



Michael Eder, BSc

# **Bemessung von wandartigen Trägern im Hochbau**

## **MASTERARBEIT**

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium Bauingenieurwissenschaften - Konstruktiver Ingenieurbau

eingereicht an der

**Technischen Universität Graz**

Betreuer

Ass.Prof. Dr. Dirk Schlicke

Institut für Betonbau

Fakultät für Bauingenieurwissenschaften

Graz, September 2018

## **EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG**

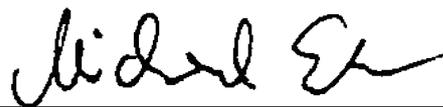
### ***AFFIDAVIT***

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

*I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources/resources, and that I have explicitly indicated all material which has been quoted either literally or by content from the sources used. The text document uploaded to TUGRAZonline is identical to the present master's thesis.*

04.09.2018

Datum / Date

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Michael Er', written over a horizontal line.

Unterschrift / Signature

## Danksagung

Ich bedanke mich bei meinem Betreuer, Dr. Dirk Schlicke, für seine kompetente Betreuung während meiner Arbeit, für seine Ideen und Anregungen und für seine Art, Studenten stets professionell und gleichzeitig auf Augenhöhe zu behandeln. Bei Dipl. Ing. Michael Tillian bedanke ich mich für seine Hilfe bei der Themenfindung und für seine Unterstützung während und auch schon vor dieser Arbeit.

Bei meinen Studienkollegen und Freunden möchte ich mich ebenfalls bedanken, die mit mir diese unvergessliche Zeit geteilt haben und die mir von Beginn des Studiums bis zum Abschluss dieser Arbeit immer wieder eine große Hilfe waren. Ein besonderer Dank geht an Carina, die mich auch dann ertragen musste, wenn ich den Laptop am liebsten schreiend an die Wand geschmissen hätte.

Last but not least gilt mein Dank meinen Eltern, die mich immer in jeder Hinsicht unterstützt haben. Für euch war das immer selbstverständlich, aber für so viele andere ist es das nicht.

## Kurzfassung

In der vorliegenden Masterarbeit wird die Bemessung von wandartigen Trägern im Hochbau behandelt. Auf Basis einer Literaturstudie mit Berücksichtigung der gültigen Normen werden mögliche Methoden zur Bemessung aufgezeigt und wichtige Randbedingungen erläutert, die großen Einfluss auf das Tragverhalten von wandartigen Trägern haben.

Da sowohl in der Fachliteratur als auch in den Normen empfohlen wird, das Tragverhalten im linear-elastischen Bereich mit einer Finite-Elemente Analyse zu untersuchen und davon eine möglichst kompatible Bemessung abzuleiten, wird in dieser Arbeit untersucht, ob eine vollständige Bemessung auf Basis der FE-Methode umgesetzt werden kann. Dabei wird die Verformungskompatibilität am Gesamtsystem beurteilt und das globale Tragverhalten berücksichtigt. Dafür wird ein FE-Modell mit dem Programm *RFEM* erstellt und damit ein Teilsystem aus einem repräsentativen Fall aus der Praxis untersucht.

Das System wird im ersten Schritt möglichst einfach gewählt. Die wesentlichen Elemente (erforderliche Bewehrung, Druckstreben, Lasteinleitung am Auflager) des Systems werden mit den Regeln der Norm, mit einer FE-Berechnung und mit einer Berechnung auf Basis der vorhandenen Biegemomente im System bemessen. Die Ergebnisse werden miteinander verglichen und die Anwendbarkeit der Methoden beurteilt. Im zweiten Schritt wird eine Parameterstudie durchgeführt, um den Einfluss verschiedener Randbedingungen auf das Tragverhalten zu analysieren.

Es kann gezeigt werden, dass die globale Tragwirkung großen Einfluss auf die Bemessung von wandartigen Trägern hat und entsprechend berücksichtigt werden sollte. Die Berechnungsvorgaben in der Norm decken nur einfache Systeme ab, ein komplexes Tragverhalten im Zusammenspiel mit anderen Bauteilen, insbesondere Decken, kann kaum oder nur sehr aufwendig berücksichtigt werden. Daher werden am Ende Empfehlungen für eine Bemessung in der Praxis gegeben, um die komplexe Tragwirkung sicher beurteilen zu können und trotzdem eine möglichst rasche und wirtschaftliche Bemessung zu ermöglichen.

## Abstract

The present thesis deals with the design of deep beams in building constructions. On the basis of a literature study with consideration of the valid regulations possible methods for the dimensioning are pointed out and important boundary conditions, which have great influence on the load bearing behavior of deep beams, are explained.

It is recommended in the literature and in the standards to investigate the load-bearing behavior in the linear-elastic range with a finite element analysis and to derive the most compatible design possible. This thesis examines whether a complete design based on the FE Method should be implemented or if a design on basis of the regulations in the codes is sufficient. In the process, the deformation compatibility of the entire system is assessed and the global structural behavior taken into account. For this, an FE model is created with the program *RFEM* and thus, a subsystem from a representative case is examined.

The system is chosen as simple as possible in the first step. The essential elements (required reinforcement, compression struts, load transfer at the support) of the system are calculated with the rules of the standard, with an FE calculation and with calculation on the basis of the existing bending moments in the system. The results are compared and the applicability of the methods is assessed. In the second step, a parameter study is carried out to analyze the influence of different boundary conditions on the bearing behavior.

It can be shown, that the global bearing behavior has a great influence on the design of deep beams and must be taken into account accordingly. The calculation specifications in the standard covers only simple systems, a complex load-bearing behavior in interaction with other components (ceilings) can hardly or only with great effort be considered. Therefore, recommendations are given for a design in practice in order to be able to assess the complex bearing effects safely and still allow a simple and economical design.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Motivation . . . . .	1
1.2	Vorgehensweise . . . . .	1
1.3	Ziel der Arbeit . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Stand des Wissens</b>	<b>3</b>
2.1	Generelles Tragverhalten von wandartigen Trägern . . . . .	3
2.1.1	Definition wandartiger Träger . . . . .	3
2.1.2	Beschreibung Tragverhalten . . . . .	3
2.2	Normative Regelung im EC 2 . . . . .	6
2.2.1	Stabwerkmodelle . . . . .	7
2.2.2	Regelungen im Nationalen Anwendungsdokument . . . . .	8
2.3	Normative Regelung im ACI-318-14 . . . . .	10
2.3.1	Deep beams . . . . .	10
2.3.2	strut-and-tie method . . . . .	11
2.3.3	Gegenüberstellung EC 2 und ACI-318-14 . . . . .	12
2.4	Einflüsse auf das Tragverhalten wandartiger Träger auf Basis von wissenschaftlichen Arbeiten . . . . .	13
2.4.1	Einleitung . . . . .	13
2.4.2	Einfeldträger . . . . .	14
2.4.3	Durchlaufträger . . . . .	20
2.4.4	Kragträger . . . . .	22
2.4.5	Indirekt stabilisierte wandartige Träger . . . . .	23
2.4.6	Effektive mitwirkende Breite . . . . .	24
2.4.7	Öffnungen in Trägern . . . . .	25
2.4.8	Indirekte Lagerung . . . . .	26
<b>3</b>	<b>Finite-Elemente Analyse</b>	<b>27</b>
3.1	Einleitung . . . . .	27
3.2	Werkstoffverhalten . . . . .	27
3.2.1	Werkstoffverhalten von Beton . . . . .	27
3.2.2	Werkstoffverhalten von Betonstahl . . . . .	28
3.2.3	Werkstoffverhalten von Stahlbeton . . . . .	29
3.3	Modellierung mit RFEM (Finite-Elemente Software) . . . . .	29
3.3.1	Materialmodell . . . . .	30
3.4	Versuchsnachrechnung . . . . .	31
3.4.1	Vergleich Ergebnisse . . . . .	33

<b>4</b>	<b>Bemessung repräsentativer Fälle</b>	<b>36</b>
4.1	Einleitung . . . . .	36
4.2	Projektbeschreibung und Idealisierung Tragwerk . . . . .	36
4.2.1	Lastaufstellung . . . . .	38
4.2.2	Materialkennwerte . . . . .	39
4.3	Definition der betrachteten Fälle . . . . .	39
4.4	Bemessung laut EC 2 . . . . .	40
4.4.1	Zusammenfassung der Ergebnisse . . . . .	48
4.5	FE-Bemessung mit Schalenschnittgrößen . . . . .	49
4.5.1	Modellbeschreibung . . . . .	49
4.5.2	Darstellung der Ergebnisse . . . . .	50
4.5.3	Bemessung der Bewehrung mit Schalenschnittgrößen . . . . .	53
4.5.4	Konstruktive Durchbildung . . . . .	55
4.5.5	Bemessung der Knoten mit FE . . . . .	57
4.6	Bemessung mit Ergebnisstab . . . . .	59
4.7	Bemessung unter Berücksichtigung der kombinierten Tragwirkung aus der Platte und dem Plattenbalken . . . . .	61
4.7.1	Plattenanteile und Bemessung der Platte . . . . .	61
4.7.2	Plattenbalkenanteile und Bemessung des Plattenbalkens . . . . .	62
4.8	Vergleich der Ergebnisse . . . . .	68
4.8.1	Bewehrung im Feldbereich . . . . .	68
4.8.2	Bewehrung im Stützbereich . . . . .	68
4.8.3	Zusammenfassung der Ergebnisse . . . . .	69
<b>5</b>	<b>Parameterstudie</b>	<b>71</b>
5.1	Untersuchte Fälle und Übersicht Parameter . . . . .	71
5.2	Einfluss der Lagerung . . . . .	71
5.3	Einfluss der oberen Decke . . . . .	72
5.4	Einfluss der Querwand am Rand . . . . .	74
5.5	Gegenüberstellung wesentlicher Ergebnisse . . . . .	74
<b>6</b>	<b>Empfehlungen für die Bemessung in der Praxis</b>	<b>78</b>
6.1	Zusammenfassung . . . . .	78
6.2	Empfehlung . . . . .	79
6.3	Ausblick . . . . .	80

# 1 Einleitung

## 1.1 Motivation

Im modernen Hochbau wird besonders in den unteren Geschossen, welche für Parkflächen, Geschäftslokale o.ä. genutzt werden, große Flexibilität und freie Gestaltbarkeit der Grundrisse gefordert. Dies wird oftmals durch die Ausführung mit Stützen und Flachdecken erreicht. Die oberen Geschosse werden dagegen oft als Wohn- oder Büroräume genutzt, als vertikales Tragsystem werden bevorzugt Wände eingesetzt, die neben der Tragwirkung auch die Anforderungen an Schall- und Brandschutz sowie Raumteilung erfüllen. Der Übergang von einem System aus Stützen zu Wänden kann durch Unterzüge oder Abfangdecken gewährleistet werden.

Eine weitere Möglichkeit, die sich in der Praxis zunehmender Beliebtheit erfreut, ist die Ausführung von wandartigen Trägern, die zwischen den Stützen der unteren Geschosse spannen. Der Vorteil bei der Ausbildung von wandartigen Trägern liegt in der wirtschaftlichen Bauweise (keine zusätzlichen Maßnahmen wie Unterzüge erforderlich) und in der hohen Tragfähigkeit der Träger, die sich über die große Bauteilhöhe ergibt.

Obwohl Wandträger häufig ausgeführt werden, liefert der EC 2 als aktuelle gültige Bemessungsnorm nur wenige Vorgaben zur konkreten Bemessung, weshalb in der Ausführungsplanung oftmals ingenieurmäßige Annahmen getroffen werden oder auf Erfahrungswerte zurückgegriffen wird. Diese Arbeit soll als Hilfestellung für die Bemessung in der Praxis dienen.

## 1.2 Vorgehensweise

Im Zuge dieser Arbeit wird zunächst eine Literaturrecherche zum Tragverhalten und der Bemessung von wandartigen Trägern im Hochbau durchgeführt. Dabei werden die aktuellen normativen Regelungen des EC 2 sowie des Nationalen Anwendungsdokuments für Österreich beschrieben und die Regeln für die Bemessung kritisch hinterfragt. Zudem werden weitere internationale Regelungen des ACI näher betrachtet. Neben den Normen werden zudem Erkenntnisse aus Forschungsarbeiten und Versuche zu wandartigen Trägern analysiert. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen werden insbesondere mit den Bemessungsvorschriften des EC 2 verglichen und eventuelle Schwächen der derzeitigen Regelungen aufgezeigt.

Ergänzend zur Literaturrecherche werden Berechnungen mittels Finite-Elemente-Software durchgeführt. Dafür wird zuerst das gewählte Werkstoffmodell für die FE-Analyse beschrieben und das Materialverhalten von Stahlbeton beziehungsweise die Umsetzung in der Software dargelegt. Die verwendeten Modelle werden an gut dokumentierten Versuchen verifiziert.

Mit den Modellen werden Berechnungen für die Bemessung repräsentativer Fälle (typische Bauteilsituationen) durchgeführt und mit den Ergebnissen einer Bemessung mittels Stabwerkmodellen verglichen.

### 1.3 Ziel der Arbeit

Mit der vorliegenden Arbeit soll das Verständnis für das Tragverhalten und die Bemessung von wandartigen Trägern im Hochbau verbessert werden. Durch die Berechnung repräsentativer Fälle mit Berücksichtigung der Regelungen der aktuellen Normen sowie der Erkenntnisse aus wissenschaftlichen Untersuchungen soll eine Empfehlung für die Bemessung in der Praxis gegeben werden.

Insbesondere liegt das Augenmerk auf der wirtschaftlichen und sinnvollen Bemessung mittels Finite-Elemente Software. Als Stand der Technik liefert die Finite-Elemente Methode ein wirkungsvolles Werkzeug für schnelle Berechnungen und die Möglichkeit zur Berücksichtigung unterschiedlichster Randbedingungen, ist aber normativ kaum geregelt und erfordert umfangreiche Fachkenntnisse zum Tragverhalten von Betonbauteilen, um die Berechnungsergebnisse in Einklang mit der Bemessungsphilosophie im Betonbau zu bringen. Mit den Berechnungen sollen wichtige Randbedingungen für die Bemessung von wandartigen Trägern aufgezeigt werden und Hinweise für eine Bemessung gegeben werden, die sowohl dem Stand der Technik als auch den Regeln der Normen gerecht werden.

## 2 Stand des Wissens

### 2.1 Generelles Tragverhalten von wandartigen Trägern

#### 2.1.1 Definition wandartiger Träger

Die exakte Definition eines 'wandartigen Trägers' oder 'Wandträgers' (auf Englisch 'deep beam' oder 'diaphragm') ist nicht in allen Normen und Literaturquellen konsistent. Allen Definitionen ist aber gemein, dass es sich um Träger handelt, die vollständig oder zumindest maßgeblich aus Diskontinuitäts-Bereichen mit einer nichtlinearen Dehnungsverteilung bestehen. Die Länge und Höhe des Bauteils befinden sich in der selben Größenordnung, während die Dicke signifikant kleiner ist. Im Gegensatz dazu ist die Länge eines gewöhnlichen Balkens signifikant größer als dessen Querschnittshöhe. In dieser Arbeit liegt der Fokus auf dem Tragverhalten von wandartigen Trägern im Hochbau. Basierend auf üblichen Geschoßhöhen kann somit von einer Bauteilhöhe von etwa  $h = 3,00$  m und einer Breite  $b = 18-25$  cm ausgegangen werden. Zur Begrenzung der Länge wird die Definition laut EC 2 [8] verwendet, wonach Träger als wandartig gelten, deren Stützweite  $l$  kleiner als ihre dreifache Höhe  $h$  ist.

#### 2.1.2 Beschreibung Tragverhalten

Wandartige Träger wirken als Scheiben, sie tragen Lasten in ihrer Ebene ab. Im Unterschied zu normalen Wänden können wandartige Träger die Belastung aber nicht über direkte Lastabtragung in die Fundamente weiterleiten, da sie anstatt eine kontinuierlichen Lagerung nur punktförmige Auflager besitzen. Die Lasten müssen also über Biegung abgetragen werden.

Für Bauteile, die vornehmlich aus *Bernoulli*-Bereichen (Im folgenden als B-Bereiche bezeichnet) bestehen, gelten die von *Bernoulli* aufgestellten Theorien über das Ebenbleiben der Querschnitte und die lineare Verteilung von Spannungen und Dehnungen im ungerissenen Zustand. In *Diskontinuitäts*-Bereichen (D-Bereiche) sind diese Annahmen nicht gültig, die Verteilung der Spannungen und Dehnungen ist nicht linear. Je geringer das Verhältnis von  $l/h$ , desto stärker ausgeprägt ist die nichtlineare Spannungsverteilung, vgl. Abb. 2.1.

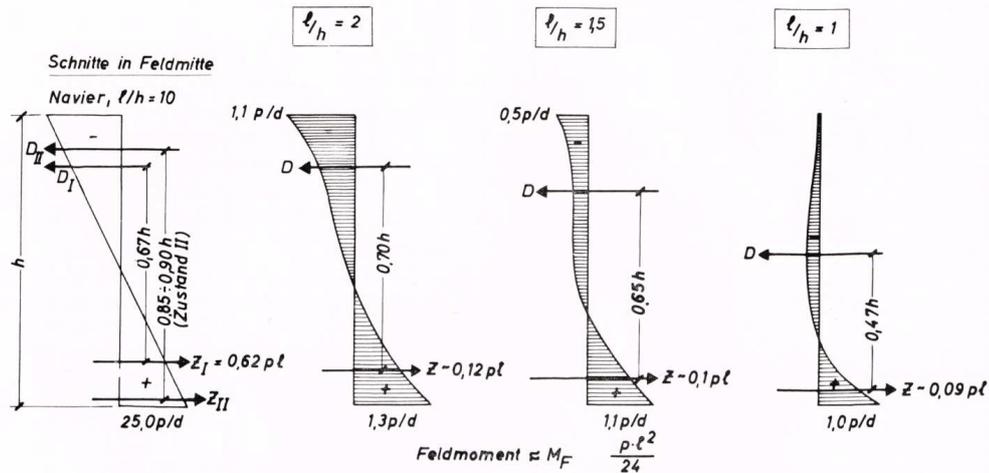


Abb. 2.1: Verteilung der horizontalen Spannungen in Feldmitte von Einfeldträgern in Abhängigkeit ihres Verhältnisses von Höhe zu Spannweite nach der Elastizitätstheorie, von [11]

Neben der Verteilung der horizontalen Spannungen wird in Abb. 2.1 deutlich, dass der innere Hebelarm zwar in Abhängigkeit der Höhe des Bauteils zunimmt, dies aber nicht direkt proportional erfolgt. Ab einem Verhältnis von  $l/h < 1$  kann überhaupt keine Zunahme des Hebelarms mehr beobachtet werden. Baupraktisch haben  $l/h$ -Verhältnisse kleiner 1 aufgrund der üblichen Stützweiten jedoch kaum Bedeutung und werden daher in dieser Arbeit nicht weiter thematisiert.

Aufgrund der geringen Spannweite im Verhältnis zur Bauteilhöhe bildet sich in wandartigen Trägern ein Druckbogen zwischen den Auflagern aus, vgl. Abb. 2.2(a). Die Bewehrung in der Zugzone wirkt als Zugband, damit wirkt der Träger wie ein Bogen mit Zugband. In den aktuellen Bemessungsnormen, wie dem EC 2 [8] oder ACI-318 [1], wird eine Bemessung mittels Stabwerkmodellen festgelegt. In Stabwerkmodellen werden die äußeren Lasten über Druckstreben aus Beton in Zusammenarbeit mit Zugstreben aus Bewehrung abgetragen. Damit kann die 'Bogen mit Zugband'-Tragwirkung näherungsweise abgebildet werden. Abb. 2.2 zeigt einen Vergleich des Tragmodells 'Bogen mit Zugband' zum Stabwerkmodell.

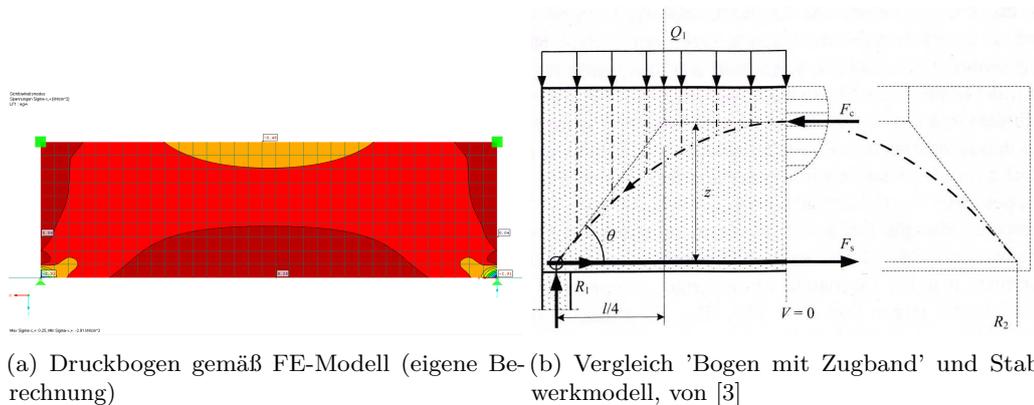


Abb. 2.2: Druckbogen in wandartigen Trägern

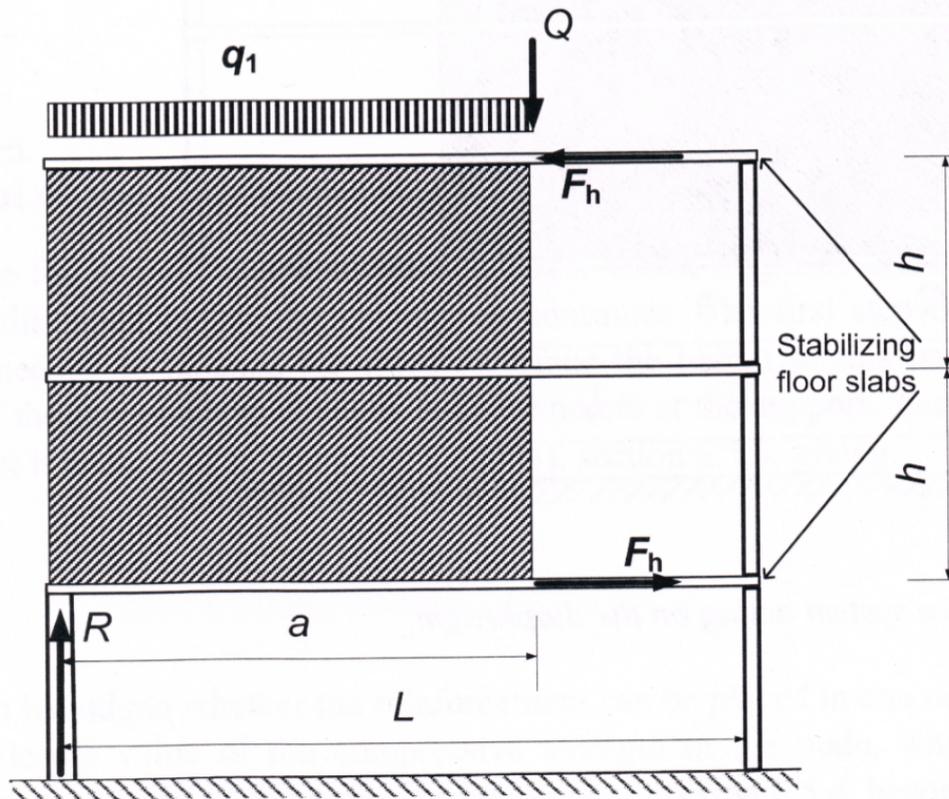
Das Tragverhalten von wandartigen Trägern sowie die Gültigkeit des Stabwerkmodells

war und ist Thema zahlreicher internationaler Forschungsarbeiten theoretischer und experimenteller Natur. Die frühen Arbeiten von *Leonhardt und Walther* [11] von 1966, bei denen großformatige Träger unter gleichmäßiger Belastung getestet wurden, bilden die Grundlage für viele Forschungsarbeiten und heutige Bemessungsvorschriften. In den Versuchen konnte unter anderem über die gemessene Dehnung der Bewehrung und die über die Spannungs-Dehnungsbeziehung für Baustahl berechnete Kraft in der Bewehrung die Wirkung als 'Bogen mit Zugband' experimentell nachgewiesen werden.

Diese Tragwirkung 'Bogen mit Zugband' ist vor allem für den Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) maßgebend. Damit in der Bewehrung über beinahe die volle Trägerlänge eine nahezu konstante Spannung vorhanden sein kann, ist eine ausgeprägte Rissbildung in der Zugzone notwendig. Daraus folgt, dass für die Bemessung im Gebrauchszustand (GZG) zusätzliche Überlegungen erforderlich sind, um die Rissbildung und Verformung gering zu halten. Sowohl für den GZT als auch den GZG gilt, dass die Ausprägung der nichtlinearen Spannungs- und Dehnungsverteilung vom  $l/h$ -Verhältnis abhängig ist. In der Praxis häufig anzutreffende wandartige Träger weisen Stützweiten mit zwei- bis dreifacher, oder mehrfacher, Trägerhöhe auf. Die von *Leonhardt und Walther* getesteten Träger weisen ein  $l/h$ -Verhältnis von ca. 1 auf, wodurch die Wirkung als 'Bogen mit Zugband' besonders ausgeprägt ist. *Ahmed Shuraim* kommt durch seine Experimente zu der Erkenntnis, dass bei Trägern mit ausgeprägten D-Bereichen sowie B-Bereichen in Trägermitte als dominierende Tragwirkung arch-action (Bogentragwirkung) vorherrscht, aber normale Balkentragwirkung ebenfalls einen maßgeblichen Einfluss auf die Gesamttragwirkung hat [19]. Diese Erkenntnis war für Träger mit sowohl Diskontinuitätsbereichen als auch Bernoullibereichen und einem Verhältnis  $l/h=8$  durchaus zu erwarten. Damit liegt allerdings die Annahme nahe, dass Träger im Übergangsbereich zwischen wandartigen Trägern und klassischen Balken ebenfalls von beiden Tragwirkungen beeinflusst werden.

Für wandartige Träger mit Durchlaufwirkung sind im Vergleich zu normalen Balken noch weitere Eigenschaften maßgebend. Durch die hohe Steifigkeit der Träger sind Durchlaufträger besonders empfindlich für unterschiedliche Setzungen der Auflager, wodurch es zu massiven Umlagerungen von den Stützmomenten zu den Feldmomenten kommen kann. Dies muss vor allem deshalb berücksichtigt werden, da Mittelaullager deutlich höhere Auflagerreaktionen aufweisen als Randaullager. Bei Lagerung auf Stützen können die höheren Lagerkräfte zu einer größeren Stauchung der Mittelstützen führen, was selbst bei einer Differenz von nur wenigen Millimetern bereits maßgeblichen Einfluss auf die Momentenverteilung haben kann. Zusätzlich gestaltet sich die exakte Modellierung des Bodens in der Praxis meist schwierig und birgt weitere Unsicherheiten, was die Steifigkeit der Auflager betrifft. Die Ermittlung der Momente erfordert dementsprechend besondere Aufmerksamkeit, besonders bei Berechnungen mit dreidimensionalen Finite-Elemente-Modellen müssen die Ergebnisse nicht nur kritisch hinterfragt, sondern oftmals auch ingenieurmäßig interpretiert werden.

Durch die Zusammenwirkung mit schubfest angeschlossenen Stahlbetondecken können wandartige Träger auch mit nur einem Auflager ausgeführt werden. In die Decken werden horizontale Kräfte eingeleitet, die zur Stabilisierung des Trägers dienen, vgl. Abb. 2.13. Diese Art von Träger wird als indirekt gelagerte bzw. indirekt stabilisierte Träger bezeichnet.



**Abb. 2.3:** Beispielsystem für indirekt stabilisierte wandartige Träger, von [3]

Die Interaktion von Wandträgern mit schubfest angeschlossenen Decken gilt nicht nur für indirekt stabilisierte Träger. Auch bei konventionellen System und direkten Auflagern wirkt die Decke im Druckbereich des Trägers als Druckgurt wie bei einem Plattenbalken. Auch in der Zugzone kann es grundsätzlich zur Ausbildung eines Zuggurtes kommen, womit der wandartige Träger wie ein I-Träger wirken kann. Dabei bilden die Decken die Flansche bzw. Gurte und die Wand den Steg. In welchem Ausmaß die Mitwirkung der Decken das Tragverhalten von wandartigen Trägern beeinflussen kann, soll unter anderem mit dieser Arbeit dieser Arbeit quantifiziert werden.

## 2.2 Normative Regelung im EC 2

Für diese Arbeit werden im folgenden Abschnitt die Regelungen des EC 2 [8] für die Bemessung von wandartigen Trägern und Stabwerkmodellen in der Fassung vom 15.02.2015 verwendet.

Im EC 2 ist die Abgrenzung zwischen Balken und Wandträgern in Kapitel 5 folgendermaßen definiert: „Als Balken ist ein Bauteil anzusehen, dessen Stützweite nicht kleiner als die 3-fache Gesamtquerschnittshöhe ist. Andernfalls ist es in der Regel als wandartiger Träger anzusehen.“ [8]

Im Grunddokument gibt es keine weiteren Angaben für die Bemessung von wandartigen Trägern bis auf den Verweis zur Berechnung mit Stabwerkmodellen. Allerdings werden

konstruktive Regelungen für die Ausführung angegeben, welche sich hauptsächlich auf die Bewehrungsführung und Mindestbewehrung beziehen.

### 2.2.1 Stabwerkmodelle

Stabwerkmodelle dürfen laut EC 2 für die Bemessung von sämtlichen Bauteilen mit nichtlinearer Dehnungsverteilung verwendet werden, es ist aber auch die Bemessung von Bereichen mit linearer Dehnungsverteilung gestattet. Die Regeln werden unterteilt in die Bemessung von Druckstreben, Zugstreben und Knoten. Die Bemessung von Druckstreben wird unterteilt in Bereiche ohne Querkzug und Bereiche mit Querkzug, in denen mit Rissbildung und daher reduzierter Druckfestigkeit zu rechnen ist, vgl. Glg. (2.1) und Glg. (2.1).

$$\sigma_{\text{Rd,max}} = f_{\text{cd}} \quad (2.1)$$

$$\sigma_{\text{Rd,max}} = 0,6 \cdot \nu' \cdot f_{\text{cd}} \quad \nu' = 1 - f_{\text{ck}}/250 \quad (2.2)$$

$\sigma_{\text{Rd,max}}$	Bemessungswert der Betondruckfestigkeit der Druckstrebe
$f_{\text{cd}}$	Bemessungswert der Betondruckfestigkeit
$f_{\text{ck}}$	Charakteristischer Wert der Betondruckfestigkeit
$\nu'$	Abminderungsbeiwert der Druckfestigkeit für gerissenen Beton

Die Bemessung der Zugstreben erfolgt über die Berechnung der erforderlichen Bewehrungsmenge, basierend auf den ermittelten Zugkräften  $T$ . Die erforderliche Bewehrung darf über einen Bereich verteilt werden. In der Regel ist dies genau der Bereich, in dem die Druck-Trajektorien gekrümmt sind. Für geneigte Druckstreben bedeutet dies, dass die resultierenden Zugkräfte  $T$  ebenfalls geneigt sind. Die Bewehrung wird aus baupraktischen Gründen generell orthogonal verlegt, die Anordnung von schräger Bewehrung bewirkt also zusätzlichen Aufwand und kann bei schlanken wandartigen Trägern auch durchaus zu geometrischen Problemen führen, da zusätzliche Bewehrungslagen erforderlich werden. Eine Formel für die Umrechnung der orthogonalen Bewehrung in eine anteilmäßig wirksame Bewehrung in Richtung der Zugstreben wird im EC 2 nicht gegeben.

Für die Bemessung der Knoten werden zunächst drei Typen definiert: a) Druckknoten ohne Verankerung von Zugstreben, b) Druck-Zug-Knoten mit Verankerung von Zugstreben in einer Richtung und c) Druck-Zug-Knoten mit Verankerung von Zugstreben in zwei Richtungen, siehe Abb. 2.4. Die Bemessungsdruckspannungen dürfen wie folgt ermittelt werden:

$$a) \sigma_{\text{Rd,max}} = k_1 \cdot \nu' \cdot f_{\text{cd}} \quad b) \sigma_{\text{Rd,max}} = k_2 \cdot \nu' \cdot f_{\text{cd}} \quad c) \sigma_{\text{Rd,max}} = k_3 \cdot \nu' \cdot f_{\text{cd}} \quad (2.3)$$

Die Werte für  $k_1$ ,  $k_2$  und  $k_3$  sind dem nationalen Anhang zu entnehmen. Die  $k$ -Faktoren dienen zur Berücksichtigung des Spannungszustandes im Knoten, insbesondere zur Abminderung der Druckfestigkeit für Bereiche, in denen Zugkräfte durch die Verankerung der Bewehrung eingeleitet werden.

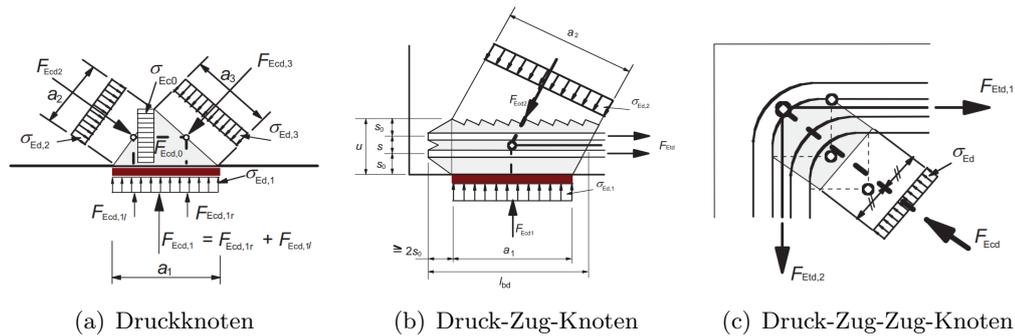


Abb. 2.4: Systematische Darstellung der Knoten von Stabwerkmodellen nach [8]

In Abschnitt 9.7 werden Konstruktionsregeln für wandartige Träger definiert. Wandartige Träger sind mit einer orthogonalen Netzbewehrung an den Außenflächen zu versehen, die Mindestbewehrung  $A_{s,dbmin}$  ist dem Nationalen Anwendungsdokument zu entnehmen. Die Mindestabstände der Bewehrung sind mit der zweifachen Trägerdicke oder 300 mm festgelegt. Die Verankerung der Bewehrung der Zugstreben hat entweder durch Aufbiegen der Bewehrung oder durch die Verwendung von U-Bügeln oder mit Ankerkörben zu erfolgen, außer die erforderliche Verankerungslänge  $l_{bd}$  kann vom Knoten bis zum Trägerende erreicht werden.

## 2.2.2 Regelungen im Nationalen Anwendungsdokument

Die folgenden Ausführungen beziehen sich auf die Regelungen der ÖNORM B 1992-1-1 [16], dem Nationalen Anwendungsdokument zum EC 2.

Für die Bemessung von Stabwerkmodellen werden folgende Werte für die  $k$ -Faktoren festgelegt:

- $k_1 = 1,25$
- $k_2 = 0,9$
- $k_3 = 0,9$

Für die Mindestbewehrung  $A_{s,dbmin}$  wird der im Grunddokument empfohlene Wert übernommen, der mit  $0,001 \cdot A_c$ , aber mindestens  $150 \text{ mm}^2/\text{m}$  je Richtung und Außenfläche angegeben ist. [8]

Im Nationalen Anhang werden im Abschnitt 12.7 weitere Regelungen zur Bemessung und zur konstruktiven Durchbildung gegeben. Diese sind nur für den Fall gültig, dass die Auflagerkräfte über Druck (direkte Lagerung) oder über Schub (indirekte Lagerung) abgetragen werden können und keine Öffnungen vorhanden sind, welche das Tragverhalten wesentlich beeinflussen.

Die Biegemomente dürfen wie für einen schlanken Stab ermittelt werden, die erforderliche Bewehrung  $A_s$  darf mit folgendem innerem Hebelarm  $z$  gerechnet werden:

Für Einfeldträger

$$z = 0,60 \cdot l \leq 0,75 \cdot h \quad (2.4)$$

Bei durchlaufenden Trägern für Feld und Stütze

$$z = 0,40 \cdot l \leq 0,75 \cdot h \quad (2.5)$$

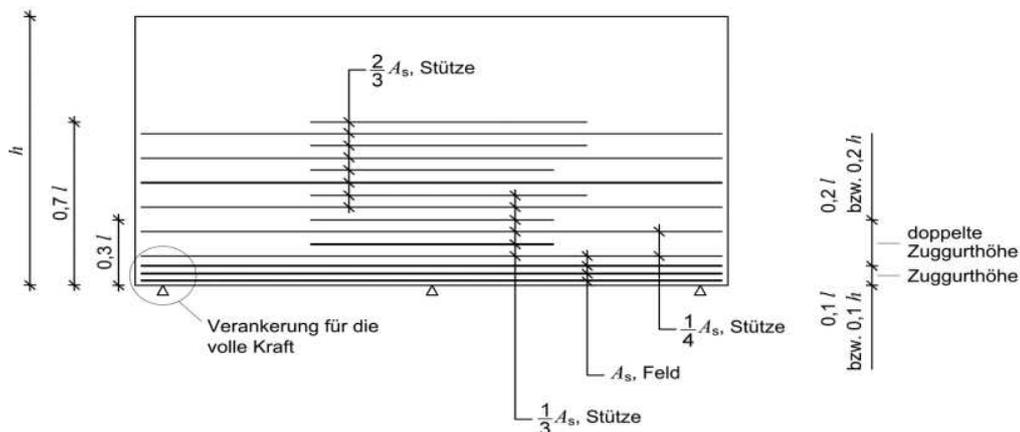
$l$  Feldweite

Die Auflagerbereiche sind im Falle einer direkten Lagerung mit Stabwerksmodellen (Knoten) nachzuweisen. Für eine indirekte Lagerung, wenn also eine quer verlaufende Wand das Auflager darstellt, ist folgende Bedingung einzuhalten:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd} = 0,2 \cdot b \cdot h \cdot f_{cd} \quad (2.6)$$

Bei  $h > l$  ist  $l$  statt  $h$  einzusetzen.

Außerdem werden folgende Regelungen für die bauliche Durchführung festgehalten: Wandartige Träger aus Ortbeton müssen mindestens 15 cm dick sein. Die Mindest-Netzbewehrung darf stets in die erforderliche tragende Bewehrung eingerechnet werden. Die Feldbewehrung muss über die gesamte Länge des Trägers geführt werden und muss an den Enden verankert werden, Stöße müssen auch über Stützen wie Zugstöße ausgeführt werden. Die Stützbewehrung muss verteilt werden;  $1/3$  der Bewehrung auf den Höhenbereich von  $0,1 l$  bis  $0,3 l$  und  $2/3$  auf den Bereich von  $0,3 l$  bis  $0,7 l$  bzw. bis zur Trägeroberkante, falls die Trägerhöhe  $h$  kleiner als  $l$  ist. Die Hälfte der Bewehrung muss über die gesamte Stützweite geführt werden, der Rest auf eine Länge von jeweils  $1/3 l$ , gemessen vom Auflagerstand, vergleiche Abb. 2.5:



**Abb. 2.5:** Wandartige Träger, Bewehrung laut [16]

Lasten, die am unteren Rand eingetragen werden, müssen über eine Rückhängebewehrung auf eine Höhe von  $H = l$  oder bis zur Trägeroberkante geführt werden, der kleinere Wert ist maßgebend. Bei indirekter Lagerung des Trägers muss eine Aufhängebewehrung für die volle Auflagerkraft bemessen werden, vorzugsweise aus lotrechten Bügeln. Die Aufhängebewehrung darf auf die lastabnehmende und die lastabgebende Wand verteilt werden. Für  $V_{Ed} \leq 0,5 V_{Rd}$  müssen im Lastübertragungsbereich horizontale und vertikale Bügel angeordnet werden, welche für  $Z_d = 0,8 V_{Ed}$  bemessen werden, die Aufhängebewehrung in der lastabgebenden Wand darf angerechnet werden. Der Lastübertragungsbereich wird auf eine Länge von  $0,5 h \leq 0,5 l$  gemessen von der Achse der lastabnehmenden Wand

und auf eine Höhe von  $0,5 h \leq 0,5 l$  gemessen von der Trägerunterkante definiert. Für  $V_{Ed} > 0,5 V_{Rd}$  sind zusätzliche Maßnahmen, wie Schrägbügel, erforderlich. Wird kein genauer Rissbreitennachweis geführt muss die Feldbewehrung auf einer Höhe von etwa  $0,1 l \leq 0,1 h$  (=Zuggurthöhe) verteilt werden und über die doppelte Zuggurthöhe ist zusätzlich ein Viertel der Feldbewehrung über die Trägerlänge zu verteilen.

## 2.3 Normative Regelung im ACI-318-14

Das American Concrete Institut veröffentlicht Reglementierungen für den Entwurf und die Bemessungen von Gebäuden aus Beton. Der Bemessungscode wird auch international häufig als Standard für die Bemessung von Stahlbetonstrukturen verwendet. Folgend werden die Regelungen für wandartige Träger der aktuellen Ausgabe ACI-318-14 [1] zusammengefasst und mit den Regelungen des ECs verglichen. Bei der vorliegenden Ausgabe sind neben dem reinen Bemessungscode zusätzlich erläuternde Kommentare im ACI-318R-14 [2] vorhanden, die ebenfalls berücksichtigt werden.

### 2.3.1 Deep beams

Im ACI-318 werden wandartige Träger (deep beams) als Bauteile definiert, die auf einer Seite belastet werden und auf der gegenüberliegenden Seite durch Auflager gestützt werden, so dass die Bildung eines Stabwerks möglich ist. Außerdem muss die maximale Länge  $l$  kleiner gleich der vierfachen Bauteilhöhe  $h$  sein ODER es werden konzentrierte Lasten im Abstand von maximal  $2h$  vom Auflager eingeleitet.

Bereits in der Definition gibt es die ersten Unterschiede zum EC, bei dem  $l/h$  kleiner gleich 3 gilt und die Einleitung von konzentrierten Lasten keine Klassifizierung als wandartiger Träger bewirkt, wohl aber die Bemessung des Auflagerbereichs und der Bereiche mit konzentrierter Lasteinleitung mit Stabwerkmodell erforderlich wird. Wie im EC werden keine expliziten Bemessungsvorschriften für wandartige Träger angegeben, sondern auf die Bemessung mittels Stabwerkmodellen verwiesen. Um Rissbildung im Gebrauchszustand zu verringern und zu verhindern, dass es zum Versagen der diagonalen Druckstrebe kommt, wird folgende Beschränkung der Bauteildimensionen vorgegeben:

$$V_u \leq \phi \cdot 10 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \quad (2.7)$$

- $V_u$  Querkraft im Schnitt (am Auflager)
- $\phi$  Faktor zur Reduktion der Festigkeit
- $\sqrt{f'_c}$  Quadratwurzel der spezifizierten Betondruckfestigkeit
- $b_w$  Stegbreite
- $d$  Abstand von der Faser mit maximaler Druckbelastung zum Schwerpunkt der Längsbewehrung

Für die Ermittlung der verteilten Mindestbewehrung in horizontaler und vertikaler Richtung gelten folgende Formeln:

$$A_v \geq 0,0025 \cdot b_w \cdot s \quad A_{v,h} \geq 0,0025 \cdot b_w \cdot s_2 \quad (2.8)$$

- $A_v$  Mindestbewehrung in vertikaler Richtung
- $A_{v,h}$  Mindestbewehrung in horizontaler Richtung
- $b_w$  Stegbreite
- $s$  Abstand der verteilten Vertikalbewehrung
- $s_2$  Abstand der verteilten Horizontal(=Längs)-Bewehrung

Die erforderliche Mindestbewehrungsmenge ist damit für beide Richtungen gleich definiert. Für die Mindestbewehrung zufolge Biegebeanspruchung wird auf die Formeln für normale Balken verwiesen. Für die tragende Längsbewehrung wird eine Verankerung entsprechend den Anforderungen des Stabwerkmodells gefordert. Im Gegensatz zu normalen Trägern wird bei wandartigen Trägern im Grenzzustand der Tragfähigkeit angenommen, dass die Bewehrung in der Zugzone über ihre gesamte Länge eine nahezu konstante Spannung aufweist, wodurch die Bewehrung über das Auflager hinaus verankert werden muss. Über Mittelauflagern muss die Bewehrung für das negative Moment über die gesamte Länge des Trägers geführt werden, für das positive Moment muss die Bewehrung entweder über die gesamte Trägerlänge verlaufen oder ein überlappender Stoß ausgeführt werden.

### 2.3.2 strut-and-tie method

Gleich wie im EC 2 wird im ACI-318 die Verwendung für Stabwerkmodelle (=strut-and-tie method) für die Bemessung von Diskontinuitätsbereichen vorgesehen. Es wird ebenfalls zwischen Druckstreben (struts), Zugstreben (ties) und Knoten (nodes) unterschieden. Druckstreben in wandartigen Trägern, welche sich flaschenförmig (bottle-shaped) ausbreiten, werden zu prismatischen Streben idealisiert. Die Unterteilung der Knoten erfolgt in Druckknoten (C-C-C-nodes), Druck-Zug-Knoten (C-C-T) und Druck-Zug-Zug-Knoten (C-T-T).

Für die Bemessung der Widerstände müssen sämtliche Strukturelemente von Stabwerkmodellen mit einem Faktor  $\phi$  zur Reduktion der Festigkeit multipliziert werden. Für Stabwerkmodelle gilt  $\phi = 0,75$ .

Die Bemessung der Druckstreben wird unterteilt in Streben mit Längsbewehrung und Streben ohne Längsbewehrung, vgl.:

Druckstreben ohne Längsbewehrung

$$F_{ns} = f_{ce} \cdot A_{cs} \quad (2.9)$$

Druckstreben mit Längsbewehrung

$$F_{ns} = f_{ce} \cdot A_{cs} + A'_s \cdot f'_s \quad (2.10)$$

- $F_{ns}$  Druckfestigkeit der Druckstrebe
- $f_{ce}$  Effektive Betondruckfestigkeit in der Druckstrebe
- $A_{cs}$  Querschnittfläche am Ende der Druckstrebe
- $A'_s$  Querschnittfläche der Druckbewehrung
- $f'_s$  Spannung der Bewehrung

Für den Bruchzustand darf die Spannung in der Druckbewehrung mit der Fließgrenze  $f_y$  angenommen werden. Der Wert für die effektive Betondruckfestigkeit darf mit folgender Gleichung ermittelt werden:

$$f_{ce} = 0,85 \cdot \beta_s \cdot f'_c \quad (2.11)$$

$\beta_s$  Druckstrebenkoeffizient  
 $f'_c$  spezifizierte Betondruckfestigkeit

Der Koeffizient  $\beta_s$  dient zur Berücksichtigung des Einflusses von Rissbildung und der vorhandenen Bewehrung zur Rissbeschränkung auf die Betondruckfestigkeit der Druckstreben. Für Druckstreben, deren Querschnitt gleichförmig über die gesamte Länge ist, gilt  $\beta_s = 1$ . Für flaschenförmige Streben (bottle-shaped struts) gilt  $\beta_s = 0,75$  für den Fall, dass entsprechende Bewehrung zur Aufnahme des Querzugs vorhanden ist, ohne Bewehrung gilt  $\beta_s = 0,6$ . Für Druckstreben in Zugbereichen gilt  $\beta_s = 0,4$ , in allen übrigen Bereichen  $\beta_s = 0,6$ .

Damit  $\beta_s = 0,75$  für flaschenförmige Druckstreben gilt, muss folgende Gleichung erfüllt sein:

$$\sum \frac{A_{si}}{b_s \cdot s_i} \cdot \sin \alpha_i \geq 0,003 \quad (2.12)$$

$A_{si}$  Querschnittsfläche der Netzbewehrung  
 $b_s$  Breite der Druckstrebe  
 $s_i$  Abstand der Bewehrung  
 $\alpha'_i$  Winkel zwischen Bewehrung und Achse der Druckstrebe

Der Index  $i$  ist 1 für die vertikale und 2 für die horizontale Bewehrung. Hier unterscheiden sich EC und ACI voneinander. Im EC 2 gilt ein Abminderungsfaktor von 0,6 für alle Bereiche mit Querzug, außerdem müssen die bei flaschenförmigen Druckstreben auftretenden Zugkräfte nachgewiesen werden, was im ACI indirekt durch die geforderte Mindestbewehrung erfolgt.

Der Nachweis von Zugstreben erfolgt wie im EC über die Berechnung der erforderlichen Bewehrungsmenge, falls vorhanden darf die Bewehrung aus einer Vorspannung angerechnet werden. Die Verankerung der Zugstreben muss so ausgeführt werden, dass die Verankerungslänge am Ende der erweiterten Knoten-Zone erreicht ist.

Der Bemessungswert der Druckfestigkeit von Knoten wird ähnlich wie für Druckstreben mit der effektiven Betondruckfestigkeit ermittelt. Anstatt  $\beta_s$  wird der Wert  $\beta_n$  verwendet. Es gilt a)  $\beta_n = 1,0$  für reine Druckknoten, b)  $\beta_n = 0,8$  für Knoten mit einer Zugstrebe und c)  $\beta_n = 0,6$  für Knoten mit zwei Zugstreben. Damit wird der Verringerung der Betondruckfestigkeit aufgrund der durch die Bewehrung eingeleiteten Zugkräfte und Dehnungen berücksichtigt.

### 2.3.3 Gegenüberstellung EC 2 und ACI-318-14

Im Wesentlichen stimmen die Regelungen des EC und des ACI überein. Für wandartige Träger werden konstruktive Regelungen angegeben, welche die Mindestbewehrung und die Verankerung der Längsbewehrung vorschreiben. Die eigentliche Bemessung erfolgt über

Stabwerkmodelle, die sich hauptsächlich durch verschiedene Faktoren unterscheiden, aber über die gleiche Systematik verfügen und sich an den gleichen wissenschaftlichen Arbeiten orientieren.

Die Faktoren für die Berechnung der Betondruckfestigkeit in Abhängigkeit von durch die Bewehrung eingeleiteten Zugkräften unterscheiden sich für die drei Normen deutlich. Die Abminderung laut ACI [1] ist deutlich größer als die im EC [8], im österreichischen Nationalen Anwendungsdokument sind die Abminderungen noch geringer, für Druck-Druck-Knoten darf sogar mit erhöhter Betondruckfestigkeit gerechnet werden, vgl. [16]. Der Vergleich der Faktoren ist in Tab. 2.1 dargestellt.

Norm	Druck-Druck-Knoten	Druck-Zug-Knoten	Druck-Zug-Zug-Knoten
EC 2	1,00	0,85	0,75
EC2 - NA	1,25	0,90	0,90
ACI-318-14	1,00	0,80	0,60

**Tab. 2.1:** Vergleich der Abminderungsfaktoren in den Normen

Im NA gibt es einen Unterschied in der Bemessung, da die erforderliche Längsbewehrung wie für schlanke Balken ermittelt werden darf. Dafür wird eine Formel für den inneren Hebelarm  $z$  für Feld- und Stützmomente gegeben. Darüber hinaus werden weitere Angaben für die Verteilung der Längsbewehrung und für die erforderliche Bewehrung bei indirekter Lagerung durch Querwände gegeben.

## 2.4 Einflüsse auf das Tragverhalten wandartiger Träger auf Basis von wissenschaftlichen Arbeiten

### 2.4.1 Einleitung

Wie bereits erwähnt, ist das Tragverhalten von wandartigen Trägern sowie die Bemessung mit Stabwerkmodellen ein wissenschaftlich häufig untersuchtes Thema. Dennoch sind wenig experimentelle Untersuchungen an großformatigen Testobjekten mit realitätsnahen Abmessungen vorhanden. Im Zuge ihrer Untersuchungen zur Schubbemessung von Stahlbeton mittels Stabwerkmodellen haben *Brown et al.* eine Datenbank von gut dokumentierten Schub-Versuchen an Trägern zusammengestellt, die über 1100 Exemplare umfasst, vgl. [4]. Darin ist aber nur ein einziges Testobjekt enthalten, das über eine wie in der Praxis übliche Bauteilhöhe verfügt, nämlich 118,1 inch (= 300 cm), sowie einige wenige Exemplare mit Bauteilhöhen von ca. 180 - 190 cm. Viele Exemplare der Datenbank wären laut den Regeln des ECs nicht als wandartiger Träger definiert, auch die von *Brown et al.* selbst hergestellten Testobjekte verfügen über Abmessungen von  $h = 76,2$  cm sowie  $l = 304,8$  cm, womit sich ein  $l/h$  Verhältnis von 4 ergibt. Laut ACI ist dies die Grenze für einen deep beam [1], laut EC wäre dies jedoch ein normaler Balken (mit ausgeprägten D-Bereichen) [16]. Obgleich die exakte Abgrenzung zwischen Balken und wandartigen Trägern durchaus diskussionswürdig ist, bleibt die Problematik bestehen, dass wenige Versuche an großformatigen Objekten vorhanden sind und die Ergebnisse kleinerer Testkörper nicht ohne weiteres auf die tatsächlichen Bauteile in realen Objekten umgelegt werden können.

Folgend werden die wesentlichsten Fälle von wandartigen Trägern und maßgebliche Einflüsse auf das Tragverhalten Abschnittsweise beschrieben.

## 2.4.2 Einfeldträger

*Leonhardt und Walther* haben 1966 mehrere Versuchsreihen an wandartigen Trägern mit verhältnismäßig großen Abmessungen, (1,60 x 1,60 m für Einfeldträger) durchgeführt. Es wurden acht Exemplare mit unterschiedlicher Bewehrungsanordnung und Bewehrungsgrad getestet, bei drei Exemplaren wurde die Last an der Unterseite aufgebracht, siehe [11]. Die Ergebnisse der Versuche und die daraus gewonnenen Erkenntnisse sind bis heute von Relevanz und stellen die Grundlage für diverse Bemessungsvorschriften dar. Der österreichische NA des EC 2 zum Beispiel übernimmt die von *Leonhardt und Walther* empfohlenen Richtlinien für die Bemessung von wandartigen Trägern großteils.

Aus den Versuchen können mehrere wesentliche Erkenntnisse gewonnen werden, die auch für die weiteren Untersuchungen dieser Arbeit von Bedeutung sind:

Für den Bruchzustand wird die Zugbewehrung wesentlich weniger stark beansprucht als die Berechnung nach Scheibentheorie ergeben würde, da es bei Einsetzen der Rissbildung zur Bildung eines Sprengwerks bzw. eines Bogens mit Zugband kommt, die Druckspannungen verschieben sich an den oberen Rand und steigen dementsprechend stark an. Dadurch wird der innere Hebelarm  $z$  deutlich größer und die Tragfähigkeit steigt weit über die nach Theorie I. Ordnung ermittelten Werte an.

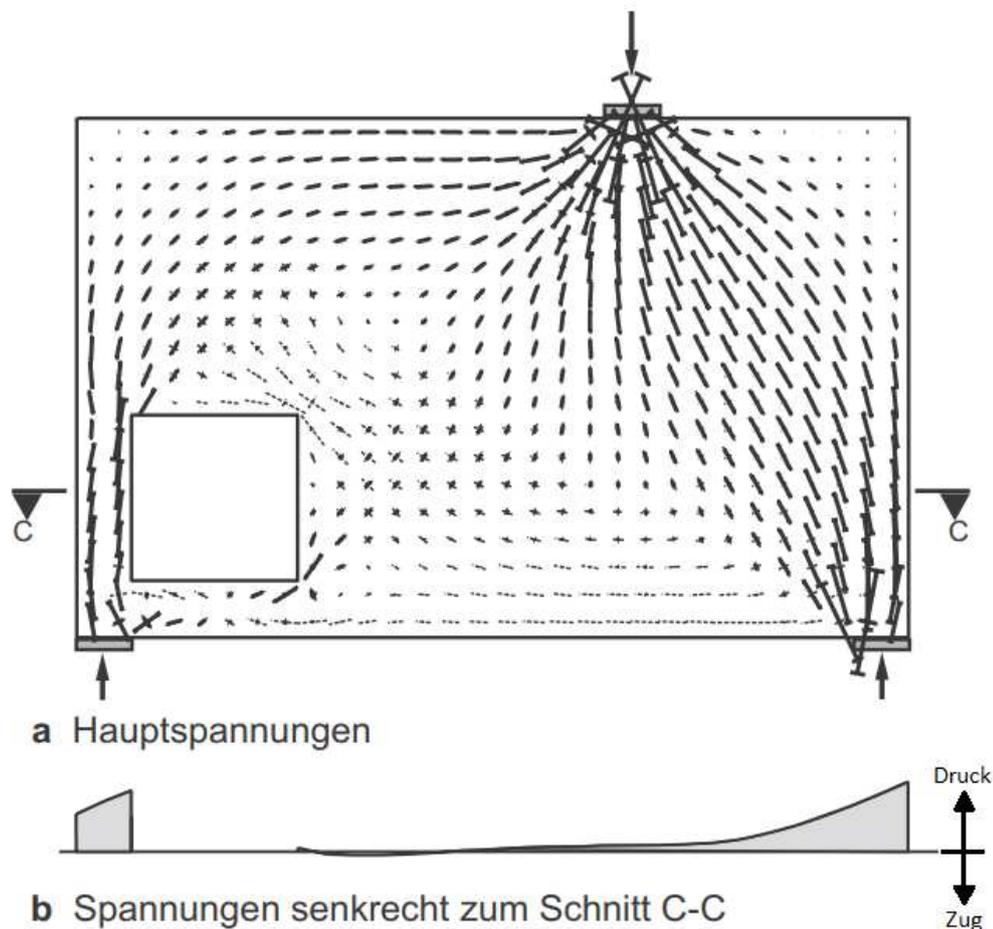
Die Stahlspannung ist im Bruchzustand fast über die gesamte Trägerlänge nahezu konstant, womit das Tragverhalten als Bogen mit Zugband experimentell bewiesen wurde. Damit einhergehend muss die Verankerung an den Auflagern zwingend gewährleistet werden und die Zugbewehrung über den gesamten Träger durchgehen. Es wird empfohlen, die Zugbewehrung über eine Höhe von etwa  $h/5$  zu verteilen, um die Rissbreite im Zugbereich zu beschränken.

Für Lasten, die an der Unterseite wirken, sind Aufhängebügel erforderlich, welche über die gesamte Trägerhöhe bzw. über  $h = l$  zu führen sind. Durch die Dehnung der Aufhängebügel kommt es zu zusätzlicher Verformung, verglichen mit Systemen, bei denen die Lasten an der Oberseite wirken.

Bei einem ausreichend bewehrtem Zugband liegt die Bruchgefahr bei den schiefen Druckspannungen der Streben oder in den Knoten im Auflagerbereich. *Leonhardt und Walther* empfehlen, die Auflagerpressung zu begrenzen, um diese Versagensform abzudecken. Mittlerweile werden die Druckstreben und die Knoten am Auflager mit Stabwerkmodellen bemessen. [11]

Es wurden viele Arbeiten von verschiedenen Autoren zum Thema der Weiterentwicklung der Stabwerkmodelle durchgeführt. Der von *Schlaich et al.* 1987 veröffentlichte Bericht enthält eine Zusammenfassung des damaligen Wissensstands zur Bemessung mit Stabwerkmodellen und beschreibt eine systematische Vorgehensweise, mit der jegliche Strukturelemente des Stahlbetonbaus auf eine konsistente Art bemessen werden können [18]. Die Bemessung für den Bruchzustand orientiert sich dabei generell an der Plastizitätstheorie, die Bemessung für den Gebrauchszustand an der Elastizitätstheorie. Grundsätzlich kann jedes beliebige Stabwerkmodell für die Bemessung gewählt werden, solange ein statisches Gleichgewicht herrscht und die Festigkeit an keinem Punkt überschritten wird. Um beide Zustände mit der gleichen Systematik nachweisen zu können, wird empfohlen, das gewählte Stabwerkmodell an den elastischen Spannungen zu orientieren, damit das Tragverhalten im Bruchzustand nicht zu sehr vom Gebrauchszustand abweicht. Bei stark unterschiedlichem Tragverhalten würde es im Übergang vom Gebrauchs- zum Bruchzustand zu massiven Umlagerungen

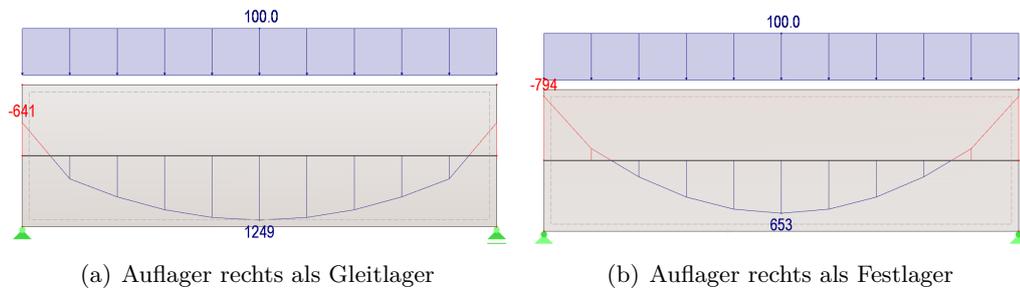
im System und damit einhergehend zu großen Verformungen kommen, im Extremfall könnte sogar ein Versagensfall eintreten, der sich aus den Umlagerungen ergibt und für den das System nicht bemessen wurde. Diese Empfehlungen und Bemessungsvorschriften haben bis heute ihre Relevanz nicht verloren und sind im Wesentlichen sowohl in aktuellen Normen wie dem EC 2 [8] oder ACI-318-14 [1] als auch in Fachbüchern zur Bemessung von Stahlbetonbauteilen wie zum Beispiel von *Zilch und Zehetmaier* [21] enthalten. Durch die mittlerweile sehr leistungsstarken und einfach zu handhabenden Finite-Elemente Bemessungsprogramme können in der Praxis die zu untersuchenden Strukturen effizient modelliert, linear-elastisch berechnet und anhand dieser Ergebnisse die entsprechenden Stabwerkmodelle gewählt werden. Gerade weil die Berechnung mit FE-Software heutzutage so einfach und schnell geworden ist, muss an dieser Stelle darauf hingewiesen werden, dass die Ergebnisse vor allem für komplexere Strukturen stets kritisch zu hinterfragen sind. Beispielsweise wäre neben einer Öffnung Aufhängebewehrung erforderlich, was bei der konsequenten Entwicklung eines Stabwerkmodells ersichtlich wird, die linear-elastischen Hauptspannungen liefern aber sogar geringe Druckspannungen, wie in Abb. 2.6 ersichtlich:



**Abb. 2.6:** Hauptspannungen nach Elastizitätstheorie, [17]

Aufgrund der großen Steifigkeit von wandartigen Trägern kommen den Auflager- und Randbedingungen besondere Bedeutung zu, da sie wesentlichen Einfluss auf die Schnittgrößen und Spannungen haben, insbesondere bei statisch unbestimmten Systemen. Zur

Veranschaulichung werden in Abb. 2.7 die Momentenverläufe für zwei gleiche wandartige Träger dargestellt, bei denen lediglich die Auflager geändert wurden. Die gezeigten Bilder sollen keinesfalls eine Möglichkeit zur richtigen Modellierung oder eine sinnvolle Art der Berechnung aufzeigen, sondern lediglich den gravierenden Einfluss der Lagerung verdeutlichen.



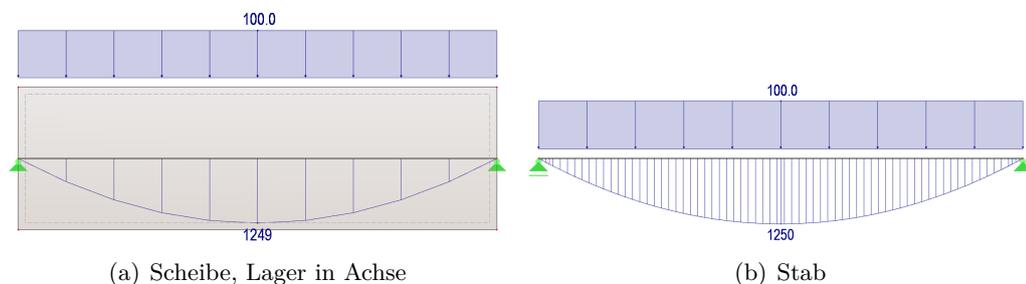
**Abb. 2.7:** Einfluss der Auflager auf Schnittgrößen bei wandartigen Trägern

Die beiden wandartigen Träger wurden in der Software *RFEM* von Dlubal als Scheiben modelliert, mit folgender Geometrie und Belastung:

$$\begin{aligned}
 h &= 3,00 \text{ m} && \text{Trägerhöhe} \\
 l &= 10,00 \text{ m} && \text{Spannweite} \\
 q &= 100,00 \text{ kN/m} && \text{Belastung als Gleichlast}
 \end{aligned}$$

Die Ermittlung der Momente erfolgt über einen sogenannten *Ergebnisstab* in *RFEM*, der die Spannungen von 2D-Elementen zu Stabschnittgrößen aufintegriert. Es muss unbedingt beachtet werden, dass die negativen Randmomente für den Träger in Abb. 2.7(a) aus der exzentrischen Anordnung der Lager resultieren.

Das Feldmoment bei einer Gleichlast von 100,0 kN/m für einen Einfeldträger ergibt sich mit  $M_y = q \cdot l^2 / 8$  zu 1250 kNm. Das Feldmoment des Trägers in Abb. 2.7(a) stimmt also quantitativ. Der rechte Träger in Abb. 2.7(b) mit zwei Festlagern verfügt über ein deutlich kleineres Feldmoment von 653 kNm, also fast um die Hälfte reduziert. Bei einer Modellierung als Stab würde bei beiden Lagerungsbedingungen Das Ergebnis für das Feldmoment 1250 kNm betragen. Gleiches gilt für den Fall dass die Auflager in die Achse der Scheibe verschoben werden, vgl. Abb. 2.8.



**Abb. 2.8:** Lagerung als Festlager auf beiden Seiten

Der Unterschied der Ergebnisse wird unter anderem besonders dann relevant, wenn die Bemessung innerhalb eines dreidimensionalen Gebäudemodells erfolgen soll, wie es in

der Praxis heutzutage oftmals üblich ist. Teilweise wird die Berechnung anhand von 3D-Modellen sogar gefordert, z.B. bei unregelmäßigen Grundrissen und dynamischen Erdbebenberechnungen. Ein vorhandenes Modell kann mit handelsüblicher FE-Software zumindest linear-elastisch sehr rasch berechnet und auch bemessen werden (z.B. Ermittlung der erforderlichen Bewehrung der wandartigen Träger). Die gezeigten Beispiele machen aber deutlich, dass den Berechnungsergebnissen durchaus nicht blind vertraut werden darf, sondern ingenieurmäßige Überlegungen erforderlich sind, um keine Fehler in der Bemessung zu machen.

Als praktikable Methode zur sicheren Bemessung von wandartigen Trägern kann die nach Elastizitätstheorie errechnete Bewehrung für das Zugband angenommen werden, was zwar zu deutlich konservativeren Ergebnissen führt, dafür aber auch Modellunsicherheiten zu einem gewissen Grad abdeckt. Nach den Ausführungen von *Leonhardt und Walther* ist die erforderliche Bewehrung in der Zugzone sowieso gering und die Bemessung des Zugbands von untergeordneter Bedeutung, da das Versagen der schiefen Druckstrebe den vorrangige Versagensmechanismus darstellt [11].

Die maximalen Druckspannungen treten, zumindest bei einfachen Geometrien wie bei einem Einfeldträger ohne Öffnungen oder ähnlichem, immer im Bereich der Auflager auf, da dort die Druckkräfte konzentriert eingeleitet werden und durch die Verankerung des Zugbandes die Druckfestigkeit reduziert wird. *Haberland und Morgen* identifizieren in ihrer Publikation aus 2017 ebenfalls die Auflagerbereiche als die kritischen Bereiche von wandartigen Trägern [9]. Der von ihnen empfohlene Bemessungsvorgang beruht auf den Vorschriften des ECs und wird durch Hintergrundinformationen basierend auf einer Literaturrecherche sowie der fachkundigen Meinung und Erfahrung der Autoren ergänzt. Besonders die Ergänzungen zur Ermittlung der Auflagerkräfte und der konstruktiven Ausführung von komplexeren Auflagerbereichen wird in den folgenden Kapiteln eingehender behandelt.

Obwohl die Auflager als singuläre Knoten besondere Aufmerksamkeit in der Bemessung erfordern, müssen auch die restlichen Druckstreben in den Stabwerkmodellen mit entsprechender Sorgfalt bemessen werden. Bei der Berechnung eines Stabwerkmodells werden Druckstreben zu prismatischen Streben vereinfacht und die Bemessung erfolgt mit dem geringsten Querschnitt der Strebe. Bei dieser Vereinfachung muss aber beachtet werden, dass es bei einer möglichen freien Ausbreitung der Druckstrebe zur Bildung einer flaschenförmigen Strebe kommt, durch die Querkzugkräfte in der Betonstruktur hervorgerufen werden. *Brown et al.* haben umfangreiche Untersuchungen zur Schubbemessung von Stahlbetonbauteilen anhand von Stabwerkmodellen durchgeführt [4]. Ziel der Untersuchungen war unter anderem, die Bemessungsvorschriften in den nordamerikanischen Regelwerken zu überprüfen und die Aussagekraft der *strut-and-tie method* (STM) über die Schubfestigkeit von bewehrten und unbewehrten Trägern mit unterschiedlichen Bewehrungsmengen zu testen.

Einige der Testobjekte versagten zufolge Betondruckbruchs im Bereich der Auflager, was sich mit den Annahmen von *Haberland und Morgen* und *Leonhardt und Walther* deckt. Bei vielen Testobjekten bildeten sich allerdings bei ca. 60-80% der Bruchlast parallele Schubrisse, bei einigen der Träger kam es dann zum Versagen des Betons zwischen den beiden Schubrisen in Auflagnähe. Demzufolge kann die Bildung von Schubrisen die maximale Tragfähigkeit von wandartigen Trägern reduzieren. Um die Bildung von Schubrisen einzuschränken und ein duktileres Versagen zu erzielen, scheint die Anordnung einer Netzbewehrung somit sinnvoll. *Shuraim* führte Schubversuche an Stahlbetonträgern mit ausgeprägten D-Bereichen, mit und ohne Bügelbewehrung, durch. Durch die Versuche kommt er zu folgendem Schluss: Steigt die erforderliche Biegebewehrung an, muss auch die Bügelbewehrung ansteigen, um ein duktileres Versagen sicherzustellen, vgl. [19]. Zwar

sind die von ihm getesteten Träger laut EC nicht als wandartige Träger definiert, aber der dominierende Tragmechanismus, vor allem in den Trägern ohne Bügel, konnte aufgrund der Stahlspannung, die über die gesamte Länge gleichmäßig war, als Bogen mit Zugband nachgewiesen werden. Damit sind seine Erkenntnisse zu einem gewissen Grad auch für wandartige Träger relevant. Umgelegt auf wandartige Träger belegen *Shuarims* Erkenntnisse die Annahme, dass Bewehrung zur Sicherstellung der Duktilität auch für die Tragfähigkeit relevant ist.

Im ACI-318 wird der Nachweis des Querzugs bei flaschenförmigen Streben indirekt über den Nachweis eines Mindestbewehrungsgrades abgedeckt, der aber unabhängig von der Belastung geführt wird [1]. Dies könnte zu unsicheren Ergebnissen führen, wenn beispielsweise die Auflager verstärkt werden und es dadurch nicht zum Versagen der Druckstrebe direkt am Auflager kommt.

Eine der weiteren wesentlichen Erkenntnisse der Untersuchungen von *Brown et al.* ist der Einfluss der Last auf die Schubtragfähigkeit. Mit Gleichlasten belastete Trägere weisen eine deutlich höhere Tragfähigkeit als mit Einzellasten belastete Trägere auf [4]. Zu diesem Ergebnis kommen auch *Tung et al.*, wenngleich sich ihre Untersuchungen nicht auf wandartige Trägere beziehen [20]. Die höhere Tragfähigkeit bei gleichförmig belasteten wandartigen Trägern kann vermutlich zum Teil auch dadurch erklärt werden, dass sich anstatt flaschenförmiger Druckstreben eher fächerförmige Druckstreben ausbilden, vgl. Abb. 2.9.

Dies stützt die Annahme, dass der durch flaschenförmige Druckstreben entstehende Querzug einen relevanten Einfluss auf die Gesamttragfähigkeit hat, denn die gesamte maximal aufnehmbare Last war bei gleichförmig belasteten Exemplaren höher, somit war auch die in das Auflager eingeleitete Kraft höher als bei den Trägern mit Einzellasten. Wäre ausschließlich die Tragfähigkeit des Knotens am Auflager bemessungsrelevant, müsste die Tragfähigkeit unabhängig von der Belastungsart sein, sondern nur von der Auflagerkraft abhängen.

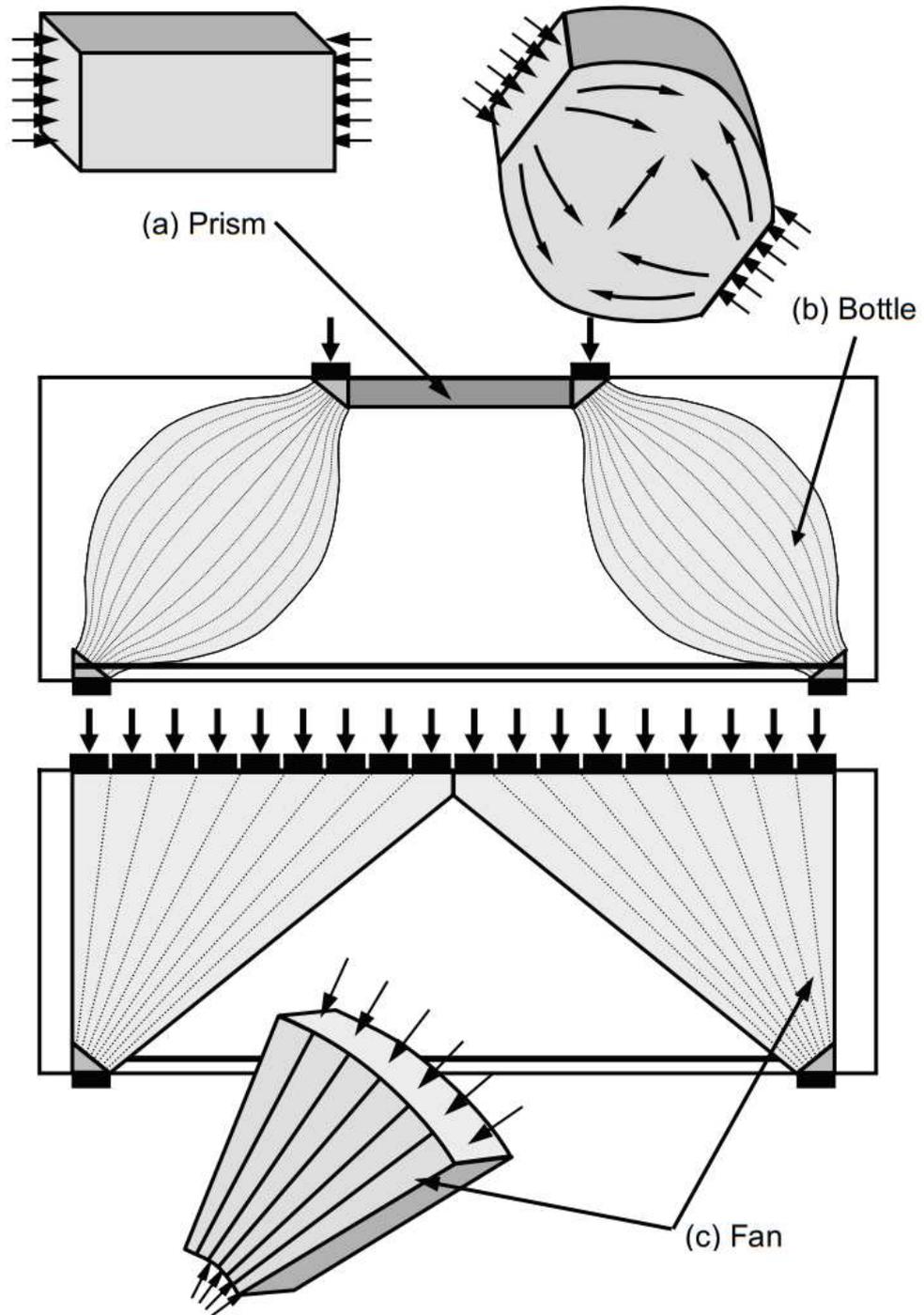
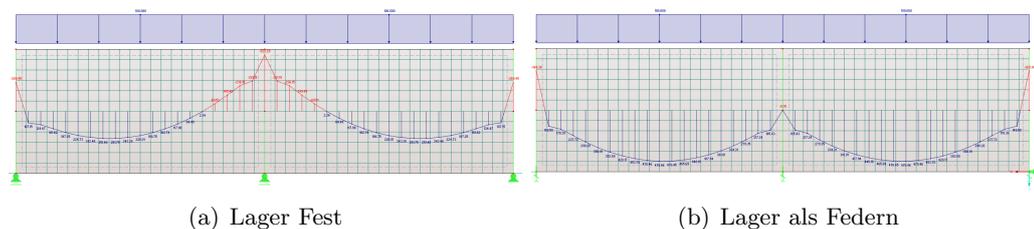


Abb. 2.9: Übliche Formen von Druckstreben, [4]

### 2.4.3 Durchlaufträger

Für wandartige Durchlaufträger gelten grundsätzlich die gleichen Bemessungsvorschriften wie für einfeldrige wandartige Träger. Für die innenliegenden Auflager müssen aber einige zusätzliche Eigenschaften beachtet werden. Im Gegensatz zu schlanken Balken sind die Momente und Auflagerreaktion von wandartigen Trägern aufgrund deren hoher Steifigkeit stark abhängig von der Setzung der Auflager. Aufgrund von Setzungen der Auflager bzw. elastischer Stauchung der Stützen kann es zu signifikanten Umlagerungen kommen. Besonders bei weicher Lagerung kommt es zu einer deutlichen Reduzierung der Stützmomente und dementsprechend zu einer Erhöhung der Feldmomente. Dieser Effekt wird mit der folgend dargestellten FE-Analyse verdeutlicht.

In *RFEM* wurden zwei Durchlaufträger, mit einer Feldlänge  $l$  von jeweils 6,0 m, einer Höhe  $h$  von 3,0 m und einer Gleichlast  $q$  von 100 kN/m, modelliert. Es erfolgte eine linear-elastische Berechnung ohne Berücksichtigung der Rissbildung. Die Lager wurden als Knotenlager modelliert, als feste Lager für den ersten Träger und als Federlager für den zweiten Träger. Die Federsteifigkeit wurde vereinfacht für eine Stütze mit den Abmessungen  $b = h = 200$  mm mit einer Betongüte C 30/37 und einer Höhe  $h$  von 3,0 m berechnet, die Federkonstante kann mit  $\frac{E \cdot A}{l}$  berechnet werden. Für  $E = 33000$  N/mm<sup>2</sup> ergibt sich eine Federkonstante von  $440 \cdot 10^6$  N/m. Die Abmessungen der Stützen wurden klein gewählt, um eine weiche Lagerung zu erzielen und den Effekt der Lagerung zu verdeutlichen. Die Ergebnisse der FE-Analyse sind in Abb. 2.11 dargestellt.



**Abb. 2.10:** Einfluss der Lagerung auf den Momentenverlauf

Wie auch für die Berechnung der Einfeldträger erfolgt eine Integration der Spannungen in den Scheibenelementen mit dem *Ergebnisstab* von *RFEM*. Die negativen Momente am freien Rand resultieren aus der exzentrischen Lagerung und der damit einhergehenden Spannungsverteilung. Dies ist durch den Sprung im ansonsten quadratischen Momentenverlauf klar erkenntlich. Der mit starren Auflagern modellierte Träger in Abb. 2.10(a) verfügt über ein Stützmoment, dessen Betrag größer als das Feldmoment ist, wie für einen Durchlaufträger mit symmetrischer Belastung und gleicher Feldlänge zu erwarten ist. Das Stützmoment für den mit Federn gelagerten Träger hingegen wird direkt über dem Auflager zu Null. Auch die Auflagerkräfte unterscheiden sich deutlich. Für die starre Lagerung ergibt sich die Auflagerreaktion für das mittlere Auflager zu ca. 750 kN ( $0,625ql$ ), für die Federlager zu ca. 580 kN ( $0,48ql$ ). Bestehen die Randlager aus Querwänden und die inneren Auflager aus Stützen, deren Dehnsteifigkeit im Vergleich zu Wänden deutlich geringer ist, können sogar positive Momente über der Stütze entstehen.

Da sich die Nachgiebigkeit der Auflager signifikant auf die Schnittgrößen des Systems auswirkt, sind diese auf jeden Fall in der Berechnung zu berücksichtigen. *Haberland et al.* führen mehrere Möglichkeiten dazu an, vgl. [9]:

Für eine (annähernd) starre Lagerung können die Auflagerkräfte wie für einen schlanken

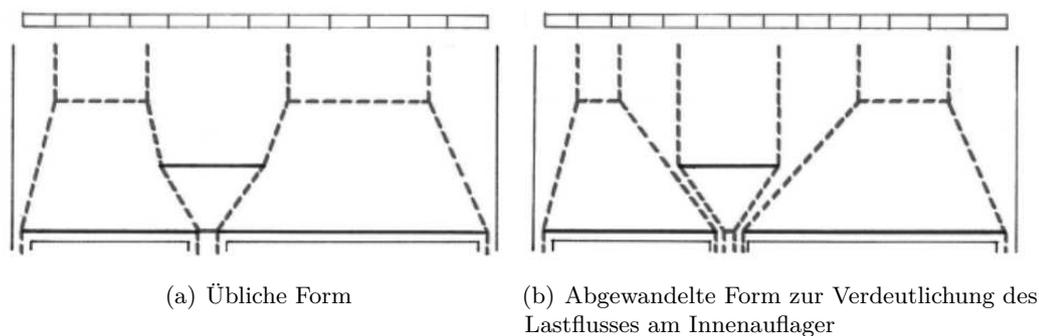
Balken ermittelt und mit Faktoren in Abhängigkeit der Schlankheit hinreichend genau berechnet werden.

Sollen bzw. müssen Auflagersteifigkeiten berücksichtigt werden, kann die Berechnung mit einem Stabwerkprogramm mit Berücksichtigung der Schubverformung erfolgen.

Ist die Steifigkeit des Trägers über die Länge nicht konstant (z.B. wegen Öffnungen etc.) wird die Berechnung mit einem FE-Programm und Modellierung als Scheibe empfohlen.

Die Nachgiebigkeit der Auflager kann für die Tragfähigkeit durchaus positive Auswirkungen haben. Die Auflager stellen oft die bemessungsrelevanten Bereiche dar, wobei Innenaufleger aufgrund der höheren Auflagerreaktionen (bei starrer Lagerung) und der auftretenden Momente besonders kritisch sind. Findet eine Umlagerung der Lasten zu den Randauflagern statt werden dadurch die Mittelaufleger entlastet und dadurch eventuell die Gesamttragfähigkeit erhöht. Damit kann sich der kritische Bereich eventuell zu den Randlagern verschieben. Im Zweifelsfall sollten Grenzfälle betrachtet werden und falls wirtschaftlich vertretbar die Auflager für ihre jeweiligen Extremfälle bemessen werden, um auf der sicheren Seite zu liegen. Für die Bemessung der Innenaufleger muss der Knoten in mehrere Teilknoten zerlegt werden, die dann mit jeweiligen Formeln einzeln bemessen werden können.

Die Bewehrungsführung für die Aufnahme der Stützmomente unterscheidet sich deutlich von der für schlanke Balken. Die Zugbewehrung über der Stütze wird nicht am oberen Rand des Trägers angeordnet, sondern üblicherweise verteilt über der Stütze. Im ersten Ansatz mag dies kontraintuitiv erscheinen, wird aber nachvollziehbar, wenn man ein adäquates Stabwerkmodell entwirft:



**Abb. 2.11:** Stabwerkmodelle für Zweifeldträger, nach [9]

In Abb. 2.11 ersichtlich ist die Zugstrebe, die je nach gewähltem Stabwerkmodell in etwa zwischen  $l/3$  bis  $l/2$  über dem Mittelaufleger liegt. Dem Stabwerkmodell folgend muss konsequenterweise die Bewehrung zur Aufnahme der Zugstrebe an entsprechender Stelle angeordnet werden. Die Bewehrung darf laut EC 2 verteilt werden, vgl. [8]. Berücksichtigt man, dass die Geometrie des Stabwerkmodells grundsätzlich frei gewählt werden darf und die Idealisierung als eine stabförmige Zugstrebe eine starke Vereinfachung darstellt, während in Wirklichkeit Querspannungen über den Bereich auftreten, in denen die Drucktrajektorien gekrümmt verlaufen, erscheint die Verteilung der Bewehrung über einen größeren Bereich über dem Auflager sinnvoll.

In ihrer Versuchsreihe mit Durchlaufträgern haben *Leonhardt und Walther* festgestellt, dass das Versagen der Träger durch einen steilen Schrägriss am Mittelaufleger verursacht wurde. [11] Auf Basis ihrer Erkenntnisse empfehlen sie eine Verteilung der Bewehrung über der Stütze über eine Höhe von  $l/4$  bis  $3/4l$  und über eine Länge von  $l/2$ , wobei

möglichst dünne Stäbe mit geringem Abstand zu wählen sind. Dadurch soll die Öffnung des Schrägrisses am Auflager reduziert werden, womit sowohl Tragfähigkeit als auch Gebrauchstauglichkeit, insbesondere Durchbiegung, deutlich verbessert werden können. An dieser Stelle muss erwähnt werden, dass keine weiterführenden Versuche durchgeführt wurden, um die empfohlene Bewehrungsführung tatsächlich zu testen, und die Versuchsreihe aus nur zwei Durchlaufträgern bestanden hat. Die Aussagekraft der Versuche kann also durchaus kritisch hinterfragt werden.

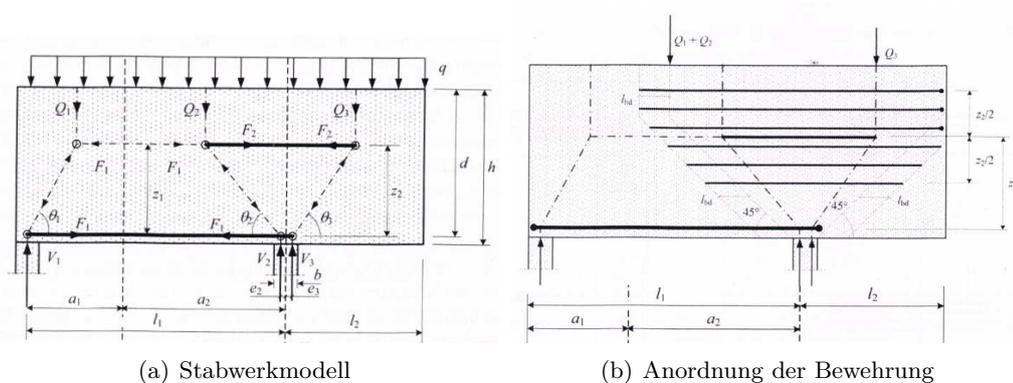
Das österreichische NA des EC 2 schreibt eine Bewehrungsführung ähnlich wie von *Leonhardt und Walther* empfohlen vor, allerdings wird gefordert, die Hälfte der Bewehrung über die gesamte Trägerlänge zu führen, vgl. [16].

Leider gibt es in der Literatur nur sehr wenige Versuche an mehrfeldrigen wandartigen Trägern, die über näherungsweise realitätsnahe Abmessungen verfügen. Dies liegt zum Teil natürlich an der Herausforderung, derartig große Testobjekte herzustellen und vor allem an den für die Tests erforderlichen großen Prüfgeräte.

## 2.4.4 Kragträger

Für wandartige Träger mit Kragarm gelten sinngemäß die gleichen Randbedingungen wie für Durchlaufträger. Die Bewehrung über der Stütze mit dem auskragenden Träger kann wie für die Mittelstütze eines Durchlaufträgers angeordnet werden. Als maßgeblich für die Bemessung wird in vielen Fällen wie für durchlaufende wandartige Träger die Druckstrebe am "Mittelaufleger" sein, da sowohl Lasten aus dem Feld als auch aus dem Kragarm in dem Punkt eingeleitet werden und die Abmessungen des Auflagerknotens geringer als bei Endauflagern sind. Durch die konzentrierte Lastenleitung und den Zugkräften zufolge des negativen Moments kommt es zur Bildung von Schrägrissen am Auflager, vgl. Abs. 2.4.3. Im EC 2 und im NA gibt es keine expliziten Bemessungsvorschriften oder Empfehlungen zur Berechnung oder Bewehrungsanordnung bei wandartigen Trägern mit Kragarm.

*Ansell et al* geben in [3] Vorschläge zur Bemessung von wandartigen Kragträgern auf Basis der alten schwedischen Bemessungsnorm, die vom EC abgelöst wurde. Das Stabwerkmodell zur Bemessung und die daraus abgeleitete Anordnung der Bewehrung sind in Abb. 2.12 dargestellt.



**Abb. 2.12:** Stabwerkmodell und Bewehrungsanordnung für wandartige Träger mit Kragarm [3]

### 2.4.5 Indirekt stabilisierte wandartige Träger

Eine Sonderform der wandartigen Träger stellen die indirekt stabilisierten Träger dar. Normale Träger verfügen über zumindest zwei oder mehrere Auflager, in Zusammenarbeit mit Stahlbetondecken, die schubfest mit den wandartigen Trägern verbunden sind, kann aber ein einziges direktes Auflager unter dem wandartigen Träger ausreichen. Die Stabilität erhält der Träger dann über horizontale Kräfte in den angeschlossenen Decken. Diese Art von Trägern wird auch als *Flaggen-Struktur* bezeichnet. In Abb. 2.13 ist das Kräftesystem zur Stabilisierung der wandartigen Träger dargestellt.

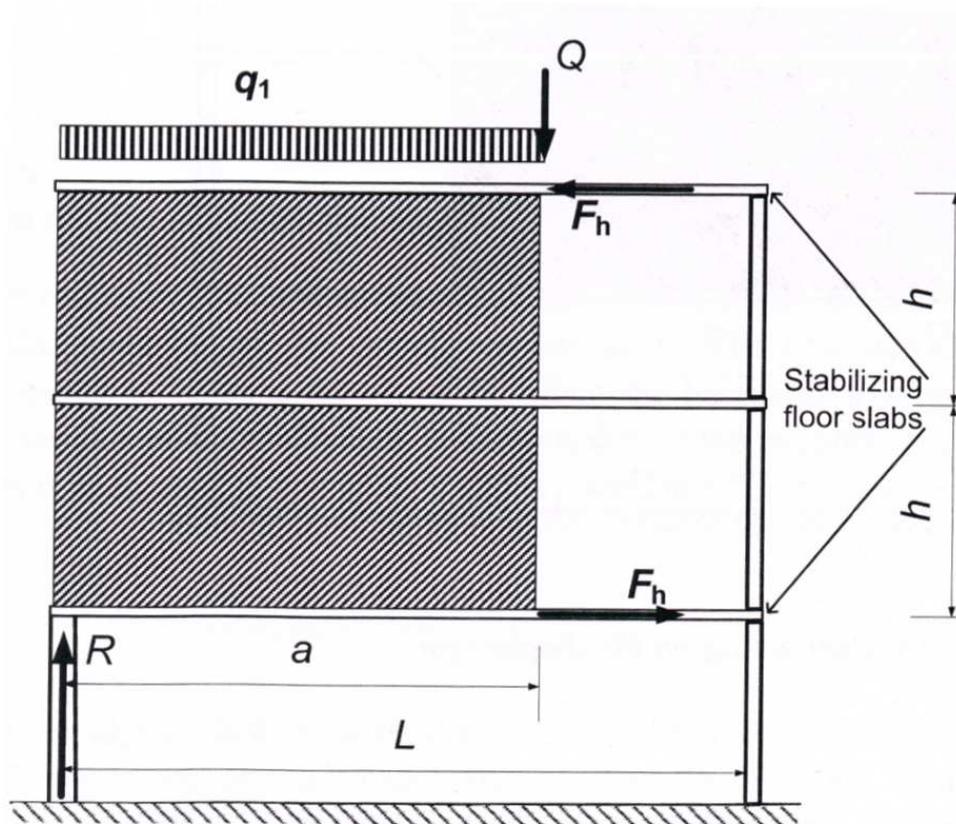


Abb. 2.13: Kräftesystem für indirekt stabilisierte wandartige Träger, [3]

Indirekt stabilisierte Träger finden vor allem dann Anwendung, wenn ein Geschoss möglichst offen und flexibel, also möglichst frei von tragenden Stützen oder Wänden, gestaltet werden soll. Sie können über ein oder auch viele Geschosse übereinanderliegend angeordnet werden. Für den Fall, dass es sich um eine mehrgeschoßige Flaggen-Struktur handelt, gilt wie für standardmäßige wandartige Träger, dass die effektive Höhe nicht größer als die Spannweite gewählt werden sollte. Die Lage der resultierenden Druckkraft wird bei einem mehrgeschoßigem Objekt zusätzlich durch die Gebäudeabmessungen und die Steifigkeit des stabilisierenden Systems beeinflusst. Bei einem weicheren System wandert die Resultierende in die oberen Decken, bei ideal-starren Decken würden beinahe die gesamten Horizontalkräfte in den untersten indirekt stabilisierten Träger eingeleitet [12]. Werden die Decken also starr angenommen, wird der verfügbare Hebelarm deutlich geringer und die zu übertragende Schubkraft dementsprechend größer, was eventuell zu deutlich größeren

erforderlichen Bewehrungsmengen führen kann.

Für die Bemessung von Flaggen-Strukturen wird in [3] empfohlen, zuerst eine Annahme zu treffen, welche Decken die Stabilisierung übernehmen, wobei davon ausgegangen wird, dass die unterste Decke immer stabilisierend wirkt. Mit der Annahme  $h \approx l$  kann abgeschätzt werden, in welchem Stockwerk die zweite Horizontalkraft wirkt. Dann können die in Abb. 2.13 gezeigten Kräfte berechnet werden, wobei  $q_1$  für die Last aus den oberen Stockwerken aus Eigengewicht und Nutzlast steht und  $Q$  für die Lasten, die auf die Decke rechts des wandartigen Trägers wirken. Über die Gleichgewichtsbedingungen in die vertikale Richtung und der Momente können  $R$  und  $F_h$  berechnet werden. Über Glg. (2.13) kann der Winkel der Druckstrebe berechnet werden, welcher im Bereich von  $[45]^\circ \leq \theta \leq [70]^\circ$  liegen sollte.

$$\tan(\theta) \equiv \frac{R}{F_h} \quad (2.13)$$

Liegt der Winkel außerhalb des Bereichs wird ein Stockwerk mehr (oder weniger) für die Berechnung angesetzt. Danach kann der Träger mit den üblichen Regeln für Stabwerkmodelle bemessen werden, insbesondere der Knoten am Auflager ist bei mehreren Stockwerken sehr kritisch zu betrachten. Zusätzlich müssen die Lasten, die auf Decken unter der oberen stabilisierenden Decke liegen, über eine entsprechende Aufhängebewehrung nach oben verankert werden. Für die Horizontalkräfte  $F_h$  muss der Nachweis für die Schubübertragung zwischen Balken und Steg wie für einen T-Träger geführt werden, wobei die Breite  $b$  mit den Formeln des EC 2 für  $b_{\text{eff}}$  berechnet werden kann.

## 2.4.6 Effektive mitwirkende Breite

Wie in Kapitel 2.4.5 beschrieben, können wandartige Träger mit schubfest verbundenen Decken ein gemeinsames Tragsystem bilden. Dies gilt grundsätzlich nicht ausschließlich für indirekt stabilisierte Träger, sondern auch für normal gelagerte wandartige Träger.

Betrachtet man einen wandartigen Träger aus idealisiertem, komplett ungerissenen Beton, der schubfest mit Stahlbetondecken verbunden ist, bilden die Elemente zusammen einen I-Träger. Der Steifigkeitszuwachs im Vergleich zu einem reinen Rechteckquerschnitt ist enorm. Zur Veranschaulichung des Steifigkeitszuwachses bei Betrachtung eines I-Trägers im Vergleich zu einem Rechteckquerschnitt wird folgende Geometrie gewählt:

$h$	$= 3,00$ m	Trägerhöhe, inklusive Geschoßdecken
$b_w$	$= 0,20$ m	Trägerbreite
$h_d$	$= 0,20$ m	Höhe der Geschoßdecken
$b_{\text{eff}}$	$= 2,85$ m	Mitwirkende effektive Breite, ermittelt lt. EC 2
$l$	$= 9,00$ m	Spannweite
$b$	$= 6,00$ m	Einflussbreite bzw. Abstand der Träger quer zur Spannrichtung

Betrachtet wird ein Einfeldträger. Für den reinen Rechteckquerschnitt beträgt das Flächenträgheitsmoment  $I_{y,R} 4,5 \cdot 10^{11} \text{ mm}^4$ , für den I-Träger beträgt  $I_{y,I} 25,3 \cdot 10^{11} \text{ mm}^4$ . Bei gleichem E-Modul entspricht die Biegesteifigkeit des I-Trägers der 5,6-fachen Biegesteifigkeit des wandartigen Trägers ohne Zusammenwirkung mit den Geschoßdecken. Auch bei einer wesentlich geringeren Breite von  $b_{\text{eff}} = 1,0$  m verfügt der I-Träger mit einem Flächenträgheitsmoment von  $I_{y,I} = 10,8 \cdot 10^{11} \text{ mm}^4$  über mehr als die doppelte Biegesteifigkeit.

In realen Tragwerken kann man davon ausgehen, dass sich zumindest Teile des konstruktiven Betons in gerissenem Zustand befinden. Für den Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) kommt es bei einem wirtschaftlich entwickeltem Tragsystem selbstverständlich immer zu einer ausgeprägten Rissbildung, der Beton in den Zuggurten kann für die Bemessung nicht angesetzt werden. Aber auch im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG) kann es zu Rissbildung kommen, insbesondere bei Aktivierung Decke als Zuggurt. Sinnvollerweise können also beide Grenzzustände mit einem T-Querschnitt bemessen werden. Der Anschluss des Druckgurtes kann mit den Regeln des EC 2 bemessen werden, siehe. [8].

Kann nachgewiesen werden, dass sich der Zuggurt im GZG im ungerissenen Zustand befindet, könnte eine Bemessung als I-Querschnitt erfolgen. Die deutlich höhere Biegesteifigkeit würde besonders die Durchbiegung des Trägers deutlich reduzieren.

Die laut EC 2 anzusetzende effektive Breite wurde über die Verteilung der Spannungen in den Gurten hergeleitet und für die Bemessung zu simplen Formeln vereinfacht, in denen nur die Geometrie des Tragsystems eingeht, s.u.a. [8] und [21]. Diese Zusammenhänge wurden für schlanke Balken hergeleitet. Ob die Formeln des ECs auch für wandartige Träger gelten, bei denen die Spannungsverteilung auch im linear-elastischen Bereich deutlich anders als für schlanke Balken ist, wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit anhand der Berechnung mit Finite-Elemente-Analyse untersucht.

Generell sollte bei wandartigen Trägern beachtet werden, dass die für die Tragfähigkeit maßgebenden kritischen Punkte oft die Auflagerbereiche sind. Die theoretisch aktivierbare mitwirkende Breite kann also in vielen Fällen gar nicht genutzt werden, wenn die Druckstrebe des Betons versagt.

### 2.4.7 Öffnungen in Trägern

Öffnungen in Trägern stellen in jedem System Schwachstellen dar. Wandartige Träger sind aber besonders häufig davon betroffen, da diese Bauteile neben der Tragfunktion auch raumbegrenzende Elemente darstellen und Öffnungen für Türen, Fenster oder Installation enthalten. Der Einfluss von Öffnungen auf das Tragverhalten von wandartigen Trägern wurde unter anderem von *A. R. Mohamed et al.* untersucht. Im Zuge der Forschungsarbeit wurden punktförmig belastete wandartige Träger als Einfeld- und Durchlaufträger mittels Finite-Elemente-Software modelliert und der Einfluss der Größe und Position von Öffnungen ermittelt. Die Ergebnisse zeigen, dass Öffnungen die Tragfähigkeit besonders stark reduzieren, wenn sie im Bereich der Druckstreben liegen. Die Untersuchungen liefern somit das erwartete Ergebnis. Wenn der Kraftfluss eines Tragsystems massiv beeinflusst wird und es zu Umlagerungen kommt, sind geringere Tragfähigkeiten zu erwarten.

Öffnungen, welche die Druckstreben nicht beeinflussen, reduzieren die Tragfähigkeit wesentlich geringer. Damit wird auch wieder die Wirkung als Bogen mit Zugband beziehungsweise die Bemessung mit Stabwerkmodellen bestätigt. Eine Öffnung in einem Einfeldträger in Feldmitte, in Mitte der Trägerhöhe, beeinträchtigt weder die Druckstreben noch die Zugstrebe und sollte somit auch wenig Einfluss auf die Tragfähigkeit haben, siehe [13].

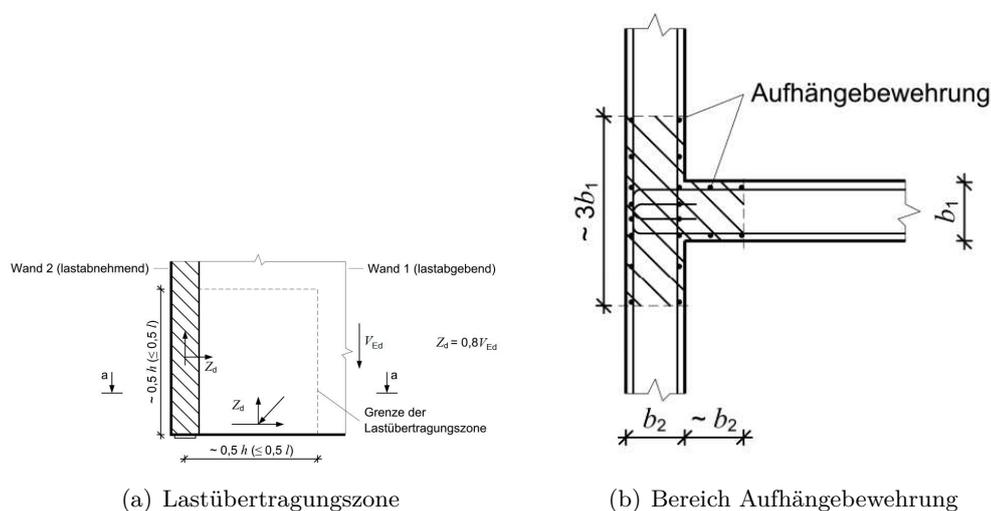
Bei der Berechnung mit Stabwerkmodellen sollte beachtet werden, dass auch Öffnungen in diesen unkritischen Bereichen die Tragfähigkeit geringfügig reduzieren und Einfluss auf das Last-Verformungsverhalten haben. Dieser Einfluss ist mit Stabwerkmodellen nur schwierig abbildbar.

Die Arbeit von *A. R. Mohamed et al.* zeigt, dass komplexe Strukturen wie wandartige Träger mit Öffnungen durchaus gut mit FE-Software abgebildet werden können. Wie schon

in Kapitel 2.4.2 erwähnt, müssen die Ergebnisse dieser Berechnungen aber stets kritisch hinterfragt werden. Insbesondere bei Öffnungen sollten konstruktive Ansätze stets beachtet werden und im Zweifelsfall eine Überprüfung mit einem Stabwerkmodell erfolgen. Die FE-Analyse kann insbesondere bei linear-elastischem Materialverhalten in manchen Bereichen Druckspannungen ermitteln, in denen bei einem ingenieurmäßig gewählten Stabwerkmodell jedoch Zugstreben erforderlich wären. Dennoch kann die linear elastische Berechnung mit Finite-Elemente Software wertvolle Erkenntnisse liefern und bei richtiger Anwendung ein effizientes Werkzeug zur wirtschaftlichen Bemessung im Betonbau darstellen.

### 2.4.8 Indirekte Lagerung

Ein indirekt gelagerter wandartiger Träger wird durch eine Wand gehalten, die quer zur Spannrichtung des Trägers verläuft, nicht zu verwechseln mit einer indirekten Stabilisierung. Die Lasteinleitung im Auflagerbereich erfolgt dadurch deutlich anders als bei direkt gelagerten Trägern. Es gibt keinen konzentrierten Knoten mehr direkt am Auflager, sondern die Last wird über Schub an die lastabnehmende Wand abgegeben. Statt des konzentrierten Knotens bildet sich eine Lastübertragungszone aus. Die Regelungen des österreichischen nationalen Anwendungsdokument (NA) des EC 2 für die Lastübertragungszone wurden schon unter Kapitel 2.2.2 zusammengefasst. Diese Vorschriften stimmen im Wesentlichen mit den Empfehlungen überein, die von *Leonhardt und Walther* verfasst wurden und auf ihren experimentellen Untersuchungen beruhen, siehe [11]. Die Lastübertragungszone und die Verteilung der Aufhängebewehrung entsprechend dem NA ist in Abb. 2.14 dargestellt.



**Abb. 2.14:** Bemessung bei indirekter Lagerung nach [16]

Verglichen mit der direkten Lagerung stellt die indirekte Lagerung einen weniger kritischen Fall dar, da es zu keiner lokalen Spannungskonzentration kommt und die Tragfähigkeit durch die gewählte Bewehrung direkt gesteuert werden kann. Im modernen Hochbau ist es meist einfacher, die Bewehrungsmenge zu erhöhen anstatt die Bauteilabmessungen vergrößern, da insbesondere bei wandartigen Trägern eine Verbreiterung einen Verlust an Wohnnutzfläche bedeuten würde.

# 3 Finite-Elemente Analyse

## 3.1 Einleitung

In diesem Kapitel wird das mechanische Werkstoffverhalten von Beton und Betonstahl erläutert sowie ihr Zusammenwirken in dem Verbundwerkstoff Stahlbeton beschrieben. Folgend wird die Umsetzung des Werkstoffverhaltens in den verwendeten Programmen für die Finite-Elemente Analyse und die Querschnittbemessung dargelegt. Der Fokus liegt dabei auf der Umsetzung mit FE.

Abschließend werden die Ergebnisse der verwendeten FE-Software für die Bemessung von wandartigen Trägern verifiziert. Zur Verifikation wird ein gut dokumentierter Versuch nachgerechnet. Es wird ein Versuch gewählt, bei dem das für wandartige Träger typische Tragverhalten besonders ausgeprägt ist und die Abmessungen der Versuchskörper möglichst nahe an die Abmessungen von realen Bauteilen heranreichen.

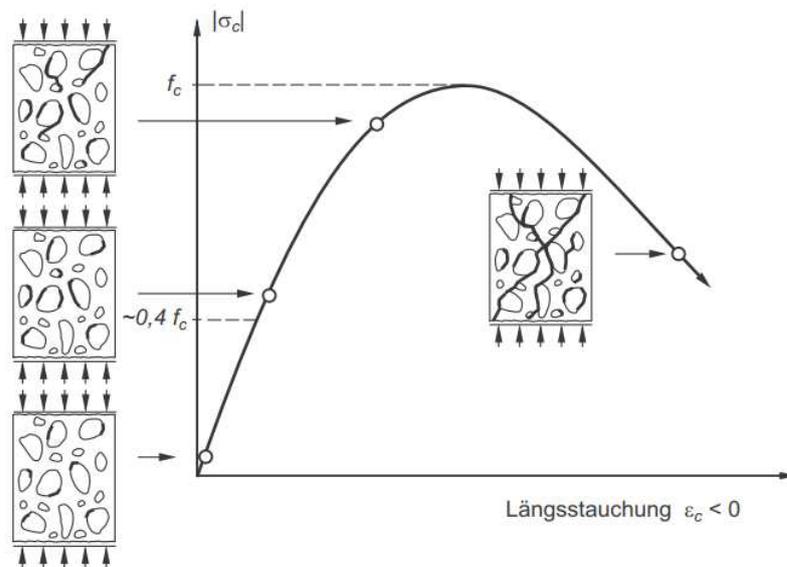
## 3.2 Werkstoffverhalten

Das Werkstoffverhalten von Beton, Betonstahl und dem Verbundwerkstoff Stahlbeton wurde bereits vielfach in diverser Fachliteratur ausführlich beschrieben. An dieser Stelle soll keine umfassende Darstellung der Eigenschaften der Werkstoffe erfolgen, sondern die für die Berechnung und Bemessung relevanten Parameter beschrieben werden.

### 3.2.1 Werkstoffverhalten von Beton

#### Verhalten von Beton unter Druckbeanspruchung

Das Materialverhalten von Beton unter einachsiger Druckbeanspruchung kann durch die Abbildung der Spannungs-Dehnungs-Linie beschrieben werden. Bis zum Erreichen von etwa  $0,4 f_c$  verhält sich Beton quasi linear-elastisch, danach kommt es zu vermehrter Mikrorissbildung und damit einhergehend zu einer flacheren Neigung der Spannungs-Dehnungs-Linie. Mit wachsender Mikro- und Makrorissbildung kommt es zu einem starken Verlust der Steifigkeit und schließlich zum Bruch, siehe Abb. 3.1. Für die Bemessung wird das Materialverhalten üblicherweise vereinfacht. Eine gängige Annahme ist eine Beton-Arbeitslinie als Parabel-Rechteck, mit einer quadratischen Parabel bis zu einer Stauchung von  $2,0 ‰$  und darauf folgend eine Gerade bis zur Bruchdehnung von  $3,5 ‰$ . Diese Annahme findet sich im gültigen EC [8].



**Abb. 3.1:** Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Beton unter Druckbeanspruchung [21]

Unter mehrachsiger Druckbeanspruchung steigt die Druckfestigkeit von Beton. Bei biaxialem Druck kann eine Festigkeitssteigerung von bis zu 25% erreicht werden, bei triaxialer Druckbeanspruchung sind noch höhere Festigkeitssteigerungen möglich. Der EC 2 limitiert die Steigerung der effektiven Festigkeit auf die dreifache Druckfestigkeit unter uniaxialer Beanspruchung. [8] Diese Festigkeitssteigerung findet auch Eingang in die Bemessung von Knoten in Stabwerkmodellen, siehe Kapitel 2.

### Verhalten von Beton unter Zugbeanspruchung

Die Zugfestigkeit von Beton liegt weit unter der erreichbaren Druckfestigkeit. Bis zu etwa 70% von  $f_{c,t}$  verhält sich Beton unter Zug linear elastisch, s.u.a. [21]. Bei steigender Zugbeanspruchung kommt es zur Bildung von Makrorissen. Für die händische Querschnittbemessung beziehungsweise in vielen Programmen wird zumindest im GZT davon ausgegangen, dass der gerissene Beton keine Zugfestigkeit mehr besitzt und nicht zur (Biege-)Tragfähigkeit beiträgt. Allerdings kann gerissener Beton weiterhin, zumindest in kleinerem Ausmaß, Druck- und Schubkräfte übertragen. Bei vorhandener Zugspannung wird die Druckfestigkeit von Beton reduziert. Auf Basis dieses Materialverhaltens werden unter anderem die Betondruckfestigkeiten für die Bemessung von Knoten in Stabwerkmodellen abgemindert, siehe Kapitel 2.

### 3.2.2 Werkstoffverhalten von Betonstahl

Betonstahl dient im Verbundwerkstoff Stahlbeton zur Aufnahme von Zugkräften, da die Zugfestigkeit im Vergleich zu Beton viel größer ist und der heutzutage verwendete gerippte, warmgewalzte Betonstahl sowohl hervorragende Verbundeigenschaften als auch große Duktilität aufweist. Bis zum Erreichen der Fließgrenze verhält sich der Werkstoff linear elastisch, dann wird ein ausgeprägtes Fließplateau erreicht und geht schließlich in den Verfestigungsbereich über. Als Arbeitslinie für Betonstahl wird üblicherweise eine

Vereinfachung verwendet. Nach Erreichen der Fließgrenze wird entweder eine horizontale Linie mit gleichbleibender Festigkeit und unbegrenzter Dehnung angenommen oder eine linear ansteigende Gerade mit begrenzter Bruchdehnung.

### 3.2.3 Werkstoffverhalten von Stahlbeton

Betonstahl wird vorwiegend zur Aufnahme der Zugkräfte der Stahlbetonbauteile verwendet. Wird die Betonzugfestigkeit überschritten kommt es zur Bildung von Rissen. Direkt am Rissufer wird die gesamte Zugkraft von der Bewehrung aufgenommen. Zwischen zwei Rissen wirkt der Beton gemeinsam mit der Bewehrung, es werden Zugspannungen vom Stahl auf den Beton übertragen. Dadurch kommt es zu einer Verringerung der mittleren Stahldehnung und -spannung und somit zu einer Steigerung der Steifigkeit. Dieser Effekt wird auch als *tension-stiffening* bezeichnet. Dies hat besonders bei der nicht-linearen Berechnung große Bedeutung, da in statisch unbestimmten System die Änderung der Steifigkeit einer Umlagerung der Schnittgrößen bewirkt. Auch die Berechnung der Verformung wird durch dieses Verbundverhalten beeinflusst.

Bei wandartigen Trägern wird davon ausgegangen, dass es im GZT zur Bildung eines Zugbandes durch die Bewehrung kommt, in dem die mittlere Stahldehnung nahezu über die gesamte Länge gleich ist, was bedeutet, dass der Beton nicht mitwirkt. Für den GZG kann aber davon ausgegangen werden, dass *tension-stiffening* auftritt.

#### Abminderung Druckfestigkeit von gerissenen Stahlbetonscheiben

Wie bereits beschrieben, können auch bei gerissenem Beton Druck- und Schubkräfte übertragen werden. Dies ist besonders für wandartige Träger von Bedeutung, da es z.B. über Mittelauflegern von Durchlaufträgern aufgrund der Biegebeanspruchung zu Rissbildung kommt und trotzdem große Druck- und Schubkräfte eingeleitet werden müssen. Müller stellt in seiner Arbeit Überlegungen zur Berücksichtigung von Querkzug in Stahlbetonscheiben an und vergleicht dafür die Ergebnisse mehrerer experimenteller Versuche und die Regeln des EC 2. Er stellt fest, dass die Druckfestigkeit klar von der Zugdehnung abhängig ist. Der EC 2 und die nationalen Anhänge für Deutschland und Österreich sehen vereinfacht eine pauschale Abminderung vor, siehe [14].

Aus den von ihm dargestellten Zusammenhängen kann abgeleitet werden, dass für geringe Zugdehnungen die pauschale Abminderung eine sinnvolle und auf der sicheren Seite bzw. eine gut zutreffende Vereinfachung darstellt, bei großen Zugdehnungen (größer als 2-4 ‰) der Einfluss aber möglicherweise unterschätzt wird.

## 3.3 Modellierung mit RFEM (Finite-Elemente Software)

Die Modellierung der repräsentativen Fälle erfolgte mit der Finite-Elemente Software *RFEM* der Firma Dlubal. Für die Bemessung der repräsentativen Fälle werden Berechnungen an dreidimensionalen Berechnungsmodellen durchgeführt. Die Bauteile werden dabei als Schalenelemente idealisiert. Die Lagerung der Modelle erfolgt über Linien- und Knotenlager. Die Berechnung von Platten erfolgt nach der Theorie von *Mindlin*, bei der Schubverformungen berücksichtigt werden, siehe [5].

Die Bemessung wird mit dem in *RFEM* integrierten Zusatzmodell *RF-BETON Flächen* durchgeführt.

### 3.3.1 Materialmodell

Die Berechnungen erfolgten größtenteils mit linear-elastischem Werkstoffverhalten. Die Versuchsnachrechnung wurde mit einer nicht-linearen Berechnung durchgeführt, um die Verformung unter Berücksichtigung der Rissbildung vergleichen zu können.

#### Linear-elastisches Materialmodell

Die Eigenschaften von Beton wurden über die interne Materialdatenbank von *RFEM* ausgewählt. Es kann die gewünschte Betongüte gewählt werden, der je nach gewählter Norm die entsprechenden Elastizitätsmodul und Festigkeiten automatisch zugewiesen werden. Für die Bemessung der repräsentativen Fälle wird die Betongüte C25/30 gewählt.

Es kann davon ausgegangen werden, dass es zu Rissbildung kommt. Bei gerissenem Beton kommt es zu keiner Behinderung der Querdehnung, daher wird die Querdehnzahl  $\mu$  mit 0,00 festgelegt. Da die Torsionssteifigkeit bei Rissbildung deutlich stärker als die Biegesteifigkeit abnimmt, wird die Steifigkeit mit dem Faktor 0,15 abgemindert.

Bei der Bemessung mit *RF-BETON Flächen* werden die linear ermittelten Schnittgrößen zu Bemessungsschnittgrößen  $n$  umgerechnet. Für Scheiben erfolgt die Ermittlung der Bemessungsschnittgrößen nach dem Transformationsverfahren von *Baumann*. In Schalen treten Momente und Normalkräfte auf, sämtliche 3D-Modelle werden in *RFEM* als Schalen betrachtet. Für die Bemessung von Schalen werden die Momente und die Normalkräfte überlagert und damit die Bemessungsmembrankräfte  $n$  für die Plattenoberseite und -unterseite berechnet (für Schalen, die nur als Scheibe beansprucht werden, sind beide Werte gleich).

Die Bemessung der Betondruckstrebe erfolgt immer mit einem auf 80% reduzierten Bemessungswert der Betondruckfestigkeit. Für gerissenen Beton wird der Abminderungsbeiwert für die Betondruckfestigkeit je nach verwendeter Norm angewendet. [6]

#### Nicht-lineares Materialmodell

Für Berechnungen mit nicht-linearem Materialverhalten sind zusätzliche Parameter zu definieren. In *RFEM* ist dafür die Erweiterung des Zusatzmoduls *RF-BETON Flächen* notwendig, das Modul *RF-BETON NL*. Die Arbeitslinien für Beton und Stahl müssen gewählt werden. Die Festigkeit von Betonstahl wird bis zur Bruchfestigkeit gewählt, mit ansteigendem Ast im plastischen Bereich. Für Beton wird ein parabelförmiges Spannungs-Dehnungsdiagramm im Druckbereich gewählt. Für Beton im Zugbereich wird *tension-stiffening* mit Betonrestzugfestigkeit gewählt. In *RF-BETON NL* wird dies mit dem Verfahren nach *Quast* durchgeführt. Der Beton wirkt bis zum Erreichen der Betonzugfestigkeit voll mit, danach wird eine reduzierte, versteifende Mitwirkung des Betons in Abhängigkeit der vorhandenen Betondehnung angesetzt. Fließt der Bewehrungsstab, wird kein *tension-stiffening* mehr angesetzt.

Für die Berücksichtigung der Rissbildung werden die Schalenquerschnitte in einzelne Schichten (Layer) aus Beton und Bewehrungsstahl unterteilt, da die Materialeigenschaften über die Bauteildicke variieren. Wird die Betonzugfestigkeit erreicht, kommt es zur Rissbildung. Um Rechenaufwand zu verringern wird die Rissbildung über ein Element „verschmiert“, die Steifigkeitsverminderung wird durch Anpassung des Werkstoffgesetzes berücksichtigt. In *RF-BETON NL* wird das „rotation crack model“ angewendet, dementsprechend verlaufen die Risse immer orthogonal zur Hauptspannungsrichtung.

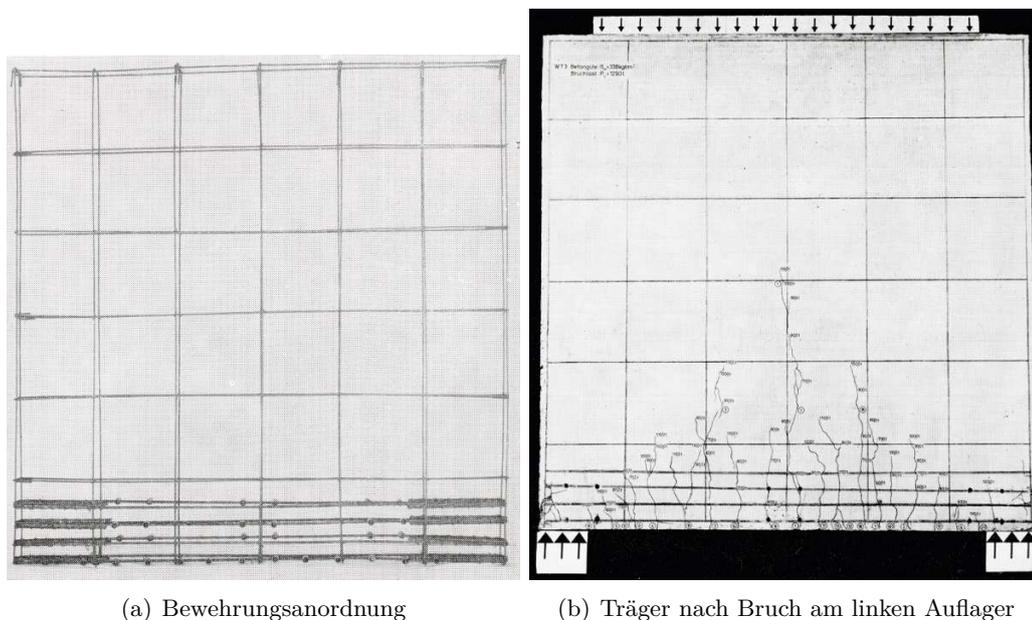
### 3.4 Versuchsnachrechnung

Zur Verifikation der Rechenmodelle wird ein gut dokumentierter Versuch rechnerisch nachvollzogen. Dabei wird besonderes Augenmerk auf die Verformung unter Einfluss der Rissbildung und des Versagensmechanismus gelegt.

Zur Nachrechnung wird ein Versuch an einfeldrigen wandartigen Trägern von *Leonhardt und Walther* gewählt, da das einfache System gut nachvollziehbar ist und die Abmessungen des Testobjekts ähnliche Dimensionen wie baupraktisch relevante Bauteile aufweisen. Berechnet wird WT3 aus der Versuchsreihe, die in [11] beschrieben wird. Folgend die Abmessungen, Bewehrungsanordnung und Materialeigenschaften:

$H$	=	160 cm	Höhe
$L$	=	160 cm	Länge
$d$	=	10 cm	Dicke
$l_q$	=	128 cm	Länge der Gleichlast
$a_{s,h} = a_{s,v}$	=	$\varnothing 5$ mm, $e = 26$ mm	horizontale und vertikale Bügel
$A_{s,l}$	=	$8\varnothing 8$ mm	Biegezugbewehrung
$\mu$	=	0,268%	Bewehrungsgrad
$f_{ck}$	=	29,4 N/mm <sup>2</sup>	Mittlere Druckfestigkeit laut Prüfung
$f_{ctm}$	=	4,4 N/mm <sup>2</sup>	Mittlere Zugfestigkeit laut Prüfung
$E_{cm}$	=	31380 N/mm <sup>2</sup>	Mittlerer Elastizitätsmodul laut Prüfung

Die Biegezugbewehrung wurde durch horizontale Schlaufen verankert und über den Bereich von  $H/8$  verteilt. Ziel des Versuchs war es mit dem im Vergleich zu den Vorversuchen erhöhtem Bewehrungsgrad einen Bruch am Auflager zu erzwingen, was auch gelungen ist. Abb. 3.2 zeigt die Bewehrungsanordnung und den Träger nach dem Bruch.



**Abb. 3.2:** Versuchsobjekt wandartiger Träger 3 (WT3), siehe [11]

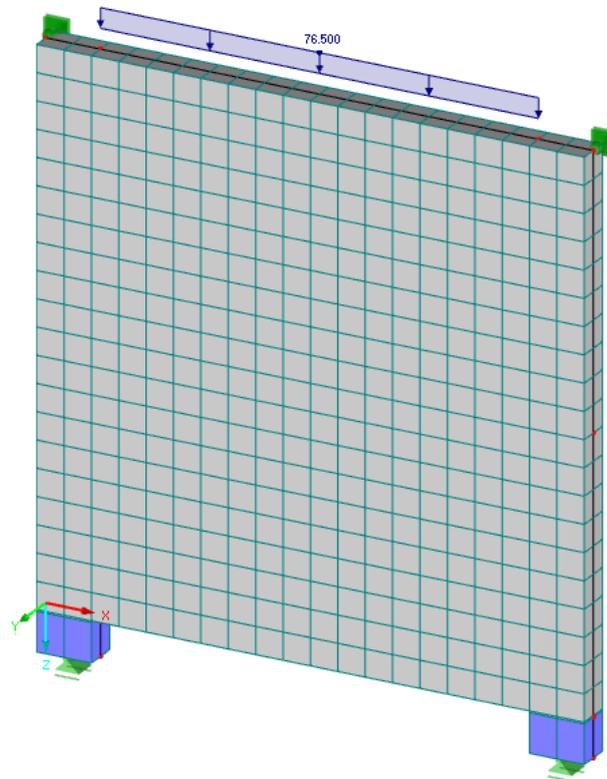
Belastet wurden die Träger durch eine Gleichlast, welche mittels eine Kombination aus

Stahlträgern und Stahlplatten zur Verteilung aufgebracht wurden. Die Auflager bestanden aus Stahlplatten auf Stahlrollen mit einem 5 mm dicken Mörtelbett.

Die Modellierung des wandartigen Trägers erfolgte als Scheibe in *RFEM*. Die Auflager wurden als Scheibe aus Stahl S235 mit gleicher Dicke wie der Träger modelliert, dazwischen eine 5 mm dicke Schicht aus Beton C12/15, um Spannungsspitzen am Rand der Stahlscheiben zu vermeiden. Die Idealisierung der Stahlrollen erfolgte durch horizontal verschiebliche Knotenlager. Durch die Anordnung einer sehr geringen Federsteifigkeit in Horizontalrichtung kann das horizontale Gleichgewicht erzielt werden. Mit dieser Modellierung konnten beide Auflager exakt gleich ausgeführt werden. Da es keine Horizontalbelastung gibt, treten auch keine resultierende Horizontalkraft aufgrund der Federn auf. Die Belastung erfolgte mit einer gleichmäßigen Linienlast.

Für die Berechnung mit *RF-BETON NL* wurden die vertikalen und horizontalen Bügel als vorhandenes Grundnetz definiert und die Biegezugbewehrung als Zulage, für die ein eigener Bereich definiert wurde. Die Bewehrungsanordnung erfolgte also nicht über diskrete Stäbe, sondern über die Definition eines vorhandenen Stahlquerschnitts innerhalb der Schalenelemente in einem Bereich. Es war notwendig, eine eigene Betongüte zu erstellen, damit die Materialparameter entsprechend dem Versuch definiert werden konnten. Da in *textitRF-BETON NL* eine Norm verwendet werden muss, wurde eine eigene Norm auf Basis des nationalen Anwendungsdokuments von Österreich erstellt. In der eigens definierten Norm erfolgte eine Modifikation der Sicherheitsbeiwerte und Abminderungsfaktoren auf 1,0, um ein frühzeitiges Versagen zu vermeiden.

Das Berechnungsmodell in *RFEM* ist in Abb. 3.3 dargestellt.

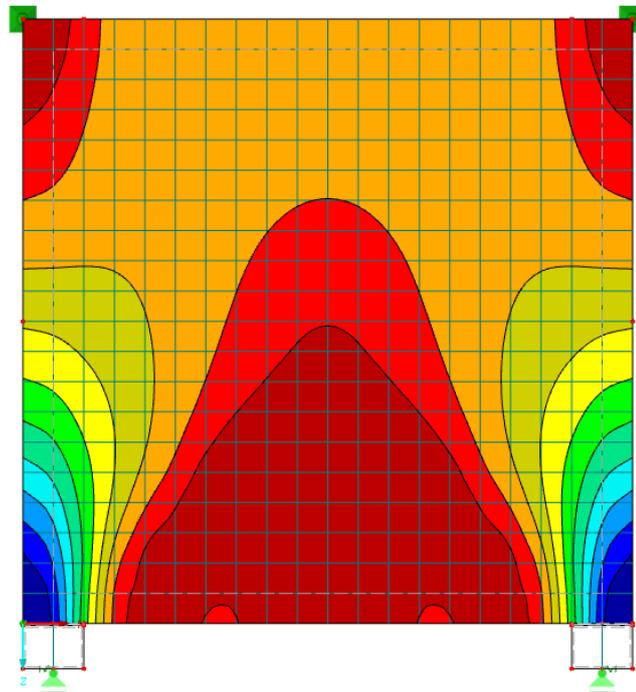


**Abb. 3.3:** Berechnungsmodell WT3 in *RFEM*, mit erster Laststufe

Die Last wurde stufenweise aufgebracht. Die Wahl der Laststufen erfolgte so, dass die Abstufung mit dem Durchbiegung-Moment-Diagramm von *Leonhardt und Walther* übereinstimmt, um einen einfacheren Vergleich zu ermöglichen.

### 3.4.1 Vergleich Ergebnisse

Der Versagensmechanismus aus der Berechnung stimmt mit dem Versuch überein. Es kommt zu einem Versagen des Betons an den Auflagern, an der Außenkante des Trägers. Allerdings tritt das Versagen zufolge der Berechnung mit *RFEM* wesentlich früher ein. Das Versagen tritt bei der Berechnung bei der Laststufe mit  $611,9 \text{ kN/m}^2 = 783,2 \text{ kN}$  ein, im Versuch bei  $1265 \text{ kN}$ . Die Pressung am Auflager liegt damit bei  $1,33 \cdot f_c$ . Im Gegensatz dazu wird die Betondruckstrebe in den Scheiben bei der Bemessung mit *RF-BETON Flächen* automatisch auf  $80 \%$  abgemindert. Unter Berücksichtigung der Faktoren liefert die Vergleichsrechnung ein gutes Ergebnis. Die Betondruckspannung in der Laststufe vor Versagen ist in Abb. 3.4 dargestellt.



**Abb. 3.4:** Betondruckspannung  $\sigma_{c,II}$ , bei der Laststufe bevor Bruch

Die Berechnung der Verformung mit nicht-linearer Analyse unter Berücksichtigung der Rissbildung liefert ebenfalls gute Übereinstimmung mit dem Versuch. Das Durchbiegung-Moment-Diagramm ist in Abb. 3.5 dargestellt. Die Berechnungsergebnisse liegen etwas unter den Versuchsergebnissen, eine mögliche Ursache liegt darin, dass im Versuch aufgrund der Belastungsdauer mit zusätzlichen Kriechverformungen des Betons zu rechnen ist. Kriechen wurde in der FE-Berechnung jedoch nicht explizit abgebildet, daher sind etwas geringere Verformungen zu erwarten.

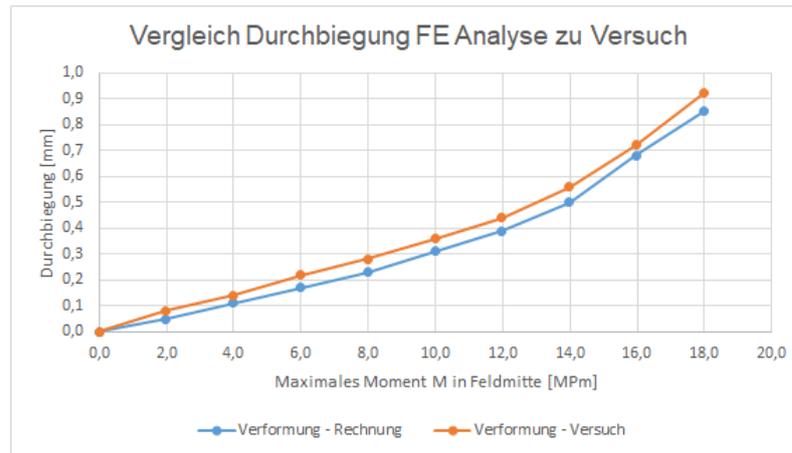


Abb. 3.5: Durchbiegung-Moment-Diagramm von Versuch und FE-Berechnung

Die Berechnung mit *RFEM* liefert gute Ergebnisse für die nicht-lineare Bemessung von Betonscheiben, zumindest für einfache Systeme. Da die Rissbildung nur „verschmiert“ berechnet wird, ist ein Vergleich des Rissbildes nur eingeschränkt möglich.

### 3.5 Allgemeines Tragverhalten bei Betrachtung mit räumlichen FE-Berechnungsmodellen

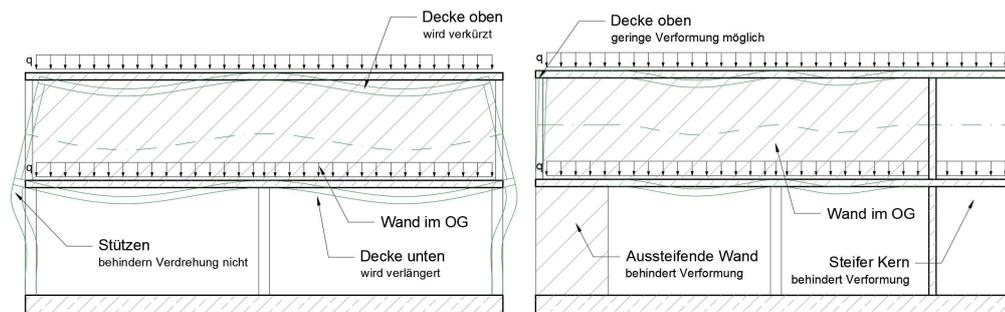
Das Tragverhalten bei der Berechnung mit räumliche Finite-Elemente-Modellen kann sich signifikant von der Berechnung mit (zweidimensionalen) Teilsystemen unterscheiden. Es sind großräumige Umlagerungen möglich, der Kraftfluss im Modell ist nicht immer auf den ersten Blick erkennbar. Die Möglichkeit zur Umlagerung und die Aktivierung von umliegenden Bauteilen zur Lastabtragung ist wesentlich für die folgenden Berechnungen und wird daher allgemein beschrieben.

Räumliche FE-Berechnungsmodelle werden üblicherweise mit linear-elastischem Materialverhalten erstellt, da eine komplette nicht-lineare Analyse von ganzen Gebäuden zu zeitintensiv wäre und die damit berechneten Ergebnisse nicht zwangsläufig realistischer sind. Es muss bei der Auswertung der Ergebnisse immer beachtet werden, dass Beton ein stark nicht-lineares Materialverhalten aufweist und die Zugfestigkeit, beziehungsweise daraus resultierend die Steifigkeit für Zugbeanspruchungen, bei der FE-Berechnung deutlich überschätzt wird.

Die im Modell miteinander verbundenen Scheiben und Platten haben bei Berechnung mit FE-Software immer eine gemeinsame Tragwirkung. Eine mit zwei Decken verbundene Wandscheibe bildet also einen I-Querschnitt mit sehr großer Steifigkeit. Wenn also die Decken zur gemeinsamen Tragwirkung aktiviert werden, bedeutet dies bei positiver Momentenbeanspruchung, dass die untere Decke den Zuggurt und die obere Decke den Druckgurt bildet. Die Wandscheibe bildet dabei nur den Steg zwischen den beiden Decken. Der Zuggurt wird gedehnt, der Druckgurt wird gestaucht. Diese Verformung der Decken muss mit dem Gesamtsystem kompatibel sein damit die Tragwirkung überhaupt auftreten kann. Wird die Verzerrung der Decke in ihrer Ebene durch mehrere steife Kerne oder aussteifende Wandscheiben behindert, kann dieses Tragverhalten gar nicht, oder

nur beschränkt, auftreten. Die Verformung der Decken bei einem Gebäude mit und ohne Aussteifung ist in Abb. 3.6 schematisch dargestellt.

Bei einem sorgfältig erstelltem 3D-Modell mit Berücksichtigung der Lagerung, der Boden-Bauwerk-Interaktion und der richtigen Kopplung aller Bauteile sollte die Verformungskompatibilität richtig abgebildet sein. Die Auswertung der Knotenverschiebungen stellt eine Möglichkeit dar die Verformbarkeit des Gesamtsystems zu analysieren und zu bewerten.



(a) Gebäude mit geringer Aussteifung im Erdgeschoss (b) Gebäude mit hoher Aussteifung im Erdgeschoss

**Abb. 3.6:** Schematische Schnittdarstellung Gebäude mit Verformung des OG

## 4 Bemessung repräsentativer Fälle

### 4.1 Einleitung

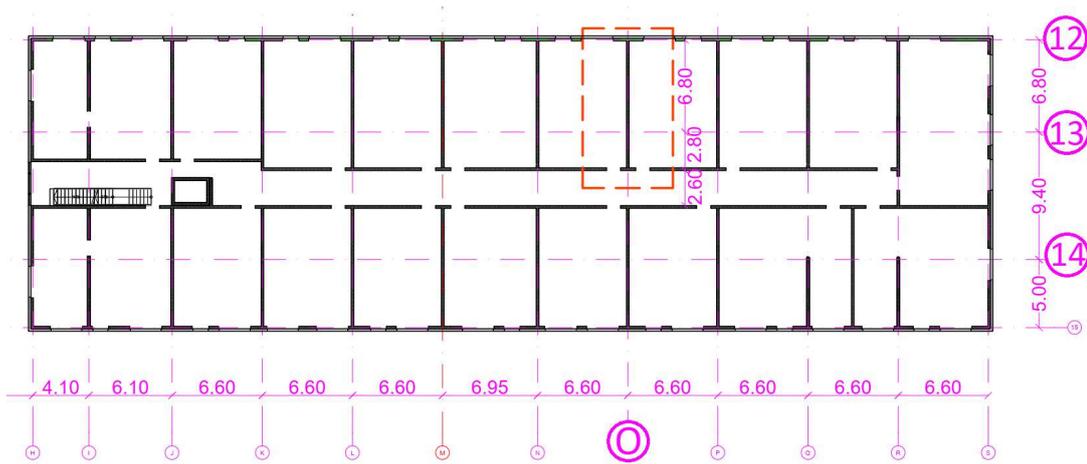
Die gängigste Methode zur Bemessung von wandartigen Trägern stellen Stabwerkmodelle dar, oft in Ergänzung mit FE, um geeignete Stabwerke abzuleiten. Ein Nachteil dieser Bemessungsmethode liegt darin, dass im Falle von vielen unterschiedlichen Geometrien und anderen Randbedingungen viele Stabwerkmodelle erstellt und berechnet werden müssen. Durch den vermehrten Einsatz von 3D-FE-Modellen zur Berechnung von Bauwerken im Hochbau gibt es Potential, den Bemessungsaufwand zu reduzieren, wenn eine wirtschaftliche und sichere Bemessung von wandartigen Trägern direkt über FE-Modelle möglich ist.

Im Betonbau werden üblicherweise die Schnittkräfte an linear-elastischen System ermittelt und die Bemessung der Querschnitte erfolgt unter Berücksichtigung von Rissbildung und Effekten wie Kriechen und Schwinden, vgl. [8]. Dies stellt natürlich eine deutliche Vereinfachung dar, im Allgemeinen wird aber davon ausgegangen, dass das tatsächliche Verhalten von Stahlbeton auf der sicheren Seite abgebildet wird. Nichtlineare Berechnungen unter Berücksichtigung der Rissbildung werden vor allem deshalb nicht in der Planung verwendet, da sie zu sehr aufwendigen Betrachtungen unter Berücksichtigung der Bau- und Lastgeschichte führen. Zudem würde insbesondere bei großen dreidimensionalen Modellen eine Berechnung mit Berücksichtigung des nicht-linearen Materialverhaltens und den dementsprechenden Umlagerungen durch Rissbildung zu enormen Anforderungen an die Rechenkapazität führen.

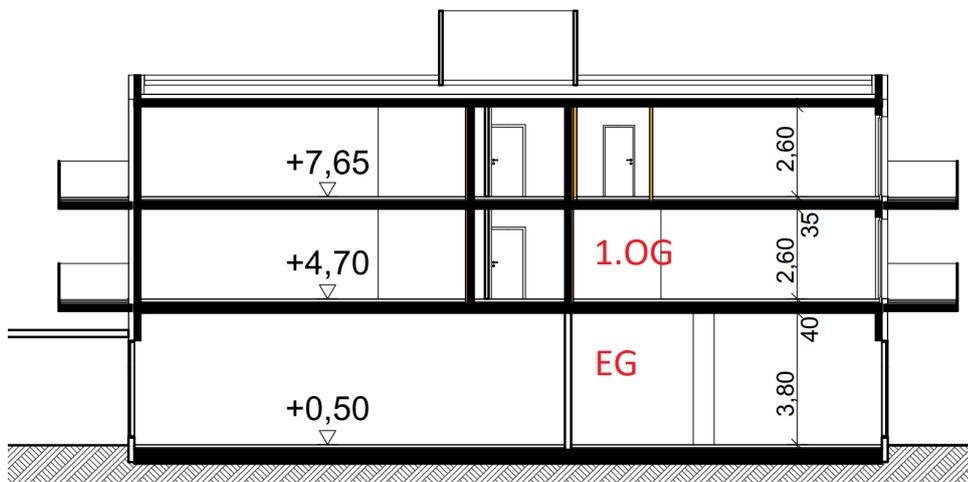
Mit der Bemessung der folgenden Fälle soll überprüft werden, ob wandartige Träger mittels FE-Analyse sinnvoll bemessen werden können, ohne Stabwerkmodelle zu entwerfen. Zur Berechnung wird ein real geplantes Projekt herangezogen, um ein für die Praxis relevantes und repräsentatives Ergebnis ermitteln zu können.

### 4.2 Projektbeschreibung und Idealisierung Tragwerk

Bei dem gewählten Projekt handelt es sich um einen Wohnbau mit mehreren Obergeschossen und einer teilweisen Unterkellerung. Teile des Erdgeschosses werden als Gewerbefläche verwendet. Diese Bereiche werden mit tragenden Stützen anstatt mit massiven Wänden ausgeführt, um größtmögliche Flexibilität der Nutzfläche zu ermöglichen. In den oberen Geschossen werden ausschließlich Wohnungen errichtet. Die Wohneinheiten werden durch massive Stahlbetonwände voneinander getrennt, welche die Anforderungen für Schallschutz, Raumtrennung und Tragsystem erfüllen müssen. Diese Wände liegen großteils auf den Stützen im Erdgeschoss auf und sind damit ein typisches Beispiel für wandartige Träger im Hochbau. Abb. 4.1(a) zeigt einen Ausschnitt des Grundriss im 1. Obergeschoss, Abb. 4.1(b) den dazugehörigen Schnitt. In Abb. 4.2 ist ein Ausschnitt des 3D-Gebäudemodells abgebildet, in dem der Träger für die nachfolgenden Berechnung markiert ist. Die Unterlagen wurden von der *VP3 ZT GmbH* zur Verfügung gestellt.

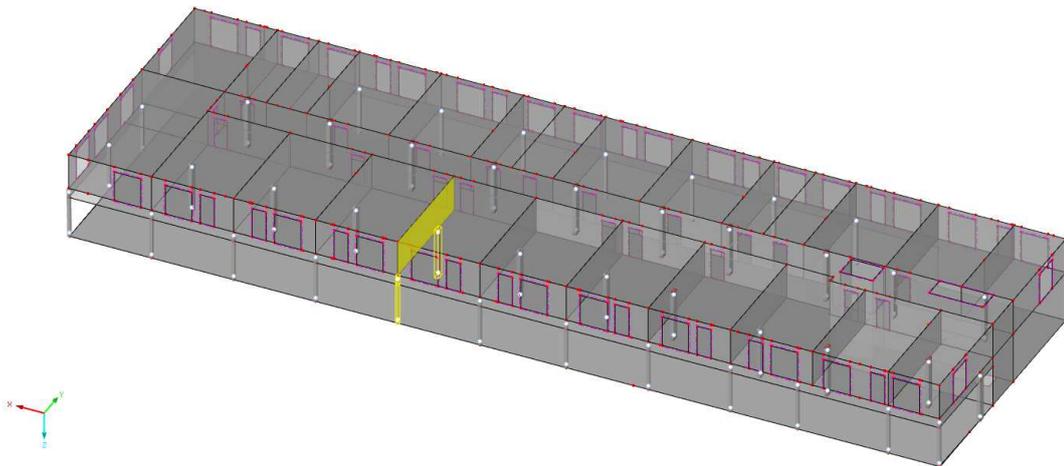


(a) Grundriss 1.OG



(b) Querschnitt durch Gebäude

**Abb. 4.1:** Grundriss und Schnitt, zur Verfügung gestellt von: *VP3 ZT GmbH*



**Abb. 4.2:** 3D Gebäudemodell, zur Verfügung gestellt von: *VP3 ZT GmbH*

Die Auflager des betrachteten Trägers im 1.OG liegen im Schnittpunkt der Achse „O“ mit den Achsen „12“ und „13“. Innerhalb des Gebäudes sind Stützen mit  $0,3 \cdot 0,6$  m geplant. In Achse 12 sind im Erdgeschoß teilweise Wände, teilweise quadratische Stützen mit Unterzügen vorgesehen. Der in Abb. 4.1(a) markierte Ausschnitt kennzeichnet den wandartige Träger, der für die folgenden Bemessungen herangezogen wird. Das Obergeschoß ist größtenteils symmetrisch, der Gang kann als Symmetrieachse betrachtet werden. Durch die Lage der Stützen ergibt sich als Tragsystem ein Einfeldträger mit Kragarm mit den folgenden Abmessungen:

$h$	$= 2,75$ m	Trägerhöhe
$l$	$= 6,80$ m	Spannweite
$l_k$	$= 2,80$ m	Kraglänge
$l_{k,\ddot{u}}$	$= 1,30$ m	Länge des Überstands vom Kragarm bis zur Symmetrieachse
$l_q$	$= 6,60$ m	Länge in Querrichtung = Achsabstand
$b$	$= 0,18$ m	Breite der Wand
$h_{du}$	$= 0,25$ m	Dicke der unteren Decke
$h_{do}$	$= 0,20$ m	Dicke der oberen Decke
$a_{A1}$	$= 0,25$ m	Länge (in Längsrichtung des Trägers) des linken Auflagers
$l_{A2A3}$	$= 0,60$ m	Gesamtlänge des mittleren Auflagers

Die Decken über und unter der Wand werden monolithisch mit der Wand verbunden. Mit Berücksichtigung des Bauablaufs und der Ausschulfristen kann mindestens ein Geschoß (Decke darunter, Wand und Decke darüber) als ein „Eingusssystem“ betrachtet werden. Das bedeutet, dass bei Belastungsbeginn die drei Bauteile bereits miteinander verbunden sind und als ein gemeinsames Tragsystem wirken.

#### 4.2.1 Lastaufstellung

Die Lastaufstellung erfolgt auf Basis der ÖNORM-EN-1990 [7] mit Berücksichtigung des nationalen Anwendungsdokuments [15]. Das Eigengewicht der Decken wird als Flächenlast angegeben, das Eigengewicht der Wand als Linienlast. Damit ergeben sich folgende Lasten:

$\gamma_c$	= 25,00 kN/m <sup>3</sup>	Wichte Stahlbeton
$g_{k,w}$	= 12,38 kN/m	Eigengewicht Wand
$g_{k,du}$	= 6,25 kN/m <sup>2</sup>	Eigengewicht Decke unten
$g_{k,do}$	= 5,00 kN/m <sup>2</sup>	Eigengewicht Decke oben
$g_k$	= 2,00 kN/m <sup>2</sup>	Ausbaulast, Annahme
$q_k$	= 3,20 kN/m <sup>2</sup>	Nutzlast für Wohnflächen, inklusive Trennwandzuschlag

Vereinfacht werden diese Lasten an der Oberseite der Wand angesetzt, die Lasten auf der unteren Decke müssen dementsprechend mit vertikaler Bewehrung hochgeführt werden.

## 4.2.2 Materialkennwerte

Für die Bemessung werden folgende Materialparameter bestimmt:

Betongüte C25/30	$f_{c,k} = 25,0 \text{ N/mm}^2$	charakteristische Betondruckfestigkeit
Baustahl BSt550	$f_{y,k} = 550 \text{ N/mm}^2$	charakteristische Fließgrenze Baustahl
	$f_{y,d} = 478 \text{ N/mm}^2$	Bemessungswert Fließgrenze Baustahl

## 4.3 Definition der betrachteten Fälle

Im Rahmen der Arbeit wurden verschiedene Einflussgrößen auf das Tragverhalten des wandartigen Trägers untersucht. Im Detail handelt es sich um:

- Nachgiebigkeit der Lagerung (insbesondere nachgiebige oder starre Lagerung bei der Innenstütze)
- Mitwirkung der Decken (inklusive Unterscheidung zw. der unteren Decke allein sowie obere und untere Decke)
- Vorhandensein einer Querwand am Randlager (Auflagerverstärkung am Randlager)

Hierzu wurden mehrere Fälle aufeinander aufbauend betrachtet. Diese werden im folgenden als WATx (wandartiger Träger Nr. x) bezeichnet. Tab. 5.1 zeigt eine Übersicht der betrachteten Fälle. Im Kapitel 4 wird diese Vorgehensweise zunächst ausführlich am Beispiel von WAT1 dargestellt. Die Ergebnisse der anderen Fälle werden zusammengefasst und anschließend in Kapitel 5 miteinander verglichen.

Bezeichnung	Decke oben	Lagerung	Anmerkung
WAT1a	Nein	starr	
WAT1b	Nein	nachgiebig	
WAT2	Ja	starr	
WAT3	Ja	nachgiebig	
WAT4	Ja	nachgiebig	Querwand am linken Auflager

**Tab. 4.1:** Übersicht der betrachteten Fälle

WAT1 wurde aus zwei Gründen als Ausgangsfall gewählt. Erstens kann stets von schubfestem Verbund zwischen der darunter liegenden Decke und dem wandartigen Träger ausgegangen werden, da die Lasten aus der Decke bei dieser Bauart in den wandartigen Träger eingeleitet werden müssen. Und zweitens kann WAT1 mit dem typischen Plattenbalken im Stahlbetonbau verglichen werden und bietet somit eine Möglichkeit, die normativen Regelungen zu der mitwirkenden Breite der Decke zu überprüfen. Die darüber liegende Decke könnte demgegenüber grundsätzlich auch ohne schubfesten Verbund auf die Wand aufgelegt werden, zum Beispiel als Vollfertigteil, und die Lasten rein über Auflagerpressung eingeleitet werden.

## 4.4 Bemessung laut EC 2

Für den folgenden Abschnitt werden die Vorgaben des EC 2 [8] und des österreichischen nationalen Anwendungsdokuments [16] (NA) verwendet.

Der EC 2 sieht für die Bemessung von wandartigen Trägern eine Berechnung mit Stabwerkmodellen vor. Die Bedingung für die Definition als wandartigen Träger wird mit einem Verhältnis von  $l/h \leq 3,0$  angegeben. Für dieses Beispiel folgt mit  $l/h = 6,80/3,00 = 2,27$  eine klare Einordnung als wandartiger Träger. Die Höhe wird mit 3,0 m angesetzt, da die untere Decke monolithisch mit der Wand verbunden wird und die Auflager (Stützen) auf der Deckenunterseite liegen. Insgesamt kann damit eine Höhe von mindestens 3,0 m für den wandartigen Träger genutzt werden.

Die Belastung wird auf der Oberseite angesetzt. Durch den Überstand der Decke am Ende des Kragarms wird dieser Teil des Trägers höher belastet. Vereinfachend wird über die Einflussfläche eine Gesamtlast ermittelt und diese als verschmierte Gleichlast konstant auf dem Kragarm angesetzt. Im Feldbereich wirkt eine konstante Gleichlast zufolge Eigengewicht, Ausbaulast und Nutzlast. Die Einflussfläche des Kragarms ergibt sich zu  $6,60 \cdot (2,80 + 1,30) = 27,06 \text{ m}^2$  Folgend die Lastaufstellung mit der gegebenen Einflussbreite von 6,60 m:

$$p_{k,\text{Feld}} = 6,60 \cdot (6,25 + 5,00 + 2 \cdot 2,00 + 2 \cdot 3,20) + 12,38 \approx 155,00 \text{ kN/m}$$

$$p_{d,\text{Feld}} = 6,60 \cdot (1,35 \cdot 6,25 + 1,35 \cdot 5,00 + 1,35 \cdot 2 \cdot 2,00 + 1,5 \cdot 2 \cdot 3,20) + 1,35 \cdot 12,38 \approx 218,00 \text{ kN/m}$$

$$p_{k,\text{Krag}} = [27,06 \cdot (6,25 + 5,00 + 2 \cdot 2,00 + 2 \cdot 3,20)]/2,80 + 12,38 \approx 221,60 \text{ kN/m}$$

$$p_{d,\text{Krag}} = [27,06 \cdot (1,35 \cdot (6,25 + 5,00 + 2 \cdot 2,00) + 1,5 \cdot 2 \cdot 3,20)]/2,80 + 1,35 \cdot 12,38 \approx 308,50 \text{ kN/m}$$

Die hochzuführende Last wird wie folgt berechnet:

$$p_{d,\text{Feld}} = 6,6 \cdot (1,35 \cdot 6,25 + 1,35 \cdot 2,0 + 1,5 \cdot 3,2) + 1,35 \cdot 12,38 = 121,3 \text{ kN/m}$$

$$p_{d,\text{Krag}} = 27,06 \cdot (1,35 \cdot 6,25 + 1,35 \cdot 2,0 + 1,5 \cdot 3,2)/2,80 + 1,35 \cdot 12,38 = 170,7 \text{ kN/m}$$

Mit Baustahl BSt550 folgt die erforderliche Bewehrung pro Laufmeter zu  $A_{s,\text{erf},\text{Feld}} = 0,121 \text{ MN/m} / 478 \text{ MN/m}^2 \equiv 2,53 \text{ cm}^2/\text{m}$  und  $A_{s,\text{erf},\text{Krag}} = 0,171/478 \equiv 3,58 \text{ cm}^2/\text{m}$ .

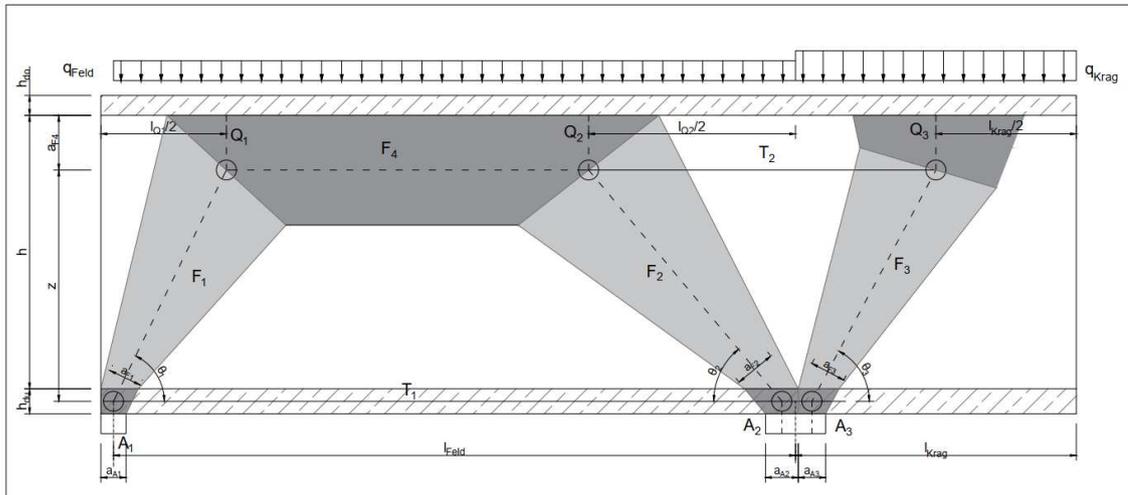
Die Mindestbewehrung laut EC wird folgendermaßen berechnet:

$$A_{s,\text{bmin}} = 0,001 \cdot A_c = 0,001 \cdot 18 \cdot 100 = 1,80 \text{ cm}^2/\text{m je Seite} \geq 1,50 \text{ cm}^2/\text{m je Seite.}$$

Da die Mindestbewehrung beidseitig eingelegt wird, ist sie somit größer als die erforderliche Hochhängebewehrung für die Last. Prinzipiell muss nicht das gesamte Eigengewicht der Wand hochgeführt werden. Da der Einfluss auf die erforderliche Bewehrung aber eher als

gering einzustufen ist, kann auf der sicheren Seite das gesamte Eigengewicht der Wand eingerechnet werden.

Abb. 4.3 zeigt ein mögliches Stabwerk für den gegebenen Einfeldträger mit Kragarm, wie zum Beispiel von [3] empfohlen. Die Knoten werden dabei vereinfacht dargestellt, aber der prinzipielle Lastfluss und die maßgeblichen Druck- und Zugstreben sind deutlich zu erkennen.



**Abb. 4.3:** Stabwerk für einen Einfeldträger mit Kragarm, mit Decken oben und unten

Die Bemessung erfolgt mit den Kräften in den Druck- und Zugstreben. Mit den Ergebnissen der Zugstreben kann die erforderliche Bewehrung ermittelt werden. Das nationale Anwendungsdokument in Österreich lässt eine Vereinfachung für die Bemessung der erforderlichen Bewehrung zu, wenn keine Öffnungen im Träger vorhanden sind und der Träger direkt (oder indirekt) gelagert ist. Beide Voraussetzungen sind erfüllt, daher darf die Berechnung von  $A_{s,erf}$  wie für einen schlanken Balken über die Biegemomente erfolgen. Der innere Hebelarm  $z$  wird laut Glg. (2.5) vorgegeben. Für die gegebene Geometrie und Belastung können folgende Momente und der Hebelarm berechnet werden zu:

$$\begin{aligned}
 M_{y,d,Feld} &\approx 720,00 \text{ kNm} && \text{Bemessungs-Feldmoment (Wert gerundet)} \\
 M_{y,d,Stütz} &\approx 1216,00 \text{ kNm} && \text{Bemessungs-Stützmoment (Wert gerundet)} \\
 z &= 2,25 \text{ m} && \text{innerer Hebelarm für Feld- und Stützbereich}
 \end{aligned}$$

Mit dem inneren Hebelarm  $z$  kann mit  $A_{s,erf} = M_{y,d}/z/f_{y,d}$  direkt die erforderliche Bewehrung für den Feld- und Stützbereich berechnet werden. Die erforderliche Bewehrung beträgt:

$$\begin{aligned}
 A_{s,erf,Feld} &= 6,72 \text{ cm}^2 && \text{Erforderliche Bewehrung im Feld} \\
 A_{s,erf,Stütz} &= 11,22 \text{ cm}^2 && \text{Erforderliche Bewehrung über der Stütze}
 \end{aligned}$$

Die Bemessung der Druckstreben und der Knoten erfolgt nach den Vorgaben des Grunddokumentes des EC 2. Dafür müssen zuerst die einwirkenden Kräfte  $Q_1$ ,  $Q_2$  und  $Q_3$  bestimmt werden. Diese Kräfte entsprechen den Auflagerreaktionen  $A_1$ ,  $A_2$  und  $A_3$ , wobei  $A_2$  und  $A_3$  am rechten Auflager wirken. Die Ermittlung der Kräfte kann zum Beispiel anhand der

Querkraft-Linie für einen schlanken Balken erfolgen. Wie in Abs. 2.4.3 beschrieben spielt die Nachgiebigkeit der Auflager eine große Rolle auf die Verteilung der Momente und inneren Kräfte von wandartigen Trägern. Im ersten Schritt wird eine starre Lagerung angenommen, in weiterer Folge werden vergleichende Rechnungen mit Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Auflager durchgeführt. Der Nulldurchgang der Querkraft-Linie und damit die Länge der Last, die in das Auflager  $A_1$  abgeleitet wird, wird so gewählt, dass die Auflagerreaktionen mit dem Ergebnis der späteren FE-Analyse übereinstimmen, um die Ergebnisse vergleichen zu können.

Mit dem Nulldurchgang bei 2,42 m können die einwirkenden Kräfte bzw. die Auflager ermittelt werden:

$$Q_1 = A_1 = 2,42 \cdot 218,0 = 527,60 \text{ kN}$$

$$Q_2 = A_2 = (6,80 - 2,42) \cdot 218,0 = 954,8 \text{ kN}$$

$$Q_3 = A_3 = 2,80 \cdot 308,5 = 863,8 \text{ kN}$$

Mit der Annahme einer gleichmäßigen Pressung am Mittelaullager können die Auflagerlängen  $a_2$  und  $a_3$  ermittelt werden. Über die Gleichung  $T = M_{y,d}/z$  können die Zugkräfte  $T_1$  und  $T_2$  berechnet werden. Implizit sind dann die betragsmäßig gleich großen Druckkräfte  $F_4$  und  $F_5$  gegeben. Damit können über die Knotengleichgewichte die restlichen Druckstreben  $F_1$ ,  $F_2$  und  $F_3$  sowie ihre zugehörigen Neigungen berechnet werden. In Tab. 4.2 sind die Stabkräfte und die Neigungen der Druckstreben dargestellt.

Stab	Kraft [kN]	Neigung [°]
$F_1$	-617,1	58,8
$F_2$	-1285,5	48,0
$F_3$	-1019,2	57,9
$F_4$	-319,8	0
$F_5$	-541,0	0
$T_1$	319,8	0
$T_2$	541,0	0

**Tab. 4.2:** Stabkräfte zufolge Berechnung laut Nationalem Anwendungsdokument

Alternativ kann ein Stabwerkmodell laut dem Grunddokument des EC 2 entworfen und die Kräfte damit berechnet werden. Die Geometrie des Stabwerks darf grundsätzlich frei gewählt werden. Das Modell wurde so gewählt, dass der innere Hebelarm  $z$  mit der vereinfachten Berechnung übereinstimmt.

An dieser Stelle sollte darauf hingewiesen werden, dass das in Abb. 4.3 gezeigte Stabwerk formal einfach statisch unterbestimmt ist. Das kann mit der Formel  $s = 2 \cdot k - 3$  überprüft werden, wobei  $s$  für die Anzahl der Stäbe und  $k$  für die Anzahl der Knoten steht. Im vorliegenden Fall folgt  $6 = 2 \cdot 5 - 3 = 7$ . In der Realität erfolgt die Aussteifung des Stabwerks durch die Scheibentragwirkung zwischen den beiden Auflagern, der wesentliche Kraftfluss wird mit dem gezeigtem Stabwerkmodell zutreffend dargestellt. Das reale System ist somit weder äußerlich noch innerlich kinematisch unterbestimmt. Für die Berechnung der Stabkräfte mit *RFEM* wird daher ein zusätzliches horizontales Auflager eingeführt. Die Lage des Angriffspunktes von  $Q_1$  wird bei  $2,42/2 = 1,21$  m gewählt, die Lage von  $Q_3$  bei  $l_{\text{Krag}}/2 = 1,40$  m. Damit können die Druckstrebenneigungen  $\theta_1$  und  $\theta_3$  bestimmt werden. Der Knoten von  $Q_3$  wird so gewählt, dass die Kraft in dem zusätzlich eingefügten

horizontalen Auflager zu Null wird. Somit können folgende Druckstrebenneigungen und Kräfte berechnet werden:

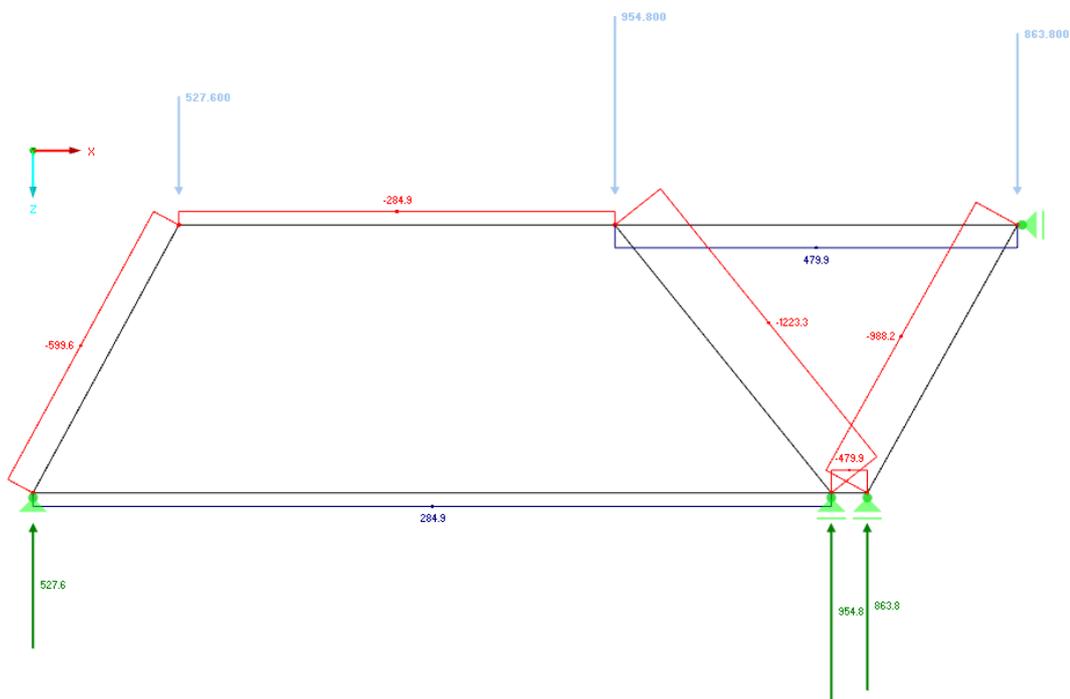
Stab	Kraft [kN]	Neigung [°]
$F_1$	-599,6	61,7
$F_2$	-1223,3	51,3
$F_3$	-988,15	60,9
$F_4$	-284,9	0
$F_5$	-479,9	0
$T_1$	284,9	0
$T_2$	479,9	0

**Tab. 4.3:** Stabkräfte zufolge Berechnung mittels Stabwerkmodell

Abb. 4.4 zeigt eine Übersicht der mit *RFEM* berechneten Stabkräfte. Die erforderliche Bewehrung folgt mit den berechneten Zugkräften zu:

$$A_{s,\text{erf,Feld}} = 5,95 \text{ cm}^2 \quad \text{Erforderliche Bewehrung im Feld}$$

$$A_{s,\text{erf,Stütz}} = 10,06 \text{ cm}^2 \quad \text{Erforderliche Bewehrung über der Stütze}$$



**Abb. 4.4:** Stabwerk aus RFEM

Die über das Stabwerkmodell berechneten Kräfte und damit die erforderliche Bewehrung sind geringer als die mit der vereinfachten Methode berechneten Kräfte. Die vereinfachte Bemessung liegt also auf der sicheren Seite. Die niedrigeren Kräfte im Stabwerkmodell sind vor allem darauf zurückzuführen, dass hier das Stützmoment mit Momentenausrundung

berechnet wurde und die Berechnung der Momente für einen schlanken Balken nicht exakt mit der Berechnung für einen wandartigen Träger übereinstimmen.

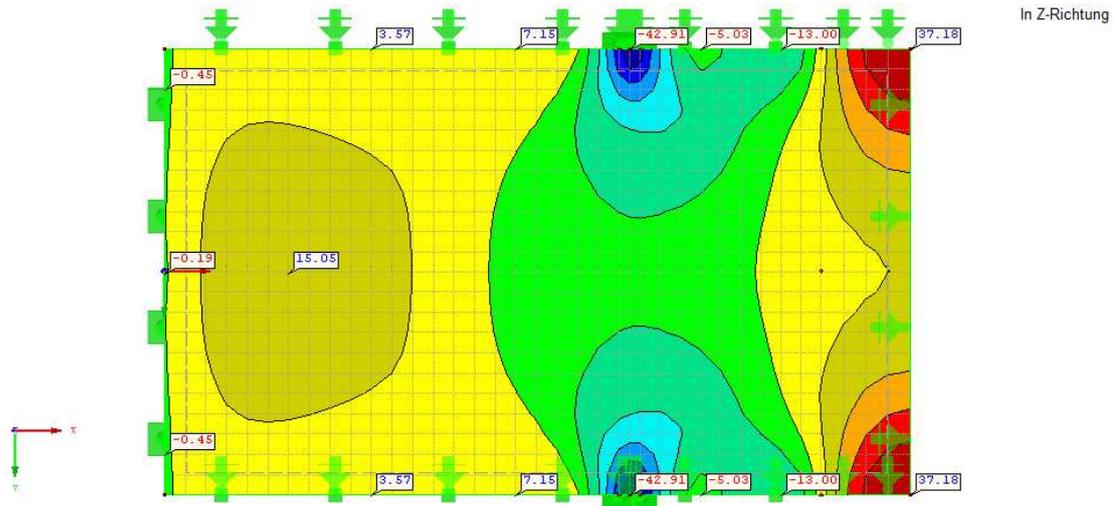
Die Differenz der schrägen Druckstreben ist zwar mit ca. 5% eher gering, bei den Zugstreben und damit der Bewehrung liegt der Unterschied mit ca. 12-13% aber in einem Bereich, der eine genauere Bemessung wirtschaftlich sinnvoll macht. Theoretisch könnte die erforderliche Bewehrung auch noch weiter reduziert werden, da der innere Hebelarm bei der Bemessung über ein Stabwerkmodell nicht auf  $0,75 \cdot h$  beschränkt ist. Das obere Limit für den Hebelarm im Feldbereich wird theoretisch erst erreicht, wenn die Spannung zufolge der oberen Druckstrebe  $F_4$  die zulässige Spannung erreicht. Prinzipiell zeigen Versuche, dass es zur Bildung von entsprechenden Biegerissen bis zur ungerissenen Druckzone und einem Biegeversagen wie für einen schlanken Balken kommen kann, vgl. [11], aber besonders bei Trägern mit Lasten, die auf der Unterseite eingeleitet werden, sollte der Hebelarm dennoch nicht überschätzt werden.

Auch für den Stützbereich wäre eine konzentrierte Anordnung der Bewehrung am oberen Rand eine Fehleinschätzung des Tragverhaltens, da die rechnerisch ermittelte Zugstrebe in der Realität kein Stab ist, sondern über einen gerissenen Bereich wirksam ist. Die Empfehlung für die Beschränkung des Hebelarm laut NA sollte für typische Fälle der Praxis also eingehalten werden.

Die Feldbewehrung wird über die Höhe der unteren Decke ( $= 0,25$  m) verteilt. Dies entspricht ungefähr  $0,1 \cdot h = 0,1 \cdot 3,00 = 0,3$  m. Die Verteilung der unteren Bewehrung auf ein Zugband wird im NA und in diverser Fachliteratur und weiteren Forschungsarbeiten empfohlen, zum Beispiel [13], [9]. Die empfohlene Verteilungshöhe variiert, hier wird die Empfehlung der Norm verwendet. Die Bewehrung muss also in die Decke eingelegt werden und diese schubfest mit der Wand verbunden werden, was auch die Grundvoraussetzung für die Aktivierung der Gesamthöhe von 3,00 m ist.

Die Stützbewehrung wird entsprechend dem NA verteilt, vgl. Abb. 2.5. Bei einer Länge von  $l = 6,80$  m muss  $1/3$  der Stützbewehrung über  $0,1 \cdot l - 0,3 \cdot l = 0,68 - 2,04$  m und die restlichen  $2/3$  von 2,04 m bis zur Trägeroberkante verteilt werden.

Die Bemessung der Decke erfolgt bei dieser Berechnung unabhängig von der Bemessung des wandartigen Trägers. Für den Vergleich mit anderen Bemessungsmethoden wird an dieser Stelle die Bewehrung in Längsrichtung ermittelt. Die Querrichtung der Decke ist zwar die Haupttragrichtung der Decke, jedoch ist diese für den Vergleich und die Bemessung der wandartigen Träger nicht relevant. Das Bemessungsmoment wird über eine 2D-Berechnung mit *RFEM* ermittelt, da die Randbedingungen (Wand als nachgiebiges Auflager, dazu steifere Auflager bei den Stützen) mit einer händischen Berechnung nur sehr aufwändig berücksichtigt werden können. Abb. 4.5 zeigt die Bemessungsmomente für die Decke.



**Abb. 4.5:** Verlauf der Bemessungsmomente in der Decke in X-Richtung aus *RFEM*

Für das Teilsystem der Decke wurde der Bereich zwischen zwei wandartigen Trägern betrachtet. Das Randlager an der Außenseite des Gebäudes wurde als starres Linienlager modelliert, um die Momente  $m_{xx}$  (Schalenmomente mit Spannung in X-Richtung) auf der sicheren Seite zu berechnen. Die wandartigen Träger wurden als nachgiebige Linienlager modelliert, außerdem werden die Linien aufgrund der Symmetrie gegen Verdrehung entlang der Achse gehalten. Die Federsteifigkeit  $k$  der Linienlager wurde über die Durchbiegung  $w$  für einen schlanken Balken mit Kragarm abgeschätzt, die Formel für  $w$  laut [10]:

$$k = \frac{q}{w} = \frac{q}{\frac{q \cdot l^2 \cdot (5l^2 - 12c^2)}{384 \cdot E \cdot I_y}} = \frac{384 \cdot E \cdot I_y}{l^2 \cdot (5l^2 - 12c^2)}$$

$$E_c = 3100 \cdot 10^4 \text{ kN/m}^2 \quad \text{E-Model für C25/30}$$

$$I_y = 0,312 \text{ m}^4 \quad \text{Flächenträgheitsmoment der Wandscheibe}$$

Mit  $E_c$  und  $I_y$  folgt  $k = 585772 \text{ kN/m}^2$ , aufgeteilt auf die Länge  $l = 6,80 \text{ m}$  folgt  $k = 86142 \text{ kN/m}^2/\text{m}$ . Das Bemessungsmoment  $m_{xx}$  aus Abb. 4.5 beträgt  $15,05 \text{ kNm/m}$ . Die Bemessung erfolgt mittels Spannungsblock.

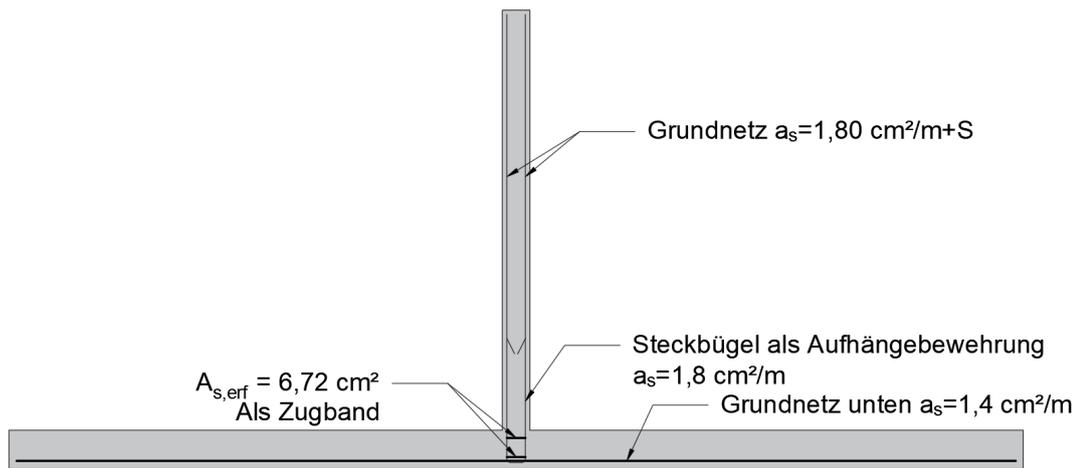
$$m_{xx} = \lambda \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - \lambda \cdot x/2) = 0,8 \cdot x \cdot 16,67 \cdot (0,21 - 0,8 \cdot x/2)$$

$$x = 0,005 \text{ m}$$

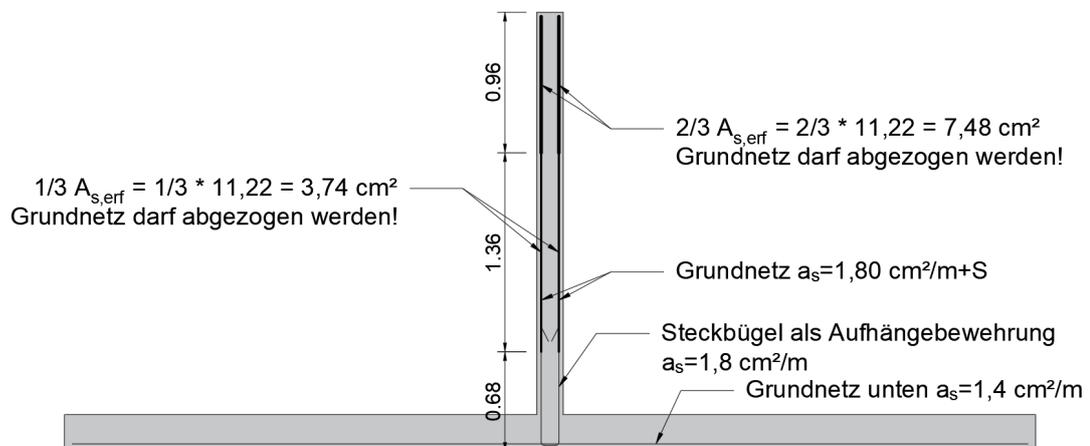
$$N_c = N_s = x \cdot \lambda \cdot f_{cd} \cdot b = 0,005 \cdot 0,8 \cdot 16,67 \cdot 1,0 = 0,067 \text{ MN}$$

$$A_{s,\text{erf}} = \frac{N_s}{f_{yd}} = \frac{0,067}{478} \cdot 10^4 = 1,39 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Das Grundnetz für die Bewehrung in Längsrichtung wird somit zu  $1,40 \text{ cm}^2/\text{m}$  gewählt. Die Bewehrung für den Feld- und Stützbereich wird schematisch als Schnitt in Abb. 4.6 dargestellt.



(a) Schnitt in Feldmitte

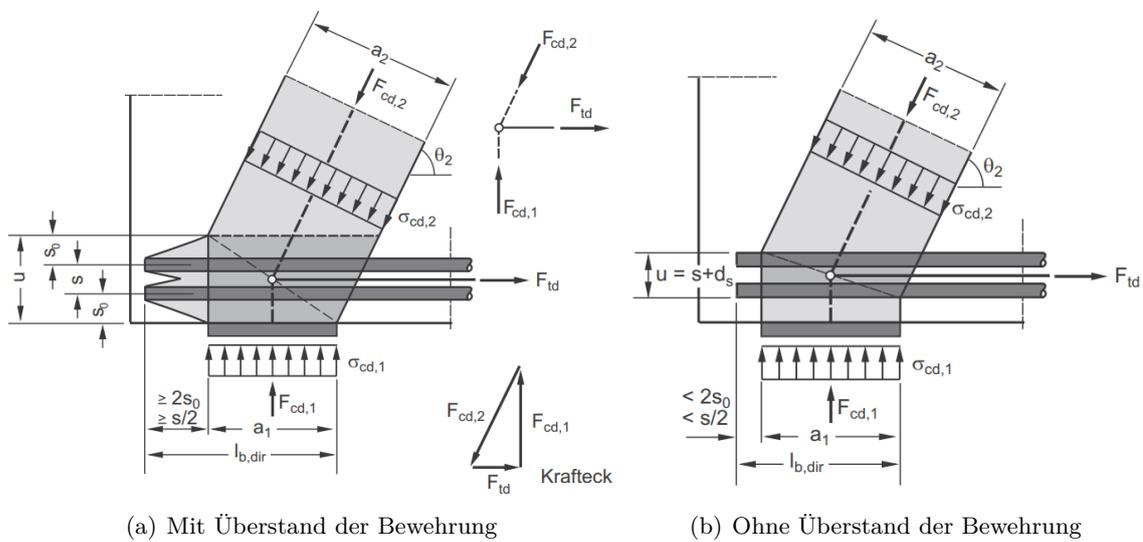


(b) Schnitt in der Stütze

**Abb. 4.6:** Schematische Darstellung der Bewehrung

Zum Abschluss der Bemessung müssen die Druckstreben und die Knoten bemessen werden. Wie in Abb. 4.3 ersichtlich, können sich die Druckstreben im Träger frei ausbreiten. Daher sind die Knoten bemessungsrelevant. Mit dem gewählten Hebelarm wird die Druckspannung an der Oberseite zufolge  $F_4$  sehr gering und wird daher nicht nachgewiesen. Die zulässigen Spannungen der Knoten werden laut Glg. (2.3) ermittelt. Die Bemessung erfolgt mit den größeren Stabkräften aus der vereinfachten Berechnung.

Der Knoten am Auflager  $A_1$  ist ein Druck-Zug-Knoten. Die schräge Länge  $a_{F1}$  für die Bemessung der Spannung der Druckstrebe wird auf Basis der Knotengeometrie laut [21] ermittelt, siehe Abb. 4.7(b). Die Verteilung der unteren Bewehrung über die Höhe  $u$  wird berücksichtigt.



**Abb. 4.7:** Knotengeometrie für Druck-Zug-Knoten [21]

Bemessung Betondruckspannungen:

$$\nu' = 1 - f_{ck}/250 = 1 - 25/250 = 0,9$$

$$f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c \cdot \alpha_{cc} = 25,0/1,5 \cdot 1,0 = 16,67 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{Rd,max,A1} = k_2 \cdot \nu' \cdot f_{cd} = 0,9 \cdot 0,9 \cdot 16,67 = 13,50 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{Ed,A1} = A_1/(b \cdot a_{A1}) = 0,528/(0,18 \cdot 0,25) = 11,72 \text{ N/mm}^2 \leq 13,50 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{Ed,F1} = F_1/(b \cdot a_{F1}) = 0,617/(0,18 \cdot 0,32) = 10,71 \text{ N/mm}^2 \leq 13,50 \text{ N/mm}^2$$

Am Mittelaflager muss die Feldbewehrung nicht direkt im Auflager verankert werden, sondern kann in den Kragarm geführt werden. Damit kann die Bemessung für einen Druck-Druck-Druck-Knoten erfolgen, sinngemäß wie in [9] für Durchlaufträger empfohlen. Die schrägen Längen  $a_{F2}$  und  $a_{F3}$  für die Bemessung der Spannung zufolge der Druckstreben wird auf Basis der Knotengeometrie laut [21] ermittelt, siehe Abb. 4.7(a). Für die Stütze wird eine konstante Auflagerpressung angenommen.

Bemessung Betondruckspannungen:

$$\sigma_{Rd,max} = k_1 \cdot \nu' \cdot f_{cd} = 1,25 \cdot 0,9 \cdot 16,67 = 18,75 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{Ed,A2} = \sigma_{Ed,A3} = (A_1 + A_2)/(b \cdot l_B) = (0,9548 + 0,8638)/(0,18 \cdot 0,60) = 16,84 \text{ N/mm}^2 \leq 18,75 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{Ed,F2} = F_2/(b \cdot a_{F2}) = 1,286/(0,18 \cdot 0,40) = 17,85 \text{ N/mm}^2 \leq 18,75 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{Ed,F3} = F_3/(b \cdot a_{F3}) = 1,019/(0,18 \cdot 0,37) = 15,30 \text{ N/mm}^2 \leq 18,75 \text{ N/mm}^2$$

Der Nachweis der zulässigen Betondruckspannung wird in allen Knoten erfüllt. Die Auslastung der Knoten ist mit bis zu 95% für  $\sigma_{Ed,F2}$  hoch, während die erforderliche Bewehrung eher gering ausfällt. Dies bestätigt die Aussage diverser Literatur, derzufolge die Knoten in den Auflagerbereichen maßgebend für die Bemessung werden können, s.u.a [11] [9].

Im statischen System sind aber noch Reserven vorhanden, die noch nicht genutzt wurden. Da die Auflager an der Unterseite der Decke liegen, kann für die Bemessung in der Decke ein triaxialer Druckspannungszustand angesetzt werden, da die Decke die Ausdehnung in Querrichtung behindert. Mit dem Verhältnis von  $A_{c,Auflager}/A_{c,Decke} \approx \infty$  könnte eine effektive Betondruckfestigkeit von bis zu  $3,0 \cdot f_{cd}$  angesetzt werden. Außerdem könnte die Längsbewehrung der Stütze, die entweder in der Decke oder der Wand verankert wird, in die Bemessung eingerechnet werden. Damit wird die Ausnutzung an den Auflagern signifikant geringer. Für die Druckstreben gelten diese Annahmen jedoch nicht uneingeschränkt. Die Einleitung in den Knoten am Auflager erfolgt oberhalb der Decke. Es kann kein triaxialer Druckspannungszustand angenommen werden. Wird die Längsbewehrung der Stütze in die Wand geführt, liegt sie nicht in der Wirkungslinie der Druckstrebe. Damit stellt, zumindest für den betrachteten Fall, die Einleitung der Druckstrebe  $F_2$  in den Knoten am Mittelaullager weiterhin den kritischen Punkt dar.

#### 4.4.1 Zusammenfassung der Ergebnisse

Die vereinfachte Bemessung der Bewehrung laut NA liefert auf der sicheren Seite liegende Ergebnisse. Insbesondere bei statisch unbestimmten Stabwerken kann so eine schnelle Bemessung erfolgen, bei der sonst iterative Berechnungen oder die Anwendung von Software erforderlich wäre. Der Entwurf eines Stabwerks bietet demgegenüber ein gewisses Potential für wirtschaftlichere Ergebnisse.

Die Tragwirkung gemeinsam mit den angeschlossenen Decken kann zumindest teilweise genutzt werden. Bei der Bemessung der Auflagerbereiche kann der durch die Decke hervorgerufene günstige Spannungszustand berücksichtigt werden.

Ein Nachteil bei der Bemessung liegt darin, dass bei unterschiedlichen Geometrien, Lasten, Durchbrüchen in der Wand oder verschiedenen Lagerungen, immer wieder neue Stabwerkmodelle entworfen werden müssen. Bei komplexeren Strukturen wird empfohlen, die Druck- und Zugstreben an den Hauptspannungstrajektoren nach linear-elastischer Berechnung, zum Beispiel mit FE-Analyse, zu orientieren. Auch die Nachgiebigkeit der Auflager muss geeignet berücksichtigt werden, was wiederum eine zusätzliche Berechnung erfordert. Abschließend sei erwähnt, dass die gemeinsame Tragwirkung von Decke und Wand mit den bisherigen Methoden nicht berücksichtigt wird.

## 4.5 FE-Bemessung mit Schalenschnittgrößen

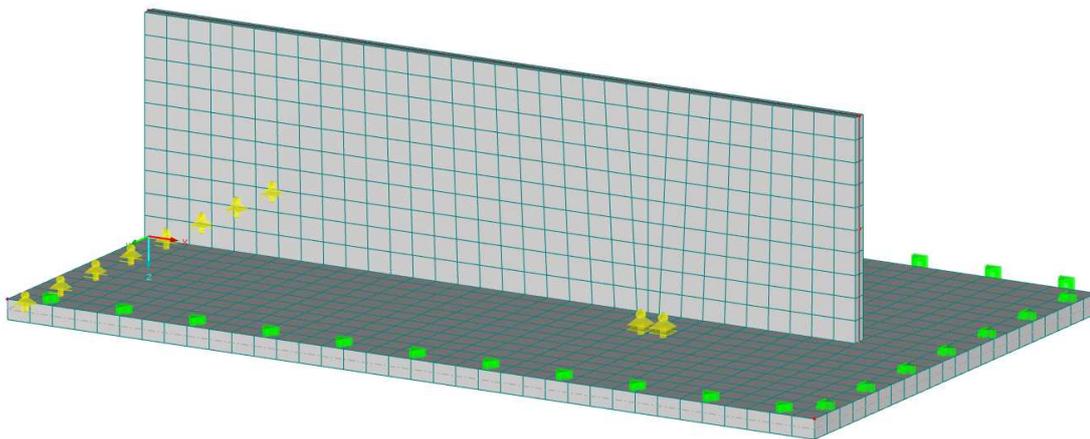
### 4.5.1 Modellbeschreibung

Wie im vorherigen Abschnitt erwähnt, ist eine unterstützende FE-Analyse beim Entwurf von Stabwerkmodellen generell empfehlenswert. Für die Bemessung laut EC 2 wurden die Auflagerreaktionen so gewählt, dass sie mit den Auflagerreaktionen aus der Berechnung mit FE übereinstimmen. Das mit *RFEM* erstellte FE-Modell ist in Abb. 4.8 dargestellt. Es wurde der in Abb. 4.1(a) markierte Teilbereich des Gebäudes modelliert. Die Modellierung erfolgte mit Schalenelementen (2D-Elemente). Die Wand wurde als Rechteck mit konstanter Dicke modelliert, die Achse liegt genau in der Mitte des Modells. Die Decke ist entlang der unteren Begrenzungslinie der Wand mit ihr gekoppelt. Um die Steifigkeit möglichst korrekt abzubilden wurde die Decke exzentrisch modelliert. Die Bezugsfläche liegt in einer Ebene mit der Unterseite der Wand, die Dicke der Decke wird nach unten ausgerichtet.

Die Berechnung erfolgte linear-elastisch. Das FE-Netz wurde automatisch generiert, die angestrebte Länge der Finiten Elemente wurde mit 0,3 m gewählt.

Da der Grundriss regelmäßig ist, werden Symmetriebedingungen definiert. Die Ränder der Decke werden mit Linienlagern gehalten. Die Lager lassen eine Verschiebung in die lokale  $z$ -Richtung und entlang der lokalen Linienachse  $x$  zu, behindern aber die Verdrehung um die Achse  $x$  und eine Verschiebung quer zur Achse  $x$ .

Das Mittelauger wird durch zwei starre Knotenlager gebildet, um eine Momentenausrundung über der Stütze zu erreichen. Der Abstand der beiden Lager zueinander beträgt 0,3 m, jeweils 0,15 m von der Achse des Mittelaugers versetzt. Das Randauger besteht teilweise aus Wänden und teilweise aus Unterzügen mit Stützen. Um den Einfluss auf das System zu beurteilen wurde das Auflager einmal als Linienlager und einmal als Knotenlager modelliert. In Abb. 4.8 ist das Modell mit Linienlager dargestellt.



**Abb. 4.8:** FE-Modell für WAT1, verdeckte Auflager sind gelb dargestellt

Der Vorteil der gewählten Modellierung liegt darin, dass es im Anschlussbereich von Wand und Decke nicht zu einer Überschätzung der Steifigkeit aufgrund der Überschneidung von zwei Elementen kommt. Dies wäre zum Beispiel bei einer zentrischen Modellierung der Decke der Fall. Nachteilig ist die Positionierung der Auflager. Die gelagerten Knoten bzw. Linien liegen in einer Ebene mit der Unterseite der Wand bzw. an der Oberseite der Decke.

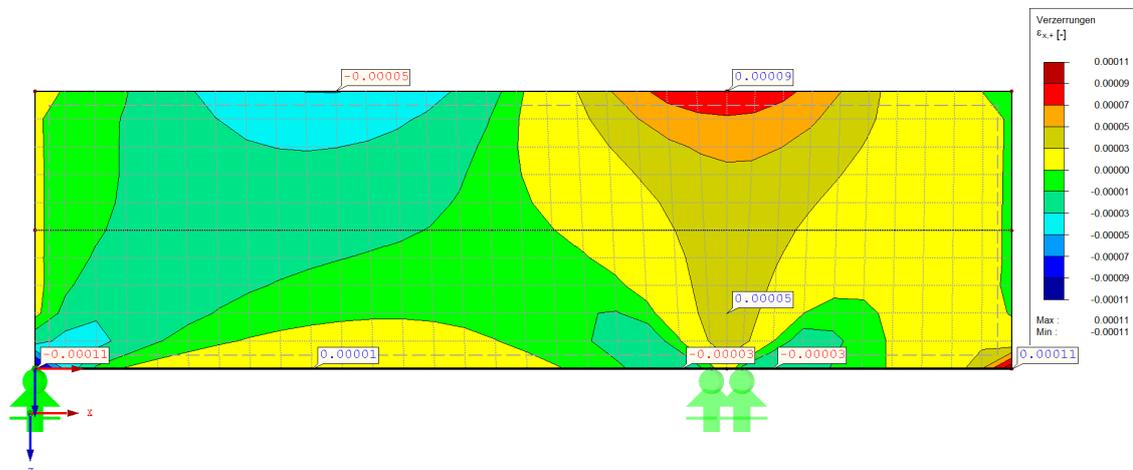
Bei einer Modellierung der Decke mit Schalenelementen müsste das horizontale Auflager aber in der Schwerachse der Platte liegen, damit keine zusätzlichen Normalkräfte in der Platte hervorgerufen werden. Dies wäre durch eine zentrische Modellierung der Decke oder eine exzentrische Lagerung der Decke in Horizontalrichtung gegeben. Da sich dieser Effekt nur auf die Querrichtung zum wandartigen Träger auswirkt, welche in den weiteren Vergleich nicht weiter einfließt, kann das dargestellte System verwendet werden. Für die Bemessung der Querrichtung wäre aber eine exzentrische Lagerung erforderlich.

Die Berechnung erfolgte linear-elastisch nach Theorie I. Ordnung.

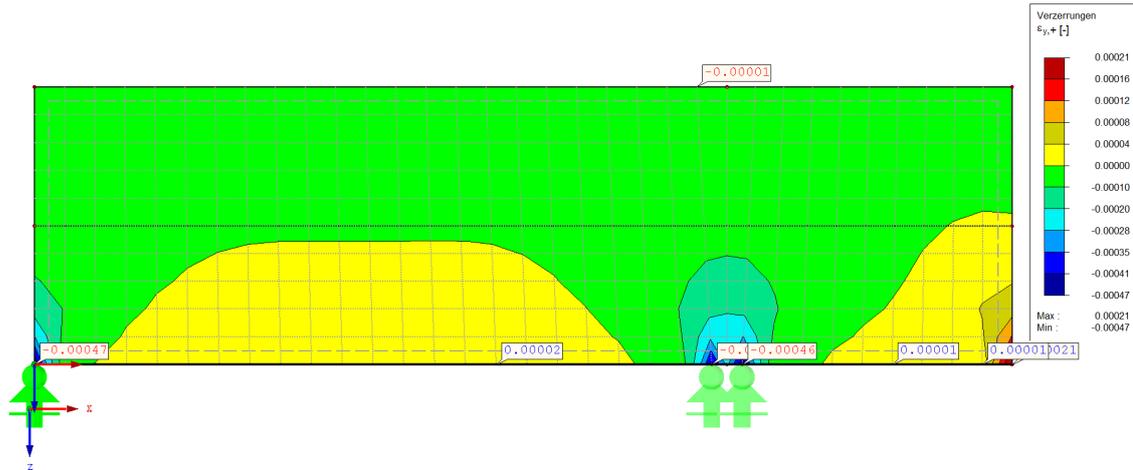
Die Belastung aus der unteren Ebene wurde als Flächenlast auf die untere Decke aufgebracht und die Last aus der darüber liegenden Ebene als Linienlast auf die Wandscheibe. Die Lastaufstellung erfolgte wie in Abs. 4.2.1.

#### 4.5.2 Darstellung der Ergebnisse

Eine umfangreiche Darstellung der Ergebnisse findet sich im Appendix. An dieser Stelle sollen exemplarisch Ergebnisse dargestellt werden, welche das Tragverhalten und die Verteilung der Spannungen und Dehnungen abbilden. Abb. 4.9 und Abb. 4.10 zeigen die Verzerrungen in die lokale x- und y-Richtung im GZT. Da es sich um eine linear-elastische Berechnung handelt gilt die Verteilung der Verzerrungen qualitativ auch für den GZG. Außerdem wird damit die qualitative Verteilung der Spannungen im Träger, sowie die Verteilung der Schalenschnittgrößen abgebildet.

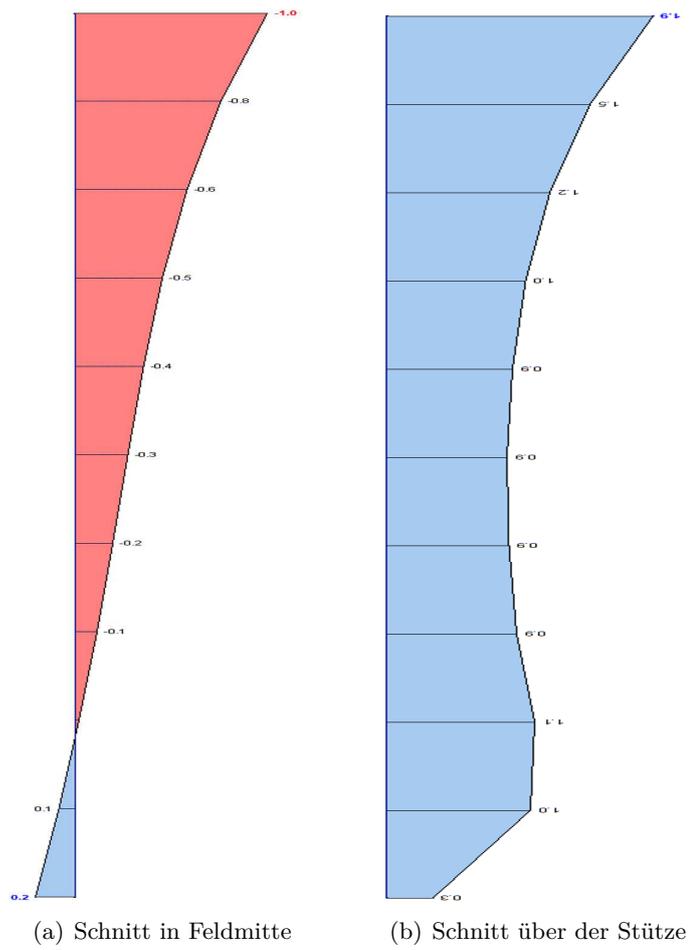


**Abb. 4.9:** Verzerrungen der Wandscheibe, in lokale x-Richtung (entspricht globaler X-Richtung)

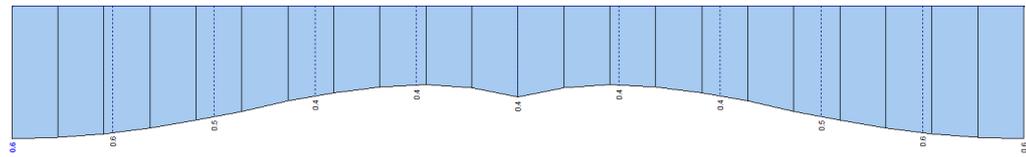
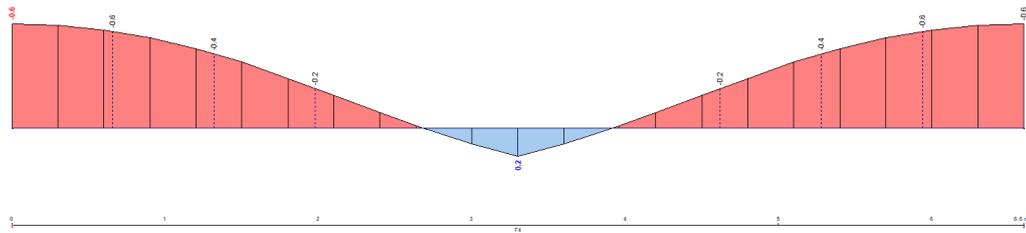


**Abb. 4.10:** Verzerrungen der Wandscheibe, in lokale y-Richtung (entspricht globaler Z-Richtung)

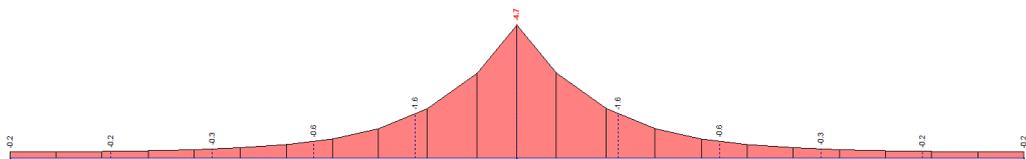
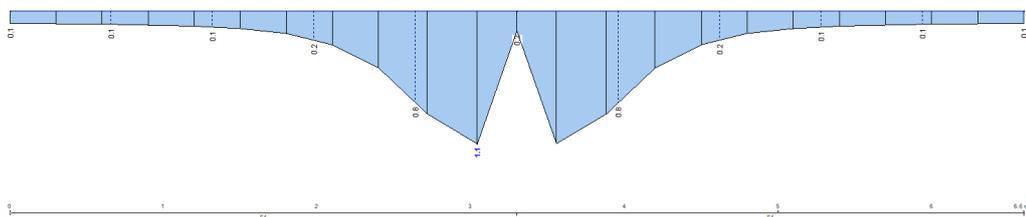
Der wandartige Träger und die schubfest angeschlossene Decke bilden ein gemeinsames Tragsystem. In Querrichtung (Y-Richtung) wirkt die Wandscheibe wie ein nachgiebiges Auflager für die Decke. In Längsrichtung (X-Richtung) bildet sich eine Plattenbalken- Tragwirkung aus. Dies ist deutlich an der Spannungsverteilung, wie exemplarisch in Abb. 4.11 und Abb. 4.12 für die Feldmitte und in der Achse der Stütze dargestellt. Der in Feldmitte nahezu lineare Verlauf der Spannung in der Wand zeigt, dass die aufsummierte Druckspannung wesentlich größer als die aufsummierte Zugspannung ist. Dies bedeutet entweder, dass starke Eigenspannungen vorhanden sind, oder dass die Zugspannung in die Decke verlagert wird. Die Spannung in der Decke ist sowohl an der Ober- als auch an der Unterseite positiv, was darauf schließen lässt, dass hier eine Zugkraft aus der gemeinsamen Tragwirkung mit der Wandscheibe vorhanden ist. Es kommt also zu einer Plattenbalken-Tragwirkung.



**Abb. 4.11:** Spannung  $\sigma_x$ , Wandscheibe



(a) Schnitt in Feldmitte



(b) Schnitt über der Stütze

**Abb. 4.12:** Spannung  $\sigma_x$ , Decke

### 4.5.3 Bemessung der Bewehrung mit Schalenschnittgrößen

Die Bemessung wird mit dem in *RFEM* integrierten Zusatzmodell *RF Beton* durchgeführt. Bemessen wird mit der Lastkombination für den GZT. Die Berechnung der erforderlichen Bewehrung erfolgt mittels Schalenschnittgrößen. Die erforderliche Bewehrung in Längsrichtung wird für das Gesamtmodell in Abb. 4.13 und Abb. 4.14 dargestellt. Abb. 4.15 zeigt die erforderliche Bewehrung in Längsrichtung, nur für die Wandscheibe.

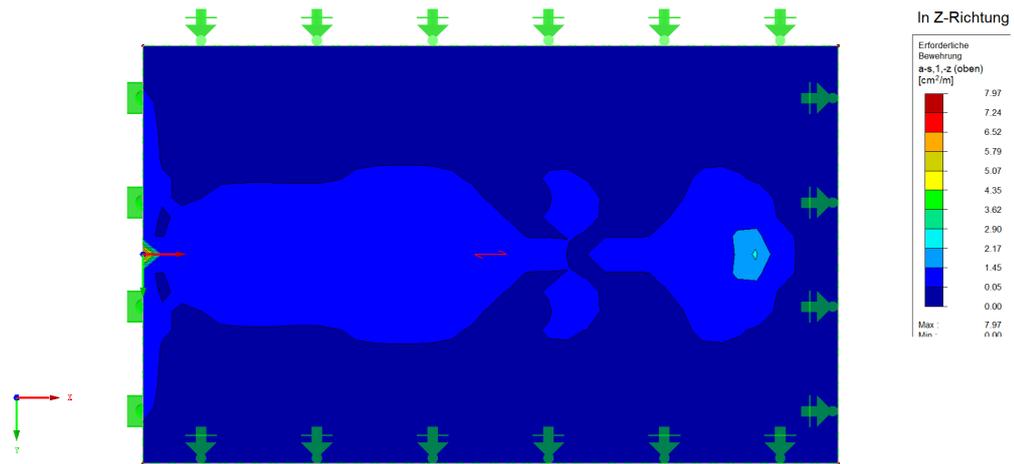


Abb. 4.13: Erforderliche Bewehrung in X-Richtung, oben, Decke

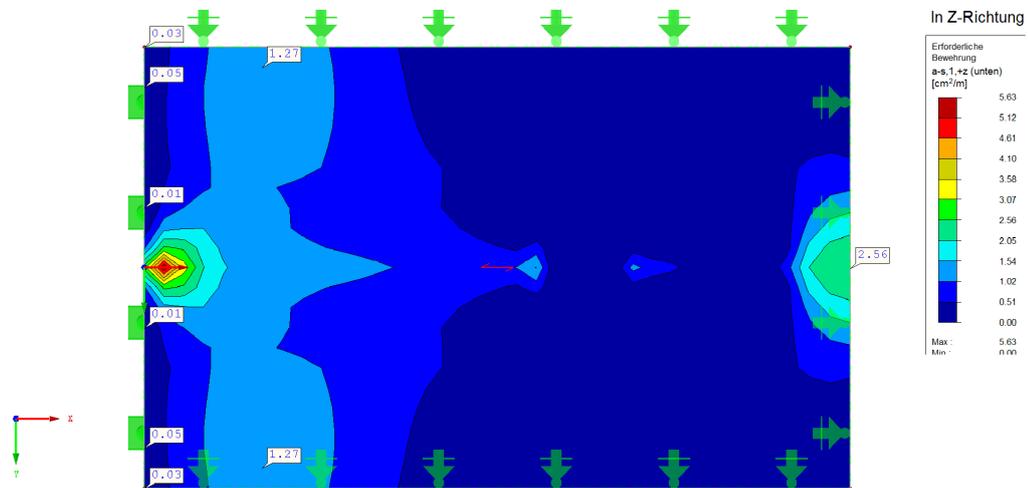


Abb. 4.14: Erforderliche Bewehrung in X-Richtung, unten, Decke

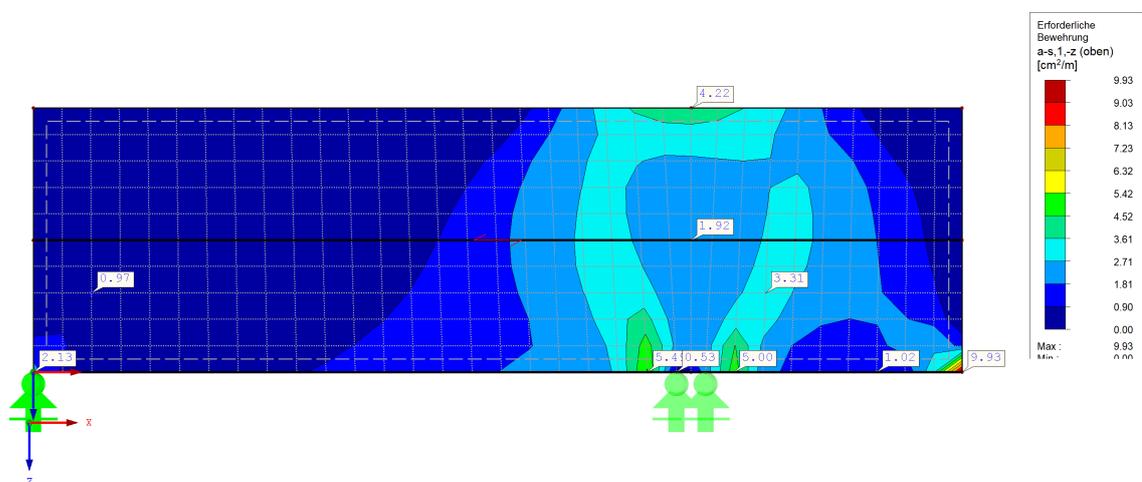


Abb. 4.15: Erforderliche Bewehrung in X-Richtung, je Seite, in der Wandscheibe

Die Bemessung erfolgt lokal im Element mit Elementschnittgrößen. Dabei erfolgt keine Trennung zwischen der Bewehrung, die aus dem Tragverhalten des wandartigen Trägers resultiert, und der Bewehrung die aus der Plattenbiegung in Längsrichtung resultiert. Dabei wird zwar die Aktivierung der Decke in der Bemessung über die Schnittgrößenverteilung im ungerissenen Zustand berücksichtigt, allerdings wird der innere Hebelarm des Plattenbalkens im gerissenen Zustand nicht abgebildet.

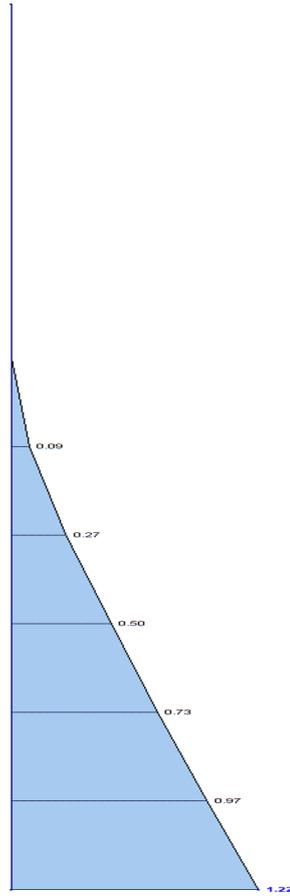
#### 4.5.4 Konstruktive Durchbildung

Nach der erfolgten Bemessung muss die Bewehrung festgelegt werden. Da es sich um eine zweiachsig gelagerte Platte handelt wird ein Grundnetz für die untere Bewehrung in beide Richtungen festgelegt. Die Querrichtung ist für die Bemessung des wandartigen Trägers nicht relevant und wird daher nicht weiter behandelt.

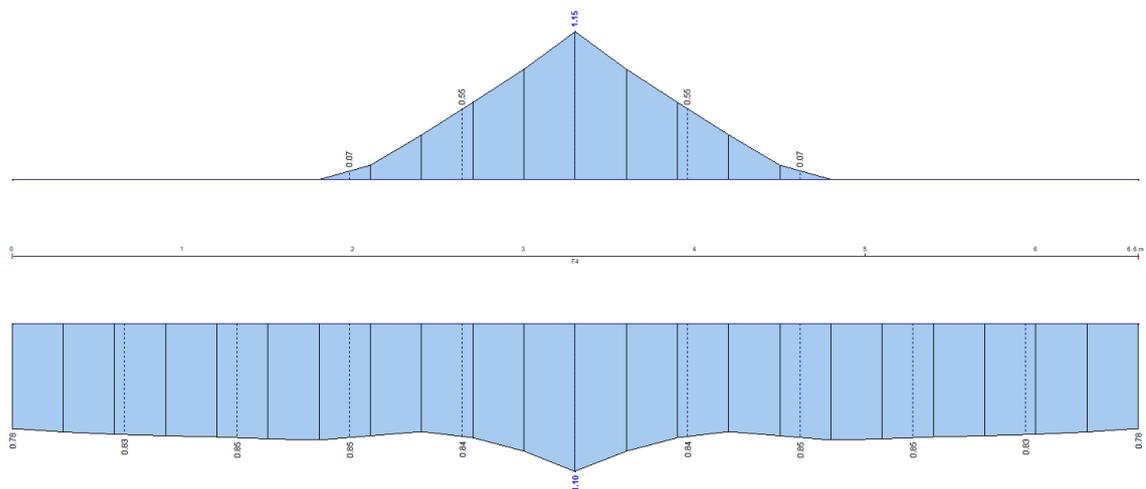
Das Grundnetz in Längsrichtung wird über  $a_{s,erf}$  festgelegt. Ist der Maximalwert nicht zu groß, wird üblicherweise das Grundnetz über die gesamte Fläche als Bewehrungsmatte oder mit Stabstahl eingelegt. In Abb. 4.14 ist die maximale erforderliche Bewehrung im Feldbereich der Decke mit  $a_{s,erf} = 1,27 \text{ cm}^2/\text{m}$  ersichtlich. Aufgrund des geringen Wertes kann ein Grundnetz mit  $a_{s,x} = 1,30 \text{ cm}^2/\text{m}$  über die gesamte Fläche wirtschaftlich vertretbar ausgeführt werden.

Die erforderliche Bewehrung an der Oberseite der Decke und in der Wand wird über die Schnittdarstellung in Abb. 4.16 und Abb. 4.17 besser ersichtlich. Hier wird jeweils der Maximalwert in  $\text{cm}^2/\text{m}$  gewählt und die Bewehrung über den Bereich verteilt, in dem sie gemäß linear-elastischer Bemessung erforderlich ist. Wären die Spitzenwerte deutlich höher als in dieser Berechnung, sollte aus wirtschaftlichen Gründen nicht der Spitzenwert abgedeckt werden. Der Mittelwert der maximal erforderlichen Bewehrung oder  $2/3$  des Maximalwerts könnten über den Bereich verteilt werden. Mindestens muss die Summe des Integrals über die Verteilung der Bewehrung eingelegt werden. Für die Wandscheibe ist es zulässig, die vorhandene Mindestbewehrung anzurechnen, was in diesem Fall zu keiner zusätzlich erforderlichen Bewehrung führen würde.

Es ist durchaus üblich auch an der Oberseite von Platten ein Grundnetz für die Bewehrung zu verwenden. Dies wird geringer als das untere Grundnetz gewählt und dient unter anderem dazu, geringe erforderliche Bewehrungsmengen abzudecken, als Drillbewehrung in Eckbereichen und zur konstruktiven Bewehrung bei komplexeren Geometrien der Decke. Laut Norm ist ein oberes Grundnetz aber nicht zwingend erforderlich.



**Abb. 4.16:** Erforderliche Bewehrung in X-Richtung, je Seite, in der Wandscheibe, Schnitt in Feldmitte

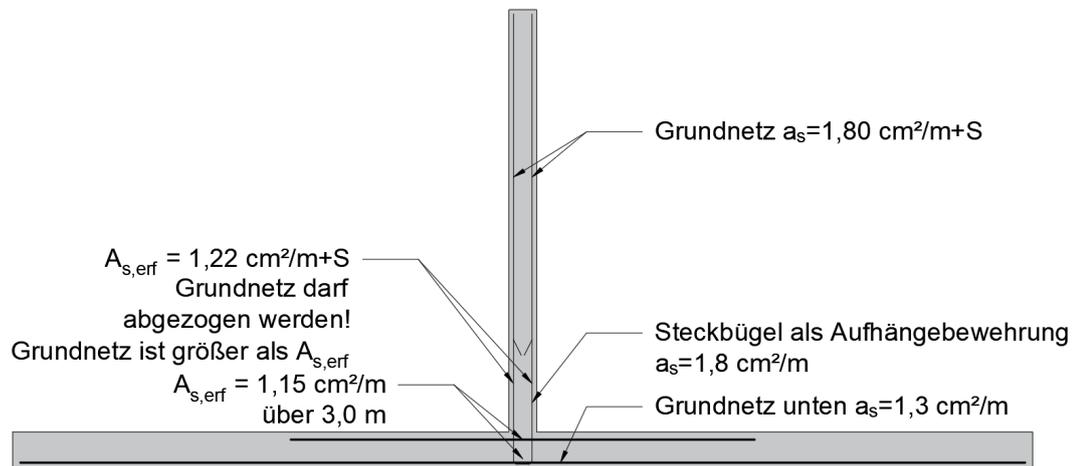


**Abb. 4.17:** Erforderliche Bewehrung in X-Richtung, oben und unten, in der Decke, Schnitt in Feldmitte

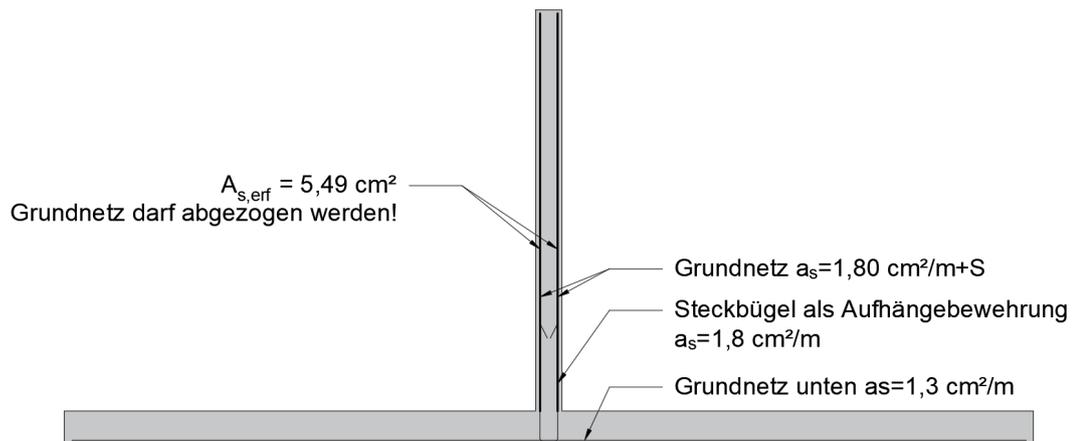
Für die Bewehrung über dem Stützbereich muss die in Abb. 4.15 dargestellte erforderliche Bewehrung abgedeckt werden. Es sind zwei Maxima zu erkennen - an der Oberkante und an der Unterkante der Wandscheibe. Auf der sicheren Seite liegend wird der Maximalwert

von  $5,49 \text{ cm}^2/\text{m}$  abgedeckt.

Der Bereich, in dem die Bewehrung eingelegt werden muss, ist über die FE-Isoflächen gut erkennbar. Mit Berücksichtigung der Mindestbewehrung von  $1,80 \text{ cm}^2/\text{m}$  je Seite muss die Bewehrung mit der Verankerungslänge  $l_{bd}$  über die Trennlinie bei  $1,81 \text{ cm}^2/\text{m}$ , siehe Abb. 4.15, hinausragen. Die Bewehrung für den Feld- und Stützbereich ist in einem schematischen Schnitt in Abb. 4.18 dargestellt.



(a) Schnitt in Feldmitte



(b) Schnitt in der Stütze

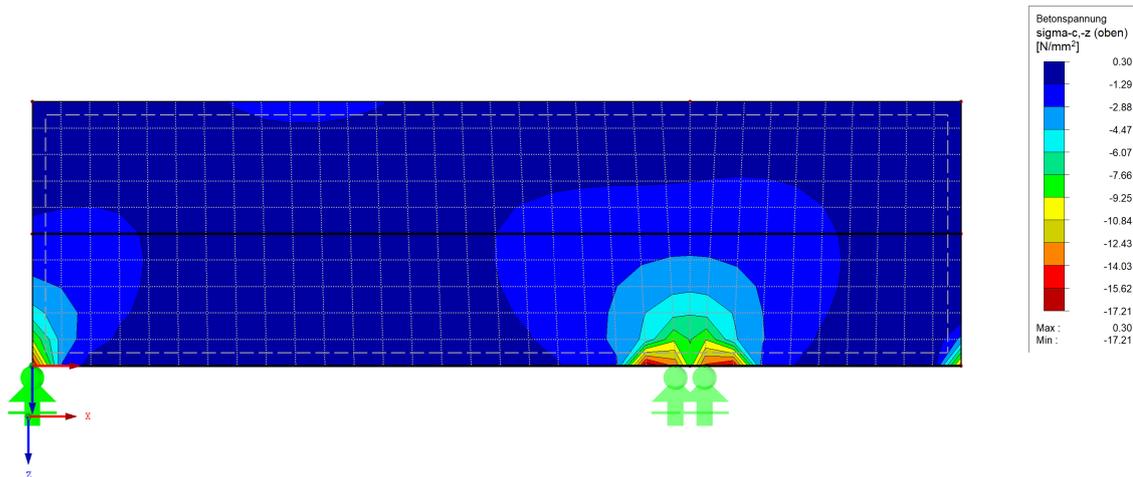
**Abb. 4.18:** Schematische Darstellung der Bewehrung

Die Bemessung der Bewehrung ist damit abgeschlossen.

#### 4.5.5 Bemessung der Knoten mit FE

Die Bemessung der Knoten kann grundsätzlich über die Auswertung der Betondruckspannungen der FE-Berechnung erfolgen. Wird der zulässige Bemessungswert der Betondruckfestigkeit  $\sigma_{Rd,max}$  nicht überschritten, kann davon ausgegangen werden, dass die Nachweise der Knoten erfüllt sind. Der Wert von  $\sigma_{Rd,max}$  variiert je nach Art des Knotens. Die zulässige Betondruckfestigkeit in *RFEM* kann nur über die Materialparameter bzw. in der

Bemessung mit *RF Beton* nur je Fläche angegeben werden. Daher ist eine händische Kontrolle notwendig, da in manchen Knoten eine zu niedrige oder zu hohe Betondruckfestigkeit programmseitig in *RFEM* angesetzt wird. Alternativ könnte die Wandscheibe in mehrere Teilflächen zerlegt und mit unterschiedlichen zulässigen Betondruckfestigkeiten versehen werden, der Aufwand einer händischen Kontrolle erscheint hier aber geringer, vor allem da die Knoten als kritische Punkte des Tragwerks generell ingenieurmäßig kontrolliert werden sollten. Die maximale Betondruckspannung zufolge der Bemessung mit *RF Beton* ist in Abb. 4.19 dargestellt.



**Abb. 4.19:** Maximale Betondruckspannung

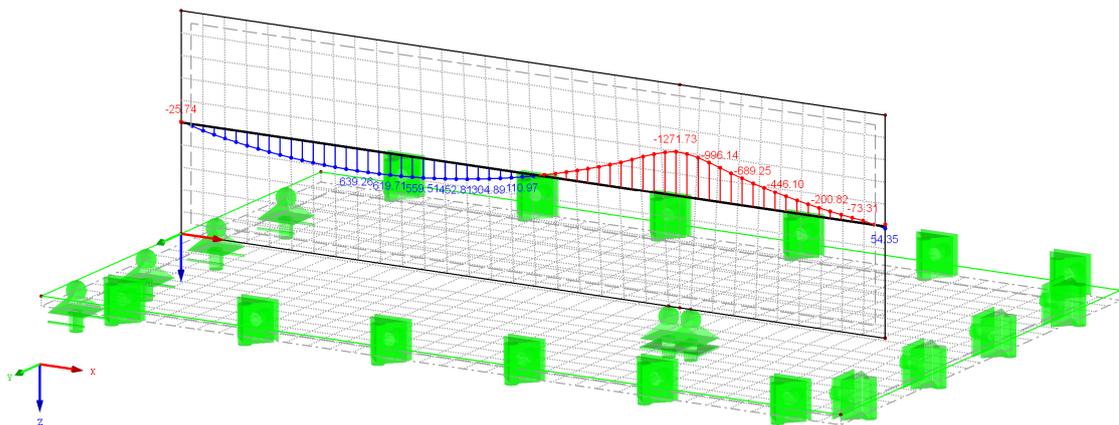
Die maximale Spannung stimmt für den Bereich um das Mittelaufleger sehr gut mit der händischen Berechnung überein. Am linken Randaufleger wird ein deutlich höherer Wert erreicht. Die Modellierung der Auflager hat natürlich großen Einfluss auf die Ergebnisse. Eine Idealisierung als Knotenlager verursacht Singularitäten (Maximalwerte) im Knoten. Liegt der Bemessungswert der Betondruckspannung trotz Modellierung mit Knotenlagern unter dem Bemessungswert der Betondruckfestigkeit, so liegt die Bemessung im Regelfall auf der sicheren Seite. Bei einer zu hohen Spannung sollte der Bereich näher überprüft werden und Effekte wie Ausrundungen unter der Berücksichtigung der Auflagerpressung in der Realität sowie der triaxiale Spannungszustand in der Decke berücksichtigt werden. Da die Spannung am linken Auflager  $\sigma_{Rd,max,A1} = 13,50 \text{ N/mm}^2$  überschreitet, muss dieser Bereich genauer überprüft werden, siehe Abs. 4.4. Die Betondruckspannung liegt in den benachbarten FE-Knoten bereits deutlich unter der zulässigen Spannung. Wird die mögliche Ausbreitung der Last über die Deckendicke berücksichtigt, bis 0,25 m unter der Wandunterkante, könnte man argumentieren, dass der vorhandene Wert einerseits eine Singularität darstellt und andererseits durch den günstigen Spannungszustand in der Decke ohnehin eine größere zulässige Druckspannung angesetzt werden darf, daher kann der Nachweis als erfüllt angesehen werden. Diese Argumentation ist zwar zutreffend, es muss aber auch berücksichtigt werden, dass in dem Auflager Zugkräfte durch die Bewehrung eingeleitet werden, dass die Decke nicht umlaufend vorhanden ist und der Spannungszustand daher anders als am Mittelaufleger ist und dass es sich um einen wesentlichen Punkt des Tragwerks handelt. Vermeintliche Spannungsspitzen sollten daher stets sorgfältig interpretiert werden und besonders die Auflagerbereiche im Zweifelsfall zusätzlich geprüft werden.

## 4.6 Bemessung mit Ergebnisstab

Die reine Bemessung auf linear-elastisch ermittelte Schalenschnittgrößen ist dank der leistungsfähigen FE-Software eine schnelle Möglichkeit der Bemessung. Im Falle von zusammengesetzten Querschnitten mit Schalenelementen gibt es aber den Nachteil, dass der Hebelarm der Tragwerke im Zustand II für den GZT und teilweise auch für den GZG unterschätzt wird. Die Bemessung ist weniger wirtschaftlich. Die nicht-lineare Berechnung von 3D-Modellen unter Berücksichtigung von Rissbildung ist aufgrund des Modellierungsaufwands und der erforderlichen Rechenkapazität praktisch nicht umsetzbar.

Betrachtet man den wandartigen Träger und die Decke konsequenterweise als Plattenbalken, so können die Elementschnittgrößen im gesamten Querschnitt ausintegriert werden, so dass man Gesamtschnittgrößen für die Bemessung erhält.

Über den in *RFEM* inkludierten *Ergebnisstab* werden die Spannungen des Tragwerks integriert und als Stabschnittgrößen ausgegeben. Der zu integrierende Bereich für den *Ergebnisstab* wird so gewählt, dass das gesamte Modell erfasst wird. Damit kann ein Gesamtmoment für das System ausgegeben werden, siehe Abb. 4.20.



**Abb. 4.20:** Bemessungsmoment  $M_{y,d}$  für das gesamte Modell

Für die Bemessung als Plattenbalken muss eine mitwirkende Breite definiert werden. Laut [8] folgt für den Feldbereich  $b_{\text{eff}} = 1,98$  m und für den Stützbereich  $b_{\text{eff}} = 1,32$  m. Die Ermittlung von  $b_{\text{eff}}$  gilt für schlanke Balken. Die Anwendung der Formeln wird in mancher Literatur auch für wandartige Träger empfohlen, s.u.a. [3].

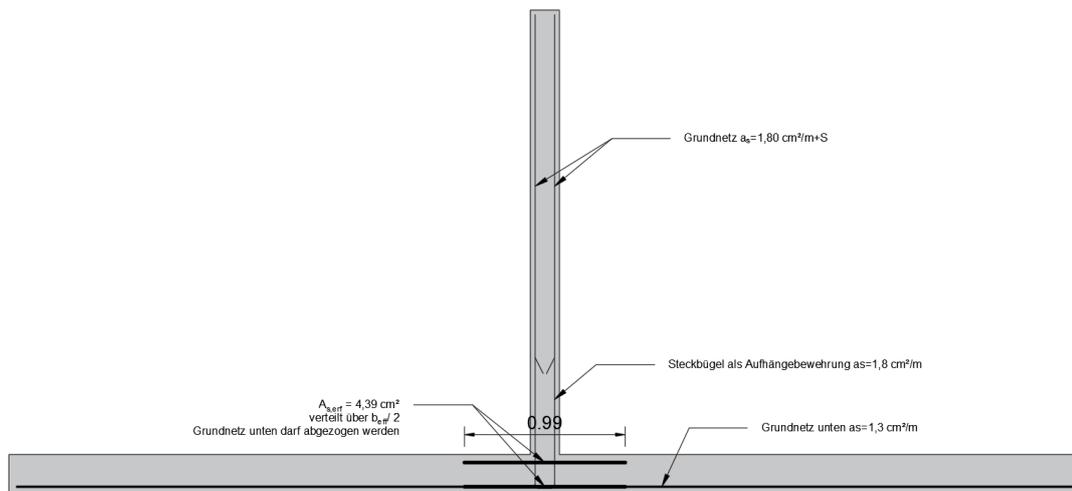
Der Schwerpunkt der Bewehrung im Feldbereich wird in der geometrischen Schwerachse der Decke angenommen, der Schwerpunkt der Bewehrung im Stützbereich mit gleichem Randabstand wie die untere Bewehrung. Damit folgt:

$$\begin{aligned} A_{s,\text{erf,Feld}} &= 4,39 \text{ cm}^2 && \text{erforderliche Bewehrung im Feld} \\ A_{s,\text{erf,Stütz}} &= 8,72 \text{ cm}^2 && \text{erforderliche Bewehrung über der Stütze} \end{aligned}$$

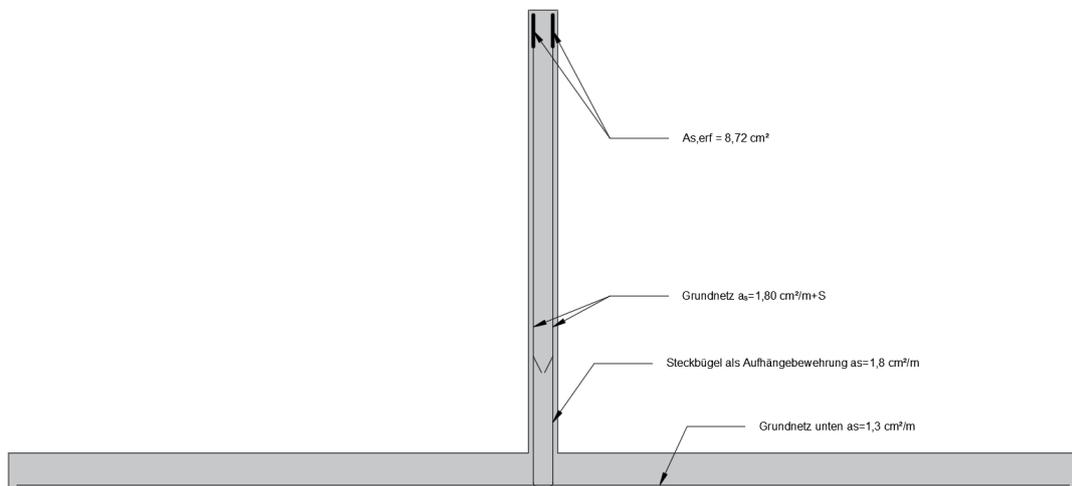
Theoretisch sind mit der Bemessung des Gesamtmoments alle Biegebeanspruchungen in die Längsrichtung des Systems abgedeckt. In der Längsrichtung der Decke müsste nur noch konstruktive Bewehrung eingelegt werden, da die Decke hauptsächlich in Querrichtung

trägt, wären dies 20% des Grundnetzes in Querrichtung. Ausgehend von  $b_{\text{eff}} = 1,98 \text{ m}$  im Feld wird deutlich, dass große Teile der Decke nicht vom Plattenbalken erfasst werden. Davon auszugehen, dass in der Decke keine tragende Bewehrung eingelegt wird, ist eine sehr theoretische Annahme. Daher wird für den Vergleich der erforderlichen Bewehrung ein Grundnetz für die Decke bestimmt.

Das Grundnetz der Bewehrung wird, gleich wie bei der Bemessung mit Schalenschnittgrößen, über die erforderliche Bewehrung im Feldbereich bestimmt, siehe Abb. 4.14. Die erforderliche Bewehrung zufolge der Plattenbalkenbemessung wird im Feldbereich über  $b_{\text{eff}}/2$  verteilt. Die Bewehrung im Stützbereich wird in dem für die Berechnung gewählten Schwerpunkt eingelegt. Die Bewehrung für den Feld- und Stützbereich ist in einem schematischen Schnitt in Abb. 4.21 dargestellt.



(a) Schnitt in Feldmitte



(b) Schnitt in der Stütze

**Abb. 4.21:** Schematische Darstellung der Bewehrung

Die Bemessung der Knoten erfolgt analog zur Bemessung mit FE.

## 4.7 Bemessung unter Berücksichtigung der kombinierten Tragwirkung aus der Platte und dem Plattenbalken

In den bisherigen Betrachtungen wurden die beiden Haupttragwirkungen, nämlich Plattentragwirkung der Decke und Plattenbalkentragwirkung aus Wand mit Decke, in der Bemessung nicht explizit berücksichtigt. Bei der reinen Bemessung mit Schalenschnittgrößen im FE-System sind zwar beide Tragwirkungen implizit erfasst, jedoch erfolgt die Bemessung auf den linear-elastischen lokalen Elementschnittgrößen ohne Berücksichtigung des gerissenen Zustandes für den Plattenbalken. Bei der Bemessung mit dem *Ergebnisstab* sind beide Tragwirkungen auch implizit erfasst, jedoch werden die resultierenden Schnittgrößen vollständig auf den gerissenen Zustand des Plattenbalkens übertragen, sodass diese Form der Bemessung für die Anteile aus der reinen Plattenwirkung nicht auf der sicheren Seite liegt. Streng genommen gilt die Bewehrung im *Ergebnisstab* zunächst auch nur für den Bereich  $b_{\text{eff}}/2$ . Für eine angemessene Bewehrung über die gesamte Plattenbreite wären zusätzliche Überlegungen erforderlich.

Nachfolgend werden aus den FE-Berechnungsergebnissen auf Basis von Kompatibilitätsbetrachtungen beide Traganteile bestimmt und die erforderliche Bewehrung für die Platte und den Plattenbalken getrennt voneinander ermittelt.

### 4.7.1 Plattenanteile und Bemessung der Platte

Für die Bestimmung der Plattenanteile wird das Referenz-Modell von WAT1a so modifiziert, dass sich keine Plattenbalkentragwirkung im Modell einstellen kann. Hierzu wird die Membransteifigkeit der Platte ausgeschaltet. Die Wandscheibe bleibt aber im Modell und dient der Decke als Auflager. Die so ermittelten Schalenschnittgrößen sind reine Plattenschnittgrößen und repräsentieren die reine Plattentragwirkung. Die Bemessung erfolgt mit *RFE Beton* und ist in Abb. 4.22 dargestellt.

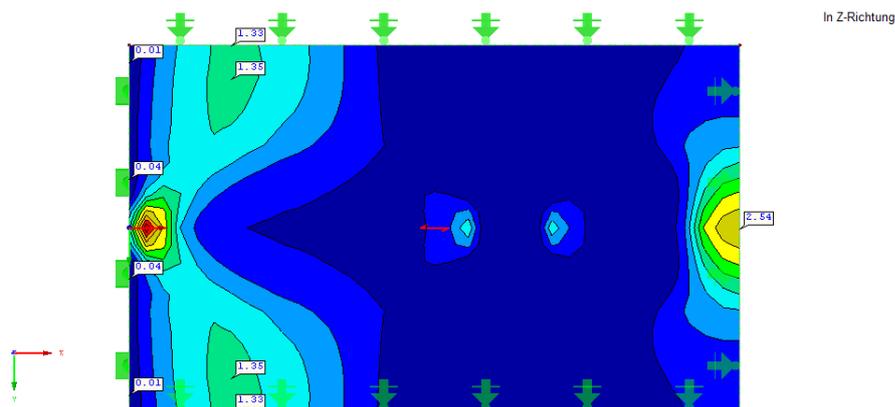


Abb. 4.22: Bemessung  $a_{s,\text{erf}}$  für die Platte

Gemäß diesen Ergebnissen wurde ein Grundnetz mit  $1,35 \text{ cm}^2/\text{m}$  gewählt.

### 4.7.2 Plattenbalkenanteile und Bemessung des Plattenbalkens

Die Plattenbalkenanteile könnten mit ausreichender Genauigkeit aus den Gesamtschnittgrößen im FE-System gemäß *Ergebnisstab* unter Abzug der Plattenanteile bestimmt werden. Wie in Abb. 4.22 gezeigt, sind die Plattenanteile jedoch nicht gleichmäßig über die Querschnittsbreite verteilt, sodass eine solche 'Bereinigung' nicht ohne weiteres möglich ist. Eine andere Möglichkeit wäre, nur mit MembranstEIFigkeit in der Platte zu rechnen (BiegestEIFigkeit der Platte auszuschalten) und somit nur den Plattenbalken abzubilden. Allerdings erfordert eine solche Berechnung auch die Reduktion der Lasten um genau den Anteil, der mittels Plattenwirkung abgetragen wird. Eine solche 'Bereinigung' ist ebenfalls nicht ohne weiteres möglich.

In der nachfolgenden Betrachtung wird deshalb eine ingenieurmäßige Vorgehensweise verfolgt. Zunächst wird der Plattenbalken mit den Gesamtschnittgrößen aus dem FE-System gemäß *Ergebnisstab* bemessen. Die berechnete Bewehrungsmenge ist aber konservativ, da die Plattenanteile hier beinhaltet sind. Aus diesem Grund wird anschließend die berechnete Bewehrungsmenge um die vorhandene Bewehrungsmenge infolge des Grundnetzes für die Plattenanteile innerhalb  $b_{\text{eff}}$  reduziert.

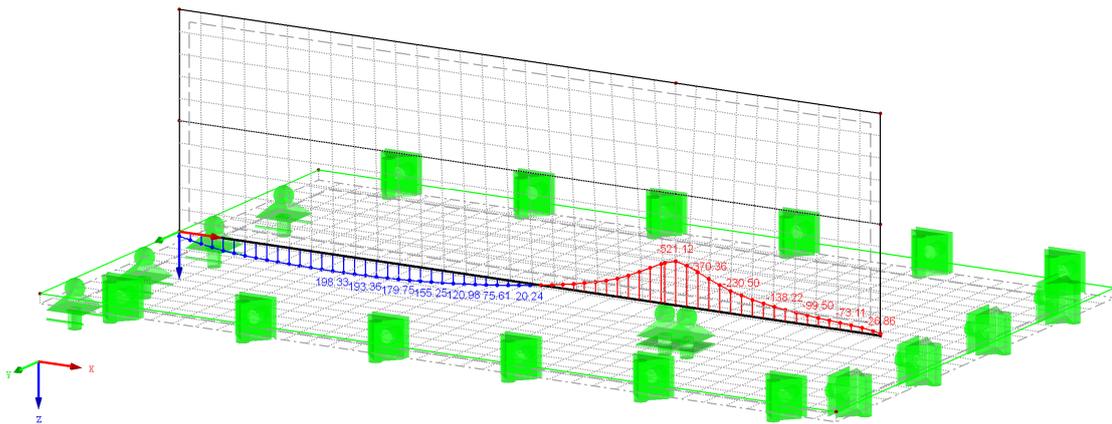
Eine wesentliche Eingangsgröße für die Bemessung des Plattenbalkens ist die mitwirkende Breite. Im EC 2 wird diese mitwirkende Breite nur für schlanke Balken vorgegeben. Für die Bemessung des hier vorliegenden Systems mit kleinem  $l/h$  wird daher eine ingenieurmäßige Bestimmung von  $b_{\text{eff}}$  für wandartige Träger hergeleitet und angewandt.

#### Mitwirkende Breite bei wandartigen Trägern

Als mitwirkende Breite wird die Breite der Platte verstanden, in der die gleichen maximalen Spannungen wie im realen Querschnitt auftreten, obwohl eine ebene Dehnungsverteilung angenommen wird. Die maximale Spannung multipliziert mit der Plattenhöhe  $h$  und der mitwirkenden Breite  $b_{\text{eff}}$  ergibt somit die Normalkraft, die in der Platte aufgrund der Plattenbalken-Tragwirkung vorhanden ist. Der komplexe Spannungszustand in der Platte wird damit vereinfacht und es wird ein fiktiver effektiver Querschnitt festgelegt, der mit Stabschnittgrößen bemessen werden kann. Für die Berechnung wird  $b_{\text{eff}}$  folgendermaßen definiert:

$$b_{\text{eff}} = \frac{N_{\text{Platte}}}{\sigma_{\text{max,Platte}} \cdot h_{\text{Decke}}} \quad (4.1)$$

In dieser Arbeit wurde  $b_{\text{eff}}$  aus einer linear-elastischen Berechnung abgeleitet und kann sowohl für den GZG als auch den GZT zugrunde gelegt werden. Die Normalkraft in der Platte wurde in *RFEM* ebenfalls mit dem *Ergebnisstab* ermittelt, wobei der Integrationsbereich nun aber nur die Decke erfasst. Der Verlauf der Normalkraft in der Platte in Trägerrichtung wird in Abb. 4.23 dargestellt.



**Abb. 4.23:** Verlauf von  $N_k$  in der Decke, charakteristisch

Mit einer maximalen Zugspannung im Feld von  $0,43 \text{ N/mm}^2$  kann  $b_{\text{eff,Feld}}$  mit Glg. (4.1) zu  $1,84 \text{ m}$  berechnet werden. Im Stützbereich ergibt die Berechnung mit  $\sigma = -4,73 \text{ N/mm}^2$  eine mitwirkende Breite von  $b_{\text{eff}} = 0,44 \text{ m}$ . Damit kann eine Querschnittbemessung für den Feld- und Stützbereich erfolgen. Das für den Stützbereich ermittelte  $b_{\text{eff}}$  liegt weit unter der Berechnung nach EC 2 ( $1,32 \text{ m}$ ).

Anzumerken ist an dieser Stelle, dass die Spannungsverteilung in der Platte nicht dem gewöhnlichen Verlauf in einem Plattenbalken entspricht. Zwar weist die Spannung in der Decke direkt an der Stütze einen Spitzenwert auf, allerdings entspricht der weitere Spannungsverlauf nicht dem gerundeten Verlauf in einem typischen Plattenbalken, vgl. Abb. 4.12(b). Hinzu kommt, dass der Spannungsverlauf über die Höhe in der Wandscheibe ebenfalls von der typischen Spannungsverteilung im Steg eines gewöhnlichen Plattenbalkens abweicht. Insbesondere über der Stütze ist dieser stark nicht linear, vgl. Abb. 4.11(b).

Mit Blick auf diese Einschränkungen wird für die weiteren Betrachtungen ein eigener Ansatz zur Ermittlung von  $b_{\text{eff}}$  verwendet. Hierbei wird zunächst angenommen, dass der Spannungsverlauf in der Wand mit Eigenspannungen überlagert ist. Nach der Rissbildung, die für die Bemessung des Plattenbalkens unterstellt wird, werden diese Eigenspannungen aber stark abgebaut, aber die verbleibenden Schnittgrößen müssen aufgenommen werden. Diese Schnittgrößen können unter Annahme einer linearen Dehnungsverteilung im Gesamtquerschnitt ermittelt werden. Einerseits entspricht das Gesamtmoment gemäß Ergebnisstab für den Gesamtquerschnitt dieser Annahme. Andererseits kann auch eine theoretische Dehnungsebene über die Höhe aus den Normalkräften in den Teilquerschnitten der Wand und der Decke bestimmt werden. Die Normalkräfte in den Teilquerschnitten der Wand und der Decke liegen über Ergebnisstäbe in den Teilquerschnitten vor, wie in Abb. 4.24 gezeigt. Allerdings erfordert die Bestimmung der theoretischen Dehnungsebene die Kenntnis von  $b_{\text{eff}}$  in der Decke. Durch Gleichsetzen der Krümmung infolge Gesamtmoment und der Krümmung infolge theoretischer Dehnungsebene kann letztendlich ein  $b_{\text{eff}}$  für den wandartigen Träger mit teilweise aktivierter Decke bestimmt werden. Diese Vorgehensweise ist am Beispiel des Stützmoments schematisch in Abb. 4.25 unter Berücksichtigung des linearen Anteils infolge des Gesamtmoments und der Eigenspannungen über die Höhe dargestellt.

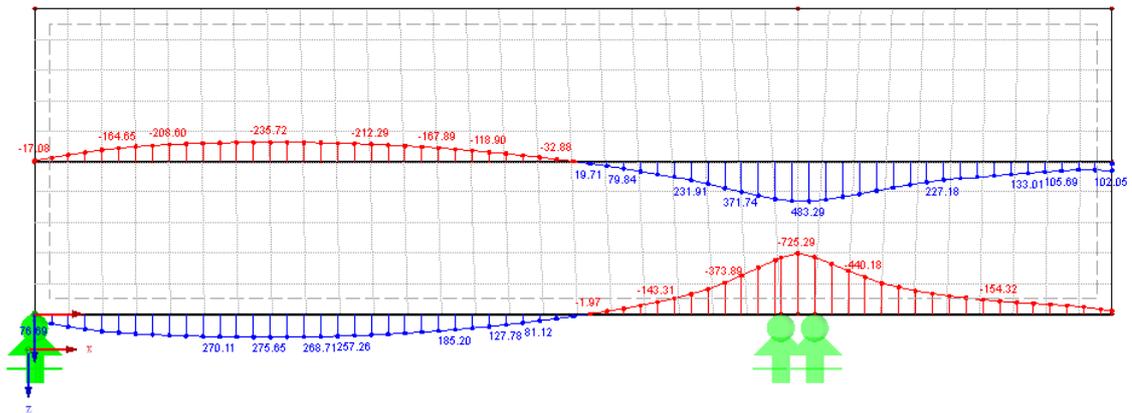


Abb. 4.24: Verlauf von  $N_d$  in der Wandscheibe und in der Deckenplatte, getrennt integriert

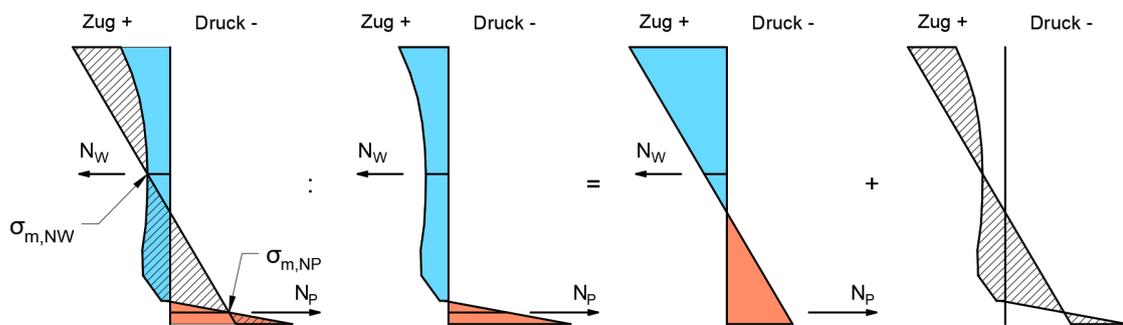


Abb. 4.25: Verlauf der Normalspannung  $\sigma$  in der Stütze

Die Krümmung  $\kappa$  der theoretischen Dehnungsebene kann damit über folgenden Zusammenhang bestimmt werden:

$$\kappa = \frac{\sigma_{m,W} - \sigma_{m,P}}{(h_W/2 + h_P/2) \cdot E}$$

Und  $\kappa$  infolge des Gesamtmoments beträgt:

$$\kappa = \frac{M}{E \cdot I_{Plaba}}$$

Das Biegemoment  $M$  ist über die Integration des Gesamtquerschnitts mit dem *Ergebnisstab* bekannt. Nun kann die Definition von  $\kappa$  in die Gleichung für das Moment eingesetzt werden und folgende Gleichung in Abhängigkeit von  $b_{eff}$  aufgestellt werden:

$$M = \kappa \cdot E \cdot I_{Plaba} = \frac{\sigma_{m,W} - \sigma_{m,P}}{h_W/2 + h_P/2} \cdot I_{Plaba} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{m,W} &= N_W/A_W && \text{Spannung in Mitte der Wand} \\
 \sigma_{m,P} &= N_P/A_P && \text{Spannung in Mitte der unteren Platte} \\
 A_W &= h_W \cdot b_W && \text{Fläche der Wand} \\
 A_P &= h_P \cdot b_{\text{eff}} && \text{Fläche der mitwirkenden Platte} \\
 I_{\text{Plaba}} &&& \text{Flächenträgheitsmoment des Plattenbalken}
 \end{aligned}$$

$A_P$  und  $I_{\text{Plaba}}$  sind abhängig von  $b_{\text{eff}}$ . Da alle anderen Werte bekannt sind kann  $b_{\text{eff}}$  über die Gleichung Glg. (4.2) bestimmt werden.

Es folgt für den Feldbereich  $b_{\text{eff,Feld}} = 1,44$  m und für den Stützbereich  $b_{\text{eff,Stütz}} = 3,07$  m.

### Vergleich der mitwirkenden Breite im Referenzfall

Die Berechnung der mitwirkenden Breite mit den Formeln laut EC 2, einer allgemeinen Bestimmung gemäß maximaler Spannung und Normalkraft in der Platte (Glg. (4.1)) und mit einer angepassten Berechnung aus dem Gesamtmoment und die in der Decke vorhandene Normalkraft liefern unterschiedliche Ergebnisse. Besonders im Stützbereich ist die Abweichung groß. Folgend die Ergebnisse von  $b_{\text{eff}}$  und der Vergleich:

Berechnung mit	Feldbereich	Stützbereich
	[m]	[m]
EC 2	1,98	1,32
Über $N$ und $\sigma$ aus FE	1,84	0,44
Über $N$ aus FE und $\sigma$ linear	1,44	3,07

**Tab. 4.4:** Vergleich der mitwirkenden Breiten

Für den Feldbereich liegen die Ergebnisse in einer ähnlichen Größenordnung. Allerdings hat dies ohnehin nur eine geringe Bedeutung für die Bemessung, da in diesem Fall die Breite der Druckzone durch die Wandbreite vorgegeben wird. Es wirkt sich lediglich auf die in Abzug gebrachte Bewehrung aus dem Grundnetz und die Breite für die Verteilung der Bewehrung in der Zugzone aus. Diese sollte für das Zugband innerhalb  $b_{\text{eff}}/2$  erfolgen. Im Stützbereich, in dem  $b_{\text{eff}}$  die Bemessung durch die Bestimmung der Breite der Druckzone stärker beeinflusst, liegen die Ergebnisse aber weit auseinander.

Die allgemeine Bestimmung gemäß maximaler Spannung und Normalkraft ( $b_{\text{eff,Feld}} = 1,84$  m und  $b_{\text{eff,Stütz}} = 0,44$  m) liefert kleinere  $b_{\text{eff}}$  als EC 2, insbesondere im Stützbereich. Der Grund ist hier eine große Spannungsspitze in den FE-Ergebnissen, vgl. Abb. 4.12(b). Hierdurch wird  $b_{\text{eff}}$  deutlich unterschätzt, insbesondere mit Blick auf die große Normalkraft  $N$  in der Decke. Der Grund für diese Spannungsspitze wird vor allem in den Eigenspannungen im System gesehen, die aber auf die Größe von  $b_{\text{eff}}$  eine untergeordnete Bedeutung haben. Die Berechnung mit Annahme einer ebenen Dehnungsverteilung liefert dagegen im Stützbereich ein deutlich größeres  $b_{\text{eff}}$  als EC 2 und im Feldbereich umgekehrt. Im EC 2 wird  $b_{\text{eff}}$  vor allem für schlanke Balken mit linearer Dehnungsverteilung über die Querschnittshöhe sowie großer Balkenlänge im Feldbereich bzw. vergleichsweise kleiner Balkenlänge im Stützbereich für die Ausbreitung in Querrichtung bestimmt. Auf den Scheibenspannungszustand des wandartigen Trägers treffen diese Voraussetzungen aber nicht zu. Insbesondere die große Steifigkeit zieht hier die Lasten zum Mittelaufleger hin an, sodass die Normalkraft in der Decke über dem Auflager zunimmt während die Normalkraft in der Decke über dem Feld abnimmt. Auf Basis dieser Überlegungen erfolgt die weitere Ermittlung von  $b_{\text{eff}}$  aus dem vorgestellten Ansatz mit Annahme einer ebenen Dehnungsverteilung.

## Bemessung des Plattenbalkens

Der Plattenbalken wird wie eingangs beschrieben mit den Momenten bemessen, die aus dem FE-Modell mit dem *Ergebnisstab* für den Gesamtquerschnitt ausgewertet wurden. Die Bemessungsmomente betragen:

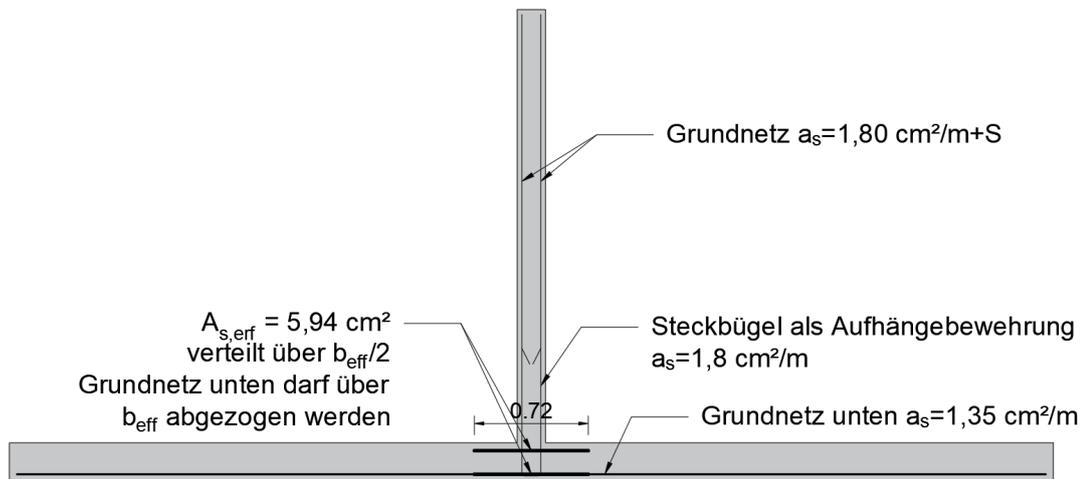
$$\begin{aligned} M_{y,d,\text{Feld}} &= 0,639 \text{ MNm} && \text{Bemessungs-Feldmoment} \\ M_{y,d,\text{Stütz}} &= -1,272 \text{ MNm} && \text{Bemessungs-Stützmoment} \end{aligned}$$

Für die Bemessung der erforderlichen Bewehrung wird der Hebelarm laut NA verwendet,  $z = 2,25$  m. Mit dem inneren Hebelarm  $z = 2,25$  m kann  $A_{s,\text{erf}}$  direkt für den Feld- und Stützbereich ermittelt werden. Die erforderliche Bewehrung folgt zu:

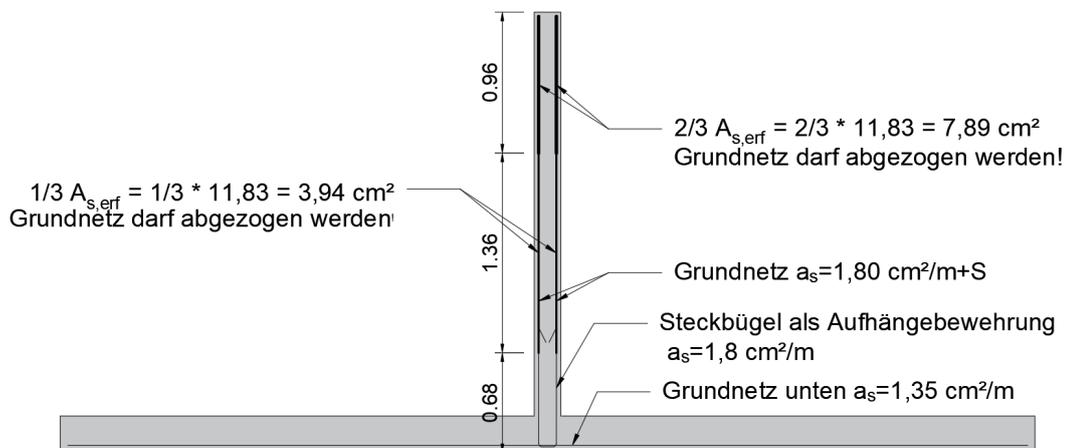
$$\begin{aligned} A_{s,\text{erf},\text{Feld}} &= 5,94 \text{ cm}^2 && \text{erforderliche Bewehrung im Feld} \\ A_{s,\text{erf},\text{Stütz}} &= 11,83 \text{ cm}^2 && \text{erforderliche Bewehrung über der Stütze} \end{aligned}$$

Das Grundnetz in der unteren Lage der Decke wurde über die Bemessung nur für die Platte bestimmt. Die Zulage im Feldbereich wird über  $b_{\text{eff}}/2$  verteilt, die vorhandene Bewehrungsmenge im Bereich von  $b_{\text{eff}}$  zufolge dem unteren Grundnetz darf abgezogen werden. Die Bewehrung im Stützbereich wird entsprechend dem Nationalen Anwendungsdokument über die Höhe verteilt. Die Bewehrung für den Feld- und Stützbereich ist in einem schematischen Schnitt in Abb. 4.26 dargestellt.

Die Bemessung der Knoten erfolgt analog zur Bemessung mit FE auf Schalenschnittgrößen.



(a) Schnitt in Feldmitte



(b) Schnitt in der Stütze

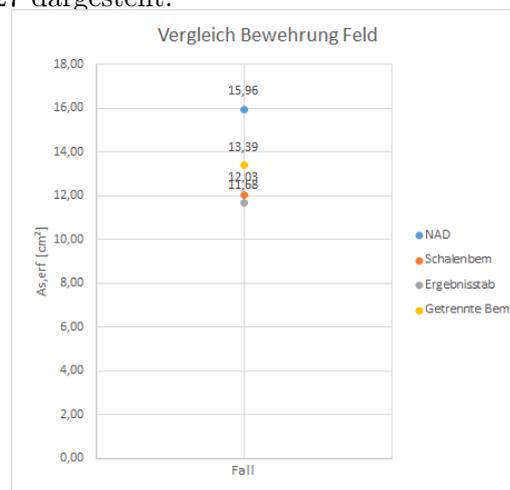
**Abb. 4.26:** Schematische Darstellung der Bewehrung

## 4.8 Vergleich der Ergebnisse

Folgend werden die Ergebnisse der erforderlichen Bewehrung der einzelnen Bemessungsmethoden verglichen.

### 4.8.1 Bewehrung im Feldbereich

Für den Feldbereich wird die Summe der Bewehrung aus dem Grundnetz in der unteren Lage der Decke und die jeweilig erforderlichen Zulagen gebildet. Die Mindestbewehrung in der Wandscheibe ist für alle Methoden gleich und wird darum nicht eingerechnet. Der Vergleich ist in Abb. 4.27 dargestellt.



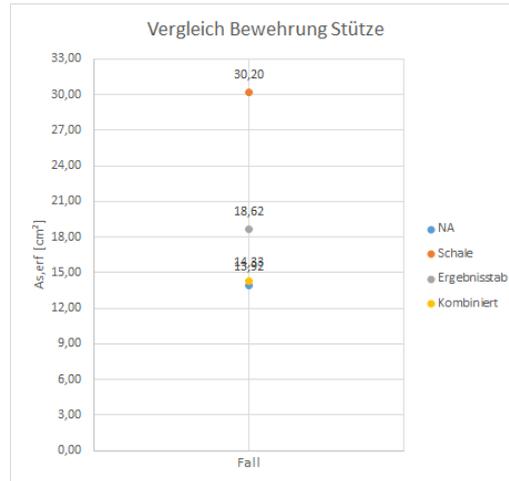
**Abb. 4.27:** Vergleich der erforderlichen Bewehrung im Feldbereich

Wie zu erwarten war, liegt die kombinierte Bemessung zwischen den Ergebnissen der händischen Bemessung laut NA und der Bemessung mit Ergebnisstab, bei dem der Hebelarm überschätzt wird. Die Bemessung auf reinen Schalenschnittgrößen fordert für den Feldbereich eine ähnlich geringe Bewehrung wie die Bemessung mit Ergebnisstab. Dies liegt vor allem daran, dass das Moment hier zum Teil über Zulagen in der Wandscheibe abgetragen wird, welche aber bereits von der Mindestbewehrung abgedeckt werden und daher nicht in den Vergleich einfließen.

Für die Bemessung auf geringe Lasten liefert die FE-Analyse also wirtschaftliche Ergebnisse für den Feldbereich, die Bemessung ist zudem schnell und einfach. Allerdings geht diese Bewehrungsanordnung mit Zulagen in der Wand für das Zugband nicht mit den Konstruktionsregeln im EC 2 konform, da hier von einem konzentrierten Zugband im unteren Bereich des wandartigen Trägers ausgegangen wird.

### 4.8.2 Bewehrung im Stützbereich

Für den Stützbereich wird die Mindestbewehrung in der Wandscheibe in den Vergleich eingerechnet, da diese je nach Bemessungsmethode für die erforderliche Bewehrung angeordnet werden darf. Der Vergleich ist in Abb. 4.28 dargestellt.



**Abb. 4.28:** Vergleich der erforderlichen Bewehrung im Stützbereich

Im Stützbereich fordert die Bemessung mit Schalenschnittgrößen deutlich höhere Bewehrungsmengen als die anderen Methoden. Hintergrund ist, dass der Maximalwert der Bemessung über die gesamte Wandhöhe abgedeckt wurde. Im Sinne einer wirtschaftlicheren Bemessung könnte die Bewehrung bereichsweise abgestuft werden. Des Weiteren würde eine detaillierte Beurteilung der Bemessungsergebnisse weiteres Optimierungspotential bieten. Das Maximum der erforderlichen Bewehrung liegt nämlich an der Unterkante der Wandscheiben neben dem Mittelaufleger und resultiert sehr wahrscheinlich aus einer Spaltzugbewehrung im Einleitungsbereich.

Die Bemessung laut NA und die kombinierte Bemessung liefern die wirtschaftlichsten Ergebnisse über der Stütze, da hier in beiden Fällen große Bereiche bereits mit der Mindestbewehrung abgedeckt werden können.

### 4.8.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

Generell weichen die Ergebnisse je nach Bemessungsmethode stark voneinander ab. Im Feldbereich liegt die Biegebemessung mittels NA deutlich auf der sicheren Seite, da keine Plattenbalken-Tragwirkung berücksichtigt wird. Die Momentenverteilung wird wie für einen schlanken Balken ermittelt, was im Vergleich zur realen Tragwirkung eher konservativ ist. Eine Vergleichsrechnung mit einem Stabwerk entsprechend der Bemessung im EC 2 liefert geringere erforderliche Bewehrung. Da die Bemessung mit Stabwerkmodellen vielfach durch die Praxis und Versuche erprobt wurde, kann man also davon ausgehen, dass anspruchsvollere Berechnungen günstigere Ergebnisse liefern und dennoch eine sichere Bemessung ermöglichen. Die Bemessung mit Ergebnisstab und mittels Schalenschnittgrößen liefern die geringsten Bewehrungsmengen, beide gehen aber zum Teil nicht mit den Regeln der Norm konform. Mit der kombinierten Bemessung von Platte und Plattenbalken kann ein wirtschaftlicheres Ergebnis als mit NA erzielt werden, bei dem aber auch die konstruktiven Regeln des NA berücksichtigt werden.

Im Stützbereich ist eine Bemessung auf reine Schalenschnittgrößen unwirtschaftlich. Nähere Betrachtungen der Bemessungsergebnisse und Bewehrungsabstufungen über die Höhe bieten zwar Potential für mögliche Einsparungen, insgesamt fordert diese Form der Bemessung aber immer die größten Bewehrungsmengen. Demgegenüber ermöglicht die Verteilung der Bewehrung laut NA die wirtschaftlichste Bemessung. Hinsichtlich der Bewehrungsverteilung

über die Wandhöhe ähneln sich aber NA und Bemessung mit Schalenschnittgrößen, solange der Maximalwert an der Unterseite vernachlässigt wird.  $1/3 \cdot A_{s,erf}$  wird bis ca.  $2/3h$  verteilt, der Rest von  $A_{s,erf}$  an der Oberseite konzentriert. Die Bemessung mit *Ergebnisstab* liefert hier unwirtschaftliche Ergebnisse, da die Mindestbewehrung in der Wand nicht herangezogen wird. Zudem entspricht die Ausbildung eines Zugbands am Wandkopf auch nicht den konstruktiven Regeln des NA und ist daher nicht sinnvoll. Und die kombinierte Bemessung liefert ähnliche Bemessungsergebnisse wie NA.

Insgesamt kann also festgestellt werden, dass die kombinierte Bemessung die wirtschaftlichsten Ergebnisse bei gleichzeitiger Einhaltung der Konstruktionsregeln des NA bietet. Insbesondere im Gegensatz zu einer reinen Schalenbemessung stellt diese Form der Bemessung eine konsistente Lösung sowohl für den Feldbereich als auch für den Stützbereich zur Verfügung.

# 5 Parameterstudie

## 5.1 Untersuchte Fälle und Übersicht Parameter

Im Rahmen der Arbeit wurden 5 aufeinander aufbauende Berechnungsmodelle mit und ohne Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Innenstütze; der Mitwirkung einer oberen Decke und der Verstärkung des Randauflegers durch eine Querwand. Tab. 5.1 zeigt nochmals eine Übersicht der betrachteten Fälle sowie deren Verwendung zur Untersuchung der einzelnen Einflüsse.

Bezeichnung	Decke oben	Lagerung	Querwand	Verwendung
WAT1a	Nein	starr	nein	Referenzfall
WAT1b	Nein	nachgiebig	nein	Vgl. Lagerung mit WAT1a
WAT2	Ja	starr	nein	Vgl. Decke oben mit WAT1a
WAT3	Ja	nachgiebig	nein	Vgl. Decke oben mit WAT1b und Vgl. Lagerung mit WAT2
WAT4	Ja	nachgiebig	ja	Vgl. Querwand mit WAT3

**Tab. 5.1:** Übersicht der betrachteten Fälle

Folgende Parameter wurden variiert um ihren Einfluss auf die Bemessung zu untersuchen:

- Lagerung (nachgiebig oder starr)
- obere Decke (vorhanden oder nicht)
- Querwand = Auflagerverstärkung am Randlager (vorhanden oder nicht)

## 5.2 Einfluss der Lagerung

Für WAT1a und WAT1b spielt die Art der Lagerung nur eine geringe Rolle, da das System statisch bestimmt ist und die unterschiedliche Nachgiebigkeit der Lager keine signifikanten Umlagerungen bewirkt. Auch, ob das Randlager als Linien- oder Knotenlager modelliert wird, hat dementsprechend nur geringen Einfluss. Relevant wird dies nur bei genauerer Betrachtung, da der Unterzug als Linienlager einen Teil der Last auf der unteren Decke direkt in die Randstütze leiten kann, ohne dass der wandartige Träger aktiviert wird. Der Anteil geht also nicht in die Knotenbemessung ein, ist aber aufgrund der ausgeprägten Tragrichtung der Decke quer zur Längsachse des wandartigen Trägers nur gering.

Die Lagerung hat größeren Einfluss sobald die obere Decke modelliert wird. Dies wird im nächsten Abschnitt erläutert.

### 5.3 Einfluss der oberen Decke

Die Verformung  $u$  für WAT1 ohne obere Decke ist in Abb. 5.1 dargestellt. Deutlich ersichtlich ist die Verformung in Längsrichtung an der Oberseite der Wandscheibe. Aufgrund der Durchbiegung neigt sich das rechte obere Eck der Wandscheibe. Die Punkte an den Lagern und das rechte untere Eck der Scheibe erfahren keine bzw. nur äußerst geringe horizontale Verschiebungen.

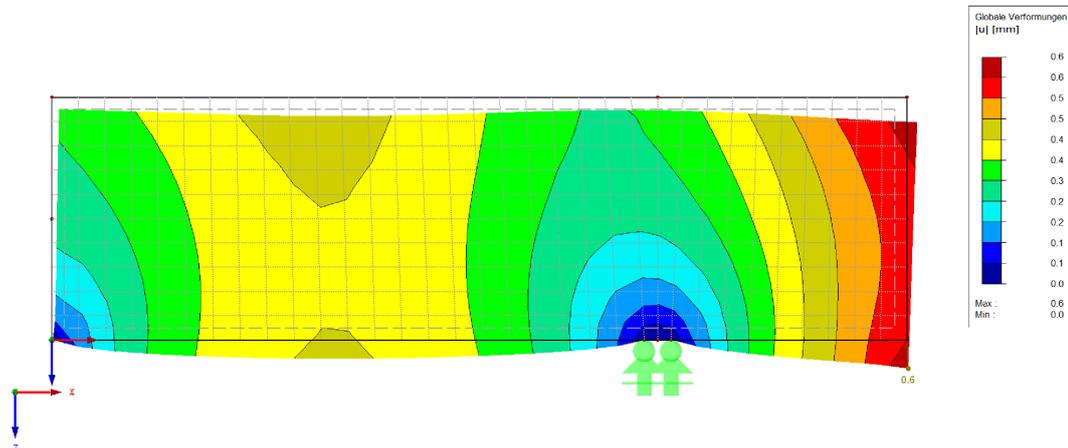


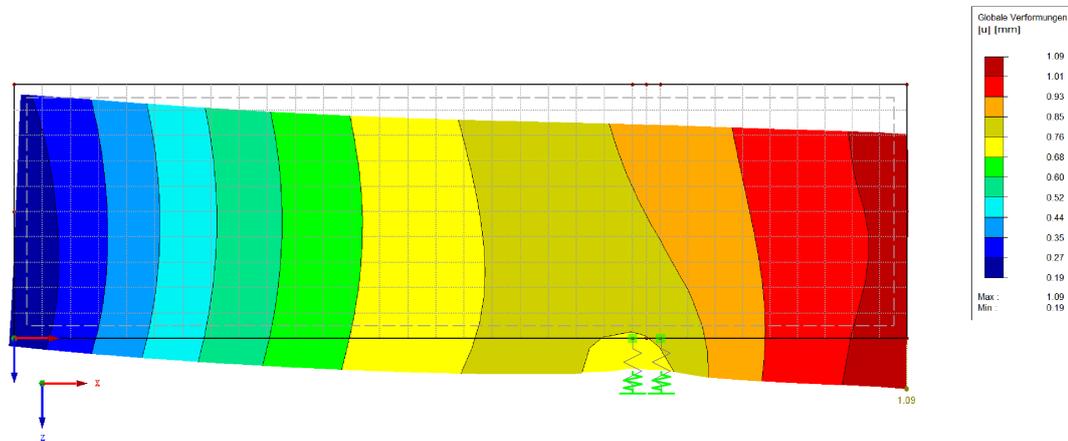
Abb. 5.1: Verformung  $u$  für WAT1

Wird die obere Decke in das Teilmodell miteinbezogen, wird diese Verformung durch die Dehnsteifigkeit der oberen Decke verhindert. Die Decken stellen dann zwei horizontale Auflager dar, über die sich ein Moment mit dem Hebelarm  $z = \text{Geschosshöhe}$  ausbilden kann. Da die Dehnsteifigkeit der Decken sehr groß ist, bewirken bereits geringe Verformungen große Normalkräfte in den Decken. Aufgrund des großen Hebelarms entsteht ein großes Moment aus der globalen Tragwirkung, das System wirkt wie ein I-Träger. Die untere Decke wirkt als Zuggurt, die obere als Druckgurt, das resultierende Moment ist also positiv. Damit entsteht eine deutliche Vergrößerung des Moments im Feldbereich, das Stützmoment dagegen wird deutlich reduziert.

Dieser Effekt wird noch verstärkt, wenn die Nachgiebigkeit der Auflager miteinbezogen wird. Die höher belastete Mittelstütze wird stärker als die Randstütze gestaucht. Die in Abb. 5.1 gezeigte Verformungsfigur wird noch ausgeprägter bzw. die rechte obere Ecke verschiebt sich noch mehr. Damit wird eine noch höhere Druckkraft in der oberen Decke verursacht, in der unteren Decke eine entsprechend große Zugkraft. Die Steifigkeit des I-Trägers ist wesentlich größer als die Steifigkeit der Stütze, wird die Stütze gestaucht und entzieht sich der Lastabtragung, wirkt der Träger hauptsächlich wie ein Einfeldträger, der von Rand zu Rand spannt. Das resultierende Moment über die gesamte Gebäudebreite wird so groß, dass das Stützmoment über den Innenstützen vollständig überlagert wird. Die globale Tragwirkung dominiert die lokale Tragwirkung vollständig. Dementsprechend spielt die Modellierung des Randlagers eine Rolle. Ein steiferes Randlager verstärkt die Wirkung als Einfeldträger und vergrößert somit das globale Moment.

Der Effekt der globalen Tragwirkung ist mit einem einfachen Stabwerkmodell oder gar dem vereinfachten Nachweis für wandartige Träger im NAD nicht mehr zu erfassen. Damit dieser Effekt überhaupt eintreten kann, muss aber die Verformbarkeit der Decken im Gesamtsystem gewährleistet sein. Wie in Abs. 3.5 beschrieben, verhindern steife Kerne oder aussteifende Wände eine freie Dehnung der Decken. In dem betrachteten System

sind im Erdgeschoß allerdings großteils nur Stützen vorhanden, die auch bei biegesteifem Anschluss die Verformung der Decke nicht (vollständig) behindern. Damit kann sich die in Abb. 5.2 dargestellte Verformung der Wand in Längsrichtung einstellen. Im Unterschied zu der Verformung von WAT1 in Abb. 5.1 werden die Unterkante und die Oberkante am linken Rand verschoben.



**Abb. 5.2:** Verformung  $u_x$  für WAT4

Bei der Bemessung mit Stabwerkmodellen muss auf die Verformungskompatibilität geachtet werden. Die Decken müssten somit entweder als Auflager oder die Kräfte in den Decken als zusätzliche Belastung auf das Stabwerk berücksichtigt werden, um die globale Kompatibilität zu gewährleisten. Die Bemessung auf Schalenschnittgrößen ist weiterhin möglich. Die Bemessung mit den Momenten wie für einen schlanken Balken ist nicht mehr zutreffend, da das komplexe Tragverhalten mit einem eindimensionalem Stab nicht mehr erfasst werden kann. Grundsätzlich kann das Gesamtmoment mittels *Ergebnisstab* ermittelt werden und daraufhin der Querschnitt bemessen werden, allerdings wird das Tragverhalten damit nicht vollständig beschrieben. Wie in den vorherigen Abschnitten beschrieben, ist die Spannungsverteilung über der Stütze nicht linear, es liegt ein ausgeprägter Diskontinuitätsbereich vor, der nicht mit einer reinen Biegebemessung behandelt werden kann. Es kann nicht pauschal davon ausgegangen werden, dass der Bereich über der Stütze, in dem laut Stabwerkmodell eine Zugstrebe vorhanden ist, in allen Bauzuständen und Lastsituationen vollständig durch die globale Tragwirkung überdrückt wird. Ein Verzicht auf Bewehrung in diesem Bereich, könnte die Tragfähigkeit des Systems reduzieren. Außerdem muss neben der globalen Verformungskompatibilität auch die Lastübertragung zwischen Wandscheibe und Decke sichergestellt werden, der Gurtanschluss muss entsprechend bemessen werden. Dass Rissbildung die Steifigkeit, vor allem des Zuggurtes, deutlich reduziert, könnte ebenfalls dazu führen, dass das globale Tragverhalten abgeschwächt wird oder gar nicht auftreten kann.

Die Interaktion der Wandscheiben, Decken und sonstiger Bauteile bedarf also einer gezielten Beurteilung, um hier keine Fehleinschätzung zu treffen. Die Steifigkeit des Systems wird bei linear-elastischer Berechnung generell überschätzt. Wenn der Effekt günstig ist, muss er stets kritisch hinterfragt werden.

## 5.4 Einfluss der Querwand am Rand

Wie im vorigen Abschnitt erwähnt, führt bei vorhandener oberen Decke ein steiferes Randlager zu einer stärkeren Ausbildung eines „Einfeldträgers“. Da eine Querwand eine Auflagerverstärkung darstellt, verstärkt sie die globale Tragwirkung zusätzlich. Der Einfluss auf die Momente im Gesamtsystem ist durchaus groß und muss entsprechend berücksichtigt werden.

Für die Situation am Randlager selbst wirkt die Querwand günstig. Anstatt einem konzentriertem Knoten entwickelt sich eine Lastübertragungszone, siehe Abs. 2.4.8. Diese muss bemessen werden, zum Beispiel mit den Regeln des NA. Bei der Bemessung mit FE auf Basis von Schalenschnittgrößen wird in der Lastübertragungszone erforderliche Bewehrung ausgewiesen, der Effekt wird also berücksichtigt.

## 5.5 Gegenüberstellung wesentlicher Ergebnisse

In Tab. 5.2 sind die Momente für den Feld- und Stützbereich und die mitwirkenden Breiten aus der Berechnung mit FE für die unterschiedlichen Fälle WAT1 bis WAT4 dargestellt. Tab. 5.3 zeigt die Normalkräfte in der unteren Platte und der Wand bzw. der oberen Platte, mit denen die Berechnung von  $b_{\text{eff}}$  durchgeführt wurde.

Fall	$b_{\text{eff,Feld,unten}}$	$b_{\text{eff,Feld,oben}}$	$b_{\text{eff,Stütz,unten}}$	$b_{\text{eff,Stütz,oben}}$	$M_{\text{Ed,Feld}}$	$M_{\text{Ed,Stütz}}$
[-]	[m]	[m]	[m]	[m]	[kNm]	[kNm]
WAT1a	1,84	-	0,44	-	+639	-1272
WAT1b	1,95	-	0,95	-	+643	-1260
WAT2	2,27	2,13	0,67	0,98	+821	-801
WAT3	3,75	3,26	0,97	5,17	+1521	<b>+758</b>
WAT4	3,11	3,51	-0,42	8,36	+2200	<b>+1750</b>

**Tab. 5.2:** Gegenüberstellung Ergebnisse aus FE;  $b_{\text{eff}}$  mit  $N$  und  $\sigma$  aus FE

Fall	$N_{\text{P,u,Feld}}$	$N_{\text{W,Feld}}$ bzw. $N_{\text{P,o,Feld}}$	$N_{\text{P,u,Stütz}}$	$N_{\text{W,Stütz}}$ bzw. $N_{\text{P,o,Stütz}}$
[-]	[MN]	[MN]	[MN]	[MN]
WAT1a	0,272	-0,232	-0,726	0,483
WAT1b	0,266	-0,245	-0,720	0,575
WAT2	0,279	-0,177	-0,483	0,088
WAT3	0,515	-0,415	0,013	-0,344
WAT4	0,720	-0,649	0,389	-0,670

**Tab. 5.3:** Übersicht Normalkräfte, Berechnung mittels *Ergebnisstab*

Klar ersichtlich ist der Abfall des Stützmoments mit zunehmender Berücksichtigung der Gesamtsteifigkeit im Gebäude, bis schließlich ein positives Moment über der Stütze wirkt. Dagegen nimmt das Feldmoment stark zu. Dies resultiert, wie in den vorherigen Abschnitten beschrieben, aus der globalen Tragwirkung. Außerdem werden die mitwirkenden Breiten im Feldbereich tendenziell immer größer, bis sie weit über die Werte laut EC 2 hinausgehen. Dies ist mit dem Gesamtmoment und der globalen Tragwirkung konsistent, denn damit das berechnete Moment und die globale Tragwirkung auftreten kann, müssen große Bereiche

der Decken aktiviert werden.

Die Berechnung von  $b_{\text{eff}}$  mit  $N$  und  $\sigma$  aus der FE-Analyse liefert keine brauchbaren Ergebnisse für den Stützbereich. Die Normalkräfte in den Decken ab WT2 resultieren teilweise bzw. großteils aus der globalen Tragwirkung, die dem Stützmoment entgegen wirkt. Außerdem sind die mit FE berechnete Spannungen über der Stütze von Eigenspannungen beeinflusst. Dadurch entsteht eine Spannungsverteilung, die eine Ermittlung von  $b_{\text{eff}}$  mit dem gewählten Berechnungsansatz für den Stützbereich nicht möglich macht.

Die mitwirkenden Breiten für die Berechnung des Plattenbalken sind in Tab. 5.4 dargestellt. Die Berechnung mit der Annahme einer linearen Dehnungsebene erfolgte mit den in Tab. 5.3 gezeigten Normalkräften.

Fall	$b_{\text{eff,Feld,unten}}$	$b_{\text{eff,Feld,oben}}$	$b_{\text{eff,Stütz,unten}}$	$b_{\text{eff,Stütz,oben}}$
[-]	[m]	[m]	[m]	[m]
WAT1a	1,44	-	3,07	-
WAT1b	1,41	-	6,28	-
WAT2	1,47	1,17	2,26	0,41
WAT3	2,96	2,98	0,03	0,99
WAT4	3,70	4,17	1,33	2,86

**Tab. 5.4:** Übersicht  $b_{\text{eff}}$  mit Annahme theoretischer Dehnungsebene

Die Ergebnisse für  $b_{\text{eff}}$  mit der Annahme einer theoretischen Dehnungsebene sind für den Feld- und den Stützbereich konsistent. Die mitwirkenden Breiten im Feldbereich nehmen mit größer werdendem Feldmoment zu, ähnlich wie bei der Bemessung über die Normalkraft und Spannung aus der FE-Berechnung. Dies stimmt mit der immer stärker ausgeprägten globalen Tragwirkung und der damit verbundenen Aktivierung der Decken überein.

Die mitwirkende Breite im Stützbereich von WAT1b ist in etwa doppelt so groß wie von WAT1a, obwohl die Gesamtmomente beinahe identisch sind. Durch die nachgiebige Lagerung wird die Mittelstütze gestaucht, der wandartige Träger senkt sich. Die Verformungen sowohl in Z- als auch in X-Richtung werden deutlich größer und die Wandscheibe 'stützt' sich auf der Decke ab, wodurch diese deutlich stärker aktiviert wird.

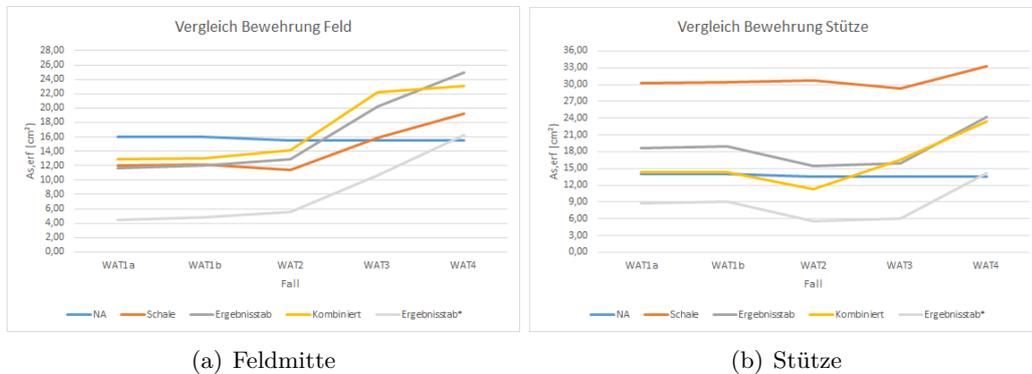
In WAT2 wird die obere Decke miteinbezogen und wird für die gemeinsame Tragwirkung aktiviert. Das Stützmoment wird durch die globale Tragwirkung reduziert und die mitwirkenden Breiten werden kleiner als in den vorherigen Fällen, was mit der getroffenen Annahme für die Berechnung von  $b_{\text{eff}}$  übereinstimmt.

Bei WAT3 kommt es aufgrund der ausgeprägten globalen Tragwirkung zu einem positiven Moment über der Stütze. Dementsprechend wechseln auch die Normalkräfte die Vorzeichen. In der unteren Decke ist eine sehr geringe Normalkraft vorhanden und dementsprechend wird die Decke auch kaum aktiviert. Der Hauptanteil der Beanspruchung wird also in der Wand aufgenommen.

Wird das Tragverhalten als „Einfeldträger“ noch ausgeprägter, wie in WAT4, werden auch über der Stütze die Decken stärker aktiviert und wirken wie im Feldbereich. Die Aktivierung der Decken ist aber etwas weniger deutlich als bei einem betragsmäßig in etwa gleich großen Feldmoment. Die Wand spielt also über der Stütze eine größere Rolle für die Biegebeanspruchung und wirkt nicht als reiner Steg zwischen zwei Gurten.

In Abb. 5.3(a) ist ein Vergleich der erforderlichen Bewehrung für den Feldbereich der verschiedenen Fälle mit den vier Bemessungsmethoden dargestellt, in Abb. 5.3(b) für

den Stützbereich. Die Ergebnisse für *Ergebnisstab*\* zeigen die erforderliche Bewehrung rein für die Bemessung des Plattenbalken mittels *Ergebnisstab*, ohne Berücksichtigung der erforderlichen Bewehrung in der Decke.



**Abb. 5.3:** Vergleich der erforderlichen Bewehrung zufolge der vier Bemessungsmethoden

Für die Auswertung der Schalenschnittgrößen im Stützbereich bzw. für den Vergleich wurde folgendermaßen vorgegangen: Die untere Bewehrung in den Decken wird durch das Grundnetz bestimmt und ist daher bei jeder Bemessungsmethode vorhanden, daher wird sie im Vergleich nicht berücksichtigt. Erforderliche obere Bewehrung in den Decken zufolge der Bemessung mit Schalenschnittgrößen werden für den Vergleich herangezogen. Für die Bewehrung der Wandscheibe wird der Maximalwert am Auflager gewählt und konstruktiv über die Höhe verlegt, bis die Mindestbewehrung von  $= 1,80 \text{ cm}^2/\text{m}$  erreicht wird. Im Vergleich bleibt die Bemessung mit NA nahezu konstant, nur ab WAT2 wird mit der Decke oben der Hebelarm  $z$  etwas größer und die erforderliche Bewehrung sinkt geringfügig. Die komplexe globale Tragwirkung kann mit dieser vereinfachten Bemessung nicht mehr erfasst werden.

Die Bemessung in Schalenschnittgrößen profitiert im Feldbereich von der Mindestbewehrung in der Wandscheibe, die für die übrigen Bemessungsmethoden rechnerisch nicht angesetzt wird. Außerdem wird die Plattenbalkentragwirkung mit der FE-Analyse mit linear-elastischem Materialverhalten voll aktiviert. Für den Feldbereich ist dies die wirtschaftlichste Bemessungsmethode.

Für den Stützbereich gilt das genaue Gegenteil, die Bemessung mit Schalenschnittgrößen liefert für alle betrachteten Fälle die größte erforderliche Bewehrung. Außerdem bleibt die erforderliche Bewehrung annähernd konstant, während die Bemessung auf Biegung (*Ergebnisstab*, kombinierte Bemessung) stark von ermittelten Momenten abhängig ist.

Die Bemessung mit *Ergebnisstab* und mit kombinierter Bemessung für Platte und Plattenbalken liefert für den Feldbereich ziemlich ähnliche Ergebnisse. Der größere Hebelarm bei der Bemessung mit *Ergebnisstab* wird durch die Verteilung der Bewehrung über  $b_{\text{eff}}$  im Plattenbalken und dem damit anrechenbaren Grundnetz teilweise wieder relativiert. Im Stützbereich kann für die Bemessung mit Plattenbalken getrennt die Mindestbewehrung angerechnet werden, daher sinkt die erforderliche Bewehrung im Vergleich zur Bemessung mit *Ergebnisstab*.

Da das Bemessungsmoment für WAT3 und WAT4 auch über der Stütze positiv ist, wird bei der Bemessung mit *Ergebnisstab* und kombinierter Bemessung von Platte und Plattenbalken die erforderliche Bewehrung in der unteren Decke ermittelt. Dieses Bemessungsergebnis

muss kritisch hinterfragt werden. Stellt sich die globale Tragwirkung nicht in dieser Art ein (zum Beispiel aufgrund ausgeprägter Rissbildung in der unteren Decke (Zuggurt) oder mangelndem Verbund zwischen Wandscheibe und Decke, andere Bauphasen als ursprünglich angenommen, keine ausreichende Verformbarkeit des Gesamtsystems, etc.), liegt das Ergebnis möglicherweise auf der unsicheren Seite, da die Mindestbewehrung das Stützmoment nicht vollständig aufnehmen kann. Hier liegt ein Vorteil in der Bemessung mit Schalenschnittgrößen, da die FE-Analyse auch Zulagen direkt über der Stütze ausgibt und somit ein Umlagerungspotential vorhanden ist. Bei genauerer Betrachtung der Ergebnisse, insbesondere der mitwirkenden Breiten über die Berechnung einer theoretischen Dehnungsebene, wird aber ersichtlich, dass die Wandscheibe über der Stütze nicht nur die Funktion eines Stegs zwischen den Decken übernimmt, sondern auch wesentlich zur Biegetragwirkung beiträgt. Besonders deutlich wird dies bei WAT3, da die untere mitwirkende Breite rechnerisch nur 0,09 m beträgt. Die Bewehrung kann also rechnerisch nicht in der Decke verteilt werden, da keine Breite vorhanden ist, über die verteilt werden kann.

# 6 Empfehlungen für die Bemessung in der Praxis

## 6.1 Zusammenfassung

Die Analyse der betrachteten Normen zeigt, dass bei der Bemessung von wandartigen Trägern im Hochbau nur wenig Hilfestellung vorhanden ist und viel Verantwortung auf den/die ausführenden Ingenieur/in übertragen wird. Die *ÖNORM EN 1992-1-1* und der *ACI-318-14* geben eine Bemessung mit Stabwerkmodellen vor, liefern jedoch keine konkrete Hilfestellung zum Entwurf der Modelle. Das österreichische nationale Anwendungsdokument ermöglicht eine vereinfachte Bemessung der Zugstreben, die jedoch nur für einfache Geometrien und Randbedingungen gilt. Bei komplexen Geometrien und Randbedingungen wird die Berechnung mit Stabwerkmodellen entsprechend aufwendig und erfordert Erfahrung seitens des Planers.

Das Tragverhalten und die Bemessung von wandartigen Trägern sind ein in der Literatur vielfach behandeltes Thema. Zahlreiche experimentelle Versuche und theoretische Arbeiten wurden in der Vergangenheit durchgeführt, auf Basis derer die heute gängigen Stabwerkmodelle und konstruktive Empfehlungen abgeleitet wurden. Jüngere Untersuchungen fokussieren sich zunehmend auf die Beurteilung und Bemessung mit der Finite-Elemente Methode. Sowohl in den Normen als auch in diverser Fachliteratur wird eine unterstützende FE-Analyse zum Entwurf von Stabwerkmodellen empfohlen, damit das entworfene Modell dem Tragverhalten im ungerissenen Zustand möglichst nahekommt. Damit soll eine möglichst geringe Umlagerung der Kräfte im Grenzzustand der Tragfähigkeit erreicht werden.

Aufgrund der großen Steifigkeit von wandartigen Trägern hat die Nachgiebigkeit von Auflagern wesentlichen Einfluss auf die Berechnung. Besonders in statisch unbestimmten Systemen sind dadurch signifikante Umlagerungen möglich. Die an die wandartigen Träger angeschlossenen Decken bewirken ein gemeinsames Tragverhalten. Dadurch können zum Beispiel Träger, die nur über ein direktes Auflager verfügen, stabilisiert werden. Es kann auch zur Wirkung als I-Träger kommen, wobei die Decken als Zug- und Druckgurt wirken. Dies kann das Tragverhalten signifikant beeinflussen, damit diese Tragwirkung auftreten kann, muss aber die Kompatibilität mit dem Gesamtsystem des Gebäudes gegeben sein. Im Unterschied zu schlanken Balken werden in wandartigen Trägern häufig große Öffnungen angeordnet, welche bei der Bemessung natürlich entsprechend berücksichtigt werden müssen.

Die Berechnung eines repräsentativen Beispiels aus der Praxis mit verschiedenen Bemessungsmethoden bestätigt den Einfluss der Lagerung und der Zusammenwirkung von Decken und Wandscheiben auf das Tragverhalten von wandartigen Trägern. Es kann gezeigt werden, dass sich ein Plattenbalken im System ausbildet, wodurch die Steifigkeit wesentlich beeinflusst wird. Mit Berücksichtigung der beiden Decken wird eine globale Tragwirkung aktiviert, was die Verteilung der Auflagerkräfte und vor allem des Bemessungsmomentes signifikant verändert. Dies verdeutlicht die Bedeutung der Verformungskompatibilität des

Gesamtsystems, da die Wirkung als I-Träger nur voll auftreten kann, wenn die Dehnung der Deckenplatten nicht durch steife Kerne oder aussteifende Wände behindert wird. Die Empfehlungen der Normen erfassen die Plattenbalkentragwirkung nicht, bei der Bemessung auf Basis von Schalenschnittgrößen in einem FE-Modell wird nicht zwischen erforderlicher Bewehrung aus der Plattentragwirkung und der Plattenbalkentragwirkung unterschieden. Daher wurde versucht, eine kombinierte Bemessung für beide Systeme durchzuführen. Damit soll eine klare Zuordnung der erforderlichen Bewehrung und damit die richtige Anordnung im Querschnitt möglich sein.

Im Vergleich der Bemessungsergebnisse unter Berücksichtigung der Parameterstudie kann gezeigt werden, dass die Bemessungsvorschriften der Normen nur einfache Systeme abdecken, ein komplexes Tragverhalten im Zusammenspiel mit anderen Bauteilen (insbesondere der Decken) kann kaum, oder nur sehr aufwendig, berücksichtigt werden. Die Bemessungsergebnisse weisen vor allem im Bezug auf die erforderliche Bewehrung eine große Streuung auf. Dies bedeutet, dass Potential zur Einsparung von Bewehrung vorhanden ist, aber auch dass es zur Fehleinschätzung der erforderlichen Bewehrung bzw. zu deren Anordnung kommen kann.

## 6.2 Empfehlung

Mit der Bemessung repräsentativer Fälle wird gezeigt, dass für den Feldbereich und den Stützbereich unterschiedliche Bemessungsmethoden die wirtschaftlichsten Ergebnisse liefern. Zum Beispiel fordert die Bemessung mit Schalenschnittgrößen mit FE im Feldbereich die geringsten Bewehrungsmengen, im Stützbereich dagegen die größten Bewehrungsmengen. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass die erforderliche Bewehrung am Gesamtsystem für die unterschiedlichen Bemessungsmethoden weniger streut. Mit entsprechender Umlagemöglichkeit sollte also die Tragfähigkeit für die unterschiedlichen Bemessungen in etwa gleich sein.

Die Bemessung mit Schalenschnittgrößen erfordert in Summe die größte Bewehrungsmenge, was aus der hohen erforderlichen Bewehrungsmenge über der Stütze resultiert. Dafür ist die Bemessung schnell und einfach, das globale Tragverhalten wird dabei ebenfalls berücksichtigt. Voraussetzung dafür ist die sorgfältige Erstellung des Modells mit Berücksichtigung der Boden-Bauwerk-Interaktion, der Bauphasen und der Verformungskompatibilität am Gesamtsystem. Bei hohen Lasten kann sich eine genauere Betrachtung aber durchaus lohnen und es kann dadurch die erforderliche Bewehrung reduziert werden.

Mit der hier spezifisch entwickelten kombinierten Bemessung von Platte und Plattenbalken kann gleichzeitig ein wirtschaftliches Ergebnis und eine normkonforme Ausführung erzielt werden. Die Bemessung ist allerdings aufwendig und daher für eine Anwendung in der Praxis nicht zielführend. Vor allem die erforderliche Bestimmung von  $b_{\text{eff}}$  resultiert aus ingenieurmäßigen Überlegungen im Einzelfall und ist normativ nicht abgesichert.

Mit der gewonnenen Erkenntnis auf Grundlage des betrachteten Systems kann dennoch folgender Vorgang für eine praxisgerechte Bemessung empfohlen werden:

1. Linear-elastische Berechnung des wandartigen Trägers mit Berücksichtigung
  - unterschiedlicher Nachgiebigkeiten der Auflager, insbesondere Innenstütze und Querwände sowie

- Mitwirkung schubfest angeschlossener Decken je nach Aktivierbarkeit (Überprüfung der Verformungsmöglichkeit im Gesamtgebäude) sowie
  - Einfluss von Bauzuständen (i.d.R. Eingussystem)
2. Ermittlung des Verlaufs des Gesamtmoments entlang der Trägerachse
  3. Erstellung eines Stabwerkmodells für den Lastabtrag mit Festlegung der inneren Hebelarme für den Feldbereich und den Stützbereich
  4. Bemessung Feld- und Stützmoment
    - innerer Hebelarm gemäß Stabwerkmodell
    - mitwirkende Breite in der jeweiligen Druckzone gemäß EC 2 (liegt auf der sicheren Seite und hat ohnehin nur bedingten Einfluss, solange die Druckzone in der Decke liegt und der innere Hebelarm gemäß NA eingehalten wird)
  5. Die Knotenbemessung erfolgt mit der Auswertung der Betondruckspannungen, wird die Betondruckfestigkeit lokal überschritten ist eine eingehende Untersuchung notwendig (Prüfung ob Singularität aus Modell, Vergleichsrechnung des Knotens mit Stabwerk)
  6. Bemessung der Platte mit einem 2D-Modell der Decke oder direkt mit der Bemessung auf Schalenschnittgrößen im 3D Modell, wobei die maximale Bewehrung im Feldbereich als Grundnetz über die gesamte Decke ausgeführt wird
  7. Festlegung der Bewehrung unter Einhaltung der Konstruktionsregeln nach EC 2 und NA
    - Zugband im Feldbereich darf auf  $b_{\text{eff}}/2$  ausgebreitet werden (Anrechnung Grundnetz)
    - Zugband im Stützbereich unter Anrechnung der Mindestbewehrung der Wand in den vorgegebenen Bereichen und Abstufungen
    - etwaige Hochhängebewehrung für Lasteinleitung an der Wandunterseite

Mit der automatischen Bemessung des wandartigen Trägers auf Basis von Schalenschnittgrößen können Bewehrungsmengen ohne großen Aufwand direkt ausgegeben werden. Allerdings sind diese Ergebnisse kritisch zu hinterfragen, da die sich im gerissenen Zustand ausbildenden Zugbänder nicht zutreffend erfasst werden.

### 6.3 Ausblick

Die Ermittlung der mitwirkenden Breite über die Annahme einer theoretischen Dehnungsebene für die kombinierte Bemessung von Platte und Plattenbalken ist keine mechanisch konsistente Berechnung, sondern eine ingenieurmäßige Vereinfachung des Tragverhaltens, um im Rahmen der vorliegenden Arbeit eine erste Untersuchung und Beurteilung zu ermöglichen. Die exakte Trennung in Plattentragwirkung und Plattenbalkentragwirkung ist allerdings nicht trivial. Eine Vertiefung des Themas würde zunächst die Formulierung/-Entwicklung eines mechanisch konsistenten Ansatz erfordern, mit dem die kombinierte Bemessung von Platte und Plattenbalken durchgeführt werden kann.

Eine allgemeingültige Empfehlung für die Bemessung von wandartigen Trägern in Zusammenwirkung mit den angeschlossenen Decken erfordert außerdem eine weitreichende Parameterstudie. Dabei sollten das statische System, die Spannweiten und die Lasten zusätzlich zu den Parametern Lagerung, mitwirkende Decken und Auflagerverstärkungen (Querwände) variiert werden. Mit entsprechender Anzahl an berechneten Beispielen, kann mit dem Vergleich der erforderlichen Bewehrung, die effizienteste Bemessungsmethode ermittelt werden. Eventuell könnte auch die mögliche Ersparnis der Bewehrung aussagekräftig ermittelt werden, um die Relevanz für die Anwendung in der Praxis hervorzuheben. Neben theoretischen Arbeiten wären Versuche an Bauteilen mit baupraktisch relevanten Abmessungen sehr aufschlussreich, um die derzeitigen Bemessungsmodelle verifizieren zu können. Da die Versuchsobjekte sehr groß sein müssten, um die Bauteile realistisch abzubilden, wird dies vermutlich schwierig umsetzbar sein. Besonders die Interaktion von Wandscheibe und angeschlossener Decken wäre eine sehr aufwendige Versuchskonstellation, würde aber die relevantesten Ergebnisse für die derzeit im Hochbau übliche Verwendung von wandartigen Trägern liefern.

# Literaturverzeichnis

- [1] AMERICAN-CONCRETE-INSTITUTE: *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI-318-14)*. ACI Committee 318, 2014
- [2] AMERICAN-CONCRETE-INSTITUTE: *Commentary on Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI-318R-14)*. ACI Committee 318, 2014
- [3] ANSELL, A. ; HALLGREN, M. ; HOLMGREN, J. ; LAGERBLAD, B. ; WESTERBERG, B.: *Concrete Structures*. KTH Civil and Architectural Engineering, Stockholm, 2014
- [4] BROWN, M. D. ; SANKOVICH, C. L. ; BAYRAK, O. ; JIRSA, J. O. ; BREEN, J. E. ; WOOD, S. L.: *Design for Shear in Reinforced Concrete Using Strut-and-Tie Models*. Bd. Report No. FHWA/TX-06/0-4371-2. Center for Transportation Research, Austin, 2006
- [5] DLUBAL: *RFEM 5 - Programmbeschreibung*. Dlubal Software GmbH, Tiefenbach, 2016. – Fassung: Februar 2016
- [6] DLUBAL: *RF-BETON Flächen - Programmbeschreibung*. Dlubal Software GmbH, Tiefenbach, 2017. – Fassung: Mai 2017
- [7] EN-1990: *Grundlagen der Tragwerksplanung*. Österreichisches Normungsinstitut, Wien, 2013. – Ausgabe: 2013-03-15
- [8] EN-1992-1-1: *Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau*. Österreichisches Normungsinstitut, Wien, 2015. – Ausgabe: 2015-02-15
- [9] HABERLAND, M. ; MORGEN, K.: Auflagerbereiche wandartiger Träger. In: *Beton- und Stahlbetonbau 112* Bd. Heft 7. Ernst & Sohn, Berlin, 2017, S. 380–391
- [10] KRAPPENBAUER, T.: *BAUTABELLEN*. Bd. 16. Auflage. Verlag Jugend & Volk GmbH, Wien, 2008
- [11] LEONHARDT, F. ; WALTHER, R.: *Wandartige Träger*. Bd. Heft 178. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1966
- [12] LORENTSEN, M. ; PETERSSON, T. ; SUNDQUIST, H.: Stabilisering av byggnader. In: *Kompendium i brobyggnad* Bd. Rapport 27. Brobyggnad, KTH, Stockholm, 1995
- [13] MOHAMED, A. R. ; SHOUKRY, M. S. ; SAEED, J. M.: Prediction of the behavior of reinforced concrete deep beams with web openings using the finite element method. In: *Alexandria Engineering Journal* Bd. Vo. 53. Alexandria University, Alexandria, 2014, S. 329–339
- [14] MÜLLER, M.: *Zum Schubfesten Anschluss von Druckgurten in Hohlkastenbrücken*, Fakultät Architektur und Bauingenieurwesen, Technische Universität Dortmund, Diss., 2016

- [15] ÖNORM-B-1990-1: *Grundlagen der Tragwerksplanung - Teil 1: Hochbau, Nationale Festlegungen zu ÖNORM EN 1990 und nationale Ergänzungen*. Österreichisches Normungsinstitut, Wien, 2013. – Ausgabe: 2013-01-01
- [16] ÖNORM-B-1992-1-1: *Nationale Festlegungen zu ÖNORM EN 1992-1-1, nationale Erläuterungen und nationale Ergänzungen*. Österreichisches Normungsinstitut, Wien, 2011. – Ausgabe: 2011-12-01
- [17] ROMBACH, G.: *Anwendung der Finite-Elemente Methode im Betonbau*. Ernst & Sohn, Berlin, 2000
- [18] SCHLAICH, J. ; SCHÄFER, K. ; JENNEWEIN, M.: Toward a Consistent Design of Structural Concrete. In: *PCI Journal* Bd. Band 32, Ausgabe 3. Precast/Prestressed Concrete Institute, Chicago, 1987, S. 75–150
- [19] SHURAIM, A. B.: Behavior and shear design provisions of reinforced concrete D-region beams. In: *Journal of King Saud University – Engineering Sciences* Bd. Vo. 25. King Saud University, Riyadh, 2013, S. 65–74
- [20] TUNG, N. D. ; TUE, N. V.: Effect of support condition and load arrangement on the shear response of reinforced concrete beams without transverse reinforcement. In: *Engineering Structures* Bd. 111. Elsevier, Amsterdam, 2016, S. 370–382
- [21] ZILCH, K. ; ZEHETMAIER, G.: *Bemessung im konstruktiven Betonbau*. Bd. 2. Auflage. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2010