



Dipl.-Ing. Markus Freistätter

Modellierung und Regelung verfahrenstechnischer Prüfstände

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der technischen Wissenschaften

eingereicht an der

Technischen Universität Graz

Betreuer

Em. O. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Nicolaos Dourdoumas

Priv.-Doz. Dr. techn. Robert Bauer

Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik

Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik

Graz, Jänner 2018

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Dissertation identisch.

Graz, am 31.1.2018
Datum

Markus Freislötter
Unterschrift

Kurzfassung

In dieser Arbeit werden Heißgasprüfstände für Abgasturbolader betrachtet. Der Fokus liegt auf einer Verbesserung des Verhaltens im regelungstechnischen Sinn. Dabei sind vor allem das Führungsverhalten sowie die Störunterdrückung von Interesse. Im Speziellen geht es um den Entwurf der Regelungen der Temperatur des Heißgases und der Turboladerdrehzahl. Da für den Reglerentwurf mathematische Modelle des physikalischen Verhaltens unabdingbar sind, wird zuvor eine ausführliche Modellbildung betrieben.

Für den Entwurf der Temperaturregelung ist ein Modell des thermischen Verhaltens des Heißgasprüfstands erforderlich. Es zeigt sich, dass ein bereits bestehendes mathematisches Modell einer Biomassefeuerung mit Anpassungen und Erweiterungen sehr gut dazu geeignet ist, auch das thermische Verhalten eines Heißgasprüfstandes zu beschreiben. Im Gegensatz dazu werden für die Beschreibung des Verhaltens des Turboladers vollständig neue Modelle entwickelt, da die untersuchten bestehenden das gemessene Verhalten nicht zufriedenstellend abbilden.

Beim Reglerentwurf für Temperatur und Turboladerdrehzahl werden zwei unterschiedliche Strategien verfolgt. Die Regelstrecke für die Drehzahlregelung hängt im Gegensatz zur Strecke für die Temperaturregelung vom Prüfling ab. Aus diesem Grund ist es erforderlich, dass der Drehzahlregler bei Wechsel des Prüflings vom Bediener des Prüfstands angepasst wird. Da die Struktur des Reglers einfach sein soll, wird ein PI-Regler mit Zusatzmaßnahme vorgeschlagen. Bei der Temperaturregelung kommt dagegen ein aufwändigeres Verfahren mit Kalman-Filter zur Zustandsschätzung zum Einsatz.

In Simulationsstudien sowie anhand von Messungen am realen Prüfstand werden die Verbesserungen durch die neu entwickelten Regler nachgewiesen.

Abstract

This work deals with hot gas test beds and turbochargers. The focus lies on improving the performance of the test bed's control systems in terms of rise time and peak overshoot as well as rejection of disturbances. A hot gas test bed consists of various control loops, two of which are studied in this work: The control systems for the temperature of hot gas flowing through the turbine of the turbocharger and for the turbocharger speed.

In order to design and test the controllers mathematical models of the underlying physical processes are needed. For the temperature controller a thermal model for the combustion process of a biomass furnace is presented. This existing model requires some adaption and expansion to be able to describe the combustion process in the combustion chamber of the hot gas test bed. For the turbocharger new models for turbine and compressor are developed. Several existing models were tested but none has proven to be good enough to be used for controller design.

In the design process of the two controllers different circumstances have to be considered. The plant of the temperature control loop does not depend on the device under test whereas the plant of the speed control loop does. As a consequence the speed controller has to be modified by the operator of the test bed when a different turbocharger is tested. Therefore the structure of the controller has to be simple, a PI controller with an extension is proposed. In contrast, the temperature controller utilizes a more sophisticated strategy including a Kalman-Filter for state estimation.

The new controllers are reviewed in numerical simulations and with experiments on the real test bed. The results are excellent proving better performance than standard control methods.

Vorwort

Vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Projektmitarbeiter am Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik an der Technischen Universität Graz. Sie ist das Ergebnis einer Zusammenarbeit des Institutes mit der Firma KS Engineers.

Seitens KS Engineers gilt mein Dank Herrn Dr. Wilfried Rossegger für die Finanzierung des Projekts und das unkomplizierte Ermöglichen von Experimenten an der realen Anlage. Besonders möchte ich mich auch bei Herrn Priv.-Doz. Dr. Robert Bauer bedanken, dessen hervorragende fachliche und persönliche Unterstützung maßgeblich zum Entstehen dieser Arbeit beigetragen hat.

Auf Seiten des Instituts für Regelungs- und Automatisierungstechnik möchte ich mich besonders bei Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Nicolaos Dourdoumas für seine intensive fachliche Auseinandersetzung mit meiner Arbeit sowie seine fortwährende persönliche Motivation bedanken. Seine wahrlich ansteckende Begeisterung für die Regelungstechnik hat bereits in den Grundlagenfächern des Studiums mein Interesse an diesem schönen Fach geweckt.

Ich bedanke mich auch sehr herzlich bei Prof. Dr. Felix Gausch von der Universität Paderborn für sein meiner Arbeit entgegengebrachtes fachliches Interesse.

Meinen Kollegen am Institut und bei KS Engineers danke ich für das hervorragende Arbeitsklima und die gute Zusammenarbeit. Darüber hinaus war immer jemand zur Stelle um an die Wichtigkeit von Pausen für den fachlichen und persönlichen Austausch zu erinnern.

Meinen Eltern möchte ich besonders danken. Sie haben mich von Kindesbeinen an in allen Lebenslagen unterstützt und mir auch das Studium ermöglicht.

Abschließend gilt mein außerordentlicher Dank meiner Freundin Stephanie für ihre Geduld, ihr Verständnis und ihre immerwährende Aufmunterung und Motivation.

Markus Freistätter

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Aktueller Stand der Prüftechnik	2
1.2	Ziele der Arbeit	3
1.3	Aufbau der Arbeit	4
2	Die Abgasturboaufladung	7
2.1	Motoraufladung	7
2.2	Der Abgasturbolader	9
2.2.1	Aufbau und Funktionsweise	9
2.2.2	Regelung des Ladedrucks	12
3	Der Heißgasprüfstand	19
3.1	Aufgaben eines Heißgasprüfstands	19
3.2	Aufbau eines Heißgasprüfstands	21
3.2.1	Brennkammer	21
3.2.2	Medienversorgung	24
3.2.3	Thermoschockeinheit	24
3.2.4	Nachbildung Verbrennungsmotor	24
3.3	Regelkreise von Heißgasprüfständen	25
3.3.1	Massenstromregelung	26
3.3.2	Brennersteuerung	26
3.3.3	Drehzahlregelung	26
3.3.4	Temperaturregelung	27
3.3.5	Regelung des Verdichtermassenstroms	27
4	Modellierung des Temperaturverhaltens des Heißgasprüfstands	29
4.1	Herleitung eines einfachen Modells	31
4.1.1	Die adiabate Verbrennungstemperatur	36
4.1.2	Zusammenfassung	39
4.2	Verifikation des Modells	39
4.3	Ungenauigkeiten bei der Bestimmung der adiabaten Verbrennungstemperatur	41

4.4	Modellerweiterung	43
4.4.1	<i>m</i> -Sprung-Modell	43
4.4.2	Modellparameter	45
4.4.3	Berücksichtigung des dynamischen Verhaltens des Temperatursensors	46
4.4.4	Zusammenfassung	50
5	Entwurf der Temperaturregelung	51
5.1	Zeitdiskreter Regelkreis	51
5.2	Verwendung eines Kalman-Filters	52
5.3	Stationäres Kalman-Filter	55
5.4	Integration des Sensormodells in das Kalman-Filter	57
6	Modellbildung eines Abgasturboladers	63
6.1	Das Betriebsverhalten eines Turboladers	64
6.2	Stationäres Verhalten der Turbine	64
6.2.1	Reduzierte Größen	64
6.2.2	Das Turbinenkennfeld	65
6.2.3	Turbinenwirkungsgrad	69
6.3	Modellierung des stationären Verhaltens der Turbine	70
6.3.1	Motivation	70
6.3.2	Zweite Hauptgleichung der Abgasturboaufladung	71
6.3.3	Das Modell für die Turboladerdrehzahl nach Kessel	78
6.3.4	Ein neues Turbinenmodell	86
6.4	Dynamisches Verhalten der Turbine	97
6.5	Das Betriebsverhalten des Verdichters	100
6.5.1	Das Verdichterkennfeld	100
6.5.2	Instationäres Verhalten des Verdichters (Verdichterpumpen)	104
6.5.3	Der isentrope Verdichterwirkungsgrad	106
6.6	Modellierung des stationären Verhaltens des Verdichters	109
6.6.1	Erste Hauptgleichung der Abgasturboaufladung	109
6.6.2	Das Verdichtermodell nach Jensen und Kristensen	112
6.6.3	Ein neues Verdichtermodell	120
6.7	Dynamisches Verhalten des Verdichters	131
6.7.1	Druckverhältnis	131
6.7.2	Austrittstemperatur	132
6.8	Zusammenfassung	134
7	Drehzahlregelung eines Abgasturboladers	137
7.1	Anforderungen an die Regelung	137
7.2	Regelstrecke	138
7.2.1	Linearisierung der Regelstrecke um eine Ruhelage	140
7.2.2	Vereinfachtes Modell der Regelstrecke	142

7.3	Regelung	143
7.3.1	Integrierender Zustandsregler zweiter Art für Modell erster Ordnung	144
7.3.2	Integrierender Zustandsregler zweiter Art für Modell zweiter Ordnung	148
7.3.3	PI-Regler mit Lead-Glied	153
7.3.4	Messergebnisse	158
8	Zusammenfassung	161
A	Integrierender Zustandsregler „erster Art“	165
B	Integrierender Zustandsregler „zweiter Art“	169
B.1	Regler-Windup	170
B.2	Betrachtung von Übertragungsfunktionen	171
B.3	Systematischer Entwurf	173
B.4	Realisierung des Reglers als ein Zustandsraummodell	176
B.4.1	Zweite Normalform (Beobachtungsnormalform)	178
C	Konditioniertechnik nach Hanus	179
C.1	Voraussetzungen	181
C.2	Ein einfaches Beispiel: Der PI-Regler	183
C.2.1	Konditionierter PI-Regler	184
C.3	Konditioniertechnik für die Kaskadenstruktur	186
C.3.1	Innerer Regelkreis	187
C.3.2	Äußerer Regelkreis	187
C.3.3	Kaskadierung von PI-Reglern	188
	Literatur	193

Abbildungsverzeichnis

1.1	Moderner Rollenprüfstand	2
2.1	Schnittbild Turbolader [10]	10
2.2	Schema Turbolader mit Verbrennungsmotor	10
2.3	Schema Abblasventil am Verdichter	14
2.4	Schema Turbine mit Wastegate	15
2.5	Schema Turbine mit variabler Turbinengeometrie	16
2.6	Turbolader mit VTG [12]	17
3.1	Beispielhafter Temperaturverlauf bei einem Thermoschock-Versuch	20
3.2	Schema Heißgasprüfstand	21
3.3	Brennkammer	22
3.4	Verbindungsrohr Brennkammer Turbine [17]	23
3.5	Regelkreise des Heißgasprüfstands	25
4.1	Messergebnisse PI-Regler	30
4.2	Strömungsprozess im Rohr	31
4.3	Strömungsprozess in Rohr mit Isolierung	32
4.4	Adiabater Verbrennungsprozess	37
4.5	Simulationsergebnisse für Modell (4.23)	39
4.6	Simulationsergebnisse für Modell (4.23) (vergrößerte Ansicht) . .	40
4.7	Simulationsergebnisse bei Massenstromsprung	41
4.8	Parameter c nach Ansatz (4.25)	42
4.9	Schema der Brennkammer	42
4.10	Simulationsergebnisse für das \dot{m} -Sprung-Modell	45
4.11	Neuer Ansatz für Parameter c	46
4.12	Temperatursensor im Rohr	47
4.13	Simulationsergebnisse des Temperaturmodells bei T_{AV} -Sprung (1)	48
4.14	Simulationsergebnisse des Temperaturmodells bei T_{AV} -Sprung (2)	49
4.15	Abhängigkeit der Sensorzeitkonstante vom Massenstrom	49
4.16	Vergleich der Modelle	50
5.1	Blockschaltbild Abtastregelkreis	52

5.2	Blockschaltbild Regler	57
5.3	Ergebnisse der Reglersimulation (1)	58
5.4	Ergebnisse der Reglersimulation (2)	60
5.5	Messergebnisse der neuen Regelungsstrategie	61
5.6	Messergebnisse der neuen Regelungsstrategie	61
6.1	Arbeitspunkte im Turbinenkennfeld	66
6.2	Linie im Turbinenkennfeld	67
6.3	Turbinenkennfeld	68
6.4	Durchflussfunktion über dem Druckverhältnis	72
6.5	Effektiver Turbinenquerschnitt für eine VTG-Stellung	74
6.6	Effektiver Turbinenquerschnitt mit Modell (6.9) für eine VTG-Stellung	75
6.7	Effektiver Turbinenquerschnitt mit Modell (6.9) für alle VTG-Stellungen	75
6.8	Turbinenkonstante K_T in Abhängigkeit der VTG-Stellung x_{VTG} nach Gleichung (6.11)	76
6.9	Zwei Linien verschiedener VTG-Stellungen im Turbinenkennfeld mit Modell nach zweiter Hauptgleichung	78
6.10	Vollständiges Turbinenkennfeld mit Modell nach zweiter Hauptgleichung	79
6.11	Aufgenommenes Drehmoment am Verdichter über dem Massenstrom bei verschiedenen Drehzahlen [25]	81
6.12	Drehmoment der Turbine als Funktion des Turbinenmassenstroms und der VTG-Stellung nach [25]	83
6.13	Gemessene Turboladerdrehzahl mit Modell nach [25]	85
6.14	Verdichtermassenstrom über dem Turbinenmassenstrom für eine VTG-Stellung	86
6.15	Druckabfall an einer Blende	86
6.16	Druckanhebung durch Ventilator	87
6.17	Turbinenmassenstrom bei Modellierung als Blende	89
6.18	Virtueller Turbinenmassenstrom	90
6.19	Turbinenmassenstrom bei Modellierung als Blende mit Stopfgrenze	91
6.20	Turbinenmassenstrom bei Modellierung als Blende mit Stopfgrenze, Vergleich mit zweiter Hauptgleichung (HGL)	91
6.21	Vollständiges Turbinenkennfeld mit neuem Modell	93
6.22	Zusammenhang VTG-Stellung mit Parameter $k_{0,T}$	93
6.23	Gemessene Turboladerdrehzahl mit Modell (6.40)	95
6.24	Gemessene Turboladerdrehzahl mit Modell (6.41)	96
6.25	Turboladerdrehzahl mit Modell nach Kessel [25] und neuem Modell	98
6.26	Vergleich des dynamischen Drehzahlverhaltens zwischen Messdaten und Modell.	99
6.27	Arbeitspunkte im Verdichterkennfeld	101

6.28	Vollständiges Verdichter kennfeld	102
6.29	Massenstromverlauf beim Verdichterpumpen	104
6.30	Isentroper Verdichterwirkungsgrad über Verdichtermassenstrom	107
6.31	Isentroper Verdichterwirkungsgrad über dem Verdichtermassenstrom und -druckverhältnis	108
6.32	Gemessener Schlupf Ψ_h über normalisiertem Massenstrom \dot{m}_{Vn} .	115
6.33	Parameter k_i für das Verdichtermodell nach Jensen und Kristensen	116
6.34	Gemessener Schlupf Ψ_h über normalisiertem Massenstrom \dot{m}_{Vn} mit Modell	117
6.35	Verdichterkennfeld mit Modell nach Jensen und Kristensen . . .	118
6.36	Parameter a_i für das Verdichtermodell nach Jensen und Kristensen	119
6.37	Isentroper Verdichterwirkungsgrad über Verdichtermassenstrom mit Modell nach Jensen und Kristensen	120
6.38	Modellierung des Verdichters als Kombination von Ventilator und Blende	121
6.39	Verdichterkennfeld mit Modell (6.80)	122
6.40	Verdichterkennfeld mit Modell (6.82) und (6.83)	124
6.41	Verdichterkennfeld mit Modell (6.82) und (6.84)	125
6.42	Verdichterkennfeld mit Punkten maximalen Wirkungsgrades und Optimalparabel (6.85)	126
6.43	Maximaler isentroper Verdichterwirkungsgrad über Drehzahl mit Modell	127
6.44	Isentroper Verdichterwirkungsgrad über Verdichtermassenstrom mit Modell	128
6.45	Isentroper Verdichterwirkungsgrad über dem Verdichtermassenstrom und -druckverhältnis mit Modell	129
6.46	Dynamisches Verhalten des Verdichters bei Änderung der Stellung der Klappe K_V nach Verdichter	131
6.47	Dynamisches Verhalten der Temperatur T_2 nach Verdichter bei Arbeitspunktwechsel mit statischem Modell	132
6.48	Dynamisches Verhalten der Temperatur T_2 nach Verdichter bei Arbeitspunktwechsel mit dynamischem Modell	134
6.49	Kennfeld eines zweiten Verdichters mit Modell	135
6.50	Kennfeld eines dritten Verdichters mit Modell	136
6.51	Teilmodelle des Turboladers	136
7.1	Massenströme in der Brennkammer	139
7.2	Struktur des Regelkreises mit integrierendem Zustandsregler zweiter Art (siehe Abbildung B.2)	145
7.3	Regler für das vereinfachte Modell 1. Ordnung	147
7.4	Integrierender Zustandsregler für das Modell 2. Ordnung	151
7.5	Vereinfachter integrierender Zustandsregler für das Modell 2. Ordnung	152

7.6	PI-Regler mit nachgeschaltetem Lead-Glied	153
7.7	Lead-Glied aufgeteilt auf zwei Übertragungsfunktionen	154
7.8	Realisierung des PI-Reglers mit Lead-Glied	155
7.9	PI-Regler mit Lead-Glied und Anti-Windup nach [45]	156
7.10	PI-Regler, Lead-Glied und vereinfachte Anti-Windup-Maßnahme	157
7.11	PI-Regler, Lead-Glied und Brennkammer	158
7.12	Sprungantwort des geregelten Systems	159
7.13	Drehzahlabweichung bei Veränderung des Verdichtermassenstroms	159
A.1	Regelkreis mit Zustandsregler	165
A.2	Regelkreis mit integrierendem Zustandsregler erster Art	166
B.1	Regelkreis mit Kontrollbeobachter	169
B.2	Struktur 1 des Regelkreises	172
B.3	Regelkreis nach Struktur 1 bei inaktiver Stellgrößenbeschränkung	172
B.4	Erweiterte Regelkreisstruktur (Struktur 2)	172
B.5	Struktur des integrierenden Zustandsreglers zweiter Art mit Ordnung $2n$	177
C.1	Blockschaltbild des Regelkreises mit Begrenzung der Eingangsgröße	179
C.2	Blockschaltbild des Regelkreises mit konditioniertem Regler	181
C.3	Blockschaltbild eines PI-Reglers	183
C.4	Blockschaltbild des konditionierten PI-Reglers	184
C.5	Alternative Darstellung des konditionierten PI-Reglers	185
C.6	Kaskadenstruktur	186
C.7	Kaskadierung zweier PI-Regler	189
C.8	Blockschaltbild der konditionierten Kaskade zweier PI-Regler	190
C.9	Alternative Darstellung der Kaskade aus konditionierten PI-Reglern mit klassischer Anti-Windup-Maßnahme	191

Einleitung

Die Prüftechnik in der Automobilindustrie ist beinahe so alt wie das Automobil selbst. Am 29. Jänner 1886 meldete Carl Benz seinen Motorwagen Nummer 1 zum Patent an. Die Erteilung als Reichspatent 37435 [1] am 2. November des gleichen Jahres gilt als Geburtsstunde des modernen Automobils. Bereits kurze Zeit später, in den Jahren 1911 und 1912 wurden von Riedler Ergebnisse von Untersuchungen verschiedener Automobile auf einem „*Automobil-Prüfstand*“ an der Königlichen Technischen Hochschule Berlin veröffentlicht [2, 3]. Miethe erwähnt in [4] neben der Anlage in Berlin auch Prüfstände in Paris und New York bereits aus dem Jahr 1905. Vor Entwicklung der ersten Prüfstände waren Wettrennen die einzige Möglichkeit, eine vergleichende Fahrzeugbewertung durchzuführen. Hierbei waren Fahrzeuggeschwindigkeit und Haltbarkeit die wichtigsten Kriterien der Fahrzeugbewertung. Bereits nach kurzer Zeit wurde erkannt, dass dies ungenügend und der Einfluss des Fahrers zu groß ist [4]:

*„Richtige sachliche Wertung muß rein objektiv sein und frei von zufälligen Einflüssen, und es müssen durch unmittelbare Messung die technischen und wirtschaftlichen Verhältnisse festgestellt werden: [...] Richtige und genügend umfassende objektive Wertung ist nur möglich auf besonderen **Kraftwagenprüfständen**.“*

Bei den erwähnten Kraftwagenprüfständen handelt es sich nach heutigem Verständnis um *Rollenprüfstände*. Diese sind dadurch gekennzeichnet, dass das zu prüfende Fahrzeug mit seinen Rädern auf großen Rollen steht und diese antreibt. Abbildung 1.1 zeigt einen modernen Rollenprüfstand. Das Fahrzeug steht auf den Rollen, von denen nur ein kleiner Teil sichtbar ist. Belastet werden sie üblicherweise von Elektromotoren. Miethe erwähnt zusätzlich *Komponentenprüfstände*. An diesen Anlagen können Teilversuche mit einzelnen Fahrzeugkomponenten wie Motor, Kühler oder Getriebe durchgeführt werden.



Abbildung 1.1: Moderner Rollenprüfstand

Prüfstände wurden zunächst hauptsächlich zur Bestimmung von Antriebs- und Verlustleistung, sowie für Verbrauchsmessungen von Fahrzeugen verwendet. Die Ergebnisse sollten vor allem dem Fahrzeugkäufer bei der Auswahl eines Fahrzeuges helfen. Bald stellte sich heraus, dass Prüfstände sehr nützlich bei der Weiterentwicklung von Fahrzeugen sind. Sie wurden von Autoherstellern für Forschung und Entwicklung eingesetzt und sind wichtige Werkzeuge im Entwicklungsprozess geblieben.

Das wichtigste Ziel in der Prüftechnik ist bei beiden Anwendungsfällen das gleiche und hat sich bis heute nicht geändert: Die Belastung für den Prüfling am Prüfstand soll identisch mit der Belastung auf der Straße sein! Weiters sollen die Messungen vergleichbar und reproduzierbar sein.

1.1 Aktueller Stand der Prüftechnik

In der Automobilindustrie führen immer kürzere Entwicklungszyklen zu steigenden Anforderungen an die Prüftechnik. Prüfstände sind in der heutigen Zeit sehr komplexe technische Systeme, die eine große Anzahl unterschiedlicher Funktionen bieten. Im Allgemeinen setzt sich ein Prüfstand aus unterschiedlichen Komponenten der *Prüfstandshardware* zusammen. Dazu können Elektromaschinen und deren Frequenzumrichter, sowie Wellenverbindungen zählen, aber beispielsweise auch Heißgasbrenner. Oft werden für den Betrieb von Prüfstand und Prüfling verschiedene Medien wie etwa Prozessluft, Kühlwasser oder Öl benötigt. Die Versorgung mit diesen Fluiden wird von verschiedenen *Medienkonditionierern* bereitgestellt.

Für das *Automatisierungssystem* sind *Sensorik* und *Aktuatorik* unabdingbar. Dieses übernimmt die Steuerung der gesamten Anlage und sorgt für die Datenerfassung. Zusammen mit eigenen Systemen der *Sicherheitstechnik* überwacht es die Einhaltung von Grenzwerten und leitet im Notfall das kontrollierte Abschalten (Stopp) der Anlage ein.

Wie man anhand dieser kurzen Aufzählung der Komponenten eines Prüfstandes bereits erkennen kann, handelt es sich bei der Prüftechnik um ein stark interdisziplinäres Feld.

1.2 Ziele der Arbeit

In dieser Arbeit geht es um eine spezielle Art von Komponentenprüfständen, um *Heißgasprüfstände*. An Komponentenprüfständen werden wie erwähnt einzelne Fahrzeugkomponenten untersucht. Dies können komplexe Systeme wie Motoren oder Getriebe, aber auch einfachere Einzelkomponenten sein. An Heißgasprüfständen werden üblicherweise sogenannte *Abgasturbolader* (siehe Abschnitt 2.2) getestet. Es gibt zwar auch weitere mögliche Prüflinge wie beispielsweise Wärmeübertrager, diese werden jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht betrachtet.

Das Ziel der Arbeit besteht darin, den Prüfling möglichst „gut“ am Prüfstand betreiben zu können. Die zu Beginn erwähnte Forderung, am Prüfstand das gleiche Verhalten wie auf der Straße zu erzielen, führt zu hohen Anforderungen an den Prüfstand und dessen Regelung. Aus regelungstechnischer Sicht ergeben sich daher die Forderungen nach einem guten *Führungsverhalten* und zufriedenstellender *Störunterdrückung* für die einzelnen Regelgrößen.

Zum Erreichen dieser Ziele ist es nötig, das Verhalten von Prüfstand und Prüfling eingehend zu studieren und zu modellieren. Aus diesem Grund sind der Modellbildung umfangreiche Kapitel gewidmet. Die Modellbildung erfolgt dabei nach *regelungstechnischen* Gesichtspunkten. Das heißt, es sollen *möglichst einfache* Modelle entwickelt werden, die dennoch die *wesentlichen* Zusammenhänge gut beschreiben, getreu dem Motto

So einfach wie möglich, so kompliziert wie nötig.

Es geht nicht um die möglichst exakte Nachbildung der physikalischen Effekte! Die derart entwickelten Modelle sollen dem Entwurf der *Prüfstandsregelung* dienen!

1.3 Aufbau der Arbeit

Vorliegende Arbeit kann in zwei große Themenbereiche gegliedert werden, den Heißgasprüfstand und den Abgasturbolader. Wie oben beschrieben sollen Regler für unterschiedliche physikalische Größen entworfen werden. Im Rahmen der Arbeit werden die *Temperaturregelung* des Heißgases und die *Drehzahlregelung* des Turboladers genau betrachtet. Der Reglerentwurf bildet jedoch jeweils nur den Abschluss des Themenbereichs. Zuvor gibt es ausführliche Einführungen und Modellierungen des interessierenden Verhaltens.

In Kapitel 2 werden das grundlegende Prinzip der Abgasturboaufladung und dessen Vorteile beleuchtet. Aufbau und Funktionsweise eines Abgasturboladers werden erklärt und gängige Methoden zur Regelung des Ladedrucks vorgestellt. Der Fokus liegt dabei auf der Betrachtung des Turboladers als Komponente im Fahrzeug. Die Betriebsbedingungen im Fahrzeug sollen am Prüfstand möglichst gut nachgebildet werden. Dies wird einerseits durch den Aufbau des Prüfstands, andererseits durch die Regelung der verschiedenen Größen sichergestellt. Kapitel 3 geht daher auf den Prüfstand, dessen Komponenten und Regelkreise ein. Die Kapitel können daher als Einführung in die beiden Themenbereiche betrachtet werden.

Die anschließenden beiden Kapitel widmen sich voll und ganz der Untersuchung des thermischen Verhaltens und der Temperaturregelung des Heißgasprüfstands. Zu Beginn von Kapitel 4 wird die Notwendigkeit einer ausführlichen Betrachtung des thermischen Verhaltens des Prüfstands erläutert. Im Anschluss wird ausgehend von dessen Beschreibung durch ein System gekoppelter partieller Differentialgleichungen ein einfaches Modell einer gewöhnlichen linearen zeitvarianten Differentialgleichung entwickelt. Die Vorgangsweise wurde der Literatur entnommen und ursprünglich bei der Modellierung einer Biomassefeuerung angewendet. Grundsätzlich ist das Modell geeignet, auch das thermische Verhalten des Heißgasprüfstandes zu beschreiben, es müssen jedoch einige Anpassungen vorgenommen werden.

Basierend auf dem erweiterten Modell wird in Kapitel 5 eine Methode zur Temperaturregelung entworfen. Die zentrale Idee des Verfahrens ist die Umkehr des Ein-Ausgangsverhalten. Dafür wird die Kenntnis über den unbekanntem und gestörten Zustand des Systems benötigt. Aus diesem Grund wird ein Beobachter, im konkreten Fall ein Kalman-Filter eingesetzt. Ergebnisse von Simulationsstudien und Versuchen am realen Prüfstand verdeutlichen die Überlegenheit der neuen Strategie gegenüber herkömmlichen Regelungsverfahren.

In den Kapiteln 6 und 7 wird der Themenbereich des Abgasturboladers bearbeitet. Das Ziel ist wieder der Entwurf von Regelungen, im Speziellen der Drehzahlregelung. Den Beginn bildet eine ausführliche Analyse des stationären und dynamischen

Betriebsverhalten des Turboladers in Kapitel 6. Üblicherweise werden Kennfelder zur Beschreibung des stationären Verhaltens von Turbine und Verdichter verwendet. Zur Modellierung der physikalischen Vorgänge sind diese nicht geeignet. Aus diesem Grund werden unterschiedliche Methoden der Literatur angewendet und mit vorliegenden Messdaten verglichen. Die Ergebnisse sind jedoch ernüchternd. Keines der untersuchten Verfahren erweist sich als geeignet. Folglich werden neue Modelle entwickelt, die die Messdaten nicht nur *deutlich besser* abbilden, sondern auch noch *wesentlich einfacher* sind als die betrachteten Verfahren der Literatur.

Der Entwurf der Drehzahlregelung in Kapitel 7 stützt sich auf das zuvor erarbeitete Modell. Ein wesentlicher Unterschied zum Entwurf der Temperaturregelung ist die Anforderung, dass der entwickelte Regler eine möglichst einfache, im Idealfall einem PI-Regler ähnliche Struktur besitzt. Im Gegensatz zum Temperaturregler, der einmal für den Prüfstand parametrisiert wird, muss der Drehzahlregler bei Wechsel des Prüflings vom Bediener des Prüfstands angepasst werden. Der erste Schritt der Vereinfachung ist daher die Linearisierung des nichtlinearen Streckenmodells um einen Arbeitspunkt. Für das linearisierte Streckenmodell werden zwar verschiedene Zustandsregler entworfen, das Augenmerk jedoch immer auf eine mögliche Vereinfachung gelegt. Zufriedenstellend sind die Ergebnisse dabei jedoch nicht, weshalb ein Ansatz direkt als PI-Regler gewählt wird. Die Erkenntnisse beim Entwurf der Zustandsregler motivieren eine beim PI-Regler eingesetzte Zusatzmaßnahme. Ergebnisse von Versuchen am Prüfstand bescheinigen dem Regler sowohl gutes Führungsverhalten, als auch zufriedenstellende Störunterdrückung.

Die Abgasturboaufladung

Der Abgasturbolader ist als Prüfling für den Betrieb des Prüfstands von essentieller Bedeutung. Das Verstehen von Aufbau, Funktionsweise und Betriebsverhalten des Turboladers ist für die Modellbildung in Abschnitt 6 unabdingbar.

2.1 Motoraufladung

Bevor der Turbolader näher betrachtet wird, soll kurz auf die Notwendigkeit der Motoraufladung eingegangen werden. Unter dem Begriff Motoraufladung werden unterschiedliche Verfahren zusammengefasst. Das Ziel dieser Verfahren ist: Es soll dem Motor Verbrennungsluft mit einer höheren Dichte als die der Umgebungsluft zugeführt werden [5]. Die Aufladung dient in erster Linie der Leistungssteigerung von Verbrennungskraftmaschinen. Die effektive Motorleistung kann durch

$$P_e = \frac{H_u}{L_{min}} \cdot \frac{V_H}{Z} \cdot \frac{\lambda_l n_M \eta_e \rho_L}{\lambda_V} \quad (2.1)$$

berechnet werden [5, 6]. Hierbei bedeuten: H_u und L_{min} Heizwert und Mindestluftbedarf des verwendeten Kraftstoffs, V_H Hubvolumen und Z Arbeitsverfahren des Motors (2-Takt oder 4-Takt), λ_l Liefergrad, n_M Motordrehzahl, η_e effektiver Motorwirkungsgrad, ρ_L Dichte der Verbrennungsluft und λ_V Verbrennungsluftverhältnis.

Die meisten dieser Größen sind allerdings nicht oder nur unter großem Aufwand veränderbar: Heizwert H_u und Mindestluftbedarf L_{min} sind Kennwerte des verwendeten Kraftstoffs und somit vorgegeben. In der Automobilindustrie dominiert der Viertaktmotor, Z ist daher festgelegt.

Der Liefergrad λ_l wird hauptsächlich durch die Geometrie des Einlasskanals und der Einlassventile bestimmt und hängt von der Motordrehzahl n_M ab. Eine Vergrößerung der Motordrehzahl n_M ist wie eine Vergrößerung des effektiven Motorwirkungsgrades η_e nur in engen Grenzen möglich. Das Verbrennungsluftverhältnis λ_V wird in Hinblick auf eine möglichst gut ablaufende Verbrennung festgelegt. Bei Ottomotoren muss λ_V von einer Regelung nahe bei 1 gehalten werden, damit die Abgasreinigung im Katalysator gut funktionieren kann.

Eine Leistungssteigerung durch Vergrößerung des Hubvolumens V_H wäre prinzipiell möglich. Dadurch steigen jedoch Reibung im Motor und dessen Gewicht, was sich nachteilig auf den Wirkungsgrad auswirkt. Thermische Verluste steigen mit größerem Hubvolumen wegen der größeren Zylinderwandoberfläche ebenfalls an.

Im Gegensatz zu diesen Größen kann durch Vergrößerung der Dichte ρ_L der Verbrennungsluft eine deutliche Leistungssteigerung der Verbrennungskraftmaschine erzielt werden. Aufgrund der thermischen Zustandsgleichung des idealen Gases [7],

$$p_L v_L = R_L T_L, \quad (2.2)$$

hängt ρ_L als Kehrwert des spezifischen Volumens,

$$\rho_L = \frac{1}{v_L} = \frac{p_L}{R_L T_L}, \quad (2.3)$$

von Druck p_L und Temperatur T_L ab. Die spezifische Gaskonstante R_L ist ein Stoffwert. Eine Vergrößerung des Drucks führt somit zu einer Vergrößerung der Dichte. Prinzipiell führt auch eine Verringerung der Temperatur zu einer Vergrößerung der Dichte. Es ist aus technischen Gründen nicht sinnvoll, die Lufttemperatur unter die Umgebungstemperatur zu senken. Bei der Motoraufladung wird aus diesem Grund immer der Druck der Verbrennungsluft, der sogenannte *Ladedruck*, erhöht. Diese Druckerhöhung führt aber zu einer Temperaturerhöhung, die der Vergrößerung der Dichte entgegenwirkt. Deshalb wird die Temperatur der Verbrennungsluft nach der Verdichtung üblicherweise in einem Wärmeübertrager, dem *Ladeluftkühler*, wieder gesenkt. Geräte, die der Aufladung von Verbrennungskraftmaschinen dienen, werden als *Lader* bezeichnet.

Zur Erhöhung des Ladedrucks gibt es unterschiedliche Verfahren. Die bekanntesten Varianten sind mechanische und Abgasturboaufladung. Bei mechanischer Aufladung wird der Lader mechanisch von der Verbrennungskraftmaschine angetrieben, beispielsweise über ein Riemengetriebe (*Kompressor*). Nachteilig am Kompressor sind der schlechtere Gesamtwirkungsgrad und höhere Verbrauch. Bei der Abgasturboaufladung wird der Lader vom heißen Abgas des Motors angetrieben. Es gibt eine thermodynamische Kopplung von Motor und Lader. Die Drehzahl des Laders ist nicht fest an die Drehzahl des Motors gekoppelt.

Darüber hinaus gibt es Verfahren der *natürlichen* Aufladung, zu der beispielsweise die Resonanzaufladung zählt, oder die Druckwellenaufladung, auch als COMPREX-Aufladung bezeichnet. In weiterer Folge wird nur die Abgasturboaufladung betrachtet. Erläuterungen zu anderen Aufladeverfahren finden sich in der Fachliteratur [5, 6, 8].

2.2 Der Abgasturbolader

Als Erfinder des Turboladers gilt der Schweizer Alfred Büchi, der im Jahr 1905 ein Patent zur Aufladung von Dieselmotoren erhielt [9]. Obwohl schon lange bekannt, wird die Abgasturboaufladung erst in der jüngeren Vergangenheit vermehrt in der Automobilindustrie eingesetzt. Heutzutage gibt es so gut wie keinen Dieselmotor mehr, der nicht mit einem Turbolader bestückt ist. Auch bei Ottomotoren kommt der Turbolader immer häufiger zum Einsatz. Mittels Abgasturboaufladung kann sowohl eine Leistungs- als auch eine Effizienzsteigerung des Motors erreicht werden. Nach Gleichung (2.1) erzielt ein aufgeladener Motor wegen der höheren Luftdichte eine höhere Leistung als derselbe Motor ohne Aufladung. Eine Effizienzsteigerung kann dadurch erreicht werden, dass die Luftdichte erhöht und gleichzeitig das Hubvolumen verkleinert wird. Es ergibt sich folglich eine höhere spezifische Leistung pro Hubvolumen. Da der Treibstoffverbrauch eines Motors bei gleicher Belastung stark von seinem Hubvolumen abhängt, kann durch Aufladung und gleichzeitige Hubraumverringerung eine deutliche Verbrauchsreduktion erreicht werden [5]. Diese hier nur einfach beschriebene Vorgehensweise wird als *Downsizing* bezeichnet.

2.2.1 Aufbau und Funktionsweise

Ein Turbolader besteht aus einer Turbine (abgekürzt T) und einem Verdichter (abgekürzt V), die über eine Welle miteinander verbunden sind. Abbildung 2.1 zeigt ein Schnittbild eines Turboladers, Abbildung 2.2 ein Schema von Turbolader und Verbrennungskraftmaschine (abgekürzt VKM).

Die grundsätzliche Funktionsweise des Turboladers und das Zusammenspiel mit einem Verbrennungsmotor sollen im Folgenden anhand der beiden Abbildungen ausgehend von der Verbrennungskraftmaschine erklärt werden.

In der Verbrennungskraftmaschine wird ein Kraftstoff-Luftgemisch verbrannt. Der hohe Druck und die hohe Temperatur des Verbrennungsgases führt zu einer Bewegung des Kolbens im Zylinder, wodurch an der Kurbelwelle der Maschine ein Moment erzeugt wird. Es wird nicht die gesamte mit dem Brennstoff zugeführte Energie in mechanische Energie umgewandelt. Das Abgas verlässt den Zylinder mit

hoher Temperatur und einem Druck, der deutlich über dem Umgebungsdruck liegt. Der Heißgasmassenstrom \dot{m}_{HG} wird nicht direkt ins Freie ausgeblasen, sondern auf die Turbine des Turboladers geleitet. Bei der Turbine, in beiden Abbildungen links im Bild, und beim Verdichter, in beiden Abbildungen rechts, handelt es sich um *Strömungsmaschinen*. Sie übertragen Energie zwischen einem Rotor und einem kontinuierlich strömenden Fluid. Beide sind in *radialer* Bauart ausgeführt. Das bedeutet, dass die Strömungen in Turbine und Verdichter umgelenkt werden. Der Heißgasmassenstrom vom Motor erreicht die Turbine in radialer Richtung und trifft auf die Turbinenschaufeln. Er versetzt die Turbine in eine Drehbewegung, wodurch sich auch der mit der Turbine verbundene Verdichter dreht. Durch die Drehbewegung des Verdichterrades wird Luft in axialer Richtung angesaugt und in radialer Richtung abgelenkt. Bei Axialverdichtern, wie sie beispielsweise in Flugzeugtriebwerken eingesetzt werden, wird die Strömung ausschließlich in axialer Richtung gefördert. Im Gegensatz dazu erreichen Radialverdichter bereits bei kleinen Volumenströmen höhere Druckverhältnisse [5]. Dadurch können Absolutdruckverhältnisse Ausgangsdruck durch Eingangsdruck größer als 3 erzielt werden. Axialverdichter erreichen dagegen typischerweise nur Druckverhältnisse von etwa 1,1 bis 1,3. Bei Verwendung von Radialverdichtern ist es daher nicht nötig, mehrere Verdichter hintereinander zu schalten, was sich vorteilhaft auf die Baugröße des Verdichters auswirkt. Aus diesem Grund werden bei Abgasturboladern beinahe ausschließlich Radialverdichter eingesetzt.

Der Verdichter beschleunigt die angesaugte Luft, dadurch wird die kinetische Energie erhöht. Die Luft strömt entlang der Verdichterrückwand in das Spiralgehäuse und wird dabei abgebremst. Es handelt sich somit um einen *Diffusor*. Bei großen Verdichtern weist die Rückwand oft Leitschaufeln auf, bei automotiven Anwendungen wird meist darauf verzichtet [11]. Im Diffusor wird die kinetische Energie der Luft in potentielle umgewandelt. Damit wird der Druck der Strömung erhöht. Diese Erhöhung hat selbst bei idealen Verhältnissen einer isentropen Zustandsänderung eine Erwärmung der Luft zur Folge. Für das einfache Stoffmodell des idealen Gases gilt bei einer isentropen Zustandsänderung näherungsweise der Zusammenhang

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (2.4)$$

zwischen den Temperaturen T und den Drücken p vor und nach der Verdichtung [7]. In der Gleichung wird die übliche Bezeichnungsweise für Turbolader verwendet: Physikalische Größen der Strömung am Eintritt in den Verdichter werden mit dem Index 1, am Austritt aus dem Verdichter mit dem Index 2 gekennzeichnet. In analoger Weise kennzeichnen die Indizes 3 und 4 Größen am Turbinenein- und -austritt. Mit T_2 wird die Temperatur der Luft am Austritt aus dem Verdichter bezeichnet. Für kleine Temperaturänderungen kann der Isentropenexponent κ in obiger Gleichung als konstant angenommen werden. Für Luft beträgt κ bei Normbedingungen (0 °C und 101 325 Pa) ungefähr 1,4. Mit steigender Temperatur sinkt

der Isentropenexponent. Bei 2000 °C beträgt er ungefähr 1,3. Da Druckverhältnis $\frac{p_2}{p_1}$ und κ größer als 1 sind, ist auch T_2 immer größer als T_1 . Unter realen Bedingungen, bei nicht-isentroper Verdichtung, fällt diese Erwärmung noch stärker aus.

Die Dichte nach Gleichung (2.3),

$$\rho_L = \frac{p_L}{R_L T_L}$$

nimmt daher nicht proportional mit dem Druck zu. Zur weiteren Steigerung der Dichte wird die Luft daher in einem nachgeschalteten Ladeluftkühler (abgekürzt LLK) gekühlt. Der Kühler wird so ausgelegt, dass der von ihm hervorgerufene Druckabfall meist vernachlässigt werden kann. Die Kühlung der Ladeluft bewirkt eine Senkung der Verbrennungstemperatur im Zylinder. Dies hat mehrere positive Folgen. Es wird dadurch beispielsweise die Entstehung von Stickoxiden bei der Verbrennung in Dieselmotoren reduziert [6]. Die verdichtete und gekühlte Luft wird im Anschluss zum Motor geleitet, Kraftstoff beigemischt und das Gemisch zu Abgas verbrannt.

Die Turbine in Abbildung 2.1 weist eine Besonderheit auf. Sie ist als *Zwillingsstromturbine* (auch als *Twin-Scroll-Lader* bezeichnet) ausgeführt. Das Turbinengehäuse besitzt zwei getrennte Fluten, in denen die Abgase vom Motor bis zur Turbine getrennt voneinander geführt werden. Je nach Zylinderanzahl des Motors werden dabei zwei oder drei Zylinder, die in der Zündabfolge nicht direkt hintereinander liegen, zu einer Flut zusammengefasst. Der größte Vorteil dieser Anordnung besteht in einem schnelleren Beschleunigungsvorgang der Turbine [6].

2.2.2 Regelung des Ladedrucks

Turbolader und Verbrennungskraftmaschine sind thermodynamisch gekoppelt. Bei niedrigen Motordrehzahlen ist die Abgasmenge recht gering, die Turbine erreicht nur vergleichsweise niedrige Drehzahlen. Steigt die Leistungsanforderung an den Motor, so steigt die Drehzahl und damit auch die Abgasmenge. Die Turbine dreht sich folglich schneller und der Ladedruck steigt. Im unkontrollierten Fall kann die Drehzahl des Turboladers über die maximal zulässige Grenze steigen und der Turbolader damit zerstört werden. Betriebszustände mit hohem Ladedruck bei vergleichsweise niedrigem Massenstrom durch den Verdichter müssen ebenfalls vermieden werden. Sie können zum sogenannten *Verdichterpumpen* führen. Dabei handelt es sich um ein instationäres Phänomen in Strömungsverdichtern, das bis zur Zerstörung des Verdichters führen kann. In Abschnitt 6.5.2 wird genauer darauf eingegangen. Darüber hinaus führt ein zu hoher Ladedruck zu stärkerer Bauteilbelastung im Motor und bei Ottomotoren unter Umständen zum Klopfen (unkontrolliertes Selbstzünden des Kraftstoff-Luftgemisches im Zylinder). Aus diesen Gründen ist eine Begrenzung des Ladedrucks unabdingbar.

Niedrige Werte des Ladedrucks im Teillastbereich bei kleinen Drehzahlen sind ebenfalls unerwünscht und führen zum sogenannten *Turboloch* [5]. Dies wird anhand eines starken Beschleunigungsvorgangs eines Fahrzeugs mit Ottomotor erklärt: Ausgehend von niedriger Geschwindigkeit und damit niedriger Motor- und Turboladerdrehzahl wird das Gaspedal betätigt. Die Drosselklappe wird geöffnet, der Ladedruck ist aber noch so gering, dass sich der Motor wie ein Saugmotor verhält. Da wenig Luftmasse in den Motor strömt, kann nur wenig Treibstoff eingespritzt werden. Damit sind Leistung und Drehmoment des Motors gering. Der Abgasstrom trifft auf die Turbine und beschleunigt diese. Aufgrund des Massenträgheitsmoments des Turboladers steigt dessen Drehzahl jedoch nur verzögert an. Daher wird der Ladedruck vergleichsweise langsam erhöht. Erst nach einiger Zeit erreicht der Turbolader einen hohen Ladedruck und damit der Motor ein großes Drehmoment. Die Beschleunigung des Fahrzeugs setzt verzögert ein. Der Fahrer spürt nach dem Betätigen des Gaspedals ein „Loch“.

Zur Verbesserung dieses unerwünschten Verhaltens und zur Begrenzung des Ladedrucks gibt es eine Vielzahl unterschiedlicher Verfahren. Dies können mechanische Lösungen wie die Verwendung mehrerer unterschiedlich großer Lader oder zusätzlicher fremd angetriebener Verdichter sein. Meist sind solche Lösungen relativ aufwändig und werden daher nur bei größeren Leistungen eingesetzt. *Regelungstechnische* Maßnahmen finden im Gegensatz dazu heutzutage bei allen Abgasturboladern Anwendung. Im Folgenden werden drei verschiedene Möglichkeiten zur sogenannten *Ladedruckregelung* näher betrachtet.

Abblasen von Luft

Das Abblasen verdichteter Luft stellt die einfachste Möglichkeit dar, den Ladedruck vor dem Motor einzustellen. Wie Abbildung 2.3 zeigt, ist dazu ein Ventil zwischen Verdichter und Ladeluftkühler eingebaut, durch das verdichtete Luft bei zu hohen Ladedrücken abgeblasen werden kann. Wird das Ventil geöffnet, so strömt nicht mehr der gesamte Luftmassenstrom \dot{m}_L zum Motor. Den Motor erreicht nur der um den Massenstrom über das Abblasventil \dot{m}_A reduzierte Massenstrom \dot{m}_{LLK} . Daher sinkt der Ladedruck.

Dieses Verfahren weist eine Reihe von Nachteilen auf, weshalb es heutzutage in dieser Form nur als Sicherheitsmechanismus eingesetzt wird. Der größte Nachteil ist das Abblasen verdichteter Luft. Damit wird ein Teil der vom Verdichter bereits verrichteten Arbeit ungenutzt abgelassen. Darüber hinaus steigt durch das schlagartige Absinken des Ladedrucks bei Öffnen des Ventils die Drehzahl des Turboladers an. Daher ist das Verfahren ungeeignet, um Überschreiten einer Maximaldrehzahl des Turboladers zu verhindern. In modernen Fahrzeugen wird die Luftmenge, die zum Motor strömt, von einem Massenstromsensor gemessen. Dieser befindet sich üblicherweise vor dem Eintritt in den Verdichter. Der Messwert dieses Sensors wird

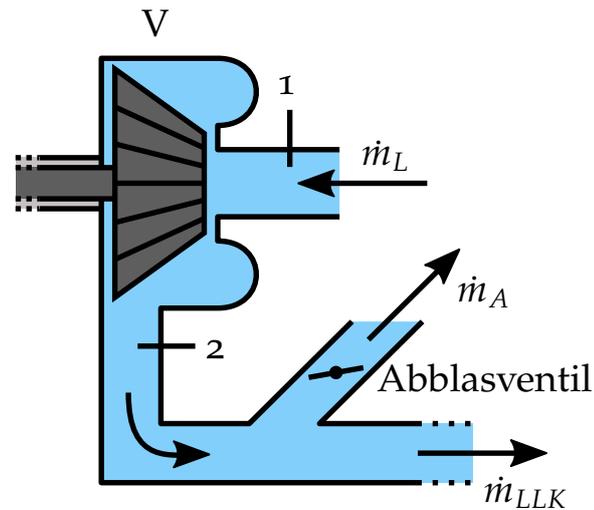


Abbildung 2.3: Schema Abblasventil am Verdichter

im Motorsteuergerät unter anderem zur Bestimmung der passenden Kraftstoffmenge verwendet. Wird aber ein Teil der gemessenen Luft nach dem Verdichter wieder ins Freie abgeströmt, so stimmt die berechnete Kraftstoffmenge nicht mehr. Die Verbrennung im Zylinder erfolgt daher kurzzeitig zu *fett*, das heißt mit einem zu niedrigen Verbrennungsluftverhältnis.

Zur Verbesserung des dynamischen Verhaltens des Turboladers bei Lastwechseln wird das Abblasen von Luft in abgewandelter Form in vielen Turboladern bei Ottomotoren eingesetzt. Die verdichtete Luft wird dabei nicht mehr ins Freie, sondern in den Ansaugkanal vor dem Verdichter abgeblasen. Das hat den Vorteil, dass der vom Luftmassenstrommesser bestimmte Messwert nicht verfälscht wird. In dieser Funktion wird das Ventil meist als (*Schub*-)Umluftventil bezeichnet. Früher wurde es mechanisch oder pneumatisch betätigt, heute wird es vorwiegend elektrisch angesteuert.

Abblasen von Abgas

Diese Methode ist vergleichbar mit dem zuvor beschriebenen Abblasen von Luft. Im Gegensatz dazu wird jedoch heißes Abgas durch ein Ventil vorbei an der Turbine geleitet. Abbildung 2.4 zeigt eine schematische Darstellung. Steigt der Ladedruck zu stark an, so wird wieder dieses als *Wastegate-Ventil* oder *Bypassventil* bezeichnete Ventil geöffnet. Der Heißgasmassenstrom \dot{m}_{HG} teilt sich in Folge in den Turbinenmassenstrom \dot{m}_T und den Massenstrom über das Wastegate-Ventil, \dot{m}_{WG} , auf.

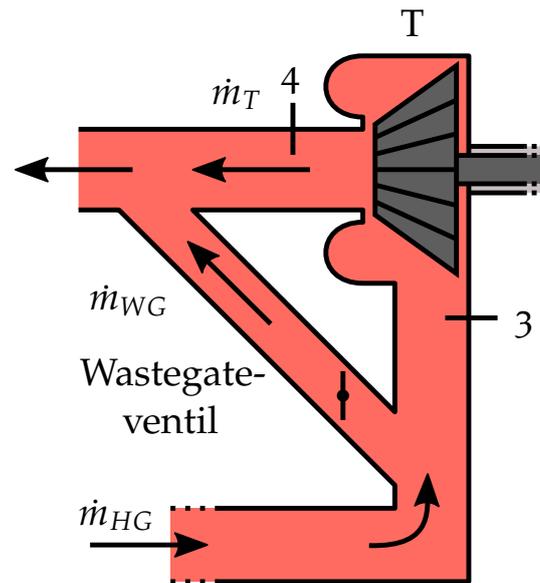


Abbildung 2.4: Schema Turbine mit Wastegate

Die beim Abblasen von Luft entstehenden Probleme können durch Verwendung eines Wastegate-Ventils vermieden werden. Ursprünglich zur rein mechanischen Begrenzung des Ladedrucks verwendet, werden Wastegate-Ventile heute vorwiegend zur Regelung des Ladedrucks eingesetzt. Der Ladedruck wird von einem Sensor gemessen und im Motorsteuergerät von einem Regler mit einem Ladedrucksollwert verglichen. Abhängig vom Regelfehler wird die Position des Wastegate-Ventils eingestellt. Ist zum Beispiel der gemessene Ladedruck größer als der Sollwert, so wird der Turbinenbypass weiter geöffnet und durch die Turbine strömt weniger Abgas. Dadurch wird weniger Energie auf das Turbinenrad übertragen und die Turboladerdrehzahl sinkt. Damit sinkt die vom Verdichter an die Luft übertragene Energie und der Ladedruck wird reduziert.

Durch das Abblasen von Abgas ergeben sich weitere Vorteile gegenüber dem Abblasen von Luft. Die Turbine stellt aus Motorsicht ein Hindernis in der Strömung dar. Durch den höheren Abgasgegendruck steigt die Arbeit beim Ladungswechsel, bei dem das Abgas aus dem Zylinder ausgeschoben wird. Bei niedrigen Ladedrucksollwerten ist das Wastegate-Ventil weit geöffnet, der Abgasgegendruck sinkt. Damit wird auch die *Ladungswechsellarbeit* reduziert. Dies bezeichnet die Energie, die aufgewendet werden muss, um das verbrannte Abgas im Zylinder nach dem Arbeitstakt durch Frischluft beziehungsweise frisches Kraftstoff-Luftgemisch auszutauschen. Ist der Abgasgegendruck hoch, muss der Zylinder mehr Energie aufwenden um das Abgas gegen diesen Druck auszuschieben.

Ein weiterer Vorteil ergibt sich bei der Temperatur der verdichteten Luft. Beim Abblasen von Luft wird mehr Luft verdichtet, um im Anschluss abgeblasen zu

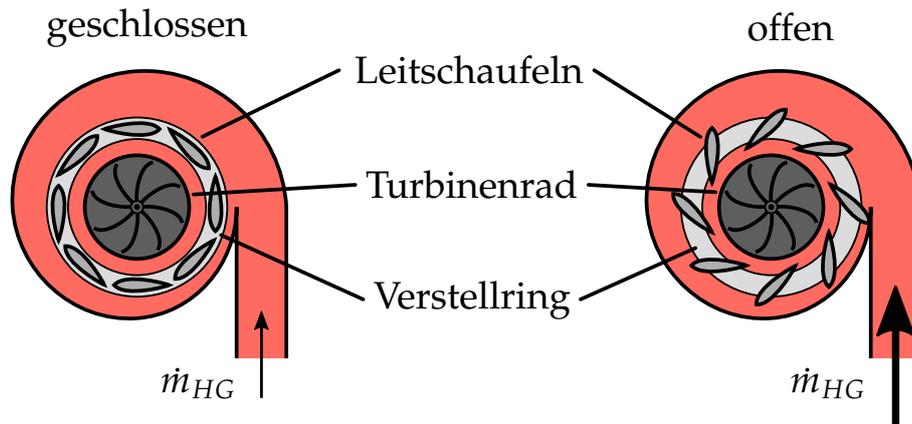


Abbildung 2.5: Schema Turbine mit variabler Turbinengeometrie

werden. Die Lufttemperatur steigt daher höher an als beim Abblasen von Abgas, bei dem nur die Menge an Luft verdichtet wird, die auch vom Motor benötigt wird [5].

Nachteilig an diesem Verfahren ist die hohe thermische Belastung des Ventils durch die Positionierung im heißen Abgasstrom. Durch die Verwendung hochwarmfester Werkstoffe ist das Verfahren mittlerweile zum Standard bei der Aufladung von Ottomotoren geworden.

Verstellbare Turbinenleitschaufeln (Variable Turbinengeometrie, VTG)

Da Abgastemperaturen von Diesel- deutlich unter jenen von Ottomotoren liegen, hat sich für diese Anwendung die *variable Turbinengeometrie* etabliert. Im Gegensatz zu den beschriebenen Verfahren wird bei der variablen Turbinengeometrie weder Luft noch Abgas abgeblasen. Stattdessen wird der Turbinenquerschnitt, durch den das Abgas das Turbinenrad erreicht, gezielt verändert. Dies wird durch Verstellen von Leitschaufeln am Turbineneintritt erreicht. Abbildung 2.5 zeigt eine Turbine mit verstellbaren Leitschaufeln in axialer Ansicht. Der Heißgasmassenstrom erreicht das Turbinengehäuse in radialer Richtung und trifft auf die Leitschaufeln. In der linken Bildhälfte ist der Heißgasmassenstrom klein, die Leitschaufeln sind geschlossen und der effektive Turbinenquerschnitt ist klein. In der rechten Hälfte ist der Massenstrom groß, die Leitschaufeln sind geöffnet und der effektive Querschnitt ist groß. In beiden Motorbetriebspunkten kann dadurch ein hoher Ladedruck erzielt werden.

Die Änderung des Winkels der Leitschaufeln führt zu einer Änderung des Absolutbetrages und des Winkels der Anströmgeschwindigkeit des Turbinenrades [5]. Durch Verstellen der Leitschaufeln kann damit die Energieabgabe vom Abgas an das Turbinenrad verändert werden. Dadurch können hohe Ladedrücke sowohl bei niedriger, als auch bei hoher Motorlast erzielt werden. Wie bei der Ladedruckregelung

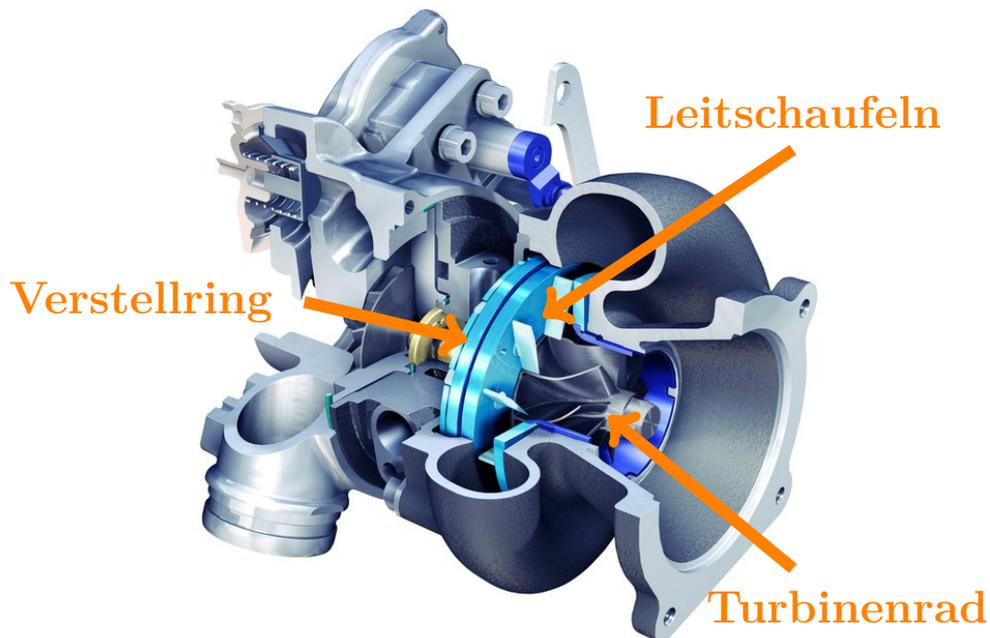


Abbildung 2.6: Turbolader mit VTG [12]

mittels Wastegate-Ventil wird durch Öffnen der Leitschaufeln der Abgasgegendruck und damit die Ladungswechselarbeit des Motors reduziert.

Ist der Ladedrucksollwert größer als ein Istwert, so werden die Leitschaufeln geschlossen. Ist er kleiner, so werden die Leitschaufeln geöffnet. Die Verstellung der Leitschaufeln geschieht zumeist mechanisch über ein Gestänge, das einen Verstellring bewegt. Dadurch werden alle Leitschaufeln auf einmal bewegt.

Abbildung 2.6 zeigt ein Schnittbild eines Turboladers mit Turbine mit variabler Turbinengeometrie. Die verstellbaren Leitschaufeln sind an der Turbine auf der rechten Seite in hellblau gut zu erkennen. Da die Leitschaufeln und deren Verstellmechanismus mit dem heißen Abgas in Berührung stehen, sind sie einer hohen thermischen Belastung ausgesetzt. Aus diesem Grund werden sie derzeit wegen der niedrigeren Abgastemperaturen hauptsächlich bei Dieselmotoren eingesetzt.

Der Heißgasprüfstand

Für die Entwicklung von Abgasturboladern werden *Heißgasprüfstände* verwendet. An diesen Anlagen können Turbolader unabhängig von einem Verbrennungsmotor betrieben werden. Dadurch ist es möglich, definierte und reproduzierbare Bedingungen für Versuche zu schaffen.

3.1 Aufgaben eines Heißgasprüfstands

Die grundlegende Anforderung an den Prüfstand ist die Nachbildung der Motorumgebung im Fahrzeug: Einerseits muss der Prüfstand der Turbine des Turboladers einen variablen Massenstrom an Heißgas zur Verfügung stellen können. Andererseits muss er für den Verdichter den nachgeschalteten Verbraucher Verbrennungskraftmaschine nachbilden. Darüber hinaus muss die Versorgung des Turboladers mit Öl zur Lagerschmierung und mit Wasser zur Kühlung sichergestellt werden.

Neben diesen grundlegenden Aufgaben gibt es die Prüfaufgaben im eigentlichen Sinn. Diese können in drei Kategorien eingeteilt werden: Versuche zur *Kennfeldvermessung*, Untersuchungen des *transienten Turboladerverhaltens* und *Haltbarkeitstests*.

Bei Kennfeldvermessungen wird das stationäre Betriebsverhalten von Turbine und Verdichter untersucht. Das Betriebsverhalten von Turboladern wird üblicherweise in Form von Kennfeldern beschrieben. Darin ist der Zusammenhang zwischen Druckverhältnis und Massenstrom bei unterschiedlichen Drehzahlen jeweils für Turbine und Verdichter dargestellt. In Kapitel 6 wird ausführlich auf die Beschreibung von Turbine und Verdichter durch Kennfelder und deren Modellierung eingegangen. Die genaue Kenntnis der Kennfelder und deren Grenzen ist für den sicheren Betrieb bei möglichst hohem Wirkungsgrad im Fahrzeug unerlässlich. Anhand der Kennfelder werden Turbolader und Verbrennungsmotor aneinander angepasst. Dieser Vorgang wird als *Matching* bezeichnet.

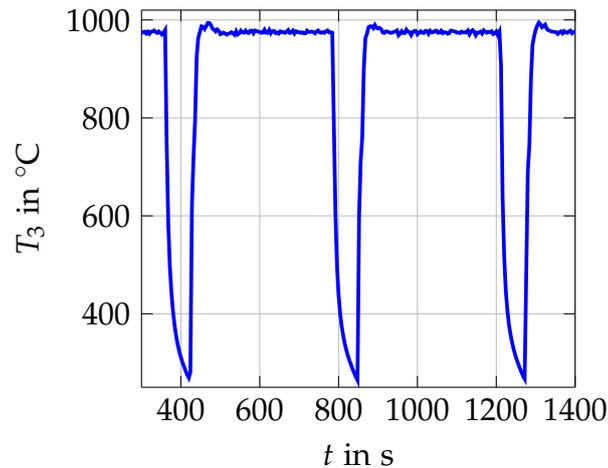


Abbildung 3.1: Beispielhafter Temperaturverlauf bei einem Thermoschock-Versuch

Das transiente Verhalten des Turboladers wird in Hinblick auf Laständerungen in Form schneller Massenstrom- und Temperaturänderungen untersucht. Im Fahrzeug treten solche Vorgänge bei schnellen Änderungen der Gaspedalstellung auf. Diese Vorgänge können zu instabilem Verhalten des Verdichters führen. Darauf wird in Abschnitt 6.5.2 genauer eingegangen.

Versuche zur Haltbarkeit werden zur Überprüfung der thermischen und mechanischen Belastbarkeit eines Turboladers durchgeführt. Dazu werden zum Beispiel lange Dauerläufe über 100 Stunden oder mehr durchgeführt. Besonders groß ist die Belastung bei sogenannten *Temperaturwechselprüfungen*, auch als *Thermoschock-Tests* bezeichnet. Die Turbine wird dabei wechselweise von heißem Abgas und kalter Luft durchströmt. Die schlagartige Umschaltung zwischen diesen beiden extremen Betriebszuständen sorgt für große thermische Spannungen in der Turbine. In Abbildung 3.1 ist der zeitliche Verlauf der Temperatur am Turbineneintritt für solch einen Versuch dargestellt. Innerhalb kurzer Zeit ändert sich die Temperatur um etwa 700 °C! Ausführliche Informationen zu solchen thermomechanischen Untersuchungen finden sich in [13].

Die Erfüllung der Wünsche und das Lösen der Aufgaben stellen hohe Anforderungen an die Regelung des Heißgasprüfstands. Die schnelle und exakte Einstellung gewünschter Massenstrom-, Drehzahl- und Temperaturwerte ist unabdingbar!

Auch wenn es das Ziel ist, für den Turbolader am Prüfstand die gleichen Bedingungen wie im Fahrzeug zu schaffen, so können sich die Messergebnisse vom Prüfstand vom Verhalten des Turboladers im Fahrzeug unterscheiden. Dies liegt unter anderem daran, dass die Turbine am Prüfstand kontinuierlich mit Heißgas beaufschlagt wird, im Fahrzeug jedoch pulsierend. Andere Gründe sind unterschiedliche Volumina vor und nach Turbine und Verdichter, oder die Messstellenplatzierung von

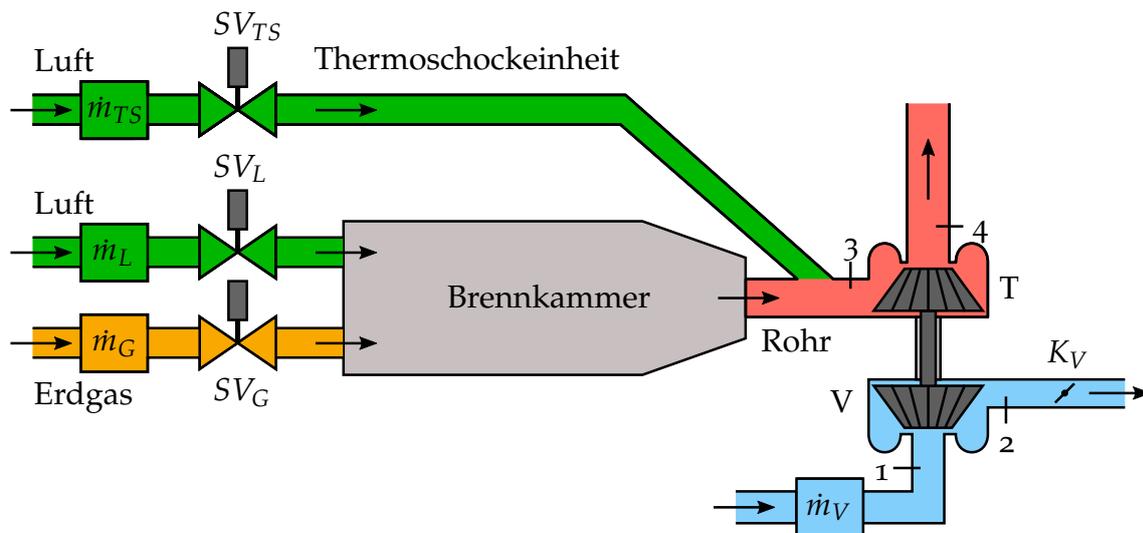


Abbildung 3.2: Schema Heißgasprüfstand

Druck- und Temperatursensoren. In [14] werden solche Einflussfaktoren untersucht und Vorgaben für die Vermessung von Turboladern an Heißgasprüfständen abgeleitet.

3.2 Aufbau eines Heißgasprüfstands

Ein Heißgasprüfstand besteht aus vielen Bestandteilen. Abbildung 3.2 zeigt ein vereinfachtes Schema der wichtigsten mechanischen Komponenten.

3.2.1 Brennkammer

Die Brennkammer ist das zentrale Element des Heißgasprüfstands. Die Turbine des Turboladers wird am Prüfstand nicht von einer Verbrennungskraftmaschine, sondern von einem eigenen Heißgaserzeuger mit Heißgasmassenstrom versorgt. In diesem Heißgaserzeuger wird ein Gemisch aus Kraftstoff und Luft verbrannt. In Abbildung 3.3 ist solch eine Brennkammer dargestellt. Auf der linken Seite werden Luft und Brennstoff in den vorderen Teil der Brennkammer geleitet, auf der rechten Seite strömt das heiße Abgas aus. Die Verbrennung dient der Erhöhung der Temperatur des Gases, das durch ein Rohr zur Turbine des Turboladers geleitet wird. In der betrachteten Brennkammer wird Erdgas als Brennstoff verwendet.

Bei älteren Heißgasprüfständen werden hauptsächlich flüssige Kraftstoffe wie Diesel, Heizöl und Kerosin eingesetzt. Die Verbrennung dieser Brennstoffe besitzt aber im Gegensatz zur Verbrennung von Erdgas einige Nachteile [15]: Es kommt zu



Abbildung 3.3: Brennkammer

ausgeprägten Temperaturunterschieden in der Flamme. Die höheren Emissionen bei der Verbrennung flüssiger Kraftstoffe erfordern ferner eine Abgasreinigungsanlage. Bei der Verbrennung entstehen unerwünschte Rußpartikel¹. Demgegenüber stehen bei Verwendung von Diesel oder Kerosin deutlich geringere Anforderungen an die Gebäudetechnik [16]. Bei der Verwendung von Erdgas entfällt dafür die Notwendigkeit großer Kraftstofftanks bei Anschluss des Prüfstands an das Erdgasversorgungsnetz.

Die Erzeugung heißer Luft wäre prinzipiell auch elektrisch durch große Elektroheizungen möglich. Diese besitzen große Vorteile: Es sind keine Kraftstofftanks oder eine Erdgasversorgung erforderlich, sondern nur eine Druckluftversorgung. Das Hantieren mit gefährlichen brennbaren Stoffen entfällt. Es findet keine Verbrennung statt, sondern es wird „nur“ heiße Luft erzeugt. Elektroheizungen sind stufenlos regelbar. Diesen vielen Vorteilen steht ein schwerwiegender Nachteil gegenüber: Für Heißgasprüfstände wird zum Testen großer Turbolader eine hohe Leistung bis zu einem Megawatt benötigt! Es ist nicht sinnvoll, so große Mengen elektrischer Energie in Wärme umzuwandeln.

¹Bei gewissen Tests wie Versuchen zur Haltbarkeit können Rußpartikel im Abgas sehr wohl erwünscht sein, da sie auch bei der Verbrennung von Diesel im Fahrzeug entstehen. Aus diesem Grund gibt es zum Teil auch bei mit Erdgas betriebenen Brennern Vorrichtungen zum Einspritzen von Diesel. Im Allgemeinen sind Rußpartikel jedoch unerwünscht!

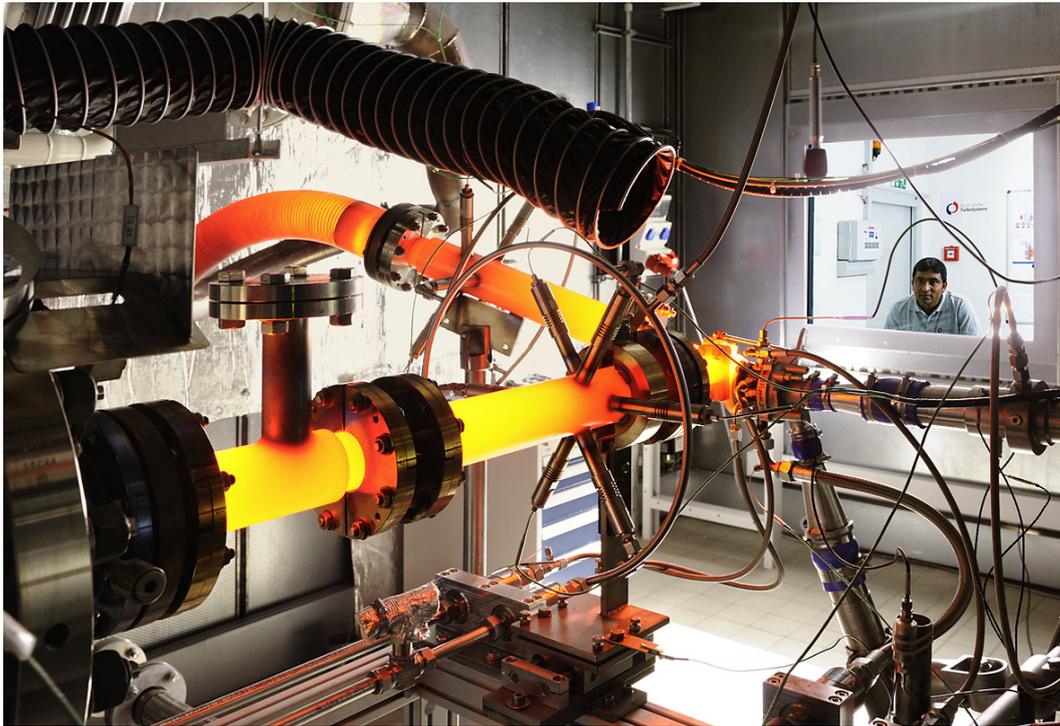


Abbildung 3.4: Verbindungsrohr Brennkammer Turbine [17]

Verbrennungsreaktion

Die Temperatur des Heißgases wird durch die Menge und die Aufteilung des Gas-Luft-Gemisches bestimmt. Die Verbrennung geschieht *überstöchiometrisch* mit variablem *Verbrennungsluftverhältnis*. Bei einer *stöchiometrischen* Verbrennungsreaktion wird dem Brennstoff genau soviel Luft beigemischt, wie für die Oxidation aller brennbaren Bestandteile nach den Reaktionsgleichungen theoretisch erforderlich ist [7]. In technischen Feuerungen wird meist mehr Luft als für die stöchiometrische Verbrennung nötig zugeführt. Dies liegt daran, dass es aufgrund unzureichender Durchmischung von Luft und Brennstoff in der Brennkammer Zonen mit Luftüberschuss beziehungsweise Luftmangel geben kann. Dadurch kommt es zu keiner *vollständigen* Verbrennung, brennbare Bestandteile sind im Abgas enthalten.

Das Verbrennungsluftverhältnis wird zur Veränderung der Heißgastemperatur variiert. Eine genaue Erklärung dieses Zusammenhangs der Massenströme mit der sogenannten *adiabaten Verbrennungstemperatur* findet sich in Abschnitt 4.1.1.

Das heiße Abgas wird durch ein Rohr von der Brennkammer zur Turbine des Turboladers geleitet. Abbildung 3.4 zeigt ein Foto des Aufbaus. Aufgrund der hohen Abgastemperatur glühen Rohr und Abgasturbine.

3.2.2 Medienversorgung

In den beiden Abbildungen 3.2 und 3.3 werden Luft und Erdgas durch Versorgungsleitungen in die Brennkammer geleitet. Die Menge des verbrannten Heißgases wird mithilfe von Stellventilen in den Versorgungsleitungen von Luft (SV_L) und Erdgas (SV_G) eingestellt. Die Massenströme von Luft (\dot{m}_L) und Erdgas (\dot{m}_G) werden vor den Ventilen gemessen. Eine Messung des Abgasmassenstromes ist aufgrund seiner hohen Temperatur nicht in technisch sinnvoller Weise möglich. Die Versorgung des Prüfstands mit Druckluft und Erdgas ist in Abbildung 3.2 der Übersicht halber nicht dargestellt. Die Druckluft wird von mehreren Kompressoren erzeugt, die große Druckluftspeicher füllen. Die Erdgasversorgung wird durch einen Anschluss an das Erdgasversorgungsnetz gewährleistet.

Im vereinfachten Schema besteht die Luft- und Gasversorgung der Brennkammer aus jeweils einer einzigen Rohrleitung. An einer realen Anlage gibt es üblicherweise mehrere Luft- und Gasleitungen zur Brennkammer. Dadurch kann ein größerer Leistungsbereich abgedeckt werden. Die Durchmischung der Strömung ist ebenfalls besser, was zu einer homogenen Temperaturverteilung im Heißgas führt.

3.2.3 Thermoschockeinheit

In Abbildung 3.2 ist eine Thermoschockeinheit schematisch eingezeichnet. Durch diesen Bypass kann Luft mit Umgebungstemperatur an der Brennkammer vorbei direkt in die Turbine geleitet werden. Massenstrommessung (\dot{m}_{TS}) und Stellventil (SV_{TS}) sind gleich ausgeführt wie bei der Medienversorgung der Brennkammer. An der realen Anlage befindet sich ein Klappensystem vor der Turbine, um schnell zwischen heißem und kaltem Massenstrom umschalten zu können. Das Klappensystem ist der Übersichtlichkeit halber nicht abgebildet.

3.2.4 Nachbildung Verbrennungsmotor

Die Nachbildung des Verbrennungsmotors als Verbraucher von verdichteter Luft geschieht am Prüfstand durch die Klappe (K_V) nach dem Verdichter. Durch Verstellen der Klappe kann der Massenstrom durch den Verdichter (\dot{m}_V) und der Druck nach dem Verdichter verändert werden. Der Verdichtermassenstrom wird vor dem Verdichtereintritt gemessen. Die Verdichterabluft wird gemeinsam mit dem Turbinenabgas in einen Kamin geleitet. Es wäre grundsätzlich möglich, die im Abgas enthaltene Energie für verschiedene Zwecke wie Gebäudeheizung zu nutzen. Da es dadurch jedoch eine Rückwirkung auf den Heißgasprüfstand gibt und Messungen verfälscht werden, wird die weitere Nutzung unterlassen.

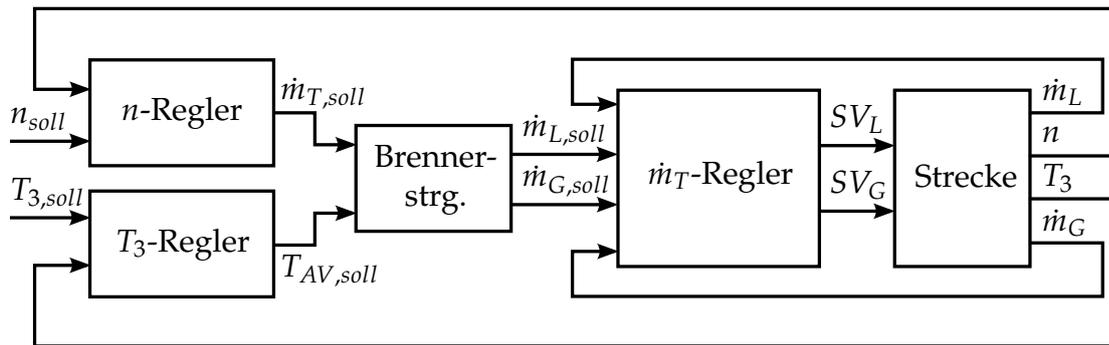


Abbildung 3.5: Regelkreise des Heißgasprüfstands

Für den Betrieb des Prüfstands ist natürlich noch eine Reihe weiterer Komponenten, wie Konditionierer für Kühlwasser und Öl, ein Automatisierungssystem, ein Sicherheitssystem etc. erforderlich.

3.3 Regelkreise von Heißgasprüfständen

In diesem Abschnitt wird kurz auf die grundsätzliche Funktionsweise der Regelung des Heißgasprüfstandes eingegangen. Die genaue Beschreibung von Temperatur- und Drehzahlregler folgt in den Abschnitten 5 und 7.

Beim Betrieb eines Abgasturboladers am Prüfstand sind folgende physikalische Größen besonders wichtig:

\dot{m}_T der Heißgasmassenstrom durch die Turbine. Er ergibt sich aus der Summe aus Luft- und Erdgasmassenstrom,

$$\dot{m}_T = \dot{m}_L + \dot{m}_G. \quad (3.1)$$

n die Turboladerdrehzahl.

T_3 die Temperatur des Heißgases am Eintritt in die Turbine.

\dot{m}_V der Luftmassenstrom durch den Verdichter.

Diese Größen müssen von der Regelung des Prüfstands eingestellt werden können. Abbildung 3.5 zeigt ein Blockschaltbild der Regelkreise für das heiße Abgas. Mit *Strecke* wird das physikalische System bestehend aus Prüfstand und Prüfling bezeichnet. Es wird eine Reihe von Prozessgrößen gemessen, für die Regelung von Menge und Temperatur des Heißgases sind vor allem die Massenströme von Luft, \dot{m}_L , und Erdgas, \dot{m}_G , die Turboladerdrehzahl n und die Heißgastemperatur T_3 am Turbineneintritt relevant.

Beim betrachteten Regelsystem handelt es sich um eine *Kaskadenregelung*. Es gibt mehrere einzelne Regler, die ineinander verschachtelt sind. Die Massenstromregelung stellt den innersten Regelkreis dar. Überlagert ist die Brennersteuerung, Drehzahl- und Temperaturregelung bilden die äußeren Regelkreise. Auf die Massenstromregelung und Brennersteuerung wird in weiterer Folge nicht ausführlich eingegangen. Es wird davon ausgegangen, dass diese sich „schnell genug“ verhalten. Das heißt, ihre Zeitkonstanten sind deutlich kleiner als die der äußeren Regelkreise.

3.3.1 Massenstromregelung

Im Block Massenstromregelung in Abbildung 3.5 sind Regler für Erdgas, Verbrennungsluft und Thermoschockluft enthalten. Das grundsätzliche Prinzip ist das gleiche. Aus dem Vergleich der Sollwerte der Massenströme $\dot{m}_{L,soll}$ und $\dot{m}_{G,soll}$ mit den zugehörigen Messwerten \dot{m}_L und \dot{m}_G werden Sollwerte für die Position der Stellventile SV_L und SV_G bestimmt. Diese Sollwerte werden an die Aktuatoren der Ventile übertragen, welche die Ventile öffnen oder schließen. Als Aktuatoren kommen dabei üblicherweise Servomotoren oder elektrisch-pneumatische Stellglieder zum Einsatz.

3.3.2 Brennersteuerung

Die Sollwerte für die Massenstromregelung werden von der Brennersteuerung erzeugt. Sie gewährleistet einen sicheren und stabilen Betrieb des Heißgasbrenners. In ihr wird die Aufteilung eines gewünschten Gesamtmassenstroms $\dot{m}_{T,soll}$ durch die Turbine auf die einzelnen Luft- und Erdgasmassenströme bestimmt. Dabei wird darauf geachtet, dass die Flamme stabil brennt und nicht erlischt.

3.3.3 Drehzahlregelung

Der Sollwert des Gesamtmassenstroms $\dot{m}_{T,soll}$ wird vom überlagerten Drehzahlregler des Turboladers vorgegeben. Die Regelung der Turboladerdrehzahl ausschließlich mittels des Heißgasmassenstroms durch die Turbine ist bemerkenswert. In Abschnitt 6.3 wird gezeigt, dass der Einfluss des Verdichters auf die Turboladerdrehzahl kleiner ist als vermutet.

3.3.4 Temperaturregelung

Der Temperaturregler gibt durch den Vergleich von Soll- und Istwert einen Sollwert der adiabaten Verbrennungstemperatur $T_{AV,soll}$ vor. Diese ist ein Temperaturmaximalwert, der bei der Verbrennung eines Brennstoff-Luft-Gemischs unter idealen Bedingungen erreicht werden kann [7]. Sie ist ein Maß für die Aufteilung des Gesamtmassenstroms auf die Luft- und Erdgasmenge.

3.3.5 Regelung des Verdichtermassenstroms

Die Regelung des Verdichtermassenstroms geschieht unabhängig von den Regelkreisen der Turbine. Sie ist daher in obigem Schema nicht aufgeführt. Sie ist ähnlich aufgebaut wie die Massenstromregelung für die Brennkammer. Durch Verändern der Position der Klappe K_V nach Verdichter wird der Massenstrom \dot{m}_V durch den Verdichter eingestellt. Auf die Regelung des Verdichtermassenstroms wird wie auf die Massenstromregelung und Brennersteuerung im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter eingegangen.

Modellierung des Temperaturverhaltens des Heißgasprüfstands

In Abschnitt 3.3 wurde bereits kurz auf die Regelkreise von Heißgasprüfständen eingegangen. Dieser Abschnitt widmet sich ausführlich der Herleitung eines Modells, das die thermischen Vorgänge in Brennkammer und Verbindungsrohr zum Turbolader beschreibt. Die eingehende Analyse des Verhaltens wurde nötig, als erste Versuche am Prüfstand mit einem PI-Regler zur Temperaturregelung zu einem unbefriedigenden Ergebnis führten. Abbildung 4.1 zeigt die Messergebnisse von einem dieser Versuche. Darin ist zum einen die Antwort des geregelten Systems auf eine Änderung des Temperatursollwerts am Turbineneintritt ersichtlich. Bei konstantem Heißgasmassenstrom \dot{m}_{HG} (Summe aus Luft- \dot{m}_L und Erdgasmassenstrom \dot{m}_G) durch Brennkammer und Turbine wird der Temperatursollwert von 400 °C auf 600 °C erhöht. Dabei kommt es zu einem oszillierendem Temperaturverlauf, dessen Amplitude nicht kleiner wird. Im Prüfbetrieb ist dieses Verhalten nicht akzeptabel!

Zum anderen wird etwa 120 s nach der Erhöhung der Solltemperatur der Heißgasmassenstrom sprunghaft von 0,1 kg/s auf 0,2 kg/s geändert. Dabei kommt es zu einer Abweichung der gemessenen Temperatur vom Sollwert von beinahe 100 °C. Auch bei der anschließenden Reduktion des Massenstromes kommt es zu einer deutlichen Temperaturabweichung. Wie das oszillierende Verhalten sind diese starken Temperaturabweichungen unerwünscht.

Durch eine andere Wahl der Parameterkonfiguration des PI-Reglers können diese zwei Probleme nicht gelöst werden. Es ist dadurch zwar möglich, in diesem konkreten Betriebspunkt bei $\dot{m}_{HG} = 0,1$ kg/s eine Verbesserung zu erzielen. Dies hat jedoch eine Verschlechterung des Temperaturverhaltens in anderen Betriebspunkten zur Folge.

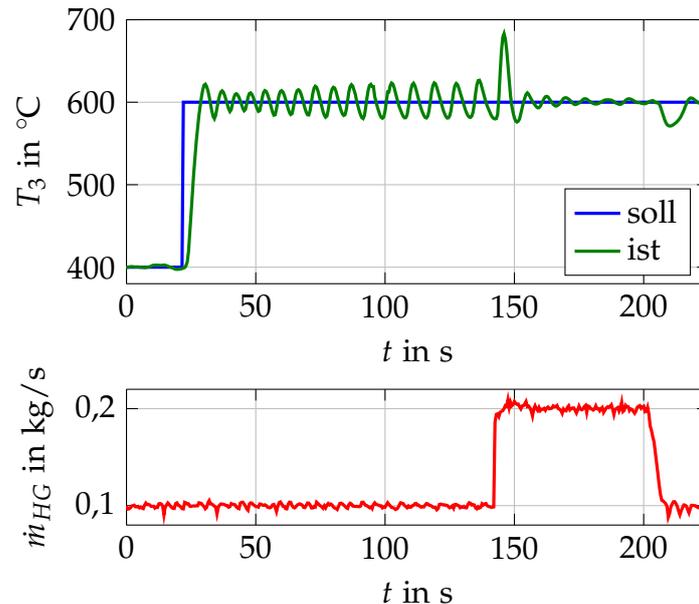


Abbildung 4.1: Messergebnisse PI-Regler

Mit einem herkömmlichen PI-Regler kann der Wunsch nach einer Reduktion der Temperaturosillationen nicht erfüllt werden. Aus diesem Grund wird in dieser Abhandlung ein modellbasierter Ansatz vorgeschlagen. Im entwickelten Modell wird die Massenstromabhängigkeit des Temperaturverhaltens berücksichtigt. Mithilfe des neuen Regelungskonzepts kann auch die Überschwingweite der Temperatur bei sprungförmigen Änderungen des Sollwerts reduziert werden.

Die vorgestellte Methode basiert auf Erkenntnissen in [18], wo Modellbildung und Regelung einer Biomassefeuerungsanlage behandelt werden. Der für vorliegende Arbeit relevante Teil behandelt die Speicherwirkung der Temperatur im Schamottstein, hervorgerufen durch den Rauchgasmassenstrom der Biomasseverbrennung. Grundsätzliche Überlegungen bei der Herleitung des Modells in [18] werden im ersten Teil dieser Arbeit erklärt. Den Ausgangspunkt der mathematischen Beschreibung des Strömungsprozesses bildet eine partielle Differentialgleichung für Wärme- und Stoffübertragung, die aus einer Energiebilanzgleichung resultiert. Für die Beschreibung des Rohrs, das Brennkammer und Turbolader verbindet, und dessen Isolierung sind zwei partielle Differentialgleichungen notwendig. Es wird gezeigt, dass bei vorliegender Aufgabenstellung das Übertragungsverhalten bezüglich Heißgastemperatur am Rohrein- und -austritt durch eine gewöhnliche Differentialgleichung erster Ordnung hinreichend genau beschrieben werden kann.

Messungen am Prüfstand zeigen, dass das Temperaturverhalten durch dieses Modell gut abgebildet wird. Es gibt jedoch Effekte, die nicht zufriedenstellend erfasst

werden. Die Qualität des Modells kann bereits durch eine Veränderung der Parameter verbessert werden, wodurch eine Erhöhung der Systemordnung vermieden wird. Die in [18] hergeleiteten Vorschriften zur Wahl der Systemparameter weisen im vorliegenden Fall keine gute Übereinstimmung mit den Messungen auf und werden durch empirische Zusammenhänge ersetzt. Mit einer Maßnahme zur Berücksichtigung der Dynamik der Temperatursensoren ergibt sich ein neues Modell, welches für den Reglerentwurf verwendet wird.

Bei den Ausführungen in diesem Abschnitt und in Kapitel 5 handelt es sich um eine umfassende Beschreibung der in [19] veröffentlichten Ergebnisse.

4.1 Herleitung eines einfachen Modells

Im Folgenden wird ein einfacher mathematischer Zusammenhang zwischen den Temperaturen eines Fluids am Eintritt und am Austritt eines Rohrs hergeleitet. Der Strömungsprozess in einem zylindrischen Rohr ist in Abbildung 4.2 dargestellt. Die Abmessungen des Rohres sind durch dessen Länge L und Durchmesser D

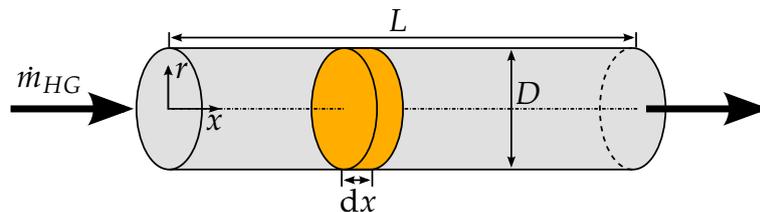


Abbildung 4.2: Strömungsprozess im Rohr

gegeben. Der Heißgasmassenstrom \dot{m}_{HG} tritt an Position $x = 0$ in das Rohr ein und verlässt es bei $x = L$. Die physikalischen Größen, die den Zustand des Heißgases beschreiben, weisen im Allgemeinen zusätzlich zur Abhängigkeit von der Position x und der Zeit t eine radiale Abhängigkeit r auf.

Unter der Annahme turbulenter Strömung kann diese vernachlässigt werden, da eine turbulente Strömung für eine homogene Durchmischung des Fluids in jedem Rohrquerschnitt sorgt [20, 21]. Die Größen weisen somit nur noch Abhängigkeiten von der Zeit t und der Längsrichtung x auf. Der Übersichtlichkeit halber werden diese Abhängigkeiten in der folgenden Herleitung nicht angeführt. Die Gleichung zur Beschreibung des Strömungsvorgangs für das in Abbildung 4.2 hervorgehobene Volumenelement $\frac{D^2}{4} \pi dx$ lautet [20]

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial s_h}{\partial x} + s_q = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right). \quad (4.1)$$

Die auftretenden Größen haben folgende Bedeutung: Die Energiedichte der inneren Energie wird durch u gekennzeichnet, s_h steht für die Enthalpiestromdichte, s_q bezeichnet die Wärmestromdichte des mit der Umgebung ausgetauschten Wärmestroms, λ die Wärmeleitfähigkeit des Fluids und T die thermodynamische Temperatur. Der Ausdruck $\frac{\partial u}{\partial t}$ in (4.1) beschreibt die Änderung der inneren Energie innerhalb des Volumenelements über der Zeit. Im zweiten Term, $\frac{\partial s_h}{\partial x}$, wird die Änderung der Energie aufgrund der Bewegung des Fluids berücksichtigt. Vervollständigt wird die linke Seite durch s_q , den Energieaustausch mit der Umgebung. Im Ausdruck $\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right)$ findet die Wärmeleitung in axialer Richtung Berücksichtigung.

Das Rohr, das Brennkammer und Turbolader verbindet, ist mit einer thermischen Isolierung versehen. Dies dient der Verringerung der Energieabgabe an die Umgebung. Abbildung 4.3 zeigt den Aufbau. Da demnach zwei Schichten am Energie-

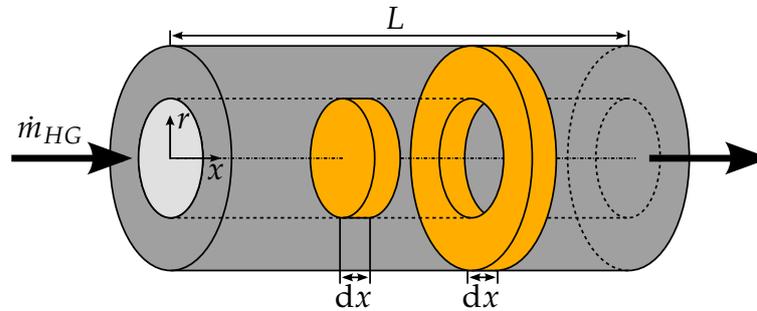


Abbildung 4.3: Strömungsprozess in Rohr mit Isolierung

austausch beteiligt sind, wird Gleichung (4.1) zwei Mal angesetzt. Einerseits um das Temperaturverhalten des Heißgases im Rohr selbst (HG) und andererseits um das Speicherverhalten in der Isolierung (I) zu beschreiben [20]:

$$\frac{\partial u_{HG}}{\partial t} + \frac{\partial s_{h,HG}}{\partial x} + s_{q,HG} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_{HG} \frac{\partial T_{HG}}{\partial x} \right) \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial u_I}{\partial t} + \frac{\partial s_{h,I}}{\partial x} + s_{q,I} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_I \frac{\partial T_I}{\partial x} \right). \quad (4.3)$$

Beide Gleichungen (4.2) und (4.3) können vereinfacht werden.

Es wird angenommen, dass im betrachteten Bereich alle Gase sich wie ideale Gase verhalten. Die spezifische innere Energiedichte idealer Gase kann durch Multiplikation der spezifischen inneren Energie mit der Dichte ρ berechnet werden:

$$u_{HG} = \rho_{HG} \left[\int_{T_0}^{T_{HG}} c_{v,HG}(\tau) \, d\tau + u_{HG,0} \right]. \quad (4.4)$$

Wird statt der spezifischen isochoren Wärmekapazität $c_{v,HG}$ deren Mittelwert $\bar{c}_{v,HG}$ verwendet und der Bezugszustand geschickt gewählt ($T_0 = 0\text{ K}$, $u_{HG,0} = 0\text{ J/kg}$), so kann die innere Energiedichte näherungsweise durch

$$u_{HG} = \rho_{HG} \bar{c}_{v,HG} T_{HG} \quad (4.5)$$

angegeben werden [7]. Dieser Ausdruck wird unter Zuhilfenahme der thermischen Zustandsgleichung idealer Gase,

$$pv = R_S T, \quad (4.6)$$

in weiterer Folge umgeformt. Wird Gleichung (4.6) nach dem Kehrwert des spezifischen Volumens, der Dichte $\rho = \frac{1}{v}$, aufgelöst und der Ausdruck in Gleichung (4.5) eingesetzt, so erhält man

$$u_{HG} = \frac{p}{R_S T_{HG}} \bar{c}_{v,HG} T_{HG} = \frac{\bar{c}_{v,HG}}{R_S} p. \quad (4.7)$$

Die mittlere spezifische isochore Wärmekapazität ist wie die spezifische Gaskonstante R_S konstant. Die innere Energiedichte ist nur eine Funktion des Drucks p und unabhängig von der Temperatur! Darüber hinaus ist im Rohr auch der Druck näherungsweise konstant. Daher verschwindet der erste Term in (4.2):

$$\frac{\partial u_{HG}}{\partial t} = 0. \quad (4.8)$$

Die Enthalpiestromdichte $s_{h,HG}$ im zweiten Term in (4.2) ist durch

$$s_{h,HG} = \frac{\dot{m}_{HG} h_{HG}}{A_R} \quad (4.9)$$

gegeben. Hierbei kennzeichnen h_{HG} und A_R die spezifische Enthalpie des Heißgases und den Querschnitt des Rohrs. Für die spezifische Enthalpie des Heißgases gilt [7]:

$$h_{HG} = \int_{T_0}^{T_{HG}} c_{p,HG}(\tau) d\tau + h_{HG,0}. \quad (4.10)$$

Durch Einsetzen von (4.10) in (4.9) und Bilden der partiellen Ableitung nach der Position x erhält man

$$\frac{\partial s_{h,HG}}{\partial x} = \frac{\dot{m}_{HG}}{A_R} c_{p,HG} \frac{\partial T_{HG}}{\partial x}. \quad (4.11)$$

Dabei wurde angenommen, dass sich der Heißgasmassenstrom \dot{m}_{HG} zwar mit der Zeit, nicht aber mit der Position im Rohr ändert.

Der dritte Term in (4.2), $s_{q,HG}$, berücksichtigt den Energieaustausch zwischen Heißgas und Isolationsschicht. Der gesamte über die Rohrlänge übertragene Wärmestrom lautet

$$\dot{Q} = LU\alpha_m (T_{HG} - T_I). \quad (4.12)$$

Er ist abhängig vom Temperaturunterschied zwischen Heißgas und Isolierung und vom mittleren effektiven Wärmeübergangskoeffizienten α_m . Ebenfalls von Bedeutung ist die am Wärmeübergang beteiligte Rohroberfläche, die sich aus dem Produkt aus Rohrlänge L und Rohrrinnenumfang U zusammensetzt. Dividiert man den auf die Rohrlänge bezogenen übertragenen Wärmestrom durch die Rohrquerschnittsfläche, so erhält man für die Wärmestromdichte

$$s_{q,HG} = \frac{\dot{Q}}{LA_R} = \frac{U\alpha_m (T_{HG} - T_I)}{A_R}. \quad (4.13)$$

Die Wärmeleitung in axialer Richtung innerhalb des Heißgases wird vernachlässigt. Da das Heißgas zu großen Anteilen aus Stickstoff, Kohlendioxid und Sauerstoff besteht, ist dessen Wärmeleitfähigkeit sehr klein. Durch Einsetzen von (4.8), (4.11) und (4.13) in (4.2) erhält man somit die vereinfachte partielle Differentialgleichung für das Heißgas mit

$$\frac{\partial T_{HG}(x,t)}{\partial x} + \frac{U\alpha_m}{\dot{m}_{HG}c_{p,HG}} [T_{HG}(x,t) - T_I(x,t)] = 0. \quad (4.14)$$

Zur Bestimmung des ersten Terms der Differentialgleichung (4.3) der Isolierung wird die Annahme getroffen, dass sich die Isolierung näherungsweise wie ein inkompressibles Fluid verhält. Damit kann wie zuvor von Gleichung (4.4) ausgegangen werden:

$$u_I = \rho_I \left[\int_{T_0}^{T_I} c_{v,I}(\tau) d\tau + u_{I,0} \right]. \quad (4.15)$$

Da das spezifische Volumen näherungsweise konstant ist, unterscheiden sich die spezifischen isochoren und isobaren Wärmekapazitäten nicht. Es gilt

$$c_{v,I}(T) = c_{p,I}(T). \quad (4.16)$$

Da die Dichte des Isolationsmaterials im betrachteten Temperaturbereich näherungsweise konstant ist, kann die partielle Ableitung nach der Zeit durch

$$\frac{\partial u_I}{\partial t} = \rho_I c_{p,I} \frac{\partial T_I}{\partial t} \quad (4.17)$$

angegeben werden.

Die Enthalpiestromdichte der Isolierung $s_{h,I}$ wird analog zum Heißgas in (4.9) bestimmt. Sie lautet

$$s_{h,I} = \frac{\dot{m}_I h_I}{A_I}. \quad (4.18)$$

Die Querschnittsfläche der Isolierung wird hierbei mit A_I gekennzeichnet. Die Bestimmung der Enthalpie der Isolierung ist nicht nötig, da es keinen Massentransport in der Isolationsschicht gibt,

$$\dot{m}_I = 0. \quad (4.19)$$

Daraus folgt, dass die Enthalpiestromdichte und auch deren partielle Ableitung nach der Position x Null sind:

$$\frac{\partial s_{h,I}}{\partial x} = 0. \quad (4.20)$$

Die Rohrwand, die Heißgas und Isolation trennt, ist zwar aus Stahl, aber vergleichsweise dünn. Daher wird deren axiale Wärmeleitung und Speicherwirkung vernachlässigt. Der von der Isolierung aufgenommene Wärmestrom entspricht daher dem vom Heißgas abgegebenen. Daraus folgt für die Wärmestromdichte der Isolierung der Zusammenhang

$$s_{q,I} = -\frac{\dot{Q}}{LA_I} = \frac{U\alpha_m(T_I - T_{HG})}{A_I}. \quad (4.21)$$

Die axiale Wärmeleitung in der Isolierung wird abermals aufgrund der geringen Wärmeleitfähigkeit des Materials vernachlässigt. Einsetzen von (4.17), (4.20) und (4.21) in (4.3) führt zusammen mit Gleichung (4.14) zum vereinfachten Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{HG}(x,t)}{\partial x} + \frac{U\alpha_m}{\dot{m}_{HG}c_{p,HG}} [T_{HG}(x,t) - T_I(x,t)] &= 0 \\ \frac{\partial T_I(x,t)}{\partial t} + \frac{U\alpha_m}{A_I\rho_Ic_{p,I}} [T_I(x,t) - T_{HG}(x,t)] &= 0. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Durch die zahlreichen Vereinfachungen, wie etwa die Verwendung des Stoffmodells des idealen Gases oder die Vernachlässigung axialer Wärmeleitung konnte das ursprüngliche Differentialgleichungssystem der Gleichungen (4.2) und (4.3) bedeutend vereinfacht werden. Für den Reglerentwurf ist noch eine weitere Vereinfachung dieses Modells erstrebenswert.

Im Grunde ist nur das Übertragungsverhalten von der Heißgastemperatur am Rohreintritt zur Heißgastemperatur am Rohraustritt von Interesse:

$$T_{HG}(x=0,t) = T_{AV}(t) \implies T_{HG}(x=L,t) = T_3(t).$$

Die Temperatur am Rohreintritt wird als adiabate Verbrennungstemperatur T_{AV} bezeichnet. Diese wird als Stellgröße des Temperaturreglers verwendet und in einen Erdgasmassenstrom umgerechnet. Eine genauere Betrachtung der adiabaten Verbrennungstemperatur folgt in Abschnitt 4.1.1. Die Temperatur am Austritt des Rohrs entspricht der Heißgastemperatur am Eintritt in die Turbine. Dies ist die Messgröße für die Temperaturregelung. Da nur der Zusammenhang zwischen diesen beiden Temperaturen gesucht ist, ist eine einfachere Beschreibung möglich. In [18] wird gezeigt, dass sich dieser Zusammenhang durch ein Modell erster Ordnung der Art

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -ax + au \\ y &= cx + (1 - c)u\end{aligned}\quad (4.23)$$

mit den Parametern

$$a = c_a \dot{m}_{HG}^{0.8} \quad (4.24)$$

$$c = c_c \dot{m}_{HG}^{-0.15} \quad (4.25)$$

beschreiben lässt. Die adiabate Verbrennungstemperatur stellt die Eingangsgröße dar,

$$u(t) = T_{AV}(t),$$

die Systemausgangsgröße ist durch die Temperatur des Heißgases am Ende des Rohrs gegeben,

$$y(t) = T_3(t).$$

Die Zustandsgröße $x(t) = T_{I,m}(t)$ kann als mittlere Isolationstemperatur interpretiert werden. Diese ist nur mehr eine Funktion der Zeit und zeigt keine örtliche Abhängigkeit!

Das Übertragungsverhalten weist eine starke Abhängigkeit vom Heißgasmassenstrom auf. Um diesem Umstand Rechnung zu tragen, sind die Parameter $a = a(\dot{m}_{HG})$ und $c = c(\dot{m}_{HG})$ Funktionen des Massenstroms. Die Koeffizienten c_a und c_c werden aus Messdaten ermittelt.

4.1.1 Die adiabate Verbrennungstemperatur

Die Stellgröße des Temperaturreglers ist die adiabate Verbrennungstemperatur, von der unterlagerten Massenstromregelung werden jedoch Luft- und Erdgasmassenströme eingestellt. Es fehlt eine Umrechnung der adiabaten Verbrennungstemperatur in einen Erdgasmassenstrom. Dieser Zusammenhang wird nachfolgend hergeleitet.

Mit adiabater Verbrennungstemperatur bezeichnet man die maximale Temperatur, die bei einem idealen Verbrennungsprozess in einer adiabaten Brennkammer erreicht werden kann [7]. In einem adiabaten System findet kein Wärmeaustausch

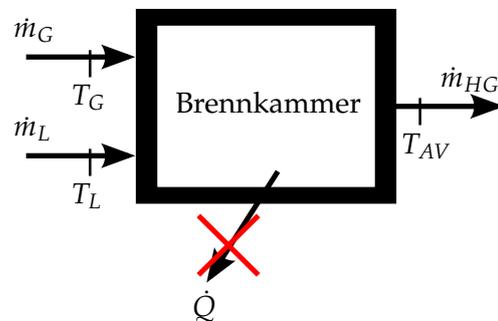


Abbildung 4.4: Adiabater Verbrennungsprozess

zwischen dem System und der Umgebung statt (siehe Abbildung 4.4). Es fließt kein Wärmestrom, das heißt $\dot{Q} = 0$. Ein Energieaustausch mit der Umgebung findet nur durch Massentransport statt. In Abbildung 4.4 sind dies die ein- und ausströmenden Massenströme. Das sind der Erdgas- und Luftmassenstrom \dot{m}_G und \dot{m}_L , beziehungsweise der Heißgasmassenstrom \dot{m}_{HG} . Erdgas und Luft werden mit der jeweiligen Temperatur zugeführt, das Heißgas verlässt die Brennkammer mit der adiabaten Verbrennungstemperatur. Sämtliche zugeführte Energie dient der Erhöhung der Enthalpie und damit auch der Temperatur des Heißgases. Die Leistungsbilanz für die Brennkammer lautet

$$\dot{m}_G h_G(T_G) + \dot{m}_L h_L(T_L) = \dot{m}_{HG} h_{HG}(T_{AV}). \quad (4.26)$$

Die Enthalpien h von Erdgas, Luft und Heißgas sind durch die entsprechenden Indizes in Gleichung (4.26) gekennzeichnet. Sie sind abhängig von den jeweiligen Temperaturen der Stoffe. Die dem Verbrennungsprozess zugeführte Luft wird als trocken angenommen, Wasserdampf als Bestandteil des Heißgases kann folglich nur durch die Verbrennung selbst entstehen. Die Enthalpie der Luft ist daher nur von der Temperatur und nicht von der Wasserbeladung der Luft abhängig.

Für die Bestimmung der Enthalpie des Erdgases ist dessen Heizwert H_i maßgeblich. Dieser wird gewöhnlich für eine Bezugstemperatur T_0 messtechnisch ermittelt. Eigentlich wird meistens der Brennwert H_s bestimmt. Er unterscheidet sich vom Heizwert durch die Verdampfungsenthalpie des im Heißgas enthaltenen Wassers. Der Heizwert wird im Anschluss durch Abzug der Verdampfungsenthalpie aus dem Brennwert berechnet. Die Bezugstemperatur unterscheidet sich im Allgemeinen von der Temperatur, mit der der Brennstoff der Feuerung zugeführt wird. Da die Temperaturdifferenz in vielen Fällen sehr klein ist, kann auch der Unterschied zwischen Heizwert $H_i(T_0)$ und zugeführter Enthalpie $h_G(T_G)$ vernachlässigt werden:

$$h_G \approx H_i \quad (4.27)$$

Im Heizwert sind zusätzlich die Enthalpie der für die stöchiometrische Verbrennung des jeweiligen Brennstoffs nötigen Luftmenge und die des Heißgases bei Standardbedingungen enthalten.

Wird zusätzlich die im Vergleich mit dem Heizwert des Erdgases geringe Enthalpie der Verbrennungsluft vernachlässigt ($h_L = 0 \text{ J/kg}$), ergibt sich die approximative Beschreibung

$$\dot{m}_G H_i = \dot{m}_{HG} h_{HG}(T_{AV}). \quad (4.28)$$

Aufgrund der Massenerhaltung beim Verbrennungsprozess setzt sich der Heißgasmassenstrom aus Erdgas- und Luftmassenstrom zusammen,

$$\dot{m}_{HG} = \dot{m}_G + \dot{m}_L.$$

Damit erhält man aus (4.28)

$$h_{HG}(T_{AV}) = \frac{\dot{m}_G H_i}{\dot{m}_G + \dot{m}_L} \quad (4.29)$$

für die spezifische Enthalpie des Heißgases. Da Erdgas zu einem Großteil aus Methan besteht, sind die Hauptbestandteile des bei der Verbrennung von Erdgas entstehenden Heißgases Kohlendioxid, Wasser und Stickstoff. Hinzu kommt die überschüssige Luft, die für die stöchiometrische Verbrennung nicht benötigt wird. Unter der Annahme, dass sich das Gasgemisch wie ein ideales Gas verhält, kann die adiabate Verbrennungstemperatur mit der mittleren spezifischen Wärmekapazität des Heißgases $c_{p,HG}$ aus

$$T_{AV} = \frac{h_{HG}}{c_{p,HG}} + T_0 \quad (4.30)$$

berechnet werden. Für kleine Temperaturunterschiede kann die Wärmekapazität als konstant angenommen werden, bei größeren Unterschieden muss deren Temperaturabhängigkeit berücksichtigt werden. Zur Bestimmung von $c_{p,HG}$ sind unterschiedliche Vorgehensweisen möglich. In [7] sind Werte für die Wärmekapazität des stöchiometrischen Verbrennungsgases von Erdgas für einen großen Temperaturbereich in Tabellen aufgelistet. Die Wärmekapazität der überschüssigen Luft ist noch in die Bestimmung von $c_{p,HG}$ einzubeziehen.

Mit den Gleichungen (4.29) und (4.30) wird ein Zusammenhang zwischen der in die Brennkammer geleiteten Gasmenge und der adiabaten Verbrennungstemperatur hergestellt. Aus einer gewünschten adiabaten Verbrennungstemperatur kann somit auch der erforderliche Gasmassenstrom bestimmt und mittels Massenstromregelung eingestellt werden.

4.1.2 Zusammenfassung

In diesem Abschnitt wurde ein einfacher Zusammenhang zwischen der in die Brennkammer eingebrachten Gasmenge und der Temperatur des Heißgases am Turbineneintritt hergeleitet. Wesentlich sind die vier Gleichungen

$$\begin{aligned}
 h_{HG} &= \frac{\dot{m}_G H_i}{\dot{m}_G + \dot{m}_L'} \\
 T_{AV} &= \frac{h_{HG}}{c_{p,HG}} + T_0, \\
 \frac{dT_{I,m}}{dt} &= -aT_{I,m} + aT_{AV} \quad \text{und} \\
 T_3 &= cT_{I,m} + (1-c)T_{AV}.
 \end{aligned}
 \tag{4.31}$$

4.2 Verifikation des Modells

Zur Überprüfung der grundsätzlichen Eignung des Modells (4.23) wurden aus Messdaten von Versuchen die Koeffizienten c_a und c_c , siehe Gleichungen (4.24) und (4.25), bestimmt. Mit dem Temperaturmodell wurde eine Simulationsstudie durchgeführt. In Abbildung 4.5 ist das Simulationsergebnis den gemessenen Werten gegenübergestellt. Bei dem Versuch wird bei konstantem Brennkammermassen-

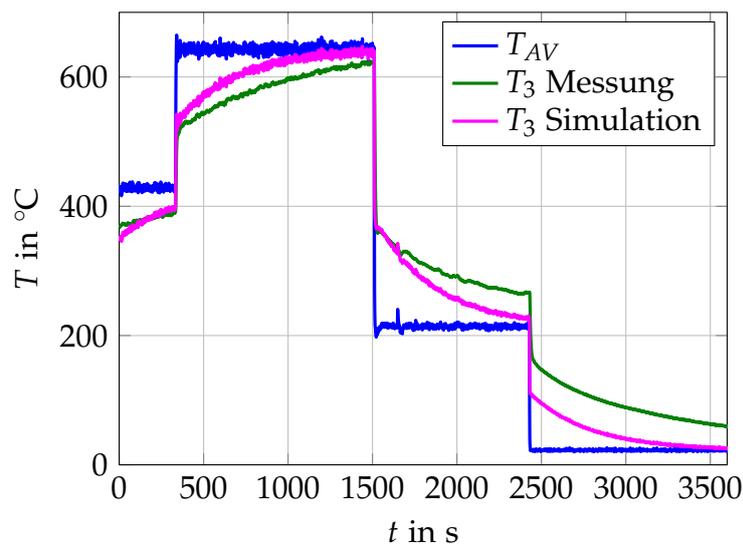


Abbildung 4.5: Simulationsergebnisse für Modell (4.23)

strom das Systemverhalten bei einer sprunghaften Änderung der Eingangsgröße T_{AV} mit dem realen thermischen Verhalten von Brennkammer und Rohr verglichen. Das asymptotische Verhalten kann durch das einfache Modell zufriedenstellend nachgebildet werden. Bei genaueren Untersuchungen offenbaren sich jedoch einige Probleme.

In einer vergrößerten Ansicht in Abbildung 4.6 ist ersichtlich, dass sich der gemessene und der simulierte Temperaturverlauf in den ersten 20 Sekunden nach dem Sprung der adiabaten Verbrennungstemperatur deutlich unterscheiden. Die

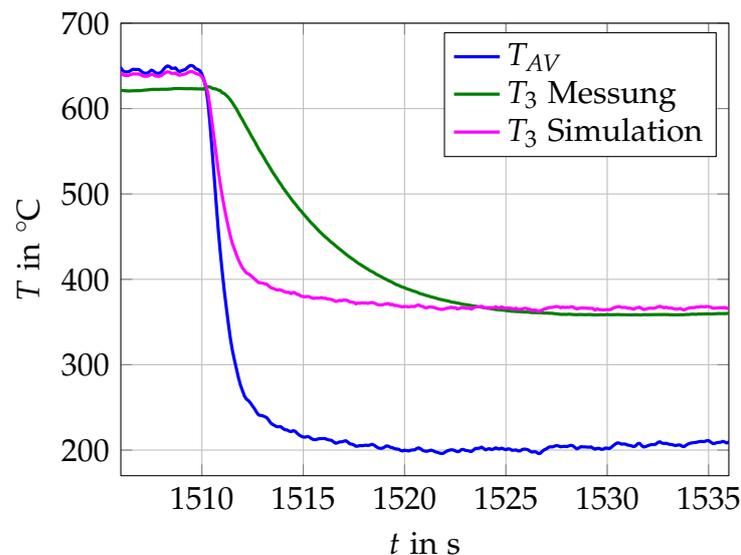


Abbildung 4.6: Simulationsergebnisse für Modell (4.23) (vergrößerte Ansicht)

gemessene Turbineneintrittstemperatur reagiert auf den Sprung deutlich langsamer als es die Simulation für das Modell zeigt. Beim gemessenen Temperaturverlauf ist dieser erste Einschwingvorgang erst etwa 10 s nach der Änderung der adiabaten Verbrennungstemperatur abgeschlossen.

Bei der Analyse des Einflusses von Massenstromänderungen auf das thermische Verhalten fallen zwei weitere Unzulänglichkeiten auf. Wie Abbildung 4.7 zeigt, ändert sich die Temperatur am Sensor im eingeschwungenen Zustand bei einer sprunghaften Änderung des Massenstroms. Auf die simulierte Temperatur hat diese Änderung jedoch keine Auswirkung, weshalb eine Adaptierung des Modells erforderlich ist.

Ein weiteres Problem ist der Ansatz für Parameter c gemäß (4.25). Anhand der Messdaten stellt sich heraus, dass der Ansatz für diese Anwendung nicht geeignet ist. Abbildung 4.8 verdeutlicht die Notwendigkeit eines neuen Ansatzes. Aus der Verifikation des Modells (4.23) ergeben sich somit drei Bereiche, in denen eine Verbesserung nötig ist:

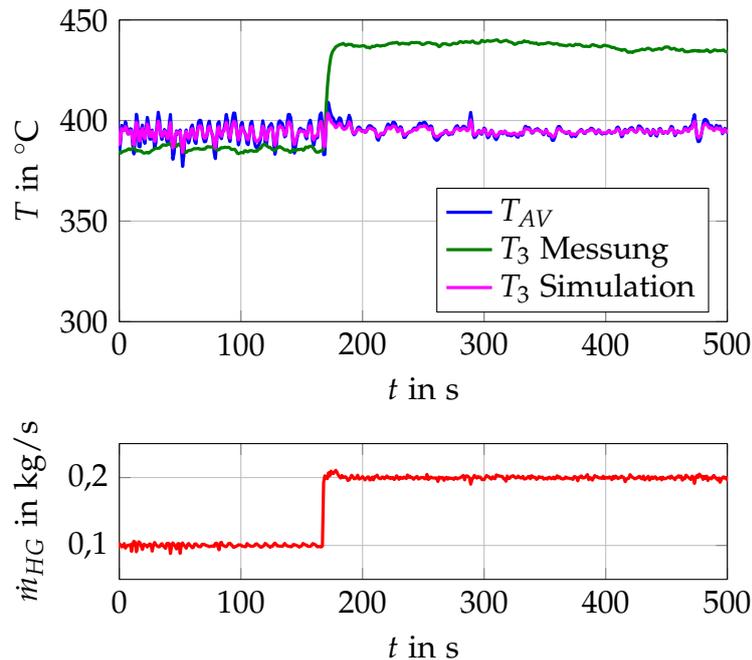


Abbildung 4.7: Simulationsergebnisse bei Massenstromsprung

1. Der Einfluss eines Massenstromsprunges auf die Temperatur.
2. Das Temperaturverhalten kurz nach einem Sprung der adiabaten Verbrennungstemperatur.
3. Ansatz (4.25) für Parameter c .

4.3 Ungenauigkeiten bei der Bestimmung der adiabaten Verbrennungstemperatur

Betrachtet man Abbildung 4.7, so fällt auf, dass die eingeschwungene Temperatur am Turbineneintritt nach dem Massenstromsprung über der adiabaten Verbrennungstemperatur liegt. Eine kurzzeitige Veränderung der Heißgastemperatur durch eine Veränderung des Massenstromes kann durch den Aufbau der Brennkammer erklärt werden. In Abbildung 4.9 ist ein schematischer Überblick der Brennkammer dargestellt. Der gesamte Luftmassenstrom \dot{m}_L wird nicht direkt in die Brennkammer geleitet. Vielmehr teilt er sich in einen Brennluft- $\dot{m}_{L,B}$ und einen Mischluftanteil $\dot{m}_{L,M}$ auf. Die Brennluft wird zur stöchiometrischen Verbrennung des Erdgases direkt bei der Flamme in die Brennkammer geleitet. Die Mischluft dient zur Einstellung des gewünschten Massenstromwerts und zur Kühlung der Brennkammer. Die Mischluft wird daher mehrmals entlang des Brennermantels geführt und dadurch vorgewärmt, bevor sie in die Brennkammer gelangt. Eine Erhöhung des

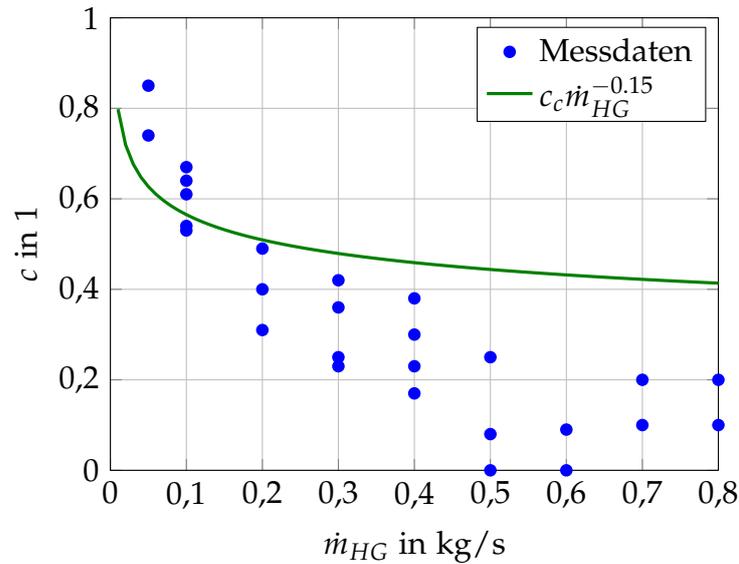
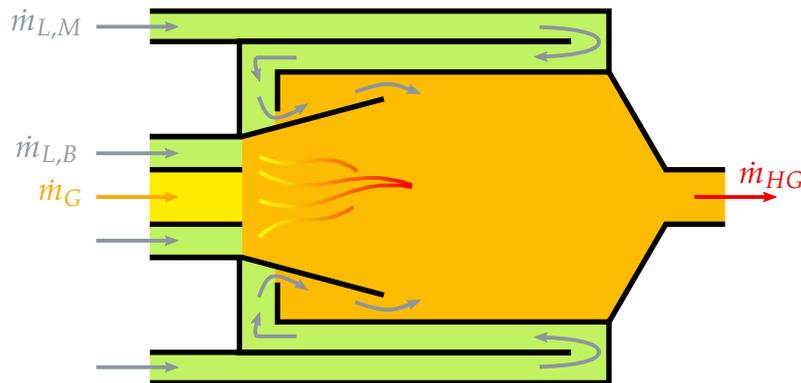
Abbildung 4.8: Parameter c nach Ansatz (4.25)

Abbildung 4.9: Schema der Brennkammer

Massenstromes bei konstanter adiabater Verbrennungstemperatur wird folglich hauptsächlich durch eine Vergrößerung der Mischluftmenge erreicht. Aufgrund der Speicherwirkung der warmen Brennkammer kommt es kurzzeitig zu einer Erhöhung der Mischlufttemperatur und damit auch der Heißgastemperatur.

Dass die Heißgastemperatur stationär jedoch über der adiabaten Verbrennungstemperatur liegt, ist nach physikalischen Gesichtspunkten nicht nachvollziehbar. Um die Heißgastemperatur über die adiabate Verbrennungstemperatur zu heben, müsste dem Heißgas zusätzliche Energie im Rohr zwischen Brennkammer und Turbolader zugeführt werden. Dies kann aber ausgeschlossen werden, da um einen Wärmestrom durch die Rohrwand in das Heißgas zu ermöglichen, die Umgebungstemperatur über der Heißgastemperatur liegen müsste.

Das bedeutet, dass die Berechnung der adiabaten Verbrennungstemperatur ungenau ist. In der Berechnung von T_{AV} über den gemessenen Gasmassenstrom nach Gleichung (4.29) und (4.30) sind etliche Vereinfachungen enthalten. So wird die eingebrachte Enthalpie der Verbrennungsluft bis auf den Anteil, der zur stöchiometrischen Verbrennung nötig und im Heizwert von Erdgas berücksichtigt ist, vernachlässigt. Da die Luft als trocken angenommen wurde, findet auch die Wasserbeladung der Verbrennungsluft keine Berücksichtigung. Den größten Einfluss auf die adiabate Verbrennungstemperatur hat jedoch die schwankende Zusammensetzung des Erdgases. Aus diesem Grund kann auch der Heizwert in deutlichem Ausmaß variieren, wodurch beträchtliche Unterschiede in der Berechnung der adiabaten Verbrennungstemperatur auftreten können. Ändert sich darüber hinaus die Zusammensetzung des Erdgases, so ändert sich auch die Zusammensetzung des Verbrennungsgases und damit dessen spezifische Wärmekapazität.

Da die exakte Bestimmung der adiabaten Verbrennungstemperatur aufgrund der schwankenden Zusammensetzung des Erdgases nicht möglich ist, wird auf eine aufwändige Analyse verzichtet. Stattdessen wird der einfache Zusammenhang (4.30) weiterverwendet. Es wird sich zeigen, dass dessen Genauigkeit für die vorliegende Anwendung ausreichend ist.

4.4 Modellerweiterung

Die Verifikation zeigt die grundsätzliche Eignung des Systems (4.23) für die Beschreibung des thermischen Verhaltens von Brennkammer und Rohr auf. Die drei zuvor erwähnten Nachteile müssen aber beseitigt werden, um die Qualität des Modells für den Reglerentwurf zu verbessern.

4.4.1 \dot{m} -Sprung-Modell

Der größte Unterschied zwischen realem und modelliertem Prozess zeigt sich bei Massenstromänderungen im eingeschwungenen Zustand. Für das System nach Gleichung (4.23),

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -ax + au \\ y &= cx + (1 - c)u,\end{aligned}$$

lautet der Systemzustand für $\frac{dx}{dt} = 0$

$$x_\infty = T_{I,m,\infty} = \frac{a}{a}u_0 = T_{AV,0}. \quad (4.32)$$

Für den Ausgang ergibt sich

$$y_{\infty} = T_{3,\infty} = cx_{\infty} + (1 - c)u_0 = T_{AV,0}. \quad (4.33)$$

Offensichtlich hat der Massenstrom keinen Einfluss auf die Temperatur am Sensor im eingeschwungenen Zustand.

Ein Wunsch bei dieser Anwendung ist es, die Modellordnung möglichst niedrig zu halten. Aus diesem Grund ist man bestrebt, das thermische Verhalten bei einer Änderung des Massenstroms anhand eines linearen Modells erster Ordnung nachzubilden. Der einzige Weg, das Verhalten an die Realität anzupassen, besteht darin, die Modellparameter zu verändern. Aus Abbildung 4.7 ist ersichtlich, dass eine Vergrößerung des Massenstromes auch zu einer erhöhten Temperatur am Turbineneintritt führt. Sinkt der Massenstrom, so wird auch die Temperatur kleiner. Im eingeschwungenen Zustand nach dem Massenstromsprung muss die Temperatur am Turbineneintritt jedoch wieder der adiabaten Verbrennungstemperatur entsprechen,

$$T_{3,\infty} \stackrel{!}{=} T_{AV,0}, \quad (4.34)$$

da Verluste nicht berücksichtigt werden. Diese Forderung rührt daher, dass bei einer Änderung des Massenstroms hauptsächlich der Anteil der Luft verändert wird, mit dem der Brennkammermantel auch gekühlt wird. Wird dieser Anteil erhöht, so wird kurzzeitig mehr Luft mit einer höheren Temperatur in die Brennkammer geleitet, was zu einem Temperaturanstieg führt. Im eingeschwungenen Zustand muss sich die Temperatur aber wieder auf den stationären Wert einpendeln. Das veränderte Verhalten muss daher im Zustand des Systems berücksichtigt werden. Die ursprüngliche Zustandsgleichung des Systems (4.23) wird zu

$$\frac{dx}{dt} = -ax + bu \quad (4.35)$$

mit dem neuen Parameter b verändert. Letzterer ist vom Massenstrom abhängig. Der eingeschwungene Zustand ändert sich zu

$$x_{\infty} = \frac{b}{a}u_0. \quad (4.36)$$

Damit Anforderung (4.34) weiterhin erfüllt bleibt, wird die Ausgangsgleichung des Systems (4.23) modifiziert:

$$y = c\frac{a}{b}x + (1 - c)u \quad (4.37)$$

Durch Multiplikation mit dem Faktor $\frac{a}{b}$ wird erreicht, dass T_3 im eingeschwungenen Zustand wieder T_{AV} entspricht. Die Gleichungen (4.35) und (4.37) bilden das neue *m-Sprung-Modell*.

Für den Parameter b wird mit

$$b(\dot{m}_{HG}) = c_a \dot{m}_{HG}^{q_b} \quad (4.38)$$

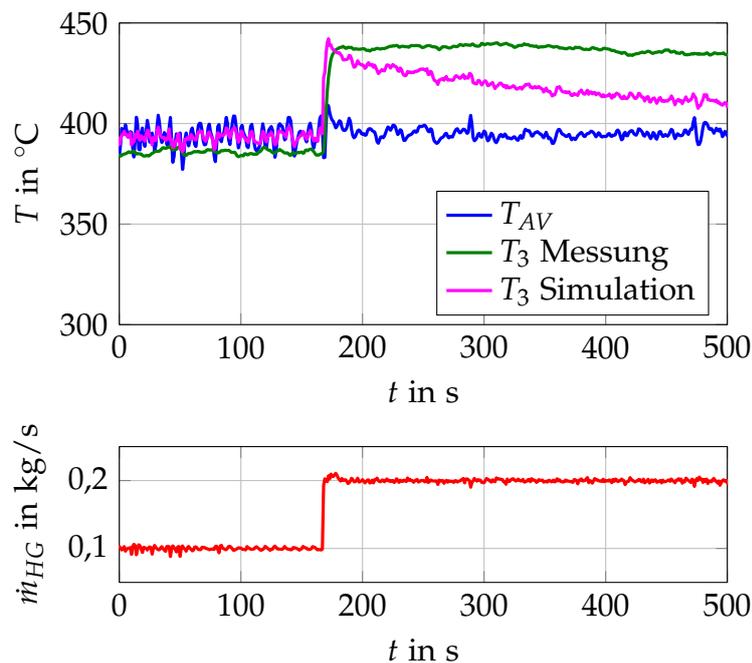


Abbildung 4.10: Simulationsergebnisse für das \dot{m} -Sprung-Modell

bis auf den Exponenten q_b der gleiche Ansatz wie für Parameter a verwendet.

Der Vergleich des neuen Modells mit dem ursprünglichen in Abbildung 4.10 zeigt die Verbesserung des Verhaltens bei einem Massenstromsprung. Bei einer sprunghaften Änderung des Massenstroms ändert sich nun auch die Temperatur am Sensor sprunghaft, um sich im Anschluss wieder asymptotisch dem Wert im eingeschwungenen Zustand anzunähern. Das Modell ist damit zwar nicht dazu in der Lage, das stationäre Verhalten exakt zu beschreiben, die Auswirkungen von schnellen Massenstromänderungen auf die Heißgastemperatur werden aber sehr gut abgebildet. Für den späteren Reglerentwurf ist diese Modelleigenschaft von besonderer Bedeutung.

4.4.2 Modellparameter

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt die Modellstruktur angepasst wurde um das Verhalten bei Änderungen des Massenstromes zu verbessern, nun der Parameter c und dessen Abhängigkeit vom Massenstrom betrachtet. Wie bereits in Abschnitt 4.2 erwähnt, zeigen Messungen, dass der in [18] vorgeschlagene Ansatz für die Massenstromabhängigkeit des Parameters c im vorliegenden Fall ungeeignet ist. Aus diesem Grund wird ein neuer Ansatz für $c = c(\dot{m}_{HG})$ gesucht. Die neue Funktion soll wie bisher monoton mit steigendem Massenstrom fallen. Für große

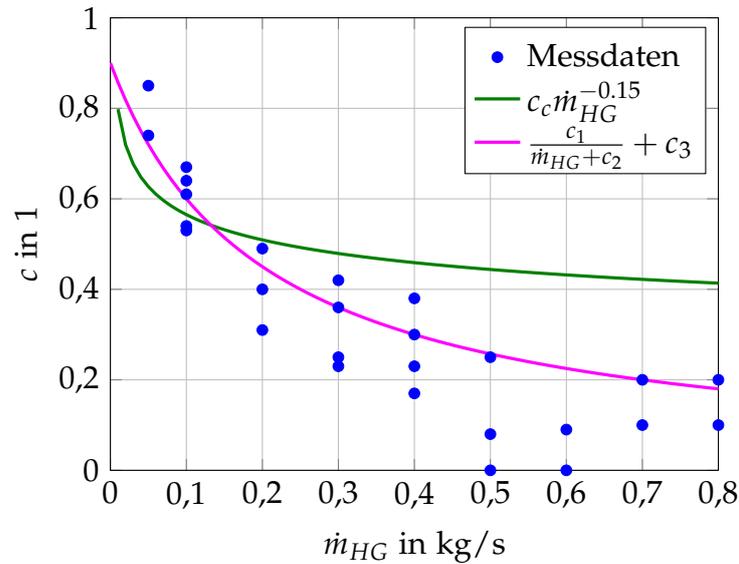


Abbildung 4.11: Neuer Ansatz für Parameter c

Massenströme soll sie gegen einen konstanten Wert streben. Zusätzlich soll sie bei einem Massenstrom von Null einen konstanten Wert annehmen.

Die rationale Funktion

$$c(\dot{m}_{HG}) = \frac{c_1}{\dot{m}_{HG} + c_2} + c_3 \quad (4.39)$$

mit den Konstanten c_1 , c_2 und c_3 erfüllt diese Anforderungen. Abbildung 4.11 zeigt einen Vergleich mit dem ursprünglichen Ansatz nach (4.25). Die Übereinstimmung mit den Messdaten wird durch den neuen Ansatz signifikant verbessert.

4.4.3 Berücksichtigung des dynamischen Verhaltens des Temperatursensors

Der letzte offene Punkt bei der Verbesserung des Temperaturmodells betrifft die mit Abbildung 4.6 aufgeworfene Temperaturänderung bei sprunghafter Änderung der Eingangsgröße. Die Temperatur des Modells reagiert im Vergleich zur Realität deutlich schneller auf solch eine Änderung. Die Ursache liegt im Verhalten des Temperatursensors. Aufgrund der thermischen Trägheit des Sensors kommt es zu der in Abbildung 4.6 dargestellten dynamischen Messabweichung.

Unter der Annahme eines isothermen Körpers kann die Temperatur des Sensors T_{Se} gemäß Abbildung 4.12 näherungsweise durch ein Modell 1. Ordnung der Form

$$\frac{dT_{Se}}{dt} = \frac{1}{\tau_{Se}}(T_{HG} - T_{Se}) \quad (4.40)$$

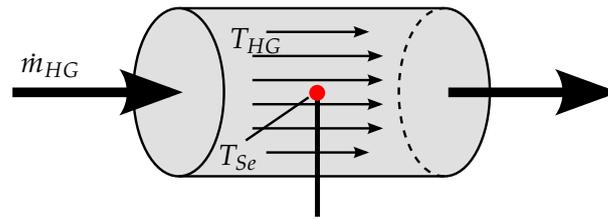


Abbildung 4.12: Temperatursensor im Rohr

beschrieben werden [18, 22]. Die Sensorzeitkonstante wird durch τ_{Se} symbolisiert. Sie ist gemäß

$$\tau_{Se} = \frac{mc_p}{\alpha_m A} \quad (4.41)$$

von der Masse m und der spezifischen Wärmekapazität c_p des Temperatursensors, dem mittleren Wärmeübergangskoeffizienten α_m des Wärmeübergangs vom Fluid auf den Sensor und der Oberfläche A des Fühlers abhängig. Die Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärmekapazität des Sensors wird vernachlässigt. Der mittlere Wärmeübergangskoeffizient hängt, wie in [18] gezeigt wird, für eine bestimmte Konfiguration im Wesentlichen von der Geschwindigkeit v des vorbeiströmenden Mediums ab,

$$\alpha_m = f(v).$$

Indirekt ist über den Zusammenhang

$$v = \frac{\dot{m}_{HG}}{\rho_{HG} A_R} \quad (4.42)$$

mit der Dichte ρ_{HG} des Heißgases und der Querschnittsfläche A_R des Rohrs eine Abhängigkeit der Zeitkonstante τ_{Se} vom Heißgasmassenstrom \dot{m}_{HG} gegeben. Intuitiv ist diese Erkenntnis naheliegend: Größerer Massenstrom und damit höhere Strömungsgeschwindigkeit verbessern den Wärmeübergang.

Mit dem Verzögerungsglied 1. Ordnung nach Gleichung (4.40) kann mit einem konstanten Wert für τ_{Se} eine Verbesserung des Verhaltens erzielt werden, wie Abbildung 4.13 zeigt. Ein genauerer Blick offenbart jedoch einige Schwachstellen. So geschieht der Temperaturabfall etwas schneller als im gemessenen Temperaturverlauf. Darüber hinaus ist ein gewisses Totzeitverhalten ersichtlich. Ferner sind im zeitlichen Verlauf selbst leichte Unterschiede zu den Messdaten erkennbar. Bei variierendem Massenstrom verschlechtert sich die Übereinstimmung dieses einfachen Modells mit konstanter Zeitkonstante mit den Messdaten deutlich.

Bei dem am Prüfstand verwendeten Temperatursensor handelt es sich um ein Thermoelement. Dieses steht nicht direkt in Kontakt zum vorbeiströmenden Heißgas, sondern ist durch ein Schutzrohr isoliert. Durch diese zusätzliche Schicht wird eine

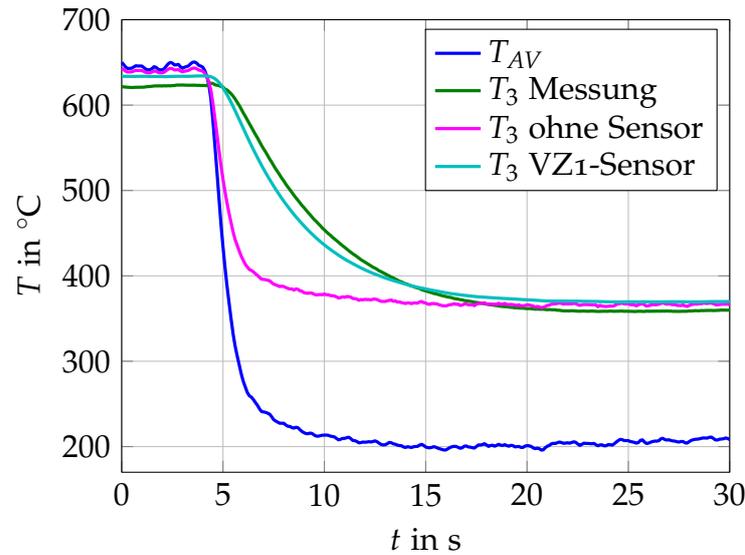


Abbildung 4.13: Simulationsergebnisse des Temperaturmodells bei T_{AV} -Sprung (1)

weitere thermische Trägheit eingeführt, die mit einer zusätzlichen Differentialgleichung berücksichtigt wird [18]. Gleichung (4.40) zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens des Temperatursensors wird durch das Differentialgleichungssystem

$$\frac{dT_{Sch}}{dt} = \frac{1}{\tau_{Se}} (T_{HG} - T_{Sch}) \quad (4.43)$$

$$\frac{dT_{Se}}{dt} = \frac{1}{\tau_{Se}} (T_{Sch} - T_{Se}). \quad (4.44)$$

ersetzt. Hierbei symbolisiert T_{Sch} die Temperatur des Schutzrohrs. Der Einfachheit halber wird die Zeitkonstante τ_{Se} für beide Gleichungen (4.43) und (4.44) identisch angenommen. Der Verlauf der Messgröße wird, wie in Abbildung 4.14 ersichtlich, zufriedenstellend abgebildet. Im Gegensatz zur Modellierung mit einem Verzögerungsglied 1. Ordnung für den Temperatursensor ist ein Totzeitglied, das eine variable Totzeit abbilden müsste, nicht nötig!

Um der in Abbildung 4.15 dargestellten Abhängigkeit der Sensorzeitkonstanten vom Massenstrom Rechnung zu tragen, kann derselbe Ansatz wie bereits für den Modellparameter c nach Gleichung (4.39) verwendet werden. Mit den neuen Parametern τ_1 , τ_2 und τ_3 wird für die Sensorzeitkonstante

$$\tau_{Se} = \frac{\tau_1}{\dot{m}_{HG} + \tau_2} + \tau_3 \quad (4.45)$$

angesetzt. Die gute Übereinstimmung mit den aus den Messdaten errechneten Werten ist in Abbildung 4.15 ersichtlich. Mit steigendem Massenstrom wird der Wärmeübergang vom Fluid auf den Temperatursensor besser, die Sensorzeitkonstante sinkt folglich.

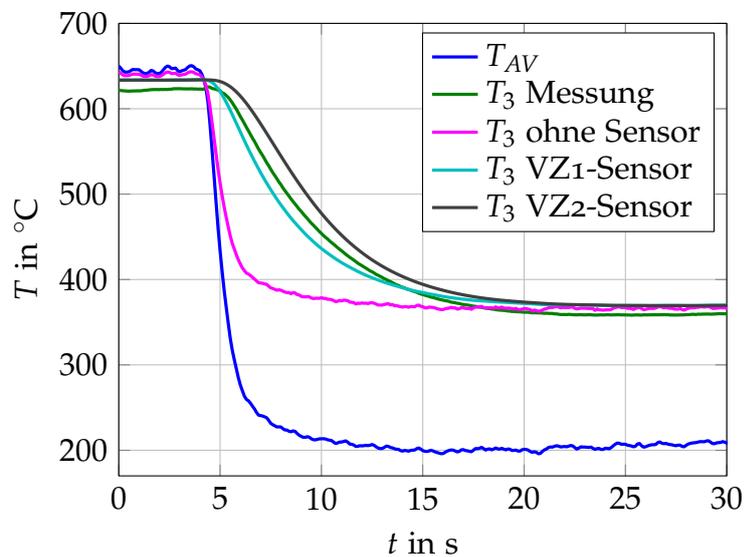


Abbildung 4.14: Simulationsergebnisse des Temperaturmodells bei T_{AV} -Sprung (2)

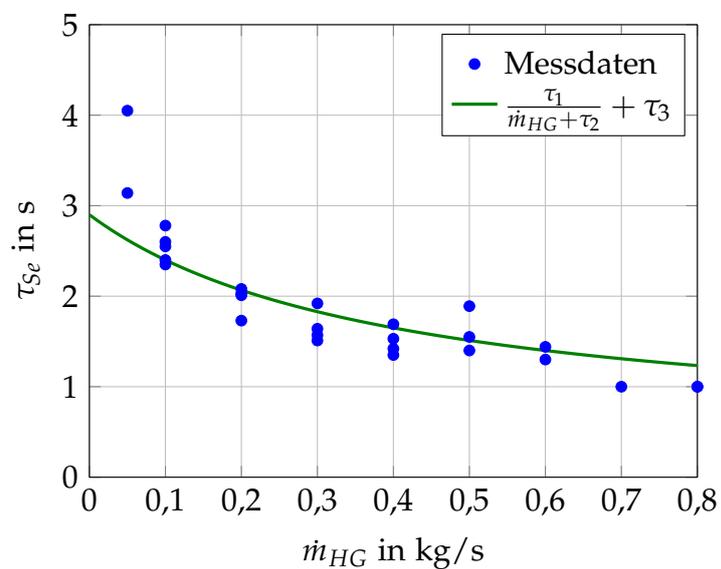


Abbildung 4.15: Abhängigkeit der Sensorzeitkonstante vom Massenstrom

4.4.4 Zusammenfassung

Die Gegenüberstellung des ursprünglichen Modells nach [18] und der erweiterten Version in Abbildung 4.16 zeigt die erzielten Verbesserungen auf. Alle in Abschnitt 4.2 aufgeworfenen Problemstellen konnten beseitigt werden. Die wesentlichen thermischen Vorgänge und Abhängigkeiten werden nun erfasst. Damit ist das Modell für den Reglerentwurf gut geeignet.

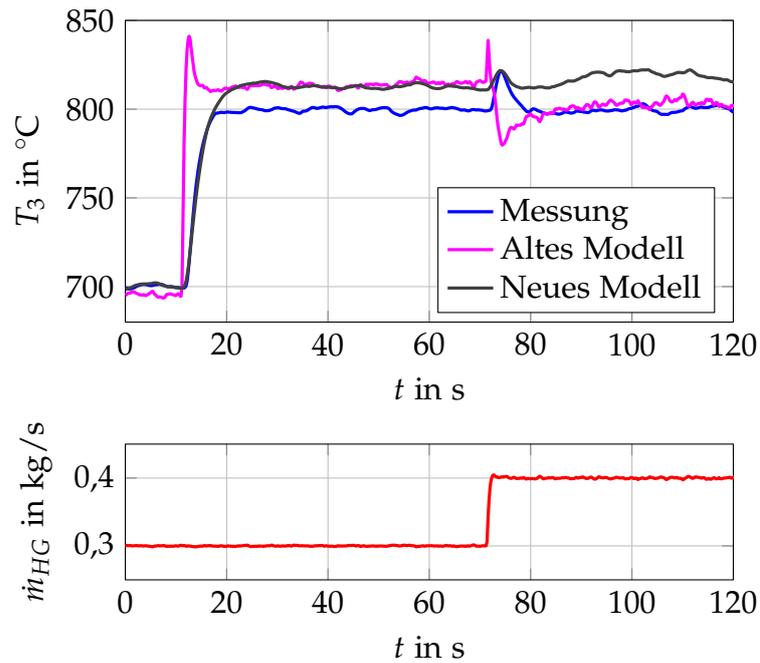


Abbildung 4.16: Vergleich der Modelle

Entwurf der Temperaturregelung

Bei der Lösung der Regelungsaufgabe wird eine gestörte Systemgröße benötigt. Aus diesem Grund wird zur Schätzung dieser Größe ein Kalman-Filter eingesetzt. Vergleiche mit dem ursprünglichen Regelkonzept zeigen, dass die neue Methode der ursprünglichen bezüglich Führungsverhaltens und Einfluss von Massenstromänderungen überlegen ist.

Bevor auf das Regelungskonzept der Temperaturregelung eingegangen wird, soll noch einmal das mathematische Modell nach Gleichung (4.35) und (4.37) betrachtet werden:

$$\frac{dx}{dt} = -ax + bu \quad (5.1)$$

$$y = \tilde{c}x + du \quad (5.2)$$

Für die Parameter werden dabei die Abkürzungen

$$\tilde{c} = \frac{a}{b}c,$$

$$d = 1 - c$$

eingeführt.

5.1 Zeitdiskreter Regelkreis

Für die Regelung des gesamten Heißgasprüfstands wird ein Digitalrechner eingesetzt, der die Regelungsalgorithmen von Massenstrom- und Temperaturregelung in Echtzeit abarbeitet. Aus diesem Grund werden die Regelungsalgorithmen in zeitdiskreter Form entworfen. Es werden keine kontinuierlichen Verläufe mehr betrachtet, sondern die Funktionen an einzelnen, zeitdiskreten Punkten ausgewertet:

$$t \rightarrow iT_d \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

Hierbei bezeichnet T_d die Diskretisierungszeit. Die Kennzeichnung der vorkommenden Größen mit dem Index i ist eine vereinfachende Schreibweise für die an den jeweiligen Abtastzeitpunkten (Diskretisierungspunkten) ausgewerteten Zeitfunktionen $f(t)$:

$$f_i := f(iT_d) \quad (5.3)$$

Abbildung 5.1 zeigt ein idealisiertes Blockschaltbild des Aufbaus. Es besteht aus

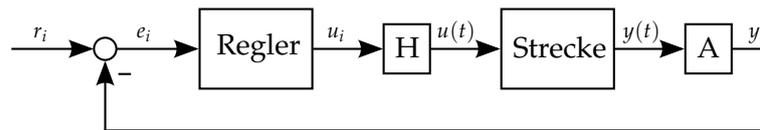


Abbildung 5.1: Blockschaltbild Abtastregelkreis

dem realen physikalischen System, der Regelstrecke, Halteglied H und Abtastglied A sowie dem Regler. Anhand der eingezeichneten Signale ist ersichtlich, dass der Regler ein zeitdiskretes System ist. Halte- und Abtastglied bilden die Schnittstelle zur zeitkontinuierlichen Welt der Regelstrecke. Beim Halteglied soll es sich um eines *nullter* Ordnung handeln. Solch ein Übertragungsglied sorgt dafür, dass das kontinuierliche Signal zwischen zwei Abtastpunkten konstant bleibt. Es gilt

$$u(t) = u_i \quad \text{für} \quad iT_d \leq t \leq (i+1)T_d. \quad (5.4)$$

Das Abtastglied setzt Gleichung (5.3) um.

Im ersten Schritt des Reglerentwurfs wird das zeitkontinuierliche Streckenmodell nach Gleichung (5.1) und (5.2) durch das zeitdiskrete System

$$x_{i+1} = \Phi x_i + hu_i \quad (5.5)$$

$$y_i = \tilde{c}x_i + du_i \quad (5.6)$$

ersetzt. Die Parameter der Zustandsgleichung (5.5) des diskreten Systems können bei stückweise konstanter Eingangsfunktion durch

$$\Phi = e^{aT_d}$$

$$h = \int_0^{T_d} e^{a\tau} b \, d\tau$$

bestimmt werden.

5.2 Verwendung eines Kalman-Filters

Das reale Verhalten des Systems weicht immer vom idealen ab. Zur Beschreibung der in der Realität auftretenden Störungen wird das Modell ein weiteres Mal

modifiziert:

$$x_{i+1} = \Phi x_i + hu_i + w_i \quad (5.7)$$

$$y_i = \tilde{c}x_i + du_i + v_i \quad (5.8)$$

In den neuen Größen w und v werden das Zustands- und Messrauschen additiv berücksichtigt. Diese beiden Störgrößen sind stochastischer Natur, weshalb der Zustand x nun ein stochastischer Prozess ist.

Die Strategie zur Temperaturregelung verfolgt den Ansatz, das erarbeitete Modellwissen einzusetzen. Ausgangsgleichung (5.6) kann nach u_i aufgelöst werden:

$$u_i = \frac{1}{d}y_i - \frac{\tilde{c}}{d}x_i \quad (5.9)$$

Ist der Systemzustand x_i bekannt, so kann mittels Gleichung (5.9) für einen gewünschten Temperaturwert $T_{3,i} = y_i$ die gesuchte Stellgröße $T_{AV,i} = u_i$ ermittelt werden. Bei der Herleitung des mathematischen Modells in Abschnitt 4.1 wurde der Systemzustand als mittlere Isolationstemperatur interpretiert. Diese Temperatur kann messtechnisch nicht ermittelt werden! Aus diesem Grund muss ein Schätzwert \hat{x}_i bestimmt werden.

Für die folgenden Ausführungen werden einige Annahmen bezüglich der Eigenschaften der stochastischen Prozesse getroffen. So wird angenommen, dass die beiden Prozesse w_i und v_i stationäres weißes Rauschen und unkorreliert sind. Auch mit dem Anfangswert x_0 sollen Zustands- und Messrauschen keine Korrelation aufweisen. Zusammengefasst lauten die Eigenschaften:

$$\begin{aligned} E\{w_i\} &= 0 & E\{w_i w_j\} &= Q\delta_{ij} \\ E\{v_i\} &= 0 & E\{v_i v_j\} &= R\delta_{ij} \\ E\{w_i v_j\} &= 0 \\ E\{x_0\} &= 0 \\ E\{w_i x_0\} &= 0 & E\{v_i x_0\} &= 0 \end{aligned} \quad (5.10)$$

Mit δ_{ij} wird das Kronecker-Symbol bezeichnet.

Zur Rekonstruktion des Systemzustands mit Hilfe der Messgrößen wird in dieser Arbeit ein sogenannter *Beobachter* verwendet, im vorliegenden Fall ein *Kalman-Filter*. Dieses ist ein lineares zeitdiskretes mathematisches Modell, das zur Zustandsschätzung bei stochastischen Eingangsgrößen und verrauschten Messgrößen verwendet werden kann. Das Kalman-Filter liefert einen Schätzwert \hat{x}_i , für den der Erwartungswert des Schätzfehlers, $e_i = x_i - \hat{x}_i$, Null wird,

$$E\{e_i\} = 0,$$

und der die Varianz des Schätzfehlers

$$E \left\{ e_i^2 \right\} \quad (5.11)$$

minimiert. Der Schätzwert \hat{x}_i soll als Linearkombination aller bis zum jeweiligen Zeitpunkt iT_d zur Verfügung stehenden Messdaten bestimmt werden:

$$\hat{x}_i = \mathbf{g}_i^T \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_i \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Das Besondere am Kalman-Filter ist, dass es sich um ein *rekursives* Schema handelt, obwohl alle Messwerte bis zum aktuellen Zeitpunkt berücksichtigt werden. Es weist dieselbe Struktur wie der klassische *Luenberger-Beobachter* auf. Diese besteht aus einer Kopie der Strecke und einer Korrektur durch den Messwert. Für den Schätzwert des Zustands \hat{x}_i gilt die rekursive Relation

$$\hat{x}_{i+1} = \Phi \hat{x}_i + hu_i + K_i (y_i - \hat{y}_i). \quad (5.13)$$

Der geschätzte Messwert wird durch

$$\hat{y}_i = \tilde{c} \hat{x}_i + du_i \quad (5.14)$$

bestimmt. Damit ist die prinzipielle Struktur des Beobachters festgelegt. Eine Berechnungsvorschrift für die sogenannte *Kalman-Verstärkung* K_i fehlt jedoch noch. Im Unterschied zum Luenberger-Beobachter verändert sich diese im Allgemeinen mit der Zeit.

Auf eine genaue Herleitung des Algorithmus zur Bestimmung von K_i wird an dieser Stelle verzichtet und stattdessen auf die Literatur verwiesen, siehe etwa [23]. In dieser Arbeit werden nur die Ergebnisse wiedergegeben und kurz erläutert. Die Kalman-Verstärkung K_i wird durch

$$K_i = \frac{P_i^* \tilde{c}}{\tilde{c}^2 P_i^* + R} \quad (5.15)$$

berechnet. Hierin bedeutet R die Kovarianz des Messrauschens, P_i^* ist die Abkürzung für

$$P_{i+1}^* = \Phi^2 P_i + Q. \quad (5.16)$$

Die in obiger Gleichung auftretenden Größen Q und P_i bezeichnen die Kovarianz des Zustandsrauschens und des Schätzfehlers,

$$P_i := E \left\{ e_i^2 \right\}. \quad (5.17)$$

Diese wird über die rekursive Relation

$$P_i = (1 - K_i \tilde{c}) P_i^* \quad (5.18)$$

berechnet. Mit den Gleichungen (5.15), (5.16) und (5.18) liegt somit ein rekursives Schema zur Bestimmung der Kalman-Verstärkung in jedem Zeitschritt vor. Das Bemerkenswerte an den Berechnungsvorschriften für K_i , P_i^* und P_i ist die Tatsache, dass diese jeweils *unabhängig* von Messwerten sind! Sie können daher bereits vorab offline berechnet und für die spätere Verwendung gespeichert werden.

5.3 Stationäres Kalman-Filter

Bisher ist das Kalman-Filter ein zeitvariantes System. Das Vorausberechnen und Zwischenspeichern der Werte der Kalman-Verstärkung soll zur Verringerung des Berechnungsaufwands vermieden werden. Das Ziel ist die Ersetzung der Folge von Werten für K_i durch eine Konstante. Das resultierende zeitinvariante System liefert als direkte Folge daraus natürlich nur eine suboptimale Lösung. In weiterer Folge wird ein sogenanntes *stationäres* Kalman-Filter eingesetzt. Bei einer zeitinvarianten Strecke konvergieren die Kalman-Verstärkung und die Fehlerkovarianzmatrizen auf konstante Werte, wenn das Kalman-Filter lange im Betrieb ist ($i \rightarrow \infty$). Beim stationären Kalman-Filter wird auf die Aktualisierung der Matrizen verzichtet und stattdessen direkt der Endwert der Kalman-Verstärkung verwendet. Dadurch kann zusätzlicher Rechen- beziehungsweise Speicherbedarf auf Kosten der Genauigkeit der Schätzung beim Einschwingvorgang eingespart werden. In Folge wird ein Wertebereich für die Kalman-Verstärkung im stationären Zustand angegeben.

Unter Benutzung der Abkürzungen

$$P^* := P_\infty^*,$$

$$K := K_\infty,$$

$$P := P_\infty$$

kann für $i \rightarrow \infty$ für die Gleichungen (5.16), (5.15) und (5.18)

$$P^* = P\Phi^2 + Q \quad (5.19)$$

$$K = \frac{\tilde{c}P^*}{\tilde{c}^2P^* + R} \quad (5.20)$$

$$P = (1 - K\tilde{c})P^* \quad (5.21)$$

angeschrieben werden. Gleichung (5.20) kann durch Ausklammern von $\tilde{c}P^*$ noch zu

$$K = \frac{1}{\tilde{c} + \frac{R}{\tilde{c}P^*}} \quad (5.22)$$

umgeformt werden. Daraus ist ersichtlich, dass K bei konstantem \tilde{c} mit steigendem Verhältnis $\frac{R}{P^*}$ sinkt.

Durch Einsetzen von Gleichung (5.19) und (5.20) in Gleichung (5.21) kann nach einigen Umformungen eine quadratische Gleichung für P ermittelt werden. Es existieren zwei Lösungen, benötigt wird die positive

$$P = \frac{-[R(1 - \Phi^2) + \tilde{c}^2 Q] + \sqrt{[R(1 - \Phi^2) + \tilde{c}^2 Q]^2 + 4\tilde{c}^2 \Phi^2 R Q}}{2\tilde{c}^2 \Phi^2}. \quad (5.23)$$

Sie führt zu einem asymptotisch stabilen Verhalten. Werden Gleichungen (5.19) bis (5.21) nach P^* aufgelöst, so erhält man eine *diskrete algebraische Riccati-Gleichung*.

Unter Verwendung der konstanten Kalman-Verstärkung K erhält man aus (5.13) nach Einsetzen von (5.14) die Gleichung

$$\hat{x}_{i+1} = \Phi \hat{x}_i + h u_i + K (y_i - \tilde{c} \hat{x}_i - d u_i). \quad (5.24)$$

Der durch obige Gleichungen berechnete Schätzwert \hat{x}_i wird nun zusammen mit dem Temperatursollwert $T_{3,soll} = y_{soll}$ in die umgeformte Ausgangsgleichung (5.9) eingesetzt:

$$u_i = \frac{1}{d} y_{soll,i} - \frac{\tilde{c}}{d} \hat{x}_i \quad (5.25)$$

Gleichungen (5.24) und (5.25) bilden den Kern des Regelungskonzepts für die Temperaturregelung. Die in Gleichung (5.25) berechnete adiabate Verbrennungstemperatur $T_{AV,i} = u_i$ wird durch Umformungen von Gleichungen (4.30) und (4.29) aus Abschnitt 4.1.1 in einen Erdgasmassenstrom umgerechnet. Dieser Sollwert wird der unterlagerten Massenstromregelung übergeben. Um bei Modellunsicherheiten etwaige stationäre Abweichungen zu eliminieren, wird zusätzlich ein I-Regler eingesetzt. Abbildung 5.2 gibt einen Überblick über das Regelkonzept.

Als letzter Punkt muss die in Abschnitt 4.4.3 beschriebene Dynamik des Temperatursensors berücksichtigt werden. Dies geschieht in einem ersten Schritt durch Filterung des aus dem aktuellen Gasmassenstrom berechneten Istwerts der adiabaten Verbrennungstemperatur durch die beiden Verzögerungsglieder 1. Ordnung nach (4.43) und (4.44).

In Abbildung 5.3 ist das Ergebnis einer Simulation von Regler und Strecke dargestellt. Das Führungsverhalten des Reglers ist zufriedenstellend. Die große Abweichung im eingeschwungenen Zustand rührt von einer sprunghaften Änderung des Heißgasmassenstroms. Wie aus dem Ergebnis der Simulation ersichtlich, ist das Temperaturverhalten bei Änderungen des Massenstromes nicht akzeptabel. Aus diesem Grund wird im folgenden Abschnitt eine Modifikation der Reglerstruktur vorgenommen.

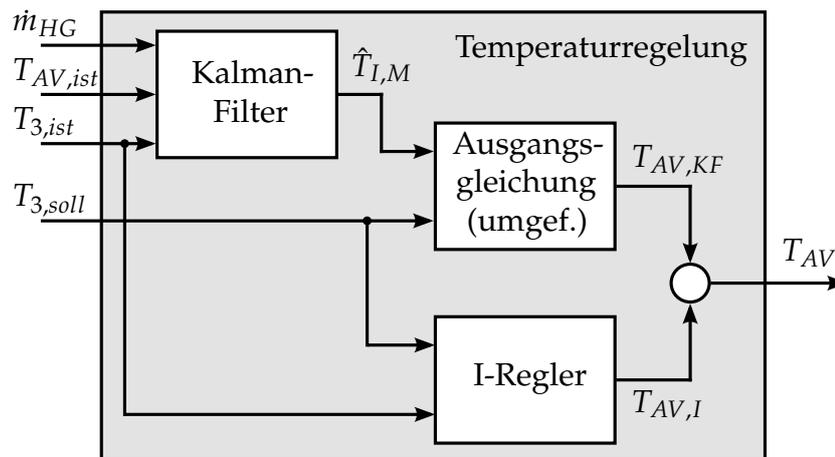


Abbildung 5.2: Blockschaltbild Regler

5.4 Integration des Sensormodells in das Kalman-Filter

Eine weitere Verbesserung kann durch Integration des Modells des Temperatursensors in das Kalman-Filter erzielt werden. Wie in Abschnitt 4.4.3 beschrieben, wird der Temperatursensor durch die beiden Differentialgleichungen 1. Ordnung (4.43) und (4.44) beschrieben:

$$\begin{aligned} \frac{dT_{Sch}}{dt} &= \frac{1}{\tau_{Se}} (T_{HG} - T_{Sch}) \\ \frac{dT_{Se}}{dt} &= \frac{1}{\tau_{Se}} (T_{Sch} - T_{Se}) \end{aligned}$$

Zusammen mit den Gleichung (4.35) und (4.37) bilden sie das mathematische Gesamtsystem der Form

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \mathbf{A}x + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T x \end{aligned} \tag{5.26}$$

mit den Modellparametern

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -a & 0 & 0 \\ \frac{\tilde{c}}{\tau_{Se}} & -\frac{1}{\tau_{Se}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\tau_{Se}} & -\frac{1}{\tau_{Se}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b \\ \frac{d}{\tau_{Se}} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}^T = [0 \quad 0 \quad 1]. \tag{5.27}$$

Der Zustandsvektor \mathbf{x} enthält die Temperaturen des m -Sprung-Modells und des Modells des Temperatursensors:

$$\mathbf{x} = [T_{I,m} \quad T_{Sch} \quad T_{Se}]^T$$

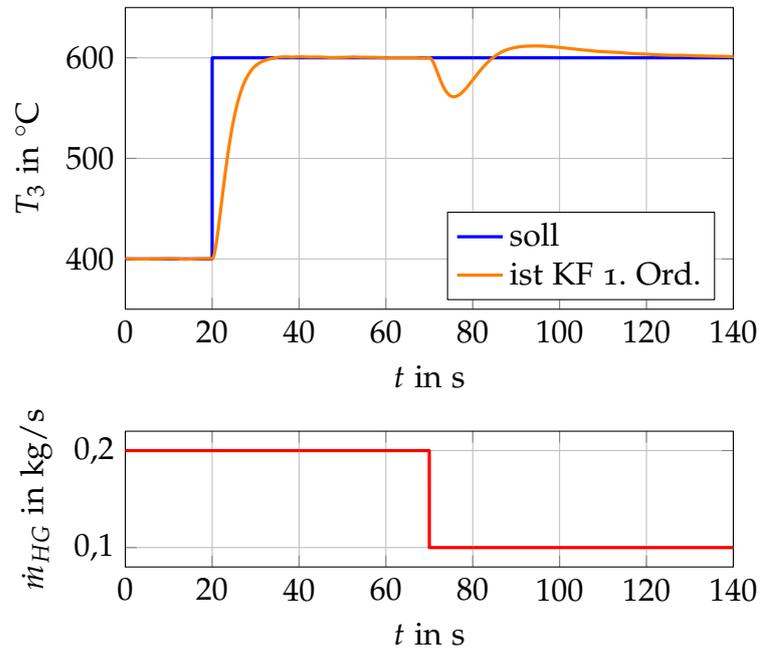


Abbildung 5.3: Ergebnisse der Reglersimulation (1)

Die adiabate Verbrennungstemperatur entspricht dem Systemeingang,

$$u = T_{AV},$$

die Heißgastemperatur am Turbineneintritt dem Systemausgang,

$$y = T_3.$$

Wie zuvor für das System 1. Ordnung wird das Modell in die zeitdiskrete Form überführt. Die Parameter des zeitdiskreten Systems können durch

$$\begin{aligned} \Phi(T_d) &= e^{\mathbf{A}T_d} \\ \mathbf{h}(T_d) &= \int_0^{T_d} \Phi(\tau) \mathbf{b} \, d\tau \end{aligned}$$

bestimmt werden. Da \mathbf{A} regulär ist, siehe (5.27), kann für \mathbf{h} auch

$$\mathbf{h}(T_d) = \mathbf{A}^{-1} [\Phi(T_d) - \mathbf{E}] \mathbf{b}$$

geschrieben werden. Damit lässt sich die zeitdiskrete Form mit

$$\mathbf{x}_{i+1} = \Phi \mathbf{x}_i + \mathbf{h} u_i \quad (5.28)$$

$$y_i = \mathbf{c}^T \mathbf{x}_i \quad (5.29)$$

angeben. Das Modell wird abschließend noch um Terme für Zustands- und Messrauschen erweitert um die in der Realität auftretenden Störungen zu berücksichtigen:

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{\Phi}\mathbf{x}_i + \mathbf{h}u_i + \mathbf{w}_i \quad (5.30)$$

$$y_i = \mathbf{c}^T \mathbf{x}_i + v_i \quad (5.31)$$

Man beachte, dass auch das Zustandsrauschen \mathbf{w} nun eine vektorielle Größe ist.

Für das Gesamtsystem wird erneut ein stationäres Kalman-Filter entworfen und zur Schätzung des unbekannt Systemzustands verwendet. Analog zu Gleichung (5.13) lautet die rekursive Relation für den Schätzwert des Zustands $\hat{\mathbf{x}}_i$

$$\hat{\mathbf{x}}_{i+1} = \mathbf{\Phi}\hat{\mathbf{x}}_i + \mathbf{h}u_i + \mathbf{K}_i (y_i - \hat{y}_i). \quad (5.32)$$

Aus der skalaren Kalman-Verstärkung K wird aufgrund des neuen Systems 3. Ordnung der Vektor \mathbf{K}_i mit drei Elementen. Für die Schätzung der Messung gilt die Gleichung

$$\hat{y}_i = \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}}_i. \quad (5.33)$$

Die rekursiven Relationen zur Bestimmung der Kalman-Verstärkung können analog zum System 1. Ordnung angegeben werden:

$$\mathbf{P}_{i+1}^* = \mathbf{\Phi}\mathbf{P}_i\mathbf{\Phi}^T + \mathbf{Q} \quad (5.34)$$

$$\mathbf{K}_i = \mathbf{P}_i^* \mathbf{c} \left(\mathbf{c}^T \mathbf{P}_i^* \mathbf{c} + R \right)^{-1} \quad (5.35)$$

$$\mathbf{P}_i = \left(\mathbf{E} - \mathbf{K}_i \mathbf{c}^T \right) \mathbf{P}_i^* \quad (5.36)$$

Im Gegensatz zum System 1. Ordnung aus dem vorherigen Abschnitt sind die Größen \mathbf{P}^* , \mathbf{P} und \mathbf{Q} nun *Kovarianzmatrizen*. Wie zuvor soll nun ein stationäres Kalman-Filter entworfen werden. Aus den Gleichungen (5.34) bis (5.36) wird für $i \rightarrow \infty$ bei Weglassen der Indizes

$$\mathbf{P}^* = \mathbf{\Phi}\mathbf{P}\mathbf{\Phi}^T + \mathbf{Q} \quad (5.37)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{P}^* \mathbf{c} \left(\mathbf{c}^T \mathbf{P}^* \mathbf{c} + R \right)^{-1} \quad (5.38)$$

$$\mathbf{P} = \left(\mathbf{E} - \mathbf{K}\mathbf{c}^T \right) \mathbf{P}^*. \quad (5.39)$$

Durch Einsetzen von (5.38) in (5.39) und anschließend (5.39) in (5.37) ergibt sich die symmetrische Matrix \mathbf{P}^* als positiv definite Lösung der algebraischen Matrix-Riccati-Gleichung

$$\mathbf{P}^* = \mathbf{\Phi}\mathbf{P}^*\mathbf{\Phi}^T - \mathbf{\Phi}\mathbf{P}^*\mathbf{c} \left(\mathbf{c}^T \mathbf{P}^* \mathbf{c} + R \right)^{-1} \mathbf{c}^T \mathbf{P}^* \mathbf{\Phi}^T + \mathbf{Q}. \quad (5.40)$$

Damit ist die asymptotische Stabilität des obigen Filters gegeben, das heißt $\mathbf{\Phi} - \mathbf{K}\mathbf{c}^T$ besitzt ausschließlich Eigenwerte im Einheitskreis.

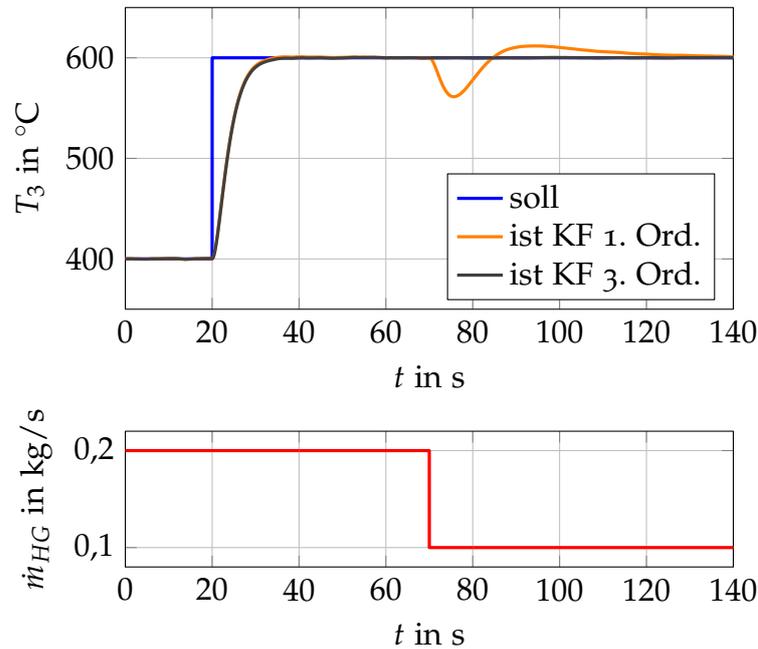


Abbildung 5.4: Ergebnisse der Reglersimulation (2)

Wie beim System 1. Ordnung wird der Schätzwert des Zustands dazu verwendet, einen Sollwert für die adiabate Verbrennungstemperatur zu bestimmen. In die umgeformte Ausgangsgleichung (5.25) wird der Schätzwert der ersten Zustandsvariable $\hat{x}_{1,i}$ eingesetzt. Zusammen mit dem I-Regler ergibt dies den vollständigen Regler. Die Ergebnisse der Simulationsstudie in Abbildung 5.4 bescheinigen dem neuen Entwurf eine deutlich verbesserte Störunterdrückung. Das Führungsverhalten bleibt gegenüber dem Regler mit externem Sensormodell nahezu unverändert. Die guten Simulationsergebnisse werden durch den Versuch an der realen Anlage bestätigt, wie die Messdaten in den Abbildungen 5.5 und 5.6 zeigen. Der Einfluss von Massenstromänderungen auf die Temperatur wird durch den Regler sehr gut unterdrückt, erst bei sehr kleinen Massenstromwerten ändert sich das Systemverhalten derart, dass es zu größeren Abweichungen kommt.

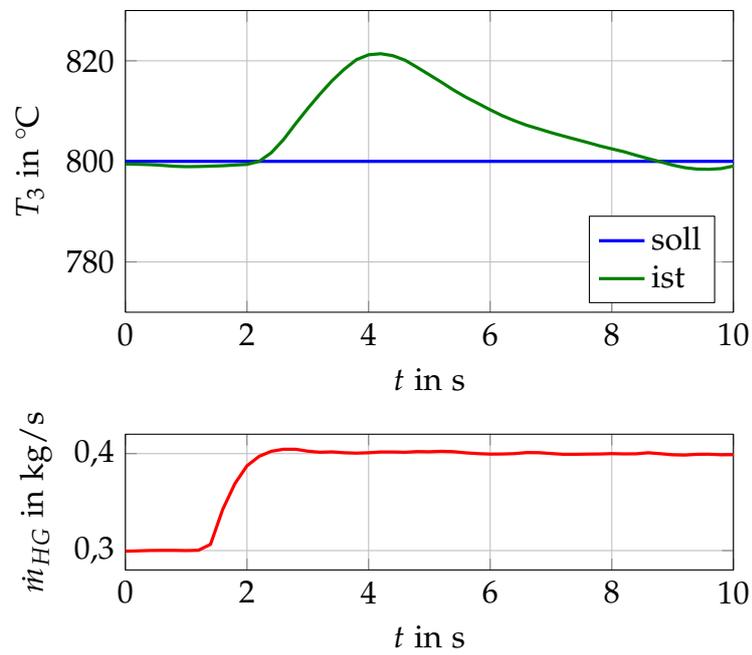


Abbildung 5.5: Messergebnisse der neuen Regelungsstrategie

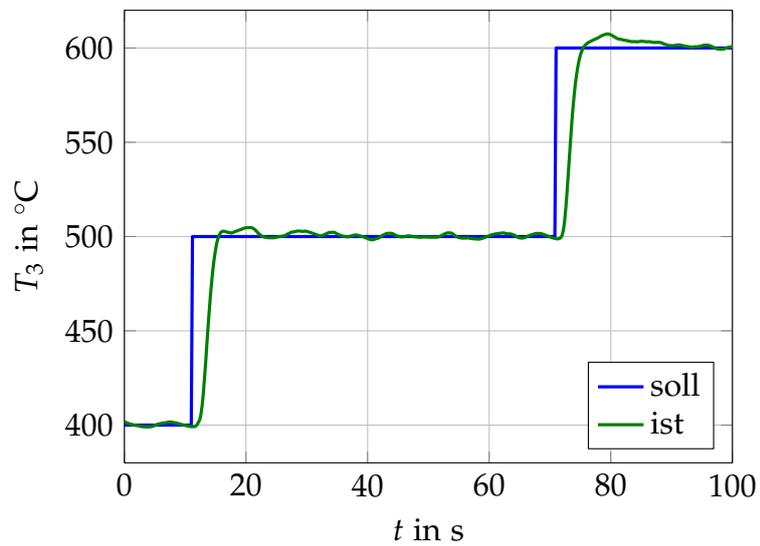


Abbildung 5.6: Messergebnisse der neuen Regelungsstrategie

Modellbildung eines Abgasturboladers

Der Entwurf der in Abschnitt 3.3 beschriebenen Regelungen der Turboladerdrehzahl und des Massenstroms durch den Verdichter kann durch die Verwendung eines mathematischen Modells des Turboladers erheblich vereinfacht werden. Es existieren zahlreiche Modelle unterschiedlichen Detaillierungsgrades für Turbolader. Eine Auswahl an Turboladermodellen unterschiedlichen Detailgrads findet sich in [24], [25], [26], [27] und [28]. Es gibt relativ einfache Modelle, die grundsätzlich für den Reglerentwurf geeignet erscheinen und in den Abschnitten 6.3.2, 6.3.3, 6.6.1 und 6.6.2 ausführlich auf ihre Tauglichkeit untersucht werden. Da diese Kapitel im Grunde nur die Erkenntnis bieten, dass die bisherigen Modelle überhaupt nicht geeignet sind, die vorliegenden Messdaten zufriedenstellend zu beschreiben, können sie als optional betrachtet werden.

Es gibt auch sehr detaillierte und komplexe Modelle, die unter anderem zur Untersuchung des räumlichen Verhaltens der Strömungsvorgänge durch Turbine und Verdichter oder zur Beschreibung des instationären Verhaltens verwendet werden. Für den Reglerentwurf sind diese Modelle aufgrund ihrer Komplexität nicht geeignet.

Aus den oben erwähnten Gründen wird in weiterer Folge ein neues mathematisches Modell eines Abgasturboladers entwickelt. Bei der Beschreibung der neuen Modelle von Turbine und Verdichter handelt es sich um eine ausführliche Zusammenfassung von Ergebnissen, die in [29] veröffentlicht wurden. Für die Entwicklung des Turboladermodells ist das genaue Verständnis des Betriebsverhaltens von Turbine und Verdichter erforderlich. In diesem Abschnitt wird daher das stationäre und dynamische Betriebsverhalten eines Turboladers untersucht. Es wird dabei besonders auf die Beschreibung des stationären Verhaltens von Turbine und Verdichter durch Kennfelder eingegangen.

6.1 Das Betriebsverhalten eines Turboladers

Das Betriebsverhalten eines Turboladers wird in dieser Arbeit in *stationäres*, *dynamisches* und *instationäres* Verhalten unterschieden. Das stationäre Verhalten von Turbine und Verdichter wird üblicherweise durch *Kennfelder* beschrieben. In den Kennfeldern wird grundsätzlich ein Zusammenhang zwischen Massenstrom und Druckverhältnis an Turbine beziehungsweise Verdichter hergestellt.

Mit dynamischem Verhalten wird der zeitliche Verlauf von Druck und Massenstrom bei einem Arbeitspunktwechsel innerhalb eines Kennfeldes bezeichnet.

Unter dem Begriff instationäres Verhalten werden Phänomene von Turbokompressoren zusammengefasst, bei denen es zumindest teilweise zu einem Abriss der Strömung an den Verdichterschaufeln kommt.

6.2 Stationäres Verhalten der Turbine

Das stationäre Verhalten einer Turbine wird im sogenannten *Turbinenkennfeld* beschrieben. Darin wird der Massenstrom \dot{m}_T durch die Turbine über dem Turbinendruckverhältnis $\frac{p_3}{p_4}$ aufgetragen.

6.2.1 Reduzierte Größen

Eine Besonderheit ist die Verwendung von sogenannten *reduzierten* Massenströmen und Turboladerdrehzahlen. Dies soll die Vergleichbarkeit von Kennfeldern, die bei unterschiedlichen Bedingungen (Umgebungsdruck und Umgebungstemperatur) aufgenommen wurden, sicherstellen. Der Vergleich bei unterschiedlichen Umgebungsbedingungen zweier Versuche *I* und *II* wird über die Machzahlen Ma_I und Ma_{II} der Strömungen hergestellt. Die Machzahl Ma ist definiert als Quotient aus Strömungsgeschwindigkeit v und Schallgeschwindigkeit c_s ,

$$Ma = \frac{v}{c_s}. \quad (6.1)$$

Die Verwendung dimensionsloser Kennzahlen ist in der Strömungslehre weit verbreitet. Andere Kennzahlen sind beispielsweise die Reynolds-Zahl (Re), oder die Euler-Zahl (Eu) [30, 31].

Aus der Forderung

$$Ma_I = Ma_{II} \quad (6.2)$$

des *Machschen Ähnlichkeitsgesetzes* kann mit der allgemeinen Gasgleichung (2.3) nach einigen Umformungen für den reduzierten Turbinenmassenstrom der Zusammenhang

$$\tilde{m}_{T,red} = \dot{m}_T \frac{\sqrt{T_3}}{p_3} \quad (6.3)$$

abgeleitet werden. Bei Temperatur T_3 und Druck p_3 handelt es sich um *Totaltemperatur* und *Totaldruck*. Das sind die (theoretischen) Größen, die sich in einer Strömung einstellen, wenn die Strömungsgeschwindigkeit verlustfrei (*isentrop*) nahezu bis zum Stillstand reduziert wird [7].

Üblicherweise wird der reduzierte Massenstrom nach Gleichung (6.3) zusätzlich auf einen Referenzzustand mit der Temperatur T_{ref} und dem Druck p_{ref} bezogen, damit er die Dimension eines Massenstromes besitzt [32]:

$$\dot{m}_{T,red} = \dot{m}_T \sqrt{\frac{T_3}{T_{ref}} \frac{p_{ref}}{p_3}} \quad (6.4)$$

In gleicher Weise werden Verdichtermassenstrom und Turboladerdrehzahl normiert.

In dieser Arbeit werden *keine* korrigierten Größen zur Modellierung des Turboladerverhaltens verwendet! Es ist nicht das Ziel, die Kennfelder exakt nachzubilden, sondern das wesentliche Verhalten zu beschreiben. Dies kann durch die Berücksichtigung reduzierter Größen nicht verbessert werden. Der Modellaufwand steigt dadurch ohne Nutzen.

6.2.2 Das Turbinenkennfeld

Turbinenkennfelder werden wie Verdichterkennfelder an Heißgasprüfständen ermittelt. Bevor das Kennfeld selbst beschrieben wird, soll der Prüfaufbau und die Aufnahme solch eines Kennfeldes erklärt werden.

Ein Turbolader wird am Heißgasprüfstand wie im Schema in Abbildung 3.2 betrieben. Es wird angenommen, dass die Regelungen von Turbinenmassenstrom und Heißgastemperatur aktiv sind. Die Drehzahlregelung ist deaktiviert, der Sollwert für den Turbinenmassenstrom $\dot{m}_{T,soll}$ wird manuell vorgegeben (vergleiche Abbildung 3.5). Die Thermoschockeinheit kommt nicht zum Einsatz. Die Temperatur des Heißgases wird während der Aufnahme des Kennfeldes auf einen konstanten Sollwert geregelt. Üblich sind Heißgastemperaturen von 600 °C oder 800 °C für die Aufnahme von Turbinenkennfeldern. Das Turbinenkennfeld wird anhand dreier beispielhafter Arbeitspunkte *I*, *II* und *III* beschrieben. Sie sind in Abbildung 6.1 eingezeichnet. Wie man sie einstellt, wird nun erklärt.

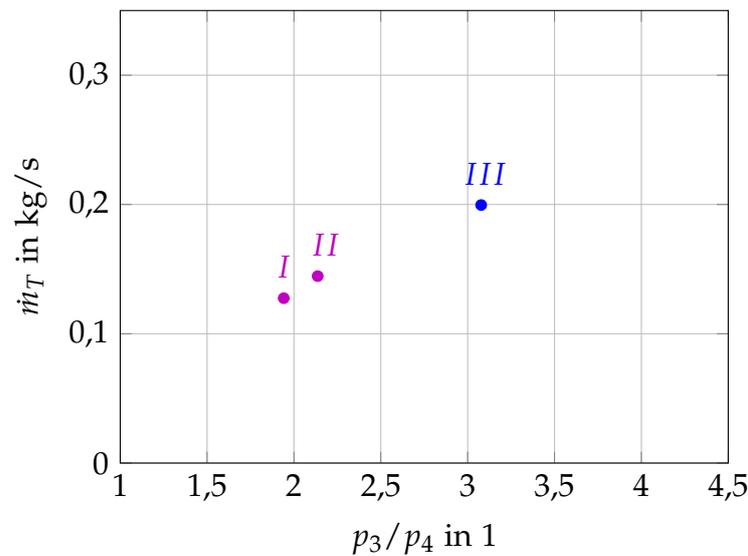


Abbildung 6.1: Arbeitspunkte im Turbinenkennfeld

Die Einstellung des ersten Arbeitspunktes *I* geschieht wie folgt: Der Turbinenmassenstrom wird vorgegeben und von der Brennersteuerung auf Luft- und Erdgasmassenstrom aufgeteilt. Die Massenstromregler stellen diese Sollwerte ein, die Summe der Messwerte ergibt den Turbinenmassenstrom des Arbeitspunktes

$$\dot{m}_{T,I} = \dot{m}_{L,I} + \dot{m}_{G,I}. \quad (6.5)$$

Die Stellung der Klappe K_V nach Verdichter ist konstant, es ergibt sich ein Massenstrom \dot{m}_V durch den Verdichter. Damit stellt sich eine konstante Drehzahl n_I und ein konstantes Druckverhältnis $\left(\frac{p_3}{p_4}\right)_I$ über der Turbine ein. Dieser erste Arbeitspunkt *I* wird in das Turbinenkennfeld in Abbildung 6.1 eingezeichnet.

Zur Bestimmung des zweiten Arbeitspunktes *II* wird der Turbinenmassenstrom auf den Wert $\dot{m}_{T,II}$ verändert. Dadurch ändert sich bei gleicher Klappenstellung K_V nach Verdichter auch die Turboladerdrehzahl. Um dieser Drehzahländerung entgegenzuwirken, wird die Klappenstellung verändert. Die Drehzahl des zweiten Arbeitspunktes entspricht nun der des ersten,

$$n_{II} = n_I.$$

Das Turbinendruckverhältnis $\left(\frac{p_3}{p_4}\right)_{II}$ stellt sich für den zweiten Arbeitspunkt ein. Auch dieser Punkt wird in das Kennfeld in Abbildung 6.1 eingetragen.

Für den dritten Arbeitspunkt wird der Turbinenmassenstrom deutlich vergrößert. Die Drehzahl kann durch Variation der Stellung der Klappe nach Verdichter nicht mehr konstant gehalten werden, sondern steigt auf einen Wert $n_{III} > n_I$. Das

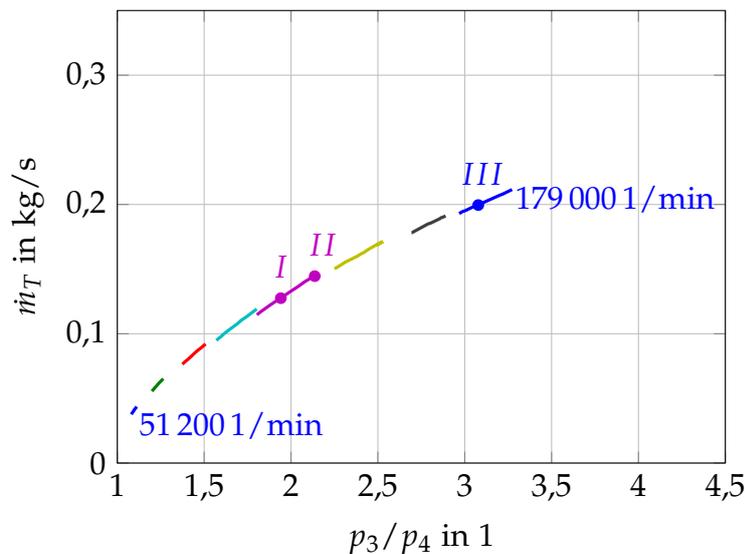


Abbildung 6.2: Linie im Turbinenkennfeld

resultierende Druckverhältnis $\left(\frac{p_3}{p_4}\right)_{III}$ ist ebenfalls deutlich größer als in den ersten beiden Arbeitspunkten. Dies ist auch im Kennfeld in Abbildung 6.1 ersichtlich. Da sich die Drehzahl beim dritten Arbeitspunkt von jener der ersten beiden unterscheidet, ist er im Kennfeld in einer anderen Farbe dargestellt.

Die Vorgehensweise wird für viele Arbeitspunkte wiederholt, wodurch sich die in Abbildung 6.2 gezeigte Kennlinie ergibt. Arbeitspunkte bei gleicher Turboladerdrehzahl sind der Übersichtlichkeit halber nicht mehr als einzelne Punkte gekennzeichnet, sondern durch Liniensegmente miteinander verbunden. Es sind nur die ersten drei Arbeitspunkte als solche markiert. Die unterschiedlichen Farben der Liniensegmente weisen auf unterschiedliche Turboladerdrehzahlen hin. Aus der Kürze der Liniensegmente wird deutlich, dass der Einfluss des Verdichters auf die Turbine klein ist. Massenstrom durch die und Druckverhältnis an der Turbine ändern sich bei Variation des Verdichtermassenstroms nur geringfügig. Mit steigendem Turbinenmassenstrom und -druckverhältnis steigt auch die Turboladerdrehzahl.

Bei der betrachteten Turbine handelt es sich um eine mit variabler Turbinengeometrie, das heißt der Eintrittsquerschnitt der Turbinenleitschaufeln ist verstellbar, siehe Abschnitt 2.2.2. Die Stellung der Leitschaufeln wurde bei der Aufnahme der in Abbildung 6.2 dargestellten Kennlinie nicht verändert. Es handelt sich bei der Kennlinie daher nur um *eine* einer ganzen *Linienschar*! Werden die Versuche für verschiedene Positionen der Turbinenleitschaufeln wiederholt, ergibt sich das in Abbildung 6.3 dargestellte vollständige Turbinenkennfeld. Die Kennlinie in den vorherigen Abbildungen kann anhand der Markierungen der Arbeitspunkte erkannt werden. Die Vergrößerung des Eintrittsquerschnitts der Turbine durch

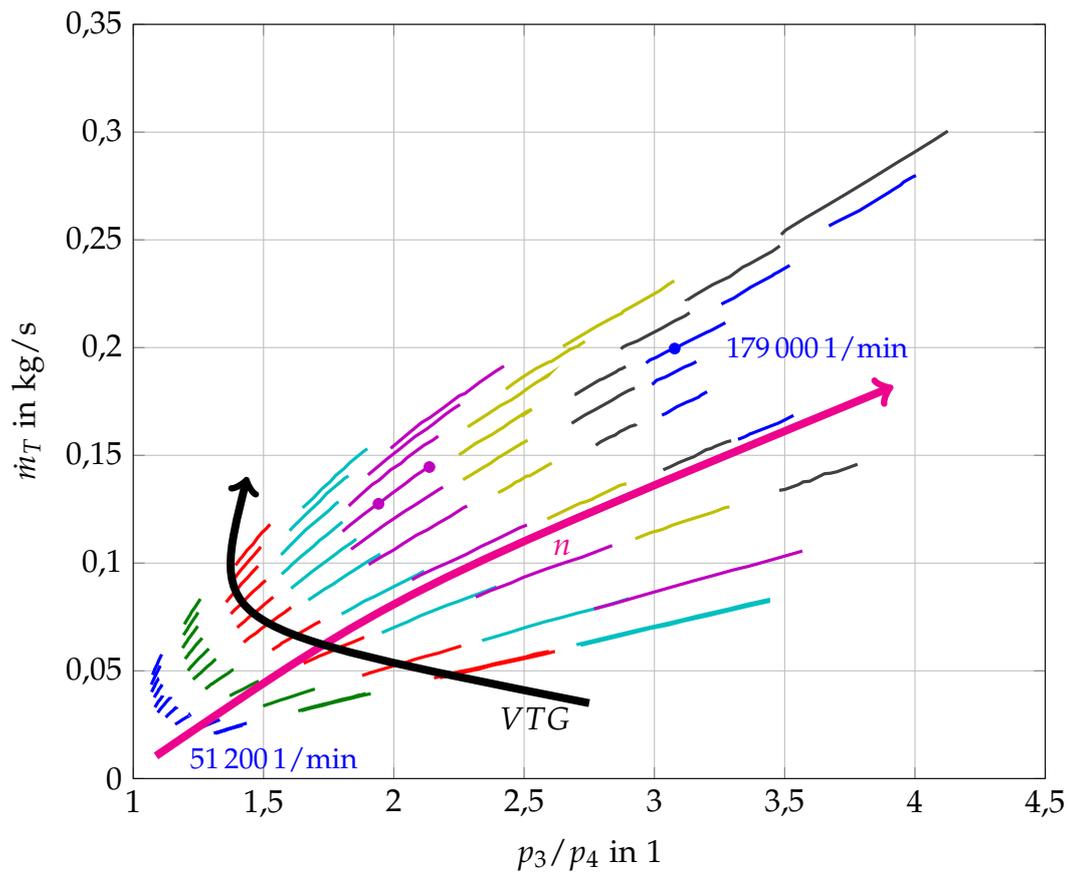


Abbildung 6.3: Turbinenkennfeld

Veränderung der Stellung der variablen Turbinengeometrie führt zu einer Verschiebung der Kennlinie in den Bereich höherer Massenströme. Dies ist mit dem schwarzen Pfeil angedeutet. Anhand dieser Abbildung wird die Auswirkung der variablen Turbinengeometrie deutlich: Hohe Druckverhältnisse an der Turbine können nicht nur bei hohen Turbinenmassenströmen erreicht werden, sondern bereits bei sehr kleinen. Dies ist anhand der „untersten“ Kennlinie ersichtlich. Die beiden Kennlinien bei den kleinsten Stellungen der Leitschaufeln liegen beinahe aufeinander. In diesem Bereich bewirkt eine Änderung des Aktuators so gut wie keine Änderung im Verhalten der Turbine.

Wird die Drehzahlabhängigkeit ignoriert, ergibt sich auf den ersten Blick ein näherungsweise linearer Zusammenhang zwischen Druckverhältnis und Massenstrom. Es ist jedoch ersichtlich, dass der Anstieg des Massenstroms mit zunehmendem Druckverhältnis geringer wird. Der Verlauf ähnelt eher dem einer Wurzelfunktion. Das Abflachen kann durch die Annäherung an die *Turbinenstopfgrenze* erklärt werden: Der Massenstrom durch die Turbine kann durch Anhebung des Druckverhältnisses nicht beliebig erhöht werden. Bei Erhöhung des Druckverhältnisses erreicht die Strömung bei einem gewissen Druckverhältnis die Schallgeschwindigkeit im engsten Strömungsquerschnitt. Ab diesem Punkt kann die Strömungsgeschwindigkeit nicht weiter gesteigert werden. Die Engstelle müsste wie eine *Lavaldüse*² geformt sein, um Überschallströmungen zuzulassen. Dies äußert sich im Erreichen der Stopfgrenze: Der Massenstrom kann nicht über eine gewisse Grenze ansteigen.

Das Turbinenkennfeld eines Laders mit Wastegate-Ventil (siehe Abschnitt 2.2.2) ist dem hier gezeigten ähnlich. Es gibt auch in diesem Fall Scharen von Liniensegmenten konstanter Drehzahl. Unterschiedliche Stellungen des Wastegate-Ventils ändern zwar den Massenstrom durch die Turbine und damit auch das Druckverhältnis. Es wird aber immer nur der Summenmassenstrom über Turbine und Wastegate-Ventil gemessen, weshalb sich bei gleichen Werten des Summenmassenstroms unterschiedliche Druckverhältnisse ergeben.

6.2.3 Turbinenwirkungsgrad

Für den Betrieb des Turboladers im Fahrzeug ist der Gesamtwirkungsgrad der Turbine von großer Bedeutung. Aus diesem Grund wird er oft wie der Massenstrom über dem Turbinendruckverhältnis im Kennfeld nach Abbildung 6.2 aufgetragen. Für die Modellbildung aus regelungstechnischer Sicht ist der Turbinenwirkungsgrad jedoch nicht von Bedeutung. Zum einen kann über den Wirkungsgrad die Temperatur T_4 des Heißgases nach Turbine berechnet werden, zum anderen lässt

²Nach Carl Gustav Patrik de Laval [7]

sich damit die Antriebsleistung für den Verdichter bestimmen. Aus regelungstechnischer Sicht ist die Temperatur T_4 jedoch nicht relevant, sie ist eine Prozessgröße, die sich in Abhängigkeit vom Betriebspunkt der Turbine einstellt.

Oft wird bei der Modellierung der Turboladerdrehzahl von einer Leistungsbilanz von Turbine und Verdichter ausgegangen. Dies ist in der vorliegenden Arbeit *nicht* der Fall und der Turbinenwirkungsgrad wird nicht benötigt.

6.3 Modellierung des stationären Verhaltens der Turbine

Die einfachste und wohl naheliegende Möglichkeit der „Modellierung“ einer Turbine stellt die direkte Verwendung des Turbinenkennfelds nach Abbildung 6.3 dar. Bei der *Motorprozesssimulation* [33], in der das Gesamtsystem bestehend aus Verbrennungskraftmaschine und Turbolader untersucht wird, werden Kennfelder zum Teil direkt verwendet. Auch die Abstimmung einer Turbine auf einen Motor, das sogenannte *Matching*, wird anhand des Kennfeldes durchgeführt.

6.3.1 Motivation

Für den Reglerentwurf ist die direkte Vorgabe eines Kennfeldes mit Interpolation zwischen den gemessenen Arbeitspunkten aus mehreren Gründen nicht geeignet: Kennfelder enthalten typischerweise nur Messpunkte für Drehzahlen ab etwa 40 % der Maximaldrehzahl [24]. Dies liegt daran, dass bei derart kleinen Drehzahlwerten falsche Turbinen- und Verdichterwirkungsgrade bestimmt werden. In Abschnitt 6.5.3 wird genauer darauf eingegangen. Am Prüfstand werden jedoch Betriebspunkte im gesamten Drehzahlbereich eingestellt. Das Modell der Turbine muss daher in der Lage sein, auch Bereiche kleiner Drehzahlen abzudecken. Extrapolation in Bereiche, die nicht von Kennfelddaten abgedeckt sind, liefert aufgrund der nichtlinearen Zusammenhänge an Turbine und Verdichter keine zufriedenstellenden Ergebnisse [27].

Kennfelder für Turbine und Verdichter werden üblicherweise bei einer konstanten Temperatur vermessen. Da das Turbinenkennfeld im vorherigen Abschnitt nicht mit reduzierten Größen beschrieben wurde, gibt es keine Abhängigkeit des Zusammenhangs von Massenstrom und Druckverhältnis von der Heißgastemperatur. Zur Berücksichtigung dieser in der Realität vorhandenen Abhängigkeit ist ein anderes Verfahren nötig. Die Verwendung reduzierter Größen bietet hier keine deutliche Verbesserung, da die Kennfelder bei variierender Temperatur nur skaliert werden.

Das größte Problem ist jedoch, dass das Turbinenkennfeld meist noch gar nicht bekannt ist, da die Turbine erst am Prüfstand vermessen werden muss! Eine funktionierende Regelung ist eine Voraussetzung dafür.

Die Modelle von Turbine und Verdichter sollen dazu in der Lage sein, bessere Einsicht in die physikalischen Zusammenhänge des Betriebsverhaltens des Turboladers zu gewähren. Kennfelder sind dazu nicht geeignet. Aus dem gleichen Grund kommt auch die Modellierung von Turbine und Verdichter mittels neuronaler Netze, wie sie in [34] oder in abgewandelter Form mithilfe des *LoLiMoT*³-Algorithmus in [36] vorgeschlagen wird, nicht in Frage.

Zur Untersuchung des örtlichen Verhaltens der Heißgas- und Luftströmungen innerhalb von Turbine und Verdichter existieren sehr detaillierte Modelle. Üblicherweise sind dies Systeme partieller Differentialgleichungen, die mit Hilfe von Methoden der *numerischen Strömungsmechanik* gelöst werden. Für den Reglerentwurf sind diese Modelle aufgrund ihrer Komplexität allerdings nicht geeignet.

Im Folgenden werden zwei existierende Turbinenmodelle auf ihre Tauglichkeit für den Reglerentwurf untersucht, bevor ein neues Modell vorgestellt wird.

6.3.2 Zweite Hauptgleichung der Abgasturboaufladung

Die *Hauptgleichungen der Abgasturboaufladung* [5] beschreiben das Verdichterdruckverhältnis (erste Hauptgleichung) und den Turbinenmassenstrom (zweite Hauptgleichung). Die erste Hauptgleichung wird in Abschnitt 6.6.1 bei der Verdichtermotellierung betrachtet.

Die zweite Hauptgleichung ist im Grunde nichts anderes als die Betrachtung der Turbine als Düse. Unter der Annahme einer isentropen Strömung eines idealen Gases lässt sich der Turbinenmassenstrom durch

$$\dot{m}_T = A_T p_3 \sqrt{\frac{2}{R_A T_3}} \Psi \left(\frac{p_4}{p_3} \right) \quad (6.6)$$

beschreiben. Er hängt von der effektiven Turbinenquerschnittsfläche A_T ab, sowie von Temperatur T_3 und Druck p_3 des Gases am Eintritt in die Turbine und vom Turbinengegendruck p_4 . Die spezifische Gaskonstante R_A ist eine Stoffgröße. Die sogenannte Durchflussfunktion Ψ [37] ist nur eine Funktion des Turbinendruckverhältnisses $\frac{p_4}{p_3}$,

$$\Psi \left(\frac{p_4}{p_3} \right) = \sqrt{\frac{\kappa_A}{\kappa_A - 1}} \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{1}{\kappa_A}} \sqrt{1 - \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{\kappa_A - 1}{\kappa_A}}}. \quad (6.7)$$

³Local Linear Model Tree [35]

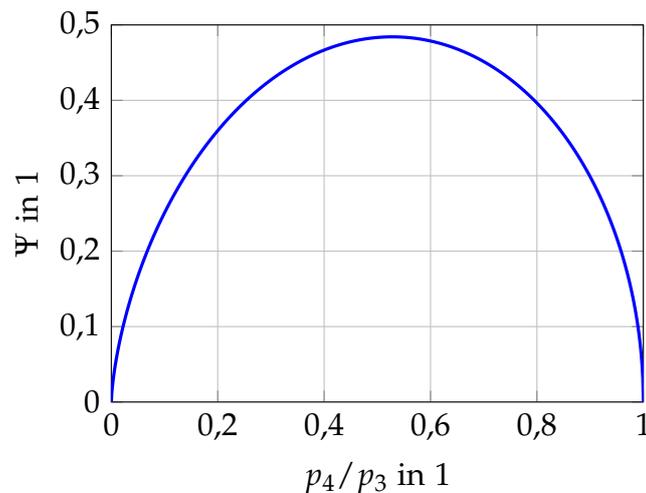


Abbildung 6.4: Durchflussfunktion über dem Druckverhältnis

Der sogenannte Isentropenexponent κ_A des Abgases wird dabei als konstant angenommen. Bei Luft beträgt er typischerweise etwa 1,4. In Abbildung 6.4 ist die Durchflussfunktion Ψ nach (6.7) über dem Druckverhältnis dargestellt. Beim Betrachten der Abbildung ist es sinnvoll, am rechten Ende der Abszisse bei einem Druckverhältnis von 1 zu beginnen. Eine Steigerung des Turbinendruckverhältnisses (das heißt das inverse Druckverhältnis $\frac{p_4}{p_3}$ sinkt) führt zu einem Anstieg des Werts der Durchflussfunktion. Beim sogenannten *kritischen* Druckverhältnis besitzt die Durchflussfunktion ein Maximum, an dem die Strömung die Schallgeschwindigkeit erreicht. Ab diesem Druckverhältnis beginnt die Durchflussfunktion zu sinken. Bei Turbine und Verdichter werden nur vergleichsweise kleine Druckverhältnisse erreicht. Daher ist nur der rechte Ast der Durchflussfunktion in der Nähe von Druckverhältnis 1 relevant.

Der Turbinenmassenstrom nach Gleichung (6.6) hängt nur von thermodynamischen Größen der Turbine ab. Es gibt keine Beeinflussung durch den Verdichter. Die einzige Unbekannte in der Gleichung ist der effektive Turbinenquerschnitt A_T . Es handelt sich dabei jedoch nicht um eine konstante Größe! Der effektive Querschnitt verändert sich in Abhängigkeit des Turbinendruckverhältnisses und der Eintrittstemperatur. Bei einer Turbine mit variabler Turbinengeometrie hat auch die Stellung der Turbinenleitschaufeln einen großen Einfluss auf den effektiven Querschnitt.

Sind Messdaten von einem Prüfstand vorhanden, so kann A_T durch Umformung von (6.6) berechnet werden:

$$A_T = \frac{\dot{m}_T}{p_3} \sqrt{\frac{R_A T_3}{2}} \frac{1}{\Psi\left(\frac{p_4}{p_3}\right)} \quad (6.8)$$

Für die Simulation des Turbinenverhaltens ist diese Vorgehensweise nicht anwendbar. Dabei soll der Turbinenmassenstrom in Abhängigkeit des Druckverhältnisses bestimmt werden. Der effektive Turbinenquerschnitt kann also nicht nach (6.8) berechnet werden. Eine wesentliche Erkenntnis ist, dass der effektive Turbinenquerschnitt außer von der Geometrie der Turbine hauptsächlich vom Turbinendruckverhältnis abhängt. Aus diesem Grund wird in [5] die *empirische* Näherungsformel

$$A_T = K_T \left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{0,204} \quad (6.9)$$

abgeleitet. Eine exakte Herleitung des effektiven Turbinenquerschnitts ist sehr aufwändig. In obiger Gleichung symbolisiert K_T die sogenannte *Turbinenkonstante*, die vom effektiven Leit- (A_D) und Laufradquerschnitt (A_R) abhängt,

$$K_T = 0,1035k_1A_D \quad (6.10)$$

mit

$$\log k_1 = 0,85 \left(\frac{A_D}{A_R} \right)^{0,28} .$$

Die Bestimmungsgleichung für die Turbinenkonstante K_T wird in [5] ohne weitere Herleitung angegeben. Leit- und Laufradquerschnitt sind konstante Größen und variieren nicht mit dem Druckverhältnis. Ihre Bestimmung erfordert allerdings genaue Kenntnis der Turbinengeometrie sowie der Durchflussbeiwerte.

Gleichung (6.9) wurde für *Axialturbinen* hergeleitet. Es wird zwar erwähnt, dass die Herleitung des effektiven Turbinenquerschnitts für eine *Radialturbine* auf ähnlichem Wege möglich ist. Die Vorgehensweise ist jedoch komplizierter, da der Leitradquerschnitt bei einer *Radialturbine* nicht mehr konstant ist. Aus diesem Grund wird im Folgenden untersucht, ob die Gleichungen (6.6), (6.7) und (6.9) auch dazu in der Lage sind, vorliegende Messdaten einer *Radialturbine* zufriedenstellend abzubilden.

Vergleich mit Messdaten

Die effektiven Leit- und Laufradquerschnitte sind beim am Prüfstand vermessenen Turbolader nicht bekannt. Daher kann die Turbinenkonstante nicht nach Gleichung (6.10) berechnet werden. Da es sich darüber hinaus um eine Turbine mit verstellbarer Turbinengeometrie handelt, ändert sich die Turbinenkonstante mit variierender Stellung der Leitschaufeln. Deswegen wird Gleichung (6.8) verwendet, um aus gemessenem Turbinenmassenstrom, gemessenen Drücken und gemessener Temperatur den effektiven Turbinenquerschnitt zu berechnen. Dies wird für jeden stationären Betriebspunkt im Kennfeld der Turbine wiederholt. Die Ergebnisse

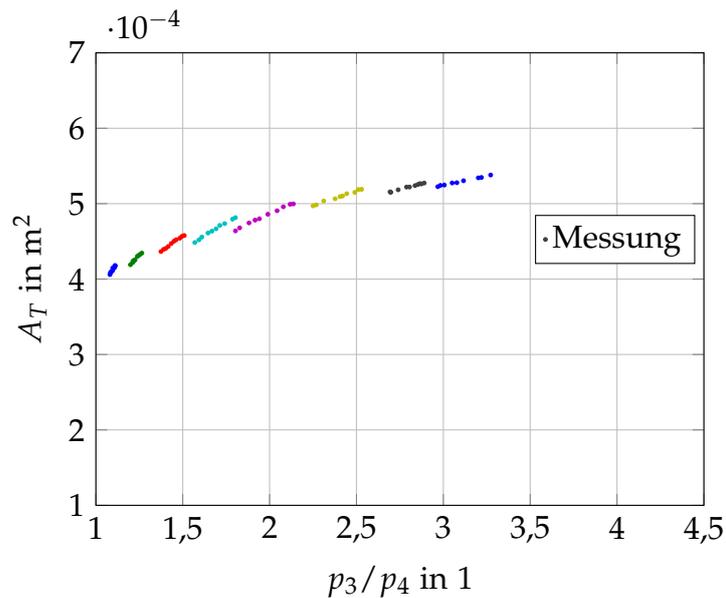


Abbildung 6.5: Effektiver Turbinenquerschnitt für eine VTG-Stellung

dieser Berechnung für eine konstante Stellung der variablen Turbinengeometrie (die gleiche wie in Abbildung 6.2) sind in Abbildung 6.5 dargestellt.

Mit dem nun bekannten effektiven Turbinenquerschnitt kann die Turbinenkonstante K_T mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate für die Modellfunktion nach Gleichung (6.9) bestimmt werden. Das Ergebnis der Parameterschätzung ist ein Zahlenwert für K_T für eine Stellung der variablen Turbinengeometrie. Diese Turbinenkonstante wird in Gleichung (6.9) eingesetzt, um den effektiven Turbinenquerschnitt zu berechnen. In Abbildung 6.6 ist das Ergebnis der Modellierung dargestellt. Der modellierte Verlauf ist in schwarz mit den aus den Messdaten errechneten Querschnitten eingezeichnet. Die Übereinstimmung des Modells mit den Messdaten ist für diese eine Stellung der variablen Turbinengeometrie zufriedenstellend.

Die Kurvenanpassung wird für alle VTG-Stellungen x_{VTG} wiederholt, wodurch sich eine Kurvenschar für den effektiven Turbinenquerschnitt ergibt. Die VTG-Stellung wird in Prozent angegeben, 0% bedeutet, dass die Leitschaufeln vollständig geschlossen sind (kleiner Turbinenmassenstrom), 100% bedeutet, dass die Leitschaufeln vollständig geöffnet sind (großer Turbinenmassenstrom). Abbildung 6.7 zeigt das Ergebnis. Aus Messwerten errechnete effektive Turbinenquerschnitte sind wieder als Punkte eingezeichnet, nach Gleichung (6.9) errechnete als schwarze Linien. Mit Vergrößerung der Stellung der Leitschaufeln steigt der effektive Turbinenquerschnitt. Die Linien werden „nach oben“ verschoben. Dies wird durch den roten Pfeil symbolisiert. Bei großen VTG-Stellungen ist die Übereinstimmung des Modells mit den Messdaten gut. Bei mittleren und kleinen Stellungen gibt es

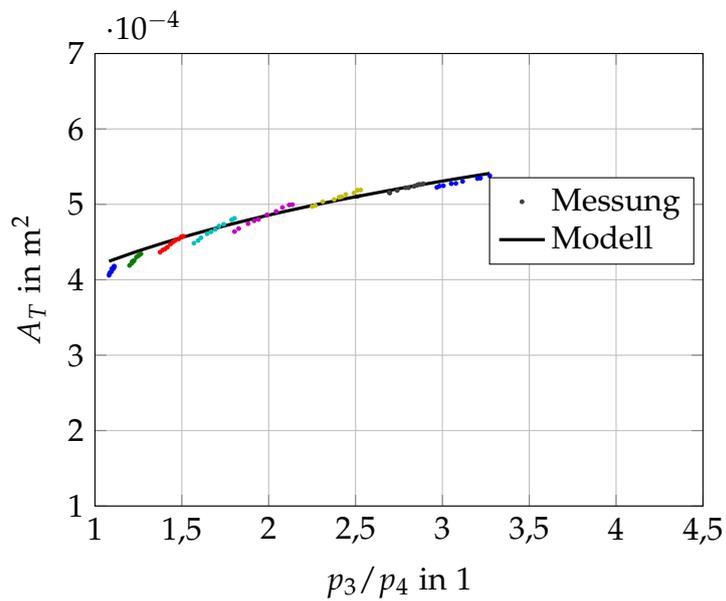


Abbildung 6.6: Effektiver Turbinenquerschnitt mit Modell (6.9) für eine VTG-Stellung

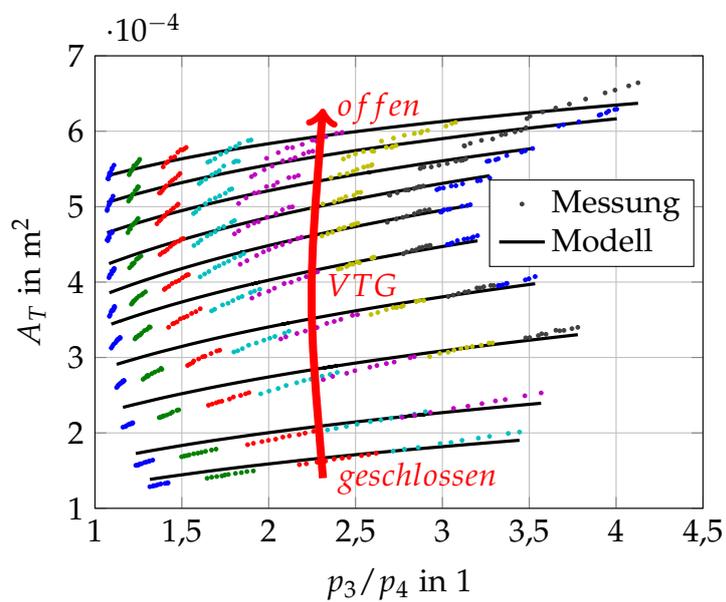


Abbildung 6.7: Effektiver Turbinenquerschnitt mit Modell (6.9) für alle VTG-Stellungen

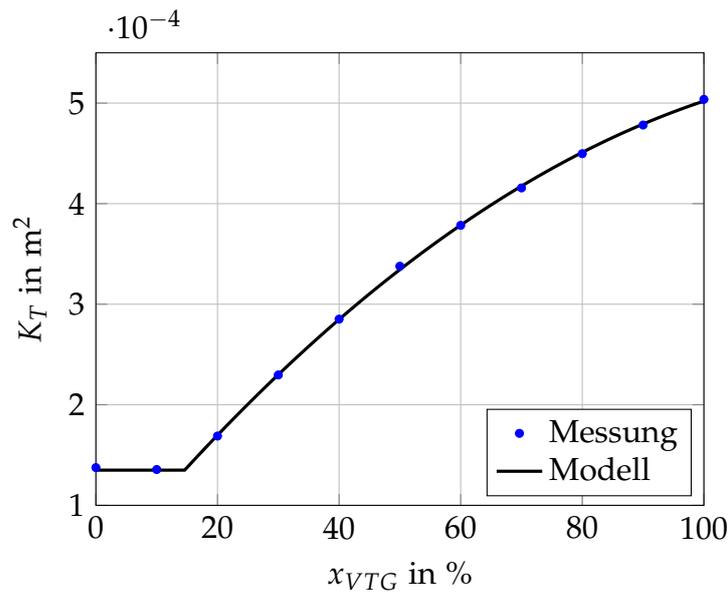


Abbildung 6.8: Turbinenkonstante K_T in Abhängigkeit der VTG-Stellung x_{VTG} nach Gleichung (6.11)

Abweichungen. Die Steigung der Funktion nach (6.9) passt in diesen Fällen nicht gut zu den Messdaten. Bei kleinen VTG-Stellungen ist der Zusammenhang zwischen Turbinendruckverhältnis und effektivem Turbinenquerschnitt beinahe linear. Je größer die VTG-Stellung wird, umso nichtlinearer wird die Abhängigkeit.

Die Ursache für die Abweichungen bei kleinen VTG-Stellungen könnte darin liegen, dass Gleichung (6.9) eigentlich nur für Axial- und nicht für Radialturbinen gilt.

Die durch die Parameterschätzung erhaltenen Werte für die Turbinenkonstante K_T in Abhängigkeit der Stellung der variablen Turbinengeometrie sind in Abbildung 6.8 als blaue Punkte aufgetragen. Die Werte für 0 % und 10 % sind beinahe identisch. Es wurde bereits erwähnt, dass sich die Turbine bei kleinen VTG-Stellungen sehr ähnlich verhält. Die Ursache ist nicht genau geklärt. Es wird jedoch angenommen, dass der VTG-Aktuator beziehungsweise der Verstellmechanismus selbst sich erst ab etwa 15 % bewegen. Aus diesem Grund wurden die beiden kleinsten Werte der VTG-Stellung von 0 % und 10 % nicht bei der folgenden Kurvenanpassung berücksichtigt.

Der Zusammenhang der verbleibenden Werte der Turbinenkonstanten mit der Stellung der variablen Turbinengeometrie kann sehr gut durch das quadratische Polynom

$$\tilde{K}_T = a_2 x_{VTG}^2 + a_1 x_{VTG} + a_0$$

angenähert werden. Die Koeffizienten a_0 , a_1 und a_2 werden wieder mittels Methode der kleinsten Quadrate bestimmt. Zur Berücksichtigung des nicht idealen Verhaltens

des Aktuators wird obiger Ansatz auf den minimalen Wert $K_{T,min}$ begrenzt:

$$K_T = \max \left(K_{T,min}, \tilde{K}_T \right) \quad (6.11)$$

Das Ergebnis ist in Abbildung 6.8 als schwarze Linie dargestellt. Die Übereinstimmung mit den aus den Messdaten berechneten Werten ist sehr gut.

Bevor auf das Ergebnis der Modellierung des Turbinenkennfelds mittels zweiter Turbolader-Hauptgleichung eingegangen wird, werden die dafür zuvor abgeleiteten Gleichungen noch einmal angeschrieben:

$$\begin{aligned} K_T &= a_2 x_{VTG}^2 + a_1 x_{VTG} + a_0 \\ A_T &= K_T \left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{0.204} \\ \dot{m}_T &= A_T p_3 \sqrt{\frac{2}{R_A T_3}} \Psi \left(\frac{p_4}{p_3} \right) \quad \text{mit} \\ \Psi \left(\frac{p_4}{p_3} \right) &= \sqrt{\frac{\kappa_A}{\kappa_A - 1} \left[\left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{2}{\kappa_A}} - \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{\kappa_A + 1}{\kappa_A}} \right]} \end{aligned} \quad (6.12)$$

Das Ergebnis der Berechnungen ist der Turbinenmassenstrom in Abhängigkeit der Drücke vor und nach Turbine, der Turbineneintrittstemperatur und der Stellung der variablen Turbinengeometrie. Zusätzlich werden die Koeffizienten a_2 , a_1 und a_0 benötigt, κ_A und R_A sind Stoffgrößen. Die Beschreibung des Turbinenmassenstroms nach der zweiten Turboladerhauptgleichung kommt folglich mit nur drei Parametern aus.

In Abbildung 6.9 ist in einem Turbinenkennfeld die gleiche Linie eingezeichnet wie in Abbildung 6.2 bei der Beschreibung des Turbinenkennfelds in Abschnitt 6.2.2. Die am Prüfstand gemessenen Kennliniensegmente sind durchgezogen gezeichnet. Unterschiedliche Farben stehen für unterschiedliche Drehzahlen. In schwarz strichliert ist das Ergebnis des Modells (6.12) für die konkrete VTG-Stellung eingetragen. Die Übereinstimmung des Modells mit den Messdaten ist für diese Linie sehr gut. Zusätzlich ist eine zweite Linie bei kleinerer VTG-Stellung eingezeichnet. Grundsätzlich stimmen Messung und Modell auch für die zweite Linie überein. Bei genauerer Betrachtung fällt aber auf, dass die asymptotischen Verläufe sich recht deutlich unterscheiden. Die Steigung des Modells ist kleiner als die des gemessenen Verlaufs. Im Bereich kleiner Druckverhältnisse und Massenströme ist das Verhalten gegensätzlich.

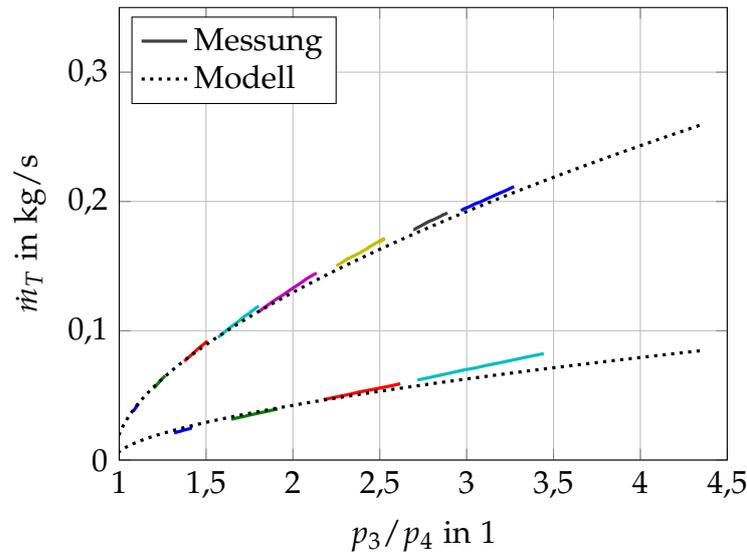


Abbildung 6.9: Zwei Linien verschiedener VTG-Stellungen im Turbinenkennfeld mit Modell nach zweiter Hauptgleichung

Bei der Betrachtung des vollständigen Turbinenkennfelds mit eingezeichneten Modellierungsergebnissen nach (6.12) in Abbildung 6.10 verstärkt sich der Eindruck. Bei größeren VTG-Stellungen stimmen Messung und Modell gut überein, bei mittleren und kleineren gibt es recht deutliche Abweichungen. Dieses Verhalten ist bereits bei der Bestimmung der effektiven Turbinenquerschnitte in Abbildung 6.7 ersichtlich.

Es stellt sich die Frage, ob es mit anderen Modellen möglich ist, eine bessere Übereinstimmung mit den Messdaten zu erzielen. Darüber hinaus ist es erstrebenswert, die Düsengleichung (6.7) zu vermeiden. Bei Druckverhältnissen nahe 1 (das heißt, Druck vor und nach Turbine sind annähernd gleich) wird die Steigung der Funktion sehr groß, siehe Abbildung 6.4. Bei der numerischen Simulation führt dies zu kleinen Schrittweiten und langen Rechenzeiten.

Ein Vorteil des Modells ist die geringe Anzahl an Parametern. Die Ausführungen zur zweiten Turboladerhauptgleichung in [5] beziehen sich ausschließlich auf den Turbinenmassenstrom. Eine Modellierung der Drehzahl wird über den Drallsatz nur angedeutet.

6.3.3 Das Modell für die Turboladerdrehzahl nach Kessel

In [25] beschäftigt sich Kessel mit der Modellierung von Abgasturboladern, unter anderem auch mit der Modellierung der Turboladerdrehzahl. Er benutzt zur Beschreibung der Drehzahl Modelle von Turbine und Verdichter. Das Modell des

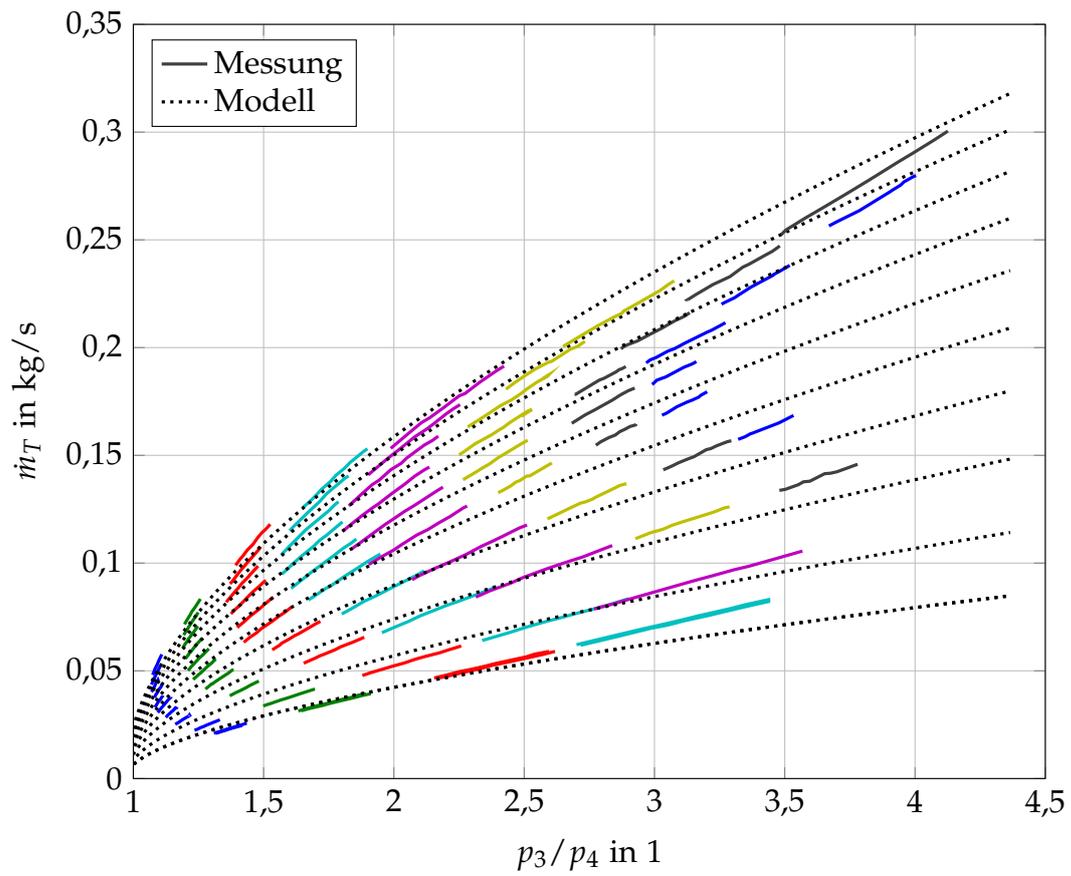


Abbildung 6.10: Vollständiges Turbinenkennfeld mit Modell nach zweiter Hauptgleichung

Verdichters stellt damit einen Vorgriff auf die genaue Beschreibung des Verdichter-
verhaltens in Abschnitt 6.5 dar. Das Verdichtermodell nach [25] ist zwar wie das
Turbinenmodell sehr komplex, da sehr genau auf die Strömungsvorgänge eingegan-
gen wird. Ein tiefgehendes Verständnis des Verhaltens ist für das Drehzahlmodell
nach Kessel jedoch gar nicht nötig! Es wird nur das Endergebnis des Verdichtermo-
dells in Form einer graphischen Darstellung verwendet. Der Verdichter wird an
dieser Stelle eher „mathematisch“ betrachtet.

Kessel zerlegt Turbine und Verdichter in mehrere Teilsysteme, die Kopplung dieser
Teilsysteme geschieht anhand der Enthalpie, Entropie und Strömungsgeschwin-
digkeit. Die Modelle sind dadurch in der Lage, komplexe Strömungsphänomene
zu beschreiben. Für die numerische Simulation sind sie jedoch zu umfangreich,
weshalb die Rechenzeit sehr groß wird. Daher werden dafür stattdessen *neuronale*
Netze [38] verwendet. Die Modelle werden „nur“ zur Erzeugung von Trainingsdaten
für die neuronalen Netze verwendet.

Auf die genaue Analyse des Massenstrom- und Druckverhaltens nach Kessel
wird daher verzichtet. Es ist jedoch möglich, ein recht einfaches Modell für die
Turboladerdrehzahl abzuleiten.

Ausgangspunkt

Der Drallsatz für das Turboladerlaufzeug stellt den Ausgangspunkt der Betrachtun-
gen dar:

$$\Theta \frac{d\omega}{dt} = -M_V - M_L + M_T \quad (6.13)$$

In der Gleichung symbolisiert Θ das Trägheitsmoment des Turboladers⁴ und ω die
Winkelgeschwindigkeit. M_T ist das Drehmoment, das vom heißen Abgas an die
Turbine übertragen wird und den Turbolader antreibt. M_V ist das Drehmoment,
das der Verdichter für die Kompression der Frischluft aufnimmt. Für das Moment
der Lagerreibung M_L wird aufgrund der in Turboladern verwendeten Gleitlagern
viskose Reibung angenommen. Das bedeutet, M_L ist proportional zur Drehzahl,

$$M_L = K_L \omega. \quad (6.14)$$

Verdichter

Für die Bestimmung des Verdichtermoments wird die Drehimpulsänderung ei-
nes Massenpunkts zwischen Verdichterein- und Verdichteraustritt berechnet. Die
genaue Analyse der Herleitung in Abschnitt 4.2 ist nicht zielführend, die Abhän-
gigkeit des Verdichtermoments vom Verdichtermassenstrom ist jedoch sehr gut

⁴Das Gesamtträgheitsmoment ist die Summe der Trägheiten von Turbine, Welle und Verdichter.

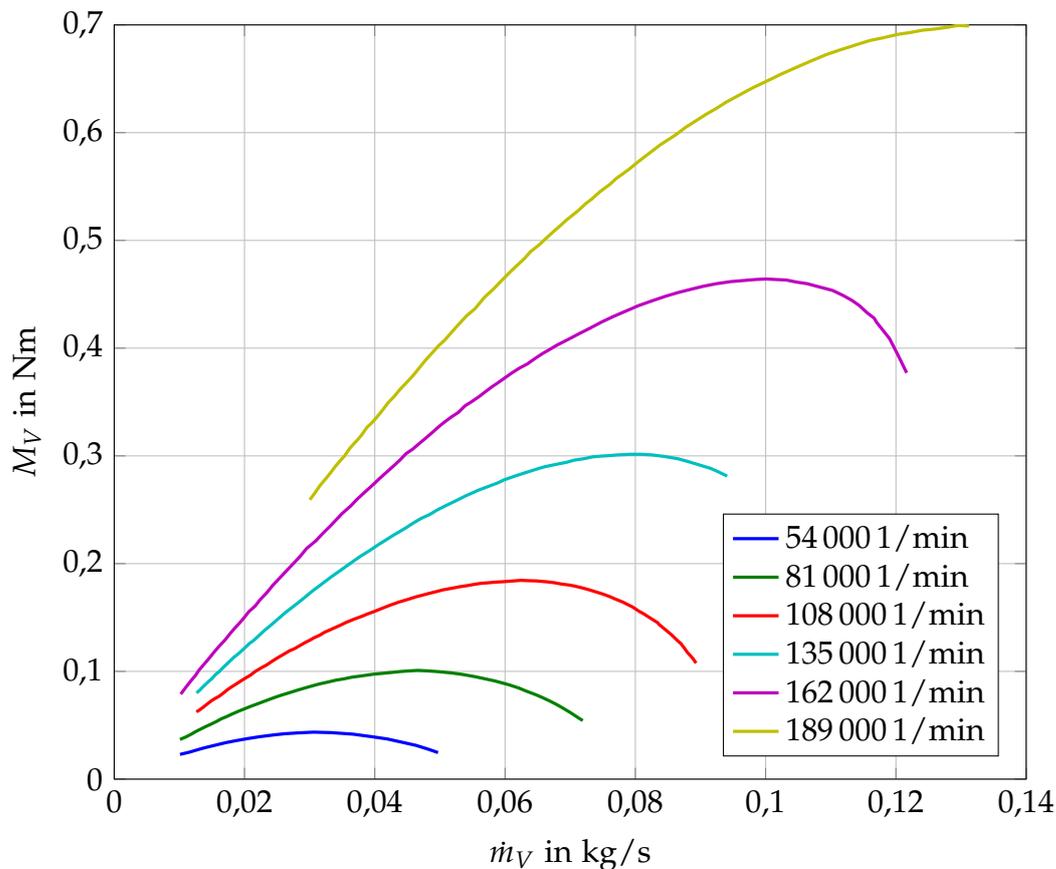


Abbildung 6.11: Aufgenommenes Drehmoment am Verdichter über dem Massenstrom bei verschiedenen Drehzahlen [25]

aus Simulationsergebnissen Kessels in Abschnitt 5.2.5 der Originalarbeit erkennbar. Abbildung 6.11 entspricht Bild 5.8. Das Drehmoment M_V des Verdichters hängt einerseits vom Verdichtermassenstrom \dot{m}_V ab, andererseits von der Turboladerdrehzahl n . Die Verläufe des Drehmoments für jeweils konstante Drehzahlen ähneln Parabeln sehr stark. Aus diesem Grund wird der Ansatz

$$M_V = \alpha_2 \dot{m}_V^2 + \alpha_1 \dot{m}_V + \alpha_0 \quad (6.15)$$

gewählt. Die Parameter α_0 , α_1 und α_2 hängen von der Turboladerdrehzahl ab. Die Forderung, dass die Parabeln alle durch den Ursprung gehen sollen, führt zu

$$\alpha_0 = 0.$$

Die Parabeln sollen mit dem jeweiligen Maximalwert des Verdichtermoments, $M_{V,max}$, und dem maximalen Verdichtermassenstrom $\dot{m}_{V,max}$ beschrieben werden. Damit kann für das Verdichtermoment

$$M_V = \frac{M_{V,max}}{\dot{m}_{V,max}} \dot{m}_V (2\dot{m}_{V,max} - \dot{m}_V) \quad (6.16)$$

geschrieben werden.

Der Zusammenhang des maximalen Verdichtermoments mit der Turboladerdrehzahl kann über die *Optimalparabel*⁵ näherungsweise hergestellt werden:

$$M_{V,max} = c_M n^2 \quad (6.17)$$

Die Größe c_M ist eine Konstante. Die Turboladerdrehzahl n errechnet sich nach

$$n = \frac{30}{\pi} \omega \quad (6.18)$$

aus der Winkelgeschwindigkeit ω . Der maximale Verdichtermassenstrom wird durch

$$\dot{m}_{V,max} = c_n n \quad (6.19)$$

mit dem Parameter c_n abgeschätzt. Einsetzen von (6.17) und (6.19) in (6.16) ergibt

$$M_V = \frac{c_M}{c_n} \dot{m}_V n (2c_n n - \dot{m}_V) \quad (6.20)$$

als Resultat für das Verdichtermoment.

Turbine

Wie beim Verdichter wird bei der genauen Herleitung des Turbinenmodells die Drehimpulsänderung des Abgases zwischen Turbinenein- und Turbinenaustritt betrachtet. Dies wird in [25] in Abschnitt 4.3 erläutert. Von besonderem Interesse sind wie zuvor die Simulationsergebnisse in Abschnitt 5.3.5 der Originalarbeit, die in Abbildung 6.12 wiedergegeben sind (Bild 5.27). Die Kurvenschar entsteht durch Variation der Stellung x_{VTG} des VTG-Mechanismus. In der originalen Abbildung in [25] sind zusätzlich Kurven eingezeichnet, die bei Variation der Turboladerdrehzahl entstehen. Sie unterscheiden sich bei konstanter VTG-Stellung jedoch nicht deutlich, weshalb die Drehzahlabhängigkeit des Turbinenmoments vernachlässigt wird.

Die Verläufe der Kurven in Abbildung 6.12 legen es nahe, das Turbinenmoment als Parabel der Form

$$M_T = k_{VTG} \dot{m}_T^2 \quad \text{mit} \quad k_{VTG} > 0 \quad (6.21)$$

mit dem Turbinenmassenstrom \dot{m}_T zu beschreiben. Der Parameter k_{VTG} ist von der VTG-Stellung abhängig.

⁵Betriebspunkte des Verdichters mit dem höchsten isentropen Verdichterwirkungsgrad liegen näherungsweise auf einer Parabel [14, 5]. Siehe auch Abschnitt 6.6.3.

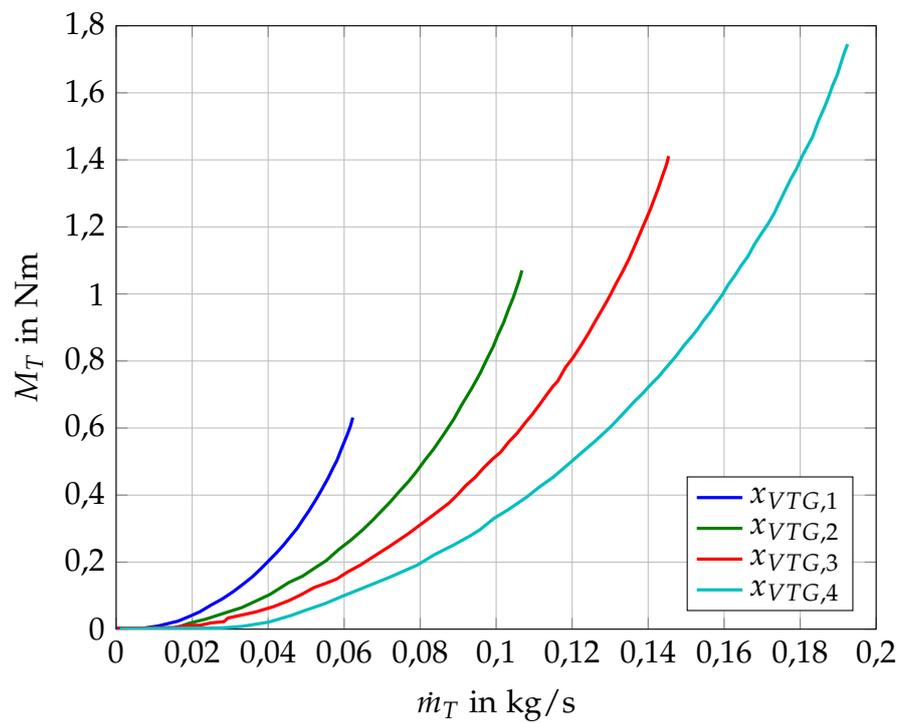


Abbildung 6.12: Drehmoment der Turbine als Funktion des Turbinenmassenstroms und der VTG-Stellung nach [25]

Drehzahl

Werden die Ergebnisse der vorherigen Abschnitte, die Gleichungen (6.20) und (6.21) zusammen mit Gleichung (6.14) in den Drallsatz (6.13) eingesetzt, so erhält man für stationäre Verhältnisse $\left(\frac{d\omega}{dt} = 0\right)$ ⁶

$$\frac{c_M}{c_n} \bar{n} \dot{m}_V (2c_n \bar{n} - \dot{m}_V) + K_L \omega = k_{VTG} \dot{m}_T^2. \quad (6.22)$$

Mit der Abkürzung

$$k_F = K_L \frac{\pi}{30}$$

ergibt sich nach Verwenden von (6.18) und Umstellen die quadratische Gleichung

$$\bar{n}^2 + \left(\frac{k_F}{2c_M \dot{m}_V} - \frac{\dot{m}_V}{2c_n} \right) \bar{n} - \frac{k_{VTG} \dot{m}_T^2}{2c_M \dot{m}_V} = 0 \quad (6.23)$$

für die Drehzahl \bar{n} . Sie besitzt zwei reelle Lösungen, relevant ist nur die positive

$$\bar{n} = \frac{\dot{m}_V}{4c_n} - \frac{k_F}{4c_M \dot{m}_V} + \sqrt{\left(\frac{\dot{m}_V}{4c_n} - \frac{k_F}{4c_M \dot{m}_V} \right)^2 + \frac{k_{VTG} \dot{m}_T^2}{2c_M \dot{m}_V}}. \quad (6.24)$$

Die Drehzahl hängt nach obiger Gleichung in komplizierter Weise vom Turbinenmassenstrom \dot{m}_T und Verdichtermassenstrom \dot{m}_V ab. Zusätzlich sind die Parameter

$$c_n, \quad c_M, \quad k_F \quad \text{und} \quad k_{VTG}$$

erforderlich. Letzterer ist selbst eine Funktion der VTG-Stellung. Auch wenn Gleichung (6.24) bereits eine deutliche Vereinfachung des Modells von Kessel darstellt, ist es dennoch ein komplexes Modell. Seine Übereinstimmung mit den vorliegenden Messdaten wird im folgenden Abschnitt überprüft.

Vergleich mit Messdaten

Nach passender Wahl der Parameter kann die Turboladerdrehzahl nach Gleichung (6.24) berechnet werden. In Abbildung 6.13 ist die derart bestimmte Drehzahl im Vergleich zu den gemessenen Daten über dem Turbinenmassenstrom \dot{m}_T dargestellt. Für Turbinen- und Verdichtermassenstrom wurden in Gleichung (6.24) jeweils die gemessenen Werte eingesetzt. Die einzelnen Liniensegmente entsprechen wieder einer Verbindung stationärer Betriebspunkte. Messdaten sind in durchgezogenen Linien dargestellt, die berechnete Drehzahl nach Gleichung (6.24) schwarz

⁶Die Drehzahl n wird durch die stationäre Drehzahl \bar{n} ersetzt.

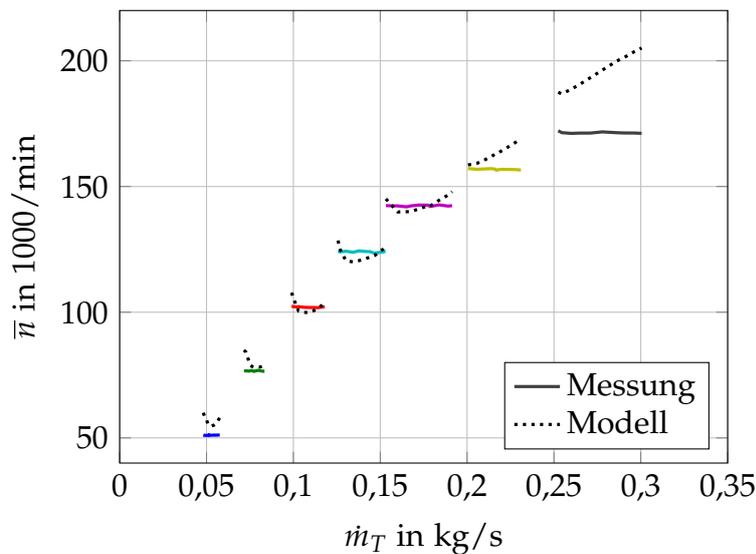


Abbildung 6.13: Gemessene Turboladerdrehzahl mit Modell nach [25]

strichliert. Der Drehzahlverlauf entspricht einer Linie mit konstanter VTG-Stellung im Turbinenkennfeld in Abbildung 6.3. Die Farben sind die gleichen wie im Turbinenkennfeld. Die Verläufe von gemessener und modellierter Drehzahl unterscheiden sich zum Teil deutlich. Während die gemessene Drehzahl über mehrere Betriebspunkte nahezu konstant bleibt, ändert sich die modellierte Drehzahl stark. Da das Verhalten bei unterschiedlichen VTG-Stellungen sehr ähnlich ist, wird auf die Darstellung weiterer Kennlinien verzichtet.

Auf den ersten Blick mutet es seltsam an, dass bei steigendem Turbinenmassenstrom die Turboladerdrehzahl konstant bleibt. Dies wird dadurch erklärt, dass sich nicht nur der Turbinen-, sondern auch der Verdichtermassenstrom von Betriebspunkt zu Betriebspunkt ändert. In Abbildung 6.14 ist der gemessene Verdichtermassenstrom für diese VTG-Kennlinie über dem Turbinenmassenstrom dargestellt. Jede farbige Linie entspricht der Verbindung stationärer Betriebspunkt bei konstanter Turboladerdrehzahl. Die Abbildung verdeutlicht, dass der Einfluss des Turbinenmassenstroms auf die Drehzahl deutlich größer als der des Verdichtermassenstroms ist.

Der Verdichtermassenstrom ändert sich im unteren und mittleren Drehzahlbereich stark. Der Einfluss des Verdichters auf die Drehzahl ist in Gleichung (6.24) offensichtlich deutlich stärker als in der Realität. Dies führt zu der Vermutung, dass eine Vernachlässigung des Einflusses des Verdichters auf die Drehzahl womöglich zu einer besseren Übereinstimmung mit den Messdaten führt. Solch ein neues Modell wäre nicht nur eine Vereinfachung im Vergleich zu Gleichung (6.24), sondern auch eine Verbesserung!

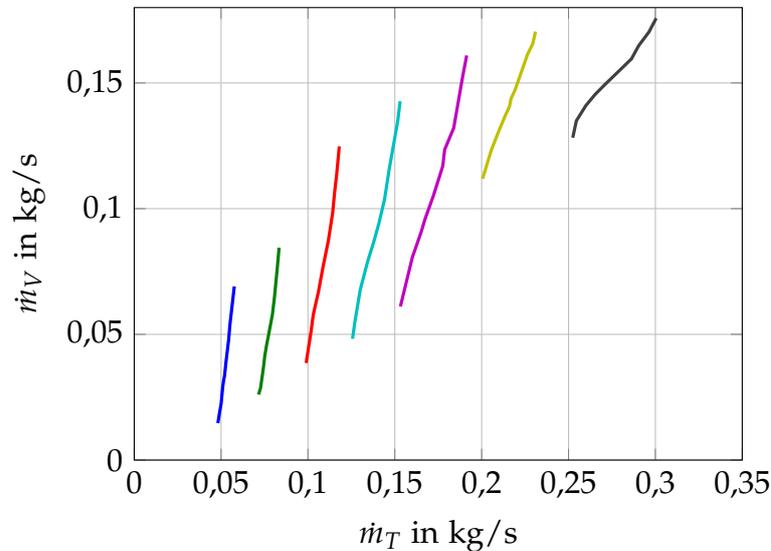


Abbildung 6.14: Verdichtermassenstrom über dem Turbinenmassenstrom für eine VTG-Stellung

6.3.4 Ein neues Turbinenmodell

Die Erkenntnisse der vorherigen Abschnitte sollen bei der Erstellung eines neuen Turbinenmodells einfließen. Ausgehend von den einfachen Modellierungsbausteinen *Blende* und *Ventilator* wird im Folgenden ein Modell der Turbine abgeleitet.

Einfache Modellbausteine

In [39] werden mathematische Modelle für den Druckabfall an einer Blende und die Druckanhebung durch einen Ventilator vorgestellt. Abbildung 6.15 zeigt schematisch eine Blende. Der Druckabfall Δ_p an der Blende wird durch

$$\Delta_p = p_v - p_n = R_v \dot{V}^2 \quad (6.25)$$

bestimmt. Mit p_v wird der Druck vor der Blende bezeichnet, mit p_n jener danach. Der Druckabfall ist dem Quadrat des Volumenstroms \dot{V} proportional. Im

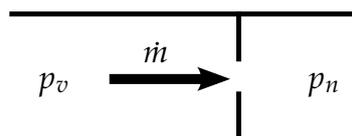


Abbildung 6.15: Druckabfall an einer Blende

Proportionalitätsfaktor

$$R_v = \frac{\rho}{2\alpha^2 A^2} \quad (6.26)$$

sind die Dichte ρ des strömenden Mediums, die Querschnittsfläche A des Rohrstücks, sowie die Durchflusszahl α enthalten.

Die Druckanhebung Δ_p eines in Abbildung 6.16 dargestellten idealisierten Ventilators kann durch

$$\Delta_p = p_n - p_v = cf^2 \quad (6.27)$$

beschrieben werden. In obiger Gleichung bezeichnen p_v und p_n die Drücke vor

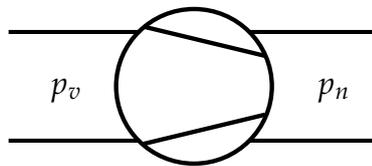


Abbildung 6.16: Druckanhebung durch Ventilator

und nach Ventilator, f steht für die Frequenz des Frequenzumrichters, der den Ventilator antreibt. Die Druckanhebung ist somit dem Quadrat der Frequenz des Umrichters proportional mit der Konstanten c .

Modellierung des Turbinenmassenstroms

Die erste Idee der Turbinenmodellierung besteht darin, die Turbine in sehr einfacher Näherung als Blende zu betrachten. Abbildung 2.6 motiviert diese Vorstellung: Das Abgas erreicht die Turbine durch das Turbinengehäuse in radialer Richtung. Die Leitschaufeln stellen aus Sicht der Strömung eine Verengung des Strömungsquerschnitts dar. Nach der Turbine vergrößert sich der Strömungsquerschnitt wieder. Das System ähnelt also einer Blende. Im Vergleich zur Modellierung der Turbine als Düse nach der zweiten Turboladerhauptgleichung in Abschnitt 6.3.2 stellt dies eine Vereinfachung dar.

Wird Gleichung (6.25) nach dem Volumenstrom aufgelöst, erhält man mit an die Turbine angepassten Indizes für den Volumenstrom

$$\dot{V}_T = \sqrt{\frac{p_3 - p_4}{R_{v,3}}}. \quad (6.28)$$

Die in Gleichung (6.28) vorkommenden Größen beschreiben nun die Strömung durch die Turbine. Der Volumenstrom \dot{V}_T strömt durch die Turbine, p_3 kennzeichnet den Druck vor, p_4 jenen nach der Turbine. Um den Turbinenmassenstrom

zu erhalten, muss der Volumenstrom mit der Dichte des Mediums multipliziert werden:

$$\dot{m}_T = \varrho_3 \dot{V}_T = \varrho_3 \sqrt{\frac{p_3 - p_4}{R_{v,3}}} \quad (6.29)$$

Für den Proportionalitätsfaktor R_v wird in Gleichung (6.29) der Ausdruck aus (6.26) eingesetzt:

$$\dot{m}_T = \sqrt{2\alpha_3^2 A_3^2} \sqrt{\varrho_3 (p_3 - p_4)} \quad (6.30)$$

Gleichung (6.30) wird unter Zuhilfenahme der allgemeinen Gasgleichung,

$$v_3 p_3 = R_{HG} T_3,$$

weiter umgeformt. Für die Dichte in (6.30) wird der Kehrwert des spezifischen Volumens,

$$\varrho_3 = \frac{1}{v_3} = \frac{p_3}{R_{HG} T_3},$$

eingesetzt. In der resultierenden Gleichung

$$\dot{m}_T = \frac{k_{0,T}}{\sqrt{R_{HG} T_3}} \sqrt{p_3 (p_3 - p_4)} \quad (6.31)$$

wurde der neue Parameter $k_{0,T}$ eingesetzt,

$$k_{0,T} = \sqrt{2}\alpha_3 A_3.$$

Dieser hat die Dimension einer Fläche. Handelt es sich um eine Turbine mit variabler Turbinengeometrie, so ändert sich der Parameter mit der VTG-Stellung x_{VTG} . Die Gaskonstante des Heißgases wird mit R_{HG} bezeichnet. Der Turbinenmassenstrom hängt nach Gleichung (6.31) von den physikalischen Größen Druck vor (p_3) und nach (p_4) Turbine sowie der Heißgastemperatur T_3 ab. Der thermodynamische Zustand des Heißgases vor der Turbine ist die wesentliche Einflussgröße.

In Abbildung 6.17 sind die Ergebnisse des Modells nach Gleichung (6.31) Messwerten gegenüber gestellt. Messdaten sind dick durchgezogen aufgetragen, die Ergebnisse des Modells magenta strichliert. Wie in Abbildung 6.9 sind zwei Kennlinien bei unterschiedlichen VTG-Stellungen eingezeichnet. Die Ergebnisse können mit dem Modell der zweiten Turboladerhauptgleichung in Abschnitt 6.3.2 verglichen werden. Es fällt sofort auf, dass das Modell bei großen Massenstromwerten zu große Ergebnisse liefert. Bei kleinen Massenstromwerten gibt es zwar eine Abweichung, die jedoch deutlich schwächer ausgeprägt ist. Abgesehen von der Abweichung bei großen Massenströmen sind die Ergebnisse dieses einfachen Modells vielversprechend.

Der große Unterschied kann durch Erreichen der Turbinenstopfgrenze (siehe Abschnitt 6.2.2) erklärt werden. Diese wird im Modell nicht berücksichtigt, weshalb

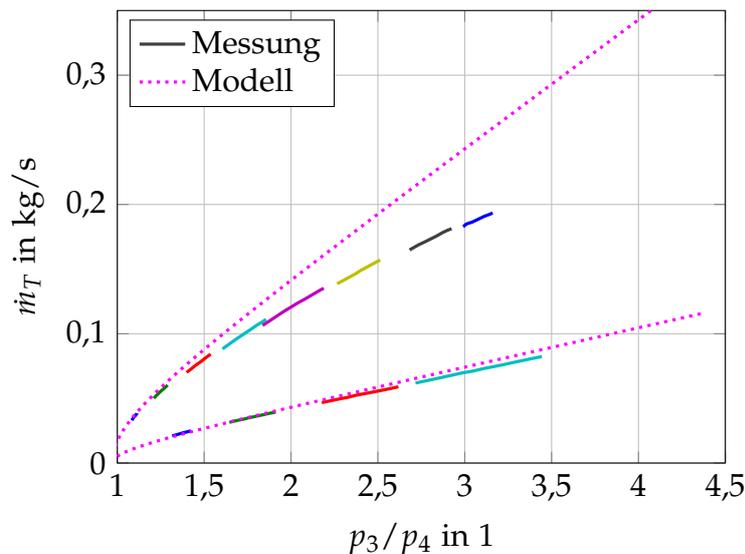


Abbildung 6.17: Turbinenmassenstrom bei Modellierung als Blende

der Massenstrom stärker ansteigt als in der Realität. Bei steigendem Turbinendruckverhältnis nähern sich die Linien im Turbinenkennfeld asymptotisch dem maximalen Massenstrom $\dot{m}_{SG,T}$ an der Turbinenstopfgrenze an. Zur Nachbildung dieses Verhaltens wird im Modell eine Funktion benötigt, die ebenfalls asymptotisches Verhalten aufweist, beziehungsweise eine Polstelle besitzt. Die gesuchte Funktion soll einen Zusammenhang zwischen dem Turbinenmassenstrom und einem neu eingeführten *virtuellen* Turbinenmassenstrom $\dot{\mu}_T$ ohne physikalische Bedeutung herstellen.

Es weisen viele mathematische Funktionen asymptotisches Verhalten auf. Beispiele sind Exponentialfunktionen der Form

$$y(x) = 1 - e^{-x},$$

die Arcustangensfunktion

$$y(x) = \arctan x$$

und der Kehrwert

$$y(x) = \frac{1}{x}.$$

Diese Funktion besitzt den großen Vorteil der effizienten Berechnung. Für die numerische Berechnung müssen von der Recheneinheit keine Werte in Tabellen nachgeschlagen werden.

Der Zusammenhang zwischen dem virtuellen Massenstrom und dem tatsächlichen Turbinenmassenstrom wird über den Ansatz

$$\frac{1}{\dot{\mu}_T} = \frac{1}{\dot{m}_T} - \frac{1}{\dot{m}_{SG,T}} \quad (6.32)$$

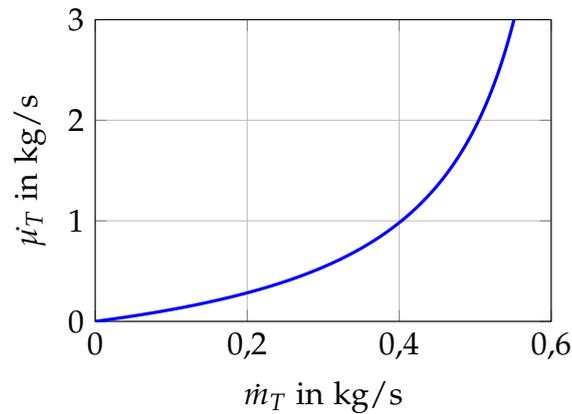


Abbildung 6.18: Virtueller Turbinenmassenstrom

hergestellt. Die Konstante $\dot{m}_{SG,T}$ stellt die Asymptote der Funktion dar. Sie beschreibt das maximale *Schluckvermögen* der Turbine. Gleichung (6.32) aufgelöst nach dem virtuellen Massenstrom ergibt

$$\dot{\mu}_T = \frac{1}{\frac{1}{\dot{m}_T} - \frac{1}{\dot{m}_{SG,T}}} = \frac{\dot{m}_{SG,T}\dot{m}_T}{\dot{m}_{SG,T} - \dot{m}_T}. \quad (6.33)$$

Eine graphische Darstellung dieses Zusammenhangs ist in Abbildung 6.18 gegeben.

Anstelle des tatsächlichen Massenstroms wird nun der virtuelle Massenstrom mittels Gleichung (6.31) bestimmt:

$$\dot{\mu}_T = \frac{k_{0,T}}{\sqrt{R_{HG}T_3}} \sqrt{p_3(p_3 - p_4)} \quad (6.34)$$

Der Massenstrom kann durch

$$\frac{1}{\dot{m}_T} = \frac{1}{\dot{\mu}_T} + \frac{1}{\dot{m}_{SG,T}}, \quad (6.35)$$

beziehungsweise

$$\dot{m}_T = \frac{1}{\frac{1}{\dot{\mu}_T} + \frac{1}{\dot{m}_{SG,T}}} = \frac{\dot{m}_{SG,T}\dot{\mu}_T}{\dot{m}_{SG,T} + \dot{\mu}_T} \quad (6.36)$$

aus dem virtuellen Massenstrom berechnet werden.

In Abbildung 6.19 ist die Verbesserung durch die Einführung des virtuellen Massenstroms sofort ersichtlich. Die nach Gleichungen (6.34) und (6.36) berechneten Massenstromwerte sind grün strichliert aufgetragen. Durch Berücksichtigung der Stopfgrenze (SG) kann das Verhalten vor allem bei großen Massenströmen massiv

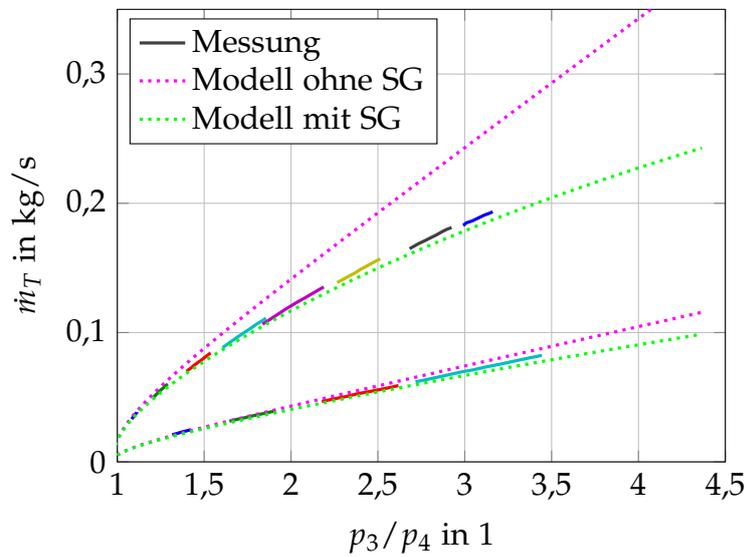


Abbildung 6.19: Turbinenmassenstrom bei Modellierung als Blende mit Stopfgrenze

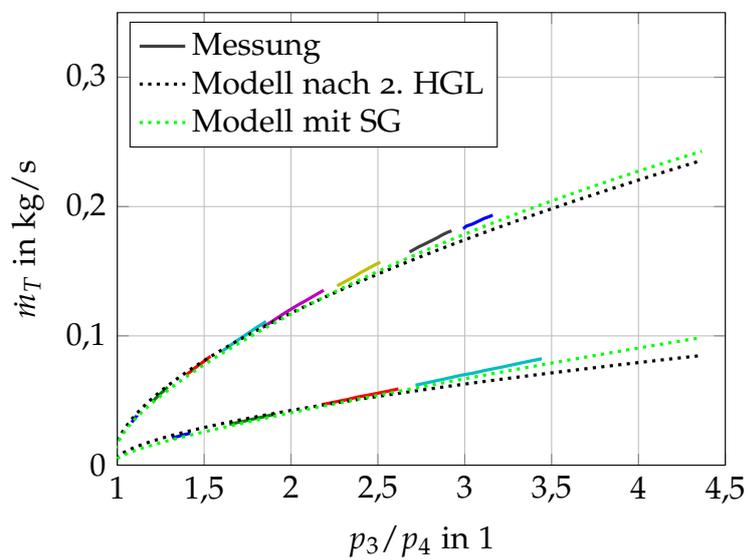


Abbildung 6.20: Turbinenmassenstrom bei Modellierung als Blende mit Stopfgrenze, Vergleich mit zweiter Hauptgleichung (HGL)

verbessert werden. In Abbildung 6.20 wird das neue Modell mit der Modellierung des Turbinenmassenstroms nach der zweiten Turboladerhauptgleichung verglichen. Die Unterschiede sind nicht sehr groß, aber dennoch vorhanden. Bei den schwarz strichlierten Linien der zweiten Hauptgleichung fällt auf, dass die Steigung bei kleinen Turbinendruckverhältnissen größer als in den Messdaten ist. Bei großen Druckverhältnissen kehrt sich der Sachverhalt um und die Kurven flachen ab. Das neue Modell weist im Gegensatz dazu über den gesamten Bereich eine ähnliche Steigung wie die Messdaten auf. Es ist bei besserer Nachbildung der Messdaten auch noch einfacher als das Modell der zweiten Hauptgleichung in (6.12)!

Berücksichtigung der variablen Turbinengeometrie

In der bisherigen Entwicklung des Turbinenmodells im vorherigen Abschnitt wurde die variable Turbinengeometrie nur indirekt berücksichtigt. Es ist bemerkenswert, dass das Verhalten der Turbine nach Gleichungen (6.34) und (6.36) mit nur zwei Parametern, $k_{0,T}$ und $\dot{m}_{SG,T}$, beschrieben werden kann! Die Turbinenstopfgrenze $\dot{m}_{SG,T}$ ist physikalisch sehr gut interpretierbar. Sie ändert sich bei Variation der VTG-Stellung nicht und gibt eine Obergrenze für den Massenstrom durch die Turbine an. Soll das obige Modell beibehalten werden, ist es folglich sinnvoller, den Parameter $k_{0,T}$ zur Beschreibung der variablen Turbinengeometrie zu verändern.

In Abbildung 6.21 ist das vollständige Turbinenkennfeld mit allen Linien konstanter VTG-Stellung und deren Modellierung aufgetragen. Es entspricht dem Turbinenkennfeld von Abbildung 6.3. Zur Erzeugung der Linienschar wurde nur der Parameter $k_{0,T}$ angepasst. Die beiden Linien aus Abbildung 6.20 sind ebenfalls enthalten. Wie gut ersichtlich ist, kann die Änderung des Verhaltens aufgrund der variablen Turbinengeometrie sehr gut abgebildet werden.

Die Beschreibung des Verhaltens der variablen Turbinengeometrie durch Verändern des Parameters $k_{0,T}$ kann auch intuitiv erklärt werden: Die Einheit dieses Parameters ist ein Flächenmaß. Durch Verstellen des VTG-Mechanismus in der Turbine wird eine Querschnittsfläche verändert. Die Variation des Parameters $k_{0,T}$ kann somit als Veränderung des Blendenquerschnitts interpretiert werden!

Da die Stellung der variablen Turbinengeometrie in Prozent angegeben wird, ist es zweckmäßig, einen Zusammenhang zwischen VTG-Stellung in Prozent und Blendenöffnung in Form von $k_{0,T}$ anzugeben. Wird Gleichung (6.34) nach $k_{0,T}$ aufgelöst und werden gemessene Werte für die Drücke und Temperatur eingesetzt, so kann $k_{0,T}$ für jede VTG-Stellung bestimmt werden. In Abbildung 6.22 sind die derart bestimmten Werte für jede VTG-Stellung als Punkte aufgetragen. Die Ergebnisse für die VTG-Stellungen von 0% und 10% unterscheiden sich nicht. Es wurde bereits erwähnt, dass die Turbine sich bei kleinen VTG-Stellungen sehr ähnlich verhält.

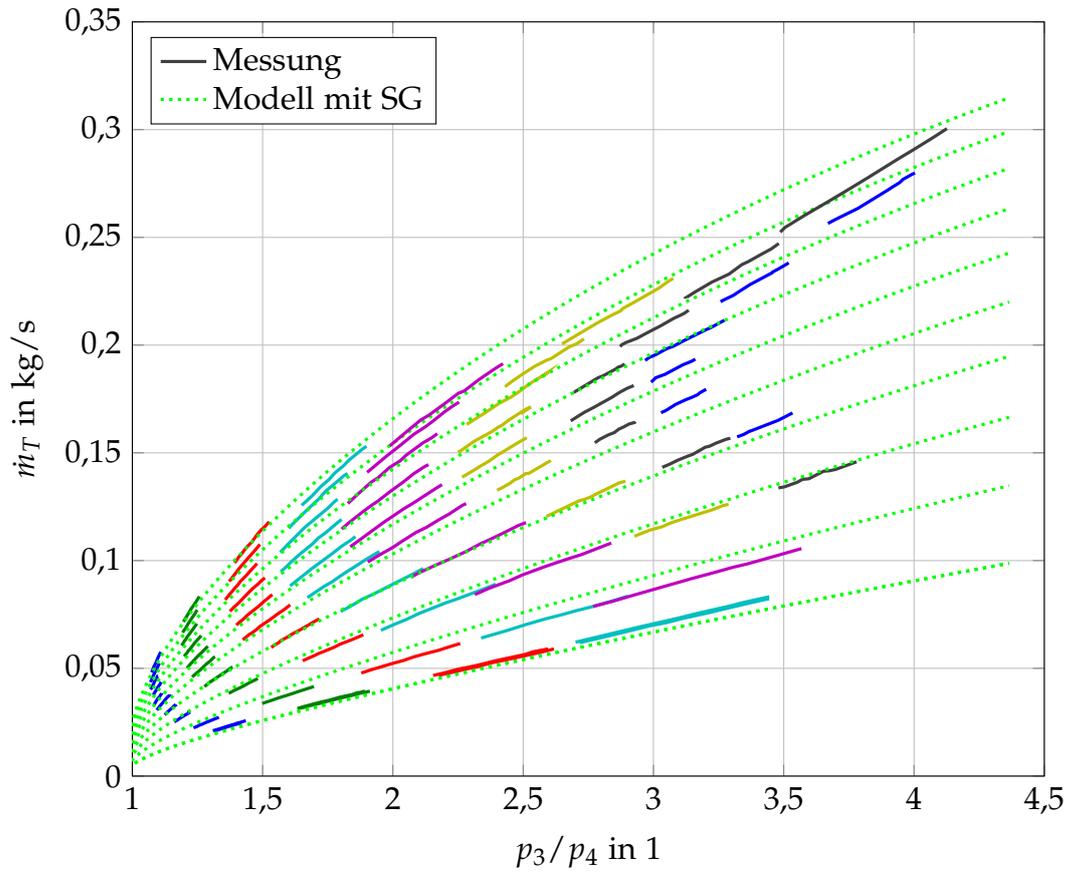


Abbildung 6.21: Vollständiges Turbinenkennfeld mit neuem Modell

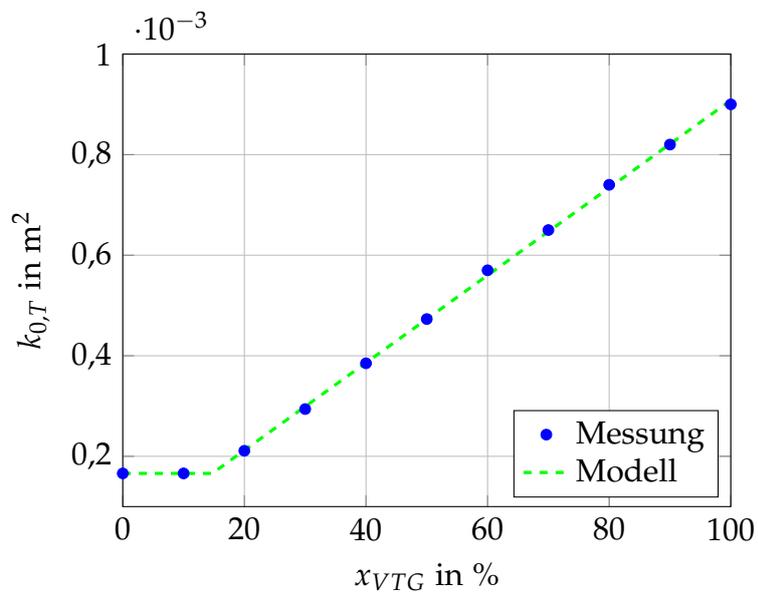


Abbildung 6.22: Zusammenhang VTG-Stellung mit Parameter $k_{0,T}$

Es ist ersichtlich, dass eine lineare Vorschrift der Form

$$\tilde{k}_{0,T}(x_{VTG}) = k_{VTG}x_{VTG} + d_{VTG},$$

die Abhängigkeit für Werte von x_{VTG} größer als etwa 15 % sehr gut beschreiben kann. Mit x_{VTG} wird die VTG-Stellung in Prozent bezeichnet, die Parameter k_{VTG} und d_{VTG} dienen der Anpassung des Modells an die Messdaten.

Wie bei der Turbinenkonstante K_T in Abschnitt 6.3.2 wird $k_{0,T}$ wegen des nicht idealen Verhaltens des Aktuators auf den Wert $k_{0,T,min}$ begrenzt:

$$k_{0,T}(x_{VTG}) = \max\left(k_{0,T,min}, \tilde{k}_{0,T}\right) \quad (6.37)$$

Gleichung (6.37) bildet mit den Gleichungen (6.34) und (6.36) das Modell einer Turbine mit variabler Turbinengeometrie. Zur Beschreibung des Turbinenmassenstroms über dem Druckverhältnis sind die drei Parameter

$$k_{VTG}, \quad d_{VTG} \quad \text{und} \quad \dot{m}_{SG,T}$$

nötig.

Berücksichtigung eines Wastegate-Ventils

Wie in Abschnitt 6.2.2 erwähnt, ist das Turbinenkennfeld eines Turboladers mit Wastegate-Ventil dem eines Laders mit variabler Turbinengeometrie sehr ähnlich. Die Auswirkungen der Betätigung eines Wastegate-Ventils auf das Turbinenkennfeld könnten daher grundsätzlich durch Variation des Parameters $k_{0,T}$ modelliert werden. Es wäre also möglich, den Parameter ähnlich zu Gleichung (6.37) in Abhängigkeit der Stellung des Wastegate-Ventils zu verändern. Es ist jedoch physikalisch sinnvoller, stattdessen ein mathematisches Modell einer Klappe parallel zur Turbine im Abgasstrom einzuführen (siehe auch das Schema in Abbildung 2.4). Der Parameter $k_{0,T}$ wird in diesem Fall konstant gewählt. Der gesamte Heißgasmassenstrom \dot{m}_{HG} setzt sich aus einem Anteil durch die Turbine (\dot{m}_T) und einem durch das Wastegate-Ventil (\dot{m}_{WG}) zusammen:

$$\dot{m}_{HG} = \dot{m}_T + \dot{m}_{WG} \quad (6.38)$$

Der Turbinenmassenstrom wird wie zuvor nach Gleichungen (6.34) und (6.36) berechnet, für den Massenstrom durch das Wastegate-Ventil wird das Modell einer Klappe angesetzt. Diese besteht aus einer Blende nach Gleichung (6.31), bei der die Öffnung veränderbar ist. Der Massenstrom errechnet sich nach

$$\dot{m}_{WG} = \sin \beta_{WG} \frac{k_{0,WG}}{\sqrt{R_{HG} T_3}} \sqrt{p_3 (p_3 - p_4)}. \quad (6.39)$$

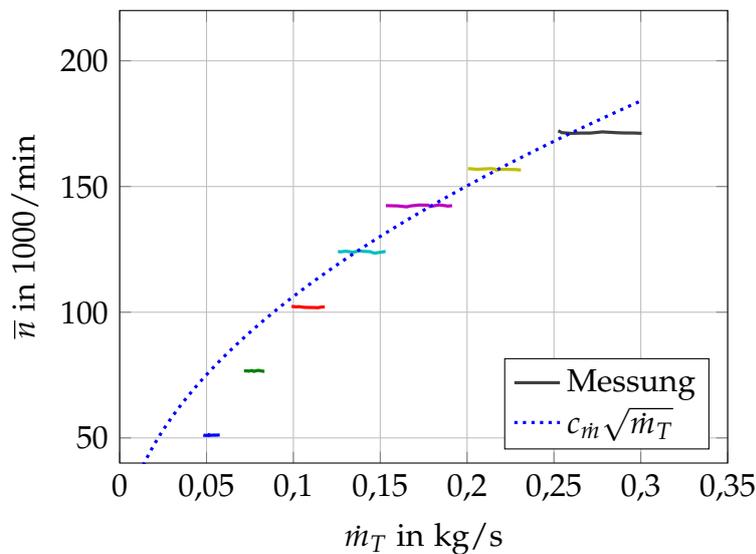


Abbildung 6.23: Gemessene Turboladerdrehzahl mit Modell (6.40)

Die maximale Öffnung der Klappe wird im Parameter $k_{0,WG}$ erfasst, β_{WG} ist der Öffnungswinkel der Klappe. Das Produkt aus $\sin \beta_{WG}$ und $k_{0,WG}$ ist eine sehr einfache Näherung für den effektiven Strömungsquerschnitt der Klappe, für viele Fälle aber ausreichend genau.

Turboladerdrehzahl

Für die Modellierung der Turboladerdrehzahl wird von der Abhängigkeit der Drehzahl n vom Turbinenmassenstrom \dot{m}_T in Abbildung 6.13 ausgegangen. Es ist ersichtlich, dass der Zusammenhang zwischen Massenstrom und Drehzahl keinem linearen Gesetz folgt. Der Verlauf ähnelt eher dem der Wurzelfunktion. Der Ansatz

$$\bar{n} = c_{\dot{m}}\sqrt{\dot{m}_T} \quad (6.40)$$

mit Parameter $c_{\dot{m}}$ bildet die Messdaten bei größeren Drehzahlwerten bereits recht gut ab, wie der blau gepunktete Verlauf in Abbildung 6.23 zeigt. Bei kleinen Drehzahlwerten ist die Übereinstimmung jedoch nicht zufriedenstellend.

Die mittlere Geschwindigkeit v_{HG} des durch die Turbine strömenden Heißgases ist wie der Turbinenmassenstrom ein Maß für die Drehzahl des Turboladers. In Abbildung 6.24 ist die Drehzahl über der Strömungsgeschwindigkeit aufgetragen. Wie zuvor wird der Zusammenhang durch eine Wurzelfunktion angenähert:

$$\bar{n} = c_v\sqrt{v_{HG}} \quad (6.41)$$

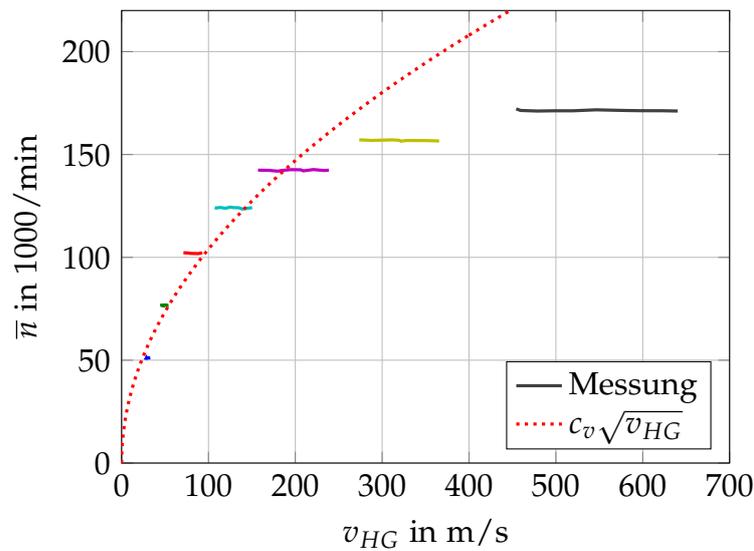


Abbildung 6.24: Gemessene Turboladerdrehzahl mit Modell (6.41)

Der Parameter c_v dient der Anpassung an die Messdaten. Die Ergebnisse dieses Modells sind in Abbildung 6.24 als rot gepunktete Kurve dargestellt. Kleine Drehzahlwerte werden gut abgebildet, bei großen gibt es starke Abweichungen von den Messdaten. Die Modellierung der Drehzahl durch die Strömungsgeschwindigkeit weist im Vergleich zur Modellierung durch den Massenstrom das gegensätzliche Verhalten auf.

Eine Verbesserung des Verhaltens soll durch einen „Mittelweg“ aus obigen Ansätzen erzielt werden. Dieser Mittelweg kann durch Einführung eines Mittelwerts umgesetzt werden. Das *geometrische* Mittel aus Turbinenmassenstrom \dot{m}_T und Strömungsgeschwindigkeit v_{HG} drängt sich aufgrund der Wurzelfunktion auf. Mit dem Parameter c_{nT} lautet der Ansatz damit

$$\bar{n} = c_{nT} \sqrt{\dot{m}_T v_{HG}}. \quad (6.42)$$

Die Strömungsgeschwindigkeit hängt über

$$v_{HG} = \frac{\dot{V}_T}{A_T} \quad (6.43)$$

vom Turbinenvolumenstrom \dot{V}_T und der wirksamen Strömungsquerschnittsfläche A_T der Turbine ab. Bei der Modellierung des Turbinenmassenstroms wurde der Parameter $k_{0,T}$ eingeführt und als Querschnittsfläche interpretiert. Der effektive Strömungsquerschnitt wird nun in Gleichung (6.43) durch den Parameter $k_{0,T}$ approximiert,

$$v_{HG} = \frac{\dot{V}_T}{A_T} \approx \frac{\dot{V}_T}{k_{0,T}}. \quad (6.44)$$

Einsetzen in (6.42) ergibt

$$\bar{n} = c_{nT} \sqrt{\dot{m}_T \frac{\dot{V}_T}{k_{0,T}}}. \quad (6.45)$$

Der Volumenstrom wird nun nach Gleichung (6.29) durch das Produkt aus Dichte und Massenstrom ersetzt. Die Dichte wird im nächsten Schritt durch die Zustandsgleichung des idealen Gases ausgedrückt:

$$\bar{n} = c_{nT} \sqrt{\dot{m}_T \frac{\rho_3 \dot{m}_T}{k_{0,T}}} = c_{nT} \sqrt{\frac{\dot{m}_T \frac{R_{HG} T_3}{p_3} \dot{m}_T}{k_{0,T}}} \quad (6.46)$$

Die stationäre Turboladerdrehzahl kann somit durch

$$\bar{n} = c_{nT} \sqrt{\frac{R_{HG} T_3}{k_{0,T} p_3} \dot{m}_T} \quad (6.47)$$

angegeben werden. Sie ist abhängig vom Massenstrom \dot{m}_T durch die Turbine sowie Druck p_3 und Temperatur T_3 des Heißgases vor der Turbine. Das neue Drehzahlmodell enthält mit c_{nT} nur einen neuen Parameter.

Das Drehzahlmodell nach Kessel aus Abschnitt 6.3.3, Gleichung (6.24),

$$\bar{n} = \frac{\dot{m}_V}{4c_n} - \frac{k_F}{4c_M \dot{m}_V} + \sqrt{\left(\frac{\dot{m}_V}{4c_n} - \frac{k_F}{4c_M \dot{m}_V}\right)^2 + \frac{k_{VGT} \dot{m}_T^2}{2c_M \dot{m}_V}},$$

ist im Vergleich zum neuen Modell (6.47) wesentlich komplexer.

In Abbildung 6.25 werden beide Modelle mit Messdaten verglichen. Die Drehzahl des neuen Modells steigt mit steigendem Turbinenmassenstrom kontinuierlich an, während die gemessene Drehzahl nur stufenweise ansteigt. Dies liegt daran, dass der Einfluss des Verdichters auf die Drehzahl vernachlässigt wurde! Gleichung (6.47) enthält keine physikalischen Größen vom Verdichter. Dennoch wird das grundsätzliche Verhalten sehr gut abgebildet. Das Modell nach Kessel gewichtet den Einfluss des Verdichters zu stark, wodurch es zu den parabel-artigen Verläufen kommt. Die Berücksichtigung der Quereinflussung vom Verdichtermassenstrom macht das Modell komplexer, verbessert jedoch das Verhalten nicht signifikant!

6.4 Dynamisches Verhalten der Turbine

Bisher wurde das stationäre Verhalten der Turbine in Form des Turbinenkennfelds analysiert. Das dynamische Verhalten kann im Vergleich dazu sehr einfach nachgebildet werden: Die Dynamik des Massenstromaufbaus wird vernachlässigt. Das

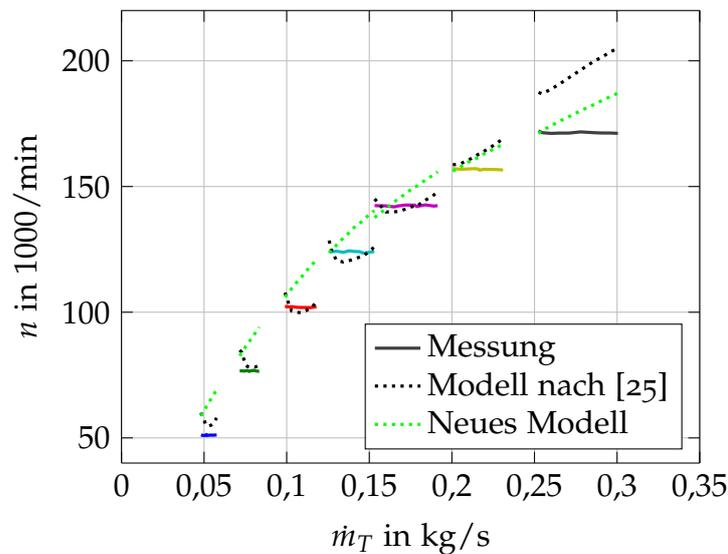


Abbildung 6.25: Turboladerdrehzahl mit Modell nach Kessel [25] und neuem Modell

heißt, es wird angenommen, dass sich der Turbinenmassenstrom sofort bei Druck- oder Temperaturänderungen nach Gleichungen (6.34) und (6.36) ändert.

Die Drehzahldynamik ist nicht vernachlässigbar. In Abbildung 6.26 ist die Drehzahländerung bei einer sprunghaften Änderung des Turbinenmassenstroms eingezeichnet. Der gemessene Verlauf ist in blau eingetragen. Zusätzlich ist in grün strichliert die nach Gleichung (6.47) errechnete Drehzahl dargestellt. Die stationären Werte weichen wie in Abbildung 6.25 ersichtlich von den gemessenen etwas ab. Zur besseren Vergleichbarkeit des dynamischen Verhaltens von Messung und Modell wurden die modellierten Drehzahlen in Abbildung 6.26 auf den Wert der gemessenen Drehzahl korrigiert.

Zur Bestimmung der Drehzahl wurden gemessene Werte für Massenstrom, Druck und Temperatur in die Gleichung eingesetzt. Wie deutlich erkennbar ist, reagiert die gemessene Drehzahl verzögert auf die Massenstromänderung. Intuitiv ist dieses Verhalten einfach zu erklären. Die Änderung des Turbinenmassenstroms bewirkt eine Änderung des Turbinendrehmoments. Dieses wirkt nach dem Drallsatz (6.13) auf die Winkelbeschleunigung. Die Drehzahl reagiert daher verzögert auf die Massenstromänderung. Der Drallsatz liefert damit den Ansatz für das dynamische Verhalten der Drehzahl, ein Modell 1. Ordnung der Form

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{1}{\tau_T} (n - \bar{n}) \quad (6.48)$$

mit der Turbinenzeitkonstante τ_T .

In Abbildung 6.26 ist der zugehörige Drehzahlverlauf in rot eingetragen. Die Turbinenzeitkonstante τ_T beträgt dabei 1 s. Sie ändert sich leicht mit dem Arbeitspunkt

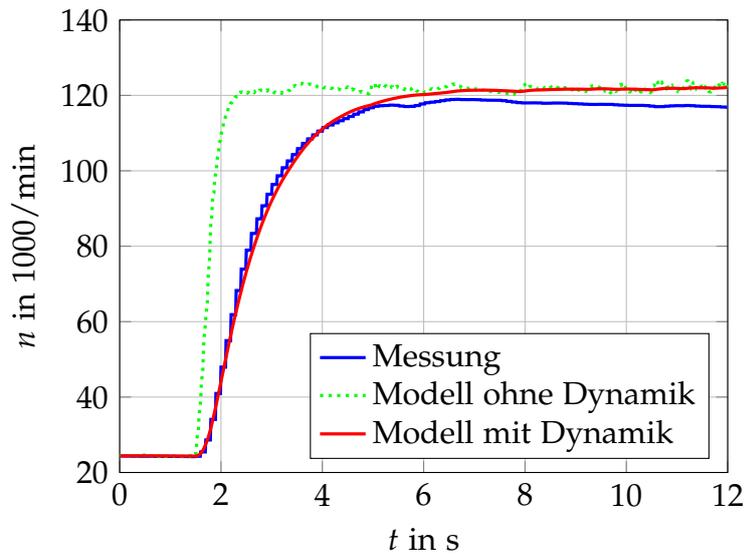


Abbildung 6.26: Vergleich des dynamischen Drehzahlverhaltens zwischen Messdaten und Modell.

der Turbine. Für die Betrachtungen in dieser Arbeit ist diese Variation jedoch unerheblich und wird vernachlässigt. Die Übereinstimmung mit den Messdaten ist sehr gut.

Das neue Modell der Turbine kann damit abschließend durch folgende fünf Gleichungen zusammengefasst werden:

$$\begin{aligned}
 k_{0,T}(x_{VTG}) &= k_{VTG}x_{VTG} + d_{VTG} \\
 \dot{\mu}_T &= \frac{k_{0,T}}{\sqrt{R_{HG}T_3}} \sqrt{p_3(p_3 - p_4)} \\
 \dot{m}_T &= \frac{1}{\frac{1}{\dot{\mu}_T} + \frac{1}{\dot{m}_{SG,T}}} \\
 \bar{n} &= c_{nT} \sqrt{\frac{R_{HG}T_3}{k_{0,T}p_3}} \dot{m}_T \\
 \frac{dn}{dt} &= -\frac{1}{\tau_T} (n - \bar{n})
 \end{aligned} \tag{6.49}$$

Insgesamt sind nur die *fünf* Parameter

$$k_{VTG}, \quad d_{VTG}, \quad \dot{m}_{SG,T}, \quad c_{nT} \quad \text{und} \quad \tau_T$$

zur Beschreibung des Verhaltens der Turbine nötig!

6.5 Das Betriebsverhalten des Verdichters

Das *stationäre* Verhalten eines Verdichters wird im *Verdichter kennfeld* beschrieben. Im Gegensatz zur Turbine wird das Verdichterdruckverhältnis $\frac{p_2}{p_1}$ über dem Massenstrom \dot{m}_V aufgetragen. Üblicherweise wird auch das Verdichter kennfeld in reduzierten Größen angegeben. Aus den in Abschnitt 6.2.1 erwähnten Gründen wird darauf verzichtet.

6.5.1 Das Verdichter kennfeld

Die Vermessung von Turboladerverdichtern erfolgt wie die Vermessung von Turbinen an Heißgasprüfständen. Der Versuchsablauf wird nachfolgend beschrieben.

Der Turbolader wird am Prüfstand in Schema 3.2 betrieben. Die Brennkammer stellt der Turbine einen Heißgasmassenstrom zur Verfügung. Die Regelungen von Turbinenmassenstrom, Heißgastemperatur und Turboladerdrehzahl sind aktiv. Der Temperatursollwert bleibt konstant, der Drehzahlsollwert (und damit auch die Sollwerte der unterlagerten Massenstromregelungen) werden verändert.

Für die Einstellung eines ersten Arbeitspunktes *I* im Verdichter kennfeld wird ein Sollwert für die Turboladerdrehzahl vorgegeben und durch die Turbine eingestellt. Da die Heißgastemperatur konstant ist und die Klappe K_V nach Verdichter nicht bewegt wird, stellt sich an Turbine und Verdichter ein stationärer Zustand ein. Durch den Verdichter strömt in diesem ersten Arbeitspunkt ein konstanter Massenstrom $\dot{m}_{V,I}$. Das Verdichterdruckverhältnis $\left(\frac{p_2}{p_1}\right)_I$ ist ebenfalls konstant. Die Summe der Momente am Turbolader ist Null, die Drehzahl n_I ist daher konstant. Verdichtermassenstrom und -druckverhältnis werden gemessen und der Arbeitspunkt im Verdichter kennfeld in Abbildung 6.27 eingetragen.

Zur Einstellung des zweiten Arbeitspunktes *II* wird die Stellung der Klappe K_V nach Verdichter verändert. In diesem Beispiel wird die Klappe weiter geöffnet. Dadurch sinkt der Gegendruck p_2 nach Verdichter und der geförderte Verdichtermassenstrom steigt an. Die vom Verdichter an die Luft übertragene Leistung steigt an, daher sinkt im ersten Moment die Drehzahl ab. Der Drehzahlsollwert ist der gleiche wie bei Arbeitspunkt *I*, daher gibt es einen Regelfehler. Der Drehzahlregler greift ein und erhöht den Turbinenmassenstrom. Nach einem Einschwingvorgang stellen sich wieder stationäre Verhältnisse ein. Die Erhöhung des Turbinenmassenstroms um bei Erhöhung des Verdichtermassenstroms die Drehzahl konstant zu halten kann auch in Abbildung 6.14 beobachtet werden. Der Verdichtermassenstrom $\dot{m}_{V,II}$ des zweiten Arbeitspunktes ist größer als der des ersten,

$$\dot{m}_{V,II} > \dot{m}_{V,I}.$$

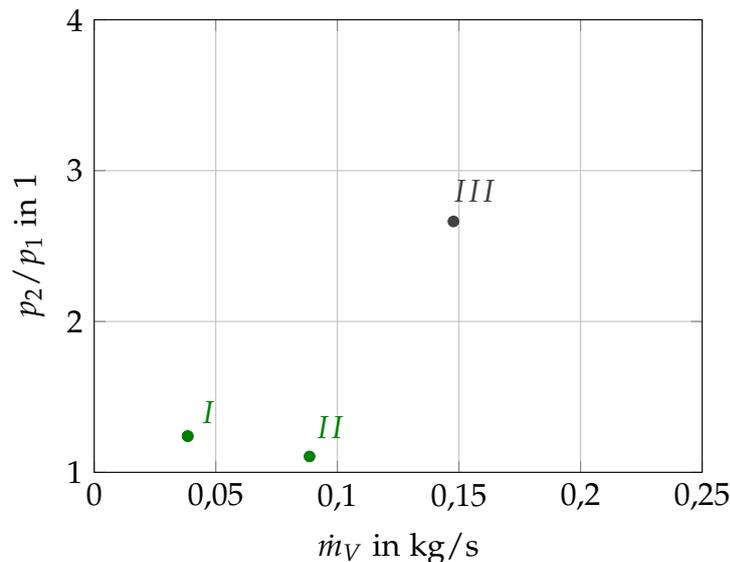


Abbildung 6.27: Arbeitspunkte im Verdichterkennfeld

Das Verdichterdruckverhältnis $\left(\frac{p_2}{p_1}\right)_{II}$ ist im Vergleich zum ersten Arbeitspunkt abgesunken:

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)_{II} < \left(\frac{p_2}{p_1}\right)_I$$

Die Drehzahl wird vom Drehzahlregler durch den Eingriff beim Turbinenmassenstrom (annähernd) konstant gehalten,

$$n_{II} \approx n_I.$$

Nach Abwarten des Einschwingvorgangs werden die physikalischen Größen gemessen und der zweite Arbeitspunkt kann in das Kennfeld in Abbildung 6.27 eingetragen werden.

Für den dritten Arbeitspunkt *III* wird eine größere Drehzahl als bei den ersten beiden eingestellt. Je nach Stellung der Klappe nach Verdichter steigen Verdichtermassenstrom $\dot{m}_{V,III}$ oder -druckverhältnis $\left(\frac{p_2}{p_1}\right)_{III}$ oder sogar beide Größen an. Nach dem Einschwingvorgang werden die Messgrößen ins Verdichterkennfeld in Abbildung 6.27 eingezeichnet. Die andere Farbe von Arbeitspunkt *III* deutet auf eine andere Drehzahl gegenüber Arbeitspunkt *I* und *II* hin.

Weitere Arbeitspunkte können nun durch Variation der Stellung der Klappe nach Verdichter eingestellt werden. Für die Erstellung des gesamten Verdichterkennfeldes werden die Vorgänge für mehrere Klappenstellungen und Turboladerdrehzahlen wiederholt. Damit ergibt sich das in Abbildung 6.28 gezeigte Kennfeld. Die durchgezogenen Linien stellen Verbindungen einzelner, gemessener Arbeitspunkte

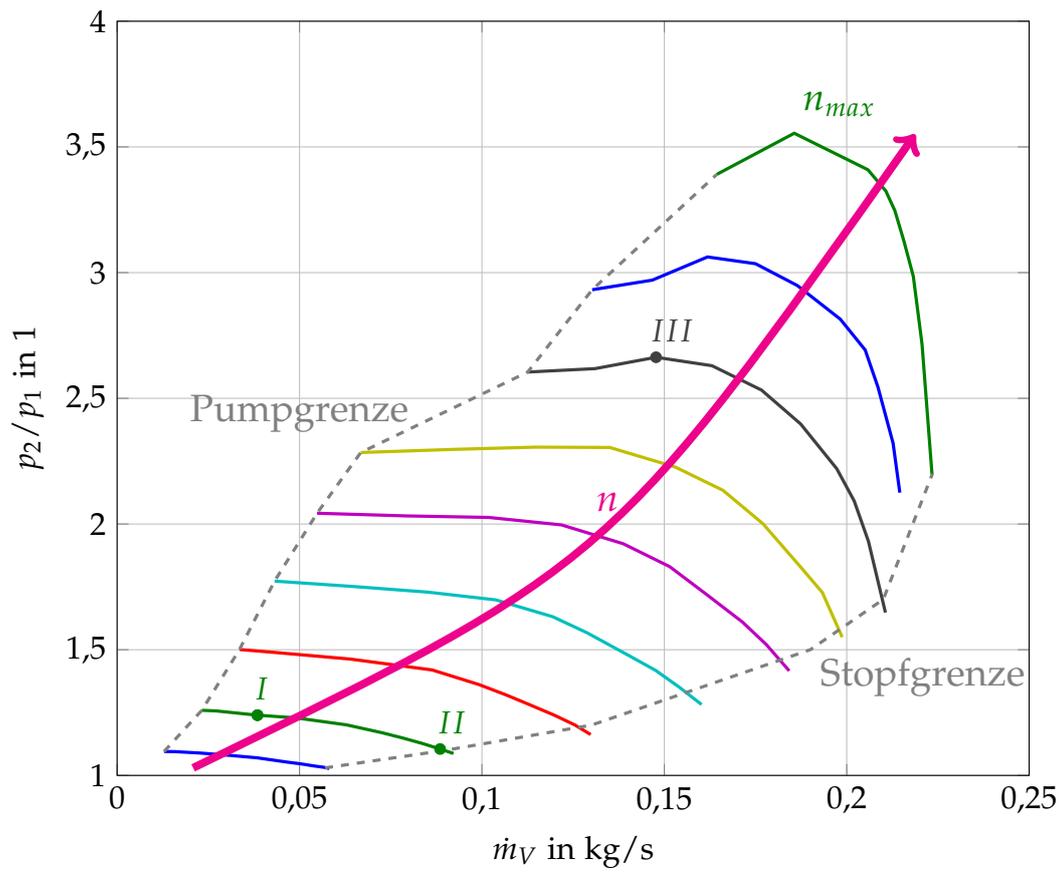


Abbildung 6.28: Vollständiges Verdichtercharakteristikfeld

bei gleicher Drehzahl dar. Die ersten drei Arbeitspunkte sind hervorgehoben. Die verschiedenen Linienfarben weisen auf verschiedene Turboladerdrehzahlen hin. Je größer die Drehzahl ist, desto weiter verschieben sich die Kennlinien in den Bereich großer Massenströme und Druckverhältnisse.

Die Verläufe der einzelnen Linien legen es nahe, bei der Modellierung des Verdichters das Verdichterdruckverhältnis als Funktion des Verdichtermassenstroms anzugeben und nicht umgekehrt. Bei kleinen Massenströmen ist die Steigung der Kennlinien sehr klein, beziehungsweise ändert sie sogar das Vorzeichen. Es kommt dadurch zu Mehrdeutigkeiten, die durch die Wahl des Verdichtermassenstroms als unabhängige Variable vermieden werden können.

Grenzen des Verdichterkennfelds

Das Verdichterkennfeld ist auf drei Seiten begrenzt. Jenseits dieser Grenzen gibt es keine *stabilen* Betriebsbereiche des Verdichters. Auf der linken Seite ist das Kennfeld durch die sogenannte *Pumpgrenze*, auf der rechten durch die *Verdichterstopfgrenze* beschränkt. Nach oben hin stellt die maximale Drehzahl n_{max} eine Grenze der mechanischen Festigkeit dar. Auf die Pumpgrenze und das *Verdichterpumpen* wird in Abschnitt 6.5.2 genauer eingegangen. Bei der Stopfgrenze auf der rechten Seite des Kennfelds handelt es sich um das gleiche Phänomen wie bei der Turbine. Wird bei konstanter Drehzahl der Verdichtermassenstrom erhöht („wandert“ man beispielsweise von Arbeitspunkt *I* in Abbildung (6.28) durch Öffnen der Klappe K_V nach Verdichter auf der grünen Linie nach rechts), so steigt nach

$$v_V = \frac{\dot{m}_V}{\rho_V A_V}$$

die Strömungsgeschwindigkeit v_V der Luft. Da sich der Druck beim Bewegen auf der Linie zu Beginn nur recht wenig ändert, bleibt die Dichte ρ_V der Strömung näherungsweise konstant. Die Querschnittsfläche A_V am Verdichtereintritt ist ebenfalls konstant. Bei weiterer Erhöhung des Massenstroms und damit der Strömungsgeschwindigkeit wird irgendwann die Schallgeschwindigkeit im engsten Querschnitt erreicht. Da der Verdichter nicht wie eine Lavaldüse geformt ist, können Strömungsgeschwindigkeit und damit auch der Verdichtermassenstrom nicht weiter ansteigen. Die Stopfgrenze ist erreicht, die Strömung im Verdichter „stopft“.

Die Stopfgrenze ist im Verdichterkennfeld deutlich besser als im Turbinenkennfeld zu erkennen. Das Erreichen der Stopfgrenze ist vor allem bei großen Drehzahlen mit einem rapiden Abfall des Verdichterdruckverhältnisses verbunden.

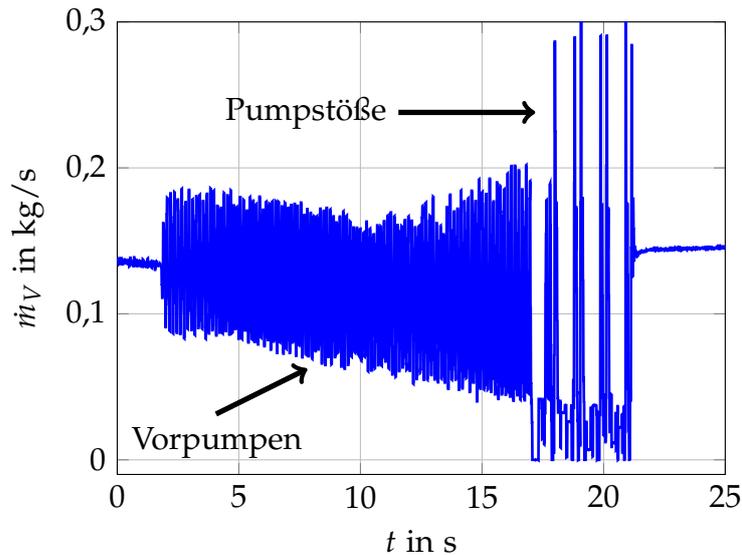


Abbildung 6.29: Massenstromverlauf beim Verdichterpumpen

6.5.2 Instationäres Verhalten des Verdichters (Verdichterpumpen)

Die Pumpgrenze stellt die Begrenzung des Verdichterkennfeldes bei kleinen Massenströmen dar. Der Ausgangspunkt für die folgenden Überlegungen ist wieder Betriebspunkt I im Verdichterkennfeld. Ausgehend vom stationären Betriebszustand wird die Klappe nach Verdichter geschlossen. Die Drehzahl wird vom Drehzahlregler über die Turbine konstant gehalten, die grüne Linie im Kennfeld wird nicht verlassen. Durch Schließen der Klappe sinkt der Verdichtermassenstrom, der Verdichtergegendruck p_2 und damit auch das Verdichterdruckverhältnis $\frac{p_2}{p_1}$ steigen an. Irgendwann wird ein Punkt nahe der Pumpgrenze erreicht, an dem der geringe Massenstrom nicht mehr ausreicht, um das Druckverhältnis aufrecht zu halten. Die Strömung beginnt, sich von einzelnen Verdichterschaufeln zu lösen. Damit ist die Grenze der stationären Betriebspunkte erreicht. Druckverhältnis und Massenstrom beginnen zu schwingen. Dieses Verhalten wird als *Vorpumpen*⁷ bezeichnet. In Abbildung 6.29 ist ein gemessener Massenstromverlauf des beschriebenen Vorgangs dargestellt. Der Massenstrom wird langsam reduziert, bis das Vorpumpen plötzlich einsetzt und zu ausgeprägten Schwingungen führt.

Wird die Klappe nach Verdichter weiter geschlossen, löst sich die Strömung von immer mehr Verdichterschaufeln und die Amplitude der Schwingung nimmt zu. Irgendwann kommt es zu einem vollständigen Strömungsabriss im gesamten Verdichter. Dies führt dazu, dass kein Massenstrom vom Verdichter mehr gefördert wird. Da der Druck p_2 nach Verdichter deutlich über dem Druck p_1 des Ansaugzustands liegt, kehrt sich die Strömungsrichtung um und die bereits verdichtete Luft

⁷Bekannter ist der englische Ausdruck (*rotating*) *stall*

strömt zurück durch den Verdichter. Der Druck nach Verdichter sinkt schnell ab, wodurch der Verdichter wieder beginnt einen Massenstrom zu fördern. Dadurch steigt der Druck nach Verdichter wieder an bis sich die Strömung beginnt von den Verdichterschaufeln zu lösen. Der Vorgang wiederholt sich solange, bis die Stellung der Klappe nach Verdichter verändert wird. Das Verdichterpumpen⁸ hat eingesetzt. Damit geht ein typisches Geräusch einher, das einem Pumpgeräusch ähnelt, daher rührt der Name. Aus Sicht der Systemtheorie handelt es sich bei dem Vorgang um einen *Grenzyklus*.

In Abbildung 6.29 sind die auftretenden deutlichen *Pumpstöße* erkennbar. Kurzzeitig wird dabei der Maximalwert des Verdichtermassenstroms erreicht. Laut obigen Ausführungen müsste der Massenstrom beim Verdichterpumpen negativ werden, da sich die Strömungsrichtung umkehrt. Dies ist nicht in den Messdaten erfasst, da der verwendete Massenstromsensor nur in eine Strömungsrichtung messen kann. Der gemessene Wert geht daher auf 0 kg/s zurück. Wird die Klappe nach Verdichter geöffnet, so setzt das Verdichterpumpen schlagartig aus.

Vor- und Verdichterpumpen treten bei Radialverdichtern mit typischen Schwingungsfrequenzen im Bereich von 5 Hz bis 30 Hz auf [5]. Amplituden und Frequenzen der Schwingungen hängen maßgeblich vom nachgeschalteten Volumen ab. Hier unterscheidet sich das Verhalten des Turboladers am Heißgasprüfstand deutlich vom Verhalten im Fahrzeug. Daher verläuft das Pumpen im Fahrzeug anders als am Prüfstand. Die Lage der Pumpgrenze selbst wird ebenfalls davon beeinflusst.

Beim Pumpen handelt es sich um eine typische Eigenschaft von Turboverdichtern. Problematisch daran ist, dass durch die Oszillationen von Druck und Massenstrom Schwingungen an den Verdichterschaufeln angeregt werden. Im schlimmsten Fall kann dies zur Zerstörung des Verdichters führen. Durch Wegfall der Last beim Pumpvorgang kann es ebenfalls passieren, dass der Verdichter unzulässig hohe Drehzahlen erreicht und zerstört wird. Besonders problematisch ist der Vorgang bei Axialverdichtern von Flugzeugtriebwerken. Dort muss das Pumpen unter allen Umständen verhindert werden.

Die Kenntnis der Lage der Pumpgrenze ist für den Betrieb des Verdichters im Fahrzeug wichtig um diesen vor Zerstörung zu schützen. Aus diesem Grund wird die Pumpgrenze am Heißgasprüfstand genau vermessen. Bei Erreichen der Pumpgrenze muss eine Maßnahme ergriffen werden, die verhindert, dass der Verdichter ins Pumpen gerät. Im Fahrzeug wird dies meist durch Öffnen eines Abblaseventils nach Verdichter sichergestellt (siehe Abschnitt 2.2.2).

Am Prüfstand kann das Verhalten des Verdichters genau untersucht werden, indem gezielt Arbeitspunkte nahe der Pumpgrenze angefahren werden. Eine genaue Modellierung des Verdichterpumpens ist aus regelungstechnischer Sicht dafür

⁸Englischer Begriff: Compressor *surge*

nicht nötig. Die einfachsten Ansätze zur Beschreibung des Verhaltens erweitern das Verdichterkennfeld um instabile Betriebsbereiche. In [40] wird ein Überblick über unterschiedliche Modelle gegeben.

Das an dieser Stelle nur kurz beschriebene instationäre Verhalten des Verdichterpumpens ist ein komplexes Strömungsphänomen. Weiterführende Informationen zum Verdichterpumpen und zu Strategien zur Pumpvermeidung finden sich in [41] und [42].

6.5.3 Der isentrope Verdichterwirkungsgrad

Der isentrope Verdichterwirkungsgrad η_{sV} ist eine maßgebliche Größe beim Betrieb eines Verdichters. Mit dem isentropen Verdichterwirkungsgrad lässt sich der reale Verdichtungsprozess mit dem idealen isentropen vergleichen. Er ist definiert als

$$\eta_{sV} = \frac{h_{s2} - h_1}{h_2 - h_1}. \quad (6.50)$$

Die Größen h in der Definitionsgleichung beschreiben die spezifische Enthalpie der Strömung an bestimmten Stellen. Am Eintritt in den Verdichter besitzt die Strömung die Enthalpie h_1 , am Austritt h_2 . Letztere steht für den realen Verdichtungsprozess. Im Gegensatz dazu beschreibt h_{s2} die (theoretische) Enthalpie des isentropen Vergleichsprozesses. Bei jedem Betriebspunkt im Verdichterkennfeld wird ein zugehöriger Wert des Wirkungsgrades bestimmt. Der isentrope Verdichterwirkungsgrad ist der Quotient der Enthalpiedifferenzen des idealen und realen Verdichtungsprozesses. Unter der Annahme eines idealen Gases und zusätzlich konstanter spezifischer Wärmekapazitäten kann η_{sV} auch als Quotient der Temperaturdifferenzen geschrieben werden:

$$\eta_{sV} = \frac{T_{s2} - T_1}{T_2 - T_1} \quad (6.51)$$

Die Temperaturen T_1 und T_2 werden bei der Aufnahme des Verdichterkennfeldes gemessen, die Endtemperatur T_{s2} des isentropen Vergleichsprozesses kann nach

$$T_{s2} = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa_L - 1}{\kappa_L}}$$

aus dem gemessenen Druckverhältnis mit dem Isentropenexponenten κ_L von Luft berechnet werden.

Die nach Gleichung (6.51) aus Messdaten berechneten Verdichterwirkungsgrade sind in Abbildung 6.30 über dem Verdichtermassentrom \dot{m}_V dargestellt. Wie im

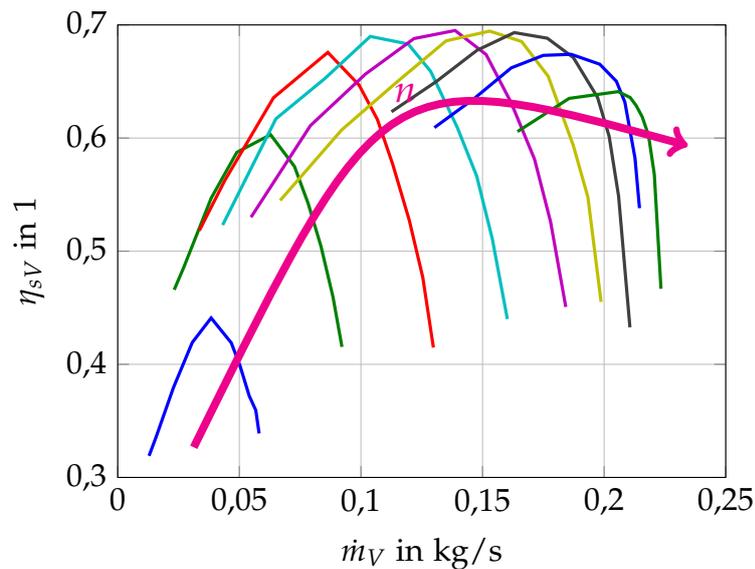


Abbildung 6.30: Isentroper Verdichterwirkungsgrad über Verdichtermassenstrom

Verdichterkennfeld steht eine durchgezogene Linie für die Verbindung mehrerer stationärer Betriebspunkte. Unterschiedliche Farben stehen dabei für unterschiedliche Drehzahlen. Die Farben entsprechen dem Verdichterkennfeld in Abbildung 6.28. Die Verläufe weisen bei jeder Drehzahl ein ausgeprägtes Maximum und bei kleineren und mittleren Drehzahlen einen parabelförmigen Verlauf auf.

Es fällt auf, dass der Wirkungsgrad bei der kleinsten Drehzahl deutlich niedriger ist als bei allen anderen. Dies liegt an der Berechnung des Wirkungsgrades nach Gleichung (6.51) über die Verdichteraustrittstemperatur T_2 . Bei kleinen Drehzahlen hat die Ölschmierung des Turboladers einen großen Einfluss auf die Temperatur der Luft nach Verdichter. Das Schmiermittel wird von der heißen Turbine erwärmt und heizt dadurch den bei kleinen Drehzahlen relativ kalten Verdichter auf. Dadurch wird die verdichtete Luft erwärmt, deren Temperatur erreicht einen Wert, der durch den Verdichtungsprozess allein nicht erreichbar ist. Der berechnete Wirkungsgrad sinkt. Bei hohen Drehzahlen kann der umgekehrte Effekt beobachtet werden: Bei hohen Drehzahlen ist die verdichtete Luft wärmer als das Schmiermittel. Daher findet eine Wärmeübertragung von der Luft an das Öl statt. Die verdichtete Luft wird gekühlt, der berechnete Wirkungsgrad liegt über dem tatsächlichen.

Zusätzlich zur Darstellung über dem Massenstrom in Abbildung 6.30 kann der isentrope Verdichterwirkungsgrad in einer dreidimensionalen Darstellung auch über Massenstrom und Druckverhältnis abgebildet werden. Abbildung 6.31 zeigt das Ergebnis. Abbildung 6.28 stellt den *Grundriss* (die Projektion auf die horizontale Zeichenebene) dar, Abbildung 6.30 den *Aufriss* (die Projektion auf die vertikale Zeichenebene).

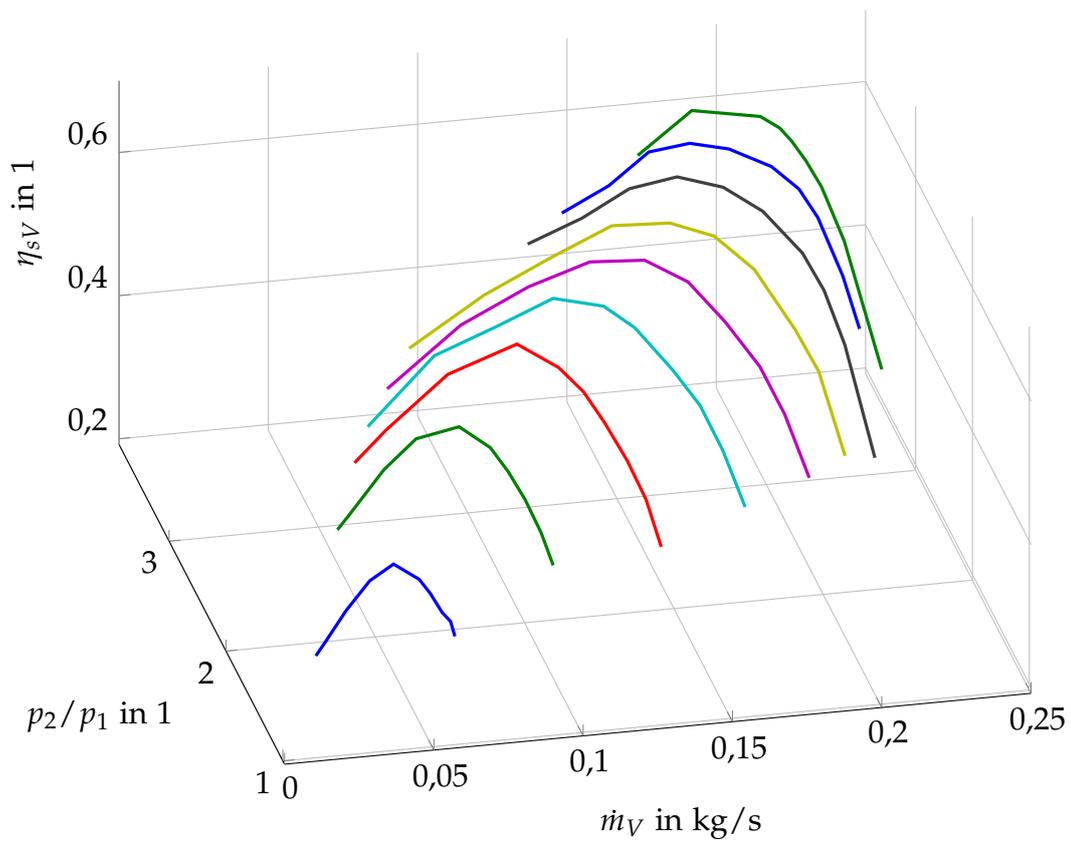


Abbildung 6.31: Isentroper Verdichterwirkungsgrad über dem Verdichtermassenstrom und -druckverhältnis

6.6 Modellierung des stationären Verhaltens des Verdichters

Wie das Turbinenkennfeld in Abschnitt 6.3 soll das Verdichterkennfeld mit einem Modell nachgebildet werden. Auf die Verwendung reduzierter Größen wird ebenso verzichtet. Es werden zunächst zwei bestehende Verfahren untersucht, wobei sich herausstellt, dass sie nicht in der Lage sind, vorliegende Messdaten zufriedenstellend abzubilden. Aus diesem Grund wird im Anschluss ein neues Modell entwickelt.

6.6.1 Erste Hauptgleichung der Abgasturboaufladung

In Abschnitt 6.3.2 wurde die zweite Hauptgleichung der Abgasturboaufladung zur Nachbildung des Turbinenmassenstroms untersucht. In vorliegendem wird analysiert, ob die *erste Hauptgleichung* [5] die Verhältnisse am Verdichter beschreiben kann.

Bei der Herleitung der ersten Hauptgleichung wird von einer Leistungsbilanz von Turbine und Verdichter ausgegangen:

$$P_V = P_T \quad (6.52)$$

Bei konstanter Turboladerdrehzahl,

$$\frac{dn}{dt} = 0,$$

entspricht die vom Verdichter aufgenommene Leistung P_V der von der Turbine abgegebenen Leistung P_T . Mechanische Verluste werden in der Leistungsbilanz nach Gleichung (6.52) nicht explizit berücksichtigt, sondern mittels mechanischer Wirkungsgrade. Für die Leistung P_V des Verdichters ergibt sich unter Verwendung des ersten Hauptsatzes der Thermodynamik für stationäre Fließprozesse [7]

$$P_V = \dot{m}_V (h_2 - h_1). \quad (6.53)$$

Sie entspricht der Multiplikation des Verdichtermassenstroms \dot{m}_V mit der Enthalpiedifferenz der Strömung zwischen Austritts- (h_2) und Eintrittszustand (h_1). Dabei wurde angenommen, dass sich der Verdichter wie eine *adiabate* Maschine verhält. Das bedeutet, es findet kein Wärmeaustausch über das Verdichtergehäuse zwischen dem Verdichter und der Umgebung statt. Zusätzlich wurden in obiger Gleichung die Strömungsgeschwindigkeiten des Fluids am Ein- und Austritt des Verdichters vernachlässigt. Dies stellt keine grobe Vereinfachung dar, da die Änderung der

kinetischen Energie gegenüber der Änderung der Enthalpie vergleichsweise klein ausfällt [7].

Die Enthalpiedifferenz zwischen Austritts- und Eintrittszustand kann unter der Annahme eines isentropen Verdichtungsprozesses eines idealen Gases als

$$h_2 - h_1 = c_{pL} T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa_L - 1}{\kappa_L}} - 1 \right] \quad (6.54)$$

dargestellt werden. Die Enthalpiedifferenz ist im Wesentlichen eine Funktion des Druckverhältnisses. Zusätzlich hängt sie von der Totaltemperatur T_1 der Luft am Eintritt in den Verdichter ab sowie von der spezifischen Wärmekapazität c_{pL} von Luft und deren Isentropenexponenten κ_L .

Die Abweichung des realen vom idealen Verdichtungsprozess wird mittels Wirkungsgraden berücksichtigt. Die Bestimmungsgleichung (6.53) der Verdichterleistung wird um den *isentropen* Verdichterwirkungsgrad η_{sV} und den *mechanischen* η_{mV} erweitert:

$$P_V = \dot{m}_V (h_2 - h_1) \frac{1}{\eta_{sV} \eta_{mV}} \quad (6.55)$$

Im isentropen Wirkungsgrad wird dem nicht-idealen Verdichtungsprozess Rechnung getragen, im mechanischen werden Reibungsverluste im Verdichter zusammengefasst. Die Bestimmung dieser Größen ist nicht trivial!

Die Turbinenleistung wird in analoger Weise bestimmt. Es wird von einem isentropen Expansionsprozess eines idealen Gases in der Turbine ausgegangen. Die Turbinenleistung kann durch

$$P_T = \dot{m}_T (h_3 - h_4) \eta_{sT} \eta_{mT} \quad (6.56)$$

angegeben werden. Wieder werden nicht-ideale Verhältnisse durch Verwendung des *isentropen* Turbinenwirkungsgrads η_{sT} und des *mechanischen* η_{mT} berücksichtigt. Die Enthalpiedifferenz wird für den Expansionsprozess durch

$$h_3 - h_4 = c_{pA} T_3 \left[1 - \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{\kappa_A - 1}{\kappa_A}} \right] \quad (6.57)$$

bestimmt. Gleichung (6.57) entspricht im Wesentlichen Gleichung (6.54) mit dem Unterschied, dass Eintritts- und Austrittszustand vertauscht sind, um einen positiven Wert der Enthalpiedifferenz zu erhalten. Des Weiteren werden nun nicht die Stoffgrößen spezifische Wärmekapazität und Isentropenexponent für Luft (Index L), sondern für Abgas (Index A) verwendet.

Die Ausdrücke (6.54) und (6.57) für die Enthalpiedifferenzen werden in die Bestimmungsgleichungen für die Verdichter- und Turbinenleistung eingesetzt. Aus der Leistungsbilanz (6.52) folgt

$$\dot{m}_V c_{pL} T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa_L - 1}{\kappa_L}} - 1 \right] = \eta_{TL} \dot{m}_T c_{pA} T_3 \left[1 - \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{\kappa_A - 1}{\kappa_A}} \right] \quad (6.58)$$

mit dem Gesamtwirkungsgrad η_{TL} des Turboladers,

$$\eta_{TL} = \eta_{sV} \eta_{mV} \eta_{sT} \eta_{mT}. \quad (6.59)$$

Daraus ergibt sich durch Auflösen nach dem Verdichterdruckverhältnis die erste Turboladerhauptgleichung:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left\{ 1 + \frac{\dot{m}_T c_{pA} T_3}{\dot{m}_V c_{pL} T_1} \eta_{TL} \left[1 - \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{\kappa_A - 1}{\kappa_A}} \right] \right\}^{\frac{\kappa_L}{\kappa_L - 1}} \quad (6.60)$$

Das Verdichterdruckverhältnis hängt von den Verhältnissen der Massenströme durch Turbine und Verdichter, der spezifischen Wärmekapazitäten der beiden Fluide und der Temperaturen der Strömungen am jeweiligen Eintritt in die Laufräder ab. Auch das Turbinendruckverhältnis hat einen maßgeblichen Einfluss auf das Verdichterdruckverhältnis.

Das Schlimmste in obiger Gleichung ist der betriebspunktabhängige Turboladerwirkungsgrad η_{TL} . Nach Gleichung (6.59) ist er das Produkt aus den isentropen und mechanischen Wirkungsgraden. Die Bestimmung dieser Größen ist nur schwer möglich. Vor allem im unteren Drehzahlbereich ist diese Bestimmung sehr ungenau. In Abschnitt 6.5.3 wurde darauf eingegangen. Auf die Bestimmung der mechanischen Wirkungsgrade wird in [5] nicht weiter eingegangen. Stattdessen wird Gleichung (6.60) nach dem Turboladerwirkungsgrad aufgelöst:

$$\eta_{TL} = \frac{\dot{m}_V c_{pL} T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa_L - 1}{\kappa_L}} - 1}{\dot{m}_T c_{pA} T_3 \left[1 - \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{\kappa_A - 1}{\kappa_A}} \right]} \quad (6.61)$$

Für die *Berechnung* des Gesamtwirkungsgrades aus Messdaten mag dies ein gangbarer Weg sein, zur Modellierung des Verdichterdruckverhältnisses ist die Vorgangsweise jedoch nicht geeignet. Dafür wird ein Modell für den Turboladerwirkungsgrad benötigt. Dieser hängt aber, wie in Gleichung (6.61) ersichtlich, von vielen thermodynamischen Größen am Turbolader ab. Im Gegensatz zur zweiten Hauptgleichung wird kein Modellierungsansatz für den Turboladerwirkungsgrad

präsentiert. Gleichung (6.60) ist so eigentlich sinnlos! Genauso gut könnte das Verdichterdruckverhältnis als

$$\frac{p_2}{p_1} = f(\dot{m}_T, \dot{m}_V, T_3, T_1, \dots) \quad (6.62)$$

angegeben werden.

Für eine regelungstechnische Modellbildung ist die erste Turboladerhauptgleichung (6.60) damit nicht geeignet.

6.6.2 Das VerdichtermodeLL nach Jensen und Kristensen

In [27] vergleichen Moraal und Kolmanovsky vier Verfahren zur VerdichtermodeLLierung. Sie kommen zum Schluss, dass alle vier Methoden zu ähnlichen Ergebnissen führen. Das Verfahren nach Jensen und Kristensen [43] ist das einfachste darunter. Es kann den Zusammenhang zwischen Verdichterdruckverhältnis und -massenstrom, sowie den Verdichtereffizienzgrad beschreiben. Es wird im Folgenden genauer untersucht.

Druckverhältnis

Eine energetische Betrachtung stellt den Kern des Modells dar. Mit der Funktion Ψ_h wird der Quotient von Enthalpiedifferenz beim Verdichtungsprozess, $h_2 - h_1$, und spezifischer kinetischer Energie, $\frac{1}{2}U_V^2$, gebildet,

$$\Psi_h = \frac{h_2 - h_1}{\frac{1}{2}U_V^2}. \quad (6.63)$$

Mit U_V wird die Umfangsgeschwindigkeit am äußersten Punkt des Verdichterrades bezeichnet. Sie kann durch

$$U_V = d_V \frac{\pi}{60} n \quad (6.64)$$

mit dem Durchmesser d_V des Verdichterrades aus der Turboladerdrehzahl n berechnet werden. Ψ_h wird in [27] als *Schlupf* bezeichnet.

Für die Enthalpiedifferenz $h_2 - h_1$ kann unter der Annahme eines isentropen Verdichtungsprozesses eines idealen Gases der Ausdruck nach Gleichung (6.54) eingesetzt werden. Damit ergibt sich

$$\Psi_h = \frac{c_{pL} T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa_L - 1}{\kappa_L}} - 1 \right]}{\frac{1}{2} U_V^2}. \quad (6.65)$$

Ψ_h ist nach Gleichung (6.65) eine Funktion des Verdichterdruckverhältnisses $\frac{p_2}{p_1}$ und der Verdichterumfangsgeschwindigkeit U_V , beziehungsweise der Turboladerdrehzahl n .

Ein Zusammenhang zwischen Turboladerdrehzahl n und Verdichtermassenstrom \dot{m}_V wird durch die Einführung eines *normalisierten* Verdichtermassenstroms \dot{m}_{Vn} hergestellt. Dieser ist definiert als Quotient des Verdichtermassenstroms \dot{m}_V und eines theoretischen Massenstroms \dot{m}_{VU} ,

$$\dot{m}_{Vn} = \frac{\dot{m}_V}{\dot{m}_{VU}}. \quad (6.66)$$

Der theoretische Massenstrom \dot{m}_{VU} wird über die Querschnittsfläche des Verdichterrades $\frac{d_V^2 \pi}{4}$ und die Verdichterumfangsgeschwindigkeit U_V berechnet:

$$\dot{m}_{VU} = \varrho_1 \frac{d_V^2 \pi}{4} U_V \quad (6.67)$$

Die Massendichte der Luft am Eintritt in den Verdichter wird in obiger Gleichung durch ϱ_1 gekennzeichnet. Eingesetzt in (6.66) ergibt sich für den normalisierten Massenstrom

$$\dot{m}_{Vn} = \frac{\dot{m}_V}{\varrho_1 \frac{d_V^2 \pi}{4} U_V}. \quad (6.68)$$

Der Zusammenhang zwischen den beiden Größen \dot{m}_{Vn} und Ψ_h und damit Verdichterdruckverhältnis und Massenstrom wird über den Ansatz

$$\Psi_h = \frac{k_1 + k_2 \dot{m}_{Vn}}{k_3 - \dot{m}_{Vn}} \quad (6.69)$$

hergestellt. Die Parameter k_1 , k_2 und k_3 in Gleichung (6.69) sind jeweils von der Machzahl Ma abhängig,

$$k_i = k_{i1} + k_{i2} Ma \quad \text{mit } i = 1, 2, 3. \quad (6.70)$$

Sie können zum Beispiel durch Lösen einer Optimierungsaufgabe aus den Messdaten bestimmt werden. Die Machzahl ist nach Gleichung (6.1) als Verhältnis von Strömungs- zu Schallgeschwindigkeit definiert. Für ein ideales Gas gilt für die Schallgeschwindigkeit

$$c_S = \sqrt{\kappa RT}, \quad (6.71)$$

womit sich im vorliegenden Fall

$$Ma = \frac{U_V}{\sqrt{\kappa_L R_L T_1}} \quad (6.72)$$

ergibt.

Wirkungsgrad und Zusammenfassung

Das Modell des isentropen Verdichterwirkungsgrads η_{sV} , siehe (6.50), wird als quadratische Funktion des normalisierten Verdichtermassenstroms \dot{m}_{Vn} angesetzt:

$$\eta_{sV} = a_1 \dot{m}_{Vn}^2 + a_2 \dot{m}_{Vn} + a_3. \quad (6.73)$$

Die Parameter a_1 , a_2 und a_3 sind wiederum Funktionen der Machzahl Ma ,

$$a_i = \frac{a_{i1} + a_{i2}Ma}{a_{i3} - Ma} \quad \text{mit } i = 1, 2, 3 \quad (6.74)$$

und werden mittels Kurvenanpassung aus den Messdaten bestimmt.

Zusammengefasst lauten die Gleichungen des Verdichtermodells nach Jensen und Kristensen:

$$\begin{aligned} U_V &= d_V \frac{\pi}{60} n \\ \dot{m}_{VU} &= \rho_1 \frac{d_V^2 \pi}{4} U_V \\ \dot{m}_{Vn} &= \frac{\dot{m}_V}{\dot{m}_{VU}} \\ \Psi_h &= \frac{k_1 + k_2 \dot{m}_{Vn}}{k_3 - \dot{m}_{Vn}} \quad \text{mit} \\ k_i &= k_{i1} + k_{i2} Ma, \quad i = 1, 2, 3 \quad \text{mit} \\ Ma &= \frac{U_V}{\sqrt{\kappa_L R_L T_1}} \\ \frac{p_2}{p_1} &= \left(\frac{U_V^2 \Psi_h}{2c_{pL} T_1} + 1 \right)^{\frac{\kappa_L}{\kappa_L - 1}} \\ \eta_{sV} &= a_1 \dot{m}_{Vn}^2 + a_2 \dot{m}_{Vn} + a_3 \quad \text{mit} \\ a_i &= \frac{a_{i1} + a_{i2} Ma}{a_{i3} - Ma}, \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (6.75)$$

Bei Vorgabe eines Verdichtermassenstroms \dot{m}_V und einer Turboladerdrehzahl n kann mit den Gleichungen (6.64) und (6.68) ein Wert für den normalisierten Massenstrom \dot{m}_{Vn} berechnet werden. Daraus lässt sich über Gleichung (6.69) ein Wert der Funktion Ψ_h bestimmen. Abschließend wird in die umgeformte Gleichung (6.65) eingesetzt, um ein Ergebnis für das Verdichterdruckverhältnis $\frac{p_2}{p_1}$ zu erhalten.

Der Verdichterwirkungsgrad kann nach Kenntnis des normalisierten Massenstroms direkt berechnet werden. Zur Beschreibung des gesamten Verdichterkennfelds sind in Summe 15 Parameter nötig (6 Parameter k_{ij} , $j = 1, 2$ und 9 Parameter a_{ij} , $j = 1, 2, 3$)! Darüber hinaus ist die Kenntnis des Durchmessers d_V des Verdichterrades erforderlich.

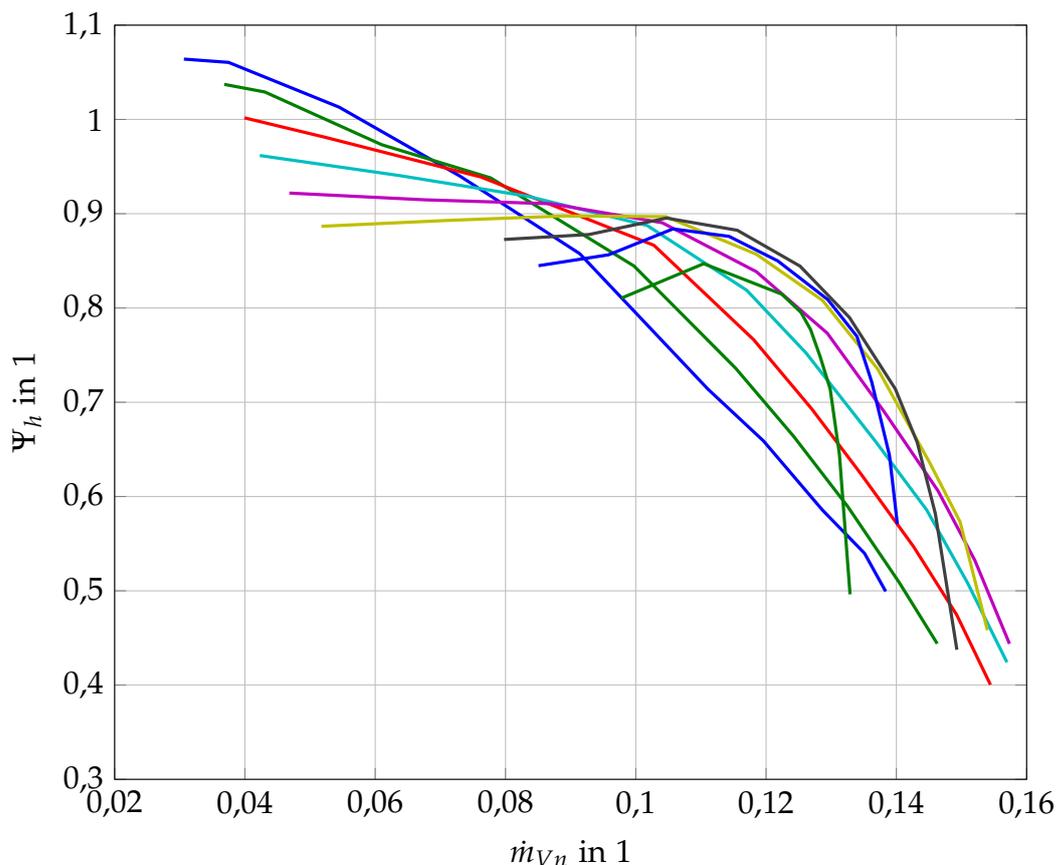


Abbildung 6.32: Gemessener Schlupf Ψ_h über normalem Massenstrom \dot{m}_{Vn}

Vergleich mit Messdaten

In diesem Abschnitt wird die Übereinstimmung des Modells (6.75) nach Jensen und Kristensen mit Messdaten überprüft. Dazu ist es nötig, die Parameter k_{ij} zur Modellierung des Druckverhältnisses und a_{ij} zur Modellierung des Wirkungsgrades zu bestimmen. Mit den Parametern k_{ij} wird nach Gleichung (6.69) der Zusammenhang zwischen dem normalisierten Massenstrom \dot{m}_{Vn} und dem Schlupf Ψ_h hergestellt. Beide Größen lassen sich nach den Gleichungen (6.65) und (6.68) mithilfe gemessener Werte für Druck, Temperatur und Drehzahl berechnen. In Abbildung 6.32 sind die Ergebnisse dargestellt. Wie im Verdichterkennfeld steht jede durchgezogene Linie für die Verbindung mehrerer stationärer Betriebspunkte gleicher Drehzahl. Mit steigender Drehzahl fallen die Kurven immer stärker ab.

Diese aus den Messdaten berechneten Verläufe für Ψ_h sollen durch Gleichung (6.69) nachgebildet werden. Dazu müssen in einem ersten Schritt die Parameter k_i bestimmt werden. Wie in [27] vorgeschlagen, werden die Parameter mittels der Methode der kleinsten Fehlerquadrate berechnet. Dieser Vorgang wird für jede

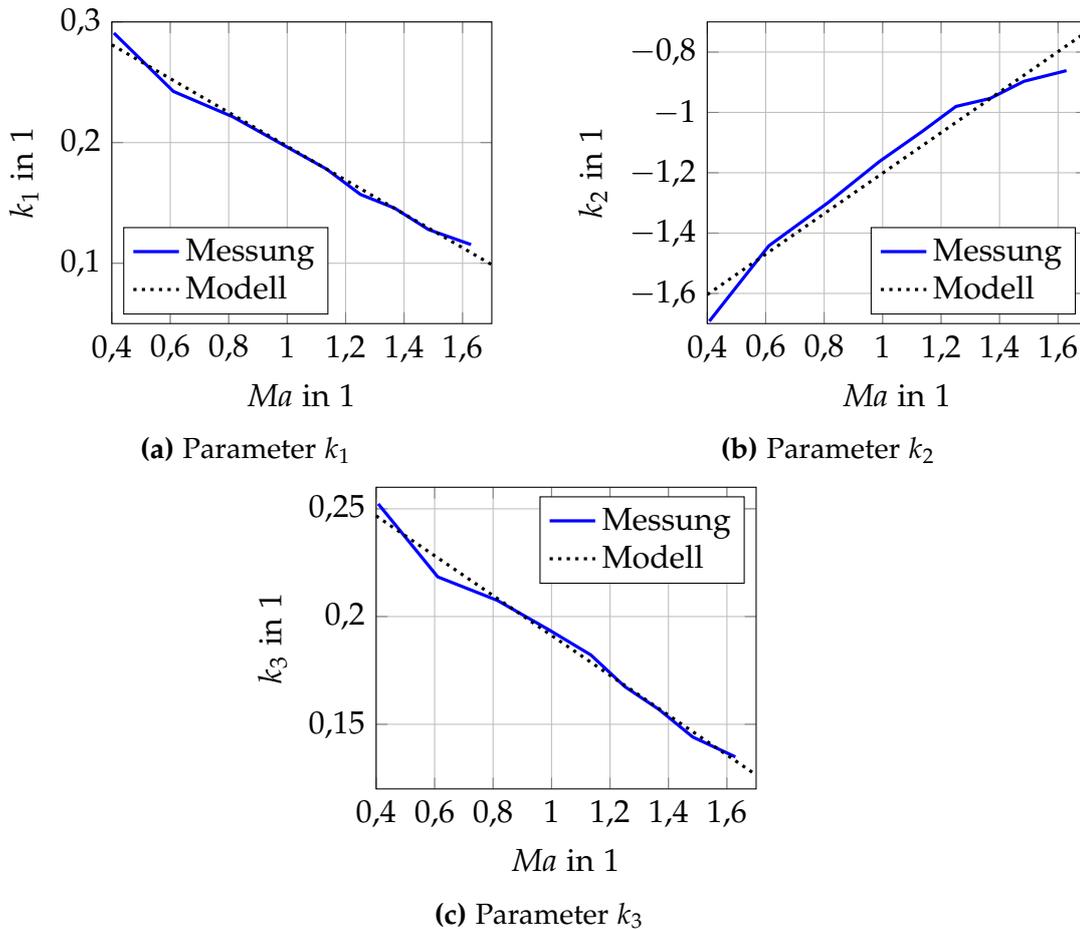


Abbildung 6.33: Parameter k_i für das Verdichtermodell nach Jensen und Kristensen

Linie konstanter Drehzahl wiederholt. Die Drehzahlen werden nach Gleichungen (6.64) und (6.72) in Machzahlen umgerechnet. Dadurch ergeben sich die in Abbildung 6.33 durchgezogenen Verläufe der Parameter k_1 , k_2 und k_3 in Abhängigkeit der Machzahl Ma .

Nach Gleichung (6.70) kann der Zusammenhang durch eine lineare Vorschrift angenähert werden. Es wird die Methode der kleinsten Fehlerquadrate eingesetzt, um die Parameter k_{ij} zu bestimmen. Die Ergebnisse sind als schwarz strichlierte Linien in Abbildung (6.33) eingezeichnet. Die Übereinstimmung mit den Messdaten ist zufriedenstellend. Nur bei Parameter k_2 in Abbildung 6.33b gibt es kleine Abweichungen.

Nach Bestimmen der Parameter wird das Modell für den Schlupf Ψ_h in Abhängigkeit vom normalisierten Massenstrom \dot{m}_{Vn} mit Messdaten verglichen. Abbildung 6.34 zeigt die Ergebnisse. Bei kleinen und mittleren Drehzahlen ist die Übereinstimmung zufriedenstellend. Bei den beiden größten Drehzahlen gibt es

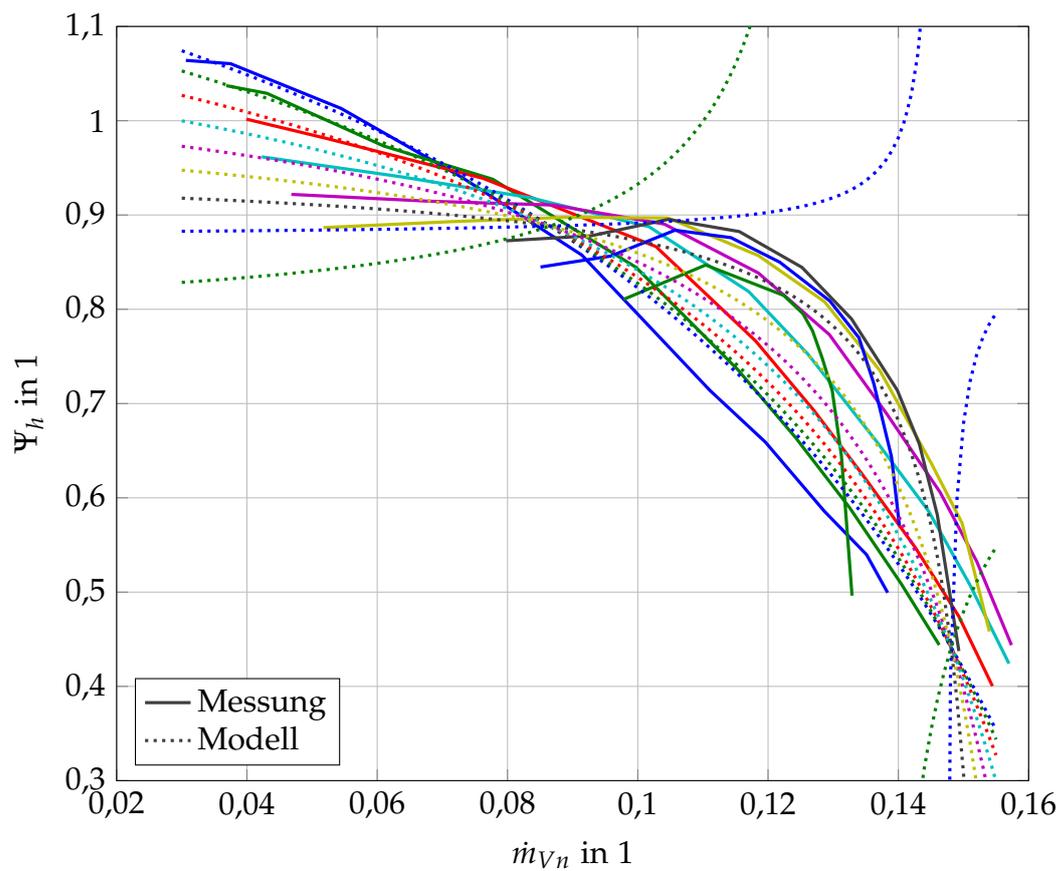


Abbildung 6.34: Gemessener Schlupf Ψ_h über normiertem Massenstrom \dot{m}_{Vn} mit Modell

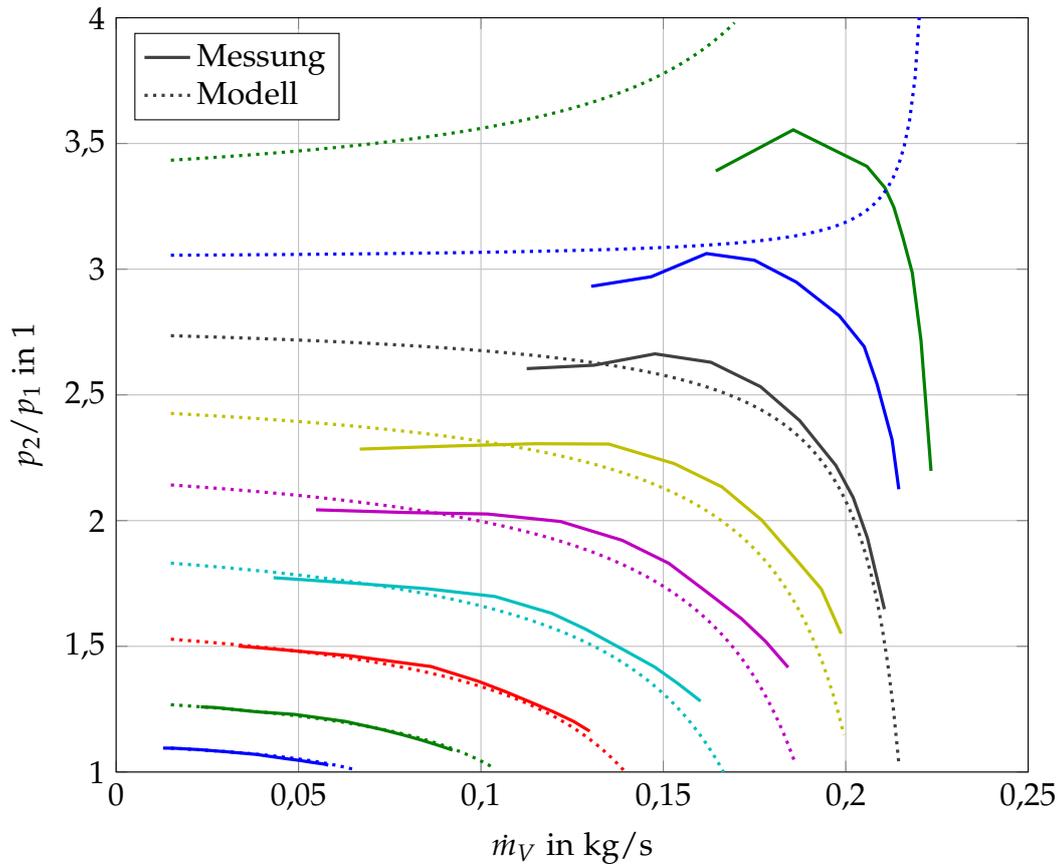


Abbildung 6.35: Verdichtercharakteristik mit Modell nach Jensen und Kristensen

jedoch große Unterschiede. Die modellierten Verläufe zeigen ein völlig gegensätzliches Verhalten verglichen mit den Messdaten! Die Ursache liegt in den kleinen Abweichungen der Parameter k_i . Das Modell

$$\Psi_h = \frac{k_1 + k_2 \dot{m}_{Vn}}{k_3 - \dot{m}_{Vn}}$$

reagiert sehr sensibel auf derartige Schwankungen. Werden die direkt aus den Messdaten berechneten Werte für k_i verwendet, so stimmen die Verläufe deutlich besser überein.

Das Verdichterdruckverhältnis kann nun durch Vorgabe eines Verdichtermassenstroms und einer Drehzahl nach Modell (6.75) berechnet werden. In Abbildung 6.35 ist das nachgebildet Verdichtercharakteristik mit dem vermessenen aufgetragen. Bei kleinen und mittleren Drehzahlen ist die Übereinstimmung mit den Messdaten gut, der Fehler bei hohen Drehzahlen ist aber auch hier deutlich erkennbar. Problematisch ist die völlige Änderung des Verhaltens. Eine Verschiebung der Verdichterstoppgrenze wäre im Gegensatz dazu durchaus tolerierbar, solange der Charakter

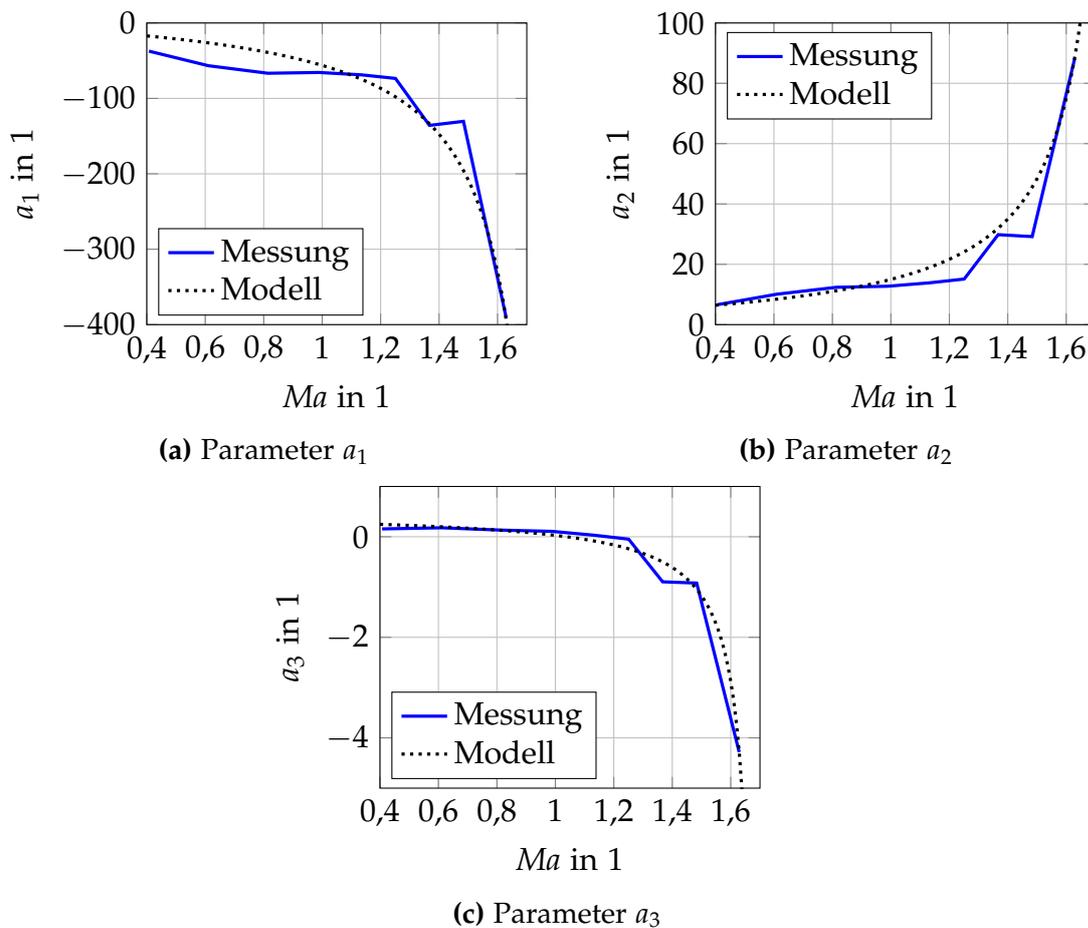


Abbildung 6.36: Parameter a_i für das Verdichtermodell nach Jensen und Kristensen

des Verdichterkennfelds erhalten bliebe. Wegen der Sensibilität gegenüber Parameterschwankungen und deren Auswirkungen kann das Modell nicht sinnvoll eingesetzt werden.

Abschließend soll die Modellierung des isentropen Verdichterwirkungsgrades η_{sV} untersucht werden. Nach Gleichung (6.73) wird er direkt aus dem normalisierten Massenstrom \dot{m}_{Vn} berechnet. Benötigt werden die Parameter a_i , die wie zuvor durch Anpassung an die Messdaten mittels Methode der kleinsten Fehlerquadrate gefunden werden. In Abbildung 6.36 sind die drei Parameter über der Machzahl aufgetragen. In blau sind die aus den Messdaten errechneten Werte eingezeichnet. Es ist klar ersichtlich, dass ein lineares Modell wie für die Parameter k_i die Zusammenhänge nicht ausreichend wiedergeben kann. Die gebrochen rationale Funktion nach Gleichung (6.74) (in Abbildung 6.36 schwarz strichliert) stimmt bei passender Wahl der Parameter a_{ij} jedoch gut mit den Messdaten überein.

Mit Kenntnis der Parameter a_i kann der isentrope Verdichterwirkungsgrad über

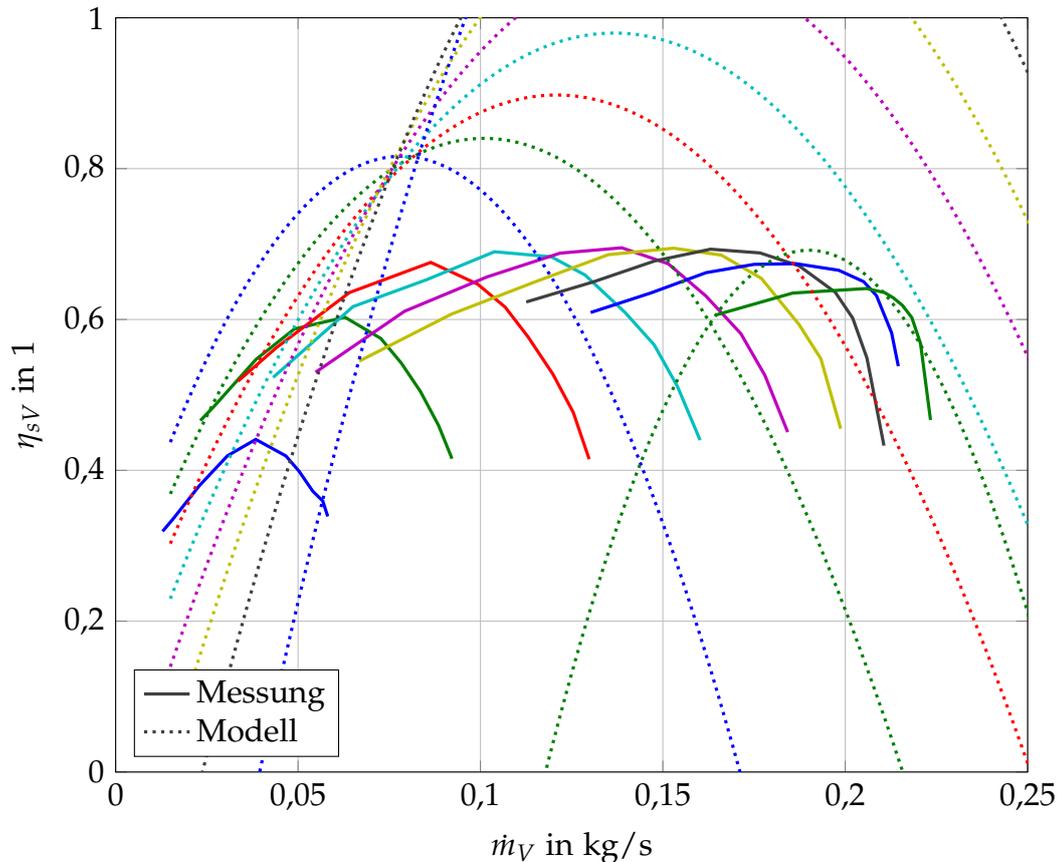


Abbildung 6.37: Isentroper Verdichterwirkungsgrad über Verdichtermassenstrom mit Modell nach Jensen und Kristensen

dem normalisierten Massenstrom \dot{m}_{v_n} nach Gleichung (6.73) bestimmt werden. Durch Umrechnen von \dot{m}_{v_n} in den realen Verdichtermassenstrom nach Gleichung (6.68) lässt sich der Wirkungsgrad in Abhängigkeit von \dot{m}_v angeben. Abbildung 6.37 zeigt das Ergebnis. Die mit dem Modell berechneten Wirkungsgrade weichen stark von den Messdaten ab. Zum Teil werden sogar Wirkungsgrade größer 1 erreicht! Nur bei der Linie der größten Drehzahl liegt das Modellergebnis ungefähr im Bereich des gemessenen Wirkungsgrads. Trotz der großen Anzahl an Parametern ist das Modell nicht zu gebrauchen!

6.6.3 Ein neues Verdichtermodell

Die Analysen bestehender Modelle in den vorherigen Abschnitten verdeutlichen, dass diese nicht in der Lage sind, das Verhalten des Verdichters zufriedenstellend zu beschreiben. In diesem Abschnitt wird daher ein neues Modell entwickelt. Es

soll das Verdichterdruckverhältnis sowie den isentropen Verdichterwirkungsgrad beschreiben können.

Druckverhältnis

Wie bei der Entwicklung des Turbinenmodells in Abschnitt 6.3.4 sind die einfachen Modellbausteine Blende und Ventilator der Ausgangspunkt für die Verdichtermmodellierung. Der Verdichter wird näherungsweise als Ventilator mit anschließender Blende betrachtet, siehe Abbildung 6.38. Der Ventilator sorgt für die Druckan-

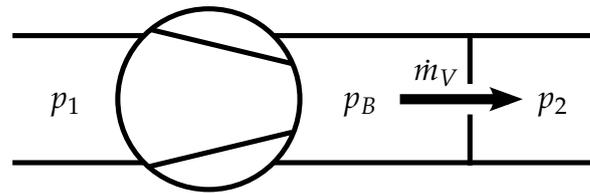


Abbildung 6.38: Modellierung des Verdichters als Kombination von Ventilator und Blende

hebung, die Blende modelliert die Einschnürung der Strömung am Eintritt in den Diffusor des Verdichters. Die Druckanhebung des Verdichters lautet nach Gleichung (6.27)

$$p_B - p_1 = cf^2. \quad (6.76)$$

Die Druckabsenkung durch die Blende folgt Gleichung (6.25),

$$p_B - p_2 = R_v \dot{V}^2. \quad (6.77)$$

Aus (6.76) und (6.77) ergibt sich unmittelbar

$$p_2 = p_1 + cf^2 - R_v \dot{V}^2 \quad (6.78)$$

für den Druck der Strömung nach Verdichter. Nach Division der Gleichung durch den Druck p_1 am Verdichtereintritt erhält man das Verdichterdruckverhältnis

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{1}{p_1} (cf^2 - R_v \dot{V}^2). \quad (6.79)$$

Der Druck vor Verdichter ist der Umgebungsdruck. Er ist näherungsweise konstant. Statt der Frequenz f des Ventilators wird die Drehzahl n geschrieben und statt des Volumenstroms \dot{V} der Verdichtermassenstrom \dot{m}_V . Damit ergibt sich die Näherung

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + c_{nV} n^2 - c_{mV} \dot{m}_V^2 \quad (6.80)$$

mit den neuen Konstanten c_{nV} und c_{mV} für das Verdichterdruckverhältnis.

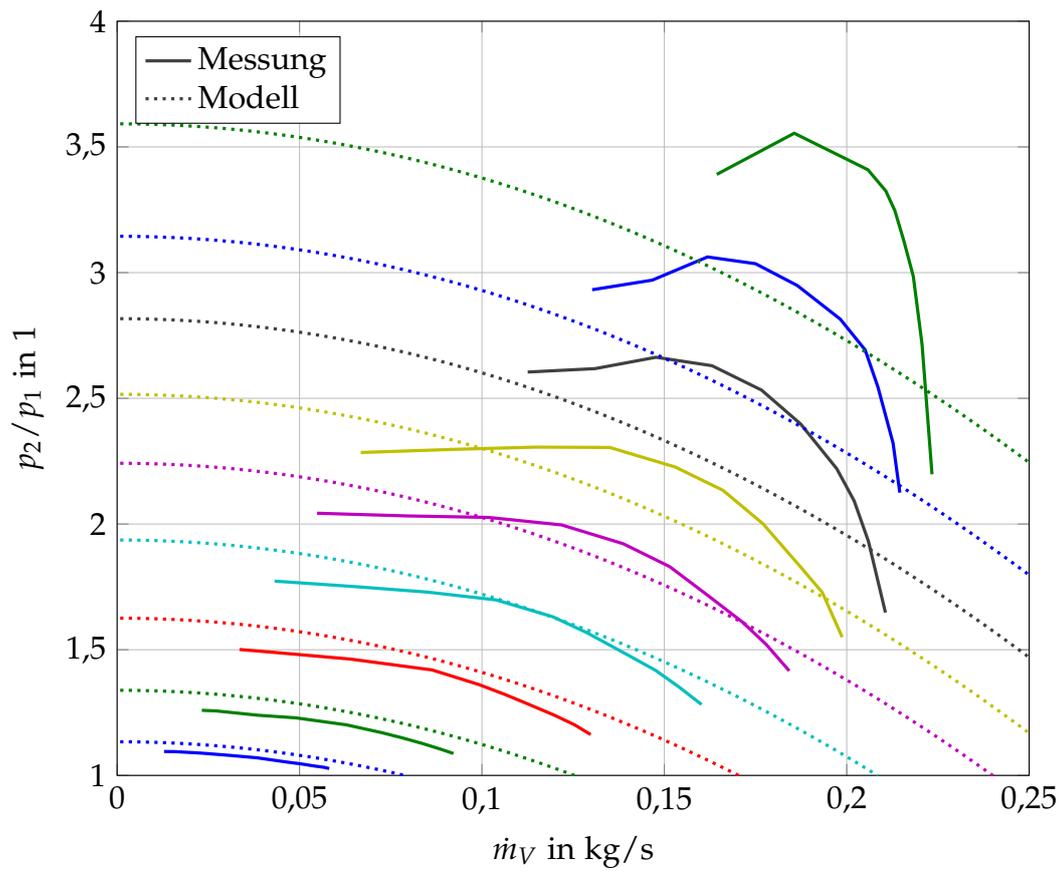


Abbildung 6.39: Verdichterkennfeld mit Modell (6.80)

In Abbildung 6.39 sind die Ergebnisse dieses ersten einfachen Modells dargestellt. Messdaten sind mit durchgezogenen Linien dargestellt, Modellierungsergebnisse strichliert. Gleiche Farben stehen für gleiche Drehzahlen. Bei kleinen und mittleren Drehzahlen werden die Messdaten bereits sehr gut abgebildet. Bei höheren Drehzahlen stimmen zumindest die maximalen Druckverhältnisse einigermaßen überein. Die Verläufe selbst passen jedoch überhaupt nicht zu den Messdaten. Hauptsächlich dafür verantwortlich ist der steile Abfall im Bereich der Stopfgrenze. Der Bereich der Pumpgrenze ist im Gegensatz zur Stopfgrenze weniger bedeutsam. Das Modell muss nicht dazu in der Lage sein, das instationäre Verhalten des Verdichters adäquat nachzubilden.

Zur Verbesserung des Modells besonders im Bereich der Stopfgrenze wird ein *virtueller* Verdichtermassenstrom $\dot{\mu}_V$ eingeführt. Dies ist nicht neu. Bereits bei der Modellierung der Turbine in Abschnitt 6.3.4 wurde ausführlich darauf eingegangen. Da der maximale Verdichtermassenstrom ebenfalls durch eine Stopfgrenze limitiert wird, ist es naheliegend, den virtuellen Massenstrom analog zur Turbine als

$$\frac{1}{\dot{\mu}_V} = \frac{1}{\dot{m}_V} - \frac{1}{\dot{m}_{SG,V}}, \quad (6.81)$$

beziehungsweise

$$\dot{\mu}_V = \frac{1}{\frac{1}{\dot{m}_V} - \frac{1}{\dot{m}_{SG,V}}} = \frac{\dot{m}_{SG,V}\dot{m}_V}{\dot{m}_{SG,V} - \dot{m}_V} \quad (6.82)$$

einzuführen. Die Verdichterstopfgrenze wird durch den Parameter $\dot{m}_{SG,V}$ beschrieben. Im Modell für das Verdichterdruckverhältnis wird nun der virtuelle Massenstrom statt des tatsächlichen verwendet:

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + c_{nV}n^2 - c_{mV}\dot{\mu}_V^2 \quad (6.83)$$

In gewisser Weise ähnelt die Einführung des virtuellen Massenstroms dem Modell von Jensen und Kristensen. Die Funktion Ψ_h und die Ansätze für die Parameter a_i in den Gleichungen (6.69) und (6.74) weisen ebenfalls Polstellen auf, die für den starken Abfall des Druckverhältnisses beziehungsweise des Wirkungsgrades verantwortlich sind. Der virtuelle Massenstrom des neuen Modells ist aber deutlich besser interpretierbar und leichter zu parametrieren. Beim Parameter $\dot{m}_{SG,V}$ handelt es sich um den maximalen Massenstrom durch den Verdichter.

Das Verhalten bei der Stopfgrenze kann durch Einführung des virtuellen Massenstroms deutlich verbessert werden, wie Abbildung 6.40 zeigt. Bei großen Werten des Verdichtermassenstroms fallen die modellierten Kennlinien wie die gemessenen stark ab. Bei kleinen und mittleren Drehzahlen bildet das Modell die Messdaten sehr gut ab. Bei großen Drehzahlen gibt es aber trotz Berücksichtigung der Stopfgrenze noch deutliche Abweichungen.

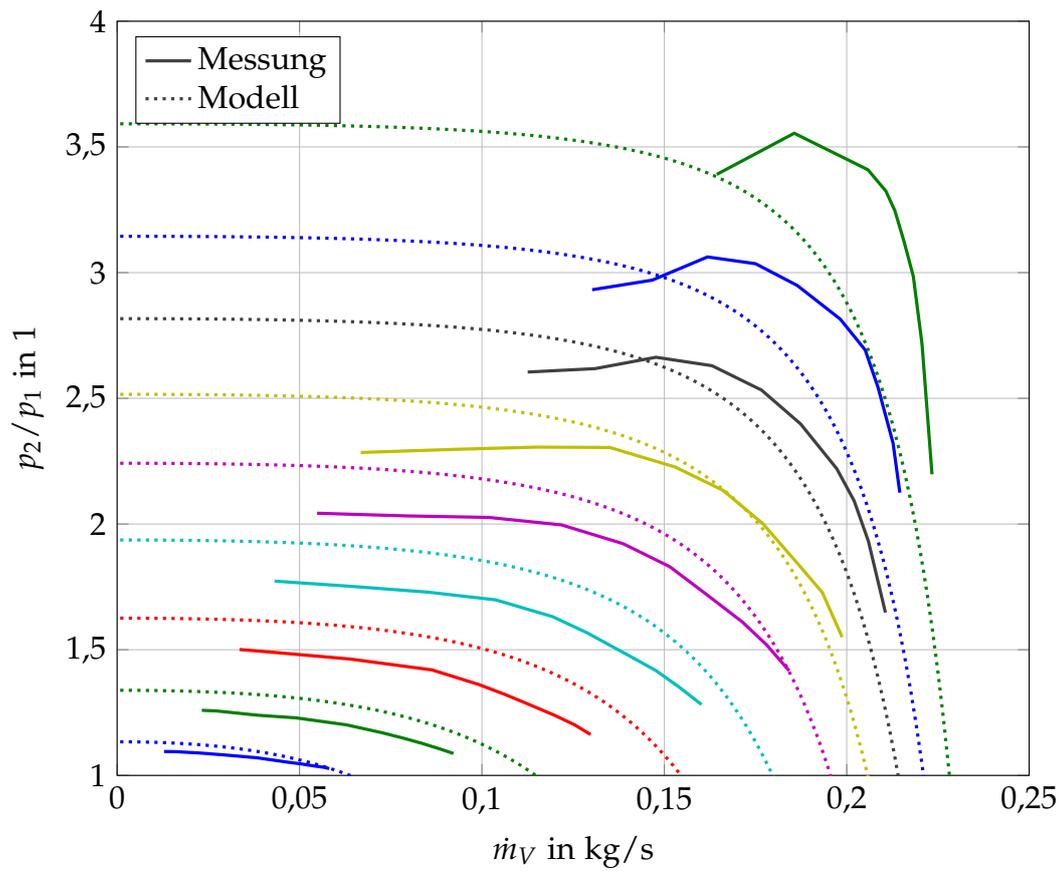


Abbildung 6.40: Verdichterkennfeld mit Modell (6.82) und (6.83)

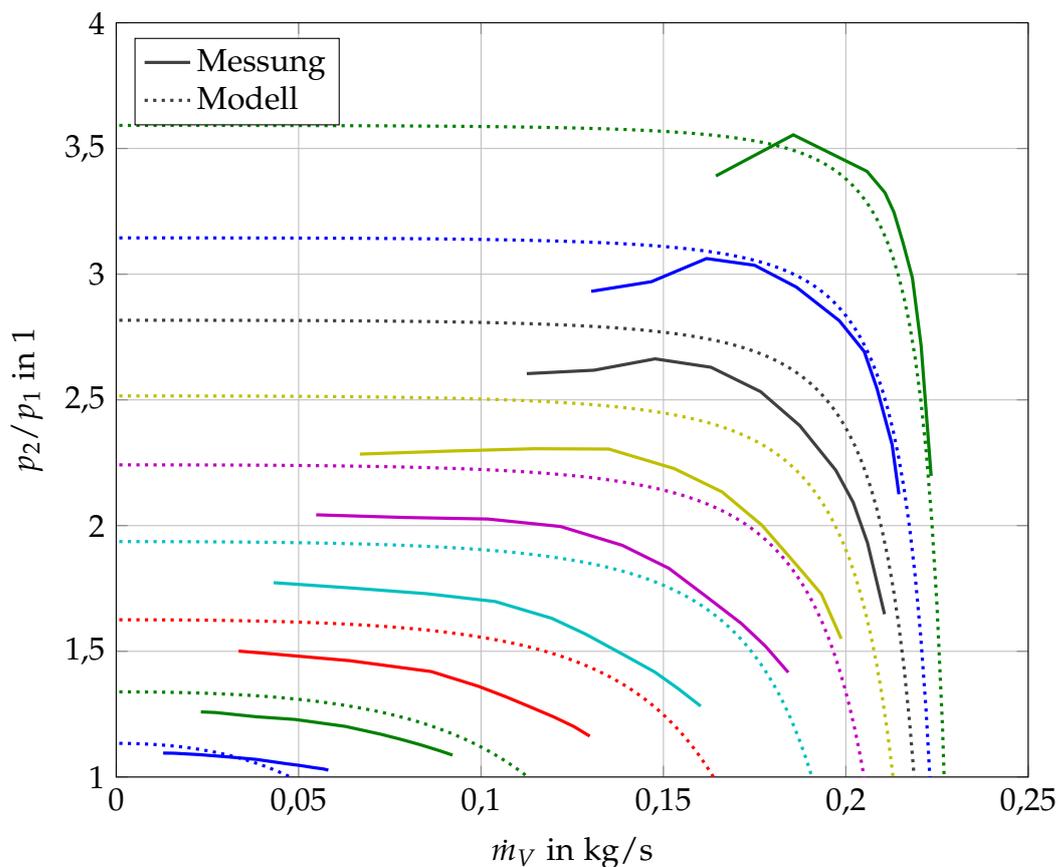


Abbildung 6.41: Verdichter kennfeld mit Modell (6.82) und (6.84)

Eine weitere Verbesserung kann durch eine drehzahlabhängige Gewichtung des virtuellen Massenstroms erreicht werden. Beim Vergleich mit Messdaten zeigt sich, dass eine Division durch n^4 die besten Ergebnisse liefert. Das Modell lautet damit

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + c_{nV} n^2 - c_{mV} \frac{\dot{m}_V^2}{n^4}. \quad (6.84)$$

In Abbildung 6.41 sind die Ergebnisse dargestellt. Bei kleinen Drehzahlen gibt es durch die neue Gewichtung nur eine marginale Veränderung, bei den beiden größten Drehzahlen kann die Übereinstimmung deutlich verbessert werden. Die Genauigkeit des Modells ist für den Reglerentwurf ausreichend.

Isentroper Wirkungsgrad

Die Herleitung des Modells des isentropen Verdichterwirkungsgrads η_{sV} setzt bei der in Abschnitt 6.3.3 erwähnten *Optimalparabel* an. Dahinter steckt die Erkenntnis,

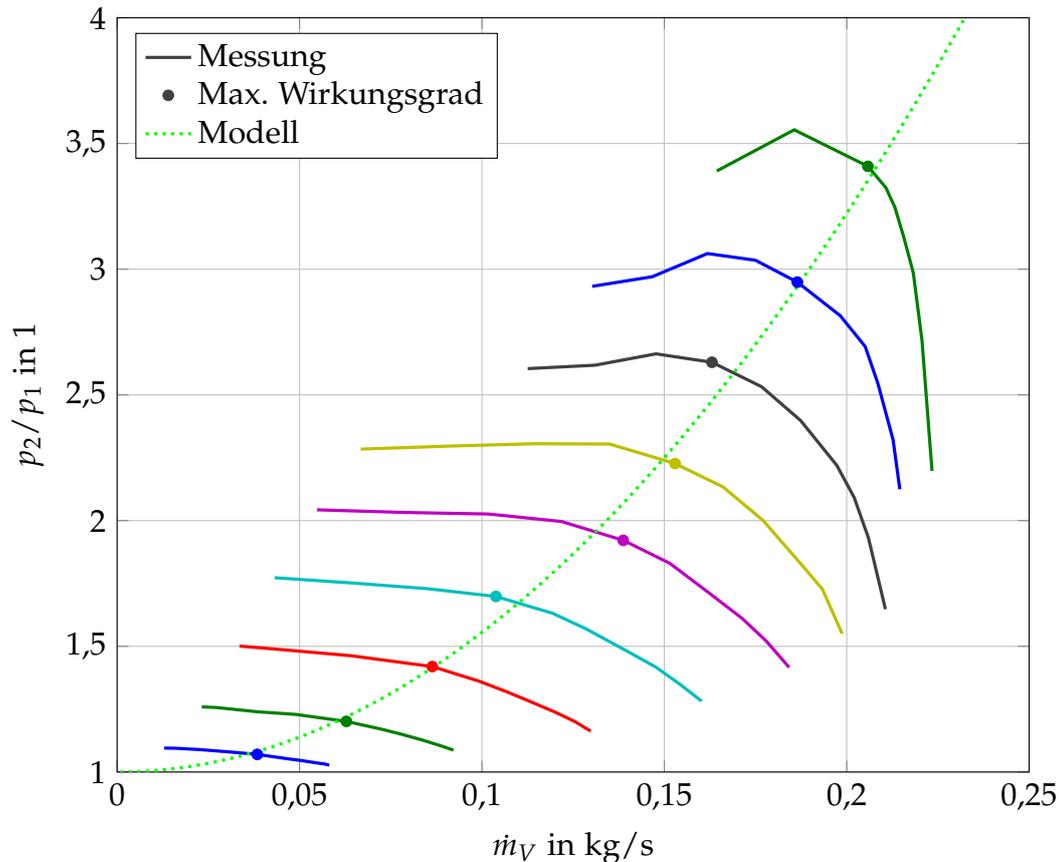


Abbildung 6.42: Verdichtercharakteristik mit Punkten maximalen Wirkungsgrades und Optimalparabel (6.85)

dass die maximalen Wirkungsgrade jeder Drehzahlkurve auf einer Parabel im Verdichtercharakteristik liegen. Abbildung 6.42 veranschaulicht den Sachverhalt. Zusätzlich zum gemessenen Verdichtercharakteristik sind für jede Drehzahl jene Arbeitspunkte des Verdichters hervorgehoben, die den größten isentropen Wirkungsgrad bei der jeweiligen konstanten Drehzahl aufweisen. Dazu ist in grün strichliert die Parabel

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + c_{opt} \dot{m}_V^2 \quad (6.85)$$

mit der Konstanten c_{opt} eingezeichnet. Die Punkte können mit (6.85) sehr gut angenähert werden.

Die Werte des maximalen Wirkungsgrades $\eta_{sV,max}$ selbst ändern sich mit der Drehzahl. In Abbildung 6.43 ist der Zusammenhang dargestellt. Die aus den Messdaten errechneten maximalen Wirkungsgrade sind als Punkte eingetragen. Die Abhängigkeit von der Drehzahl kann ebenfalls durch eine Parabel

$$\eta_{sV,max} = b_2 n^2 + b_1 n + b_0 \quad (6.86)$$

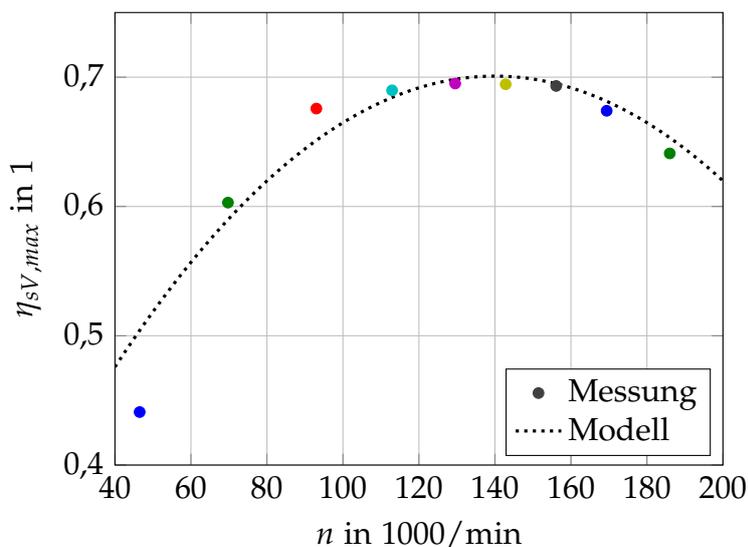


Abbildung 6.43: Maximaler isentroper Verdichterwirkungsgrad über Drehzahl mit Modell

gut angenähert werden. Die Parameter b_0 , b_1 und b_2 werden an die Messdaten angepasst. Der Verlauf der Parabel ist in Abbildung 6.43 in schwarz strichliert dargestellt. Bis auf den maximalen Wirkungsgrad bei der kleinsten Drehzahl werden alle Werte gut abgebildet. Die Abweichung kann wie in Abschnitt 6.5.3 beschrieben durch die fehlerhafte Bestimmung des Wirkungsgrades bei niedrigen Drehzahlen erklärt werden.

Mit den Gleichungen (6.85) und (6.86) sind zwei wichtige Bausteine für die Modellierung des Verdichterwirkungsgrades vorhanden. Die Idee besteht nun darin, den Wirkungsgrad aus dem Maximum der jeweiligen Drehzahl und dem Abstand zur Optimalparabel zu bestimmen. Mathematisch lässt sich diese Idee mit dem Ansatz

$$\eta_{sV} = \eta_{sV,max} - \frac{c_\eta}{n^2} (\dot{m}_{V,opt} - \dot{m}_V)^2 \quad (6.87)$$

formulieren. Der maximale Wirkungsgrad wird nach Gleichung (6.86) aus der aktuellen Drehzahl bestimmt. Der zu diesem maximalen Wirkungsgrad gehörende Massenstrom $\dot{m}_{V,opt}$ wird durch Umformen der Optimalparabel (6.85),

$$\dot{m}_{V,opt} = \sqrt{\frac{\frac{p_2}{p_1} - 1}{c_{opt}}}, \quad (6.88)$$

aus dem aktuellen Druckverhältnis berechnet. Der Abstand vom Punkt des maximalen Wirkungsgrades wird mit dem Ausdruck $\frac{c_\eta}{n^2}$ gewichtet. Der Parameter c_η dient der Anpassung an die Messdaten, durch die Gewichtung mit der Drehzahl wird die Öffnung der Parabeln in Abhängigkeit des Massenstroms bei zunehmender

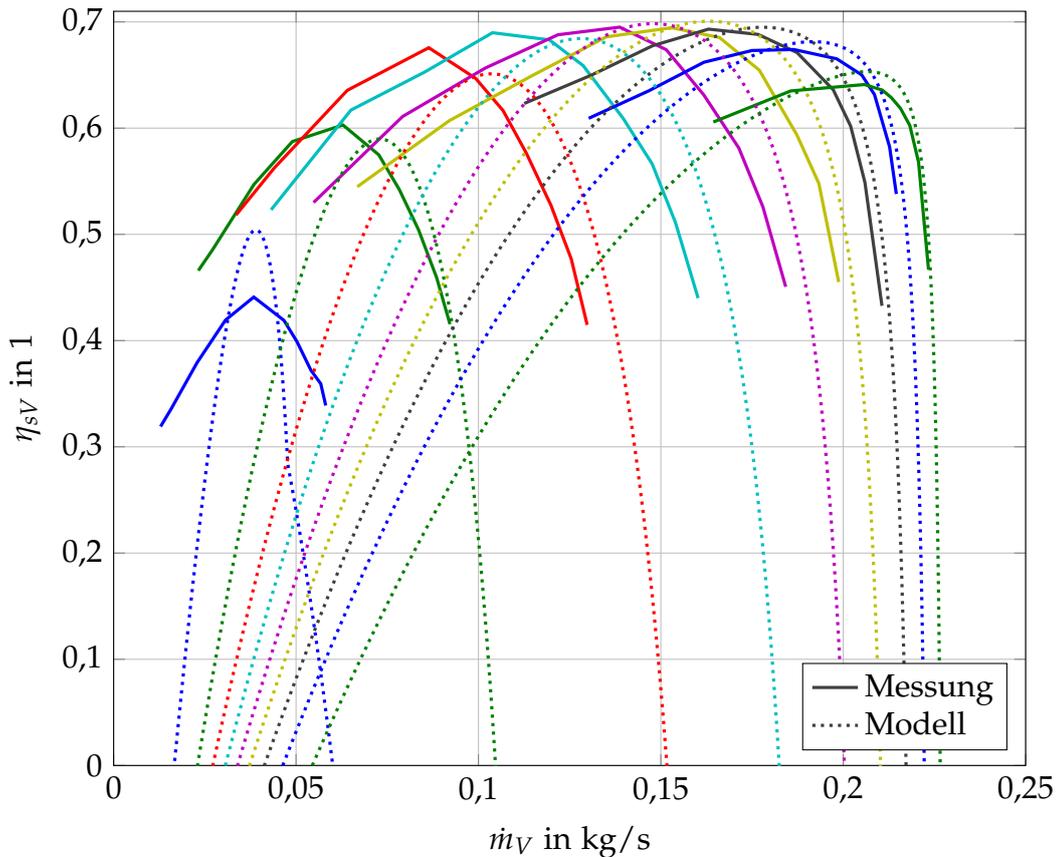


Abbildung 6.44: Isentroper Verdichterwirkungsgrad über Verdichtermassenstrom mit Modell

Drehzahl vergrößert. Das vollständige Modell des Verdichterwirkungsgrades bestehend aus den Gleichungen (6.86) bis (6.88) benötigt fünf Parameter. Im Vergleich zum Modell nach Jensen und Kristensen ist die Anzahl deutlich geringer.

In Abbildung 6.44 sind die Modellergebnisse als Wirkungsgrad über dem Verdichtermassenstrom für die verschiedenen Drehzahlen dargestellt. Die Übereinstimmung mit den Messdaten ist deutlich besser als beim Modell nach Jensen und Kristensen aus Abbildung 6.37. Vor allem bei hohen Drehzahlwerten ähneln sich die Verläufe von Messdaten und Modell stark. Bei niedrigen Drehzahlen gibt es zum Teil recht große Abweichungen, die jedoch beim vorgesehenen Einsatzzweck des Modells nicht ins Gewicht fallen. Wichtig ist, dass die Wirkungsgrade in einem realistischen Größenbereich liegen.

Der isentrope Verdichterwirkungsgrad ist beim neuen Modell eine Funktion der Turboladerdrehzahl n , des Verdichtermassenstroms \dot{m}_V und des Verdichterdruckverhältnisses $\frac{p_2}{p_1}$. Wird das Verdichterdruckverhältnis durch das im vorherigen Abschnitt beschriebene Modell bestimmt, so wird dadurch die Stopfgrenze implizit

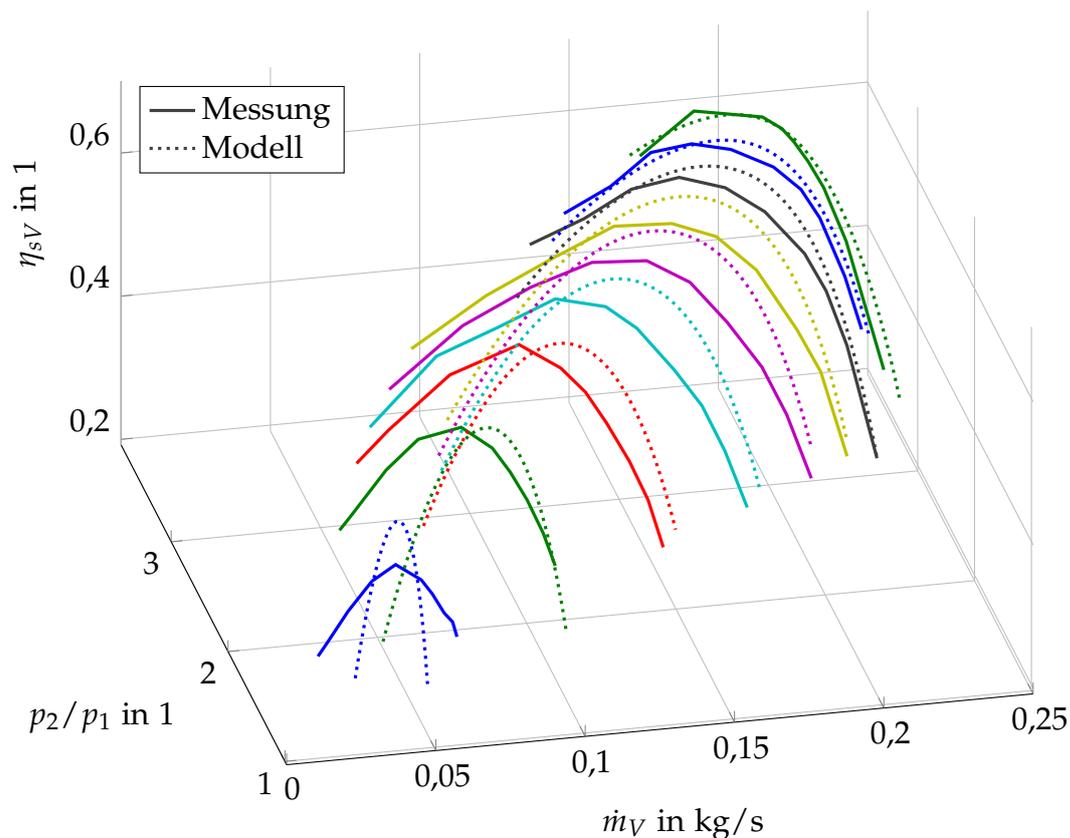


Abbildung 6.45: Isentroper Verdichterwirkungsgrad über dem Verdichtermassenstrom und -druckverhältnis mit Modell

berücksichtigt. Mit Erreichen der Stopfgrenze sinkt der Wirkungsgrad rapide ab. Wie in Abbildung 6.44 besonders bei den größten drei Drehzahlen ersichtlich, wird dieses Verhalten vom Modell sehr gut abgebildet.

Die Ergebnisse der Modellbildung des Verdichterkennfelds werden in der dreidimensionalen Darstellung in Abbildung 6.45 zusammengefasst.

Verdichteraustrittstemperatur

Der isentrope Verdichterwirkungsgrad η_{sV} wird zur Bestimmung der Temperatur T_2 der Luft am Austritt aus dem Verdichter benötigt. Die Austrittstemperatur T_{s2} des isentropen Verdichtungsprozesses wird für ein ideales Gas über

$$T_{s2} = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa_L - 1}{\kappa_L}}$$

aus dem Verdichterdruckverhältnis bestimmt. Auflösen von Gleichung (6.51) nach der *stationären* Austrittstemperatur \bar{T}_2 ergibt

$$\bar{T}_2 = \frac{1}{\eta_{sV}} (T_{s2} - T_1) + T_1. \quad (6.89)$$

Durch Einsetzen von T_{s2} in Gleichung (6.89) erhält man

$$\bar{T}_2 = T_1 \left\{ 1 - \frac{1}{\eta_{sV}} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa_L - 1}{\kappa_L}} \right] \right\}. \quad (6.90)$$

Zusammenfassung

Die Gleichungen des neu entwickelten *stationären* Verdichtermodells lauten abschließend zusammengefasst:

$$\begin{aligned} \dot{m}_V &= \frac{\dot{m}_{SG,V} \dot{m}_V}{\dot{m}_{SG,V} - \dot{m}_V} \\ \frac{p_2}{p_1} &= 1 + c_{nV} n^2 - c_{mV} \frac{\dot{m}_V^2}{n^4} \\ \eta_{sV,max} &= b_2 n^2 + b_1 n + b_0 \\ \dot{m}_{V,opt} &= \sqrt{\frac{\frac{p_2}{p_1} - 1}{c_{opt}}} \\ \eta_{sV} &= \eta_{sV,max} - \frac{c_\eta}{n^2} (\dot{m}_{V,opt} - \dot{m}_V)^2 \\ T_{s2} &= T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa_L - 1}{\kappa_L}} \\ \bar{T}_2 &= T_1 \frac{\eta_{sV} - 1 + \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa_L - 1}{\kappa_L}}}{\eta_{sV}} \end{aligned} \quad (6.91)$$

Vorgegeben werden Turboladerdrehzahl n , Verdichtermassenstrom \dot{m}_V und Verdichtereintrittstemperatur T_1 . Verdichterdruckverhältnis $\frac{p_2}{p_1}$ (beziehungsweise Druck p_2 nach Verdichter), isentroper Verdichtereffizienzgrad η_{sV} und (statische) Verdichteraustrittstemperatur \bar{T}_2 sind resultierende Größen. Insgesamt werden die 8 Parameter

$$\dot{m}_{SG,V}, \quad c_{nV}, \quad c_{mV}, \quad b_0, \quad b_1, \quad b_2, \quad c_{opt} \quad \text{sowie} \quad c_\eta$$

benötigt. κ_L ist der Isentropenexponent von Luft.

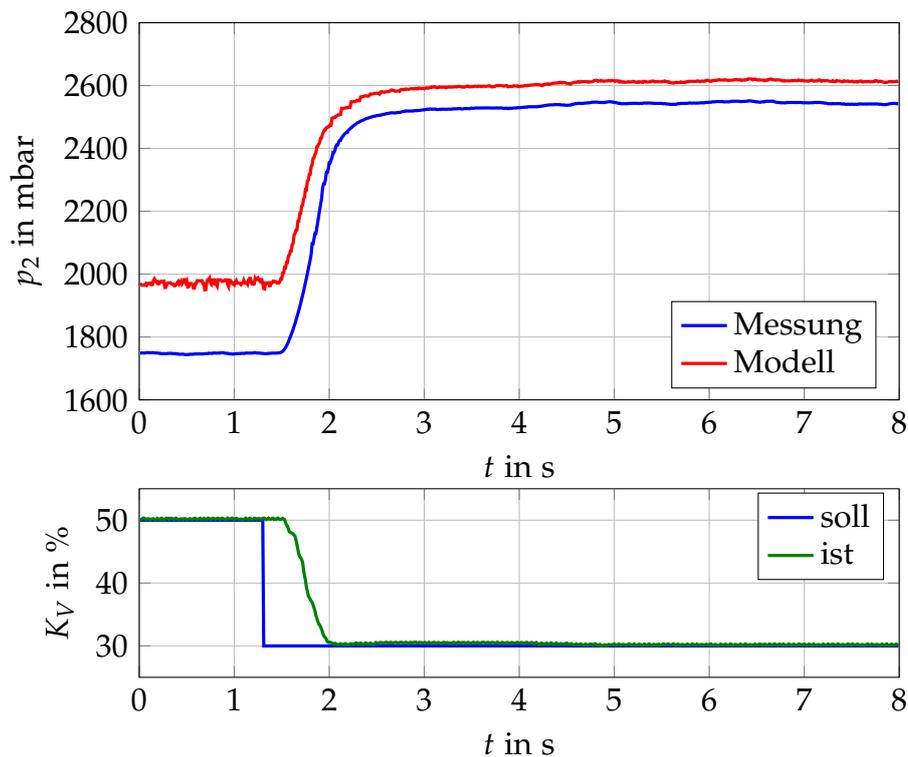


Abbildung 6.46: Dynamisches Verhalten des Verdichters bei Änderung der Stellung der Klappe K_V nach Verdichter

6.7 Dynamisches Verhalten des Verdichters

Beim dynamischen Verhalten des Verdichters wird zwischen dem Verhalten beim Druckaufbau und bei Temperaturänderungen unterschieden. Auf Änderungen des Massenstroms reagiert der Verdichter schnell mit einer Änderung des Druckverhältnisses. Die Temperaturänderung erfolgt im Vergleich dazu wesentlich langsamer.

6.7.1 Druckverhältnis

In Abbildung 6.46 ist die Reaktion des Drucks p_2 nach Verdichter auf eine Änderung der Klappenstellung K_V nach Verdichter und damit des Verdichtermassenstroms \dot{m}_V dargestellt. In der unteren Abbildung sind Soll- und Istposition der Klappe aufgetragen. Die Klappe braucht etwa 0,5 s um ihre Position zu ändern. In etwa der gleichen Zeitspanne steigt auch der Druckmesswert auf seinen Endwert an. Die Änderung der Klappenposition hat unmittelbaren Einfluss auf den Verdichtermassenstrom und auf den Druck. Es ist keine deutliche Verzögerung erkennbar. In der oberen Abbildung ist zusätzlich zum Druckmesswert der Druck des Modells

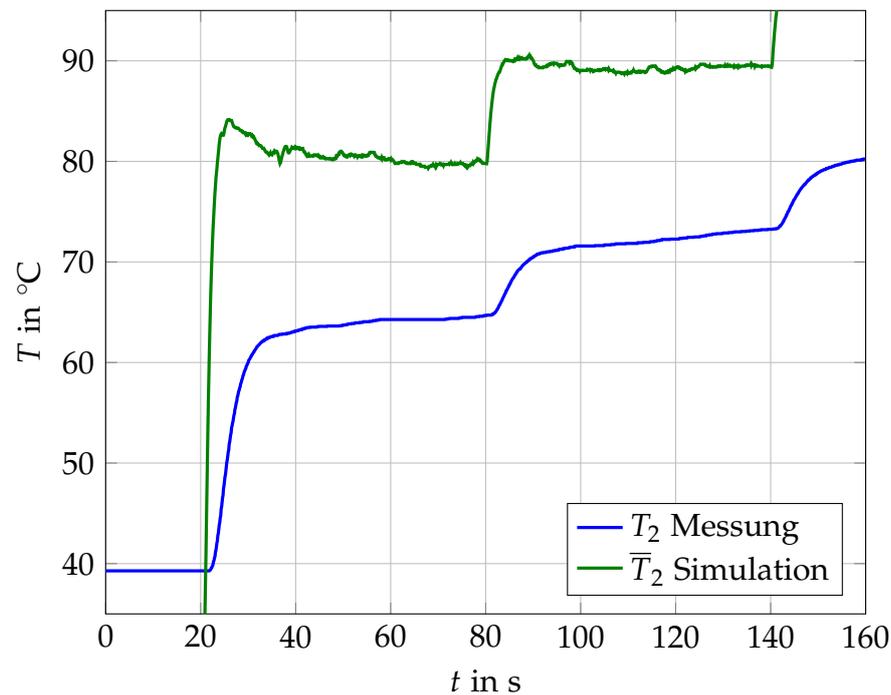


Abbildung 6.47: Dynamisches Verhalten der Temperatur T_2 nach Verdichter bei Arbeitspunktwechsel mit statischem Modell

nach (6.91) eingezeichnet. Er wurde mit den Messwerten von Verdichtermassenstrom und Turboladerdrehzahl berechnet. Das zeitliche Verhalten des Anstiegs des Druckverhältnisses ist dem gemessenen sehr ähnlich. Dabei wurde nur der statische Zusammenhang berechnet. Der Verdichter selbst reagiert demnach sehr schnell auf Änderungen des Massenstroms. Das zeitliche Verhalten wird maßgeblich von der Dynamik der Klappe und des Drehzahlaufbaus durch die Turbine bestimmt.

Die Unterschiede im eingeschwungenen Zustand zwischen Messung und Modell kommen durch die nicht vollständig exakte Übereinstimmung des Verdichtermodells mit den Messdaten zustande.

6.7.2 Austrittstemperatur

Die Temperatur T_2 nach Verdichter ändert sich deutlich langsamer als der Druck p_2 . In Abbildung 6.47 sind ein gemessener und ein durch das Modell (6.91) berechneter Temperaturverlauf gegenübergestellt. Der gemessene Temperaturverlauf ist in blau eingezeichnet, der modellierte in grün. Die berechnete Temperatur weicht vor allem im zeitlichen Verhalten stark vom Messwert ab. Bei Betrachten der Ergebnisse der Modellierung des Verdichterkennfeldes in den Abbildungen 6.44 und 6.45 ist es einleuchtend, dass es Unterschiede bei den stationären Werten der Temperaturen

geben *muss*. Die modellierten Wirkungsgrade weichen zum Teil recht stark von den aus den Messwerten errechneten Größen ab. In Anbetracht der Einfachheit des Modells sind die Abweichungen jedoch akzeptabel. Viel wichtiger als die exakte Beschreibung der stationären Werte ist, dass das dynamische Verhalten adäquat nachgebildet wird. Das statische Modell nach (6.91) ist jedoch offensichtlich nicht dazu in der Lage.

Bei genauer Betrachtung des gemessenen Temperaturverlaufs in Abbildung 6.47 fällt auf, dass das zeitliche Verhalten der Temperatur dem der Temperatur T_3 am Eintritt in die Turbine ähnelt, vergleiche zum Beispiel Abbildung 4.6. Es ist daher naheliegend, die Dynamik des thermischen Verhaltens des Verdichters durch ein Modell für die thermische *Speicherwirkung* des Verdichters nach Abschnitt 4.1.2 zu beschreiben. Da sich die Temperatur nach Verdichter nicht unabhängig vom Verdichtermassenstrom ändern kann, ist es ausreichend, das ursprüngliche Modell nach [18] mit angepassten Parametern a und c in Kombination mit einem Modell für den Temperatursensor zu verwenden. Das neue \dot{m} -Sprung-Modell kommt nicht zum Einsatz. Nach Abschnitt 5.4 lautet es

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \mathbf{A}x + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T x.\end{aligned}\quad (6.92)$$

Die Modellparameter sind durch

$$\mathbf{A} = \frac{1}{\tau_{Se}} \begin{bmatrix} -a\tau_{Se} & 0 & 0 \\ c & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \frac{1}{\tau_{Se}} \begin{bmatrix} a\tau_{Se} \\ d \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}^T = [0 \quad 0 \quad 1]$$

gegeben. Der Zustandsvektor \mathbf{x} enthält die Temperaturen des Modells der Speicherwirkung des Verdichters ($T_{V,m}$) und des Modells des Temperatursensors:

$$\mathbf{x} = [T_{V,m} \quad T_{Sch} \quad T_2]^T$$

Die stationäre Verdichtertemperatur entspricht der Systemeingangsgröße,

$$u = \bar{T}_2,$$

die Temperatur nach Verdichter der Systemausgangsgröße,

$$y = T_2.$$

Die Parameter a , c , d und τ_{Se} werden über die bekannten Ansätze

$$\begin{aligned}a &= c_a \dot{m}_V^{0.8}, & c &= \frac{c_1}{\dot{m}_V + c_2} + c_3, \\ d &= 1 - c & \text{und} & \quad \tau_{Se} = \frac{\tau_1}{\dot{m}_V + \tau_2} + \tau_3\end{aligned}$$

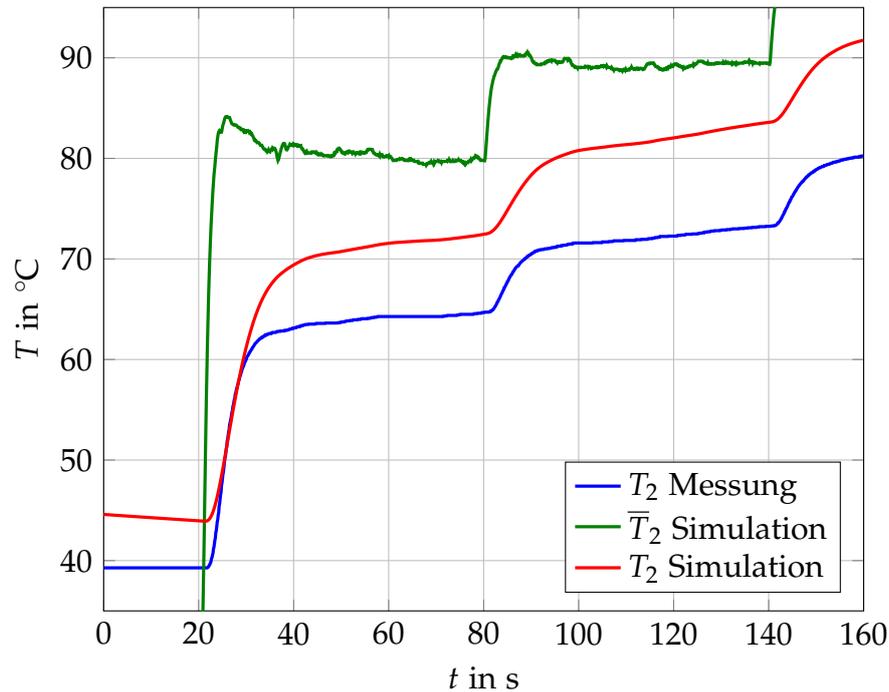


Abbildung 6.48: Dynamisches Verhalten der Temperatur T_2 nach Verdichter bei Arbeitspunktwechsel mit dynamischem Modell

aus dem Verdichtermassenstrom bestimmt.

In Abbildung 6.48 ist das Simulationsergebnis dem gemessenen Temperaturverlauf gegenüber gestellt. Gemessene Temperaturwerte sind in blau aufgetragen, das Ergebnis nach dem statischen Modell (6.90), \bar{T}_2 , in grün. Dieses stellt die Eingangsgröße u für das dynamische Modell (6.92) dar. Dessen Ausgangsgröße T_2 ist in rot eingezeichnet. Wie ersichtlich ist, wird die Übereinstimmung mit den Messdaten durch das dynamische Modell deutlich verbessert.

6.8 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde ausführlich auf das Betriebsverhalten eines Abgasturboladers eingegangen. Es wurden bestehende Modelle zur Beschreibung dieses Verhaltens analysiert mit dem Ziel, sie für regelungstechnische Anwendungen einzusetzen. Es zeigte sich, dass keines der Modelle für den Anwendungszweck geeignet ist. Aus diesem Grund wurden neue Modelle für Turbine und Verdichter abgeleitet, die dazu in der Lage sind, die wesentlichen Effekte des Turboladers zu beschreiben. Die Modelle können einfach auf andere Turbolader unterschiedlicher Größe übertragen werden, wie die Verdichterkennfelder mit Modell in den

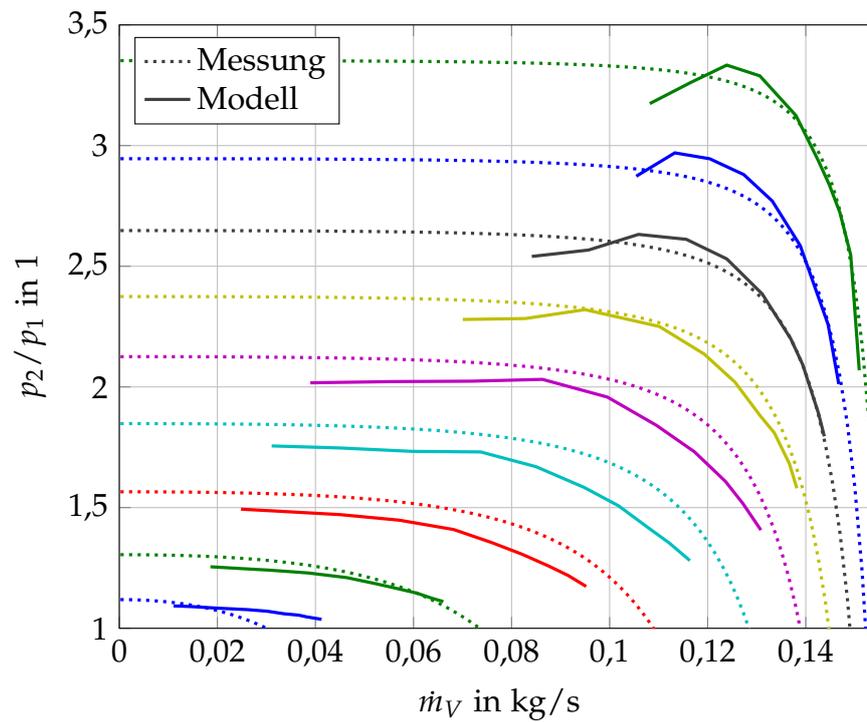


Abbildung 6.49: Kennfeld eines zweiten Verdichters mit Modell

Abbildungen 6.49 und 6.50 zeigen. Die Ergebnisse dieses Kapitels lassen sich in dem in Abbildung 6.51 dargestellten Blockschaltbild des Turboladermodells zusammenfassen.

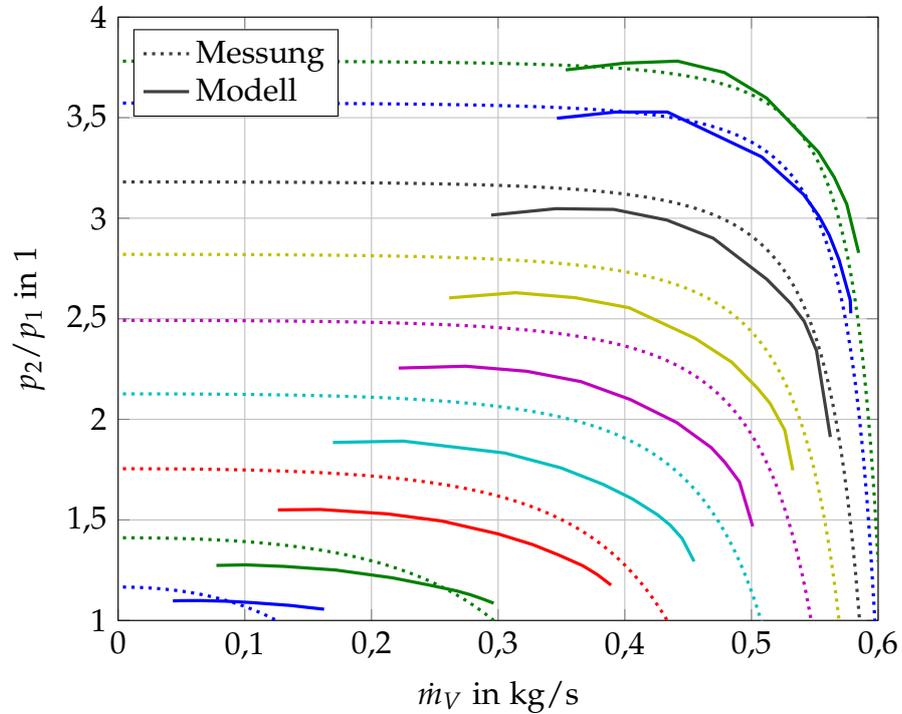


Abbildung 6.50: Kennfeld eines dritten Verdichters mit Modell

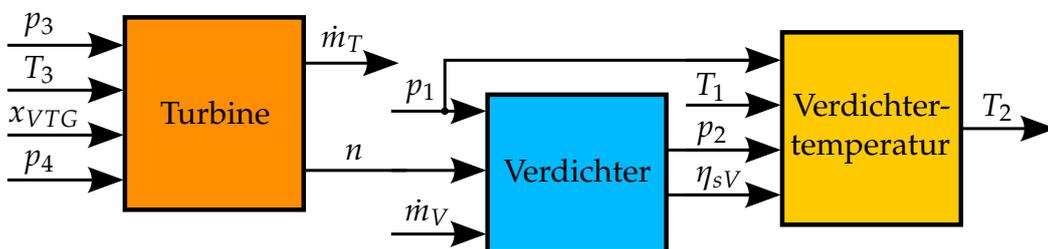


Abbildung 6.51: Teilmodelle des Turboladers

Drehzahlregelung eines Abgasturboladers

Die Ausgangslage beim Entwurf der Drehzahlregelung unterscheidet sich in einem Punkt deutlich vom Entwurf der Temperaturregelung in Kapitel 5: Im Gegensatz zur Regelstrecke für die Temperaturregelung, die nur vom *Prüfstand* (der Brennkammer und dem Verbindungsrohr) abhängt, ist die Regelstrecke für die Drehzahlregelung stark vom *Prüfling* abhängig, wie Zusammenfassung (6.49) in Abschnitt 6.3 zeigt. Der Drehzahlregler muss daher vom Bediener des Prüfstands bei Wechsel des Prüflings angepasst werden. Bediener besitzen üblicherweise zwar ein grundlegendes Wissen über Regelungstechnik, sind aber keine Experten auf diesem Gebiet.

7.1 Anforderungen an die Regelung

Ein Ziel ist daher ein Regler mit möglichst einfacher *Struktur*. In der Prozesstechnik werden vorwiegend PID-Regler eingesetzt. Der zu entwickelnde Regler soll daher eine Struktur besitzen, die einem PID-Regler ähnlich ist, gegebenenfalls aber sinnvolle Erweiterungen enthält. Die grundsätzliche Anforderung ist somit ein *lineares* Regelgesetz.

In der Realität treten immer Abweichungen des realen Prozesses vom modellierten auf. Diese Modellfehler sollen vom Regler korrigiert werden. Diese Anforderung wird durch *integrierendes* Verhalten des Reglers erfüllt.

Zusätzlich gibt es bei realen Anlagen immer Begrenzungen der Stellgröße. Sie führen in Kombination mit einem Regler mit integrierendem Verhalten zum sogenannten (Regler-) *Windup* (siehe Anhang B). Der Regler soll in der Lage sein, diese

Begrenzungen zu berücksichtigen. Das heißt, er soll eine geeignete *Anti-Windup*-Strategie enthalten.

Zusammengefasst lauten die Anforderungen an den Regler: Der Regler soll

1. linear sein,
2. integrierendes Verhalten aufweisen und
3. eine *Anti-Windup*-Maßnahme besitzen.

Die Ergebnisse der Modellbildung des Turboladers, insbesondere die Modellierung der Turboladerdrehzahl in den Abschnitten 6.3.4 und 6.4 bilden den Ausgangspunkt für die Überlegungen zur Drehzahlregelung. Es wird ein nichtlineares Zustandsraummodell zweiter Ordnung aufgestellt, das für den Reglerentwurf um eine Ruhelage linearisiert wird. Zusätzlich wird ein vereinfachtes lineares Zustandsraummodell erster Ordnung angegeben. Für beide linearen Modelle werden Regelungen mit Zustandsrückführung entworfen und miteinander verglichen. Erkenntnisse daraus motivieren zu einer Betrachtung der Reglerstruktur als PI-Regler mit nachgeschaltetem Lead-Glied als Zusatzmaßnahme in Abschnitt 7.3.3.

7.2 Regelstrecke

Nach der Zusammenfassung (6.49) der Ergebnisse der Modellierung von Turbinenmassenstrom und Turboladerdrehzahl in Abschnitt 6.4 wird die Drehzahl durch die Differentialgleichung

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{1}{\tau_T} (n - \bar{n}) \quad (7.1)$$

mit

$$\bar{n} = c_{nT} \sqrt{\frac{R_{HG} T_3}{k_{0,T} p_3}} \dot{m}_T \quad (7.2)$$

beschrieben. Der Massenstrom \dot{m}_T durch die Turbine in Gleichung (7.2) kann vom Prüfstand nicht direkt vorgegeben werden. Über die Stellungen der Ventile für Luft und Gas, SV_L und SV_G , in den Versorgungsleitungen der Brennkammer können nur die in die Brennkammer eintretenden Massenströme \dot{m}_L und \dot{m}_G eingestellt werden, siehe Abbildung 7.1. Deren Summe ist der in die Brennkammer strömende Gesamtmassenstrom

$$\dot{m}_{LG} = \dot{m}_L + \dot{m}_G. \quad (7.3)$$

Der Turbinenmassenstrom \dot{m}_T tritt aus der Brennkammer aus. Unter der Annahme idealer Gase gilt für den Druck in der Brennkammer (dieser entspricht näherungsweise dem Druck p_3 vor Turbine):

$$p_3 = \frac{R_{HG} T_3}{V_{BK}} m_{BK} \quad (7.4)$$

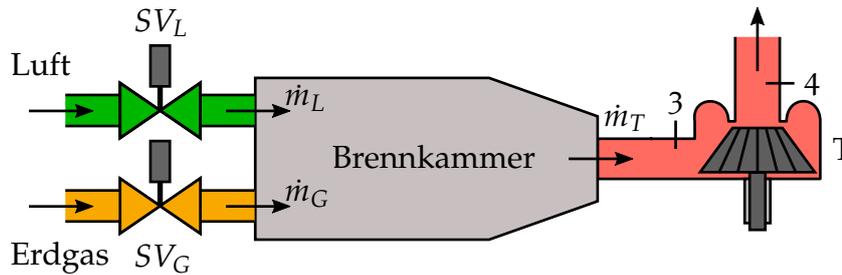


Abbildung 7.1: Massenströme in der Brennkammer

Er hängt von der Masse m_{BK} des Verbrennungsgases in der Brennkammer, der spezifischen Gaskonstante R_{HG} , der Temperatur T_3 und dem Volumen der Brennkammer V_{BK} ab. Für die Gasmasse in der Brennkammer gilt die Differentialgleichung

$$\frac{dm_{BK}}{dt} = \dot{m}_{LG} - \dot{m}_T. \quad (7.5)$$

Der Turbinenmassenstrom hängt nach (6.49),

$$\dot{m}_T = \frac{1}{\frac{1}{\dot{m}_T} + \frac{1}{\dot{m}_{SG,T}}}$$

mit

$$\dot{m}_T = \frac{k_{0,T}}{\sqrt{R_{HG}T_3}} \sqrt{p_3(p_3 - p_4)}$$

und

$$k_{0,T} = k_{VTG} x_{VTG} + d_{VTG},$$

unter anderem von den Drücken in der Brennkammer und am Turbinenausritt, p_3 und p_4 , der Turbinenstopfgrenze $\dot{m}_{SG,T}$ und über $k_{0,T}$ von der Stellung der variablen Turbinengeometrie ab.

Wird die Turbinenstopfgrenze für den Reglerentwurf vernachlässigt ($\dot{m}_{SG,T} \rightarrow \infty$), erhält man für den Turbinenmassenstrom

$$\dot{m}_T = \frac{k_{0,T}}{\sqrt{R_{HG}T_3}} \sqrt{p_3(p_3 - p_4)}. \quad (7.6)$$

Einsetzen des Massenstroms in (7.2) ergibt für die stationäre Drehzahl

$$\bar{n} = c_{nT} \sqrt{k_{0,T}(p_3 - p_4)}. \quad (7.7)$$

Differentiation von (7.4) nach der Zeit führt unter der Annahme konstanter Temperatur T_3 und Gaskonstante R_{HG} mit Gleichung (7.5) zur Differentialgleichung

$$\frac{dp_3}{dt} = \frac{R_{HG}T_3}{V_{BK}} \frac{dm_{BK}}{dt} = \frac{R_{HG}T_3}{V_{BK}} (\dot{m}_{LG} - \dot{m}_T) \quad (7.8)$$

für den Brennkammerdruck. Der Druck p_4 nach Turbine kann durch den Umgebungsdruck p_0 angenähert werden,

$$p_4 \approx p_0.$$

Mit Einführen des Zustandsvektors

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} p_3 \\ n \end{bmatrix}$$

sowie der Abkürzungen

$$\delta_1 = k_{0,T} \frac{\sqrt{R_{HG} T_3}}{V_{BK}}, \quad (7.9)$$

$$\delta_2 = \frac{R_{HG} T_3}{V_{BK}} \quad (7.10)$$

und

$$\delta_3 = \frac{c_{nT}}{\tau_T} \sqrt{k_{0,T}} \quad (7.11)$$

kann das nichtlineare Zustandsraummodell

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -\delta_1 \sqrt{x_1 (x_1 - p_0)} \\ \delta_3 \sqrt{x_1 - p_0} - \frac{1}{\tau_T} x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_2 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (7.12)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} \quad (7.13)$$

angegeben werden. Die Eingangsgröße ist der Summenmassenstrom in die Brennkammer,

$$u = \dot{m}_{LG},$$

die Ausgangsgröße die Turboladerdrehzahl,

$$y = n.$$

Wie oben erwähnt weist es durch die Parameter $k_{0,T}$, $c_{n,T}$ und τ_T eine starke Abhängigkeit vom Turbolader und damit dem Prüfling auf. Um der Forderung nach einem linearen Regelgesetz nachzukommen wird das Zustandsraummodell im nächsten Abschnitt um eine Ruhelage linearisiert.

7.2.1 Linearisierung der Regelstrecke um eine Ruhelage

Ein nichtlineares System der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u) \quad (7.14)$$

$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \quad (7.15)$$

kann in einer Umgebung um eine Ruhelage (x_R, u_R) mit

$$f(\mathbf{x}_R, u_R) = 0$$

durch das linearisierte Zustandsraummodell

$$\frac{d\boldsymbol{\zeta}}{dt} = \mathbf{A}\boldsymbol{\zeta} + \mathbf{b}\zeta \quad (7.16)$$

$$\sigma = \mathbf{c}^T \boldsymbol{\zeta} \quad (7.17)$$

angenähert werden [44]. Für die neuen Systemgrößen gilt mit der zugehörigen stationären Ausgangsgröße $y_R = \mathbf{c}^T \mathbf{x}_R$:

$$\boldsymbol{\zeta} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \zeta = u - u_R \quad \text{und} \quad \sigma = y - y_R$$

Die Systemparameter \mathbf{A} und \mathbf{b} werden durch die Jacobi-Matrizen

$$\mathbf{A} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_R, u_R} \quad (7.18)$$

und

$$\mathbf{b} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial u} \right|_{\mathbf{x}_R, u_R} \quad (7.19)$$

jeweils für die Ruhelage ausgewertet bestimmt.

Das Modell nach (7.12) und (7.13) wird nun für ein mit $\beta > 1$ parametrisiertes Turbinendruckverhältnis linearisiert:

$$x_1 = p_3 = \beta p_0 \quad (7.20)$$

Für die Ruhelage erhält man damit

$$\mathbf{x}_R = \begin{bmatrix} \beta p_0 \\ \delta_3 \tau_T \sqrt{p_0(\beta-1)} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad u_R = \frac{\delta_1}{\delta_2} p_0 \sqrt{\beta(\beta-1)}. \quad (7.21)$$

Die Bestimmung der Parameter des linearisierten *zeitvarianten*⁹ Systems nach (7.18) und (7.19) führt zum Zustandsraummodell

$$\frac{d\boldsymbol{\zeta}}{dt} = \begin{bmatrix} -\delta_1 \frac{2\beta-1}{2\sqrt{\beta(\beta-1)}} & 0 \\ \delta_3 \frac{1}{2\sqrt{p_0(\beta-1)}} & -\frac{1}{\tau_T} \end{bmatrix} \boldsymbol{\zeta} + \begin{bmatrix} \delta_2 \\ 0 \end{bmatrix} \zeta \quad (7.22)$$

$$\sigma = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{\zeta}. \quad (7.23)$$

⁹Temperatur T_3 , Gaskonstante R_{HG} sowie der Parameter $k_{0,T}$ können sich mit der Zeit verändern!

Eine weitere Vereinfachung ist wünschenswert.

Unter der Annahme konstanter Temperatur T_3 , konstanter Gaskonstante R_{HG} sowie konstanter Stellung der variablen Turbinengeometrie ist das System zeitinvariant. Für das Reglerentwurfsverfahren der Abschnitte 7.3.1 und 7.3.2 wird die Übertragungsfunktion $P(s)$ des Systems benötigt. Sie ist definiert als Quotient der Laplace-Transformierten $\Sigma(s)$ der Ausgangsgröße $\sigma(t)$ und der Laplace-Transformierten $Z(s)$ der Eingangsgröße $\zeta(t)$ bei verschwindenden Anfangswerten (AW). Sie kann mithilfe der Zustandsraumdarstellung (7.22) und (7.23) einfach angegeben werden,

$$P(s) = \left. \frac{\Sigma(s)}{Z(s)} \right|_{AW=0} = \mathbf{c}^T (s\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{b} = \frac{\delta_2 \delta_3 \frac{1}{2\sqrt{p_0(\beta-1)}}}{\left(s + \delta_1 \frac{2\beta-1}{2\sqrt{\beta(\beta-1)}}\right) \left(s + \frac{1}{\tau_T}\right)}. \quad (7.24)$$

7.2.2 Vereinfachtes Modell der Regelstrecke

Da ein wichtiges Ziel beim Reglerentwurf ein möglichst einfacher Regler ist, wird in diesem Abschnitt zu Vergleichszwecken eine starke Vereinfachung der Regelstrecke getroffen. Es wird ein Modell unter der Annahme aufgestellt, dass der Turbinenmassenstrom \dot{m}_T direkt vorgebar sei. Gleichungen (7.1) und (7.2) kombiniert führen unter Definition der Zustandsgröße

$$x = n$$

zum linearen Zustandsraummodell

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{\tau_T} x + \frac{\delta_2 \delta_3}{\delta_1} \frac{1}{\sqrt{p_3}} u \quad (7.25)$$

$$y = x. \quad (7.26)$$

Die Eingangsgröße ist in diesem Fall der Turbinenmassenstrom,

$$u = \dot{m}_T,$$

die Ausgangsgröße die Turboladerdrehzahl,

$$y = n.$$

Wie zuvor wird angenommen, dass Temperatur, Gaskonstante und VTG-Stellung konstant sind. Zusammen mit der Festlegung des Drucks p_3 nach (7.20) führt dies zu einem zeitinvarianten System mit der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \left. \frac{Y(s)}{U(s)} \right|_{AW=0} = \frac{\delta_2 \delta_3}{\delta_1} \frac{1}{s + \frac{1}{\tau_T}} \frac{1}{\sqrt{\beta p_0}}. \quad (7.27)$$

Unabhängig davon, ob das Modell zweiter oder erster Ordnung betrachtet wird, die Massenströme \dot{m}_{LG} und \dot{m}_T als jeweilige Stellgrößen sind *beschränkt*! Der maximale Massenstrom wird erreicht, wenn alle Ventile von Luft und Gas vollständig geöffnet sind. Der minimale Massenstrom wird durch die untere Grenze des Brenners festgelegt. Die Flamme in der Brennkammer brennt erst ab einer gewissen Mindestmenge stabil.

7.3 Regelung

Beim Entwurf des Regelalgorithmus sollen die in der Einleitung beschriebenen drei Anforderungen erfüllt werden: Es soll ein lineares Regelgesetz zum Einsatz kommen. Der Regler soll integrierendes Verhalten zur Unterdrückung von Modellsicherheiten aufweisen. Zusätzlich soll zur Berücksichtigung von Stellgrößenbeschränkungen eine Anti-Windup-Maßnahme vorgesehen werden.

Die Forderung nach Linearität wird durch die Wahl eines (linearen) *Zustandsreglers* erfüllt. Beim „klassischen“ Zustandsregler wird eine Linearkombination der Zustände des Systems rückgeführt. Der Zustandsregler ist daher ein Proportional-Regler *ohne* integrierendes Verhalten. Dieses Problem kann durch Verwendung des in Anhang A beschriebenen *integrierenden Zustandsreglers „erster Art“* gelöst werden. Dies führt jedoch direkt zum folgenden Problem: Wegen der vorhandenen Stellgrößenbeschränkung kann der Regler in dieser Form aufgrund seines integrierenden Verhaltens nicht verwendet werden. Er besitzt keine Anti-Windup-Maßnahme!

Hanus stellt in [45] die sogenannte *Konditioniertechnik* (siehe Anhang C) vor, mit der eine Anti-Windup-Maßnahme für einen bereits bestehenden Regler entworfen werden kann. Für die Verwendung der Konditioniertechnik gibt es jedoch einige Voraussetzungen, die von einem integrierenden Zustandsregler erster Art grundsätzlich nicht erfüllt werden. Die Konditioniertechnik kann daher nicht angewendet werden.

Eine andere Möglichkeit ist der *integrierende Zustandsregler „zweiter Art“*, siehe Anhang B. Basierend auf Erläuterungen von Hippe und Wurmthaler in [46] handelt es sich dabei um einen Zustandsregler mit integrierendem Verhalten, bei dem eine Anti-Windup-Maßnahme *direkt beim Entwurf* mitgeliefert wird. Ein derart entworfener Regler erfüllt die in der Einleitung beschriebenen Anforderungen. Der große Nachteil des Verfahrens ist ein recht aufwändiger Entwurfsprozess, der im Anhang ausführlich beschrieben wird. In diesem Kapitel werden nur die Ergebnisse des Verfahrens zur Drehzahlregelung angewendet.

In den nachfolgenden Abschnitten werden zwei solche Regler entworfen und analysiert. Es wird dabei jeweils untersucht, ob sich der resultierende Regler auch in einer Struktur darstellen lässt, die einem PID-Regler ähnelt. Die fehlende Einsicht

für den Bediener in die resultierende Struktur führt dazu, dass die Entwürfe fallen gelassen werden. Basierend auf den Erkenntnissen in Abschnitt 7.3.2 wird stattdessen ein PI-Regler mit Zusatzmaßnahme vorgeschlagen.

7.3.1 Integrierender Zustandsregler zweiter Art für Modell erster Ordnung

In einem ersten Schritt wird vom stark vereinfachten Streckenmodell erster Ordnung der Gleichungen (7.25) und (7.26) aus Abschnitt 7.2.2 ausgegangen. Dafür wird ein integrierender Zustandsregler zweiter Art nach Anhang B entworfen. Dabei handelt es sich um einen Kontrollbeobachter, einer Kombination aus Zustandsregler und Beobachter. Anschließend wird untersucht, unter welchen Voraussetzungen die Reglerstruktur auch als PI-Regler interpretiert werden kann.

Der Ausgangspunkt für den Entwurf des Reglers ist die Übertragungsfunktion der Strecke nach (7.27),

$$P(s) = \frac{\mu(s)}{\nu(s)} = \frac{\mu_0}{s + \nu_0} \quad \text{mit} \quad \mu_0 = \frac{\delta_2 \delta_3}{\delta_1} \frac{1}{\sqrt{\beta p_0}} \quad \text{und} \quad \nu_0 = \frac{1}{\tau_T}. \quad (7.28)$$

Ziel ist die Bestimmung der Übertragungsfunktionen $G_u(s)$, $G_y(s)$ und V nach Anhang B.3,

$$\begin{aligned} G_u(s) &= \frac{\mu_u(s)}{\hat{\Delta}(s)}, \\ G_y(s) &= \frac{\mu_y(s)}{\hat{\Delta}(s)}, \\ V &= \left. \frac{\Delta(s)}{\mu(s)} \right|_{s=0}, \end{aligned}$$

um einen Regler nach Abbildung 7.2 aufzubauen. Dafür werden die Wunschpolynome $\Delta(s)$ und $\hat{\Delta}(s)$ mit

$$\begin{aligned} \Delta(s) &= s + w_0 \quad \text{und} \\ \hat{\Delta}(s) &= s + \hat{w}_0 \end{aligned}$$

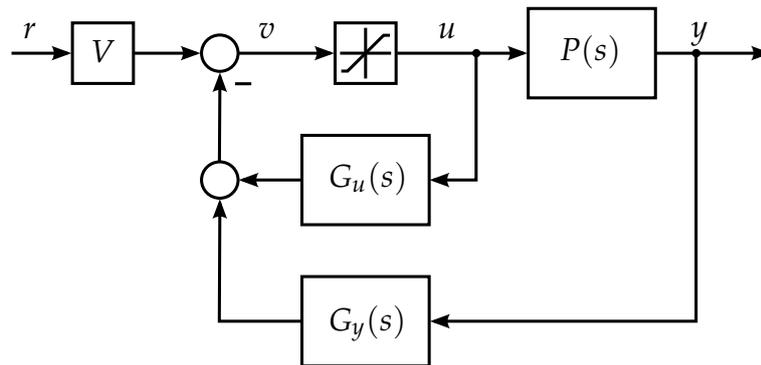


Abbildung 7.2: Struktur des Regelkreises mit integrierendem Zustandsregler zweiter Art (siehe Abbildung B.2)

angesetzt, vergleiche (B.15) und (B.16). Damit ergibt sich nach (B.19) das Gleichungssystem

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \nu_0 & 0 & \mu_0 & 0 \\ 1 & \nu_0 & 0 & \mu_0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}} \underbrace{\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ b_0 \\ b_1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{a}} = \underbrace{\begin{bmatrix} w_0 \hat{w}_0 \\ w_0 + \hat{w}_0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{f}}. \quad (7.29)$$

Die Matrix \mathbf{M} enthält die Koeffizienten der Übertragungsfunktion der Strecke, der Vektor \mathbf{a} die gesuchten Reglerkoeffizienten. Im Vektor \mathbf{f} sind die Koeffizienten der Wunschkoeffizienten enthalten. Der Wunsch nach integrierendem Verhalten erfordert eine Polstelle der Übertragungsfunktion des Reglers bei 0. Daraus ergibt sich die Bedingung

$$a_0 \stackrel{!}{=} 0.$$

Diese Forderung kann durch das Gleichungssystem

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ b_0 \\ b_1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{a}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{M}}} \underbrace{\begin{bmatrix} a_1 \\ b_0 \\ b_1 \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{a}}} \quad (7.30)$$

erfüllt werden, vergleiche (B.20). Für die gesuchten Polynomkoeffizienten im Vektor \mathbf{a} erhält man durch Einsetzen von $\tilde{\mathbf{a}}$ nach (7.30) in (7.29), Auflösen nach $\tilde{\mathbf{a}}$ und

Rückeinsetzen

$$\mathbf{a} = \widetilde{\mathbf{M}} (\mathbf{M}\widetilde{\mathbf{M}})^{-1} \mathbf{f} = \widetilde{\mathbf{M}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{\mu_0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\mu_0} & -\frac{\nu_0}{\mu_0} \end{bmatrix} \mathbf{f} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{w_0 \hat{w}_0}{\mu_0} \\ \frac{w_0 + \hat{w}_0 - \nu_0}{\mu_0} \end{bmatrix}, \quad (7.31)$$

vergleiche (B.23). Für die interessierenden Polynome $\nu_u(s)$, $\mu_y(s)$ und $\mu_u(s)$ ergibt sich damit

$$\begin{aligned} \nu_u(s) &= s, \\ \mu_y(s) &= \frac{w_0 + \hat{w}_0 - \nu_0}{\mu_0} s + \frac{w_0 \hat{w}_0}{\mu_0}, \\ \mu_u(s) &= \nu_u(s) - \hat{\Delta}(s) = -\hat{w}_0. \end{aligned}$$

Für die relevanten Übertragungsfunktionen nach (B.24) bis (B.26) kann demnach

$$\begin{aligned} G_u(s) &= \frac{\mu_u(s)}{\hat{\Delta}(s)} = \frac{-\hat{w}_0}{s + \hat{w}_0}, \\ G_y(s) &= \frac{\mu_y(s)}{\hat{\Delta}(s)} = \frac{\frac{w_0 + \hat{w}_0 - \nu_0}{\mu_0} s + \frac{w_0 \hat{w}_0}{\mu_0}}{s + \hat{w}_0}, \\ V &= \left. \frac{\Delta(s)}{\mu(s)} \right|_{s=0} = \frac{w_0}{\mu_0} \end{aligned}$$

geschrieben werden.

Es ist sinnvoll, den Regler wie in Anhang B.4 gezeigt, als *ein* Zustandsraummodell zu realisieren, um die Reglerordnung nicht künstlich zu erhöhen. Bei Verwendung der Beobachtungsnormalform nach (B.31) und (B.32) wie im Anhang vorgeschlagen kann die Zustandsraumdarstellung

$$\frac{dz}{dt} = -\hat{w}_0 z + \hat{w}_0 u + \frac{\hat{w}_0 (\hat{w}_0 - \nu_0)}{\mu_0} y \quad (7.32)$$

$$v = z + \frac{w_0}{\mu_0} r - \frac{w_0 + \hat{w}_0 - \nu_0}{\mu_0} y \quad (7.33)$$

für den Regler direkt angegeben werden.

Überführung in PI-Regler

Das Ergebnis wird in einen PI-Regler überführt. Unter Einführung der Abkürzungen

$$K_P = \frac{w_0 + \hat{w}_0 - \nu_0}{\mu_0},$$

$$K_I = \frac{w_0 \hat{w}_0}{\mu_0},$$

$$\chi = \frac{w_0}{w_0 + \hat{w}_0 - \nu_0} \quad \text{und}$$

$$\gamma = \hat{w}_0$$

kann für die Zustandsraumdarstellung (7.32) und (7.33)

$$\frac{dz}{dt} = K_I (r - y) - \gamma (v - u) \quad (7.34)$$

$$v = K_P (\chi r - y) + z \quad (7.35)$$

geschrieben werden. Dieses Modell entspricht einem in Abbildung 7.3 dargestellten PI-Regler mit Führungsgrößengewichtung χ und der klassischen Anti-Windup-Maßnahme der Rückführung der Differenz $v - u$. Wird die Beobachterdynamik der

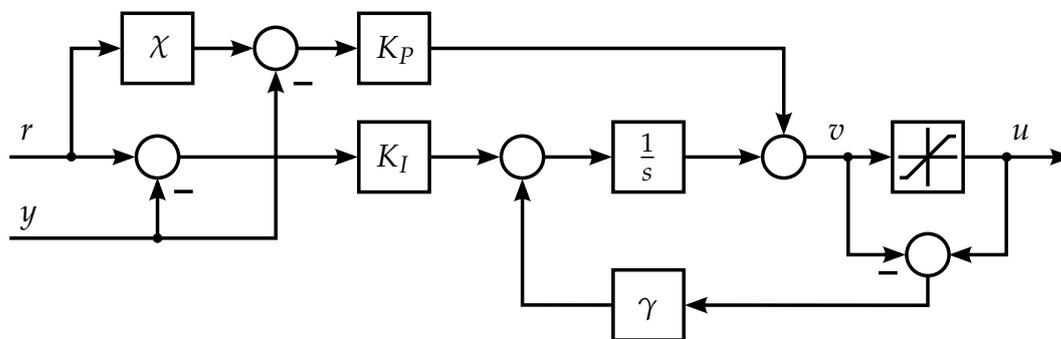


Abbildung 7.3: Regler für das vereinfachte Modell 1. Ordnung

Streckendynamik angepasst,

$$\hat{w}_0 = \nu_0$$

und damit der Parameter χ auf 1 gesetzt, ergibt sich der klassische PI-Regler mit den Parametern

$$K_P = \frac{w_0}{\mu_0}, \quad K_I = \nu_0 K_P \quad \text{und} \quad \gamma = \frac{K_I}{K_P}.$$

Das Ergebnis ist zwar wie gewünscht ein PI-Regler, besondere Einsicht bietet er aber nicht. Im nächsten Abschnitt wird daher vom linearisierten Modell zweiter Ordnung ausgegangen.

7.3.2 Integrierender Zustandsregler zweiter Art für Modell zweiter Ordnung

Es wird nun für das linearisierte Modell der Regelstrecke zweiter Ordnung nach Gleichung (7.24) ebenfalls ein integrierender Zustandsregler zweiter Art entworfen. Die Vorgehensweise entspricht der aus dem vorhergehenden Abschnitt.

Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet unter Verwendung der Abkürzungen δ_1 , δ_2 und δ_3 nach (7.9) bis (7.11)

$$P(s) = \frac{\mu_0}{s^2 + \nu_1 s + \nu_0} \quad \text{mit} \quad (7.36)$$

$$\mu_0 = \delta_2 \delta_3 \frac{1}{2\sqrt{p_0(\beta-1)}}, \quad (7.37)$$

$$\nu_0 = \frac{\delta_1}{\tau_T} \frac{2\beta-1}{2\sqrt{\beta(\beta-1)}} \quad \text{und} \quad (7.38)$$

$$\nu_1 = \delta_1 \frac{2\beta-1}{2\sqrt{\beta(\beta-1)}} + \frac{1}{\tau_T}. \quad (7.39)$$

Der Einfachheit halber wird die Beobachterdynamik bereits beim Reglerentwurf der Streckendynamik angepasst. Die Polynome des Reglers lauten daher

$$\Delta(s) = s^2 + w_1 s + w_0 \quad \text{und}$$

$$\hat{\Delta}(s) = s^2 + \nu_1 s + \nu_0,$$

woraus das Gleichungssystem

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \nu_0 & 0 & 0 & \mu_0 & 0 & 0 \\ \nu_1 & \nu_0 & 0 & 0 & \mu_0 & 0 \\ 1 & \nu_1 & \nu_0 & 0 & 0 & \mu_0 \\ 0 & 1 & \nu_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}} \underbrace{\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{a}} = \underbrace{\begin{bmatrix} w_0 \nu_0 \\ w_1 \nu_0 + w_0 \nu_1 \\ w_0 + w_1 \nu_1 + \nu_0 \\ w_1 + \nu_1 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{f}} \quad (7.40)$$

folgt. Die Forderung nach integrierendem Verhalten wird durch Erfüllen der Bedingung $a_0 \stackrel{!}{=} 0$ sichergestellt, was zum Gleichungssystem

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{a}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\widetilde{\mathbf{M}}} \underbrace{\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{a}} \quad (7.41)$$

führt. Die Polynomkoeffizienten im Vektor \mathbf{a} werden wieder durch Einsetzen von (7.41) in (7.40), Umformen und Rückeinsetzen in (7.41) bestimmt. Als Ergebnis erhält man

$$\mathbf{a} = \widetilde{\mathbf{M}} \left(\widetilde{\mathbf{M}} \widetilde{\mathbf{M}} \right)^{-1} \mathbf{f} = \left[0 \quad w_1 \quad 1 \quad \frac{w_0 v_0}{\mu_0} \quad \frac{w_0 v_1}{\mu_0} \quad \frac{w_0}{\mu_0} \right]^T. \quad (7.42)$$

Dies führt zu den Polynomen

$$\begin{aligned} v_u(s) &= s^2 + w_1 s, \\ \mu_y(s) &= \frac{w_0}{\mu_0} s^2 + \frac{w_0}{\mu_0} v_1 s + \frac{w_0}{\mu_0} v_0 = \frac{w_0}{\mu_0} \hat{\Delta}(s), \\ \mu_u(s) &= v_u(s) - \hat{\Delta}(s) = (w_1 - v_1) s - v_0, \end{aligned}$$

beziehungsweise den Übertragungsfunktionen

$$\begin{aligned} G_u(s) &= \frac{\mu_u(s)}{\hat{\Delta}(s)} = \frac{(w_1 - v_1) s - v_0}{s^2 + v_1 s + v_0}, \\ G_y(s) &= \frac{\mu_y(s)}{\hat{\Delta}(s)} = \frac{w_0}{\mu_0}, \quad \text{und} \\ V &= \left. \frac{\Delta(s)}{\mu(s)} \right|_{s=0} = \frac{w_0}{\mu_0}. \end{aligned}$$

Wieder kann ein Zustandsraummodell des Reglers nach Anhang B.4 sofort aufgestellt werden:

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & -v_0 \\ 1 & -v_1 \end{bmatrix} \mathbf{z} + \begin{bmatrix} v_0 \\ v_1 - w_1 \end{bmatrix} u \quad (7.43)$$

$$v = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{z} + \frac{w_0}{\mu_0} r - \frac{w_0}{\mu_0} y \quad (7.44)$$

Aufgrund der gezielten Wahl der Beobachterdynamik besitzt das Zustandsraummodell direkt diese einfache Form.

Überführung in PI-Regler

Wie im vorherigen Abschnitt wird versucht, den Regler in eine PI-ähnliche Struktur zu bringen. Nach einigen Umformungsschritten erhält man unter Einführung des Regelfehlers

$$e = r - y \quad (7.45)$$

das Differentialgleichungssystem

$$\frac{dz_1}{dt} = \nu_0 \frac{w_0}{\mu_0} e - \nu_0 (v - u) \quad (7.46)$$

$$\frac{dz_2}{dt} = z_1 - w_1 z_2 + (\nu_1 - w_1) \frac{w_0}{\mu_0} e - (\nu_1 - w_1) (v - u) \quad (7.47)$$

$$v = z_2 + \frac{w_0}{\mu_0} e. \quad (7.48)$$

Die Abkürzungen

$$\begin{aligned} K_P &= \frac{w_0}{\mu_0}, & K_{I,1} &= \nu_0 K_P, & \gamma_1 &= \frac{K_{I,1}}{K_P}, \\ K_{I,2} &= (\nu_1 - w_1) K_P & \text{und} & & \gamma_2 &= \frac{K_{I,2}}{K_P} \end{aligned} \quad (7.49)$$

führen zur Form

$$\frac{dz_1}{dt} = K_{I,1} e - \gamma_1 (v - u) \quad (7.50)$$

$$\frac{dz_2}{dt} = z_1 - w_1 z_2 + K_{I,2} e - \gamma_2 (v - u) \quad (7.51)$$

$$v = z_2 + K_P e \quad (7.52)$$

mit dem in Abbildung 7.4 dargestellten Blockschaltbild. Die Struktur ist zwar recht einfach, bietet jedoch keine Einsicht in das Verhalten des Reglers. Aus diesem Grund werden in den folgenden Abschnitten Vereinfachungen getroffen.

Der unbeschränkte Fall

Ist die Stellgrößenbeschränkung nicht aktiv,

$$u = v,$$

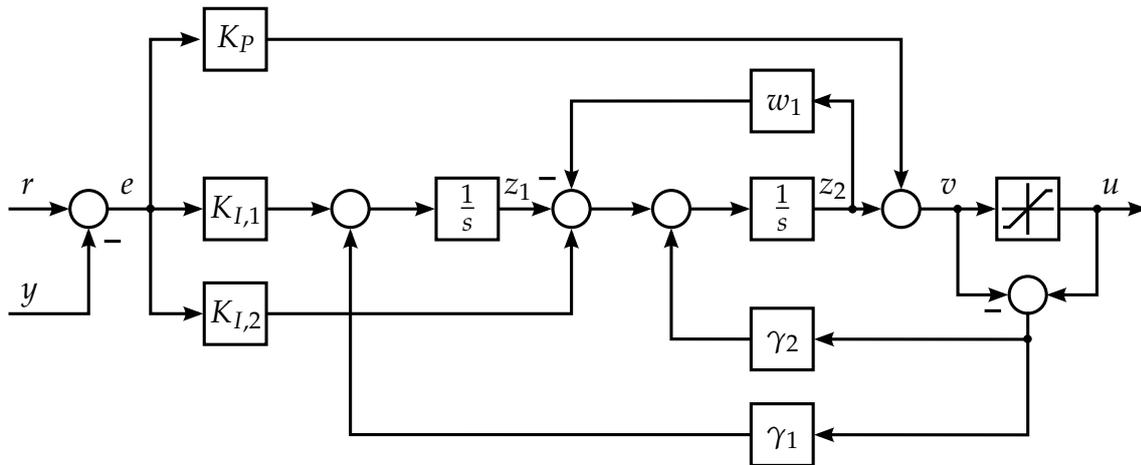


Abbildung 7.4: Integrierender Zustandsregler für das Modell 2. Ordnung

entfallen die Rückkopplungswege über γ_1 und γ_2 und für das Differentialgleichungssystem (7.46), (7.47) und (7.48) ergibt sich

$$\frac{dz_1}{dt} = v_0 \frac{w_0}{\mu_0} e \quad (7.53)$$

$$\frac{dz_2}{dt} = z_1 - w_1 z_2 + (v_1 - w_1) \frac{w_0}{\mu_0} e \quad (7.54)$$

$$v = z_2 + \frac{w_0}{\mu_0} e, \quad (7.55)$$

beziehungsweise

$$\frac{dz}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -w_1 \end{bmatrix} \mathbf{z} + \begin{bmatrix} v_0 \frac{w_0}{\mu_0} \\ (v_1 - w_1) \frac{w_0}{\mu_0} \end{bmatrix} e \quad (7.56)$$

$$v = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{z} + \frac{w_0}{\mu_0} e. \quad (7.57)$$

Die Übertragungsfunktion $R(s)$ des Reglers lautet somit im unbeschränkten Fall

$$R(s) = \frac{w_0 s^2 + v_1 s + v_0}{\mu_0 (s^2 + w_1 s)}, \quad (7.58)$$

die Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{R(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{w_0}{s^2 + w_1 s + w_0} \quad (7.59)$$

mit der Streckenübertragungsfunktion $P(s)$ nach (7.36),

$$P(s) = \frac{\mu_0}{s^2 + v_1 s + v_0}.$$

Die Struktur der Übertragungsfunktion $R(s)$ ist die Motivation für die alternative Vorgehensweise in Abschnitt 7.3.3.

Vereinfachungen

Die einschränkende Wahl

$$w_1 = v_1 \quad (7.60)$$

führt ausgehend vom beschränkten Fall der Gleichungen (7.46) bis (7.48) zum vereinfachten Differentialgleichungssystem

$$\frac{dz_1}{dt} = v_0 \frac{w_0}{\mu_0} e - v_0 (v - u) \quad (7.61)$$

$$\frac{dz_2}{dt} = z_1 - v_1 z_2 \quad (7.62)$$

$$v = z_2 + \frac{w_0}{\mu_0} e, \quad (7.63)$$

beziehungsweise unter Verwendung der Abkürzungen (7.49) zu:

$$\frac{dz_1}{dt} = K_{I,1} e - \gamma_1 (v - u)$$

$$\frac{dz_2}{dt} = z_1 - v_1 z_2$$

$$v = z_2 + K_P e$$

Das Ergebnis ist der in Abbildung 7.5 dargestellte PI-Regler. Zusätzlich gibt es ein mit $\frac{1}{v_1}$ gewichtetes Tiefpassfilter nach dem Integrator.

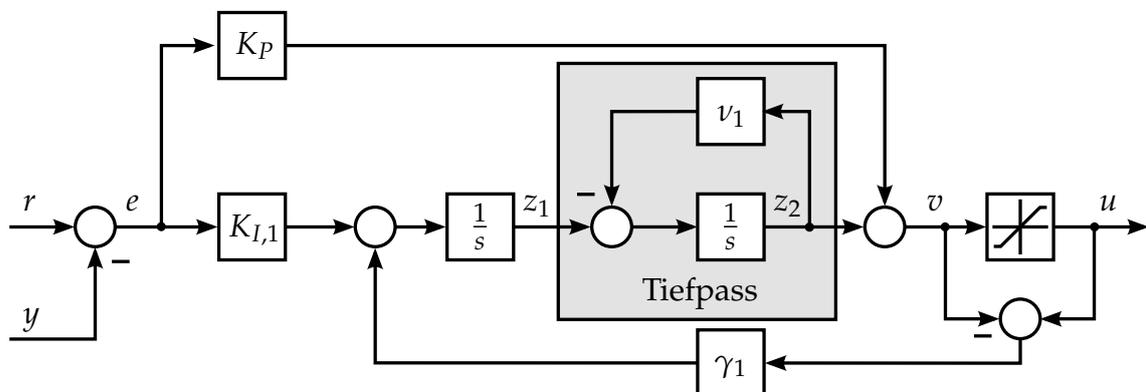


Abbildung 7.5: Vereinfachter integrierender Zustandsregler für das Modell 2. Ordnung

Alternativ kann für eine Vereinfachung des Reglers direkt von der Übertragungsfunktion $R(s)$ des Reglers (7.59) für den unbeschränkten Fall ausgegangen werden,

$$R(s) = \frac{w_0 s^2 + v_1 s + v_0}{\mu_0 s^2 + w_1 s}.$$

Können die Parameter w_0 und w_1 so gewählt werden, dass die Übertragungsfunktion die Gestalt

$$R(s) = \frac{\hat{K}_P s + \hat{K}_I}{s}$$

annimmt, ergibt dies den klassischen PI-Regler.

Wie die Wahl von w_1 nach (7.60) stellt dies jedoch eine starke Einschränkung der Vorgabe der Reglerparameter dar. Die Einsicht in die Reglerstruktur in Abbildung 7.4 kann trotz der Vereinfachungen und Einschränkungen nicht verbessert werden. Das Konzept des integrierenden Zustandsreglers zweiter Art wird daher an dieser Stelle nicht weiter verfolgt. Stattdessen wird im nächsten Abschnitt eine andere Reglerstruktur betrachtet, die die gleiche Übertragungsfunktion (7.58) besitzt, aber ein deutlich besseres Verständnis des Verhaltens bietet.

7.3.3 PI-Regler mit Lead-Glied

Die Übertragungsfunktion $R(s)$ für den unbeschränkten Fall nach (7.58) motiviert die Interpretation des Reglers als PI-Regler mit nachgeschaltetem Lead-Glied. Dabei handelt es sich um ein System erster Ordnung mit der Übertragungsfunktion

$$\frac{\tau_Z s + 1}{\tau_N s + 1}. \quad (7.64)$$

Mit τ_Z wird die Zählerzeitkonstante, mit τ_N die Nennerzeitkonstante bezeichnet. Abbildung 7.6 zeigt die Struktur des Reglers. Der Regler besitzt keine Anti-Windup-

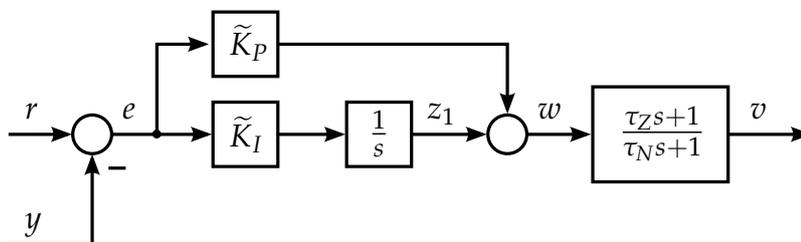


Abbildung 7.6: PI-Regler mit nachgeschaltetem Lead-Glied

Maßnahme. Die Übertragungsfunktion dieser Struktur besitzt die gleiche Gestalt

wie die Regler-Übertragungsfunktion (7.58):

$$R(s) = \frac{\tilde{K}_P s + \tilde{K}_I}{s} \frac{\tau_Z s + 1}{\tau_N s + 1} = \frac{\tau_Z}{\tau_N} \frac{\tilde{K}_P s^2 + \left(\tilde{K}_I + \frac{\tilde{K}_P}{\tau_Z}\right) s + \frac{\tilde{K}_I}{\tau_Z}}{s \left(s + \frac{1}{\tau_N}\right)} \quad (7.65)$$

Die Koeffizienten können unter Zuhilfenahme von (7.38), (7.39), (7.49) und der Abkürzung δ_1 nach (7.9) in einander umgerechnet werden:

$$\tau_Z = \frac{1}{\delta_1} \frac{2\sqrt{\beta(\beta-1)}}{2\beta-1} \quad (7.66)$$

$$\tau_N = \frac{1}{w_1} \quad (7.67)$$

$$\tilde{K}_P = \frac{\tau_N w_0}{\tau_Z \mu_0} = \frac{\tau_N}{\tau_Z} K_P \quad (7.68)$$

$$\tilde{K}_I = \tau_N K_P = \tau_N K_{I,1} \quad (7.69)$$

Die Reglerstruktur erfüllt damit die Anforderung nach einer guten Einsicht in das Verhalten des Reglers! Die Zusatzmaßnahme des Lead-Glieds kann wie später gezeigt wird, sehr gut interpretiert werden. Auch die Forderung nach integrierendem Verhalten wird erfüllt. In der derzeitigen Form besitzt der Regler jedoch keine Anti-Windup-Maßnahme. Diese wird im Folgenden nach den Überlegungen von Hanus in [45] (siehe Anhang C) entworfen.

Differentialgleichungssystem

Die Konditioniertechnik nach Hanus geht von einer Zustandsraumdarstellung des Reglers aus. Bevor sie verwendet werden kann, muss für die Übertragungsfunktion (7.65) des Reglers eine Realisierung gefunden werden. Der PI-Regler im ersten Teil von Abbildung 7.6 lässt sich einfach durch eine Differentialgleichung darstellen. Das Lead-Glied wird in zwei Übertragungsfunktionen für Zähler und Nenner aufgespalten, siehe Abbildung 7.7. Die erste Übertragungsfunktion entspricht einem

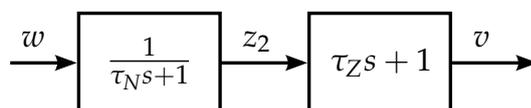


Abbildung 7.7: Lead-Glied aufgeteilt auf zwei Übertragungsfunktionen

Tiefpassfilter, vergleiche Abbildung 7.5. Eine mögliche Realisierung des Lead-Glieds verwendet demnach die Struktur eines Tiefpassfilters mit Zusatzterm, wie in Abbildung 7.8 dargestellt. Die Differentialgleichungen für die abgebildete Struktur

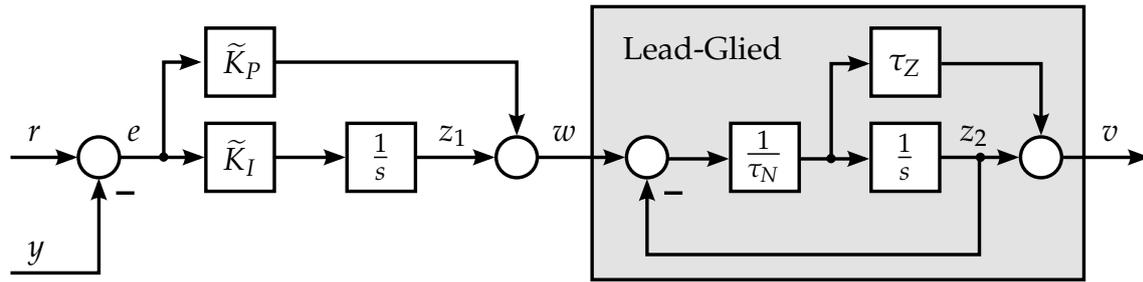


Abbildung 7.8: Realisierung des PI-Reglers mit Lead-Glied

lauten

$$\frac{dz_1}{dt} = \tilde{K}_I e \quad (7.70)$$

$$\frac{dz_2}{dt} = \frac{1}{\tau_N} (\tilde{K}_P e + z_1 - z_2) \quad (7.71)$$

$$v = \frac{\tau_Z}{\tau_N} (\tilde{K}_P e + z_1 - z_2) + z_2, \quad (7.72)$$

beziehungsweise als Zustandsraummodell

$$\frac{dz}{dt} = \mathbf{A}z + \mathbf{b}_1 r + \mathbf{b}_2 y \quad (7.73)$$

$$v = \mathbf{c}^T z + d_1 r + d_2 y \quad (7.74)$$

mit

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{\tau_N} & -\frac{1}{\tau_N} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} \tilde{K}_I \\ \frac{1}{\tau_N} \tilde{K}_P \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_2 = -\mathbf{b}_1$$

$$\mathbf{c}^T = \begin{bmatrix} \frac{\tau_Z}{\tau_N} & \frac{\tau_N - \tau_Z}{\tau_N} \end{bmatrix}, \quad d_1 = \frac{\tau_Z}{\tau_N} \tilde{K}_P, \quad d_2 = -d_1.$$

Konditionierter Regler nach Hanus

Für den konditionierten Regler nach Hanus folgt aus der Zustandsraumdarstellung (7.73) und (7.74), siehe Gleichungen (C.10) und (C.11) in Anhang C:

$$\frac{d\tilde{\mathbf{z}}}{dt} = \left(\mathbf{A} - \frac{1}{d_1} \mathbf{b}_1 \mathbf{c}^T \right) \tilde{\mathbf{z}} + \frac{1}{d_1} \mathbf{b}_1 u + \left(\mathbf{b}_2 - \frac{d_2}{d_1} \mathbf{b}_1 \right) y \quad (7.75)$$

$$v = \mathbf{c}^T \tilde{\mathbf{z}} + d_1 r + d_2 y. \quad (7.76)$$

Die in Abschnitt C.1 beschriebenen Voraussetzungen werden von vorliegendem Regler erfüllt. Die Konditioniertechnik kann daher zur Konstruktion einer Anti-Windup-Maßnahme angewendet werden.

Für den vorliegenden Regler erhält man nach (7.75) und (7.76)

$$\frac{d\tilde{\mathbf{z}}}{dt} = \begin{bmatrix} -\frac{\tilde{K}_I}{\tilde{K}_P} & \frac{\tau_Z - \tau_N}{\tau_Z} \frac{\tilde{K}_I}{\tilde{K}_P} \\ 0 & -\frac{1}{\tau_Z} \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{z}} + \begin{bmatrix} \frac{\tau_N}{\tau_Z} \frac{\tilde{K}_I}{\tilde{K}_P} \\ \frac{1}{\tau_Z} \end{bmatrix} u \quad (7.77)$$

$$v = \begin{bmatrix} \frac{\tau_Z}{\tau_N} & \frac{\tau_N - \tau_Z}{\tau_N} \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{z}} + \frac{\tau_Z}{\tau_N} \tilde{K}_P r - \frac{\tau_Z}{\tau_N} \tilde{K}_P y. \quad (7.78)$$

Das Ergebnis wird in das Differentialgleichungssystem

$$\frac{d\tilde{z}_1}{dt} = \tilde{K}_I e - \frac{\tau_N}{\tau_Z} \frac{\tilde{K}_I}{\tilde{K}_P} (v - u) \quad (7.79)$$

$$\frac{d\tilde{z}_2}{dt} = \frac{1}{\tau_N} (\tilde{K}_P e + \tilde{z}_1 - \tilde{z}_2) - \frac{1}{\tau_Z} (v - u) \quad (7.80)$$

$$v = \frac{\tau_Z}{\tau_N} (\tilde{K}_P e + \tilde{z}_1 - \tilde{z}_2) + \tilde{z}_2 \quad (7.81)$$

umgeformt, Abbildung 7.9 zeigt das zugehörige Blockschaltbild.

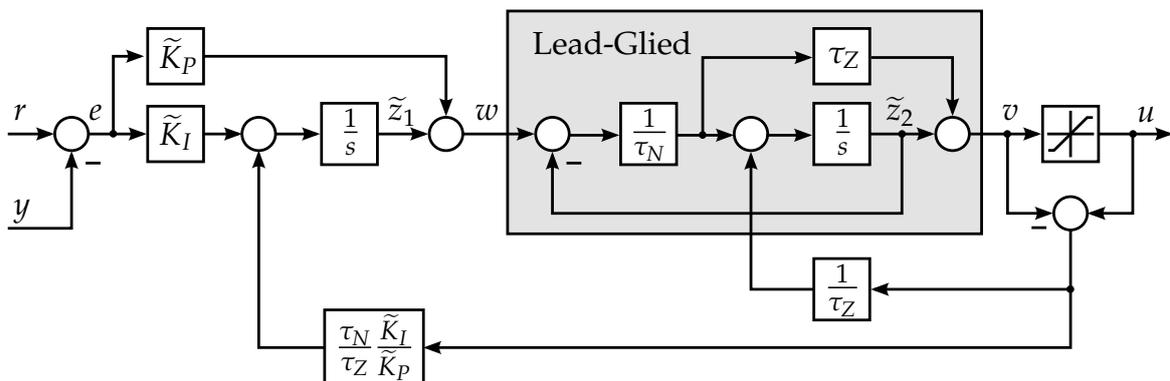


Abbildung 7.9: PI-Regler mit Lead-Glied und Anti-Windup nach [45]

Vereinfachte Anti-Windup-Maßnahme

Da es beim Lead-Glied kein Windup im herkömmlichen Sinn gibt, kann auf die Anti-Windup-Maßnahme verzichtet werden. Damit vereinfacht sich die in Abbildung 7.9 gezeigte Struktur auf die in Abbildung 7.10 dargestellte. Es gibt nur mehr für den PI-Regler eine Anti-Windup-Maßnahme.

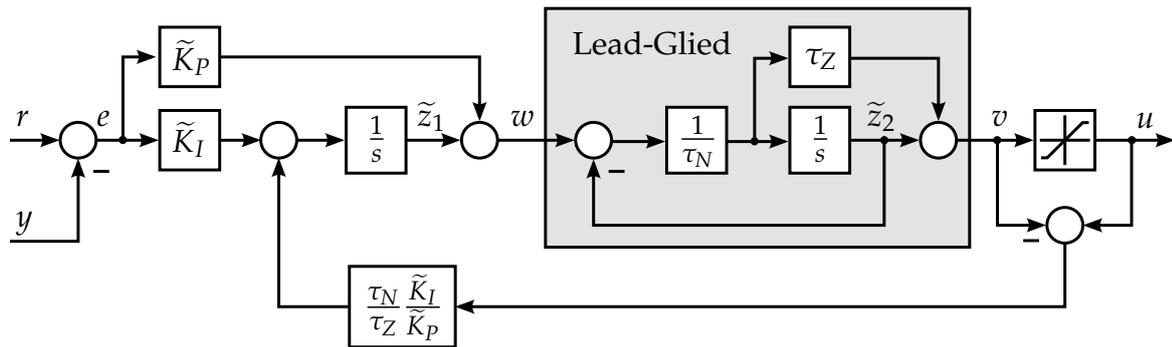


Abbildung 7.10: PI-Regler, Lead-Glied und vereinfachte Anti-Windup-Maßnahme

Interpretation des Ergebnisses

Für die Interpretation der Ergebnisse wird nicht der Zusammenhang zwischen dem vorgebbaren Massenstrom \dot{m}_{LG} und der Drehzahl n , sondern der Zusammenhang zwischen dem Summenmassenstrom \dot{m}_{LG} und dem Massenstrom \dot{m}_T durch die Turbine betrachtet. Dadurch erhält man mit Gleichungen (7.6) und (7.8) mit der Zustandsgröße $x = p_3$, der Näherung $p_4 \approx p_0$ und den Abkürzungen (7.9) bis (7.11) das Zustandsraummodell

$$\frac{dx}{dt} = -\delta_1 \sqrt{x(x-p_0)} + \delta_2 u \quad (7.82)$$

$$y = \frac{\delta_1}{\delta_2} \sqrt{x(x-p_0)} \quad (7.83)$$

mit

$$u = \dot{m}_{LG} \quad \text{und} \quad y = \dot{m}_T.$$

Linearisierung des Modells um die mit (7.20) definierte Ruhelage führt mit den Systemgrößen

$$\tilde{\xi} = x - x_R, \quad \tilde{\zeta} = u - u_R \quad \text{und} \quad \sigma = y - y_R$$

zu

$$\frac{d\tilde{\xi}}{dt} = -\delta_1 \frac{2\beta - 1}{2\sqrt{\beta(\beta - 1)}} \tilde{\xi} + \delta_2 \tilde{\zeta}$$

$$\sigma = \frac{\delta_1}{\delta_2} \frac{2\beta - 1}{2\sqrt{\beta(\beta - 1)}} \tilde{\xi}.$$

Das linearisierte System besitzt die Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{1}{\tau_{BKs} + 1} \quad \text{mit} \quad \tau_{BK} = \frac{1}{\delta_1} \frac{2\sqrt{\beta(\beta - 1)}}{2\beta - 1}. \quad (7.84)$$

Dessen Zeitkonstante ist mit der Zählerzeitkonstante des Lead-Glieds des Reglers nach (7.66) identisch! Das Lead-Glied kann daher sehr gut als Kompensation des dynamischen Verhaltens der Brennkammer interpretiert werden, siehe Abbildung 7.11. Aufgrund des Brennkammervolumens V_{BK} kommt es zu einer deutlichen Verzöge-

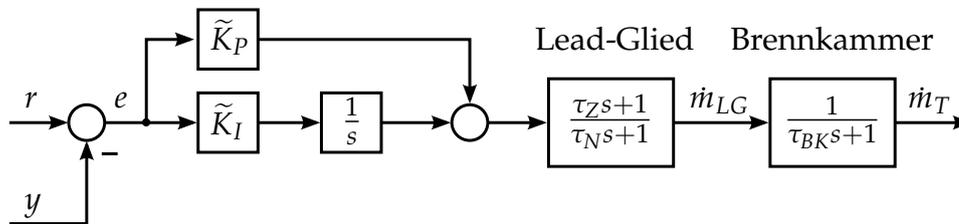


Abbildung 7.11: PI-Regler, Lead-Glied und Brennkammer

rung zwischen dem einströmenden Massenstrom \dot{m}_{LG} und dem ausströmenden \dot{m}_T .

7.3.4 Messergebnisse

Die Messergebnisse bescheinigen dem PI-Regler mit Lead-Glied gutes Verhalten. In Abbildung 7.12 ist die Antwort des geregelten Systems auf einen Sprung des Drehzahlswertes dargestellt. Der Sollwert wird schnell erreicht, das Überschwingen ist klein. Abbildung 7.13 zeigt die Auswirkung einer Änderung des Verdichtermassenstroms \dot{m}_V auf die Drehzahl n . Die deutliche Reduktion des Massenstroms kann vom Regler sehr gut ausgeglichen werden. Dies ist zu erwarten, da der Einfluss des Verdichters wie in Abschnitt 6.3.3 erklärt gegenüber der Turbine vergleichsweise klein ist.

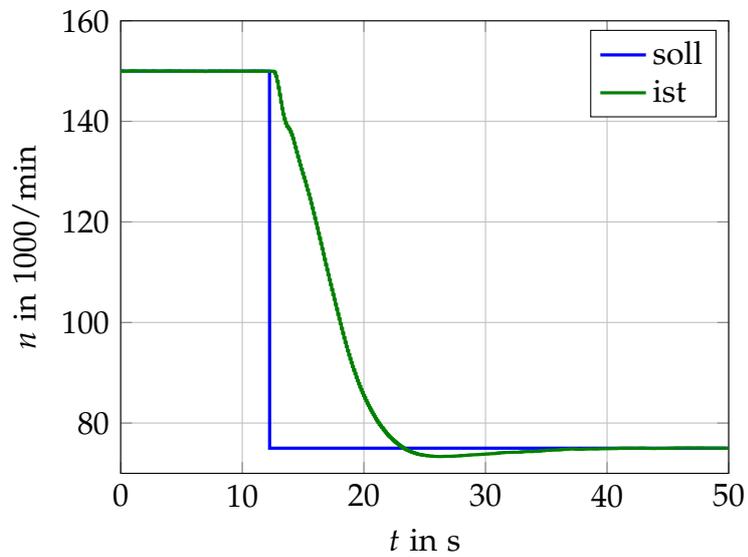


Abbildung 7.12: Sprungantwort des geregelten Systems

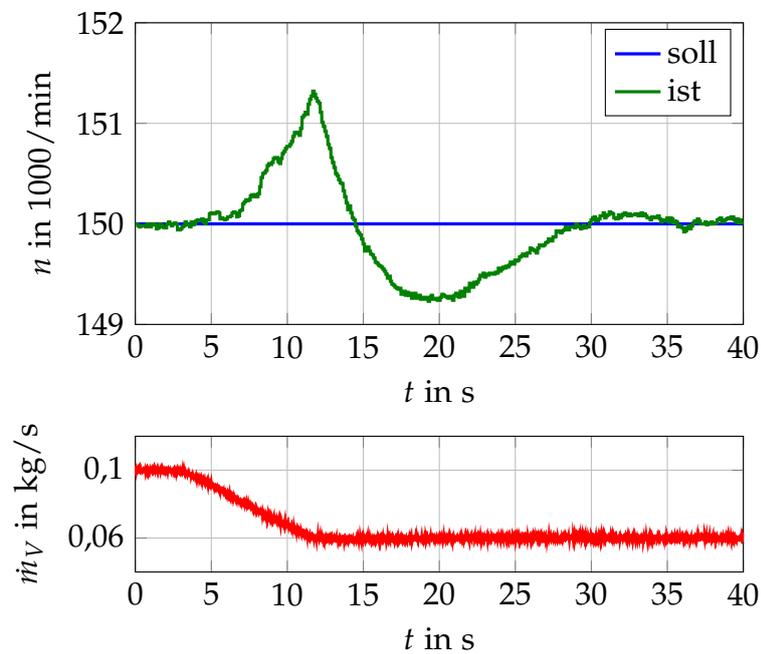


Abbildung 7.13: Drehzahlabweichung bei Veränderung des Verdichtermassenstroms

Zusammenfassung

Das Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung von Regelungen für Heißgasprüfstände. Im Speziellen werden die Temperaturregelung des durch die Turbine strömenden Heißgases sowie die Regelung der Turboladerdrehzahl betrachtet. Es ist aus mehreren Gründen nicht möglich, die Regler direkt durch Versuche am Prüfstand zu entwickeln. Für deren Entwurf sind mathematische Modelle des zugrundeliegenden physikalischen Verhaltens unabdingbar. Ein wichtiger Beitrag dieser Arbeit besteht daher in der Erstellung einfacher Modelle, mit deren Hilfe Regelungsverfahren unter Verwendung numerischer Simulationswerkzeuge untersucht werden können.

Es ist eine bemerkenswerte Erkenntnis, dass das interessierende Verhalten des komplexen Strömungsvorgangs des Heißgases durch Brennkammer und Rohr zur Turbine des Turboladers durch ein einfaches Modell einer einzigen gewöhnlichen Differentialgleichung abgebildet werden kann. Ohne die Erweiterungen um den Mechanismus zur Berücksichtigung von Massenstromänderungen und die Berücksichtigung der Dynamik der Temperatursensoren kann es jedoch nicht eingesetzt werden. Die Notwendigkeit des m -Sprung-Modells wird durch den Aufbau der Brennkammer als zweistufiger Brenner erklärt. Messungen an verschiedenen Heißgasprüfständen zeigen, dass das Modell leicht durch Einstellungen der Parameter an veränderte Bedingungen angepasst werden kann. Dass die Berechnung der adiabaten Verbrennungstemperatur wegen mehrerer Einflüsse nicht vollkommen genau ist, hat keine negativen Auswirkungen auf die Qualität des Modells.

Die Betrachtung des dynamischen Verhaltens der Temperatur der Luft nach dem Verdichter motiviert einen weiteren Einsatz des Temperaturmodells. Es zeigt sich damit, dass es das grundsätzliche dynamische Verhalten eines Wärmetransports in einer Strömung sehr gut wiedergeben kann. Die wichtigen Anforderungen der universellen Einsetzbarkeit und der Wiederverwendbarkeit sind damit klar erfüllt.

Dies gilt auch für die im Rahmen der Arbeit entwickelten Modelle von Turbine und Verdichter eines Abgasturboladers. Im Vergleich zu Ansätzen aus der Fachliteratur bilden die neuen Modelle die physikalischen Vorgänge nicht nur besser nach, sondern weisen dabei auch noch eine einfachere Struktur auf und kommen mit weniger Parametern aus. Die Anpassung der Modelle an neue Turbolader ist aufgrund der physikalisch gut interpretierbaren Parameter leicht möglich, auch wenn keine Kennfelder vorliegen. Der Verzicht auf die Berücksichtigung reduzierter Größen führt zu einer zusätzlichen Vereinfachung, die für den betrachteten Anwendungsbereich des Reglerentwurfs keinen spürbaren Verlust von Genauigkeit zur Folge hat. Gegenüber der Beschreibung mit Kennfeldern bieten die Modelle den Vorteil, dass damit auch Bereiche abgedeckt werden, bei denen es keine Daten gibt. Oftmals werden beispielsweise sehr kleine Drehzahlen bei der Kennfeldvermessung ignoriert.

Bei der Modellbildung hat es sich grundsätzlich als sehr sinnvoll erwiesen, übliche Herangehensweisen zu hinterfragen. So ist beispielsweise die Modellierung der Turboladerdrehzahl mittels Drallsatz und Momentenbilanz, wie sie oft in der Literatur vorgeschlagen wird, nicht immer zielführend. Ein anderes Beispiel ist die Vernachlässigung reduzierter Größen bei der Modellierung der Kennfelder. Für jemanden, der sich ausführlich mit dem thermodynamischen Verhalten von Turboladern beschäftigt, mag diese Vereinfachung viel zu grob sein und nicht in Frage kommen. Für die vorliegende Anwendung erweist sie sich jedoch als richtig.

Beim Entwurf der Regelungen für die Heißgastemperatur und die Turboladerdrehzahl werden zwei unterschiedliche Strategien verfolgt. Dies liegt darin begründet, dass der Drehzahlregler bei Wechsel des Prüflings durch den Prüfstandsbediener angepasst werden muss. Da Bediener üblicherweise zwar ein grundlegendes Verständnis auf dem Gebiet der Regelungstechnik besitzen, aber keine Experten sind, wird zur Regelung der Drehzahl ein PI-Regler verwendet. Als Zusatzmaßnahme zur Verbesserung des Führungsverhaltens wird ein nachgeschaltetes Lead-Glied vorgeschlagen.

Für die Regelung der Heißgastemperatur werden üblicherweise ebenfalls PI-Regler eingesetzt. Da das thermische Verhalten des Systems jedoch stark vom Heißgasmassenstrom abhängig ist, gibt es sowohl im Führungsverhalten, als auch bei der Störunterdrückung deutliche Probleme. Diese Probleme können durch Verwendung des neuen Regelkonzepts gelöst werden, die aufwändige Modellierung und die Zustandsschätzung mittels Kalman-Filter machen sich bezahlt. Da sich die Regelstrecke für die Temperaturregelung bei Wechsel des Prüflings nicht ändert, müssen die Reglerparameter nicht angepasst werden.

Anhang

Integrierender Zustandsregler „erster Art“

Beim integrierenden Zustandsregler erster Art handelt es sich (wie der Name vermuten lässt) um einen Zustandsregler mit integrierendem Verhalten. Bei der Herleitung wird von einer Folgeregelung mittels Zustandsregler ausgegangen, wie sie beispielsweise in [47] beschrieben wird. Wie in Abbildung A.1 ersichtlich besteht der Zustandsregler aus Rückkopplung \mathbf{k} und Steuerung V . Es wird eine lineare

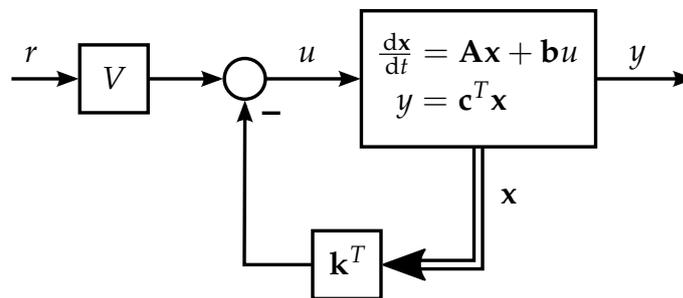


Abbildung A.1: Regelkreis mit Zustandsregler

und zeitinvariante Regelstrecke vorausgesetzt, deren mathematisches Modell in der Zustandsraumdarstellung

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \mathbf{A}x + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T x\end{aligned}$$

der Ordnung n vorliegt. Wünsche betreffend das dynamische Verhalten des Regelkreises werden durch Wahl der Rückkopplung \mathbf{k} erfüllt, das stationäre Verhalten wird durch die Steuerung V bestimmt. Die Forderung nach stationärer Genauigkeit

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) \stackrel{!}{=} \lim_{t \rightarrow \infty} r(t) \quad (\text{A.1})$$

führt zur Bestimmungsgleichung der Steuerung

$$V = -\frac{1}{\mathbf{c}^T (\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)^{-1} \mathbf{b}}. \quad (\text{A.2})$$

Ein Problem dieser Berechnung ist sofort ersichtlich: Die Steuerung V hängt von sämtlichen Systemparametern ab. Weichen die Parameter vom realen Verhalten des Systems ab, kommt es zu einer bleibenden Regelabweichung. Auch die Einwirkung einer (unbekannten) konstanten Störung \mathbf{w} auf das System

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u + \mathbf{w} \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} \end{aligned}$$

führt dazu, dass die stationäre Genauigkeit nicht mehr gegeben ist.

Zur Behebung dieser Probleme muss integrierendes Verhalten im *offenen* Regelkreis erzwungen werden. Daher werden ein Integrator und der zusätzliche Faktor $\tilde{k} \in \mathbb{R}$ in den Regelkreis eingefügt, siehe Abbildung A.2 [47]. Die Systemordnung wird

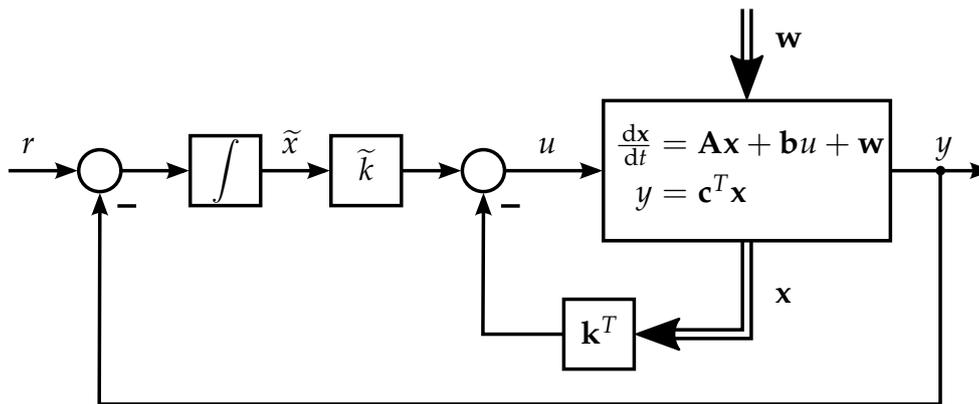


Abbildung A.2: Regelkreis mit integrierendem Zustandsregler erster Art

durch den Integrator um 1 erhöht, die Steuerung V verschwindet. Die Differentialgleichung für die neue Zustandsvariable \tilde{x} lautet

$$\frac{d\tilde{x}}{dt} = r - y = r - \mathbf{c}^T \mathbf{x}. \quad (\text{A.3})$$

Mit

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} + \tilde{k}\tilde{x} \quad (\text{A.4})$$

ergibt sich das Zustandsraummodell des Regelkreises zu

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = (\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T) \mathbf{x} + \mathbf{b}\tilde{k}\tilde{x} + \mathbf{w} \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{d\tilde{x}}{dt} = -\mathbf{c}^T \mathbf{x} + r \quad (\text{A.6})$$

$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x}, \quad (\text{A.7})$$

beziehungsweise in Matrixschreibweise

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \tilde{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T & \mathbf{b}\tilde{k} \\ -\mathbf{c}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \tilde{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} r + \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

$$y = [\mathbf{c}^T \quad 0] \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \tilde{x} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.9})$$

Können die Eigenwerte der Systemmatrix

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T & \mathbf{b}\tilde{k} \\ -\mathbf{c}^T & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

durch die Parameter \mathbf{k} und \tilde{k} so gelegt werden, dass der Regelkreis asymptotisch stabiles Verhalten aufweist, so wird die Eingangsgröße des Integrators 0 und stationäre Genauigkeit wird trotz konstanter Störung \mathbf{w} erreicht!

Es stellt sich daher die Frage, ob beziehungsweise wie die Eigenwerte der Matrix (A.10) beliebig platziert werden können. Die Aufspaltung der Matrix in die Form

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T & \mathbf{b}\tilde{k} \\ -\mathbf{c}^T & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ -\mathbf{c}^T & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{k}^T & -\tilde{k} \end{bmatrix}$$

motiviert die Überlegung, den Entwurf des integrierenden Zustandsreglers auf einen „klassischen“ Zustandsreglerentwurf für das erweiterte System

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \tilde{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ -\mathbf{c}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \tilde{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (\text{A.11})$$

der Ordnung $n + 1$ zurückzuführen. Damit kann obige Frage beantwortet werden: Ist das System (A.11) steuerbar, können die Eigenwerte der Matrix (A.10) beliebig vorgegeben werden! Die Bestimmung der Rückkopplung kann in einfacher Weise durch die Formel von Ackermann [48] erfolgen.

Integrierender Zustandsregler „zweiter Art“

Die Überlegungen in diesem Kapitel sind eine Wiedergabe der Erkenntnisse von Hippe und Wurmthaler in [46], die im Rahmen einer Vorlesung von Robert Bauer an der Technischen Universität Graz [49] in einfacher Weise formuliert wurden.

Im Folgenden wird eine lineare und zeitinvariante Regelstrecke der Ordnung n mit einer Ein- und einer Ausgangsgröße mit dem mathematischen Modell

$$\frac{dx}{dt} = \mathbf{A}x + \mathbf{b}u \quad (\text{B.1})$$

$$y = \mathbf{c}^T x \quad (\text{B.2})$$

betrachtet. Die Eingangsgröße u ist betragsmäßig beschränkt, vergleiche den in Abbildung B.1 dargestellten Regelkreis mit Kontrollbeobachter. Zur Unterdrückung

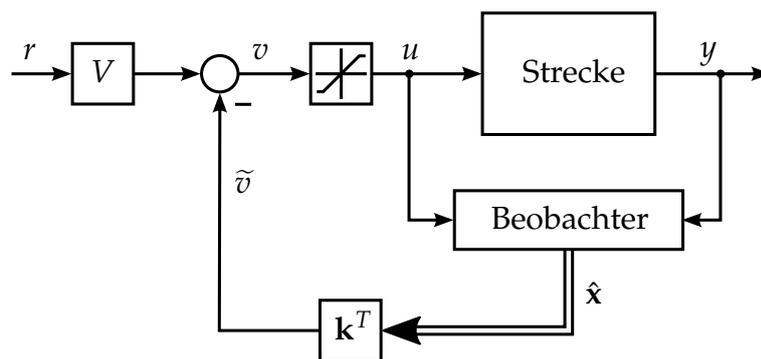


Abbildung B.1: Regelkreis mit Kontrollbeobachter

konstanter Störungen weisen Regler in der Praxis meist integrierendes Verhalten auf. Aufgrund der Sättigung der Eingangsgröße der Regelstrecke birgt dies die Gefahr des sogenannten *Windup*-Effekts.

B.1 Regler-Windup

Bei Überschreiten des Reglerausgangs v des Maximalwertes der Begrenzung beginnt die Rückkopplung unwirksam zu werden. Ist ein Regelfehler vorhanden, wächst wegen des integrierenden Verhaltens des Reglers dessen Ausgangsgröße v weiter an, auch wenn die Stellgröße u begrenzt ist. Der Integrator „wickelt“ sich auf. Dies dauert solange, bis sich das Vorzeichen des Regelfehlers ändert. Erst dann beginnt der Integrator seinen Zustand zu verringern. Die Stellgröße ändert sich erst, wenn die Stellbegrenzung unterschritten wird. Unzufriedenstellendes Verhalten bei Ansprechen der Begrenzung ist die Folge. Eine ausführliche Beschreibung dieses Effekts und regelungstechnischer Maßnahmen für seine Vermeidung findet sich in [50].

Zur Verbesserung der Regelgüte werden bei Stellgrößenbegrenzungen sogenannte *Anti-Windup*-Maßnahmen eingesetzt. Im Folgenden wird eine systematische Entwurfsvorschrift angegeben, die einen Zustandsregler mit integrierendem Verhalten liefert, der auch eine Anti-Windup-Maßnahme inkludiert. Die Beschreibung ist eine ausführliche Zusammenfassung der Ergebnisse in [46].

Ausgangspunkt der folgenden Überlegungen ist der Regelkreis mit Kontrollbeobachter¹⁰ in Abbildung B.1. Das mathematische Modell der steuer- und beobachtbaren Strecke ist durch die Gleichungen (B.1) und (B.2) gegeben. Der asymptotische Beobachter wird durch das dynamische System

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = (\mathbf{A} - \hat{\mathbf{b}}\mathbf{c}^T) \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y \quad (\text{B.3})$$

beschrieben. Für den Zustandsregler gilt mit dem Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ des Systemzustands das Regelgesetz

$$v = -\tilde{v} + Vr = -\mathbf{k}^T \hat{\mathbf{x}} + Vr. \quad (\text{B.4})$$

Durch die Wahl der Rückkopplung \mathbf{k} kann das dynamische Verhalten des Regelkreises beeinflusst werden, durch die Wahl der Konstanten V das stationäre. Die positive Eigenschaft dieser Struktur ist die systematische Vermeidung von Windup. Da der Beobachter das begrenzte Eingangssignal u der Strecke zur Zustandsschätzung verwendet, wird Windup verhindert. Der offene Kreis weist jedoch kein integrierendes Verhalten auf! Dennoch wird der Regelkreis mit Zustandsregler und -beobachter weiter untersucht.

¹⁰Eine Einführung zu Zustandsreglern und -beobachtern findet sich beispielsweise in [47].

B.2 Betrachtung von Übertragungsfunktionen

Anstelle von Betrachtungen im Zeitbereich soll der Regelkreis aus Abbildung B.1 nun im Frequenzbereich untersucht werden. Dazu werden die drei Übertragungsfunktionen

$$u \rightarrow y: \quad P(s) = \left. \frac{Y(s)}{U(s)} \right|_{AW=0} = \mathbf{c}^T (s\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{b} =: \frac{\mu(s)}{\nu(s)} \quad (\text{B.5})$$

$$u \rightarrow \tilde{v}: \quad G_u(s) = \left. \frac{\tilde{V}(s)}{U(s)} \right|_{AW=0} = \mathbf{k}^T [s\mathbf{E} - (\mathbf{A} - \hat{\mathbf{b}}\mathbf{c}^T)]^{-1} \mathbf{b} =: \frac{\mu_u(s)}{\hat{\Delta}(s)} \quad (\text{B.6})$$

$$y \rightarrow \tilde{v}: \quad G_y(s) = \left. \frac{\tilde{V}(s)}{Y(s)} \right|_{AW=0} = \mathbf{k}^T [s\mathbf{E} - (\mathbf{A} - \hat{\mathbf{b}}\mathbf{c}^T)]^{-1} \hat{\mathbf{b}} =: \frac{\mu_y(s)}{\hat{\Delta}(s)} \quad (\text{B.7})$$

mit den Laplace-Transformierten

$$U(s) = \mathcal{L}\{u(t)\}$$

$$Y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\}$$

$$\tilde{V}(s) = \mathcal{L}\{\tilde{v}(t)\}$$

eingeführt. Es wird vorausgesetzt, dass die jeweiligen Anfangswerte AW Null sind. Beim Polynom $\hat{\Delta}(s)$ handelt es sich um das charakteristische Polynom des Beobachters,

$$\hat{\Delta}(s) = \det [s\mathbf{E} - (\mathbf{A} - \hat{\mathbf{b}}\mathbf{c}^T)] = s^n + \hat{w}_{n-1}s^{n-1} + \dots + \hat{w}_1s + \hat{w}_0.$$

Die anderen Polynome ergeben sich aus den Streckenparametern beziehungsweise durch die folgende Berechnung. Mit den Übertragungsfunktionen (B.5) bis (B.7) kann der Regelkreis nach Abbildung B.1 alternativ dargestellt werden, wie Abbildung B.2 zeigt. Diese Darstellung wird im Folgenden als *Struktur 1* bezeichnet.

Für den Fall, dass die Stellgrößenbeschränkung nicht aktiv ist, kann eine Übertragungsfunktion $\bar{G}_u(s)$ angegeben werden, für die gilt:

$$\bar{G}_u(s) = \frac{1}{1 + G_u(s)} = \frac{\hat{\Delta}(s)}{\hat{\Delta}(s) + \mu_u(s)} = \frac{\hat{\Delta}(s)}{\nu_u(s)} \quad \text{mit} \quad \nu_u(s) = \hat{\Delta}(s) + \mu_u(s). \quad (\text{B.8})$$

Damit kann der Regelkreis in einer anderen Form dargestellt werden, siehe Abbildung B.3. Die Übertragungsfunktionen von Vorfilter $V(s)$ und Rückkopplung $R(s)$ werden zusammengefasst,

$$V(s) = V\bar{G}_u(s) = V \frac{\hat{\Delta}(s)}{\nu_u(s)} \quad (\text{B.9})$$

$$R(s) = G_y(s)\bar{G}_u(s) = \frac{\mu_y(s)}{\hat{\Delta}(s)} \frac{\hat{\Delta}(s)}{\nu_u(s)} = \frac{\mu_y(s)}{\nu_u(s)}, \quad (\text{B.10})$$

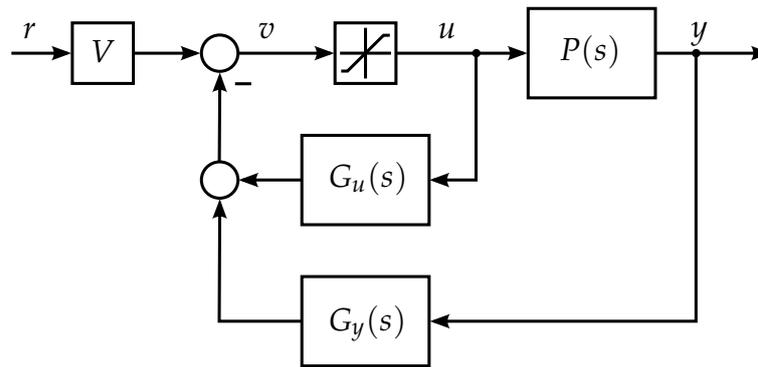


Abbildung B.2: Struktur 1 des Regelkreises

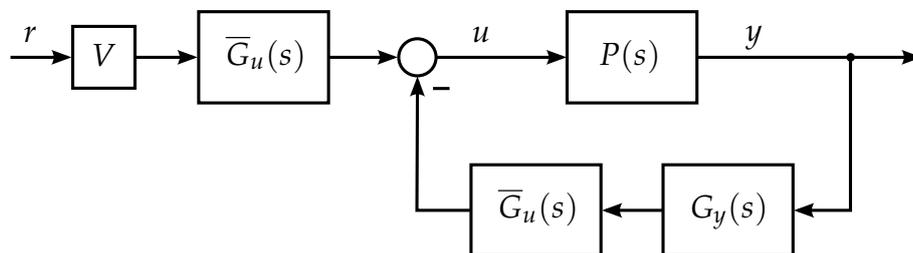


Abbildung B.3: Regelkreis nach Struktur 1 bei inaktiver Stellgrößenbeschränkung

womit sich die in Abbildung B.4 gezeigte *erweiterte* Regelkreisstruktur [47] ergibt. Dieses auch als *Struktur 2* bezeichnete Schema besitzt die Eigenschaft, dass Stör-

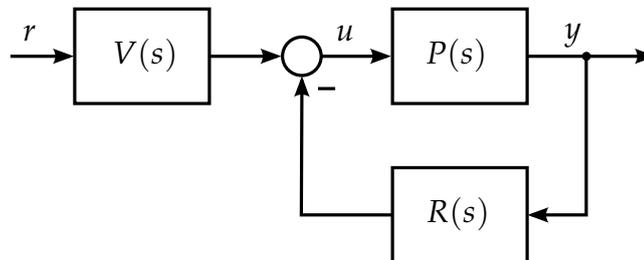


Abbildung B.4: Erweiterte Regelkreisstruktur (Struktur 2)

und Führungsverhalten getrennt voneinander vorgegeben werden können!

Die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ wird für die erweiterte Regelkreisstruktur aus Abbildung B.4 durch

$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = V \frac{\frac{\hat{\Delta}(s)}{v_u(s)} \frac{\mu(s)}{v(s)}}{1 + \frac{\mu(s)}{v(s)} \frac{\mu_y(s)}{v_u(s)}} \quad (\text{B.11})$$

bestimmt. Sie kann zu

$$T(s) = V \frac{\hat{\Delta}(s)\mu(s)}{v(s)v_u(s) + \mu(s)\mu_y(s)} \quad (\text{B.12})$$

umgeformt werden. Sie muss ferner der Übertragungsfunktion bestehend aus Zählerpolynom $\mu(s)$ der Strecke gebrochen durch Wunschpolynom $\Delta(s)$ des Reglers entsprechen:

$$T(s) \stackrel{!}{=} V \frac{\mu(s)}{\Delta(s)} \quad (\text{B.13})$$

Während das Nennerpolynom von $T(s)$ in (B.12) den Grad $2n$ besitzt, ist das Polynom $\Delta(s)$ nur vom Grad n . Es kommt zu einer Kürzung, da der Beobachter nicht steuerbar ist. Erweiterung der rechten Seite von Gleichung (B.13) mit $\hat{\Delta}(s)$ im Zähler und Nenner und Einsetzen von $T(s)$ nach (B.12) führt zur *diophantischen*¹¹ Gleichung

$$v(s)v_u(s) + \mu(s)\mu_y(s) \stackrel{!}{=} \Delta(s)\hat{\Delta}(s) \quad (\text{B.14})$$

für den Nenner. Die Polynome $\mu(s)$ und $v(s)$ in obiger Gleichung sind durch die Strecke $P(s)$ vorgegeben. In den Polynomen $\Delta(s)$ und $\hat{\Delta}(s)$ sind die *Wunschcharakteristiken* von Zustandsregler und -beobachter festgehalten. Die Polynome $v_u(s)$ und $\mu_y(s)$ ergeben sich durch die *Berechnung* von Zustandsregler und -beobachter.

Der Clou bei der Berechnung der Polynome $v_u(s)$ und $\mu_y(s)$ über die diophantische Gleichung besteht darin, dass $v_u(s)$ so manipuliert werden kann, dass $R(s)$ in Struktur 2 (Abbildung B.4) integrierendes Verhalten aufweist! Nach Bestimmung der Polynome wird der Regler jedoch nach Struktur 1 (Abbildung B.2) aufgebaut. Diese Überlegung wurde von Hippe und Wurmthaler in [46] vorgeschlagen.

B.3 Systematischer Entwurf

Gegeben seien die Übertragungsfunktion $P(s)$ der steuerbaren und beobachtbaren Strecke nach (B.1) und (B.2) mit

$$\begin{aligned} P(s) &= \frac{\mu(s)}{v(s)}, \\ v(s) &= v_n s^n + v_{n-1} s^{n-1} + \dots + v_1 s + v_0, \\ \mu(s) &= \mu_{n-1} s^{n-1} + \dots + \mu_1 s + \mu_0 \end{aligned}$$

¹¹Nach Diophantos von Alexandria.

sowie die Hurwitz-Polynome für Regler und Beobachter

$$\Delta(s) = s^n + w_{n-1}s^{n-1} + \cdots + w_1s + w_0, \quad (\text{B.15})$$

$$\hat{\Delta}(s) = s^n + \hat{w}_{n-1}s^{n-1} + \cdots + \hat{w}_1s + \hat{w}_0. \quad (\text{B.16})$$

Typischerweise ist $v_n = 1$. Da die Strecke nicht sprungfähig ist ($d = 0$), gilt für den Grad des Zählerpolynoms

$$\text{Grad } \mu(s) \leq n - 1.$$

Für die Polynome $v_u(s)$ und $\mu_y(s)$ werden ferner die Ansätze

$$v_u(s) = a_ns^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1s + a_0 \quad \text{und}$$

$$\mu_y(s) = b_ns^n + b_{n-1}s^{n-1} + \cdots + b_1s + b_0$$

getroffen. Die Übertragungsfunktion $R(s)$ ergibt sich damit zu

$$R(s) = \frac{\mu_y(s)}{v_u(s)} = \frac{b_ns^n + b_{n-1}s^{n-1} + \cdots + b_1s + b_0}{a_ns^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1s + a_0}$$

für das Produkt der Wunschkpolynome gilt

$$\Delta(s)\hat{\Delta}(s) = f_{2n}s^{2n} + f_{2n-1}s^{2n-1} + \cdots + f_1s + f_0 \quad \text{mit } f_{2n} = 1.$$

Einsetzen in die diophantische Gleichung (B.14) und Sortieren nach Potenzen von s liefert

$$\begin{aligned} v_na_ns^{2n} + (v_na_{n-1} + v_{n-1}a_n)s^{2n-1} + \cdots + (v_1a_0 + v_0a_1)s + v_0a_0 + \\ + \mu_{n-1}b_ns^{2n-1} + \cdots + (\mu_1b_0 + \mu_0b_1)s + \mu_0b_0 = \\ = f_{2n}s^{2n} + f_{2n-1}s^{2n-1} + \cdots + f_1s + f_0. \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

Der Koeffizientenvergleich

$$\begin{aligned} s^0 : \quad v_0a_0 + \mu_0b_0 &= f_0 \\ s^1 : \quad (v_1a_0 + v_0a_1) + (\mu_1b_0 + \mu_0b_1) &= f_1 \\ &\vdots \\ s^{2n-1} : \quad (v_na_{n-1} + v_{n-1}a_n) + \mu_{n-1}b_n &= f_{2n-1} \\ s^{2n} : \quad v_na_n &= f_{2n} \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

ergibt ein unterbestimmtes Gleichungssystem mit $2n + 1$ Gleichungen für $2n + 2$ Unbekannte. Mit Einführung der Matrix

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \nu_0 & 0 & \dots & 0 & \mu_0 & 0 & \dots & 0 \\ \nu_1 & \nu_0 & \dots & \vdots & \mu_1 & \mu_0 & \dots & \vdots \\ \nu_2 & \nu_1 & \dots & \vdots & \mu_2 & \mu_1 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \nu_{n-1} & \vdots & \dots & 0 & \mu_{n-1} & \vdots & \dots & 0 \\ \nu_n & \nu_{n-1} & \dots & \nu_0 & 0 & \mu_{n-1} & \dots & \mu_0 \\ 0 & \nu_n & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \nu_{n-1} & \vdots & \vdots & \dots & \mu_{n-1} \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \nu_n & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

sowie der Vektoren

$$\mathbf{a} = [a_0 \ a_1 \ \dots \ a_{n-1} \ a_n \ b_0 \ b_1 \ \dots \ b_{n-1} \ b_n]^T$$

und

$$\mathbf{f} = [f_0 \ f_1 \ \dots \ f_{2n-1} \ f_{2n}]^T$$

kann obiges Gleichungssystem in der kompakten Form

$$\mathbf{M}\mathbf{a} = \mathbf{f} \tag{B.19}$$

geschrieben werden. Der Wunsch nach integrierendem Verhalten wird durch

$$a_0 \stackrel{!}{=} 0$$

erfüllt. Diese Forderung kann zum Beispiel durch das Gleichungssystem

$$\mathbf{a} = \widetilde{\mathbf{M}}\widetilde{\mathbf{a}} \tag{B.20}$$

mit

$$\widetilde{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ 1 & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \ 1 \end{bmatrix}$$

und

$$\widetilde{\mathbf{a}} = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{n-1} \ a_n \ b_0 \ b_1 \ \dots \ b_{n-1} \ b_n]^T$$

formuliert werden. Einsetzen von \mathbf{a} nach (B.20) in (B.19) ergibt

$$\mathbf{M}\widetilde{\mathbf{M}}\widetilde{\mathbf{a}} = \mathbf{f}, \tag{B.21}$$

beziehungsweise aufgelöst nach $\tilde{\mathbf{a}}$

$$\tilde{\mathbf{a}} = \left(\mathbf{M}\tilde{\mathbf{M}} \right)^{-1} \mathbf{f}. \quad (\text{B.22})$$

Dieses Gleichungssystem besitzt eine Lösung, wenn $\mu(s)$ und $\nu(s)$ teilerfremd sind. Dies ist erfüllt, da Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit des Systems (B.1), (B.2) vorausgesetzt wurden. Die Koeffizienten der Polynome $\nu_u(s)$ und $\mu_y(s)$ können damit durch Einsetzen von (B.22) in Gleichung (B.20) berechnet werden:

$$\mathbf{a} = \tilde{\mathbf{M}} \left(\mathbf{M}\tilde{\mathbf{M}} \right)^{-1} \mathbf{f} \quad (\text{B.23})$$

Aus der letzten Gleichung des Gleichungssystem (B.18) ist ersichtlich, dass aus $\nu_n = 1$ und $f_{2n} = 1$

$$a_n = 1$$

folgt. Das Polynom $\nu_u(s)$ ist demnach ebenfalls ein *monisches* Polynom.

B.4 Realisierung des Reglers als ein Zustandsraummodell

Mit Bestimmung der Polynomkoeffizienten nach Gleichung (B.23) kann der Regler mit den Übertragungsfunktionen

$$G_u(s) = \frac{\mu_u(s)}{\hat{\Delta}(s)} = \frac{\nu_u(s) - \hat{\Delta}(s)}{\hat{\Delta}(s)} \quad (\text{B.24})$$

$$G_y(s) = \frac{\mu_y(s)}{\hat{\Delta}(s)} \quad (\text{B.25})$$

$$V = \left. \frac{\Delta(s)}{\mu(s)} \right|_{s=0} = \frac{w_0}{\mu_0} \quad \left(\text{aus der Forderung } T(0) \stackrel{!}{=} 1 \right) \quad (\text{B.26})$$

nach Abbildung B.2, beziehungsweise leicht verändert in Abbildung B.5 gezeichnet, realisiert werden. Bei Verwendung dieser Struktur wird die Reglerordnung jedoch künstlich von n auf $2n$ erhöht. Es ist daher sinnvoller, den Regler als *ein* Zustandsraummodell der Ordnung n zu realisieren.

Die Polynome $\nu_u(s)$ und $\hat{\Delta}(s)$ sind vom Grad n und monische Polynome. Deren Differenz $\mu_y(s)$ kann daher maximal den Grad $n - 1$ besitzen. Für die Übertragungsfunktion von u nach v gilt demnach (siehe Abbildung B.5):

$$\begin{aligned} u \rightarrow v : \quad \left. \frac{V(s)}{U(s)} \right|_{AW=0} &= -G_u(s) = \frac{-\mu_y(s)}{\hat{\Delta}(s)} = \\ &= \frac{\tilde{a}_{n-1}s^{n-1} + \dots + \tilde{a}_1s + \tilde{a}_0}{s^n + \hat{w}_{n-1}s^{n-1} + \dots + \hat{w}_1s + \hat{w}_0} \end{aligned} \quad (\text{B.27})$$

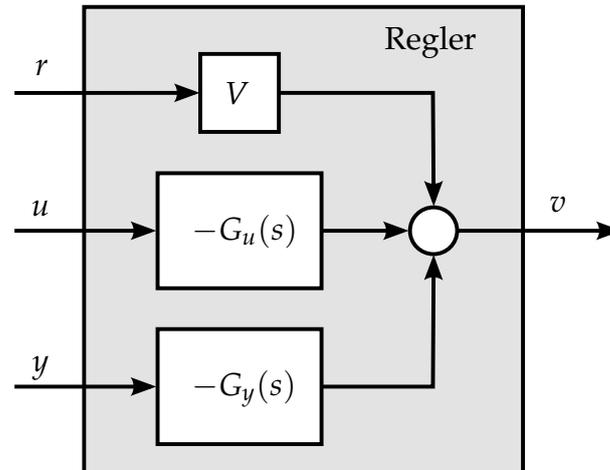


Abbildung B.5: Struktur des integrierenden Zustandsreglers zweiter Art mit Ordnung $2n$

Bei der Übertragungsfunktion von y nach v wird eine Polynomdivision durchgeführt:

$$\begin{aligned}
 y \rightarrow v : \quad \left. \frac{V(s)}{Y(s)} \right|_{AW=0} &= -G_y(s) = -\frac{\mu_y(s)}{\hat{\Delta}(s)} = \\
 &= \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + \hat{w}_{n-1} s^{n-1} + \dots + \hat{w}_1 s + \hat{w}_0} = \\
 &= -b_n + \frac{(b_n \hat{w}_{n-1} - b_{n-1}) s^{n-1} + \dots + (b_n \hat{w}_1 - b_1) s + b_n \hat{w}_0 - b_0}{s^n + \hat{w}_{n-1} s^{n-1} + \dots + \hat{w}_1 s + \hat{w}_0}
 \end{aligned}$$

Mit Einführung der Koeffizienten

$$\tilde{b}_i = b_n \hat{w}_i - b_i \quad \text{mit } i = 0, \dots, n-1, \quad (\text{B.28})$$

kann für die Übertragungsfunktion

$$-G_y(s) = -b_n + \frac{\tilde{b}_{n-1} s^{n-1} + \dots + \tilde{b}_1 s + \tilde{b}_0}{s^n + \hat{w}_{n-1} s^{n-1} + \dots + \hat{w}_1 s + \hat{w}_0} \quad (\text{B.29})$$

geschrieben werden.

Die dritte benötigte Übertragungsfunktion nach Abbildung B.5 ist durch die Konstante V ,

$$r \rightarrow v : \quad \left. \frac{V(s)}{R(s)} \right|_{AW=0} = V, \quad (\text{B.30})$$

gegeben.

B.4.1 Zweite Normalform (Beobachtungsnormalform)

Es gibt grundsätzlich unendlich viele Zustandsraummodelle, die die drei Übertragungsfunktionen (B.27), (B.29) und (B.30) aufweisen. Die *Beobachtungsnormalform* [47] weist eine besonders einfache Struktur auf. Durch die zuvor durchgeführten Umformungen kann sie mit den Polynomkoeffizienten der Übertragungsfunktionen direkt angegeben werden:

$$\frac{dz}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & -\hat{w}_0 \\ 1 & & & -\hat{w}_1 \\ & \ddots & & \vdots \\ 0 & & 0 & -\hat{w}_{n-2} \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & -\hat{w}_{n-1} \end{bmatrix} \mathbf{z} + \begin{bmatrix} \tilde{a}_0 \\ \tilde{a}_0 \\ \vdots \\ \tilde{a}_{n-2} \\ \tilde{a}_{n-1} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \tilde{b}_0 \\ \tilde{b}_0 \\ \vdots \\ \tilde{b}_{n-2} \\ \tilde{b}_{n-1} \end{bmatrix} y \quad (\text{B.31})$$

$$v = [0 \ 0 \ \cdots \ 0 \ 1] \mathbf{z} + Vr - b_n y \quad (\text{B.32})$$

Im Vektor \mathbf{z} sind die Zustände des Reglers zusammengefasst,

$$\mathbf{z} = [z_1 \ z_2 \ \cdots \ z_n]^T.$$

Konditioniertechnik nach Hanus

In [45] schlägt Hanus die sogenannte *Konditioniertechnik* zur Beseitigung des durch Stellgrößenbegrenzungen verursachten Regler-Windups vor. Die in der Originalarbeit sehr kompliziert wirkende Methode wurde von Bauer im Zuge der Vorlesung [49] ebenfalls auf verständliche Art und Weise dargelegt.

Ausgegangen wird vom in Abbildung C.1 dargestellten Regelkreis. Das mathemati-

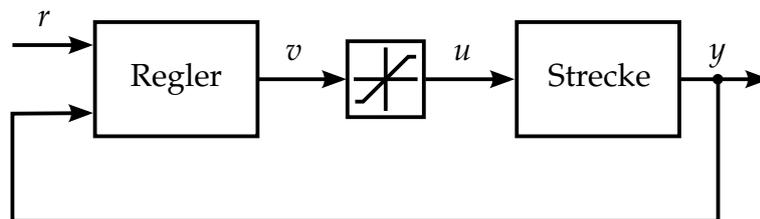


Abbildung C.1: Blockschaltbild des Regelkreises mit Begrenzung der Eingangsgröße

sche Modell des Reglers muss bereits in Zustandsraumdarstellung vorliegen:

$$\frac{dz}{dt} = \mathbf{A}z + \mathbf{b}_1 r + \mathbf{b}_2 y \quad (\text{C.1})$$

$$v = \mathbf{c}^T z + d_1 r + d_2 y \quad (\text{C.2})$$

Der Regler besitzt die Zustandsgrößen \mathbf{z} , zwei Eingangsgrößen r und y sowie die Ausgangsgröße v . Die Eingangsgröße u der Strecke entspricht der betragsmäßig beschränkten Größe v . Die Modellparameter des Reglers werden durch die Größen \mathbf{A} , \mathbf{b}_1 , \mathbf{b}_2 , \mathbf{c} , d_1 und d_2 symbolisiert.

Bei der folgenden Wiedergabe des Verfahrens wird ein übliches Bezeichnungsschema verwendet. Die Bezeichnungsweise in [45] ist etwas verwirrend. Im Gegensatz zu obigem Modell betrachtet Hanus bei der Herleitung des Verfahrens eine zeitdiskrete Beschreibung des Reglers. Die Konditioniertechnik kann jedoch auch einfach auf zeitkontinuierliche Regler angewendet werden.

Mit der Konditioniertechnik wird *nach* dem Reglerentwurf eine Anti-Windup-Maßnahme für den bestehenden Regler konstruiert. Gewisse Voraussetzungen müssen erfüllt sein, damit sie angewendet werden kann. Die Bedingungen werden am Ende des Abschnitts gesondert betrachtet.

Die grundlegende Idee der Konditioniertechnik besteht darin, bei Überschreiten der Begrenzung, also für $u \neq v$, eine *virtuelle, realisierbare* Führungsgröße \tilde{r} einzuführen. Diese Vorgehensweise bedingt eine Bestimmung der begrenzten Stellgröße u . Wird die virtuelle Führungsgröße statt der tatsächlichen verwendet, soll die Begrenzung nicht aktiv sein, also $u = v$ gelten.

Es wird ein neues Zustandsraummodell mit den fiktiven Zuständen $\tilde{\mathbf{z}}$ eingeführt, in dem die virtuelle Führungsgröße die tatsächliche ersetzt:

$$\frac{d\tilde{\mathbf{z}}}{dt} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{z}} + \mathbf{b}_1\tilde{r} + \mathbf{b}_2y \quad (\text{C.3})$$

$$\tilde{v} = \mathbf{c}^T\tilde{\mathbf{z}} + d_1\tilde{r} + d_2y \stackrel{!}{=} u \quad (\text{C.4})$$

Die Zustandsgrößen des neuen Systems können nun nicht mehr durch Überschreiten des Stellausgangs stark anwachsen. Das neue Reglermodell enthält jedoch nur mehr die virtuelle Führungsgröße \tilde{r} und nicht mehr die tatsächliche r . Wird in (C.4) r statt \tilde{r} eingesetzt, ergibt sich v statt \tilde{v} ,

$$v = \mathbf{c}^T\tilde{\mathbf{z}} + d_1r + d_2y. \quad (\text{C.5})$$

Subtraktion von Gleichung (C.5) von (C.4) führt zu

$$u - v = d_1\tilde{r} - d_1r. \quad (\text{C.6})$$

Auflösen des Resultats nach \tilde{r} liefert

$$\tilde{r} = r + \frac{1}{d_1}(u - v). \quad (\text{C.7})$$

An dieser Stelle kann auf eine der zuvor erwähnten Voraussetzungen Bezug genommen werden. Der (Regler-)Parameter d_1 muss verschieden von 0 sein! Solange die Stellbegrenzung nicht aktiv ist, $u = v$, unterscheiden sich r und \tilde{r} nicht. Erst bei Ansprechen der Begrenzung weichen sie von einander ab.

Das Ergebnis für \tilde{r} kann nun in die Zustandsgleichung (C.3) eingesetzt werden:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{\mathbf{z}}}{dt} &= \mathbf{A}\tilde{\mathbf{z}} + \mathbf{b}_1\tilde{r} + \mathbf{b}_2y = \\ &= \mathbf{A}\tilde{\mathbf{z}} + \mathbf{b}_1r + \frac{1}{d_1}\mathbf{b}_1u - \frac{1}{d_1}\mathbf{b}_1v + \mathbf{b}_2y \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

Einsetzen von v nach (C.5) führt zu

$$\begin{aligned}\frac{d\tilde{\mathbf{z}}}{dt} &= \mathbf{A}\tilde{\mathbf{z}} + \mathbf{b}_1 r + \frac{1}{d_1} \mathbf{b}_1 u - \frac{1}{d_1} \mathbf{b}_1 \mathbf{c}^T \tilde{\mathbf{z}} - \mathbf{b}_1 r - \frac{d_2}{d_1} \mathbf{b}_1 y + \mathbf{b}_2 y = \\ &= \mathbf{A}\tilde{\mathbf{z}} - \frac{1}{d_1} \mathbf{b}_1 \mathbf{c}^T \tilde{\mathbf{z}} + \frac{1}{d_1} \mathbf{b}_1 u - \frac{d_2}{d_1} \mathbf{b}_1 y + \mathbf{b}_2 y.\end{aligned}\quad (\text{C.9})$$

Zusammen mit Gleichung (C.5) ergibt dies mit

$$\frac{d\tilde{\mathbf{z}}}{dt} = \left(\mathbf{A} - \frac{1}{d_1} \mathbf{b}_1 \mathbf{c}^T \right) \tilde{\mathbf{z}} + \frac{1}{d_1} \mathbf{b}_1 u + \left(\mathbf{b}_2 - \frac{d_2}{d_1} \mathbf{b}_1 \right) y \quad (\text{C.10})$$

$$v = \mathbf{c}^T \tilde{\mathbf{z}} + d_1 r + d_2 y \quad (\text{C.11})$$

das Zustandsraummodell für den konditionierten Regler. In Abbildung C.2 ist ein Blockschaltbild des Regelkreises mit dem konditionierten Regler dargestellt. Neu

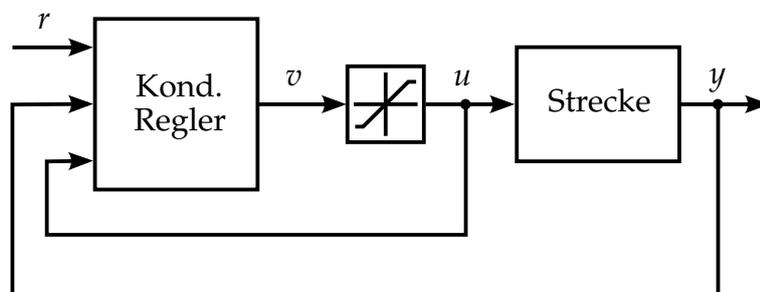


Abbildung C.2: Blockschaltbild des Regelkreises mit konditioniertem Regler

ist der zusätzliche Eingang für die begrenzte Stellgröße.

C.1 Voraussetzungen

Damit die Konditioniertechnik angewendet werden kann, beziehungsweise der Regelkreis stabil ist, müssen vier Voraussetzungen erfüllt werden:

1. Die naheliegende Grundvoraussetzung ist, dass der geschlossene Regelkreis im unbeschränkten Fall natürlich die BIBO¹²-Eigenschaft erfüllen muss. Das heißt, bei beschränkter Eingangsfunktion muss auch die Ausgangsfunktion des Systems beschränkt sein.
2. Wie oben bereits erwähnt, muss d_1 ungleich 0 sein.

¹²Von bounded input, bounded output.

3. Der Regler muss stabil sein, falls die Stellgrößenbeschränkung aktiv ist, $u \neq v$. Das heißt, alle n Eigenwerte s_i , $i = 1, \dots, n$, der Systemmatrix $\left(\mathbf{A} - \frac{1}{d_1} \mathbf{b}_1 \mathbf{c}^T\right)$ müssen in der linken offenen komplexen Halbebene liegen:

$$\operatorname{Re} \{s_i\} < 0 \quad \text{für } i = 1, \dots, n$$

4. Im eingeschwungenen Zustand (für $t \rightarrow \infty$) darf die Begrenzung nicht aktiv sein.

Die Annahme eines konstanten Wertes der Streckeneingangsgröße $u(t) = u_0$ führt mit Verwendung der sogenannten *Gleichverstärkung* $P(0)$ (mit $P(s)$ wird die Übertragungsfunktion der Strecke bezeichnet) der Strecke zu

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) =: y_\infty = P(0)u_0.$$

Zusätzlich gelte

$$r_0 =: y_\infty.$$

Bei Vorgabe dieses konstanten Wertes, $r(t) = r_0$, soll für die Ausgangsgröße des Reglers

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) =: v_\infty \stackrel{!}{=} u_0 \quad (\text{C.12})$$

gelten. Im eingeschwungenen Zustand mit $\frac{d\tilde{\mathbf{z}}}{dt} = \mathbf{0}$ ergibt sich für die Differentialgleichung (C.10) des konditionierten Reglers unter Benutzung obiger Abkürzungen

$$0 = \left(\mathbf{A} - \frac{1}{d_1} \mathbf{b}_1 \mathbf{c}^T\right) \tilde{\mathbf{z}}_\infty + \frac{1}{d_1} \mathbf{b}_1 u_0 + \left(\mathbf{b}_2 - \frac{d_2}{d_1} \mathbf{b}_1\right) P(0)u_0. \quad (\text{C.13})$$

Zur Kennzeichnung des eingeschwungenen Zustands wurde $\tilde{\mathbf{z}}$ in obiger Gleichung durch $\tilde{\mathbf{z}}_\infty$ ersetzt. Auflösen der Gleichung nach $\tilde{\mathbf{z}}_\infty$ führt zu

$$\tilde{\mathbf{z}}_\infty = - \left(\mathbf{A} - \frac{1}{d_1} \mathbf{b}_1 \mathbf{c}^T\right)^{-1} \left[\frac{1}{d_1} \mathbf{b}_1 u_0 + \left(\mathbf{b}_2 - \frac{d_2}{d_1} \mathbf{b}_1\right) P(0)u_0 \right]. \quad (\text{C.14})$$

Einsetzen des Ergebnisses in (C.11) ergibt

$$\begin{aligned} v_\infty &= \mathbf{c}^T \tilde{\mathbf{z}}_\infty + d_1 r_0 + d_2 y_\infty = \\ &= -\mathbf{c}^T \left(\mathbf{A} - \frac{1}{d_1} \mathbf{b}_1 \mathbf{c}^T\right)^{-1} \left[\frac{1}{d_1} \mathbf{b}_1 u_0 + \left(\mathbf{b}_2 - \frac{d_2}{d_1} \mathbf{b}_1\right) P(0)u_0 \right] + \\ &\quad + d_1 P(0)u_0 + d_2 P(0)u_0. \end{aligned} \quad (\text{C.15})$$

Dieser Ausdruck muss dem Wert der Eingangsgröße u der Strecke entsprechen,

$$v_\infty \stackrel{!}{=} u_0,$$

was zur Bedingung

$$-\mathbf{c}^T \left(\mathbf{A} - \frac{1}{d_1} \mathbf{b}_1 \mathbf{c}^T \right)^{-1} \left[\frac{1}{d_1} \mathbf{b}_1 + \left(\mathbf{b}_2 - \frac{d_2}{d_1} \mathbf{b}_1 \right) P(0) \right] + (d_1 + d_2) P(0) \stackrel{!}{=} 1 \quad (\text{C.16})$$

führt.

C.2 Ein einfaches Beispiel: Der PI-Regler

Als einfaches Beispiel wird die Konditioniertechnik an einem PI-Regler mit der Übertragungsfunktion

$$R(s) = K_P + \frac{K_I}{s} = \frac{K_P s + K_I}{s} \quad (\text{C.17})$$

und der Struktur nach Abbildung C.3 zum Entwurf einer Anti-Windup-Maßnahme angewendet. Es wird angenommen, dass Proportional- und Integralanteil positiv

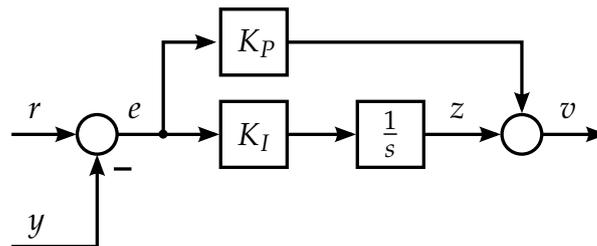


Abbildung C.3: Blockschaltbild eines PI-Reglers

sind,

$$K_P > 0, \quad K_I > 0.$$

Darüber hinaus gilt die Annahme, dass der Regler nach (C.17) den Regelkreis stabilisiert, die erste Bedingung nach Abschnitt C.1 also erfüllt ist.

Die Konditioniertechnik geht von einer Zustandsraumdarstellung des Reglers nach (C.1) und (C.2) aus. Für den PI-Regler kann diese mithilfe von Abbildung C.3 einfach aufgestellt werden:

$$\frac{dz}{dt} = K_I r - K_I y \quad \stackrel{!}{=} \quad Az + b_1 r + b_2 y \quad (\text{C.18})$$

$$v = z + K_P r - K_P y \quad \stackrel{!}{=} \quad cz + d_1 r + d_2 y \quad (\text{C.19})$$

Für die Parameter gilt damit

$$\begin{array}{lll} A = 0, & b_1 = K_I, & b_2 = -K_I, \\ c = 1, & d_1 = K_P, & d_2 = -K_P. \end{array}$$

Da d_1 ungleich 0 ist ($d_1 = K_P$), ist auch die zweite Voraussetzung für die Anwendbarkeit der Konditioniertechnik erfüllt.

C.2.1 Konditionierter PI-Regler

Für das Zustandsraummodell des konditionierten Reglers müssen die Parameter in die Gleichungen (C.10) und (C.11) eingesetzt werden:

$$\begin{aligned}\frac{d\tilde{z}}{dt} &= \left(A - \frac{b_1}{d_1}c \right) \tilde{z} + \frac{b_1}{d_1}u + \left(b_2 - \frac{d_2}{d_1}b_1 \right) y = \\ &= \left(0 - \frac{K_I}{K_P} \right) \tilde{z} + \frac{K_I}{K_P}u + \left[-K_I - \frac{K_I}{K_P}(-K_P) \right] y \\ v &= c\tilde{z} + d_1r + d_2y = \tilde{z} + K_P r - K_P y\end{aligned}$$

Damit erhält man schlussendlich

$$\frac{d\tilde{z}}{dt} = -\frac{K_I}{K_P}\tilde{z} + \frac{K_I}{K_P}u \quad (\text{C.20})$$

$$v = \tilde{z} + K_P(r - y). \quad (\text{C.21})$$

In Abbildung C.4 ist eine mögliche Realisierung des Reglers dargestellt. Das Block-

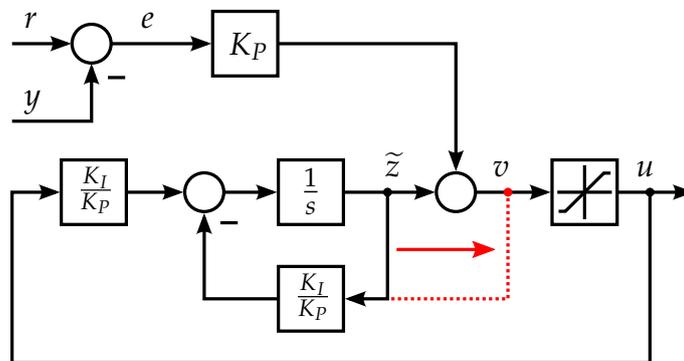


Abbildung C.4: Blockschaltbild des konditionierten PI-Reglers

schaltbild kann umgezeichnet werden, indem der Rückkopplungszweig des Integrators wie in der Abbildung rot eingezeichnet über den Summierer verschoben wird. Dadurch erhält man die in Abbildung C.5 gezeigte Realisierung. Es ergibt sich folglich ein PI-Regler mit „klassischer“ Anti-Windup-Maßnahme der Rückführung der Differenz aus begrenztem und unbegrenztem Stellsignal. Die Konditioniertechnik liefert mit $\frac{K_I}{K_P}$ einen Vorschlag zur Wahl des Gewichtungsfaktors dieser Rückführung.

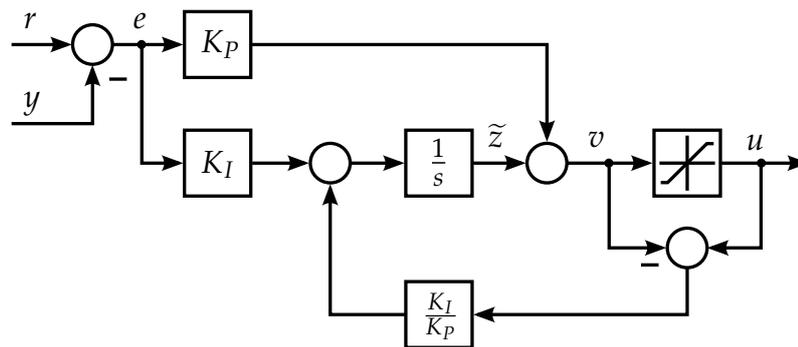


Abbildung C.5: Alternative Darstellung des konditionierten PI-Reglers

Abschließend müssen noch die Bedingungen 3 und 4 zum Einsatz der Konditionier-
technik nach Abschnitt C.1 überprüft werden. Bedingung 3 besagt, dass der Regler
stabil sein muss, falls die Stellgrößenbeschränkung aktiv ist. Dafür müssen die
Eigenwerte von $\left(\mathbf{A} - \frac{1}{d_1} \mathbf{b}_1 \mathbf{c}^T\right)$ in der linken offenen komplexen Halbebene liegen.
Für den PI-Regler erhält man durch Einsetzen

$$\left(A - \frac{b_1}{d_1} c\right) = \left(0 - \frac{K_I}{K_P} 1\right) = -\frac{K_I}{K_P}. \quad (\text{C.22})$$

Die Bedingung ist beim PI-Regler unter der Annahme $K_P > 0$ und $K_I > 0$ immer
erfüllt!

Die vierte Bedingung besagt, dass die Begrenzung im eingeschwungenen Zustand
nicht aktiv sein darf. Dies führt zur mathematischen Bedingung (C.16),

$$-c \left(A - \frac{b_1}{d_1} c\right)^{-1} \left[\frac{b_1}{d_1} + \left(b_2 - \frac{d_2}{d_1} b_1\right) P(0) \right] + (d_1 + d_2) P(0) \stackrel{!}{=} 1.$$

Für den PI-Regler ergibt sich daraus

$$-\left(0 - \frac{K_I}{K_P}\right)^{-1} \left\{ \frac{K_I}{K_P} + \left[-K_I - \frac{(-K_P)}{K_P} K_I\right] P(0) \right\} + (K_P - K_P) P(0) \stackrel{!}{=} 1. \quad (\text{C.23})$$

Die linke Seite der Gleichung kann stark vereinfacht werden, es ergibt sich der
Ausdruck

$$\frac{K_P K_I}{K_I K_P} = 1 \stackrel{!}{=} 1.$$

Auch die vierte Bedingung ist daher erfüllt. Bemerkenswert ist die Tatsache, dass
beim PI-Regler diese Bedingung sogar unabhängig von der Gleichverstärkung $P(0)$
der Strecke immer erfüllt ist!

C.3 Konditioniertechnik für die Kaskadenstruktur

Die allgemeine Vorgehensweise der Konditioniertechnik kann auch auf komplexere Reglerstrukturen wie Kaskadenregelkreise und Parallelschaltungen von Reglern angewendet werden. Erstere werden in der Praxis häufig eingesetzt, als Beispiel sei die Drehzahlregelung mit unterlagerter Stromregelung bei elektrischen Maschinen genannt. In diesem Kapitel wird eine Anti-Windup-Maßnahme nach [45] auch für diese Strukturen hergeleitet. Zuerst wird das Verfahren für allgemeine Regler in Zustandsraumdarstellung betrachtet. Im Anschluss wird die Methode auf die in der Praxis häufig verwendete Kaskadierung zweier PI-Regler angewendet.

Die Kaskadenstruktur nach Abbildung C.6 ist der Ausgangspunkt der Betrachtungen. Der innere Regler wird als Regler 1 bezeichnet, der äußere als Regler 2. Die

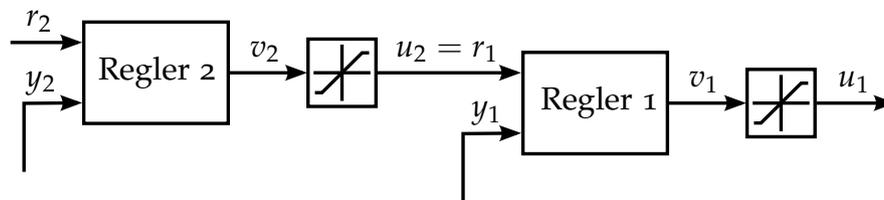


Abbildung C.6: Kaskadenstruktur

zugehörigen Größen werden entsprechend mit den Indizes 1 und 2 gekennzeichnet. Die beschränkte Ausgangsgröße u_2 des äußeren Reglers ist die Eingangsgröße r_1 des inneren. Die beschränkte Ausgangsgröße u_1 des inneren Reglers ist die Eingangsgröße der Regelstrecke. Es wird angenommen, dass die beiden Regler bereits entworfen wurden und in Zustandsraumdarstellung vorliegen. Die mathematischen Beschreibungen des inneren und äußeren Reglers lauten

$$\frac{dz_1}{dt} = \mathbf{A}_1 z_1 + \mathbf{B}_1 r_1 - \mathbf{E}_1 y_1 \quad (\text{C.24})$$

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{C}_1 z_1 + \mathbf{D}_1 r_1 - \mathbf{F}_1 y_1 \quad (\text{C.25})$$

und

$$\frac{dz_2}{dt} = \mathbf{A}_2 z_2 + \mathbf{B}_2 r_2 - \mathbf{E}_2 y_2 \quad (\text{C.26})$$

$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{C}_2 z_2 + \mathbf{D}_2 r_2 - \mathbf{F}_2 y_2. \quad (\text{C.27})$$

Im Gegensatz zur Herleitung der Konditioniertechnik, die für ein Eingrößensystem erfolgte, wird bei der Betrachtung der Kaskadenstruktur vom allgemeinen Fall von Mehrgrößensystemen ausgegangen.

C.3.1 Innerer Regelkreis

Zuerst wird Konditioniertechnik beim inneren Regler angewendet. Nach den Gleichungen (C.3) bis (C.5) erhält man

$$\frac{d\tilde{\mathbf{z}}_1}{dt} = \mathbf{A}_1\tilde{\mathbf{z}}_1 + \mathbf{B}_1\tilde{\mathbf{r}}_1 - \mathbf{E}_1\mathbf{y}_1 \quad (\text{C.28})$$

$$\tilde{\mathbf{v}}_1 = \mathbf{C}_1\tilde{\mathbf{z}}_1 + \mathbf{D}_1\tilde{\mathbf{r}}_1 - \mathbf{F}_1\mathbf{y}_1 \stackrel{!}{=} \mathbf{u}_1 \quad (\text{C.29})$$

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{C}_1\tilde{\mathbf{z}}_1 + \mathbf{D}_1\mathbf{r}_1 - \mathbf{F}_1\mathbf{y}_1. \quad (\text{C.30})$$

Subtraktion von (C.30) von (C.29) und Auflösen nach $\tilde{\mathbf{r}}_1$ ergibt

$$\tilde{\mathbf{r}}_1 = \mathbf{r}_1 + \mathbf{D}_1^{-1}(\mathbf{u}_1 - \mathbf{v}_1). \quad (\text{C.31})$$

Einsetzen des Ergebnisses und von \mathbf{v}_1 nach (C.30) in (C.28) führt zur Differentialgleichung

$$\frac{d\tilde{\mathbf{z}}_1}{dt} = \mathbf{A}_1\tilde{\mathbf{z}}_1 + \mathbf{B}_1\mathbf{r}_1 + \mathbf{B}_1\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{u}_1 - \mathbf{B}_1\mathbf{D}_1^{-1}(\mathbf{C}_1\tilde{\mathbf{z}}_1 + \mathbf{D}_1\mathbf{r}_1 - \mathbf{F}_1\mathbf{y}_1) - \mathbf{E}_1\mathbf{y}_1 \quad (\text{C.32})$$

für den konditionierten inneren Regler. Der Ausdruck auf der rechten Seite kann noch vereinfacht werden, mit Gleichung (C.30) erhält man den konditionierten inneren Regler mit

$$\frac{d\tilde{\mathbf{z}}_1}{dt} = \left(\mathbf{A}_1 - \mathbf{B}_1\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{C}_1\right)\tilde{\mathbf{z}}_1 + \mathbf{B}_1\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{u}_1 - \left(\mathbf{E}_1 - \mathbf{B}_1\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{F}_1\right)\mathbf{y}_1 \quad (\text{C.33})$$

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{C}_1\tilde{\mathbf{z}}_1 + \mathbf{D}_1\mathbf{r}_1 - \mathbf{F}_1\mathbf{y}_1. \quad (\text{C.34})$$

Der konditionierte innere Regler entspricht dem Resultat der ursprünglichen Herleitung zu Beginn des Kapitels.

C.3.2 Äußerer Regelkreis

Der erste Schritt bei der Konditionierung des äußeren Reglers ist identisch zur Vorgehensweise beim inneren Regler. Das neue Zustandsraummodell des Reglers mit den fiktiven Zuständen lautet

$$\frac{d\tilde{\mathbf{z}}_2}{dt} = \mathbf{A}_2\tilde{\mathbf{z}}_2 + \mathbf{B}_2\tilde{\mathbf{r}}_2 - \mathbf{E}_2\mathbf{y}_2 \quad (\text{C.35})$$

$$\tilde{\mathbf{v}}_2 = \mathbf{C}_2\tilde{\mathbf{z}}_2 + \mathbf{D}_2\tilde{\mathbf{r}}_2 - \mathbf{F}_2\mathbf{y}_2 \stackrel{!}{=} \mathbf{u}_2 \quad (\text{C.36})$$

$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{C}_2\tilde{\mathbf{z}}_2 + \mathbf{D}_2\mathbf{r}_2 - \mathbf{F}_2\mathbf{y}_2. \quad (\text{C.37})$$

Wieder wird die Differenz der Gleichungen (C.36) und (C.37) gebildet und die Gleichung nach $\tilde{\mathbf{r}}_2$ aufgelöst:

$$\tilde{\mathbf{r}}_2 = \mathbf{r}_2 + \mathbf{D}_2^{-1} (\mathbf{u}_2 - \mathbf{v}_2) \quad (\text{C.38})$$

Unter der Annahme, dass die Ausgangsgrößen \mathbf{u}_2 des äußeren Reglers den realisierbaren Führungsgrößen $\tilde{\mathbf{r}}_1$ entsprechen,

$$\mathbf{u}_2 = \tilde{\mathbf{r}}_1,$$

kann in (C.38) der Ausdruck für $\tilde{\mathbf{r}}_1$ nach Gleichung (C.31) eingesetzt werden:

$$\tilde{\mathbf{r}}_2 = \mathbf{r}_2 + \mathbf{D}_2^{-1} \left[\mathbf{r}_1 + \mathbf{D}_1^{-1} (\mathbf{u}_1 - \mathbf{v}_1) - \mathbf{v}_2 \right] \quad (\text{C.39})$$

Mit $\mathbf{r}_1 = \mathbf{u}_2$ erhält man

$$\tilde{\mathbf{r}}_2 = \mathbf{r}_2 + \mathbf{D}_2^{-1} \left[\mathbf{u}_2 - \mathbf{v}_2 + \mathbf{D}_1^{-1} (\mathbf{u}_1 - \mathbf{v}_1) \right]. \quad (\text{C.40})$$

Einsetzen des Resultats in die Differentialgleichung des Reglers ergibt

$$\frac{d\tilde{\mathbf{z}}_2}{dt} = \mathbf{A}_2 \tilde{\mathbf{z}}_2 + \mathbf{B}_2 \left\{ \mathbf{r}_2 + \mathbf{D}_2^{-1} \left[\mathbf{u}_2 - \mathbf{v}_2 + \mathbf{D}_1^{-1} (\mathbf{u}_1 - \mathbf{v}_1) \right] \right\} - \mathbf{E}_2 \mathbf{y}_2 \quad (\text{C.41})$$

und mit \mathbf{v}_2 nach (C.37)

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{\mathbf{z}}_2}{dt} = & \mathbf{A}_2 \tilde{\mathbf{z}}_2 + \mathbf{B}_2 \mathbf{r}_2 + \mathbf{B}_2 \mathbf{D}_2^{-1} \mathbf{u}_2 - \mathbf{B}_2 \mathbf{D}_2^{-1} \mathbf{C}_2 \tilde{\mathbf{z}}_2 - \mathbf{B}_2 \mathbf{D}_2^{-1} \mathbf{D}_2 \mathbf{r}_2 + \\ & + \mathbf{B}_2 \mathbf{D}_2^{-1} \mathbf{F}_2 \mathbf{y}_2 + \mathbf{B}_2 \mathbf{D}_2^{-1} \mathbf{D}_1^{-1} \mathbf{u}_1 - \mathbf{B}_2 \mathbf{D}_2^{-1} \mathbf{D}_1^{-1} \mathbf{v}_1 - \mathbf{E}_2 \mathbf{y}_2. \end{aligned} \quad (\text{C.42})$$

Zusammengefasst erhält man für den konditionierten äußeren Regler

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{\mathbf{z}}_2}{dt} = & \left(\mathbf{A}_2 - \mathbf{B}_2 \mathbf{D}_2^{-1} \mathbf{C}_2 \right) \tilde{\mathbf{z}}_2 + \mathbf{B}_2 \mathbf{D}_2^{-1} \mathbf{u}_2 - \left(\mathbf{E}_2 - \mathbf{B}_2 \mathbf{D}_2^{-1} \mathbf{F}_2 \right) \mathbf{y}_2 + \\ & + \mathbf{B}_2 \mathbf{D}_2^{-1} \mathbf{D}_1^{-1} (\mathbf{u}_1 - \mathbf{v}_1) \end{aligned} \quad (\text{C.43})$$

$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{C}_2 \tilde{\mathbf{z}}_2 + \mathbf{D}_2 \mathbf{r}_2 - \mathbf{F}_2 \mathbf{y}_2. \quad (\text{C.44})$$

Im Vergleich zum inneren Regler kommt der Term $\mathbf{B}_2 \mathbf{D}_2^{-1} \mathbf{D}_1^{-1} (\mathbf{u}_1 - \mathbf{v}_1)$ in der Differentialgleichung hinzu. Für jede weitere Kaskadierung tritt ein zusätzlicher Ausdruck dieser Art auf.

C.3.3 Kaskadierung von PI-Reglern

Die im vorherigen Abschnitt beschriebene Konditioniertechnik für Kaskadenregelkreise wird nun auf die Kaskadierung zweier PI-Regler angewendet um eine Anti-Windup-Maßnahme zu entwerfen. Die Struktur der Kaskade ist in Abbildung C.7 dargestellt. Zuerst wird der innere Regler konditioniert, im Anschluss der äußere.

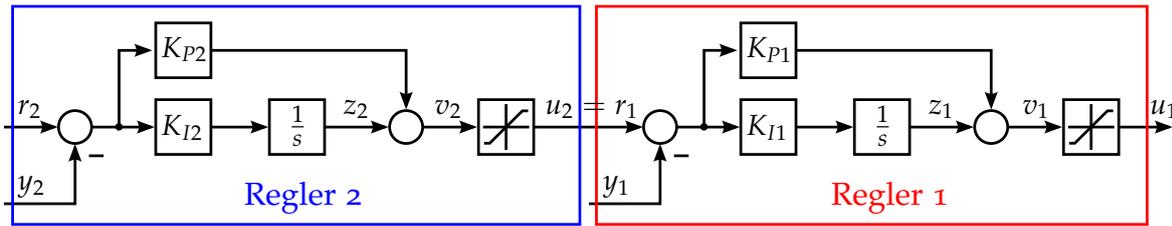


Abbildung C.7: Kaskadierung zweier PI-Regler

Innerer Kreis

Das Zustandsraummodell des inneren PI-Reglers lautet

$$\frac{dz_1}{dt} = K_{I1}r_1 - K_{I1}y_1 \quad (\text{C.45})$$

$$v_1 = z_1 + K_{P1}r_1 - K_{P1}y_1, \quad (\text{C.46})$$

vergleiche (C.18) und (C.19) in Abschnitt C.2. Die Parameter für die Darstellung nach (C.28) und (C.30) können abgelesen werden:

$$\begin{array}{lll} A_1 = 0, & B_1 = K_{I1}, & E_1 = K_{I1}, \\ C_1 = 1, & D_1 = K_{P1}, & F_1 = K_{P1}. \end{array}$$

Damit kann das Zustandsraummodell des konditionierten Reglers nach (C.33) und (C.34) sofort angegeben werden,

$$\frac{d\tilde{z}_1}{dt} = \frac{K_{I1}}{K_{P1}} (u_1 - \tilde{z}_1) \quad (\text{C.47})$$

$$v_1 = \tilde{z}_1 + K_{P1}(r_1 - y_1). \quad (\text{C.48})$$

Die Gleichungen entsprechen wenig überraschend exakt dem Ergebnis des einzelnen konditionierten PI-Reglers in Abschnitt C.2.1.

Äußerer Kreis

Auch für den äußeren PI-Regler kann analog zum inneren ein Zustandsraummodell angegeben werden:

$$\frac{dz_2}{dt} = K_{I2}r_2 - K_{I2}y_2 \quad (\text{C.49})$$

$$v_2 = z_2 + K_{P2}r_2 - K_{P2}y_2 \quad (\text{C.50})$$

Für die Parameter gilt

$$\begin{array}{lll} A_2 = 0, & B_2 = K_{I2}, & E_2 = K_{I2}, \\ C_2 = 2, & D_2 = K_{P2}, & F_2 = K_{P2}. \end{array}$$

Einsetzen der Parameter in die Zustandsraumdarstellung des konditionierten äußeren Reglers nach (C.43) und (C.44) führt zu den Gleichungen

$$\frac{d\tilde{z}_2}{dt} = \frac{K_{I2}}{K_{P2}} (u_2 - \tilde{z}_2) + \frac{K_{I2}}{K_{P1}K_{P2}} (u_1 - v_1) \quad (\text{C.51})$$

$$v_2 = \tilde{z}_2 + K_{P2}(r_2 - y_2). \quad (\text{C.52})$$

Der konditionierte äußere Regler entspricht nun nicht mehr dem konditionierten PI-Regler nach Abschnitt C.2. Die Differentialgleichung enthält den zusätzlichen Term $\frac{K_{I2}}{K_{P1}K_{P2}} (u_1 - v_1)$.

Abbildung C.8 zeigt eine mögliche Realisierung der Kaskadenregelung. Sie ent-

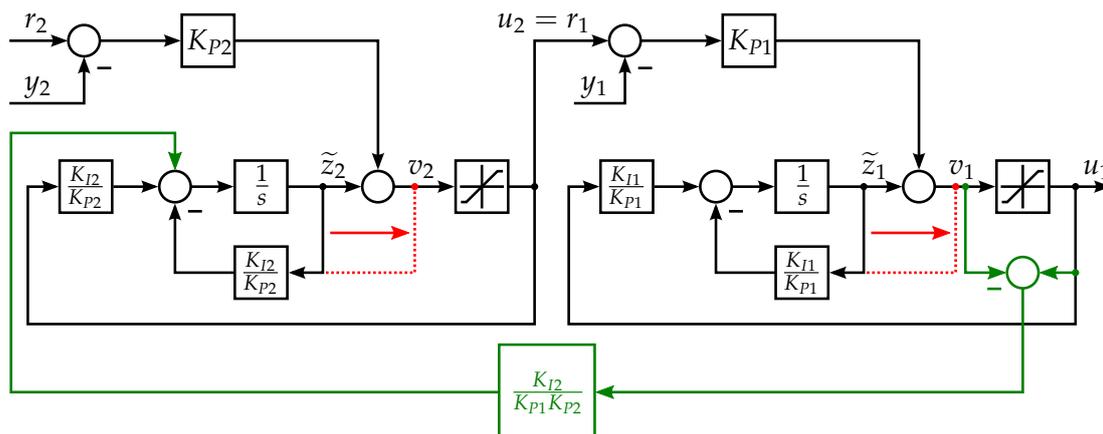


Abbildung C.8: Blockschaltbild der konditionierten Kaskade zweier PI-Regler

spricht der Hintereinanderschaltung zweier PI-Regler nach Abbildung C.4. Einzig der in grün gezeichnete Zweig kommt durch die Kaskadierung hinzu. Wie beim einzelnen PI-Regler kann das Blockschaltbild durch Verschieben der Rückkopplungen der Integratoren umgezeichnet werden. Damit ergeben sich die in Abbildung C.9 gezeigten PI-Regler mit klassischer Anti-Windup-Maßnahme. Der einzige Unterschied bei der Kaskadierung der Regler ist die zusätzliche Rückführung der Differenz von begrenzter und unbegrenzter Stellgröße $u_1 - v_1$ des inneren Reglers zum Integrator des äußeren Reglers!

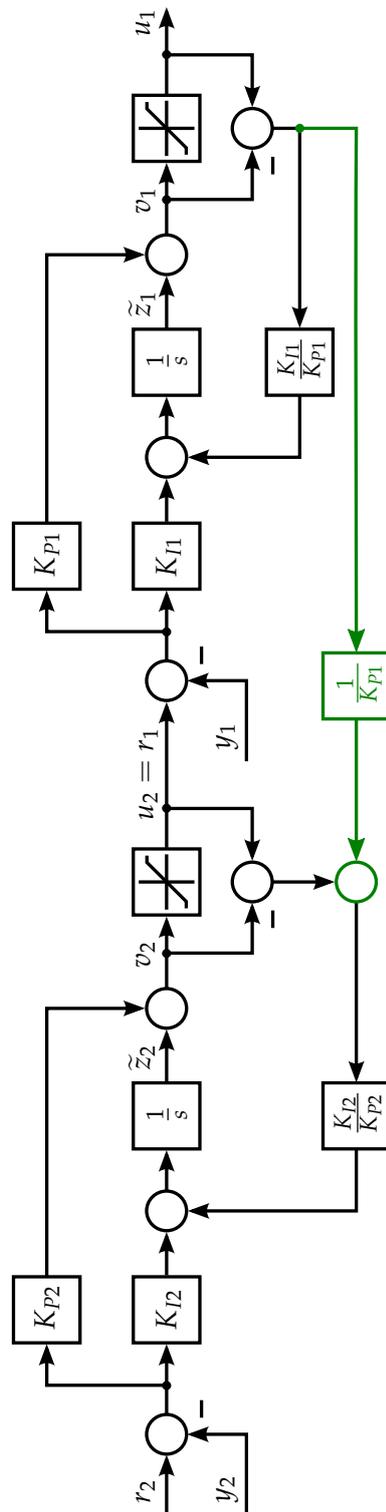


Abbildung C.9: Alternative Darstellung der Kaskade aus konditionierten PI-Reglern mit klassischer Anti-Windup-Maßnahme

Literatur

- [1] Carl Benz. „Fahrzeug mit Gasmotorenbetrieb“. Patent 37435 (Deutsches Reichspatent). 2. Nov. 1886.
- [2] Alois Riedler. *Wissenschaftliche Automobil-Wertung. Berichte I - V des Laboratoriums für Kraftfahrzeuge an der Königlichen Technischen Hochschule zu Berlin*. Oldenbourg, 1911.
- [3] Alois Riedler. *Wissenschaftliche Automobil-Wertung. Berichte VI - X des Laboratoriums für Kraftfahrzeuge an der Königlichen Technischen Hochschule zu Berlin*. Oldenbourg, 1912.
- [4] Adolf Miethe, Hrsg. *Die Technik im zwanzigsten Jahrhundert. Das Verkehrswesen. Die Großfabrikation*. Bd. 4. Braunschweig: George Westermann, 1912.
- [5] Helmut Pucher und Karl Zinner. *Aufladung von Verbrennungsmotoren. Grundlagen, Berechnungen, Ausführungen*. 4. Aufl. Springer Vieweg, 2012.
- [6] Richard van Basshuysen und Fred Schäfer, Hrsg. *Handbuch Verbrennungsmotor. Grundlagen, Komponenten, Systeme, Perspektiven*. 7. Aufl. ATZ-MTZ Fachbuch. Springer Fachmedien Wiesbaden, 2015.
- [7] Hans Dieter Baehr und Stephan Kabelac. *Thermodynamik*. 13. Aufl. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006.
- [8] Rudolf Pischinger, Manfred Klell und Theodor Sams. *Thermodynamik der Verbrennungskraftmaschine*. 3. Aufl. Der Fahrzeugantrieb. Springer Wien New York, 2009.
- [9] Alfred Büchi. „Verbrennungskraftmaschinenanlage“. Patent 204630 (Deutsches Reichspatent). 16. Nov. 1905.
- [10] Wikipedia. *Querschnitt Abgasturbolader*. URL: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/76/Turbocharger.jpg> (besucht am 20. 12. 2016).
- [11] Thomas Sailer. „Experimentelle und numerische Analyse des Instationärverhaltens eines Abgasturboladers als Fahrzeugkomponente“. Dissertation. Karlsruher Instiut für Technologie, 2016.

- [12] auto.de. *Turbolader Schnitt VTG*. URL: <http://www.auto.de/magazin/exklusiv-ein-turbolader-ist-eigentlich-unzerstoerbar/> (besucht am 21. 12. 2016).
- [13] Edwin Kamphues, Marc Sens und Holger Bolz. „Messmethoden am Heißgasprüfstand“. In: *Motorprozesssimulation und Aufladung II*. Hrsg. von Helmut Pucher und Jörn Kahrstedt. 2007.
- [14] Holger Mai. *Parameterstudie zur Turbolader-Kennfeldvermessung*. Abschlussbericht VFI-Vorhaben. Technische Universität Berlin, 2009.
- [15] Ignasi Forcada, Holger Bolz und Michael Mandel. „Neue Prüfstandstechnik für die Entwicklung moderner Turbolader“. In: *MTZ - Motortechnische Zeitschrift* 64.1 (2003).
- [16] Michael Paulweber und Klaus Lebert. *Mess- und Prüfstandstechnik. Antriebsstrangentwicklung Hybridisierung Elektrifizierung*. Der Fahrzeugantrieb. Springer Vieweg, 2014.
- [17] Bosch Mahle Turbosystems. *Verbindungsrohr Heißgasprüfstand*. URL: http://www.bmturbosystems.com/fileadmin/content/downloads/presse_bilder/bmts_qualitaet_01.jpg (besucht am 08.05.2017).
- [18] Robert Bauer. „Modellierung und modellbasierte Regelungsstrategien am Beispiel einer Biomasse-Feuerungsanlage“. Habilitationsschrift. Technische Universität Graz, 2009.
- [19] Markus Freistätter u. a. „Modellbildung und Temperaturregelung von Heißgasprüfständen“. In: *e & i Elektrotechnik und Informationstechnik* 133.6 (1. Sep. 2016).
- [20] Leonard Gould. *Chemical Process Control: Theory and Applications*. Addison-Wesley Publishing Company, 1969.
- [21] Frank P. Incropera und David P. DeWitt. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. 5. Aufl. Wiley, 2002.
- [22] P. Profos und T. Pfeifer, Hrsg. *Grundlagen der Messtechnik*. 5. Aufl. Oldenbourg, 1997.
- [23] K. Brammer und G. Siffling. *Kalman-Bucy-Filter: Deterministische Beobachtung und stochastische Filterung*. Oldenbourg Verlag München, 1975.
- [24] Rene Berndt. „Einfluss eines diabaten Turboladermodells auf die Gesamtprozess-Simulation abgasturboaufgeladener PKW-Dieselmotoren“. Dissertation. Technische Universität Berlin, 8. Nov. 2009.
- [25] Jens-Achim Kessel. „Modellbildung von Abgasturboladern mit variabler Turbinengeometrie an schnellaufenden Dieselmotoren“. Dissertation. Technische Universität Darmstadt, 18. Okt. 2002.

-
- [26] Ruixue Li u. a. „Calibration and Validation of a Mean Value Model for Turbocharged Diesel Engine“. In: *Advances in Mechanical Engineering* 5 (2013).
- [27] Paul Moraal und Ilya Kolmanovsky. *Turbocharger Modeling for Automotive Control Applications*. Techn. Ber. SAE Technical Paper, 1999.
- [28] J.R. Serrano u. a. „A model of turbocharger radial turbines appropriate to be used in zero- and one-dimensional gas dynamics codes for internal combustion engines modelling“. In: *Energy Conversion and Management* 49.12 (2008), S. 3729–3745.
- [29] Markus Freistätter u. a. „Control-oriented Turbocharger Modeling“. In: *Tageungsband des 19. Steirischen Seminars über Regelungstechnik und Prozessautomatisierung* Schloss Retzhof, Österreich (2015).
- [30] Hans Dieter Baehr und Karl Stephan. *Wärme- und Stoffübertragung*. 5. Aufl. Springer Berlin Heidelberg New York, 2006.
- [31] Helmut E. Siekmann und Paul Uwe Thamsen. *Strömungslehre für den Maschinenbau. Technik und Beispiele*. 2. Aufl. Springer Berlin Heidelberg, 2009.
- [32] Willy J. G. Bräunling. *Flugzeugtriebwerke. Grundlagen, Aero-Thermodynamik, Ideale und reale Kreisprozesse, Thermische Turbomaschinen, Komponenten, Emissionen und Systeme*. 4. Aufl. VDI-Buch. Springer Berlin Heidelberg, 2015.
- [33] Helmut Pucher und Jörn Kahrstedt, Hrsg. *Motorprozesssimulation und Aufladung II*. Haus der Technik Fachbuch. Expert Verlag, 2007.
- [34] S. A. Nelson, Z. S. Filipi und D. N. Assanis. „The Use of Neural Nets for Matching Fixed or Variable Geometry Compressors With Diesel Engines“. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 125 (2 2003), S. 572–579.
- [35] Oliver Nelles. „LOLIMOT-Lokale, lineare Modelle zur Identifikation nicht-linearer, dynamischer Systeme“. In: *at-Automatisierungstechnik* 45.4 (1. Apr. 1997), S. 163–174.
- [36] Jens-Achim Kessel, J. Schaffnit und M. Schmidt. *Modelling and Real-Time Simulation of a Turbocharger with Variable Turbine Geometry (VTG)*. SAE Technical Paper 980770. 23. Jan. 1998.
- [37] Alfred Böge, Hrsg. *Handbuch Maschinenbau. Grundlagen und Anwendungen der Maschinenbau-Technik*. 20. Aufl. Vieweg+Teubner, 2011.
- [38] Martin T. Hagan, Howard B. Demuth und Orlando De Jesus. „An Introduction to the Use of Neural Networks in Control Systems“. In: *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 12.11 (2002), S. 959–985.
- [39] Robert Bauer u. a. „Modellierung der Druck- und Volumenstromverhältnisse in einer Biomasse-Feuerung“. In: *at-Automatisierungstechnik* 55 (2007), S. 404–410.

-
- [40] Frank Willems und Bram de Jager. „Modeling and Control of Rotating Stall and Surge: An Overview“. In: *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Control Applications*. Bd. 1. 1998, S. 331–335.
- [41] Neil Watson und Marian S. Janota. *Turbocharging the Internal Combustion Engine*. Macmillan Press, 1982.
- [42] Jan van Helvoirt. „Centrifugal Compressor Surge. Modeling and Identification for Control“. Dissertation. Technische Universität Eindhoven, 2007.
- [43] J.-P. Jensen u. a. *Mean Value Modeling of a Small Turbocharged Diesel Engine*. Techn. Ber. SAE Technical Paper, 1991.
- [44] Hassan K. Khalil. *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, 2002.
- [45] Raymond Hanus, Michel Kinnaert und J. L. Henrotte. „Conditioning Technique, a General Anti-Windup and Bumpless Transfer Method“. In: *Automatica* 23 (1987), S. 729–739.
- [46] Peter Hippe und Christoph Wurmthaler. „Systematic closed-loop design in the presence of input saturations“. In: *Automatica* 35.4 (1999), S. 689–695.
- [47] Martin Horn und Nicolaos Dourdoumas. *Regelungstechnik. Rechnerunterstützter Entwurf zeitkontinuierlicher und zeitdiskreter Regelkreise*. Pearson Studium, 2004.
- [48] Jürgen Ackermann. „Der Entwurf linearer Regelungssysteme im Zustandsraum“. In: *at-Automatisierungstechnik* 20.7 (1972), S. 297–300.
- [49] Robert Bauer. „Prozessautomatisierung“. Vorlesung. Unveröffentlicht. Technische Universität Graz, 2009.
- [50] Peter Hippe. *Windup in Control. Its Effects and Their Prevention*. Springer London, 2006.