XI. Elektrische Leitfähigkeit.

A. Allgemeine Begriffe.

401. Der elektrische Leitwiderstand w_t eines Leiters von der Länge l (in m) und dem Querschnitt q (in qmm) bei der Temperatur t ist

$$w_t = \omega_t \cdot \frac{l}{q} \text{ in Ohm } (\Omega) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Um anzudeuten, daß die Länge in m, der Querschnitt aber in qmm einzusetzen ist, schreibt man als Einheit auch kurz Ω m/qmm.

In der Gleichung bedeutet ω_t eine für den Stoff des Leiters bei der Temperatur t kennzeichnende Größe, die man den spezifischen Leitwiderstand für die Temperatur t nennt. ω_t ist der Widerstand, den ein Stab von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt aus dem betreffendem Stoffe bei der Temperatur t zeigt.

Der reziproke Wert des elektrischen Leitwiderstandes w_t heißt die Leitfähigkeit L_t. Es ist $L_t = \frac{1}{w_t} = \frac{1}{\omega_t} \cdot \frac{q}{l}$; der reziproke Wert des spezifischen Leitwiderstandes $\frac{1}{\omega_t}$ heißt die spezifische Leitfähigkeit des Stoffes und soll mit Λ_t bezeichnet werden. Es ist somit

$$L_t = \Lambda_t \cdot \frac{q}{l} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1a)$$

Oft bezieht man ω_t auch auf die Länge von 1 cm und den Querschnitt von 1 qcm. ω_t gibt dann für die betreffende Temperatur t den Leitwiderstand eines Würfels von 1 ccm Rauminhalt an. Diese Einheit für ω_t soll angedeutet werden mit Ω/cm^3; es gilt dann die Beziehung

$$\omega_t \text{ in } \Omega/\text{cm}^3 = \omega_t \text{ in } \Omega \text{ m/qmm} \times 10^{-4}.$$

Ausgedrückt in elektromagnetischen Zentimeter-Gramm-Sekunden-Einheiten (e.m. CGS) ist $1\,\Omega = 10^9$ CGS.

So hat z. B. das Eisen bei $t = 20$ C° den spezifischen Leitwiderstand von etwa

$$\begin{aligned}\omega_{20} &= 0{,}10\ \Omega \text{ m/qmm}\\ &= 0{,}10 \cdot 10^{-4}\ \Omega/\text{cm}^3\\ &= 0{,}10 \cdot 10^{-4} \cdot 10^9 = 0{,}10 \cdot 10^5 \text{ e.m. CGS.}\end{aligned}$$

Die spezifische Leitfähigkeit für Eisen würde sonach sein:

$$\begin{aligned}\Lambda_{20} &= 10 \text{ reziproke } \Omega \text{ m/qmm}\\ &= 10 \cdot 10^4 \text{ reziproke } \Omega/\text{cm}^3\\ &= 10 \cdot 10^{-5} \text{ CGS.}\end{aligned}$$

Der Leitwiderstand w_t sowohl, wie auch der spezifische Leitwiderstand ω_t sind abhängig von der Temperatur. Die Abhängigkeit kann durch eine Gleichung von folgender Form ausgedrückt werden:

$$\omega_t = \omega_0 (1 + \alpha t + \beta t^2 + \ldots) \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

worin ω_0 den spezifischen Widerstand bei 0 C°, ω_t den bei t C° bezeichnet, und α, β unveränderliche Zahlen sind. Aus Gl. 2 ergibt sich durch Reihenentwicklung

$$\Lambda_t = \Lambda_0 [1 - \alpha t + (\alpha^2 - \beta) t^2 + \ldots] \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

als Ausdruck für die Abhängigkeit des spezifischen Leitvermögens von der Temperatur. Darf in den Gl. 2 und 3 die Zahl β wegen ihrer Kleinheit gegenüber dem Werte von α vernachlässigt werden, so erhält man aus Gl. 2

$$\omega_t = \omega_0 (1 + \alpha t) \quad \ldots \ldots \quad (2a)$$

Man nennt α den Temperaturkoeffizienten des elektrischen Leitwiderstandes.

Über die Leitwiderstände der einzelnen Metalle und ihrer Legierungen sowie über die Temperaturkoeffizienten sollen hier keine Zahlenangaben gemacht werden, da sie aus den vielen vorhandenen Tabellenwerken leicht zu entnehmen sind.

B. Abhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit von der Zusammensetzung.

402. Eine Legierung bestehe aus c_v Raumprozenten des Stoffes B und $100 - c_v$ Raumprozenten des Stoffes A. Ihr Gefüge sei ein Gemenge aus Kristallen der reinen Stoffe A und B, die in feiner Verteilung nebeneinander gelagert sind. Für die folgende Betrachtung ist es gleichgültig, ob die beiden Kristallarten teilweise ein Eutektikum bilden oder nicht. Es werde angenommen, daß in der Fläche des Querschnitts der Legierung c_f Flächenprozent des Stoffes B und demnach $100 - c_f$ Flächenprozent des Stoffes A vorhanden sind. Unter der Voraussetzung, daß die beiden Gefügebestandteile A und B in der Masse der Legierung möglichst gleichmäßig verteilt sind, werden in jedem Schnitt durch die Legierung die Flächenanteile c_f und $100 - c_f$ der beiden Gefügebestandteile A und B gefunden. Man denke sich aus der Legierung einen Stab vom Querschnitt 100 und der Länge h herausgeschnitten, und ferner den Stab durch unendlich viele Querschnitte in Scheiben von außerordentlich kleiner Dicke dh zerlegt. In einer dieser dünnen Scheiben ist dann der Rauminhalt des Stoffes B gleich $c_f \cdot dh$; mithin ist der gesamte Raumanteil des Stoffes B in dem ganzen Stab von der Länge h

$$c_v = \int_0^h c_f \cdot dh,$$

und da wegen der vorausgesetzten gleichmäßigen Verteilung der Gefügebestandteile c_f als unveränderlich gelten kann,

$$c_v = c_f \cdot h.$$

Ebenso findet man für den gesamten Raumanteil des Stoffes A

$$100 \cdot h - c_v = (100 - c_f) h.$$

Setzt man $h = 1$, also $100 h = 100$, so verhält sich

$$\frac{c_v}{100 - c_v} = \frac{c_f}{100 - c_f}.$$

Man kann also anstatt des Mengenverhältnisses der beiden Gefügebestandteile in Raumprozenten auch ihr Verhältnis in Flächenprozenten innerhalb des Querschnittes setzen.