

men sind. Nach ihren gegenseitigen Verhältnissen werden sie folgendermaassen vertheilt:

**A. Holoedrische Formen:**

- 1) Oktaeder, 2) Prismen (holoedrische Prismen), 3) Dyoeder (holoedrische Dyoeder).

**B. Hemiedrische Formen:**

- a) Mit nicht parallelen Flächen:

Tetraeder.

- b) Mit parallelen Flächen:

- 1) Hemioктаeder (hemiedrische Prismen), 2) Hemiprismen (hemiedrische Dyoeder).

**C. Tetartoedrische Formen:**

- Tetartooktaeder (tetartoedrische Dyoeder).

## Beschreibung der einfachen rhombischen Krystallformen.

### A. Holoedrische Formen.

#### 1) Rhombische Oktaeder.

(Syn. Zwei- und zweigliedrige Oktaeder; zwei- und zweikantige Oktaeder; Rhombenoktaeder; Weiss. Rhombische Pyramidoeder; rhombische Pyramidenflächner; Breithaupt. Ungleichschenklige vierseitige Pyramiden; Orthotype; Mohs. Rhombische Oktaeder; orthorhombische Oktaeder; v. Glocker. Rhombenoktaeder; Hausmann, Bernhardt. Rhombische Pyramiden; Naumann.)

Ein rhombisches Oktaeder ist eine von acht gleichen und ähnlichen ungleichseitigen Dreiecken umschlossene Gestalt, mit zwölf symmetrischen Kanten und sechs symmetrischen vierkantigen Ecken.

Die Flächen sind durch je drei zu einem Oktanten gehörige Endpunkte eines rhombischen Axensystems gelegt, so dass, wenn ganz allgemein die Länge der halben Hauptaxe mit A, die halbe längere Nebenaxe mit B und die halbe kürzere Nebenaxe mit C bezeichnet wird, die Lage einer einzelnen Fläche durch das Verhältniss (A:B:C) bestimmt wird.

Die Kanten eines rhombischen Oktaeders sind dreierlei Art, von jeder vier unter sich gleiche, deren Kantenlinien in einer Ebene liegen. Man unterscheidet vier Seitenkanten, deren Kantenlinien die Endpunkte der Nebenaxen verbinden, vier längere schärfere und vier kürzere stumpfere Endkanten; die Kantenlinien der längeren verbinden die Endpunkte der Hauptaxe mit denen der längeren Nebenaxe, und die Kantenlinien der kürzeren die Endpunkte

der Hauptaxe mit denen der kürzeren Nebenaxe. Die Ecken sind auch dreierlei Art, je zwei einander gleiche an den Endpunkten derselben Axe, und zwar: zwei Endecken, welche von den längeren und kürzeren Endkanten gebildet werden und deren Scheitelpunkte die Hauptaxenendpunkte sind; ferner zwei spitzere und zwei stumpfere Seitenecken, von denen die ersteren, gebildet durch je zwei Seitenkanten und je zwei längere Endkanten, zu ihren Scheitelpunkten die Endpunkte der längeren Nebenaxe, die letzteren aber, gebildet durch je zwei Seitenkanten und je zwei kürzere Endkanten, zu ihren Scheitelpunkten die Endpunkte der kürzeren Nebenaxe haben.

Die drei Hauptschnitte sind Rhomben, aber gleichfalls von einander verschieden, und es heisst derjenige, welcher durch die beiden Nebenaxen gelegt und von den Seitenkantenlinien begrenzt wird, horizontaler Hauptschnitt, oder Mittelqueerdurchschnitt. Die Diagonalen des ihn darstellenden Rhombus sind die beiden Nebenaxen, welche deshalb als makrodiagonale und brachydiagonale Axe unterschieden werden, woher man schlichthin die längere die Makrodiagonale, die kürzere die Brachydiagonale nennt. Durch diese beiden Namen werden dann auch die zweierlei Endkanten und Seitenkanten unterschieden, je nach der Nebenaxe, durch welche ihre Lage bestimmt wird. So heissen denn makrodiagonale Ecken die beiden Seitenecken, deren Scheitelpunkte die Endpunkte der Makrodiagonale sind, und brachydiagonale Ecken die beiden anderen Seitenecken. Von den Endkanten werden die, deren Kantenlinien die Endpunkte der Makrodiagonale mit denen der Hauptaxe verbinden, makrodiagonale Kanten genannt, während die beiden anderen aus analogem Grunde brachydiagonale Kanten heissen. Von dem horizontalen Hauptschnitt sind die beiden vertikalen Hauptschnitte zu unterscheiden, von denen der eine durch die Hauptaxe und durch die Makrodiagonale gelegte und von den makrodiagonalen Kantenlinien begrenzte Ebene ist, der andere aber eine Ebene, welche durch die Hauptaxe und durch die Brachydiagonale gelegt und von den brachydiagonalen Kantenlinien begrenzt ist. Jener heisst der makrodiagonale, dieser der brachydiagonale Hauptschnitt.

Ausser den angeführten drei Axen sind noch sechs Zwischenaxen zu erwähnen, welche in den Ebenen der Hauptschnitte zwischen den wahren Axen liegen und zu je zwei einander gleich sind, nämlich: zwei horizontale Zwischenaxen, welche im horizontalen Hauptschnitt liegend, die Halbirungspunkte je zweier parallelen Seitenkantenlinien verbinden; zwei makrodiagonale Zwischenaxen, welche im brachydiagonalen Hauptschnitt liegend die Halbirungspunkte je zweier parallelen brachydiagonalen Kantenlinien verbinden und rechtwinklig auf der Makrodiagonale stehen; zwei brachydiagonale Zwischenaxen, welche im makrodiagonalen Hauptschnitt liegend die Halbirungspunkte je

zweier parallelen makrodiagonalen Kantenlinien verbinden und rechtwinklig auf der Brachydiagonale stehen. Durch diese sechs Zwischenaxen sind auch sechs Nebenschnitte bedingt, von denen je zwei einander gleich sind, und zwar zwei vertikale Nebenschnitte, deren Ebenen durch die Hauptaxe und je eine horizontale Zwischenaxe gelegt sind; zwei makrodiagonale Nebenschnitte, deren Ebenen durch die Makrodiagonale und je eine makrodiagonale Zwischenaxe gelegt sind, und endlich zwei brachydiagonale Nebenschnitte, deren Ebenen durch die Brachydiagonale und je eine brachydiagonale Zwischenaxe gelegt sind. Alle Nebenschnitte sind Rhomben oder in manchen Fällen auch Quadrate.

Wenn man im Allgemeinen die Länge der halben Axen, wie oben angegeben, mit  $A, B, C$ , ferner die makrodiagonalen Kanten mit  $X$ , die brachydiagonalen mit  $Y$ , und die Seitenkanten mit  $Z$  bezeichnet, so werden die Kantenwinkel durch nachfolgende Gleichungen bestimmt:

$$\cos. X = \frac{A^2 B^2 - A^2 C^2 - B^2 C^2}{A^2 B^2 + A^2 C^2 + B^2 C^2}, \quad \cos. \frac{1}{2} X = \frac{AB}{\sqrt{(A^2 B^2 + A^2 C^2 + B^2 C^2)}}$$

$$\tan g. \frac{1}{2} X = \frac{C \sqrt{(A^2 + B^2)}}{AB};$$

$$\cos. Y = \frac{A^2 C^2 - A^2 B^2 - B^2 C^2}{A^2 B^2 + A^2 C^2 + B^2 C^2}, \quad \cos. \frac{1}{2} Y = \frac{AC}{\sqrt{(A^2 B^2 + A^2 C^2 + B^2 C^2)}}$$

$$\tan g. \frac{1}{2} Y = \frac{B \sqrt{(A^2 + C^2)}}{AC};$$

$$\cos. Z = \frac{B^2 C^2 - A^2 B^2 - A^2 C^2}{A^2 B^2 + A^2 C^2 + B^2 C^2}, \quad \cos. \frac{1}{2} Z = \frac{BC}{\sqrt{(A^2 B^2 + A^2 C^2 + B^2 C^2)}}$$

$$\tan g. \frac{1}{2} Z = \frac{A \sqrt{(B^2 + C^2)}}{BC}.$$

In so weit wäre die Darstellung der rhombischen Oktaeder sehr einfach, und sie reichte auch aus für die verschiedensten Oktaeder in ihrer unendlichen Mannigfaltigkeit, wenn man jedes derselben nur für sich betrachten wollte. Durch den genetischen und geometrischen Zusammenhang aber, in welchem die Krystallformen einer und derselben Materie stehen, werden die verschiedenen Oktaeder in bestimmte Beziehung auf einander gebracht, welche abhängig ist von einem rhombischen Axenverhältniss, dessen Werthe durch die Gestaltsverhältnisse der krystallisirten Materie bestimmt werden, und welches Axenverhältniss einem wirklich vorhandenen oder nur krystallographisch eingeführten Oktaeder angehört, dem man den Namen Grundform ertheilt. Das Axenverhältniss derselben wird allgemein durch  $(a:b:c)$  ausgedrückt, und die einzelnen Flächen oder das ganze Oktaeder selbst erhalten das Zeichen  $O$ . Da nun durch Veränderung des Grundverhältnisses andere abge-

leitete Formen hervorgehen, welche in bestimmter Beziehung zur Grundform stehen, so wird auch für sie das Zeichen O angewandt, zu welchem man die die Veränderungen der Axen bedingenden Coefficienten hinzufügt, mit dem Bemerkten, dass Alles, was die Hauptaxe betrifft, vor dem O, und Alles, was die Nebenaxen betrifft, hinter dem O angegeben wird, wobei noch die Coefficienten der beiden Nebenaxen durch die darüber gesetzten prosodischen Zeichen der Länge und Kürze (ˉ, ˘) unterschieden werden, ausser, wenn beide Nebenaxen gleichzeitig verändert werden, wo dann die Stellung entscheidet, welche mit der im Axenverhältniss übereinstimmt.

Die Veränderung, welche das Grundverhältniss erleiden kann, ist eine dreifache, nämlich es wird entweder eine Axe verändert, während die beiden anderen unverändert bleiben, oder es werden zwei Axen verändert, während die dritte unverändert bleibt, und zwar entweder beide gleichmässig oder nicht gleichmässig.

a) Eine Axe wird verändert, während zwei unverändert bleiben.

Wenn die Hauptaxe durch die Vervielfachung mit einer rationalen Grösse  $m > 1$  verlängert wird, während die beiden Nebenaxen unverändert bleiben, wodurch also  $(a:b:c)$  in  $(ma:b:c)$  übergeht, so entstehen, wenn durch je drei Endpunkte der durch das letztere Verhältniss bestimmten Axen Ebenen gelegt werden, nach dem verschiedenen Werthe von  $m$ , verschiedene rhombische Oktaeder, welche mit der Grundform den Mittelqueerdurchschnitt gemein haben, deren Endecken spitzer als die Endecken der Grundform und deren Endkanten schärfer als die der Grundform sind, wogegen die Seitenecken und Seitenkanten stumpfer als in der Grundform sind. Sie werden spitzere rhombische Oktaeder der vertikalen Hauptreihe genannt und durch das Zeichen  $mO$  bezeichnet.

Wird dagegen die Makrodiagonale durch die Vervielfachung mit einer beliebigen rationalen Grösse  $m > 1$  verlängert, während die Hauptaxe und die Brachydiagonale unverändert bleiben, wodurch das Verhältniss  $(a:b:c)$  in  $(a:mb:c)$  übergeht, so entsteht, wenn man durch je drei aus dem Verhältniss  $(a:mb:c)$  hervorgehende Axenendpunkte Ebenen legt, für jeden Werth von  $m$  ein von der Grundform verschiedenes Oktaeder, die aber insgesamt mit der Grundform den brachydiagonalen Hauptschnitt gemein haben und an denen die makrodiagonalen Ecken spitzer und die sie bildenden makrodiagonalen Kanten und Seitenkanten schärfer sind, als die gleichnamigen Theile in O. Sie heissen daher spitzere rhombische Oktaeder der makrodiagonalen Hauptreihe und werden durch  $\overline{Om}$  bezeichnet, wo das über  $m$  gesetzte Längenzeichen anzeigt, dass der Werth  $m$  die Makrodiagonale vervielfacht, während die beiden anderen Axen wie in O bleiben.

Auf gleiche Weise erhält man durch Verlängerung der Brachydiagonale mittelst eines beliebigen rationalen Coefficienten  $m > 1$ , während die Hauptaxe und die Makrodiagonale unverändert bleiben, wenn durch je drei aus dem neuen

Axenverhältniss ( $a:b:mc$ ) hervorgehende Axenendpunkte Ebenen gelegt werden, eine Reihe rhombischer Oktaeder, welche den makrodiagonalen Hauptschnitt mit  $O$  gemein haben, und deren brachydiagonale Ecken spitzer, so wie die sie bildenden Seitenkanten und brachydiagonalen Kanten schärfer als in  $O$  sind. Sie heissen spitzere rhombische Oktaeder der brachydiagonalen Hauptreihe und führen das allgemeine Zeichen  $O_m$ . In dieser Reihe kann durch die Zunahme der Brachydiagonale der Fall eintreten, dass  $mc$  grösser als  $b$  wird, aber auch in diesem Falle behalten alle an der verlängerten Brachydiagonale liegenden Theile ihre davon abhängigen Namen, insofern die Oktaeder selbst in Bezug auf die Grundform als abgeleitete betrachtet werden. Würden sie für sich allein betrachtet, dann diene auch für sie zur Bestimmung und Benennung ihrer Theile nur das über die Oktaeder im Allgemeinen Ausgesagte. Aehnliches findet auch bei anderen rhombischen Formen Statt.

b) Zwei Axen werden gleichmässig vervielfacht, während die dritte unverändert bleibt.

Werden die beiden Nebenaxen durch die Vervielfachung mit einer beliebigen rationalen Grösse  $m > 1$  auf gleiche Weise verlängert, während die Hauptaxe unverändert bleibt, und werden durch je drei Axenendpunkte, deren Entfernung vom Centrum aus dem Verhältniss ( $a:mb:mc$ ) hervorgeht, Ebenen gelegt, so entstehen nach dem verschiedenen Werthe von  $m$  verschiedene rhombische Oktaeder, welche einen ähnlichen Mittelqueerdurchschnitt dem der Grundform haben, deren Endecken aber und Endkanten stumpfer als in  $O$  sind. Sie heissen stumpfere rhombische Oktaeder der vertikalen Hauptreihe und ihr allgemeines Zeichen ist  $O_{mm}$ .

Bleibt hingegen die Makrodiagonale unverändert, und werden die Hauptaxe und die Brachydiagonale gleichmässig verlängert, indem man sie durch eine und dieselbe beliebige aber rationale Grösse  $m > 1$  vervielfacht, so entsteht, wenn man durch je drei aus dem Verhältniss ( $ma:b:mc$ ) hervorgehende Axenendpunkte Ebenen legt, für jeden Werth von  $m$  ein rhombisches Oktaeder, welche Oktaeder unter sich nach dem Werthe  $m$  verschieden, insgesamt einen mit  $O$  gleichgestalteten brachydiagonalen Hauptschnitt haben, deren makrodiagonale Ecken und Kanten, so wie die Seitenkanten stumpfer als in  $O$  sind. Sie heissen stumpfere rhombische Oktaeder der makrodiagonalen Hauptreihe und werden allgemein durch das Zeichen  $mO_m$  bezeichnet.

Wenn endlich die Hauptaxe und die Makrodiagonale gleichmässig verlängert werden, indem man sie durch eine und dieselbe rationale Grösse  $m > 1$  vervielfacht, während die Brachydiagonale unverändert bleibt, und wenn durch je drei Axenendpunkte, die durch das so erhaltene Verhältniss ( $ma:mb:c$ ) hervor-

gehen, Ebenen gelegt werden, so entstehen nach den verschiedenen Werthen für  $m$  verschiedene rhombische Oktaeder, deren makrodiagonaler Hauptschnitt mit dem der Grundform in der Gestalt übereinstimmt, deren brachydiagonale Ecken aber, so wie die sie bildenden Seiten- und brachydiagonalen Kanten stumpfer als in  $O$  sind. Sie heissen daher stumpfere rhombische Oktaeder der brachydiagonalen Hauptreihe und ihr allgemeines Zeichen ist  $m\bar{O}m$ .

c) Zwei Axen werden ungleichmässig verlängert, während die dritte unverändert bleibt.

1) Wenn in dem Axenverhältniss der spitzeren Oktaeder der vertikalen Hauptreihe, in  $(ma:b:c)$  noch eine der beiden anderen Axen neben der Hauptaxe verlängert wird, und zwar so, dass der Coefficient für  $b$  oder  $c$  kleiner als  $m$  sei, so werden wieder zwei neue Reihen hervorgehen. Wird nämlich die Makrodiagonale durch einen beliebigen rationalen Coefficienten  $n > 1$  und die Hauptaxe durch einen dergleichen  $m > n$  vervielfacht, wodurch das Axenverhältniss der Grundform in  $(ma:nb:c)$  übergeht, und werden nun durch je drei hierdurch bestimmte Axenendpunkte Ebenen gelegt, so entstehen rhombische Oktaeder, welche nur mit der Grundform die Brachydiagonale gemein haben und von grosser Verschiedenheit unter einander sein können, je nach den verschiedenen möglichen Werthen von  $m$  und  $n$ . In Bezug auf die Oktaeder  $mO$  stehen alle diejenigen, welche einen gleichen Werth für  $m$  haben, in demselben Verhältniss zu dem gleichwerthigen  $mO$ , wie die spitzeren der makrodiagonalen Hauptreihe zur Grundform, und da der grössere Werth  $m$  die vertikale Reihe bestimmt, von deren einzelnen Gliedern diese neuen Oktaeder durch Verlängerung der Makrodiagonale hervorgehen, so werden diese Oktaeder makrodiagonalspitzere rhombische Oktaeder der vertikalen Nebenreihe genannt. Aus ihrem oben angegebenen Axenverhältniss der einzelnen Flächen geht für sie das allgemeine Zeichen  $m\bar{O}n$  hervor. Ändert man dagegen das Grundverhältniss in  $(ma:b:c)$  um, indem die Brachydiagonale durch eine beliebige rationale Grösse  $n > 1$  und die Hauptaxe durch eine dergleichen grössere,  $m > n$  vervielfacht wird, und legt man durch je drei aus dem neuen Axenverhältniss hervorgehende Axenendpunkte Ebenen, so entstehen rhombische Oktaeder, welche mit der Grundform nur die Makrodiagonale gemeinschaftlich haben, und deren brachydiagonale Ecken und Kanten, so wie die Seitenkanten für jeden Werth von  $n$  spitzer und schärfer sind, als in dem jedesmal zu Grunde liegenden Oktaeder  $mO$ . Sie führen daher den Namen brachydiagonalspitzere rhombische Oktaeder der vertikalen Nebenreihe und ihr allgemeines Zeichen ist  $m\bar{O}n$ .

2) Wenn die Hauptaxe durch eine beliebige aber rationale Grösse  $n > 1$  und die Makrodiagonale durch eine derartige grössere, durch  $m > n$ , vervielfacht wird

wodurch das Axenverhältniss der Grundform in  $(na:mb:c)$  übergeht, so entstehen, wenn durch je drei durch ein solches Verhältniss bestimmte Axenendpunkte Ebenen gelegt werden, rhombische Oktaeder, welche mit der Grundform die Brachydiagonale gemein haben und deren Ecken und makrodiagonale Ecken spitzer sind. Verglichen mit den Oktaedern  $\overline{Om}$  sind alle mit gleichen  $m$  in Bezug auf die Ecken spitzer als das entsprechende  $\overline{Om}$  selbst, und sie erhalten deshalb, und weil der Coefficient der Makrodiagonale der vorherrschend bestimmende ist, den Namen **terminalspitze rhombische Oktaeder der makrodiagonalen Nebenreihe**. Ihr allgemeines Zeichen ist  $n\overline{Om}$ . — Wird anstatt der Hauptaxe die Brachydiagonale durch  $n$  vervielfacht, wodurch das Axenverhältniss die Form  $(a:mb:nc)$  erhält, so entstehen, wenn man durch je drei hierdurch bestimmte Axenendpunkte Ebenen legt, die brachydiagonalspitzeren rhombischen Oktaeder der makrodiagonalea Nebenreihe, deren allgemeines Zeichen  $Om$  ist. Ihre Hauptaxe ist dieselbe wie in  $O$ , aber durch die Verlängerung der beiden Nebenaxen sind die beiderlei Seitenecken spitzer.

3) Auf ähnliche Weise gelangt man zu den **terminalspitzeren und makrodiagonalspitzeren rhombischen Oktaedern der brachydiagonalen Nebenreihe**, indem einerseits die Hauptaxe durch  $n$  und die Brachydiagonale durch  $m$ , andererseits die Makrodiagonale durch  $n$  und die Brachydiagonale durch  $m$  vervielfacht werden. Hierdurch geht das Axenverhältniss der Grundform entweder in  $(na:b:mc)$  oder in  $(a:nb:mc)$  über, und wenn durch je drei durch sie bestimmte Axenendpunkte für jegliche Werthe von  $m$  und  $n$  der angegebenen Art, dass beide rational und  $m > n > 1$ , Ebenen gelegt werden, so entstehen die genannten Oktaeder, deren allgemeine Zeichen  $nOm$  und  $Onm$  sind.

Um bei allen angeführten Oktaederarten die jedesmalige Grösse der Kantewinkel zu bestimmen, darf man bloss in den oben angegebenen Gleichungen der Funktionen für die Grössen  $A, B$  und  $C$ , die aus den einzelnen Axenverhältnissen hervorgehenden Werthe der Axen, sowohl der unveränderten als der vervielfachten, setzen. Als Beispiele der verschiedenen Arten abgeleiteter Oktaeder mögen die nachfolgenden dienen, welche aus dem Grundverhältniss eines Oktaeders  $O$ , aus  $(a:b:c) = \sqrt{11}:\sqrt{3}:\sqrt{2}$  entwickelt sind, welches dem des Schwefels sehr nahe kommt, weil keine krystallisirte Species Beispiele aller Arten darbietet. Das Vorkommen der rhombischen Oktaeder überhaupt ist in der Natur sehr verschieden, und am seltensten kommen dieselben allein vor.

#### Grundform.

makrodiagonale brachydiagonale Kanten. Seitenkanten.

$O$  85° 17' 54" 106° 10' 55" 143° 26' 40"

## Oktaeder der Hauptreihen.

	makrodiagonale	brachydiagonale Kanten.	Seitenkanten.
2O	800 19' 13"	1020 46' 54"	1610 14' 42"
O <sub>2</sub>	61 6 32	138 50 4	136 54 53
O <sub>2</sub> <sup>2</sup>	123 0 46	77 39 19	131 59 14
O <sub>3,3</sub>	113 14 4	126 36 27	90 31 32
2O <sub>2</sub>	118 42 21	67 18 18	154 53 32
2O <sub>2</sub> <sup>2</sup>	49 27 30	136 28 8	157 40 6

## Oktaeder der Nebenreihen.

3O <sub>3,3</sub>	580 43' 21"	1230 21' 29"	1650 46' 6"
3O <sub>3,3</sub> <sup>2</sup>	102 22 25	79 42 48	164 38 28
2O <sub>4</sub>	31 46 14	157 25 12	156 24 7
O <sub>4,2</sub>	86 47 23	145 29 14	103 24 4
$\frac{1}{3}$ O <sub>4</sub>	148 10 28	52 52 7	138 56 13
O <sub>3,4</sub>	142 57 18	77 49 6	114 23 1

## 2) Rhombische Prismen.

Ein rhombisches Prisma ist ein gleichseitiges vierseitiges Prisma, in welchem ein auf die Kanten senkrecht geführter Schnitt ein Rhombus ist.

Die vier regelmässigen Kanten sind zweierlei Art, je zwei, deren Kantenlinien durch die Endpunkte derselben Diagonale des senkrechten Durchschnittes gehen, einander gleich. Im Allgemeinen werden sie als stumpfe und scharfe unterschieden, und die Kantenlinien der ersteren gehen durch die Endpunkte der kürzeren, die der letzteren durch die Endpunkte der längeren Durchschnittsdiagonale. Die Neigungswinkel der Flächen in den Kanten sind im ersten Falle grösser, im letzten kleiner als 90° und beide ergänzen sich zu zwei rechten Winkeln. Die Kantenlinien und die Flächen sind parallel der im gemeinschaftlichen Halbirungspunkte beider Diagonalen auf der Durchschnittsebene senkrechten Linie, welche in dem rhombischen System die Richtungslinie des Prisma genannt wird. Je nachdem nun im rhombischen System die Richtungslinie eine der drei wahren Axen oder eine Zwischenaxe ist, darnach werden zwei Hauptarten rhombischer Prismen unterschieden, die holoedrischen und die hemiedrischen. Die ersteren führen ausschliesslich den Namen „rhombische Prismen,“ die letzteren heissen Hemioktaeder und werden in der hemiedrischen Abtheilung betrachtet werden.

Da es drei rhombische Axen giebt, die Hauptaxe und die beiden Nebenaxen, so sind auch die rhombischen Prismen dreierlei Art, je nachdem eine dieser drei Axen Richtungslinie des Prisma ist, wonach sie als vertikale, wenn es die



Hauptaxe, und als zweierlei horizontale, nämlich makrodiagonale, wenn es die Makrodiagonale, und brachydiagonale Prismen, wenn es die Brachydiagonale ist, unterschieden werden.

Bei jedem vertikalen rhombischen Prisma sind die Flächen durch je zwei Endpunkte der Nebenaxen parallel der Hauptaxe gelegt, welcher daher auch die Kantenlinien parallel sind, und die Lage der Flächen wird im Allgemeinen durch das Verhältniss ( $\infty A : B : C$ ) bestimmt. Die Kantenlinien der schärferen Kanten gehen durch die Endpunkte der Makrodiagonale und die der stumpferen durch die Endpunkte der Brachydiagonale, wesshalb die Kanten als makrodiagonale und brachydiagonale unterschieden werden. Bezeichnet man die ersteren mit X, die letzteren mit Y, so wird die Grösse der Kantenwinkel durch folgende Gleichungen bestimmt:

$$\cos. X = \frac{B^2 - C^2}{B^2 + C^2}, \quad \cos. \frac{1}{2} X = \frac{B}{\sqrt{(B^2 + C^2)}}, \quad \text{tang. } \frac{1}{2} X = \frac{C}{B};$$

$$\cos. Y = \frac{C^2 - B^2}{B^2 + C^2}, \quad \cos. \frac{1}{2} Y = \frac{C}{\sqrt{(B^2 + C^2)}}, \quad \text{tang. } \frac{1}{2} Y = \frac{B}{C}.$$

Der horizontale Hauptschnitt oder der Mittelqueerdurchschnitt ist ein Rhombus, dessen Diagonalen die beiden Nebenaxen sind, die Gestalt der übrigen ist wegen der unendlichen Ausdehnung der Hauptaxe unbestimmt und wird durch diejenigen Flächen anderer Krystallformen modificirt, welche die unendliche Ausdehnung begrenzen.

Bei den makrodiagonalen rhombischen Prismen sind die Flächen durch je zwei Endpunkte der Hauptaxe und der Brachydiagonale parallel der Makrodiagonale gelegt, wesshalb ihre Lage allgemein durch das Verhältniss ( $A : \infty B : C$ ) bestimmt wird. Die Kantenlinien je zweier gleichen Kanten gehen durch die Endpunkte der Hauptaxe und die der zwei anderen gleichen durch die der Brachydiagonale und es heissen demnach die ersteren die Endkanten, die anderen brachydiagonale Kanten. Die Grösse der Kantenwinkel ist abhängig von dem Verhältniss  $A : C$ , und wird durch folgende Gleichungen bestimmt, in denen die Endkanten durch X, die brachydiagonalen Kanten durch Z bezeichnet werden:

$$\cos. X = \frac{A^2 - C^2}{A^2 + C^2}, \quad \cos. \frac{1}{2} X = \frac{A}{\sqrt{(A^2 + C^2)}}, \quad \text{tang. } \frac{1}{2} X = \frac{C}{A};$$

$$\cos. Z = \frac{C^2 - A^2}{A^2 + C^2}, \quad \cos. \frac{1}{2} Z = \frac{C}{\sqrt{(A^2 + C^2)}}, \quad \text{tang. } \frac{1}{2} Z = \frac{A}{C}.$$

Der brachydiagonale Hauptschnitt ist ein Rhombus, dessen Diagonalen die Hauptaxe und die Brachydiagonale sind, die übrigen ergeben keine begrenzte Gestalt.

Bei den brachydiagonalen rhombischen Prismen endlich sind die Flächen durch je zwei Endpunkte der Hauptaxe und der Makrodiagonale parallel der Brachydiagonale gelegt und es wird daher ihre Lage allgemein durch das Verhältniss ( $A:B:\infty C$ ) ausgedrückt. Die Kantenlinien je zweier gleichen Kanten sind durch die Endpunkte derselben Axe und zwar entweder der Hauptaxe oder der Makrodiagonale gelegt, so dass sie als Endkanten und makrodiagonale Kanten unterschieden werden. Bezeichnet man jene mit  $Y$ , diese mit  $Z$ , so wird die Grösse der Kantenwinkel, abhängig von dem jedesmaligen Verhältnisse  $A:B$ , durch nachfolgende Gleichungen bestimmt:

$$\cos. Y = \frac{A^2 - B^2}{A^2 + B^2}, \quad \cos. \frac{1}{2} Y = \frac{A}{\sqrt{(A^2 + B^2)}}, \quad \text{tang. } \frac{1}{2} Y = \frac{B}{A};$$

$$\cos. Z = \frac{B^2 - A^2}{A^2 + B^2}, \quad \cos. \frac{1}{2} Z = \frac{B}{\sqrt{(A^2 + B^2)}}, \quad \text{tang. } \frac{1}{2} Z = \frac{A}{B}.$$

Der makrodiagonale Hauptschnitt ist ein Rhombus, dessen Diagonalen die Hauptaxe und die Makrodiagonale sind, die übrigen Schnitte sind wegen der unendlichen Ausdehnung der Brachydiagonale in ihrer Gestalt unbestimmt.

So wie die rhombischen Oktaeder in ihrem Verhältniss untereinander und zu einer aufgestellten Grundform unterschieden wurden, so bieten auch die Prismen in Bezug auf die Grundform mannigfache Unterschiede dar, nach denen Namen und Zeichen näher bestimmt werden. — Werden nämlich die Flächen eines rhombischen Prisma durch je zwei Endpunkte der Nebenaxen, wie sie das Axenverhältniss der Grundform  $O$ , ( $a:b:c$ ) bestimmt, parallel der Hauptaxe gelegt, wie das Verhältniss ( $\infty a:b:c$ ) angiebt, so hat das daraus hervorgehende vertikale rhombische Prisma den Mittelquerdurchschnitt der Grundform und aller spitzeren Oktaeder der vertikalen Hauptreihe, und es bildet, verglichen mit diesen, gleichsam das letzte Glied dieser Reihe, und ist als ein unendlich spitzes Oktaeder  $mO$  anzusehen, in welchem bei dem unendlich grossen Werthe für  $m$  je zwei an einer Seitenkante liegende Flächen in eine der Hauptaxe parallele Ebene fallen. Das Zeichen für dieses Prisma, welches das rhombische Prisma der vertikalen Hauptreihe genannt wird, geht aus dem Axenverhältniss der einzelnen Flächen, aus ( $\infty a:b:c$ ) hervor und ist  $\infty O$ .

Wird das Verhältniss der beiden Nebenaxen verändert, dadurch, dass entweder die Makrodiagonale oder die Brachydiagonale durch die Vervielfachung mit einem rationalen Coefficienten  $n > 1$  verlängert wird, so entstehen, wenn durch je zwei aus diesem veränderten Verhältniss der Nebenaxen hervorgegangenen Endpunkte derselben Ebenen parallel der Hauptaxe gelegt werden, zwei Reihen rhombischer vertikaler Prismen, deren Flächen durch die Verhältnisse ( $\infty a:nb:c$ ) oder ( $\infty a:b:nc$ ) in ihrer Lage bestimmt werden. Bei den ersteren, welche untereinander

nach dem Werthe  $n$  verschieden sind, sind die makrodiagonalen Kanten schärfer als in  $\infty O$ , und die brachydiagonalen stumpfer, und da dieser Unterschied durch die Verlängerung der Makrodiagonale hervorgegangen ist, so heissen die Prismen makrodiagonalschärfere rhombische Prismen der vertikalen Nebenreihe. Sie gehen nämlich auch aus den makrodiagonalspitzeren Oktaedern der vertikalen Nebenreihe eben so hervor, wie  $\infty O$  aus  $mO$ , indem bei der Zunahme des Werthes  $m$  in  $m\bar{O}n$  endlich bei  $m = \infty$  je zwei an einer Seitenkante liegende Flächen in eine der Hauptaxe parallele Ebene fallen. Das allgemeine Zeichen dieser Prismen ist  $\infty \bar{O}n$ . Ein ähnliches Verhalten ist bei den Prismen, deren Flächen durch das Verhältniss  $(\infty a:b:nc)$  bestimmt werden; ihre brachydiagonalen Kanten sind schärfer, die makrodiagonalen dagegen stumpfer als die gleichnamigen, in  $\infty O$ , und nach der ersteren Eigenschaft werden sie brachydiagonalschärfere rhombische Prismen der vertikalen Nebenreihe genannt, indem sie sich auch zu den Oktaedern  $m\bar{O}n$  ebenso wie  $\infty O$  zu  $mO$  verhalten. Ihr allgemeines Zeichen ist  $\infty \bar{O}n$ .

Werden dagegen in dem bestehenden Axenverhältniss der Grundform Ebenen durch je zwei Endpunkte der Hauptaxe und der Brachydiagonale parallel der Makrodiagonale gelegt, so entsteht das rhombische Prisma der makrodiagonalen Hauptreihe, dessen Zeichen  $O\infty$  ist, hervorgegangen aus dem Verhältniss  $(a:\infty b:c)$ , durch welches die Lage dieser Prismenflächen bestimmt wird. Das genannte Prisma selbst bildet das letzte Glied der spitzeren Oktaeder der makrodiagonalen Hauptreihe, der Oktaeder  $O\bar{m}$ , indem bei einem unendlich grossen Werthe für  $m$  je zwei eine brachydiagonale Kante bildende Flächen in eine der Makrodiagonale parallele Ebene fallen, und so die Prismenflächen bilden. — Wird das Verhältniss  $(a:\infty b:c)$  dahin abgeändert, dass eine der beiden endlichen Axen, entweder die Hauptaxe oder die Brachydiagonale durch einen beliebigen rationalen Coefficienten  $n > 1$  vervielfacht wird, so gehen die beiden Verhältnisse  $(na:\infty b:c)$  und  $(a:\infty b:nc)$  hervor, durch welche zwei neue Reihen rhombischer makrodiagonaler Prismen bedingt werden. Die ersteren, deren Flächen also durch je zwei Endpunkte der verlängerten Hauptaxe und der unveränderten Brachydiagonale parallel der Makrodiagonale gelegt sind, haben das Zeichen  $nO\infty$  und heissen terminalschärfere rhombische Prismen der makrodiagonalen Nebenreihe, weil ihre Endkanten stets schärfer sind als die Endkanten des Prisma  $O\infty$ . Die Prismen dagegen, deren Flächenlage allgemein durch das zweite Verhältniss  $(a:\infty b:nc)$  bestimmt wird, haben das allgemeine Zeichen  $O\infty n$  und heissen brachydiagonalschärfere rhombische Prismen der makrodiagonalen Nebenreihe, weil ihre brachydiagonalen Kanten schärfer sind, als die entsprechenden in dem Prisma  $O\infty$ .

Werden endlich durch je zwei Endpunkte der Hauptaxe und der Makrodiagonale, wie sie das Verhältniss der Grundform  $(a:b:c)$  bestimmt, Ebenen parallel der Brachydiagonale gelegt, welche Ebenen demnach durch das Verhältniss  $(a:b:\infty c)$  in ihrer Lage bestimmt werden, so entsteht das rhombische Prisma der brachydiagonalen Hauptreihe, dessen Zeichen  $O\infty$  ist. Dieses Prisma bildet das letzte Glied der spitzeren Oktaeder der genannten Reihe, der Oktaeder  $O_m$ , indem bei  $m = \infty$  je zwei an einer makrodiagonalen Kante liegende Flächen in eine der Brachydiagonale parallele Ebene fallen. Jeder auf die Kanten senkrecht geführte Schnitt und unter ihnen auch der makrodiagonale Hauptschnitt ist dann gleich dem makrodiagonalen Hauptschnitt von  $O$  und  $O_m$ , so wie es bei  $O\infty$ ,  $O$  und  $O_m$  mit dem brachydiagonalen Hauptschnitt der Fall war. — Durch eine Verlängerung der Axen  $a$  und  $b$ , also dadurch, dass entweder die Hauptaxe oder die Makrodiagonale durch die Vervielfachung mit einem beliebigen rationalen Coefficienten  $n > 1$  verlängert wird, entstehen die zwei neuen Verhältnisse  $(na:b:\infty c)$  und  $(a:nb:\infty c)$ ; die durch das eine oder das andere bestimmten Ebenen bilden für jeden Werth von  $n$  rhombische Prismen, welche auch die Brachydiagonale zur Richtungslinie haben, wie  $O\infty$ , durch die Grösse aber der Winkel von  $O\infty$  verschieden sind. Diejenigen Prismen nämlich, welche durch das Verhältniss  $(na:b:\infty c)$  bestimmt werden und deren Zeichen  $nO\infty$  ist, haben stets schärfere Kanten als  $O\infty$  und heissen daher terminalschärfere rhombische Prismen der brachydiagonalen Nebenreihe; die Prismen aber, welche durch das Verhältniss  $(a:nb:\infty c)$  bestimmt werden, und deren Zeichen  $On\infty$  ist, haben stets schärfere makrodiagonale Kanten als die entsprechenden in  $O\infty$  sind, und heissen daher makrodiagonalschärfere rhombische Prismen der brachydiagonalen Nebenreihe.

Um auch von den Prismen Beispiele der genannten Reihen anzuführen, soll hier wieder das schon oben angenommene Grundverhältniss  $(a:b:c) = \sqrt{11}:\sqrt{3}:\sqrt{2}$  beibehalten werden, da doch nicht alle Arten Prismen bei einer Krystallspecies vorkommen und es sich hier nur um Beispiele handelt. Die Kantenwinkel der verschiedenen beliebigen erwählten Prismen, so wie überhaupt aller möglichen Prismen der verschiedenen Reihen, werden aus den oben angegebenen allgemeinen Gleichungen gefunden, wenn man für  $A$ ,  $B$  und  $C$  die dem jedesmaligen besonderen Axenverhältniss entsprechenden Werthe der Axen setzt.

Prismen der vertikalen Reihen.

makrodiagonale                      brachydiagonale Kanten.

$\infty O$	780	27	47''	1010	32'	13''
$\infty O\bar{2}$	44	24	52	135	35	8
$\infty O\bar{2}$	117	2	8	62	57	52

## Prismen der makrodiagonalen Reihen.

	Endkanten.	brachydiagonale Kanten.
$O\infty$	460 11' 30"	1330 48' 30"
$\frac{1}{2}O\infty$	31 44 15	148 15 45
$O\infty 3$	103 58 4	76 1 56

## Prismen der brachydiagonalen Reihen.

	Endkanten.	makrodiagonale Kanten.
$O\infty$	550 8' 6"	1240 51' 54"
$2O\infty$	29 16 6	150 43 54
$O3\infty$	114 54 4	65 5 56

## 3) Die rhombischen Dyoeder.

Weil man unter Dyoeder ein einzelnes Paar paralleler Flächen versteht, so ist über die Gestaltseigenschaften der Dyoeder an sich nichts zu sagen, da die zwei einander gleichen parallelen Flächen eines Dyoeders in ihrer unendlichen Ausdehnung keinen Raum vollständig begrenzen können, sondern erst durch die Verbindung mit anderen einfachen Krystallformen in Gestalt und Grösse bestimmt werden. Nach der Lage aber der Flächen werden die Dyoeder des rhombischen Systems als von dreierlei Art unterschieden, je nachdem eine Dyoederfläche durch einen, oder durch zwei, oder durch drei Endpunkte rhombischer Axen gelegt ist, wodurch man die holoedrischen, hemiedrischen und tetartoedrischen Dyoeder zu unterscheiden hat. Die beiden letzteren Arten, welche ihrer Entstehung nach Hemiprismen und Tetartooktaeder genannt werden, finden später ihre Erörterung; die holoedrischen Dyoeder aber führen ausschliesslich den Namen „Dyoeder“

Nach den drei Axen gibt es drei Dyoeder, ein horizontales und zwei vertikale, welche als makro- und brachy-diagonales unterschieden werden. Wenn nämlich durch jeden Endpunkt der Hauptaxe eines rhombischen Axenverhältnisses eine Ebene parallel dem Mittelqueerdurchschnitt, oder den beiden Nebenaxen gelegt wird, so bilden diese beiden Flächen, deren Lage durch das allgemeine Verhältniss  $(A : \infty B : \infty C)$  oder in Bezug auf die Grundform durch  $(a : \infty b : \infty c)$  bestimmt wird, das horizontale Dyoeder, dessen Zeichen  $O\infty\infty$  ist. Es stellt dieses Dyoeder das letzte Glied der stumpferen Oktaeder der vertikalen Hauptreihe der Oktaeder Omm dar, indem bei dem Werthe  $m = \infty$  je vier die Endecken bildenden Flächen in eine dem Mittelqueerdurchschnitt parallele Ebene fallen und eine horizontale Dyoederfläche bilden. Wird dagegen durch jeden Endpunkt der Makrodiagonale eine Ebene dem brachydiagonalen Hauptschnitt oder der Hauptaxe und der Brachydiagonale parallel gelegt, so bilden diese beiden Flächen das makrodiagonale Dyoeder, dessen Zeichen  $\infty O\infty$  ist, weil die Lage der Flächen durch

das Verhältniss ( $\infty A : B : \infty C$ ), oder auf die Grundform bezogen, durch ( $\infty a : b : \infty c$ ) bedingt wird. Hieraus erhellt auch, wie das makrodiagonale Dyoeder als das letzte Glied der stumpferen Oktaeder der makrodiagonalen Hauptreihe, der Oktaeder  $mO_m$  anzusehen ist, indem bei dem Werthe  $m = \infty$  je vier an einer makrodiagonalen Ecke liegende Flächen in eine dem brachydiagonalen Hauptschnitt parallele Ebene fallen. Wird endlich durch jeden Endpunkt der Brachydiagonale eine Ebene parallel dem makrodiagonalen Hauptschnitt, oder der Hauptaxe und der Makrodiagonale gelegt, so bilden die beiden Flächen das brachydiagonale Dyoeder, welches durch  $\infty O_{\infty}$  bezeichnet wird. Das Zeichen ergibt sich aus dem Verhältniss ( $\infty A : \infty B : C$ ) oder ( $\infty a : \infty b : c$ ), durch welches die Lage der Flächen bestimmt wird und welches zugleich zeigt, wie das brachydiagonale Dyoeder das letzte Glied der stumpferen Oktaeder der brachydiagonalen Hauptreihe, nämlich der Oktaeder  $mO_m$  ist, indem bei einem unendlich grossen Werthe für  $m$  je vier eine brachydiagonale Ecke bildende Flächen in eine dem makrodiagonalen Hauptschnitt parallele Ebene fallen.

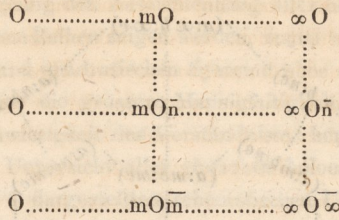
Am Schlusse der Betrachtung der holoedriscen Formen wird die nachfolgende Zusammenstellung den Zusammenhang der schon erörterten Systeme, des regulären und quadratischen, mit dem rhombischen deutlich machen und zeigen, wie alle holoedriscen rhombischen Formen sich aus dem quadratischen durch eine eintretende Verschiedenheit der beiden Nebenaxen, oder aus dem regulären durch eine eintretende Ungleichheit der Axen ergeben:

Reguläres	quadratisches	rhombisches System.
O	O	O
mO	mO + Om	mO + O $\bar{m}$ + O $\check{m}$
$\infty$ O	$\infty$ O + O $\infty$	$\infty$ O + O $\bar{\infty}$ + O $\check{\infty}$
mOm	mOm + Omm	mO $\bar{m}$ + mO $\check{m}$ + Omm
$\infty$ O $\infty$	$\infty$ O $\infty$ + O $\infty$ $\infty$	$\infty$ O $\bar{\infty}$ + $\infty$ O $\check{\infty}$ + O $\infty$ $\infty$
mOn	mOn + nOm + Omn	mO $\bar{n}$ + mO $\check{n}$ + nO $\bar{m}$ + nO $\check{m}$ + Omn + Onm
$\infty$ On	$\infty$ On + nO $\infty$ + O $\infty$ n	$\infty$ O $\bar{n}$ + $\infty$ O $\check{n}$ + nO $\bar{\infty}$ + nO $\check{\infty}$ + O $\infty$ n + O $\infty$ n

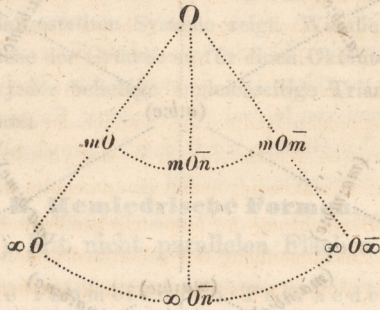
Vergleicht man die verschiedenen Arten rhombischer Oktaeder, Prismen und Dyoeder untereinander, so lassen sich auch wieder Reihen der mannigfachsten Art aufstellen, welche die Uebergänge aus der Grundform in die Prismen der Hauptreihen und die Dyoeder, und zwischen den letzteren darstellen, wie z. B.

O.....mO.....	$\infty$ O
O.....mO $\bar{m}$ .....	$\infty$ O $\bar{\infty}$
$\infty$ O..... $\infty$ O $\bar{\infty}$ .....	$\infty$ O $\bar{\infty}$

deren Glieder wieder untereinander durch  $m\bar{O}n$  verbunden werden, wie es das Schema



oder das cyclische Schema



zeigt. Solcher Schemate könnten sechs aufgestellt werden, welche aber der besseren Uebersicht wegen vereint in Fig. 5 dargestellt sind und auch ohne beson-

Fig. 5.

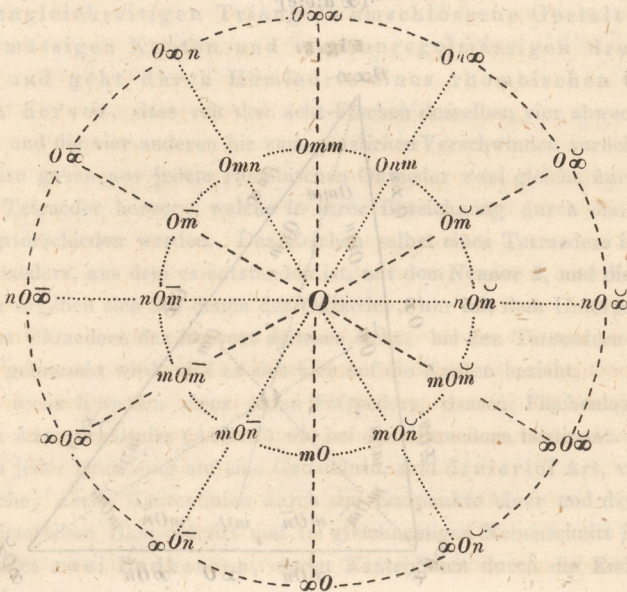


Fig. 6.

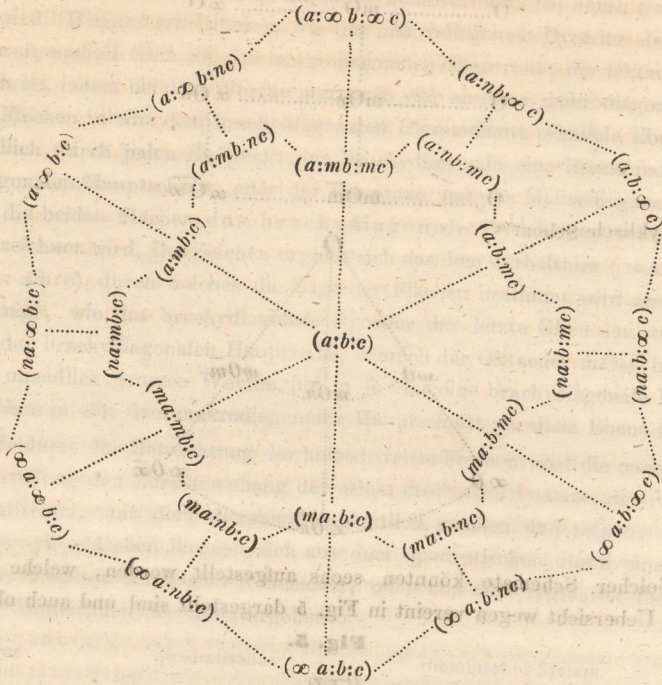
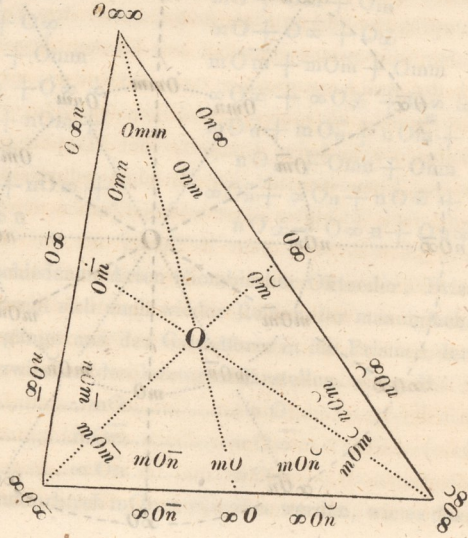


Fig. 7.





dere Erklärung deutlich genug den Zusammenhang aller holoedrischen Formen und die verschiedenen möglichen Reihen zeigen werden, zumal wenn man auf das zurücksieht, was im regulären und quadratischen Systeme über diese Reihen gesagt worden ist, so dass auch hier die grössere Mannigfaltigkeit zufolge der Ungleichheit aller drei Axen keine Schwierigkeit des Verständnisses hervorbringen wird.

Diese schematische Uebersicht aller einfachen holoedrischen Formen ergibt sich auch aus der in Fig. 6 dargestellten schematischen Uebersicht aller Axenverhältnisse für einen Oktanten, welche auch zugleich den Zusammenhang und den Uebergang der schon dargestellten Systeme zeigt. Wie die Flächen aller abgeleiteten Formen um die Fläche der Grundform für einen Oktanten vertheilt sind, zeigt die Fig. 7, in welcher jeder beliebige ungleichseitige Triangel die Fläche O der Grundform darstellen kann.

## B. Hemiedrische Formen.

### a) Mit nicht parallelen Flächen.

#### Die rhombischen Tetraeder.

(Syn. Rhombische Spheuoeder; Breithaupt und Bernhardt. Rhombische Spheoide; Naumann. Tetraedrische Gestalten, von ähnlichen und gleichen ungleichseitigen Dreiecken begrenzt; Mohs. Tartaroid; Haidinger.)

Ein rhombisches Tetraeder ist eine von vier gleichen und ähnlichen ungleichseitigen Triangeln umschlossene Gestalt mit sechs unregelmässigen Kanten und vier unregelmässigen dreikantigen Ecken, und geht durch Hemiedrie eines rhombischen Oktaeders dadurch hervor, dass von den acht Flächen desselben vier abwechselnde sich erweitern und die vier anderen bis zum gänzlichen Verschwinden zurücktreten. Auf diese Weise gehen aus jedem rhombischen Oktaeder zwei gleiche nur verschieden gestellte Tetraeder hervor, welche in ihrer Bezeichnung durch den beigefügten Accent unterschieden werden. Das Zeichen selbst eines Tetraeders ist das desjenigen Oktaeders, aus dem es entstanden ist, mit dem Nenner 2, und die Namen der Tetraeder ergeben sich aus denen der Oktaeder, nur mit dem Unterschiede, dass, wo bei den Oktaedern das Beiwort spitzere steht, bei den Tetraedern das Beiwort schärfere gebraucht wird, weil es sich hier auf die Kanten bezieht.

Die sechs Kanten eines jeden Tetraeders, dessen Flächenlage allgemein durch das Axenverhältniss (A:B:C) wie bei den Oktaedern bestimmt wird, abgesehen von jeder Beziehung auf eine Grundform, sind dreierlei Art, von jeder Art zwei gleiche, deren Kantenlinien durch die Endpunkte einer und derselben Axe, parallel demselben Hauptschnitt und im gleichnamigen Nebenschnitt liegen. Man unterscheidet zwei Endkanten, deren Kantenlinien durch die Endpunkte der

Hauptaxe parallel dem Mittelqueerdurchschnitt gelegt sind, und von denen jede in einem vertikalen Nebenschnitt parallel der zugehörigen horizontalen Zwischenaxe liegt. Ferner giebt es zwei makrodiagonale und zwei brachydiagonale Kanten. Die Kantenlinien der ersteren sind durch die Endpunkte der Makrodiagonale dem brachydiagonalen Hauptschnitt parallel gelegt, die der letzteren dagegen durch die Endpunkte der Brachydiagonale parallel dem makrodiagonalen Hauptschnitt. Ausserdem liegt jede makrodiagonale Kantenlinie in einem makrodiagonalen Nebenschnitt der zugehörigen makrodiagonalen Zwischenaxe parallel und jede brachydiagonale Kantenlinie in einem brachydiagonalen Nebenschnitt parallel der zugehörigen brachydiagonalen Zwischenaxe. Jede Kantenlinie wird durch die Axe, durch deren Endpunkt sie gelegt ist, in zwei gleiche Theile getheilt. Die Ecken sind unter sich gleich und von je drei verschiedenen Kanten gebildet. Die Hauptschnitte sind von derselben Gestalt, wie in dem entsprechenden Holoeder, die Nebenschnitte aber sind gleichschenklige Triangel.

Wenn die Endkanten mit Z, die makrodiagonalen Kanten mit Y und die brachydiagonalen Kanten mit X bezeichnet werden, so wird die Grösse der Kantwinkel im Allgemeinen durch nachfolgende Gleichungen bestimmt:

$$\cos. Z = \frac{A^2 B^2 + A^2 C^2 - B^2 C^2}{A^2 B^2 + A^2 C^2 + B^2 C^2}, \quad \cos. \frac{1}{2} Z = \frac{A \sqrt{(B^2 + C^2)}}{\sqrt{(A^2 B^2 + A^2 C^2 + B^2 C^2)}},$$

$$\text{tang. } \frac{1}{2} Z = \frac{BC}{A \sqrt{(B^2 + C^2)}};$$

$$\cos. Y = \frac{A^2 B^2 + B^2 C^2 - A^2 C^2}{A^2 B^2 + A^2 C^2 + B^2 C^2}, \quad \cos. \frac{1}{2} Y = \frac{B \sqrt{(A^2 + C^2)}}{\sqrt{(A^2 B^2 + A^2 C^2 + B^2 C^2)}},$$

$$\text{tang. } \frac{1}{2} Y = \frac{AC}{B \sqrt{(A^2 + C^2)}};$$

$$\cos. X = \frac{A^2 C^2 + B^2 C^2 - A^2 B^2}{A^2 B^2 + A^2 C^2 + B^2 C^2}, \quad \cos. \frac{1}{2} X = \frac{C \sqrt{(A^2 + B^2)}}{\sqrt{(A^2 B^2 + A^2 C^2 + B^2 C^2)}},$$

$$\text{tang. } \frac{1}{2} X = \frac{AB}{C \sqrt{(A^2 + B^2)}};$$

## b) Hemieder mit parallelen Flächen.

### 1) Die rhombischen Hemioктаeder.

Mit diesem Namen werden die hemiedrischen rhombischen Prismen benannt, um sie von den holoedrischen rhombischen Prismen zu unterscheiden, für welche der Name rhombische Prismen ausschliesslich im Gebrauch bleibt, wie schon oben erwähnt wurde. Die Hemioктаeder entstehen, wie bereits der Name angiebt, durch

Hemiedrie der rhombischen Oktaeder, nur nach einem anderen Gesetz, als wie die rhombischen Tetraeder. Wenn man nämlich die acht Flächen eines Oktaeders in Bezug auf ihre Vertheilung nach den gleichnamigen Kanten betrachtet, so bilden sie stets vier Paare; um nun zu unterscheiden, wie man die Vertheilung angesehen wissen will, könnte man am einfachsten die Paare nach den Kanten selbst, an denen sie liegen, benennen, ein später einleuchtender Grund aber verlangt eine andere Benennung nach den Zwischenaxen, denen die Kantenlinien parallel gehen. Hiernach werden je zwei Flächen, welche eine makrodiagonale Kante bilden, brachydiagonales Paar genannt werden, weil die makrodiagonale Kantenlinie einer brachydiagonalen Zwischenaxe parallel ist; ein makrodiagonales Paar aber heissen je zwei Flächen, welche eine brachydiagonale Kante bilden, da deren Kantenlinie einer makrodiagonalen Zwischenaxe parallel ist; je zwei Flächen endlich, welche eine Seitenkante bilden, heissen horizontales Paar, weil die Seitenkantenlinien den horizontalen Zwischenaxen parallel gehen. So betrachtet und benannt bilden also die acht Flächen eines Oktaeders entweder vier brachydiagonale, oder vier makrodiagonale, oder vier horizontale Paare. Wenn nun nach diesen Paaren eine Hemiedrie eintritt, und von vier gleichnamigen Paaren zwei abwechselnde zu parallelen Kantenlinien gehörige herrschend werden, während die beiden anderen bis zu ihrem gänzlichen Verschwinden zurücktreten, so entstehen aus einem Oktaeder jederzeit zwei gleiche nur verschieden gestellte Hemieder, Hemioktaeder genannt, von der Form rhombischer Prismen, deren Richtungslinie eine gleichnamige Zwischenaxe ist. Da die Zwischenaxen und die nach ihnen benannten Paare dreierlei Art sind, so entstehen auch aus jedem rhombischen Oktaeder dreierlei Hemioktaeder, entweder zwei brachydiagonale, oder zwei makrodiagonale, oder zwei horizontale Hemioktaeder.

Ein brachydiagonales Hemioktaeder entsteht demnach aus einem rhombischen Oktaeder dadurch, dass zwei an zwei parallelen makrodiagonalen Kantenlinien liegende brachydiagonale Flächenpaare herrschend werden, während die beiden anderen verschwinden; die Flächen des dadurch hervorgehenden hemiedrischen Prisma sind derjenigen brachydiagonalen Zwischenaxe als Richtungslinie parallel, welche den beiden makrodiagonalen Kantenlinien, an denen die herrschend gewordenen Paare anliegen, parallel läuft. Die Kanten sind zweierlei Art, zwei derselben sind die unveränderten makrodiagonalen Kanten des Oktaeders und behalten auch hier diesen Namen; ihre Kantenlinien sind durch je zwei Endpunkte der Hauptaxe und der Makrodiagonale gelegt. Die anderen beiden Kanten, deren Kantenlinien durch die Endpunkte der Brachydiagonale parallel der Ebene des makrodiagonalen Hauptschnittes gelegt sind, heissen brachydiagonale Kanten.

Ein makrodiagonales Hemioktaeder entsteht aus einem rhombischen Oktaeder dadurch, dass zwei an zwei parallelen brachydiagonalen Kantenlinien

liegende makrodiagonale Paare herrschend werden, während die beiden anderen verschwinden. Die Richtungslinie dieses so entstandenen hemiedrischen Prisma ist diejenige makrodiagonale Zwischenaxe, welche den beiden brachydiagonalen Kantenlinien, deren anliegende Flächen herrschend werden, parallel ist. Die Kanten des Hemioktaeders werden als brachydiagonale und makrodiagonale unterschieden, von denen die ersteren die zwei unveränderten des Oktaeders selbst sind, die letzteren aber die, deren Kantenlinien durch die Endpunkte der Makrodiagonale parallel dem brachydiagonalen Hauptschnitt gelegt sind.

Ein horizontales Hemioktaeder endlich entsteht dadurch, dass zwei an zwei parallelen Seitenkantenlinien liegende horizontale Flächenpaare herrschend werden, während die beiden anderen verschwinden. Die Richtungslinie des so entstandenen hemiedrischen Prisma ist eine horizontale Zwischenaxe und zwar die, denen die zwei erwähnten Seitenkantenlinien parallel gehen. Die beiden unveränderten Seitenkanten des Oktaeders behalten auch in dem Hemioktaeder diesen Namen, während die beiden anderen, deren Kantenlinien durch die Endpunkte der Hauptaxe parallel dem Mittelqueerdurchschnitt gehen, Endkanten heissen.

Was die Grösse der Kantenwinkel in den verschiedenen Hemioktaedern betrifft, so ergibt sich dieselbe aus den Kantenwinkeln der Holoeder, da je zwei Kanten immer die unveränderten des Oktaeders selbst sind, und die zwei anderen die Winkel jener zu  $180^\circ$  ergänzen. Um die Hemioktaeder in ihrer Bezeichnung als Hemieder der Oktaeder von den Tetraedern zu unterscheiden, wird es zunächst das einfachste sein, den Nenner 2 unter einen doppelten Theilungsstrich zu setzen, wodurch zugleich die Parallelität der Hemieder angegeben wird; da aber nicht aus jedem rhombischen Oktaeder nur zwei Hemioktaeder entstehen können, wie zwei Tetraeder entstehen, sondern dreierlei Hemioktaeder möglich sind, so müssen auch diese dreierlei Hemioktaeder eines und desselben Oktaeders unter sich durch irgend ein Zeichen unterschieden werden. Am kürzesten geschieht dies jedenfalls dadurch, dass man für die makrodiagonalen Hemioktaeder über das O das Zeichen (-) und für die brachydiagonalen Hemioktaeder über das O das Zeichen (v) setzt, während für die horizontalen Hemioktaeder das unbezeichnete O bleibt. So würden also z. B. die aus einem terminalspitzeren rhombischen Oktaeder der brachydiagonalen Nebenreihe, aus  $n\overset{\circ}{O}m$  hervorgehenden dreierlei Hemioktaeder in ihrer Bezeichnung durch  $\frac{n\overset{\circ}{O}m}{2}$ ,  $\frac{n\overset{\vee}{O}m}{2}$ , und  $\frac{n\overset{-}{O}m}{2}$  dargestellt werden. Die jedesmaligen beiden

gleichen nur verschieden gestellten Gegenhemieder werden durch den dem O des einen beigefügten Accent unterschieden, wonach also beispielsweise die sechs möglichen aus der Grundform O hervorgehenden Hemioktaeder durch die Zeichen  $\frac{O}{2}$ ,  $\frac{O'}{2}$ ,  $\frac{\bar{O}}{2}$ ,  $\frac{\bar{O}'}{2}$ ,  $\frac{\check{O}}{2}$  und  $\frac{\check{O}'}{2}$  dargestellt werden.

## 2) Die rhombischen Hemiprismen.

So werden die hemiedrischen Dyoeder genannt, um sie von den ausschliesslich Dyoeder genannten holoedrischen Dyoedern zu unterscheiden. Sie entstehen durch Hemiedrie der rhombischen Prismen dadurch, dass zwei parallele Flächen eines solchen herrschend werden, während die beiden anderen verschwinden. Es giebt demnach so viele Arten von Hemiprismen, als es Prismen giebt, welche daher auch im Allgemeinen als vertikale, makrodiagonale und brachydiagonale Hemiprismen unterschieden werden, je nachdem sie aus einem Prisma der vertikalen, makrodiagonalen oder brachydiagonalen Reihen hervorgegangen sind. Ihr Zeichen ist immer das des entsprechenden holoedrischen Prisma mit dem Nenner 2, und die beiden jedesmaligen Gegenhemieder werden durch den dem O des einen beigefügten Accent unterschieden, z. B.  $\frac{nO\varpi}{2}$  und  $\frac{nO'\varpi}{2}$ .

**C. Tetartoedrische Formen.**

## Die Tetartooktaeder.

Mit diesem Namen werden die tetartoedrischen Dyoeder benannt, welche durch Tetartoedrie der rhombischen Oktaeder entstehen, indem von den acht Flächen eines solchen zwei einander parallele herrschend werden, während die anderen drei Paare paralleler Flächen bis zum gänzlichen Verschwinden zurücktreten. Ihre Bezeichnung ist zunächst die des Holoeders, also eines Oktaeders, mit dem Nenner 4, da aber aus jedem Oktaeder vier Tetartooktaeder hervorgehen, die unter sich zwar gleich, aber von verschiedener Stellung sind, so müssen diese wieder unter sich unterschieden werden. Man kann hierbei von einer zwar willkürlichen, aber meist sehr gewöhnlichen Stellung rhombischer Formen ausgehen, nämlich dass bei den Oktaedern und bei den Prismen der vertikalen Reihen die brachydiagonalen Kanten dem Beobachter zugekehrt und die makrodiagonalen Kanten rechts und links liegen. So werden nun von den vier Flächen eines Oktaeders, welche über dem Mittelqueerdurchschnitt eine vierseitige Pyramide bilden, zwei Flächen dem Beobachter zugekehrt und zwei abgewendet liegen, wesshalb sie vordere und hintere benannt und durch die vorgesetzten Buchstaben v und h unterschieden werden. Ausserdem werden dann die beiden abwechselnden mit oder ohne Accent neben dem Zeichen O geschrieben, so dass also die aus einem Oktaeder mO z. B. möglicherweise hervorgehenden Tetartooktaeder durch die Bezeichnung  $v \frac{mO}{4}$ ,  $v \frac{mO'}{4}$ ,  $h \frac{mO}{4}$  und  $h \frac{mO'}{4}$  unterschieden werden.

Ein Rückblick auf die Hemieder und Tetartoeder zeigt, wenn sie mit den Hemiedern und Tetartoedern des quadratischen und regulären Systems verglichen werden, dass auch hier nur die Hemieder mit nicht parallelen Flächen eine Analogie darbieten und sich aus jenen Systemen ableiten lassen, während die parallelflächige Hemiedrie und die Tetartoedrie ihrem eigenen Gesetze folgt, welches dort nicht zulässig ist.

## Darstellung der zweifachen Combinationen.

### A. Holoeder mit Holoedern.

Um eine weitläufige Darstellung der Combinationen aller möglichen abgeleiteten Formen an der Grundform und unter einander zu vermeiden, werden die rhombischen Formen mit ihren allgemeinsten Axenverhältnissen dargestellt und an ihnen so die möglichen Combinationen erörtert, woraus dann für jeden einzelnen Fall das Combinationsverhältniss bestimmt werden kann, wenn man die besonderen Werthe der Axenverhältnisse in Bezug auf eine bestimmte Grundform setzt.

1) An einem rhombischen Oktaeder, dessen Axenverhältniss durch  $(A:B:C)$  ausgedrückt wird, bilden bei gleicher Stellung der Axen die Flächen:

1) eines rhombischen Oktaeders, dessen Axenverhältniss  $(A':B':C')$  ist:

Zuschärfung der Seitenkanten, wenn  $A':B' \geq A:B$ ,  $A':C' \geq A:C$  und  $B':C' = B:C$  ist;

vierfl. Zusp. der makrodiagonalen Ecken, die Zuspitzungsfl. auf die Fl. aufgesetzt, wenn  $A':B' \geq A:B$  und  $B':C' < B:C$ , wobei die Combinationskanten mit brachydiagonalen Kanten entweder nach den brachydiagonalen Ecken hin convergiren, oder parallel laufen, oder nach den Endecken hin convergiren, wenn  $A':C'$  grösser, oder gleich, oder kleiner als  $A:C$  ist;

Zusch. der makrodiagonalen Kanten, wenn  $A':B' = A:B$ ,  $A':C' < A:C$  und  $B':C' < B:C$  ist;

vierfl. Zusp. der Endecken, die Zusp. Fl. auf die Fl. aufgesetzt, wenn  $A':B' < A:B$  und  $A':C' < A:C$ , wobei die Combinationskanten mit den Seitenkanten entweder nach den makrodiagonalen Ecken hin convergiren, oder parallel laufen, oder nach den brachydiagonalen Ecken