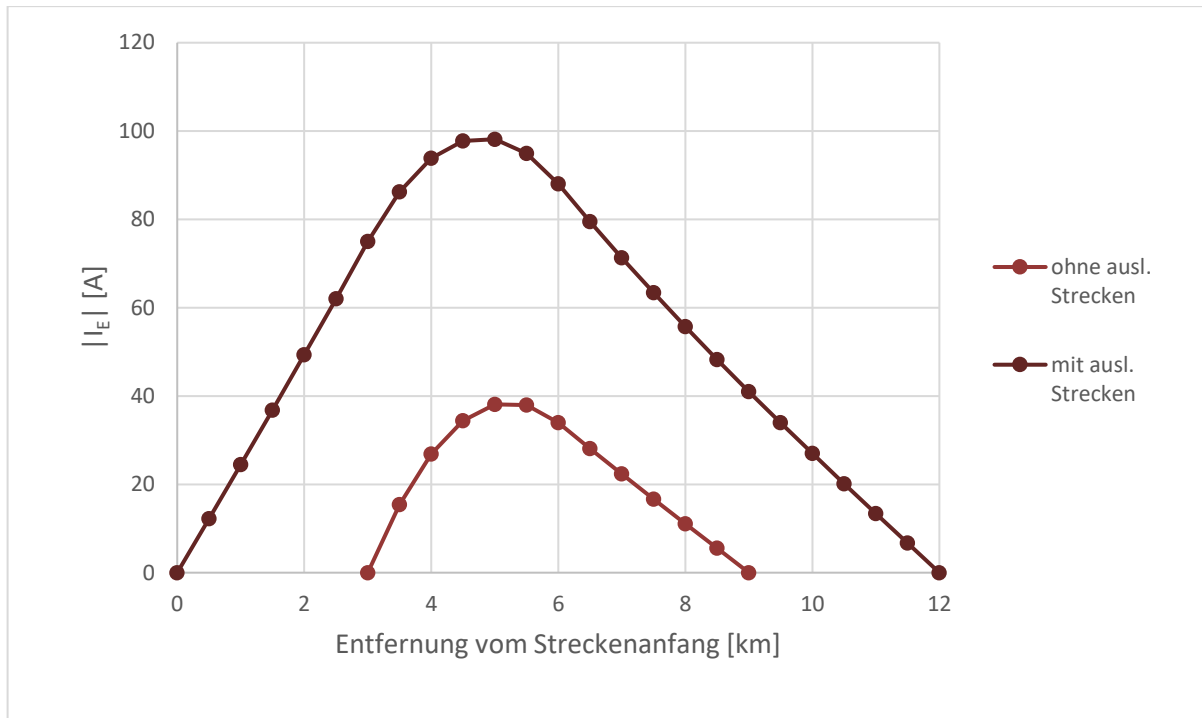


Abbildung 36: $|I_E|$ mit und ohne auslaufende Streckenteile entlang des gewählten Speisebezirks mit $l=6\text{km}$ bei einseitiger Speisung

Abbildung 35 zeigt den Verlauf der Schiene-Erde Spannung entlang der gewählten Streckenkonfiguration einmal mit und einmal ohne auslaufende Streckenteile, Abbildung 36 den Betrag des Erdstromes. Es ist gut zu erkennen, dass auslaufende Streckenteile zu einer Erhöhung der Streuströme in der Erde führen, da dem Schienenstrom für die Entweichung aus den Schienen nun größere Distanzen zur Verfügung stehen. Auch auf die Spannung hat dies einen maßgeblichen Einfluss. Die Spannungskurve entlang des betrachteten Speisebezirks wird in Richtung positiverer Werte verschoben. Der Spannungstrichter am Zug weist somit einen höheren Betrag auf. Der gesamte Spannungsabfall zwischen Zug und Unterwerk wird auch bei der Berechnung mit auslaufenden Streckenteilen maßgeblich durch den Schienenwiderstand bestimmt, durch das Verhältnis der gewählten Längen können sich hier allerdings geringe Unterschiede ergeben. Im gewählten Beispiel beträgt der Unterschied etwa drei Volt.

Es ist also nicht nur der Betrag des in der Erde fließenden Stromes erhöht, die höheren absoluten Potentialwerte im Bereich der Schienen am Standort des Zuges könnten auch zu einer größeren Gefährdung in Bezug auf Personenschutz führen.

4.5.2 Zweiseitige Speisung

Die gleiche Untersuchung wird nun bei zweiseitiger Speisung durchgeführt. Alle Längenverhältnisse werden gleich belassen, der Zug befindet sich wieder in der Mitte des Speisebezirks.

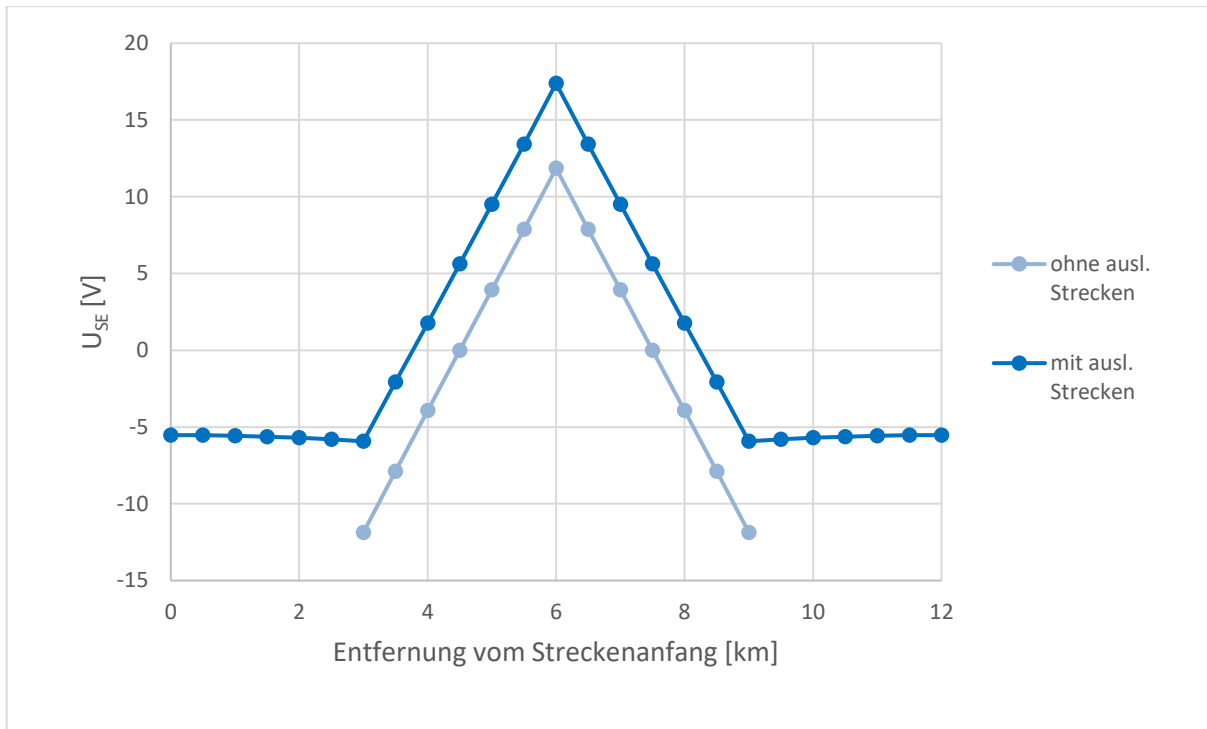


Abbildung 37: U_{SE} mit und ohne auslaufende Streckenteile entlang des gewählten Speisebezirks mit $l=6\text{km}$ bei zweiseitiger Speisung

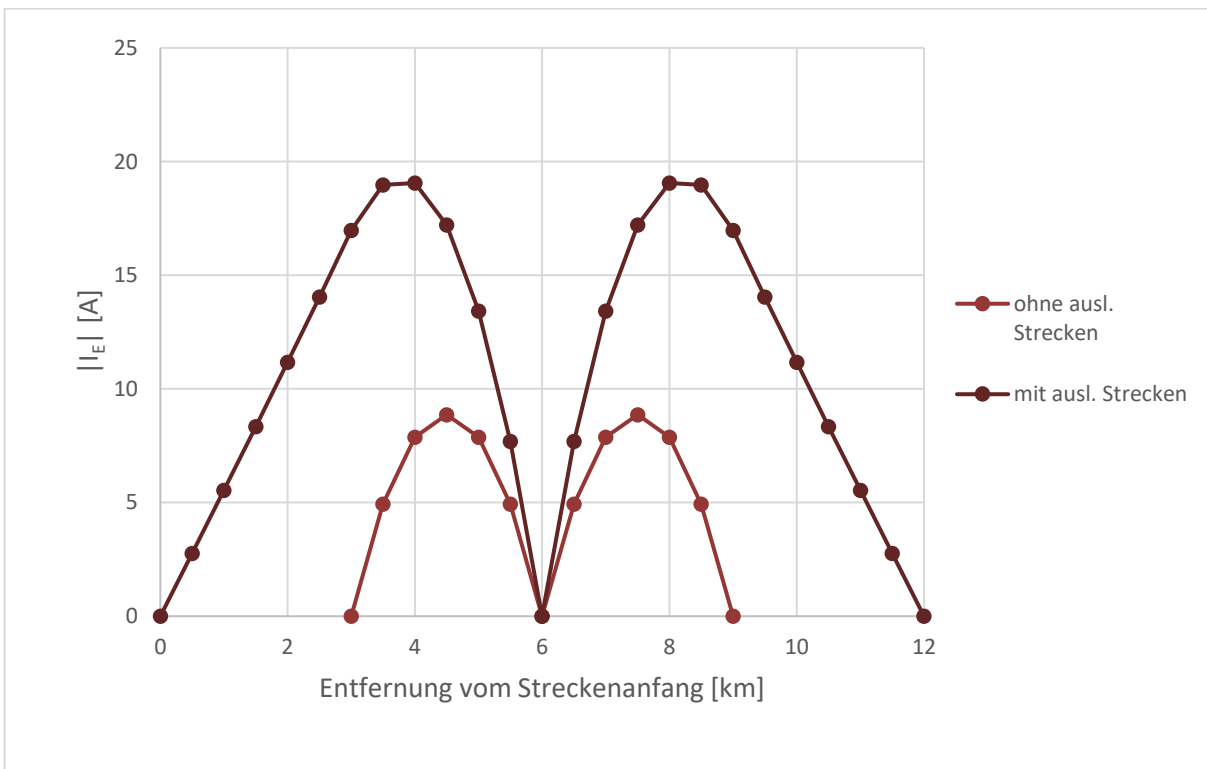


Abbildung 38: $|I_E|$ mit und ohne auslaufende Streckenteile entlang des gewählten Speisebezirks mit $l=6\text{km}$ bei zweiseitiger Speisung

Abbildung 37 zeigt den Verlauf der Schiene-Erde-Spannung U_{SE} , Abbildung 38 den Betrag des in die Erde abgeflossenen Stromes I_E entlang des gewählten Speisebezirks einmal mit

und einmal ohne auslaufende Streckenteile bei zweiseitiger Speisung. Auch hier führen die auslaufenden Streckenabschnitte zu einer Erhöhung des Erdstroms. Das Spannungsdreieck im Speisebezirk wird so wie auch bei der einseitigen Speisung in Richtung positiverer Werte verschoben.

Damit können die Erkenntnisse aus demselben Versuch mit einseitiger Speisung allgemeiner formuliert werden. Auslaufende Streckenteile führen generell zu einer Erhöhung der Streuströme, da den Schienenströmen größere Distanzen zur Verfügung stehen, um in den Boden einzudringen. Die Potentialverschiebung in positiver Richtung kann unter Umständen zu Problemen im Personenschutz führen, da der Spannungstrichter am aktuellen Standort des Zuges nun einen höheren Absolutbetrag aufweist.

5 Messung des Ableitungsbelages der Schienen $G's$ in der Praxis

Um ein Gefühl für Streustrombeeinflussungen an Objekten in der Praxis zu erlangen, wurden am 21. Und 22. April 2016 Messungen im Bereich der Station Muntigl auf der Strecke Salzburg-Lamprechtshausen durchgeführt. Diese Eisenbahnstrecke wird von der Salzburg AG betrieben. Die Salzburger Lokalbahn ist eine Gleichstrombahn mit einer Versorgungsspannung von einem Kilovolt. Die Triebwagen werden mit zweiseitiger Speisung versorgt. Zudem ist die Bahn mit einer Spurweite von 1435 mm, also Normalspur ausgeführt.

5.1 Messaufbau

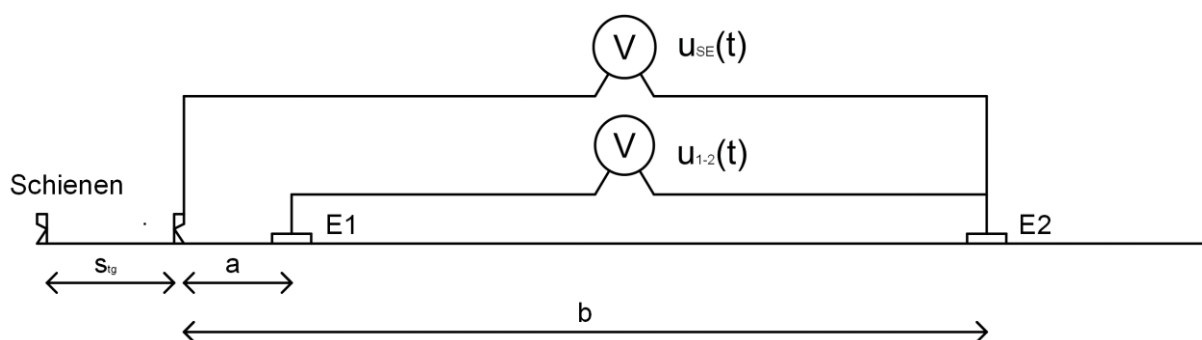


Abbildung 39: Messaufbau zur Bestimmung des Schienenableitungsbelags $G's$ (vgl. Arbeitsgemeinschaft DVGW/VDE für Korrosionsfragen (AfK), S. 58 Bild A-28)

Abbildung 39 zeigt den Messaufbau zur Bestimmung der Streustromaktivität U_{SCA} , aus der in weiterer Folge der Schienenableitungsbelag $G's$ berechnet werden kann. Es wurde die gesamte Schiene-Erde-Spannung $u_{SE}(t)$ bis zu einer horizontalen Entfernung von 30m zu den Gleisen sowie auch der Schienenpotentialgradient $u_{1-2}(t)$ von einer Entfernung von einem Meter zu den Gleisen bis zu einer Entfernung von 30 Metern aufgezeichnet. Zudem wurde auch die Objekt-Erde Spannung u_{RE} der Ferngasleitung aufgezeichnet, um eine Aussage über eine mögliche nachteilige Beeinflussung zwischen Eisenbahnstrecke und dem betreffenden Objekt zu erlangen. Die Spannungen wurden jeweils mit Hilfe von Datenloggern mit einer zeitlichen Auflösung von 0,5 Sekunden erfasst. Um die Datenmenge zu verringern, wurden sie bei der Auswertung allerdings auf ein Intervall von einer Sekunde erhöht. Die Messungen wurden jeweils über eine Zeit von etwa 20,5 Stunden durchgeführt.

5.2 Streustromaktivität U_{SCA}

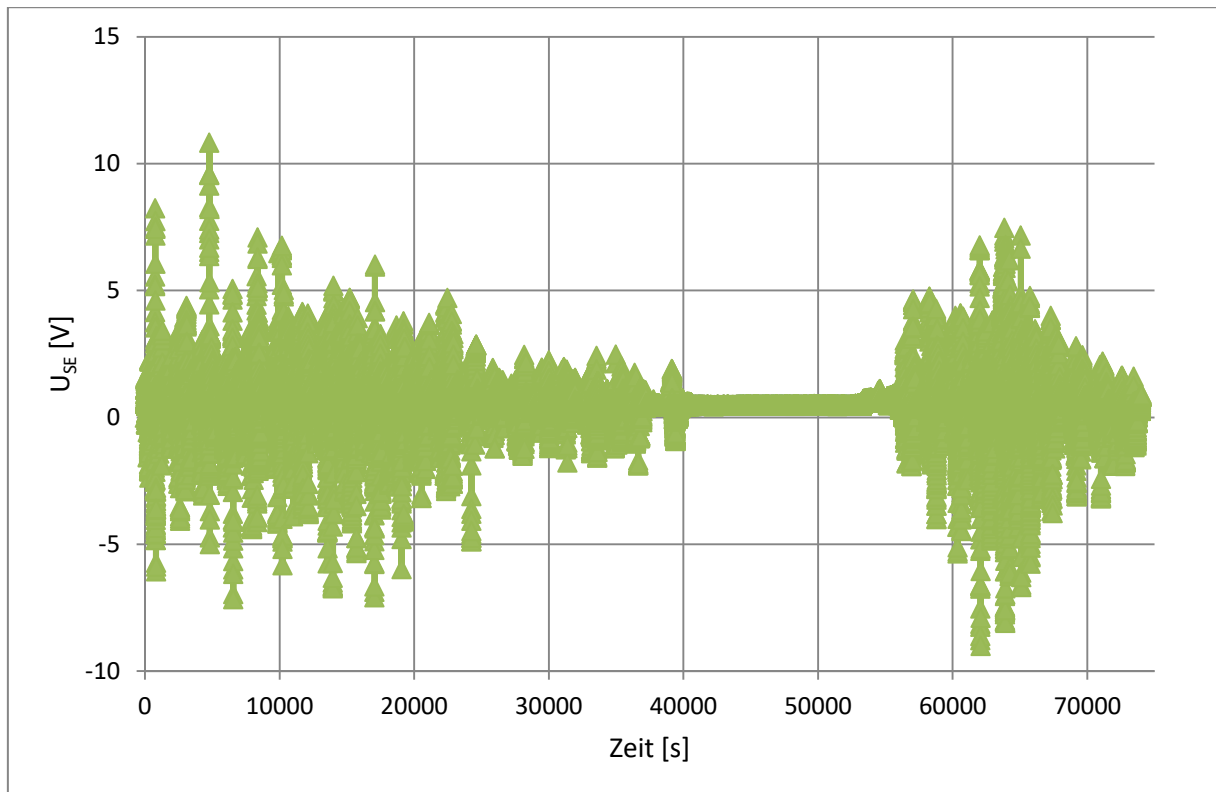


Abbildung 40: Schiene-Erde-Spannung für die gesamte Messzeit von 20,5 Stunden

In Abbildung 40 ist die Schiene-Erde Spannung $u_{SE}(t)$ für die gesamte Messzeit von etwa 20,5 Stunden, also 73800 Sekunden dargestellt. Als Einheit für die Zeitachse wurde die Sekunde gewählt. Die Messung wurde um 13:21 Uhr gestartet. In den ersten Stunden bis in den Abend wurden starke Potentialänderungen registriert. Dies ist hier der Häufigkeit des Zugverkehrs im Fahrplan geschuldet. Gegen Abend verkehren nur mehr wenige Züge und die Potentialänderungen und auch die Spitzen in positiver und negativer Richtung sinken. In der Nacht von 1 bis etwa 4 Uhr verkehren keine Züge. Hier wird nur mehr das Ruhepotential des Eisens der Schienen gegen Erde registriert. Die stärkste Häufigkeit der Potentialschwankungen ist schließlich am Morgen in der Zeit von 7 bis 8 Uhr zu sehen.

Abbildung 41 zeigt den Potentialgradienten zwischen den zwei gewählten Abständen der Elektroden von den Schienen. Hier wird nur ein Teil des kompletten Spannungstrichters abgegriffen. Dadurch sind die Absolutbeträge der Potentiale niedriger als jene des gesamten Spannungstrichters bis zur fernen Erde, die hinreichend genau als eine Entfernung von 30 Metern zu den Schienen angenommen werden kann.

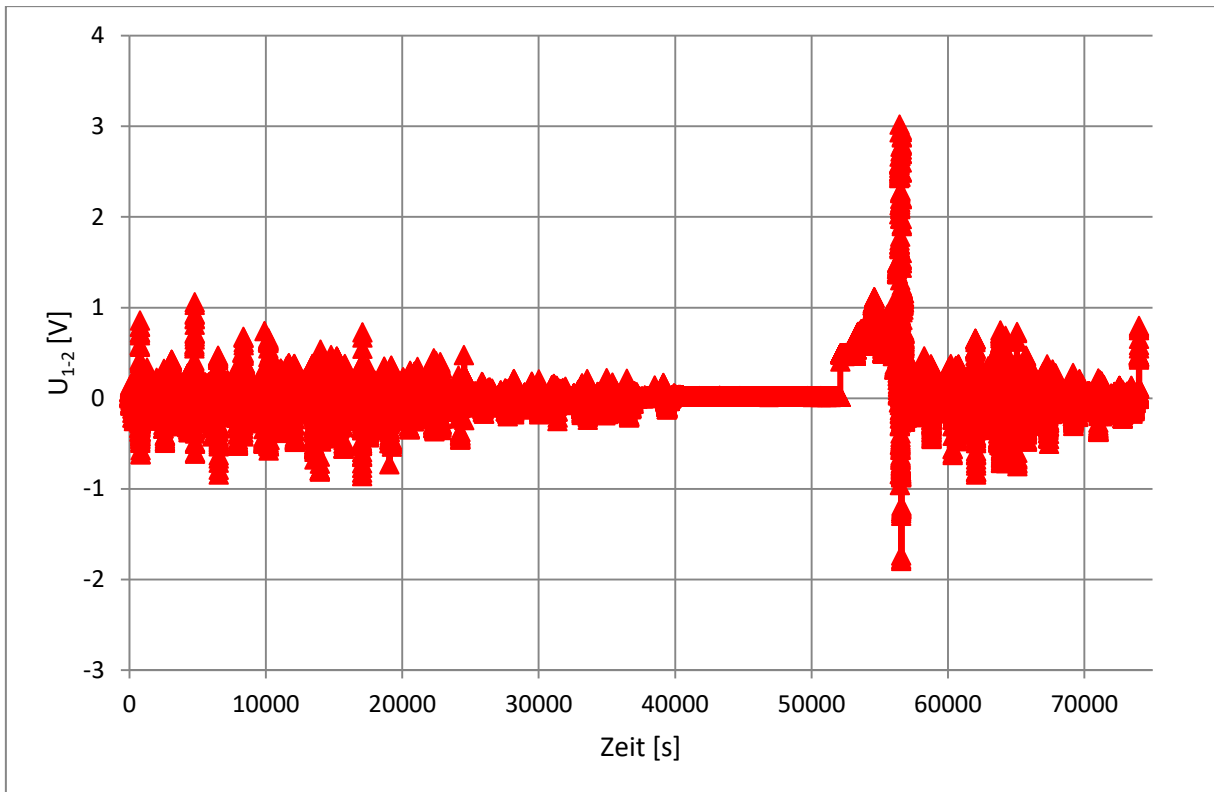


Abbildung 41: Schienenpotentialgradient für die gesamte Messzeit von 20,5 Stunden

Der arithmetische Mittelwert eines kontinuierlichen Signals kann mit Hilfe von Gleichung (5-1) berechnet werden.

$$\bar{U} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt \quad (5-1)$$

Der Effektivwert der Spannungsänderungen ergibt sich folglich zu:

$$\Delta U_t = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (u(t) - \bar{U})^2} \quad (5-2)$$

Die Spannung in Abbildung 40 kann somit als Mischsignal aus einem Gleichanteil (dem arithmetischem Mittelwert) und dem Effektivwert der Spannungsänderungen verstanden werden. Eine ausreichende Beschreibung des zeitlich veränderlichen Signals wird erreicht, in dem die Spannung U betrachtet wird, die an einem gedachten Widerstand R dieselbe Leistung erzeugt wie das zeitlich veränderliche Spannungssignal. Gleichung (5-3) stellt diesen Zusammenhang dar.

$$P_S = U^2 \frac{1}{R} = (\bar{U}^2 + \Delta U_t^2) \frac{1}{R} \quad (5-3)$$

Der Effektivwert der Spannungsänderungen ΔU_t ist somit ein Maß für die maximale mittlere Abweichung des Signals vom arithmetischen Mittelwert. Er wird als Streustromaktivität U_{SCA} bezeichnet.

$$U_{SCA} = \Delta U_t \quad (5-4)$$

Die Spannungen aus Abbildung 40 und Abbildung 41 sind allerdings keine kontinuierlichen Signale, sondern Messreihen mit einer bestimmten Auflösung auf der Zeitachse, in diesem Fall eine Sekunde. Die Gleichungen für den arithmetischen Mittelwert und den Effektivwert der Spannungsänderungen können in einem solchen Fall wie folgt angegeben werden. (vgl. Arbeitsgemeinschaft DVGW/VDE für Korrosionsfragen (AfK), S. 52-53)

$$\bar{U} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_i \quad (5-5)$$

$$U_{SCA} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (U_i - \bar{U})^2} \quad (5-6)$$

Zeitraum	U_{SCA}
13h-14h	0,136
14h-15h	0,148
15h-16h	0,146
16h-17h	0,163
17h-18h	0,183
18h-19h	0,162
19h-20h	0,123
20h-21h	0,066
21h-22h	0,061
22h-23h	0,055
23h-0h	0,046
0h-1h	0,033
1h-2h	0,003
2h-3h	0,003
3h-4h	0,004
4h-5h	0,048
5h-6h	0,123
6h-7h	0,183
7h-8h	0,245
8h-9h	0,102
9h-10h	0,077

Tabelle 10: Streustromaktivität U_{SCA} für alle betrachteten Zeiträume

Tabelle 10 gibt die Streustromaktivitäten für alle in der Messung betrachteten Zeiträume an. Grafisch sind die Ergebnisse in Abbildung 42 dargestellt. Die maximale Streustromaktivität wurde im Zeitraum von 7 bis 8 Uhr am Morgen gemessen. In der Zeit von 1 bis 4 Uhr wird sie praktisch 0, da hier keine Züge auf der Strecke verkehren.

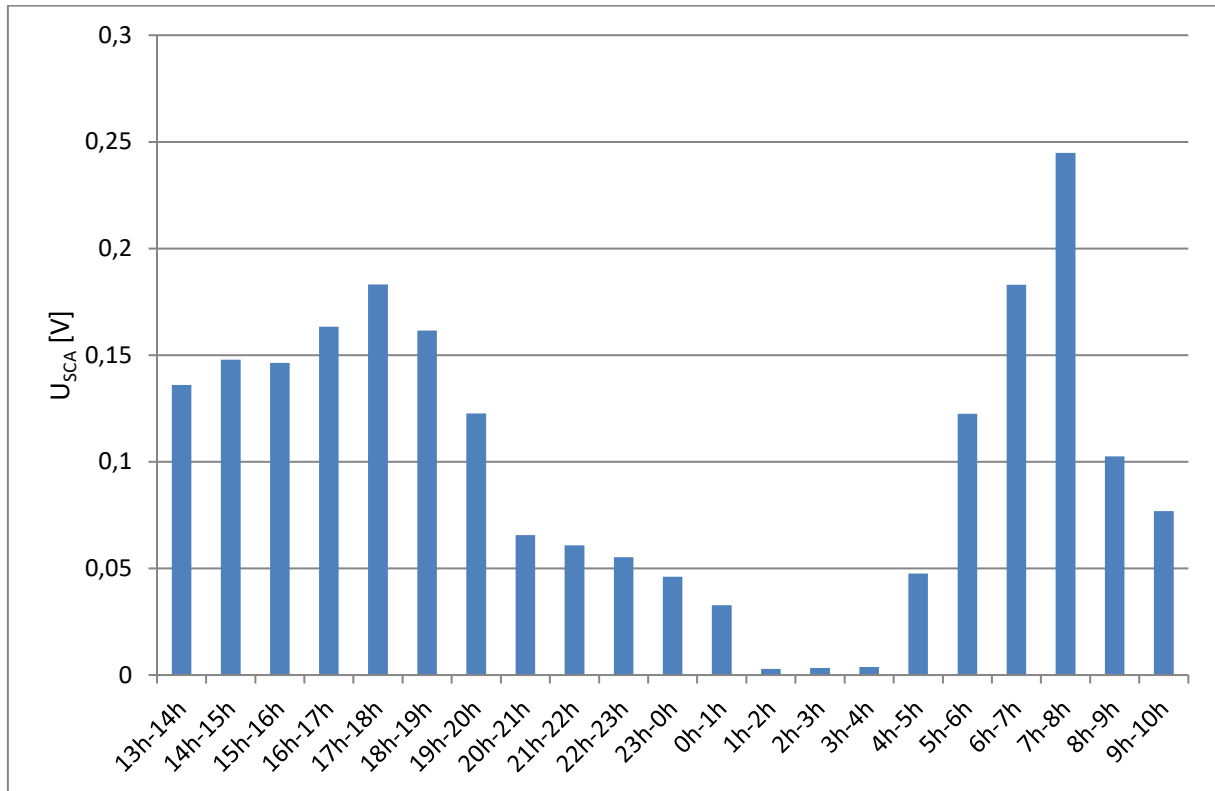


Abbildung 42: Streustromaktivität U_{sca} für alle 21 Messstunden

5.3 Potentialverschiebung in anodischer Richtung U_v

Ein statistisch zu ermittelnder Wert zur Bestimmung der Stärke der erfolgten Streustrombeeinflussungen am Objekt ist die Potentialverschiebung in anodischer Richtung U_v. Hier werden nur Zeitabschnitte betrachtet, in denen das Potential am Objekt höher als U_R ist. U_R stellt in diesem Zusammenhang das Potential am Objekt gegen Erde ohne Beeinflussung, also während der Betriebsruhe der Eisenbahn dar. Der zu bewertende Potentialverlauf am Objekt nimmt somit folgende Form an:

$$u_B(t) = \begin{cases} u(t) & \text{für } u(t) \geq U_R \\ U_R & \text{für } u(t) < U_R \end{cases} \quad (5-7)$$

Die Formel zur Bestimmung der Potentialverschiebung in anodischer Richtung lautet:

$$U_V = \frac{1}{T} \int_0^T u_B(t) dt - U_R \quad (5-8)$$

Sie beschreibt also die mittlere Abweichung der Spannung vom Wert der Spannung ohne Beeinflussung. Ist der zu bewertende Spannungsverlauf nicht durch ein kontinuierliches Signal gegeben, sondern durch eine Messreihe mit konkreten Werten auf der Zeitachse, können die Gleichungen folgendermaßen modifiziert werden. (vgl. Arbeitsgemeinschaft DVGW/VDE für Korrosionsfragen (AfK), S. 55-56)

$$U_i = \begin{cases} U & \text{für } U \geq U_R \\ U_R & \text{für } U < U_R \end{cases} \quad (5-9)$$

$$U_V = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n U_i \right) - U_R \quad (5-10)$$

Die Potentialverschiebung in anodischer Richtung U_V wird generell über einen Zeitraum von 24 Stunden ermittelt. Da die vorliegenden Messdaten nur über etwa 20,5 Stunden ermittelt wurden, muss die Bewertung dieses Zeitraums hier ausreichen. U_V ergibt sich also zu:

$$U_V = 0,2172 \quad (5-11)$$

5.4 Korrelationsrechnung

Die Korrelationsrechnung ist eine mathematische Methode, um zu bestimmen, ob ein ursächlicher Zusammenhang zwischen zwei verschiedenen Messgrößen besteht. Zusätzlich kann mit ihrer Hilfe das Streustromübertragungsmaß m_{SR} bestimmt werden, das zur Berechnung des Schienenableitwerts G'_S erforderlich ist (vgl. Arbeitsgemeinschaft DVGW/VDE für Korrosionsfragen (AfK), S. 56-57).

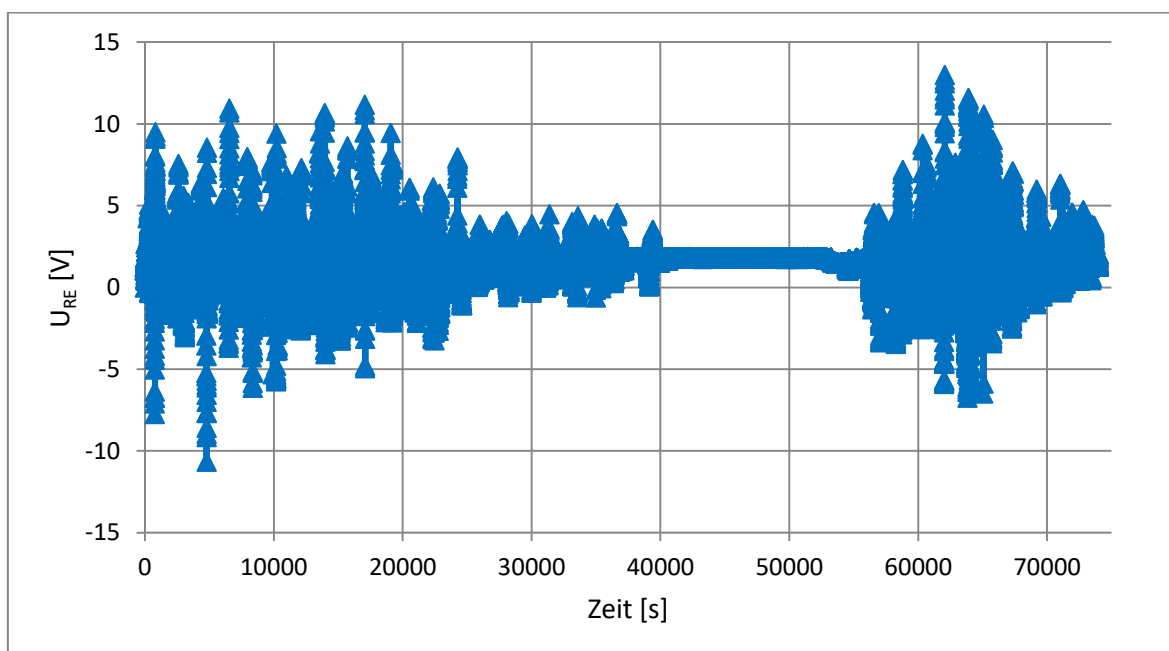


Abbildung 43: Objekt-Erde-Potential für die gesamte Messzeit von 20,5 Stunden

Abbildung 43 zeigt die Spannung zwischen Objekt und Erde für die gesamte Messdauer von 20,5 Stunden. Auf der Abszisse wurde die Zeit fortlaufend in Sekunden aufgetragen. Es werden nun diese Werte auf der Abszisse eines Diagramms aufgetragen und den Werten des Schiene-Erde Potentials auf der Ordinate für den jeweils gleichen Zeitpunkt zugeordnet. Abbildung 44 zeigt diese Korrelationsrechnung, wie sie in Microsoft Excel durchgeführt wurde. Durch Einfügen einer Trendlinie lässt sich der Zusammenhang genauer bewerten. Die Steigung der Trendlinie ist negativ. Erhöht sich das Objekt-Erde Potential um ein Volt, hat dies eine Verschiebung des Schiene-Erde-Potentials von 83,5 mV in negativer Richtung zur Folge. Das Bestimmtheitsmaß R^2 beträgt 0,9962, d.h. die Werte des Objekt-Erde-Potentials können mit einer Genauigkeit von 99,62 % aus den Werten des Schiene-Erde-Potentials berechnet werden. Es besteht somit ein ursächlicher Zusammenhang zwischen den beiden gemessenen Potentialen.

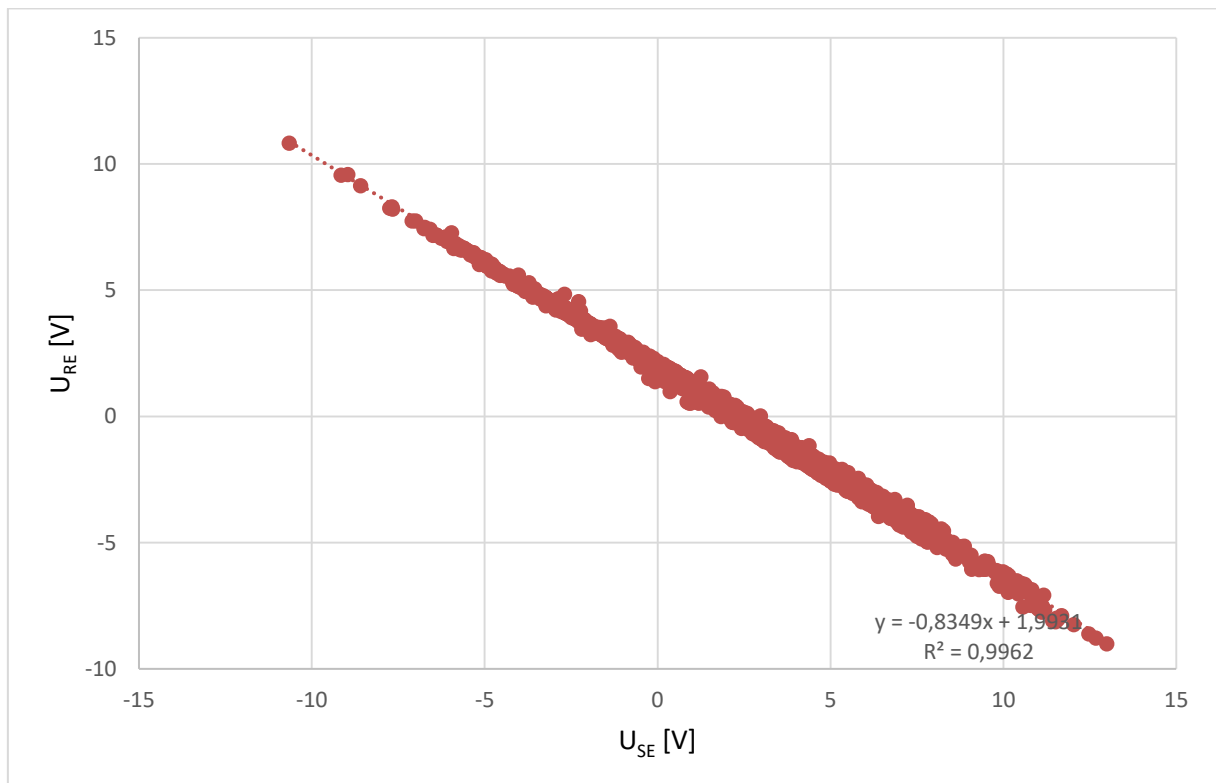


Abbildung 44: Korrelationsrechnung zur Bestimmung, ob ein Zusammenhang zwischen Rohr-Erde- und Schiene-Erde-Potentialen besteht

Abbildung 45 zeigt nun die Korrelationsrechnung, wie sie zur Bestimmung des Streustromübertragungsmaßes m_{SR} erforderlich ist. Auf der Ordinate ist der Schienenpotentialgradient zwischen Abständen von einem und 30 Meter zu den Schienen aufgetragen. Auf der Abszisse sind ihnen die Werte der Schiene-Erde-Spannung für dieselben Zeitpunkte zugeordnet. Es wird wieder eine Trendlinie ins Diagramm eingefügt, deren Formel einen Zusammenhang zwischen den beiden Datenreihen darstellt. Das Bestimmtheitsmaß weist mit 96,5% eine hinreichende Genauigkeit auf.

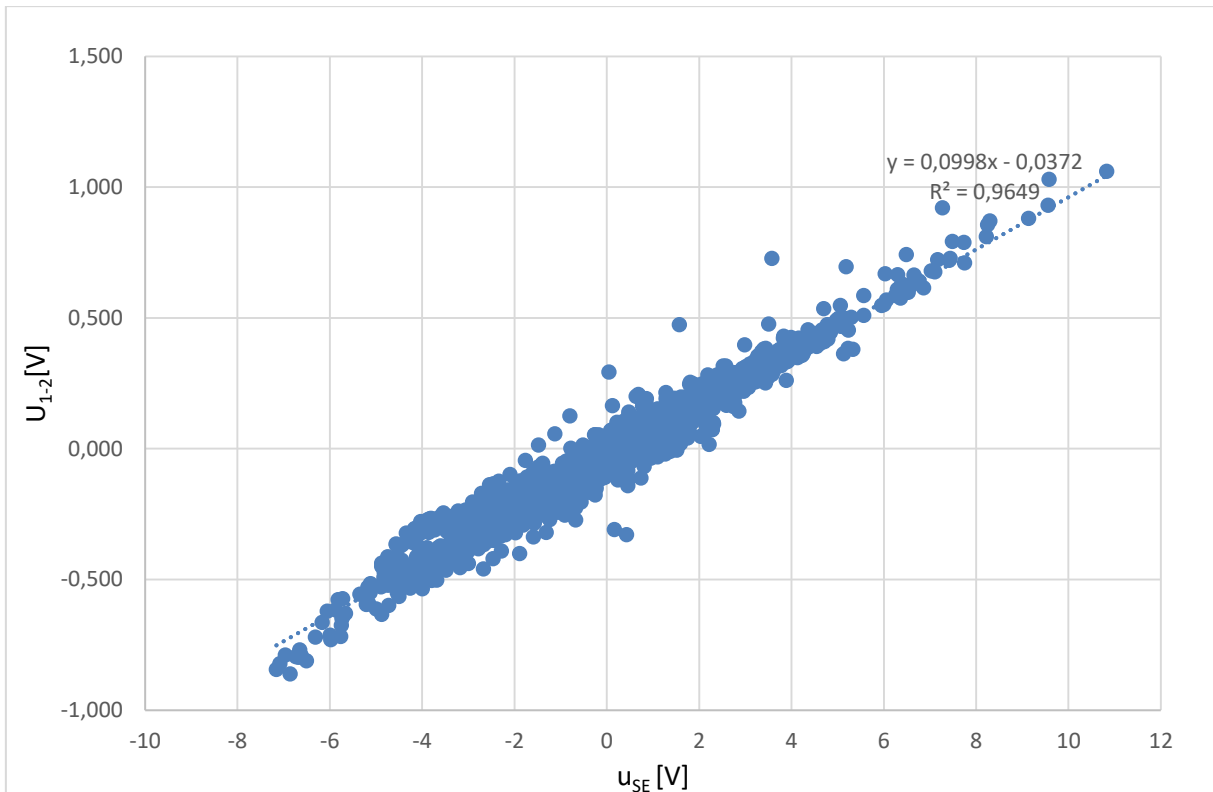


Abbildung 45: Korrelationsrechnung zur Bestimmung des Streustromübertragungsmaßes m_{SR}

Das Streustromübertragungsmaß ist die Steigung der Regressionsgeraden im Diagramm (vgl. Arbeitsgemeinschaft DVGW/VDE für Korrosionsfragen (AfK), S. 58).

$$m_{SR} = \frac{\Delta u_{1-2}(t)}{\Delta u_{RE}(t)} = 0,0998 \quad (5-12)$$

5.5 Berechnung des Schienenableitungsbelages

Aus dem Streustromübertragungsmaß und der Geometrie des Messaufbaus sowie der Spurweite kann der Schienenableitungsbelag G'_S berechnet werden. (5-13) gibt die Formel dazu für eingleisige Strecken an. (vgl. Arbeitsgemeinschaft DVGW/VDE für Korrosionsfragen (AfK), S. 59)

$$G'_S = \frac{m_{SR} \times \pi \times 2000}{\rho_E \times [\ln(b \times (b + s_{tg})) - \ln(a + s_{tg})]} \quad (5-13)$$

Der spezifische Widerstand des Erdreichs ρ_E wurde im Gebiet um den Messort mit $100 \Omega\text{m}$ ermittelt. Die Spurweite der Eisenbahn beträgt $1,435 \text{ m}$. Der Abstand der fernen Erde wurde mit 30 m definiert. Somit ergibt sich ein Ableitungsbelag der Schienen von:

$$G' = \frac{0,0998 \times \pi \times 2000}{100 \Omega m \times [\ln(30 m \times (30 m + 1,435 m)) - \ln(1 m + 1,435 m)]} \quad (5-14)$$

$$= 0,91672769 S/km$$

Der Ableitungsbelag des Schiene-Erde-Systems in einem Gleisabschnitt mit offenem Oberbau soll einen Ableitungsbelag von 0,5 S/km nicht übersteigen (DIN EN 50122-2 (VDE 0115-4), S. 7).

Somit wäre es nötig, am betrachteten Messort intensivere Messungen durchzuführen. Eine Aufzeichnung der Potentiale über ein Vielfaches von 24 Stunden wäre einer der nächsten zu setzenden Schritte.

5.6 Vergleich zwischen Messwerten und Berechnung

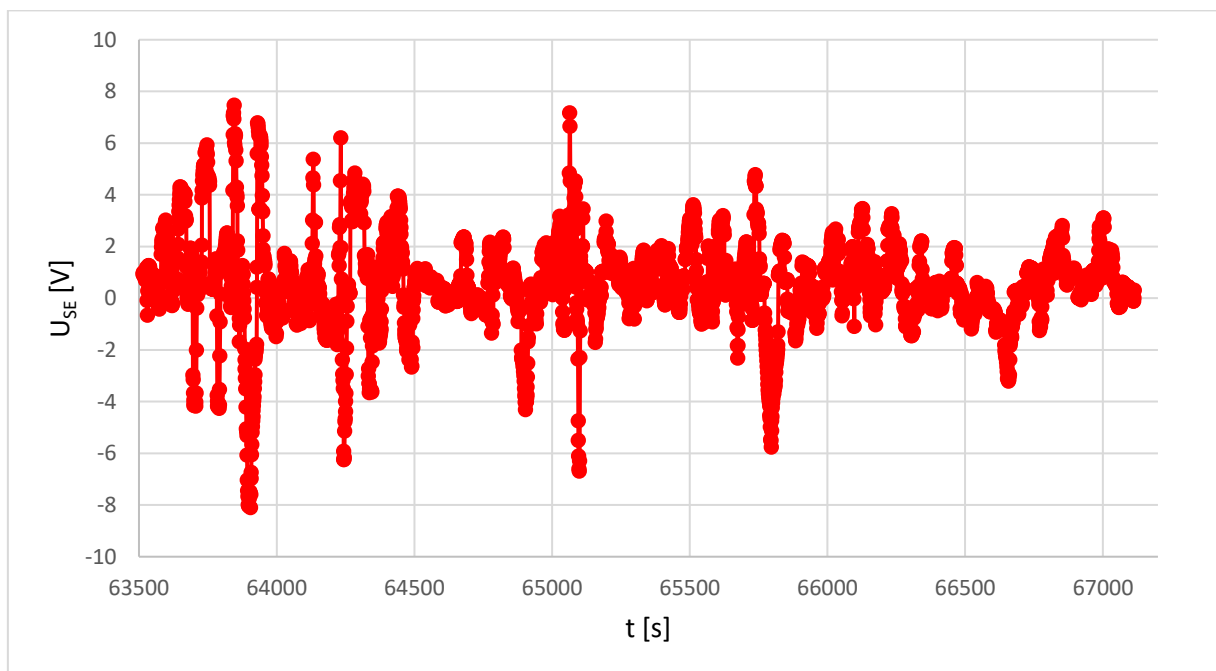


Abbildung 46: Schienenpotential in der Stunde mit der größten Streustromaktivität (7-8h)

Abbildung 46 zeigt den Verlauf des gesamten Schiene-Erde-Potentials U_{SE} in der Stunde mit der größten Streustromaktivität, also von 7 bis 8 Uhr. Es sind hierbei Spitzenwerte des Absolutbetrages von bis zu acht Volt zu sehen.

Mit den Gleichungen aus 3.3.4 und dem berechneten Schienenableitungsbelag aus dem vorangegangenen Abschnitt kann nun überprüft werden, ob die gemessenen Werte plausibel sind bzw. die Berechnungen ähnliche Schienenpotentiale für den Speisebezirk ergeben. Der Schienenwiderstand wurde mit 0,016 Ω/km angenommen. Die Salzburg AG stellte uns freundlicherweise Stromwerte für die betrachteten Zeiträume zur Verfügung. In der Zeit von 7 bis 8 Uhr lag der höchste Versorgungsstrom bei etwa 1200 A.

l_1 [km]	2,5
l_2 [km]	2,5
l_3 [km]	0,5
l_4 [km]	19,6
R'_s [Ω /km]	0,016
G'_s [S/km]	0,917
I_0 [A]	1200

Tabelle 11: Berechnungsparameter für die maximale erwartbare Schienenspannung am Messort

Der Messort lag ca. 500 Meter in Richtung Salzburg in der Nähe der Station Muntigl. Unterwerke sind sowohl in Muntigl bei Kilometer 5,5 als auch in Hagenau bei Kilometer 2,5 vorhanden. Die Strecken von Hagenau nach Salzburg zum Streckenanfang bzw. von Muntigl nach Lamprechtshausen bis zum Streckenende werden als auslaufende Streckenteile angenommen. Die höchste Spannung ergibt sich bei zweiseitiger Speisung am Messort dann, wenn der Zug eben jenen Ort gerade passiert. Die Streckenlängen für die maximal mögliche Spannung können also mit den Werten aus Tabelle 11 angenommen werden. Es ergibt sich somit ein Spannungsverlauf entlang der Strecke für maximalen Strom, wie er in Abbildung 47 dargestellt ist. Die Spannungsspitze befindet sich bei knapp über sieben Volt. Die fehlende Differenzspannung zu den gemessenen acht Volt könnte entweder durch Ungenauigkeiten bei der Messung des Ableitungsbelages, der Messung des spezifischen Bodenwiderstands oder durch einen durch Alterung erhöhten Schienenwiderstandsbelag erklärt werden.

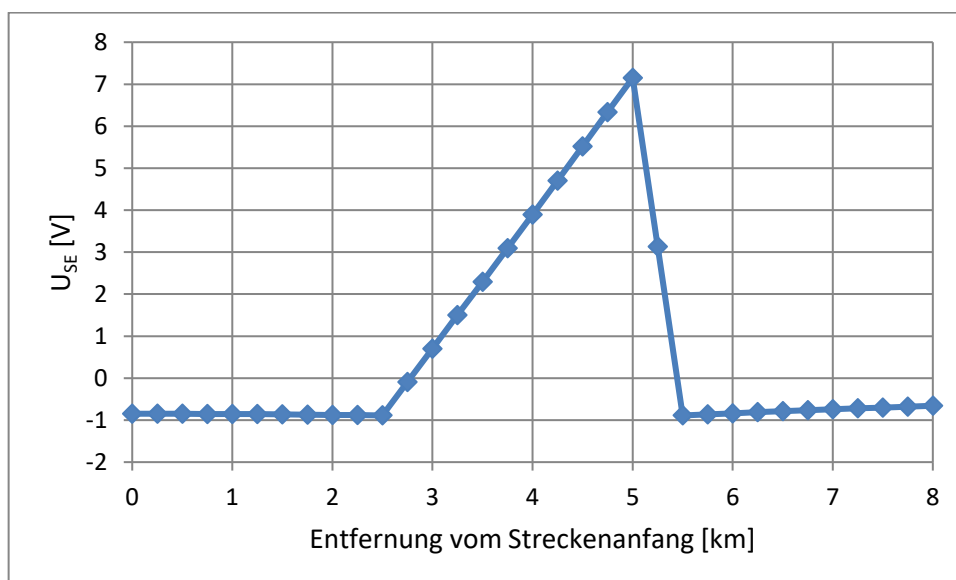


Abbildung 47: Schiene-Erde-Spannung in Abhängigkeit der Entfernung vom Streckenanfang für die Parameter aus obiger Tabelle

6 Finite-Elemente Simulation mit Comsol

Um die Berechnungen aus Abschnitt 3 zu verifizieren, wird nun ein einfaches Modell aus finiten Elementen erstellt. Da hier besonders die Stromverteilungen in den einzelnen Medien interessieren, muss das stationäre elektrische Strömungsfeld simuliert werden. Potentiale stellen sich hier aufgrund der Stromverteilungen ein. Zudem ist es erforderlich, eine 3-D-Simulation durchzuführen, da es in zwei Dimensionen nur beschränkt möglich wäre, eine Aussage über Ort, Betrag und Richtung der Ströme zu erreichen. Comsol ist ein modular aufgebautes Finite-Elemente-Programm, das eben jene Anforderungen erfüllt. Das Programm wurde in der Version 5.1 als für die Technische Universität Graz lizenzierte Studentenversion verwendet. Es mussten lediglich die allgemeinen Funktionen des Programmes sowie das AC-DC Modul benutzt werden.

6.1 Die Maxwell'schen Gleichungen für das stationäre elektrische Strömungsfeld

Die Gleichungen für das stationäre elektrische Strömungsfeld erhält man, indem man in den Maxwell'schen Gleichungen die Zeitableitungen vernachlässigt. In diesem Fall ergibt sich für das Induktionsgesetz der Zusammenhang in (6-1). Die elektrische Feldstärke ist im stationären Fall also wirbelfrei. Aus der Kontinuitätsgleichung, die aus dem Ampereschen Gesetz gewonnen werden kann, ergibt sich Gleichung (6-2). Die Bedeutung dieser Gleichung ist, dass das Feld der elektrischen Stromdichte keine Quellen besitzt.

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0} \quad (6-1)$$

$$\operatorname{div} \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (6-2)$$

Die zugehörige Materialgleichung lautet:

$$\vec{J} = \gamma \vec{E} \quad (6-3)$$

Aufgrund der Wirbelfreiheit des elektrischen Feldes ist es möglich, dieses durch Gradientenbildung aus einem Skalarpotential abzuleiten. V ist das sogenannte elektrische Skalarpotential, mit dessen Hilfe alle elektrostatischen Probleme sowie Probleme des stationären Strömungsfeldes gelöst werden können.

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} V \quad (6-4)$$

Durch Einsetzen des Ausdrucks für die elektrische Feldstärke in die Materialgleichung ergibt sich:

$$\vec{j} = -\gamma \text{grad } V \quad (6-5)$$

Weiteres Einsetzen dieses Terms in (6-2) führt zu:

$$-\text{div}(\gamma \text{grad } V) = 0 \quad (6-6)$$

Dies ist die allgemeine Laplace'sche Differentialgleichung für das stationäre elektrische Strömungsfeld. Durch Lösung dieser Gleichung mit geeigneten Randbedingungen ist es möglich, alle Probleme des stationären elektrischen Strömungsfeldes zu behandeln. (vgl. Simonyi, 1989, ISBN 3-326-00045-6, S. 87-88)

6.2 Geometrie

Um ein Problem jeglicher Art in Comsol zu behandeln, ist es zu aller Erst erforderlich, eine geeignete Geometrie zu entwerfen. Comsol bietet unterschiedliche Funktionen dieser Art, unter anderem auch die Möglichkeit eine Geometrie aus anderen Programmen zu importieren. Da zweidimensionale Zeichnungen sehr gut mit Autocad erstellt werden können, wurde die Entscheidung getroffen, die Geometrie zuerst dort zu entwerfen und dann in Comsol zu importieren. Abbildung 48 zeigt die so erstellte zweidimensionale Zeichnung in ihrer gesamten Ausdehnung. Als ferner Rand wurde ein Kreis mit einem Radius von einem Kilometer gewählt. Der Boden wurde in einen Nah- und in einen Fernbereich unterteilt. Diese beiden Bereiche wurden so gewählt, dass sie den selben Querschnitt aufweisen.

Der Querschnitt des Fernbereichs errechnet sich zu:

$$A_F = r_F^2 \times \pi = (1000 \text{ m})^2 \times \pi = 3141592,6 \text{ m}^2 \quad (6-7)$$

Der Radius des Nahbereichs mit der Hälfte des Querschnitts ergibt sich dann zu:

$$r_n = \sqrt{\frac{A_F}{2\pi}} = \sqrt{\frac{3141592,6 \text{ m}^2}{2\pi}} = 707,1 \text{ m} \quad (6-8)$$

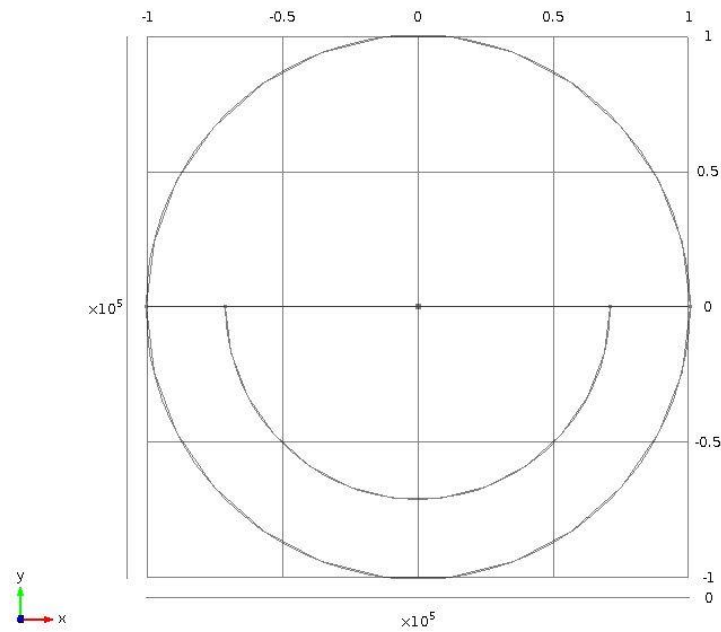


Abbildung 48: 2D-Ansicht des Modells (Radius 1km, Einheiten in cm)

Die zu simulierende Eisenbahnstrecke befindet sich im Zentrum und ist hier aufgrund der Größenverhältnisse kaum zu erkennen. In Abbildung 49 ist sie stark vergrößert dargestellt, so dass die genauen Dimensionen deutlicher erkennbar sind. Die Schienen werden als rechteckige Leiter mit den Dimensionen 12,5 x 5,5 cm simuliert. Dies entspricht annähernd dem Querschnitt des Schienenprofils S54. Die Kontaktfläche zum Oberbau wurde mit 12,5 cm Breite angenommen, da dies auch die übliche Breite des Schienenprofils am Boden ist. Der Oberbau wurde vereinfacht ebenso als rechteckig mit den Dimensionen 309 x 50 cm angenommen. Der Einfluss eines möglicherweise vorhandenen Unterbaus oder der Schwellen als Kontaktfläche zwischen Schienen und Oberbau wurde vernachlässigt.

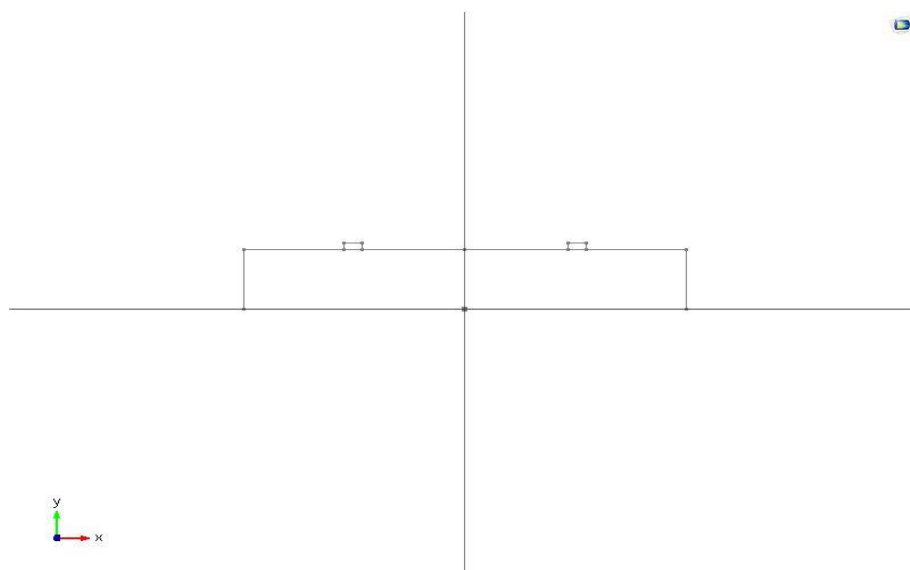


Abbildung 49: Zoom auf die Geometrie des Oberbaus und der Schienen

Die zweidimensionale Geometrie wurde in weiterer Folge in Comsol importiert und dann mit Hilfe des Programms in Schritten von 100 Meter in die z-Richtung extrudiert. So existieren im Modell jeweils alle 100 Meter Kontaktflächen, die später zur Berechnung der Ströme in diesen Entfernungen verwendet werden können. Zudem zeigte sich, dass das Modell für das Programm bei Definition mehrerer Teilbereiche einfacher berechenbar ist. Abbildung 50 zeigt die fertige Geometrie in Comsol.

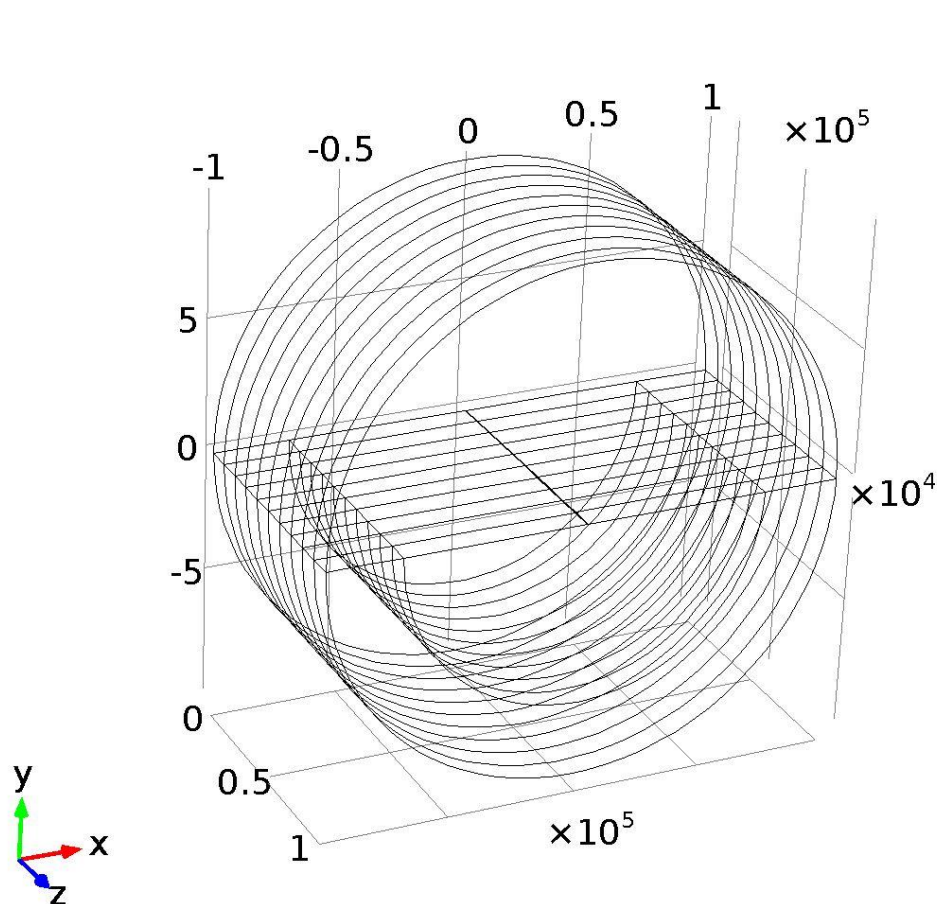


Abbildung 50: Ansicht des in Comsol extrudierten Modells, Einheiten in cm

6.3 Materialkonstanten

Als nächster Arbeitsschritt mussten die Materialien für die Einzelbereiche definiert werden, und ihre Materialkonstanten eingegeben werden.

	Typ	Material	ϵ_r	γ [S/m]
Gebiet 1	Erde	Sand, Kies	3,9	0,01
Gebiet 2	Oberbau	Schotter	4	$4 \cdot 10^{-4}$
Gebiet 3	Schienen	Stahl	100	$4,5 \cdot 10^6$
Gebiet 4		Luft	1	0

Tabelle 12: Verwendete Materialien und ihre Konstanten (Dielektrizitätszahlen und Leitfähigkeiten)

Tabelle 12 zeigt alle verwendeten Materialien und ihre Dielektrizitätszahlen sowie Leitfähigkeiten. Der spezifische Erdwiderstand wurde mit $100 \Omega\text{m}$ gleich wie auch schon bei den Berechnungen in Abschnitt 5.5 angenommen. Dies entspricht einem Boden aus Sand bzw. Kies. Der mittlere spezifische Widerstand von trockenem Schotter für den Oberbau ist mit $2500 \Omega\text{m}$ definiert. Die Leitfähigkeit von Schienenstahl ist mit $4,5 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ angenommen.

Die Leitfähigkeiten der Materialien erhält man aus den spezifischen Widerständen durch Invertierung.

$$\rho_M = \frac{1}{\gamma} \quad (6-9)$$

6.4 Randbedingungen

Als nächster Arbeitsschritt mussten sinnvolle Randbedingungen definiert werden. Im stationären elektrischen Strömungsfeld gibt es zwei Arten von Randbedingungen, Dirichlet'sche und Neumann'sche Randbedingungen. Dirichlet'sche Randbedingungen geben an einer Randfläche des Modells direkt das elektrische Potential vor.

$$V = V_0 \text{ auf } \Gamma_D \quad (6-10)$$

Neumann'sche Randbedingungen geben im stationären elektrischen Strömungsfeld die an der Randfläche eindringende Stromdichte vor. (Simonyi, 1989, ISBN 3-326-00045-6, S. 47-49)

$$\vec{j} \cdot \vec{n} = (-\gamma \text{ grad } V) \cdot \vec{n} = \gamma \frac{\partial V}{\partial n} \text{ auf } \Gamma_N \quad (6-11)$$

In die Schienen soll am Anfang des Modells ein Strom von 1000A eingespeist werden. Die also bei $z=0$ in beide Schienen eindringende Stromdichte ergibt sich zu:

$$J_0 = \frac{1000 \text{ A}}{0,01375 \text{ m}^2} = 72727,27 \frac{\text{A}}{\text{m}^2} = \gamma \frac{\partial V}{\partial n} \quad (6-12)$$

Am Ende des Modells soll der gesamte Strom wieder entweichen. Dies erreicht man, indem bei $z=1000\text{m}$ eine homogene Dirichletsche Randbedingung gesetzt wird.

$$V_0 = 0 \quad (6-13)$$

An allen anderen Grenzflächen des Modells werden durch Comsol automatisch homogene Neumannsche Randbedingungen gesetzt. Dies ist gleichbedeutend mit der Forderung, dass kein Strom an anderer Stelle als den Schienen ins Modell hinein oder aus dem Modell herausfließen soll.

$$J_0 = \gamma \frac{\partial V}{\partial n} = 0 \quad (6-14)$$

6.5 Grafische Ergebnisse

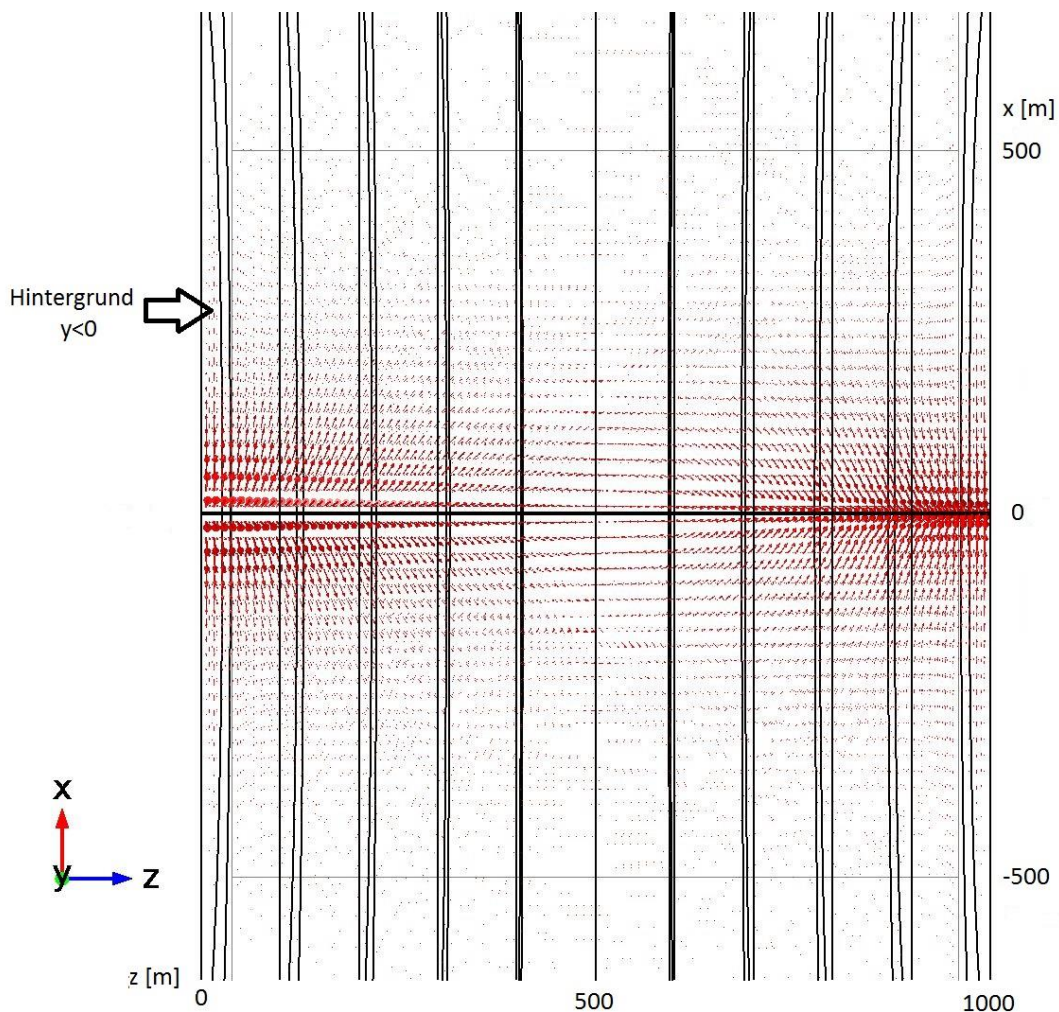


Abbildung 51: Ansicht des gesamten Modells, Frontalsicht von oben

Abbildung 51 zeigt die grafischen Ergebnisse der elektrischen Strömungsfeldsimulation. Hier ist das gesamte Modell in der Vogelperspektive zu sehen. Die z-Achse zeigt nach rechts, durch die Darstellung in 3D sind nur die Grenzflächen bei $z=500$ m genau übereinander angeordnet. Es ist zu erkennen, dass in der linken Hälfte des Modells bei $z < 500$ m Strom aus den Schienen entweicht und in die umgebenden Medien, also den Oberbau (hier nicht gut erkennbar) und die Erde abfließt. Dieser Strom kehrt im Bereich $z > 500$ m zu den Schienen zurück, bevor er bei $z=1000$ m an der Grenzfläche des Modells die Schienen wieder verlässt. Die Ergebnisse bestätigen somit gut die Erwartungen, die aufgrund der Berechnungen in Abschnitt 3 in die Simulation gesetzt wurden. Die folgenden Abbildungen sollen noch einen genaueren Blick auf die Vektoren der elektrischen Stromdichte in der umgebenden Erde bieten.

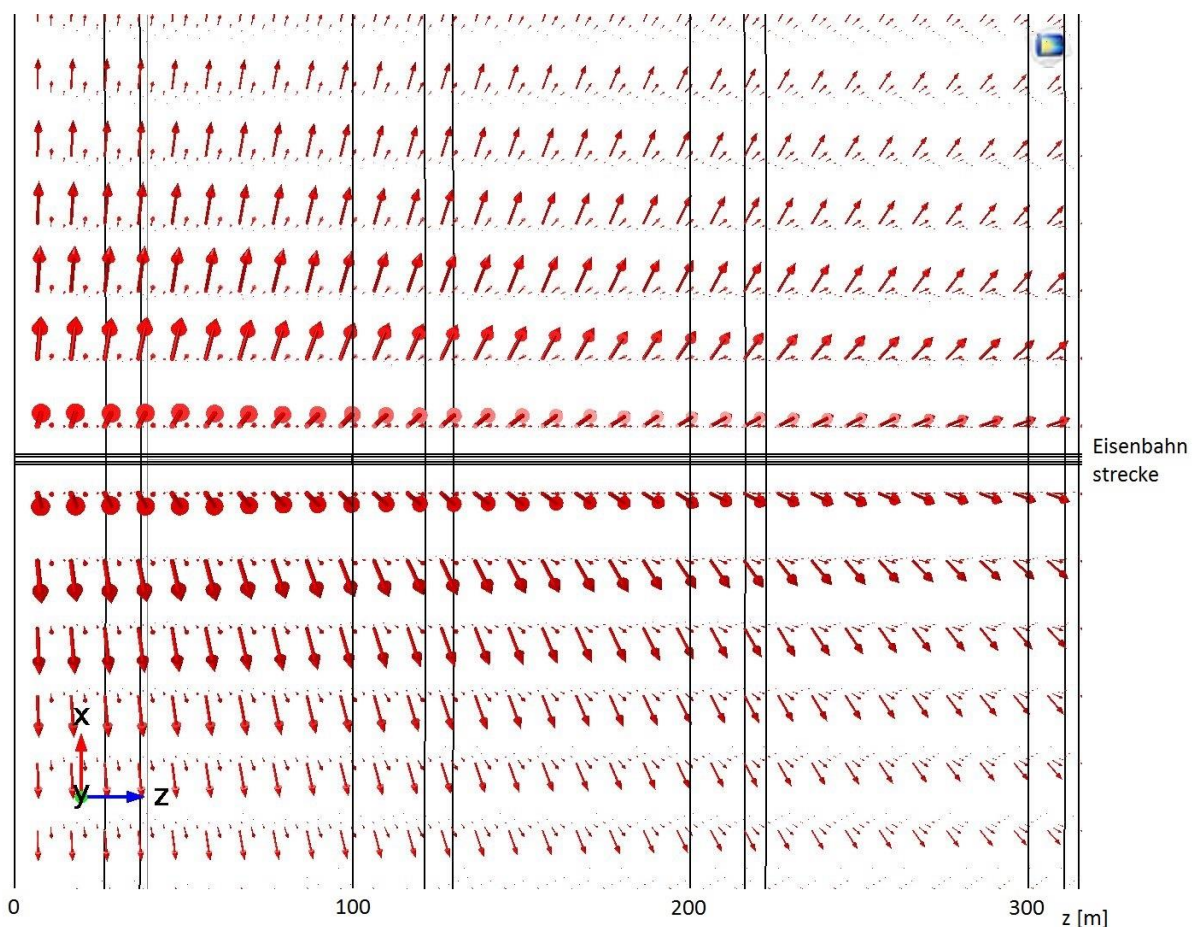


Abbildung 52: Entweichende Stromdichte auf den ersten 300 Metern, Frontansicht von oben

Abbildung 52 zeigt das elektrische Strömungsfeld in der Erde auf den ersten 300 Metern der Modellausdehnung. In der Mitte der Grafik ist ansatzweise der Oberbau mit den Schienen ersichtlich. Am Anfang des Modells bei $z=0$ ist die Stromentweichung aufgrund des sich hier einstellenden hohen Potentials sehr stark, die Vektoren der Stromdichte zeigen fast ausschließlich in die positive bzw. negative x-Richtung. Bei $z=300$ m scheinen die x- und z-Komponenten der Vektoren bereits annähernd gleich groß zu sein. Die kleineren Pfeile

stellen die im Hintergrund, sich also in negativer z-Richtung ausbreitende Stromdichte dar. Je größer der Abstand zu den Schienen im Boden, desto geringer wird die im Modell fließende Stromdichte.

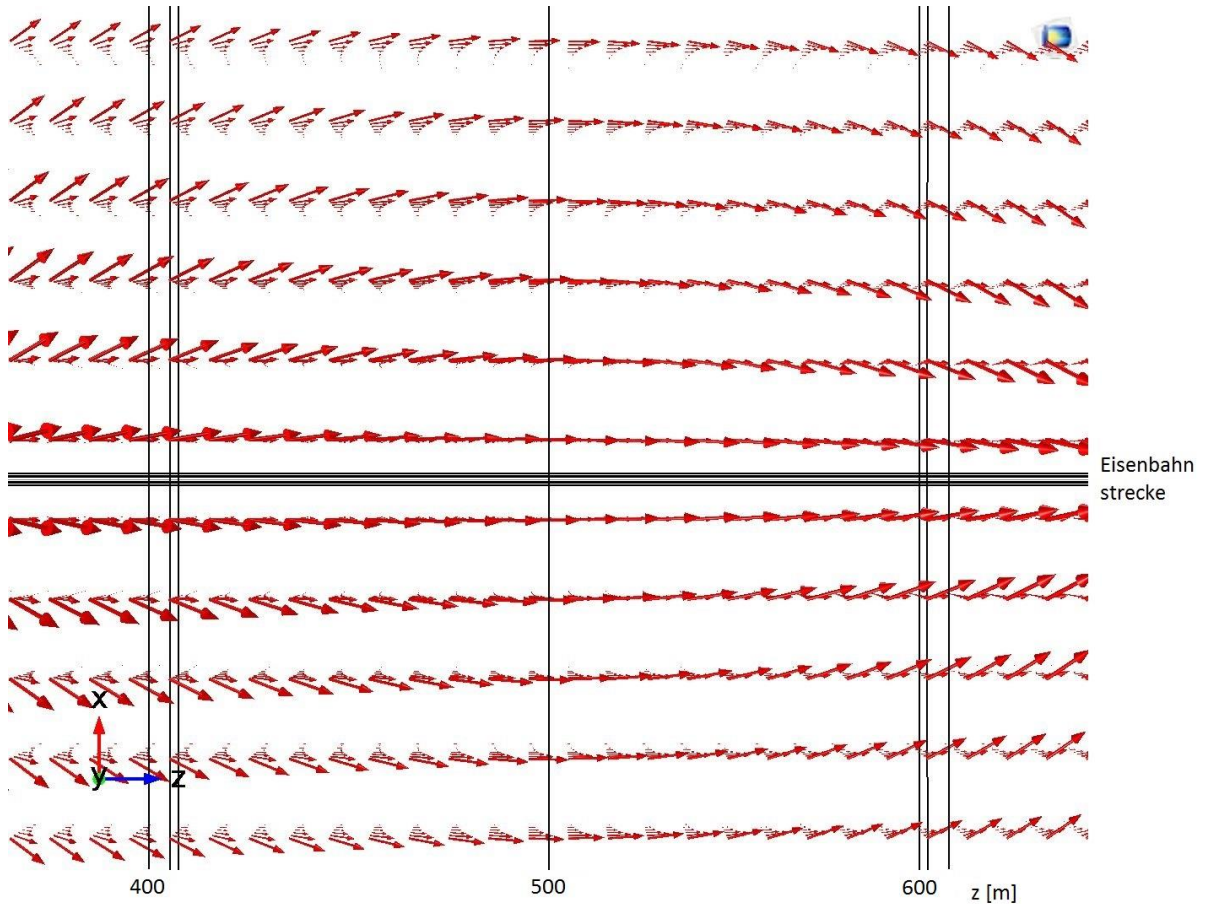


Abbildung 53: Stromdichtevektoren im Bereich der Modellmitte (500m), Frontalsicht von oben

Abbildung 53 zeigt die Stromdichtevektoren im Bereich der Mitte des Modells, also auf den zwei Segmenten von $z=400$ m bis $z=600$ m. In der Mitte der Grafik ist wieder ansatzweise der Oberbau mit den Schienen ersichtlich. In der Mitte des Modells bei $z=500$ m weisen die Stromdichtevektoren nur mehr eine z-Komponente auf. Hier ist also der maximale Strom in die Erde abgeflossen. Er fließt in der Folge wieder zum Oberbau und den Schienen zurück, die Stromdichtevektoren zeigen folglich bei $z > 500$ m wieder in Richtung des Oberbaus.

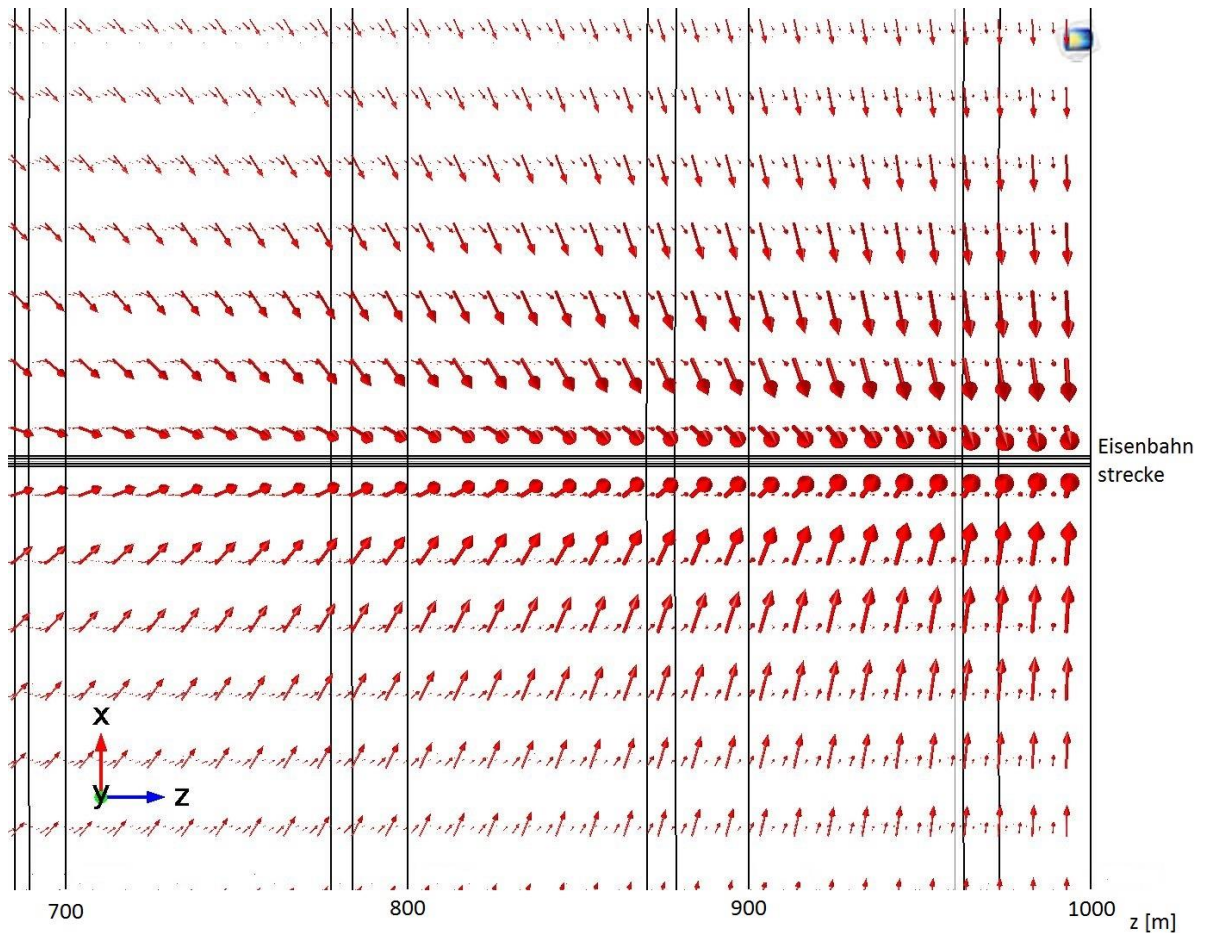


Abbildung 54: Zurückkehrende Stromdichte auf den letzten 300 Metern, Frontalsicht von oben

In Abbildung 54 sind die Verhältnisse auf den letzten 300 Metern des Modells aus der Vogelperspektive dargestellt. Hier kehrt der in die Erde entwichene Strom zum Oberbau und zu den Schienen zurück. Anfangs weisen die Vektoren der Stromdichte noch etwa gleich große x- und z-Komponenten auf, bevor gegen Ende der Strecke im Bereich von $z=1000$ m der Stromfluss zur Strecke stärker wird und die Vektoren große x-Komponenten aufweisen. Am Ende der Strecke ist schließlich der gesamte Strom zu den Schienen zurückgekehrt und verlässt das Modell in der Folge an der Grenzfläche der Schienen bei $z=1000$ m.

Abbildung 55 zeigt das Modell, wie es sich aus einer Ansicht aus der x-y Ebene hinter der Strecke präsentiert. Hier ist auch zu erkennen, dass die Stromdichtevektoren nur für einige konkrete y-Werte dargestellt wurden. Es ist außerdem gut zu erkennen, dass die in der Erde fließende Stromdichte in y-Richtung immer weiter abnimmt. Im Fernbereich der Erde fließen somit nur noch geringe Ströme.

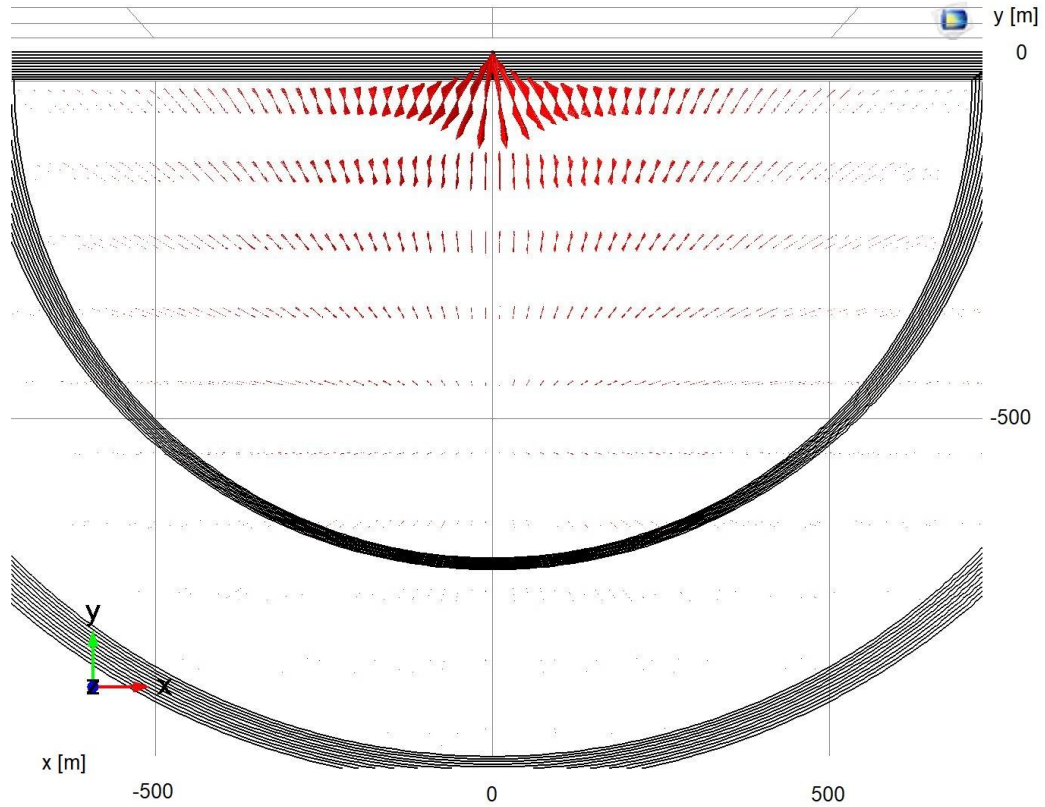


Abbildung 55: Darstellung des Modells in der x-y Ebene

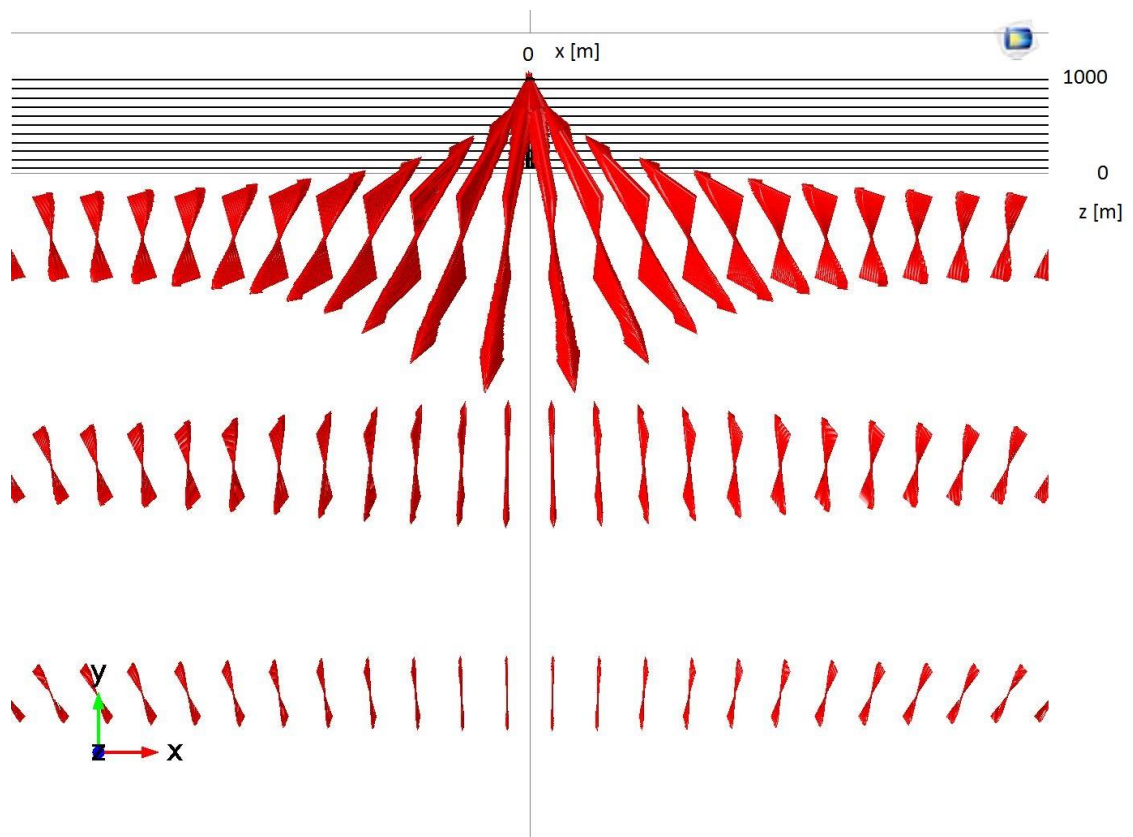


Abbildung 56: Zoom auf den Bereich um den Ursprung des Modells, x-y-Ebene

Abbildung 56 zeigt einen Zoom auf den Ursprung des Modells, der Blickwinkel ist derselbe wie auch in Abbildung 55. Der Beobachter befindet sich hier somit hinter dem Modell, im Vordergrund sind die zu den Schienen zurückkehrenden Stromdichtevektoren zu erkennen.

6.6 Kalibration des Modells

In Comsol ist es möglich, durch Integration über eine Fläche den sie durchsetzenden Strom zu berechnen.

$$I = \iint_{dA} \vec{j} \vec{n} d\Gamma \quad (6-15)$$

Grenzflächen existieren in der Geometrie jeweils alle 100 Meter aufgrund der im Programm erfolgten Extrusion. So können also im Programm durch Auswertung der einzelnen Flächen die in den beiden in der Erde definierten Bereichen, im Oberbau und in den Schienen fließenden Ströme ausgemessen werden. Tabelle 13 gibt die Werte für die Ströme im Fern- und Nahbereich der Erde, im Oberbau und in den beiden Schienen an. Es ist nun auch in den Zahlenwerten gut zu erkennen, das im Fernbereich der Erde nur mehr sehr geringe Ströme fließen. Der Hauptteil der Ströme kann aufgrund der geringen Modelllänge nur in den Nahbereich der Erde eindringen, bevor er wieder zu den Schienen zurückkehrt.

Distanz [m]	I _{E fern} [A]	I _{E nah} [A]	I _o [A]	I _s [A]
0	0,000	0,000	0,00E+00	1000,00
100	0,109	0,506	6,82E-06	999,39
200	0,207	0,883	5,13E-06	998,91
300	0,285	1,143	5,42E-06	998,57
400	0,334	1,296	3,00E-06	998,37
500	0,351	1,347	3,22E-06	998,30
600	0,334	1,296	2,29E-06	998,37
700	0,285	1,143	3,10E-06	998,57
800	0,207	0,883	4,01E-06	998,91
900	0,109	0,506	2,13E-06	999,39
1000	0,000	0,000	0,00E+00	1000,00

Tabelle 13: Ausgemessene Werte für die Ströme im Modell

Es soll nun untersucht werden, in wie weit die ausgemessenen Stromwerte mit den Gleichungen aus Abschnitt 3 korrelieren. Dazu muss zuerst der Widerstand der im Modell verwendeten Schienengeometrie berechnet werden.

Der Querschnitt der beiden Schienen ergibt sich zu:

$$A_S = 2 \times 12,5 \text{ cm} \times 5,5 \text{ cm} = 0,01375 \text{ m}^2 \quad (6-16)$$

Mit dem Querschnitt der Schienen und der verwendeten Leitfähigkeit des Materials kann der elektrische Widerstand für einen Kilometer Schienenlänge berechnet werden.

$$R'_S = \frac{l}{\gamma A_S} = \frac{1000 \text{ m}}{4,5 \times 10^6 \frac{\text{S}}{\text{m}} \times 0,01375 \text{ m}^2} = 0,016 \Omega \quad (6-17)$$

Es werden nun die Gleichungen für die einseitige Speisung ohne auslaufende Streckenteile aus Abschnitt 3.3.1 auf den Seiten 20ff. verwendet. Der im Modell verwendete Strom von einem Kiloampere wird vorgegeben. Die Länge des Abschnitts beträgt einen Kilometer. Ebenso kann der Widerstand aus Formel (6-17) vorgegeben werden. Die einzige vorerst unbekannte und nicht durch einfache Berechnungen erfassbare Größe ist der Ableitungsbelag der Schienen G'_s , bezogen auf einen Kilometer. Der in den Gleichungen verwendete Ableitungsbelag kann allerdings solange variiert werden, bis er in der Modellmitte den gleichen Strom ergeben würde, wie er auch aus dem Modell ausgemessen wurde.

l [km]	1
R'_s [Ω /km]	0,01616
G'_s [S/km]	0,84166
I_0 [A]	1000

Tabelle 14: Berechnungsparameter für die einseitige Speisung, um den gleichen Strom bei $l=500\text{m}$ zu erzeugen wie im FEM-Modell

Mit der im Modell verwendeten Oberbaugeometrie und einem spezifischen Erdwiderstand von $\rho_E=100 \Omega\text{m}$ ist somit ein gesamter Ableitungsbelag von $G'_s=0,84166 \text{ S/km}$ im Modell wirksam. Anschließend wird untersucht, ob die Gleichungen auch die im Modell ausgemessenen Stromwerte für andere Distanzen richtig wiedergeben.

Distanz [m]	I_E Modell [A]	I_E Berechnung [A]	Abweichung [%]
0	0,000	0,000	0,000
100	0,614	0,611	0,500
200	1,090	1,087	0,252
300	1,428	1,426	0,100
400	1,630	1,630	0,019
500	1,698	1,698	0,000
600	1,630	1,630	0,025
700	1,428	1,426	0,107
800	1,090	1,087	0,267
900	0,615	0,611	0,514
1000	0,000	0,000	0,000

Tabelle 15: Vergleich zwischen berechneten und aus dem Modell ausgemessenen Stromwerten

Tabelle 15 zeigt die mit den Gleichungen berechneten sowie die aus dem Modell ausgemessenen Werte für die jeweiligen Abstände vom Modellanfang. Die Fehler zwischen Berechnung und Modell für die auf den Stromwert bei $I=500$ m angepassten Gleichungen bewegen sich jeweils im Bereich von unter einem Prozent. Das Modell gibt somit die durch die Gleichungen zu erwartenden Stromverteilungen in der Erde gut wieder. Abbildung 57 zeigt die aus dem Modell ausgemessenen in der Erde fließenden Ströme in Abhängigkeit der Distanz vom Modellanfang.

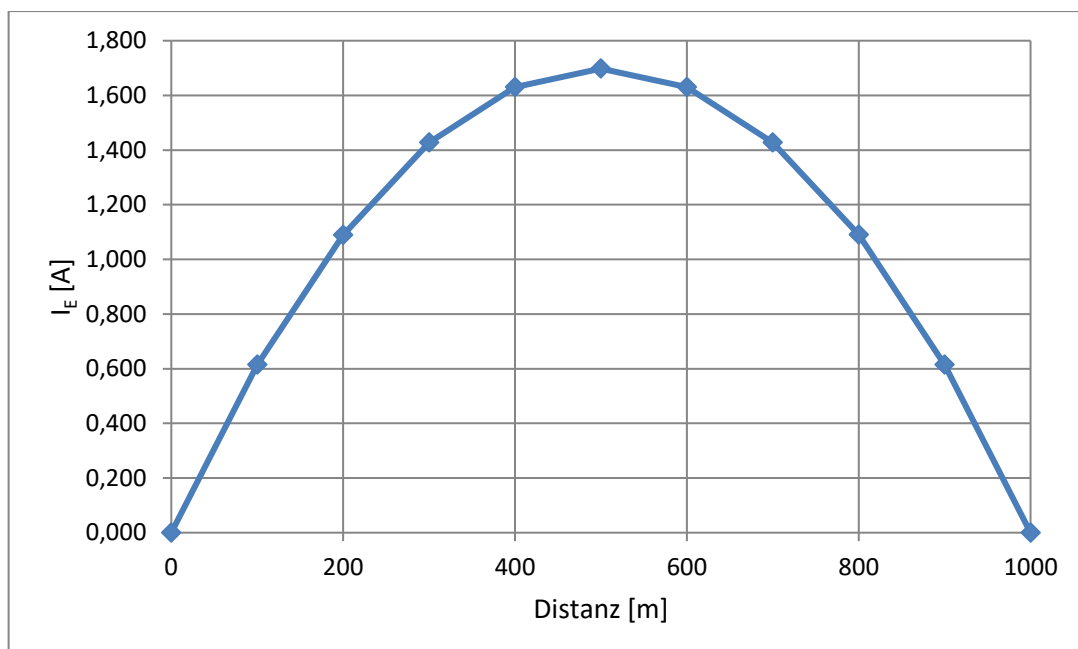


Abbildung 57: I_E in Abhängigkeit der Entfernung vom Modellanfang, Messwerte

7 Trennung des Einflusses von Oberbau und Erde auf den Ableitungsbelag der Schienen

Abschließend soll untersucht werden, in wie weit die gewählte Oberbaugeometrie und der spezifische Bodenwiderstand den gesamten Ableitungsbelag des Systems beeinflussen.

7.1 Variation des spezifischen Erdwiderstandes

Der spezifische Erdwiderstand wird nun in Schritten von einer Zehnerpotenz verringert und das Modell jeweils neu berechnet. Es ist anzumerken, dass diese Untersuchung rein theoretischer Natur ist, Werte des spezifischen Erdwiderstands unter $1 \Omega\text{m}$ ergeben keinen praktischen Sinn. Der Stromwert bei $l=500\text{ m}$ wird notiert. Die so ausgemessenen Werte sind in Tabelle 16 vermerkt.

$\rho_E [\Omega\text{m}]$	$I_E [\text{A}](500\text{m})$
100	1,698
10	2,004
1	2,041
0,1	2,045
0,01	2,045
0,001	2,045

Tabelle 16: Maximaler in der Erde fließender Strom bei $l=500\text{m}$ für unterschiedliche spezifische Erdwiderstände

Es ist zu erkennen, dass sich der maximale in der Erde fließende Strom einem stationären Endwert nähert. Wird der spezifische Widerstand der Erde weiter verringert, ergibt sich keine Änderung dieses Stromes mehr. Der Boden ist also im Vergleich zum Oberbau so leitfähig geworden, dass er zu keiner nennenswerten Verringerung des maximalen in der Erde fließenden Stromes führt. In diesem Fall ist nur mehr der spezifische Widerstand des Oberbaus und seine Geometrie für den gesamten Ableitungsbelag des Systems Schiene-Erde maßgeblich.

Die Gleichungen für die einseitige Speisung können nun wieder so an die Modellparameter angepasst werden, dass sich genau ein Strom von 2,045 Ampere bei $l=500\text{ m}$ ergibt. Tabelle 17 zeigt die verwendeten Parameter.

l [km]	1
R'_s [Ω /km]	0,01616
G'_s [S/km]	1,014
I_0 [A]	1000

Tabelle 17: Berechnungsparameter für $\rho_E \ll \rho_0$

7.2 Bestimmung des Einflusses von Oberbau und Erde

Abbildung 58 zeigt die Ersatzschaltung eines Kilometers Schienenlänge. Zur Quantifizierung des Einflusses von Oberbau und Erde kann der Leitwert G'_s auch als Serienschaltung zweier Widerstände verstanden werden. Diese Widerstände sind mit R_O und R_E bezeichnet. R_O ist der auf einem Kilometer wirksame Widerstand der Schienen gegen die Erde und beschreibt somit den Einfluss des Oberbaus auf den Ableitungsbelag G'_s . R_E ist der auf dieselbe Distanz bezogene Widerstand des Oberbaus gegen den als ferne Erde zu verstehenden Kurzschluss, beschreibt also den Einfluss des spezifischen Erdwiderstands auf den gesamten Ableitungsbelag.

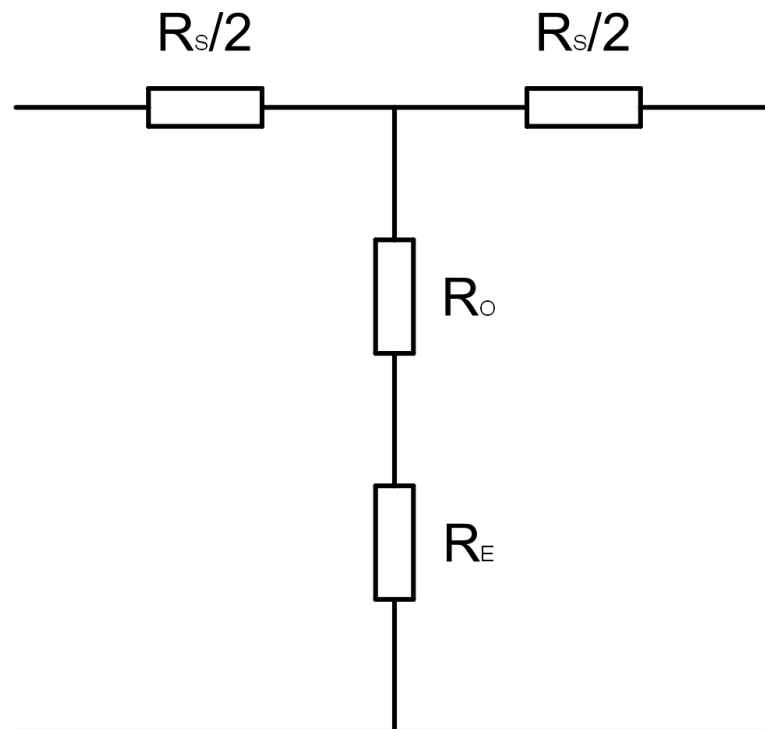


Abbildung 58: Ersatzschaltung eines Kilometers Schienenlänge mit getrennten Widerständen für den Einfluss der Erde und des Oberbaus auf den Gesamtableitbelag

Der Widerstand der Schienen in dieser T-Ersatzschaltung ergibt sich zu:

$$\frac{R_S}{2} = \frac{0,01616 \Omega}{2} = 0,00808 \Omega \quad (7-1)$$

Den gegen die Erde wirksamen Widerstand des Oberbaus erhält man durch Invertierung des bei sehr geringem spezifischem Erdwiderstand wirksamen Ableitungsbelags aus Tabelle 17.

$$R_O = \frac{1}{G'_S} = \frac{1}{1,014 S/km} = 0,9816 \Omega km \quad (7-2)$$

Der gesamte Widerstand des wirksamen Ableitungsbelages bei einem spezifischen Erdwiderstand von $\rho_E = 100 \Omega m$ ergibt sich durch Invertierung des Leitwerts aus Tabelle 14.

$$R_G = \frac{1}{0,84166 S/km} = 1,1881 \Omega km \quad (7-3)$$

Den auf einem Kilometer wirksamen Widerstand des Oberbaus gegen Erde erhält man somit durch:

$$R_E = R_G - R_O = 1,1881 \Omega km - 0,9816 \Omega km = 0,2065 \Omega km \quad (7-4)$$

7.3 Diskussion der Ergebnisse

Die Schritte (7-2) bis (7-4) können nun für unterschiedliche spezifische Erdwiderstände wiederholt werden. Der maximale in der Erde fließende Strom I_E bei $l=500$ m wird aus dem Modell ausgemessen. Anschließend kann der bei diesem spezifischen Erdwiderstand wirksame Ableitungsbelag durch Vergleich zwischen Berechnung und Modell bestimmt werden. Tabelle 18 gibt die so erhaltenen wirksamen Ableitungsbeläge und Ersatzwiderstände an.

ρ_E [Ωm]	I_E [A](500m)	G'_S [S/km]	R_G [Ωkm]	R_E [Ωkm]	p_E [%]	p_O [%]
5000	0,185	0,092	10,870	9,888	0,910	0,090
4000	0,226	0,112	8,945	7,963	0,890	0,110
2000	0,405	0,201	4,988	4,006	0,803	0,197
1000	0,674	0,334	2,996	2,014	0,672	0,328
500	1,012	0,502	1,994	1,012	0,508	0,492
100	1,698	0,842	1,188	0,206	0,174	0,826
10	2,004	0,994	1,006	0,025	0,024	0,976
2	2,037	1,010	0,990	0,008	0,009	0,991

Tabelle 18: Wirksame Ableitungsbeläge und Ersatzwiderstände bei unterschiedlichen spezifischen Erdwiderständen

Den Einfluss des spezifischen Widerstands der Erde auf den gesamten Ableitungsbelag des Systems Schiene-Erde in % erhält man durch:

$$p_E = \frac{R_E}{R_G} \quad (7-5)$$

Der Einfluss der gewählten Oberbaugeometrie bei einem spezifischen Widerstand von $\rho = 2500 \Omega m$ ergibt sich zu:

$$p_O = \frac{R_O}{R_G} \quad (7-6)$$

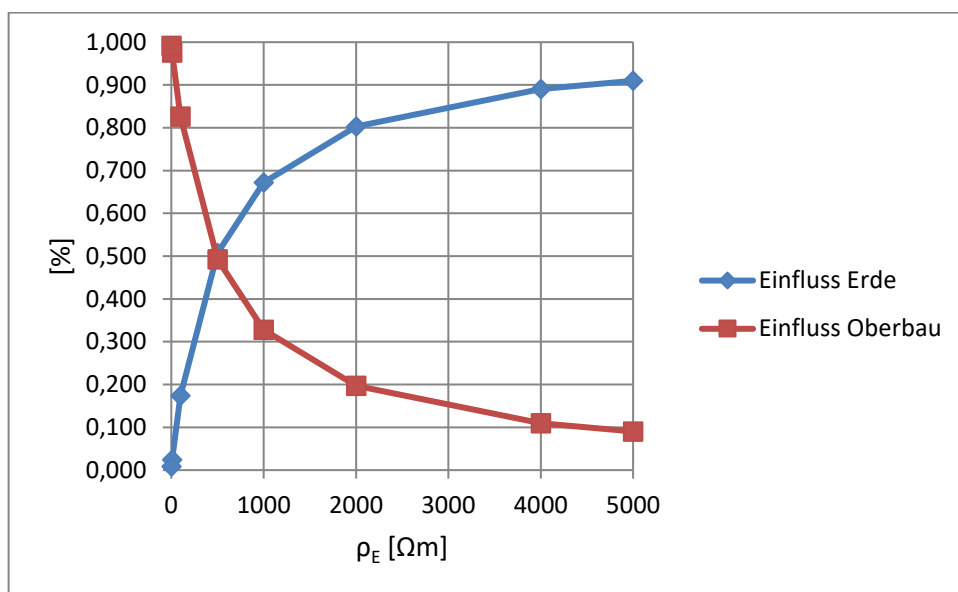


Abbildung 59: Einfluss der Erde und des Oberbaus auf den Gesamtableitungsbelag in Abhängigkeit des gewählten spezifischen Erdwiderstands

Abbildung 59 zeigt den Einfluss des Widerstands von Oberbau und Erde in Abhängigkeit des gewählten spezifischen Erdwiderstands. Ist der spezifische Erdwiderstand gering (z.B. bei nassen Böden, Lehmböden oder Sand/Kies), ist der Einfluss des Oberbaus groß im Vergleich zum Einfluss der umgebenden Erde. Bei einem spezifischen Erdwiderstand von ca. $500 \Omega m$ kehrt sich dieses Verhältnis um. Bei stark widerstandsbehafteten Böden ist somit der Einfluss des Oberbaus auf den Gesamtwiderstand gering, die entstehenden Spannungstrichter weisen ein stetiges Gefälle auf. Diese Aussagen sind in dieser Form nur für die im Modell gewählte Oberbaugeometrie gültig.

Es ist somit gelungen, durch Vergleich des Modells mit den Berechnungen eine Methode zu entwickeln, mit der der Einfluss des spezifischen Widerstands des Oberbaus und der Erde sowie ihrer Geometrien abgeschätzt werden kann.

8 Zusammenfassung und Ausblick

Mit den Berechnungen der Schiene-Erde-Spannungen und der Ströme in Schiene und Erde ist es gelungen, ein grundlegendes Verständnis für die physikalischen Grundlagen der Entstehung von Streuströmen zu entwickeln. Bei Messungen im Bereich von Gleichstrombahnen ist es also nun auch schon in der Vorbereitung möglich, eine Aussage über die Größe und besonders die Orte der maximal auftretenden Potentiale und Ströme zu erreichen. Hohe Potentiale treten bei Gleichstrombahnen dort auf, wo meist nur geringe Ströme im Erdreich fließen. Im Gegensatz dazu wird der höchste in der Erde fließende Strom jedoch dort erreicht, wo nur geringe Schiene-Erde-Spannungen auftreten. Es muss diesen Verhältnissen somit je nach Art der durchzuführenden Messung Rechnung getragen werden.

Durch die Verbindung der Ergebnisse aus Finite-Elemente Simulation und Berechnung einer einfachen Eisenbahnstrecke ist es zudem gelungen, eine Methode zur Abschätzung der auf einem Kilometer wirksamen Einflüsse von Oberbau und Erdreich auf den gesamten Ableitungsbelag des Systems Schiene-Erde zu entwickeln. Das Finite-Elemente-Modell könnte in Zukunft noch weiter ausgebaut werden. Es könnte versucht werden, die Berechnung auf komplexere Geometrien auszuweiten. Die Frage nach dem hier nötigen Rechenaufwand und der Machbarkeit ist jedoch zu stellen, da auch die einfache Geometrie mit homogenen Materialien schon einen nicht zu unterschätzenden Zeit- und Rechenaufwand für das Programm mit sich brachte. Das Problem liegt hier besonders darin, dass der Strom sehr weit ins Erdreich eindringen kann. Im Finite-Elemente-Modell müssen somit enorme Größenunterschiede zwischen der Eisenbahnstrecke (der Größe der Leiter) und den umliegenden Medien berücksichtigt werden.

Die vorliegende Arbeit gibt einen umfangreichen Überblick über die Grundlagen bei der Entstehung von Streuströmen und der durch sie entstehenden Beeinflussungen. Es wird jedoch weiter nötig sein, diese Theorie auch durch Messungen in der Praxis zu bestätigen

9 Literatur

[Arbeitsgemeinschaft DVGW/VDE für Korrosionsfragen (AfK), *AfK-Empfehlung Nr. 2, (2009-11): "Beeinflussung von unterirdischen metallischen Anlagen durch Streuströme von Gleichstromanlagen"*. s.l.:s.n.

DIN EN 50122-2 (VDE 0115-4), (2011-09): *Bahnanwendungen-Ortsfeste Anlagen-Elektrische Sicherheit, Erdung und Rückleitung-Teil2: Schutzmaßnahmen gegen Streustromwirkungen durch Gleichstrombahnen*. s.l.:s.n.

Friedrich Kießling, R. P. A. S. P. S., 1998. *Fahrleitungen elektrischer Bahnen*. Leipzig: B.G. Teubner Stuttgart.

ÖVE/ÖNORM EN 50162, (2005-08-01): *Schutz gegen Korrosion durch Streuströme aus Gleichstromanlagen*. s.l.:s.n.

Simonyi, K., 1989, ISBN 3-326-00045-6. *Theoretische Elektrotechnik*. Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften.

Walter von Baeckmann, Wilhelm Schwenk, 1980, ISBN: 3-527-25859-0. *Handbuch des kathodischen Korrosionsschutzes*. Weinheim: Verlag Chemie.