lich $\frac{1}{6}$ ihrer Höhe. Die Mauern an den Brückenflügeln (aîle) sind ein Beweis, dafs man sie viel schräger machen dürfe, indem ihre Oberfläche gemeiniglich anderthalb mahl die Höhe dieser Mauer ist. Der zu scharfen Spitze, welche der Winkel bey einer zu grofsen Böschung erhält, hilft man dadurch ab, dafs man ihn abstumpft, wie Fig. 6. anzeigt, oder noch besser, wenn man sie einfugt, wie sie die 7te Figur darstellt. Freylich entsteht hierdurch ein grofser Abfall von den Steinen; diesen zu vermeiden, und doch auch zu gleicher Zeit die nähmliche Festigkeit zu erhalten, die eine grofse Böschung gibt, macht man die Bekleidung oft von gehauenen Steinen, die durch eiserne Klammer zusammen verbunden sind. Es ist auch gegen diese in ökonomischer Rücksicht so vortheilhafte Bauart nichts einzuwenden, wenn nur die Steine nicht locker, oder wohl gar schieferartig sind, weil alsdann das Wasser viel leichter eindringt, als wenn sie horizontal gesetzt werden.

II. Figur und Stärke des Deichs nach der zweyten Hypothese.

§. 15.

Es wird hier, eben wie bey der ersten Hypothese angenommen, dafs der Deich am Fufse feststehe, und nicht weg gleiten könne; sonst aber besteht er hier aus lauter horizontalen Schichten, die sich trennen können. Nun kömmt es darauf an, der Wasserseite eine solche Krümmung zu geben, dafs die verschiedenen Schichten den verschiedenen Kräften, welche sie wegzudrängen streben, mit gleicher Stärke widerstehen. Um alles, was nicht eigentlich zur Sache gehört, weg zu lassen, nehmen wir an, dafs die Landseite lothrecht, und die Höhe des Wassers mit der des Deiches einerley sey.

Es sey also HET (Fig. 8.) das Profil des Deichs; HK das Niveau des Wassers; HF die gesuchte krumme Linie, welche die Oberfläche der Wasserseite bildet; HT die senkrechte innere

Seite; M N n m eine unbestimmte unendlich kleine horizontale Schichte, nach welcher der Deich, vermöge der Kraft des Wassers über H M, zu brechen drohet.

Wenn dieses angenommen wird, so ist es klar, wenn der Deich wirklich in M N bricht, dafs da der obere Theil H M N sich von dem untern M N T F trennt, indem M nach N rückt, und dafs in dem Augenblick des Bruches um den Punct N eine kleine drehende Bewegung erfolgen müsse. Man mufs also die Kräfte kennen, welche auf die Schichte M N n m wirken, und sie ins Gleichgewicht setzen, wobey der Punct N als der Unterstützungspunct des Hebels M N n m angenommen werden mufs. Diese Kräfte sind

1stens der horizontale Druck des Wassers.

2tens der verticale Druck des Wassers.

3tens die Schwere des Theils H M N des Deiches.

4tens die Cohäsion der beyden Oberflächen M N n m.

Diese Kraft ist dem Widerstande ähnlich, welchen ein Balken leistet, der in einer Mauer befestigt, und mit einem grofsen Gewichte beschwert ist, wobey jedoch dieser Unterschied unter diesen beyden Kräften bemerkt werden mufs, dafs die Fiebern eines Balkens sich biegen und ausdehnen lassen, woraus folgt, dafs er in dem ganzen Querschnitte, nachdem er bricht, nicht mit gleicher Kraft widersteht. Da hingegen die Cohäsion der beyden Oberflächen M N und n m des Deiches in der ganzen Länge M N einerley seyn mufs.

Von diesen vier verschiedenen Kräften, ist die erste die einzige, welche den Theil H M N um den Punct N umzustürzen strebet, und der von den andern dreyen das Gleichgewicht gehalten wird. Jetzt müssen wir also die Momente dieser Kräfte in Rücksicht des Punctes N suchen.

Es sey daher H P oder M N . . . . $= x$.

— — — PM . . . . $= y$.

Das specifische Gewicht des Wassers : : . : $= p$.
— — — — Deichs . . . . . $= \pi$.

So ist 1stens das Moment des horizontalen Drucks vom Wassers $= \frac{py^3}{6}$.

2tens das Moment des verticalen Drucks $= \int pxydx$.

3tens das Moment des Theils HMN vom Deiche $= \int \frac{\pi xxdy}{2}$.

4tens da die Cohäsions-Kraft, in allen Puncten der geraden Linie MN gleich ist, wie wir schon bemerkt haben, so ist klar, daſs ihr Moment in Rücksicht des Punctes N, dem $x \cdot \frac{x}{2}$ proportional seyn muſs. Nimmt man nun an, daſs die Cohäsions-Kraft in einer gegebenen Länge h gleich einem gegebenen Gewichte Q sey, und erinnert sich nun, daſs es hier nur auf das Profil ankömmt, so kann man für dieses Gewicht Q eine Quadrat-Schichte Wasser setzen, deren Seite k gegeben ist, so wird das Moment dieser Kraft $= \frac{pkk}{h} \cdot \frac{xx}{2}$. Ein Moment, welches, wie man sieht, mit den andern von gleicher Art ist.

Nach dem Gesetze des Gleichgewichts wird folgende Gleichung Statt haben: $\frac{py^3}{6} = \int pxydx + \int \frac{\pi xxdy}{2} + \frac{pkkxx}{2h}$ wozu, um sie aufzulösen, erforderlich ist, daſs das Verhältniſs zwischen x und y bekannt sey.

§. 16.

Wenn man diese Gleichung differentiirt, so kekömmt man

$$\frac{pyydy}{2} = pxydx + \frac{\pi xxdy}{2} + \frac{pkkxdx}{h}$$

oder setzt man, um die Rechnung abzukürzen, $\frac{p}{\pi} = n$, $\frac{pkk}{\pi h} = N$, so hat man $\frac{nyydy}{2} = nxydx + \frac{xxdy}{2} + Nxdx$

oder noch besser

$$nyydy = xxdy + (2ny + 2N)\, xdx.$$

Nun sey $2ny + 2N = z$, und folglich $dy = \frac{dz}{2n}$, und $yy = (\frac{z - 2N}{2n})^2$:

wenn nun alles gehörig verwechselt wird, so erhält man

$$\frac{xxdz}{2n} + zxdx = \frac{dz}{2} \left(\frac{z - 2N}{2n}\right)^2$$

oder

$$xxdz + 2nzxdx = \frac{dz}{4n} (z - 2N)^2.$$

Wäre nun $n = 1$, so würde diese Gleichung integrabel seyn. Weil n aber nicht $= 1$ ist, so kömmt es darauf an, eine Function von z zu finden, welche, wenn man damit die ganze Gleichung multiplicirt, das erste Glied integrabel macht, denn es ist klar, dafs das zweyte es immer seyn wird, es sey nun algebraisch, oder vermöge der Quadratur der krummen Linien. Jetzt findet man, entweder durch die bekannte Methode, oder auch durch die simple Fertigkeit, die man im Calcul besitzt, dafs die gesuchte Function $z^{\frac{1}{n} - 1}$ ist; also multiplicire man die ganze Gleichung mit $z^{\frac{1}{n} - 1}$, so bekömmt man

$$xxz^{\frac{1}{n} - 1} dz + 2nz^{\frac{1}{n}} xdx = \frac{z^{\frac{1}{n} + 1} dz - 4Nz^{\frac{1}{n}} dz + 4N^2 z^{\frac{1}{n} - 1} dz}{4n}$$

und das Integral ist

$$nxxz^{\frac{1}{n}} + A = \frac{z^{\frac{1+2n}{n}}}{4(1 + 2n)} \div \frac{Nz^{\frac{1+n}{n}}}{1 + n} + N^2 z^{\frac{1}{n}}$$

oder wenn man für z wieder seinen Werth setzt

$$nxx(2ny+2N)^{\frac{1}{n}}+A=\frac{(2ny+2N)^{\frac{1+2n}{n}}}{4(1+2n)}\div\frac{N(2ny+2N)^{\frac{1+n}{n}}}{n+1}$$
$$+N^2(2ny+2N)^{\frac{1}{n}}.$$

Die Constante A muſs so seyn, daſs $y=0$ ist, wenn man $x=0$ setzt, weil alsdann das Moment des horizontalen Drucks des Wassers verschwindet, und folglich die Momente der andern Kräfte denn auch verschwinden müssen.

Hiernach hat man also

$$A=\frac{(2N)^{\frac{1+2n}{n}}}{4(1+2n)}\div\frac{N(2N)^{\frac{1+n}{n}}}{n+1}+N^2(2N)^{\frac{1}{n}}$$

Folglich wird die völlige Gleichung der gesuchten krummen Linie seyn

$$nxx(2ny+2N)^{\frac{1}{n}}+\frac{(2N)^{\frac{1+2n}{n}}}{4(1+2n)}\div\frac{N(2N)^{\frac{1+n}{n}}}{1+n}+N^2(2N)^{\frac{1}{n}}$$
$$=\frac{(2ny+2N)^{\frac{1+2n}{n}}}{4(1+2n)}\div\frac{N(2ny+2N)^{\frac{1+n}{n}}}{1+n}+N^2(2ny+2N)^{\frac{1}{n}}.$$

Diese krumme Linie, die von einem hohen Grade ist, ist dennoch leicht zu beschreiben, weil die unbestimmten x und y sich von selbst absondern, so daſs man also, um x und y zu bekommen, nur eine simple Gleichung vom zweyten Grade, der dazu noch das zweyte Glied fehlt, aufzulösen hat. Die constante Zahl n ist das Verhältniſs der specifischen Schwere des Wassers und des Deiches. Der Werth von N aber muſs durch Versuche und Erfahrung bekannt seyn.

§. 17.

Wir haben geglaubt, daſs man hier mit Vergnügen diese Aufgabe ganz allgemein aufgelöset finden würde. Wenn man aber auf die Cohäsions-Kraft nicht achtet, welche übrigens noch zur Festigkeit des Deichs mit beyträgt, so wird die Gleichung ganz ausserordentlich einfach, weil alsdann N = o, und folglich $nxx\ (2ny)^{\frac{1}{n}} = \frac{(2ny)^{\frac{1+2n}{n}}}{4(1+2n)}$ ist; hieraus die Quadrat-Wurzel gezogen, gibt $x = y\sqrt{\left(\frac{n}{1+2n}\right)}$.

Diese Gleichung gibt zu erkennen, dass die Oberfläche der Wasserseite nach einer geraden Linie gebildet ist, die gegen die Basis FT so geneigt ist, dass $FT : HT = \sqrt{\left(\frac{n}{1+2n}\right)} : 1$

Bey Deichen von Erde, wofür diese Formeln, wie wir schon bemerkt haben, hauptsächlich gelten, verhalten sich die specifischen Gewichte p und π unter sich, gemeiniglich wie die die Zahlen 7 und 10, und folglich wäre hier $n = \frac{7}{10}$, und so ist der Werth von $\sqrt{\left(\frac{n}{1+2n}\right)}$ ungefähr $\frac{13}{24}$, und also verhält sich FT : HT = 13 : 24. Woraus man also sieht, dass nach der Theorie, das Profil eines Deiches von Erde ein rechtwinkeliger Triangel seyn muss, dessen Basis $\frac{13}{24}$ seiner Höhe ist. In Ansehung der Practik werden wir noch zweyerley bemerken.

1stens. Dass eine Böschung von der Hälfte der Höhe, welche sich selbst überlassen noch nicht ruhig liegen bleiben würde, vollkommen hinreicht, wenn sie nach der Anweisung §. 7. gemacht wird. Und es würde keine Schwierigkeit machen, sie auch noch zu vergrössern, wenn man es für nöthig finden sollte. Und folglich sind hier Theorie und Practik sehr gut zu vereinigen.

2tens. Ist es unmöglich, dass der Deich an der Landseite sollte senkrecht seyn können, wie bey der Auflösung der Aufgabe angenommen worden. Folglich muss er entweder mit Mauerwerk seyn, oder man muss ihm auch eine grössere Böschung lassen, welche nach den verschiedenen Erdarten, zwischen $1\frac{1}{6}$ bis 2 der Höhe gleich seyn wird.

Weil man aber nicht bloſs auf den Druck, sondern auch auf die Filtration Rücksicht nehmen muſs, und weil es ohnedem nicht rathsam ist, dem Deiche eine spitze Krone zugeben, welche sich nicht lange halten würde, so kann man nicht umhin, ihm oben wenigstens 2 Fuſs Breite zu geben. Diese gröſsere Dicke, und die Böschung an der Landseite, werden hinreichend seyn, um dadurch das erforderliche Uebermaſs über das Gleichgewicht zu erhalten. Man sieht also, daſs die Dämme der Teiche und Landseen, die man bisher gemacht hat, und welche nur bloſs zugleich mit zum Wege dienten, viel zu dick sind.

§. 18.

Ehe wir dieses Kapitel beschlieſsen, müssen wir noch bemerken, daſs, da in den Landseen das Wasser gegen die Mitte des Deichs gemeiniglich viel höher steht, daſs er alsdann nach der Theorie dort auch viel stärker, als an den beyden Enden seyn muſs. Aber die Bequemlichkeit und Schönheit erfordert, daſs der Deich überall eine gleiche Breite habe, und das muſs also diejenige seyn, die auf den gefährlichsten Stellen erfordert wird. Die Kosten werden deſshalb nicht viel gröſser werden, weil der Damm an denen Stellen, wo der Calcul nur eine sehr kleine Dicke erfordert, auch nur eine geringe Höhe hat, die also auch leicht etwas stärker zu machen ist.

ZWEYTES KAPITEL.

Von den Werken, welche längs den Flüssen angelegt werden, die Ufer zu beschützen, und den Fluſs in seinem Bette zu erhalten.

§. 19.

Ehe wir noch von den verschiedenen Arten der Deiche, die dem flieſsenden Wasser ausgesetzt sind, reden; werden wir