4) Die hemiedrischen hexagonalen Prismen.

(Syn. Hexagonale Prismen von abnormer Flächenstellung; Naumann.)

Die hemiedrischen hexagonalen Prismen unterscheiden sich der Gestalt nach nicht von den beiden hexagonalen Prismen der Haupt- und der Nebenreihe, indem sie so wie diese gleichseitig-sechsseitige Prismen sind, bei denen ein auf die Kanten senkrecht geführter Schnitt ein regelmässiges Sechsseit ist. Die Flächen eines solchen Prisma sind gleichfalls der Hauptaxe parallel, aber durch die Lage zu den Nebenaxen unterscheiden sie sich von ∞D und $\infty D2$. Sie entstehen nämlich durch Hemiedrie der dodekagonalen Prismen, indem die abwechselnden Flächen herrschend werden, und werden daher auch durch das Zeichen derselben, ∞Dn, mit dem Nenner 2 bezeichnet. Die beiden jedesmaligen Gegenhemieder eines Holoeders kann man in Bezug auf die hemiedrischen Dihexaeder durch die vorgesetzten Buchstaben r und l unterscheiden, indem durch die Hemiedrie entweder alle rechts an den Nebenkanten liegenden Flächen oder alle links liegenden herrschend werden, so dass also die beiden Zeichen der Gegenhemieder allgemein $r\frac{\infty Dn}{2}$ und $l\frac{\infty Dn}{2}$ sein werden. Vermöge der Entstehungsweise eines solchen Prisma sind seine Flächen durch den Endpunkt einer unveränderten Nebenaxenhälfte und der anderen durch n vervielfachten parallel der Hauptaxe gelegt, welche Lage das Verhältniss $(\infty a:b:nb)$ oder $(\infty a:nb:b)$ angiebt.

C. Tetartoedrische Formen.

a) Mit nicht parallelen Flächen.

1) Die Trapezoidditrioeder.

(Syn. Trigonale Trapezoeder; Naumann. Ditrigonale Trapezoeder; Breithaupt. Von Trapezoiden begrenzte pyramidenähnliche Gestalten; Mohs. Plagieder; Haidinger. Trigontrapezoeder; v. Glocker.)

Ein Trapezoidditrioeder ist eine von sechs gleichen und ähnlichen Trapezoiden umschlossene Gestalt, mit zwölf unregelmässigen Kanten und acht dreikantigen Ecken, deren Flächen in zwei dreizählige Systeme vertheilt sind.

Sie entstehen durch Hemiedrie der Diploditrioeder oder der Skalenoeder oder der Trapezoiddihexaeder, und sind demnach Tetartoeder der Didodekaeder. Aus den Diploditrioedern entstehen sie durch Herrschendwerden der abwechselnden Flächen, aus den Skalenoedern durch Herrschendwerden der an den abwechselnden Seitenkanten liegenden Paare und aus den Trapezoiddihexaedern durch Herrschendwerden der an den abwechselnden Grundkanten liegenden Paare. Ihr

Zeichen ist dasjenige des Holoeders mit dem Nenner 4, und die vier möglichen Tetartoeder werden durch die vorgesetzten Buchstaben r und l und den beigefügten Accent unterschieden, wodurch einerseits die Lage der Flächen zu den Nebenkanten im Holoeder und anderseits die entgegengesetzte Stellung angegeben wird, so dass also die vier Zeichen für die vier Tetartoeder eines Holoeders, z. B. der vier möglicherweise aus einem Didodekaeder mDn hervorgehenden Trapezoidditrioeder, die Zeichen $r\frac{mDn}{4}$, $r\frac{mD'n}{4}$, $l\frac{mDn}{4}$ und $l\frac{mD'n}{4}$ sein würden.

Die Flächen der Trapezoidditrioeder sind von der Art, dass von den vier Seiten der Trapezoide zwei gleichlang und verschieden von den beiden anderen unter sich ungleichen sind; hiernach werden auch die Kanten selbst dreierlei Art sein, nämlich: sechs Endkanten, deren Kantenlinien zu je drei von den Endpunkten der Hauptaxe ausgehen, ferner drei längere stumpfere und drei kürzere schärfere Seitenkanten, welche untereinander einzeln abwechselnd im Zickzack laufen, und deren Halbirungspunkte die Endpunkte der ungleich getheilten Nebenaxen sind. Die Ecken sind zweierlei Art: zwei regelmässige, die Endecken, deren Scheitelpunkte die Endpunkte der Hauptaxe sind, und welche von den Endkanten gebildet werden; sechs unregelmässige, die Seitenecken, welche von je einer Endkante und zwei verschiedenen Seitenkanten gebildet werden und deren Scheitelpunkte zu je drei in einer dem Mittelqueerdurchschnitt parallelen Ebene liegen. Der Mittelqueerdurchschnitt ist ein symmetrisches Sechsseit, die vertikalen Hauptschnitte sind Deltoide.

Da die Lage der Flächen allgemein durch das Axenverhältniss der Didodekaederflächen (A:B:nB) oder (A:nB:B) bestimmt wird, so wird auch die Grösse der Kantenwinkel durch die in diesem Verhältniss enthaltenen Grössen ausgedrückt werden. Wenn die Endkanten mit X, die beiderlei Seitenkanten durch Y und Z bezeichnet werden, so ist die Grösse der einen von den letzteren, welche die unveränderten Grundseitenkanten der Trapezoiddihexaeder oder die unveränderten Seitenkanten der Skalenoeder sind und mit Z bezeichnet werden, schon oben unter dieser Bezeichnung bestimmt; für die Winkel X aber und Y ergeben sich nachfolgende Werthe:

$$\cos. X = \frac{2A^2(n^2-n+1)-3n^2B^2}{4A^2(n^2-n+1)+3n^2B^2}, \quad \cos. \tfrac{1}{2}X = \frac{A\sqrt{3}\sqrt{(n^2-n+1)}}{\sqrt{[4A^2(n^2-n+1)+3n^2B^2]}},$$

$$\text{tang. } \tfrac{1}{2}X = \frac{\sqrt{[A^2(n^2-n+1)+3n^2B^2]}}{A\sqrt{3}\sqrt{(n^2-n+1)}};$$

$$\cos. Y = \frac{2A^2(2n^2-2n-1)+3n^2B^2}{4A^2(n^2-n+1)+3n^2B^2}, \quad \cos. \tfrac{1}{2}Y = \frac{\sqrt{[A^2(2n-1)^2+3n^2B^2]}}{\sqrt{[4A^2(n^2-n+1)+3n^2B^2]}},$$

$$\text{tang. } \tfrac{1}{2}Y = \frac{A\sqrt{3}}{\sqrt{[A^2(2n-1)^2+3n^2B^2]}}.$$

2) Die tetartoedrischen Ditrioeder.

Unter diesem Namen sind diejenigen Ditrioeder verstanden, welche durch Hemiedrie der Diploditrioeder und hemiedrischen Dihexaeder hervorgehen und in ihren allgemeinsten Gestaltseigenschaften mit den hemiedrischen Ditrioedern übereinstimmen, nur in der Lage der Flächen verschieden sind. Aus den Diploditrioedern entstehen sie durch Herrschendwerden der an den abwechselnden Seitenkanten liegenden Flächenpaare und auf gleiche Weise aus den hemiedrischen Dihexaedern; sie sind demnach Tetartoeder der Didodekaeder und erhalten das Zeichen der Holoeder mit dem Nenner 4. Zum Unterschiede aber von den Trapezoidditrioedern werden die Buchstabenausdrücke $\frac{r}{l}$ oder $\frac{l}{r}$ ausser dem Accente beigefügt, indem nämlich von den beiden an einer Seitenkante liegenden Flächen die eine rechts und die andere links bei gleicher Betrachtungsweise nach Flächenpaaren liegt, so dass also z. B. die 4 möglicherweise aus einem Didodekaeder mD hervorgehenden tetartoedrischen Ditrioeder durch die Zeichen $\frac{r}{l}\frac{mD}{4}$, $\frac{r}{l}\frac{mD'}{4}$, $\frac{l}{r}\frac{mD}{4}$ und $\frac{l}{r}\frac{mD'}{4}$ unterschieden und bezeichnet werden. Die Endkantenwinkel stimmen in der Grösse mit den Endkantenwinkeln der Trapezoidditrioeder überein und die Seitenkantenwinkel sind die unveränderten des Holoeders.

3) Die tetartoedrischen trigonalen Prismen.

Dies sind diejenigen gleichseitig-dreiseitigen Prismen, welche durch Hemiedrie der ditrigonalen und der hemiedrischen hexagonalen Prismen dadurch hervorgehen, dass die abwechselnden Flächen derselben herrschend werden. Sie sind demnach Tetartoeder der dodekagonalen Prismen und erhalten das Zeichen derselben ∞Dn mit dem Nenner 4, wobei die Buchstaben r und l ausser dem Accent beigefügt werden, um die vier Tetartoeder eines Holoeders zu unterscheiden, so dass diese vier Tetartoeder durch $r\frac{\infty Dn}{4}$, $r\frac{\infty D'n}{4}$, $l\frac{\infty Dn}{4}$ und $l\frac{\infty D'n}{4}$ unterschieden und bezeichnet werden. Der Kantenwinkel ist 60^{0}.

b) Mit parallelen Flächen.

Die tetartoedrischen Rhomboeder.

(Syn. Rhomboeder von abnormer Flächenstellung; Naumann. Rhombentetartoeder.)

Hierunter sind diejenigen Körper zu verstehen, welche ihrer allgemeinen Beschaffenheit nach mit den oben angeführten Rhomboedern, den Hemiedern der Dihexaeder der Hauptreihe, übereinstimmen, aber durch Hemiedrie der hemiedrischen Dihexaeder und der Skalenoeder dadurch hervorgehen, dass die abwechselnden Flächen herrschend werden. Sie sind mithin Tetartoeder der Didodekaeder und werden zum Unterschiede von den schon erwähnten Tetartoedern durch den doppelten Theilungsstrich unterschieden, um zugleich auf die Parallelität der Flächen hinzuweisen. Die vier aus einem Holoeder hervorgehenden Tetartoeder werden ausserdem noch durch die vorgesetzten Buchstaben r und l und durch den beigefügten Accent unterschieden, so dass die vier aus einem Didodekaeder z. B. aus Dn hervorgehenden tetartoedrischen Rhomboeder die Zeichen $r\frac{Dn}{4}$, $r\frac{D'n}{4}$, $l\frac{Dn}{4}$ und $l\frac{D'n}{4}$ erhalten. Der Endkantenwinkel stimmt in der Grösse mit dem der schon erwähnten Tetartoeder überein und der Seitenkantenwinkel ist der Ergänzungswinkel desselben zu zwei Rechten.

Darstellung der zweifachen Combinationen.

A. Holoeder mit Holoedern.

1) An der Grundform D

bilden die Flächen:

mD, Zuschärfung der Seitenkanten;

∞D, gerade Abstumpfung der Seitenkanten;

Dmm, sechsfl. Zuspitzung der Endecken, die Zusp. Fl. auf die Fl. ger. aufgesetzt;

D∞ ∞, ger. Abst. der Endecken;

Dn, Zuschärfung der Endkanten;

D2, ger. Abst. der Endkanten;

mD2, Zusch. der Seitenecken, die Zusch. Fl. auf die Endkanten ger. aufgesetzt;

∞D2, ger. Abst. der Seitenecken;

D2m,m, sechfl. Zusp. der Endecken, die Zusp. Fl. auf die Kanten ger. aufgesetzt;

Dnm,m, zwölffl. Zusp. der Endecken;

mDn, vierfl. Zusp. der Seitenecken, die Zusp. Fl. auf die Fl. aufgesetzt, wobei die Combinationskanten mit den Endkanten entweder nach den Endecken hin convergiren, oder parallel laufen, oder nach den Seitenecken hin convergiren, wenn m kleiner, oder gleich oder grösser als n ist;

∞Dn, Zusch. der Seitenecken, die Zusch. Fl. auf die Seitenkanten ger. aufgesetzt.