VIII. Das Schwinden und seine Begleiterscheinungen.

A. Allgemeine Betrachtungen.

366. Das Volumen v eines Stoffes ist abhängig von seiner Temperatur t und dem Druck p. Bei festen und flüssigen Stoffen haben geringe Änderungen des Drucks verhältnismäßig sehr geringen Einfluß auf das Volumen, so daß man diesen bei Drücken in der Nähe des Atmosphärendrucks $p=1$ vernachlässigen kann. Unter dieser Voraussetzung ist dann v nur abhängig von t. Irgendeine Längenabmessung l des festen oder flüssigen Stoffes ist dann ebenfalls von t abhängig. Zeichnet man v oder l in Abhängigkeit von der Temperatur auf, so erhält man Linien, die im allgemeinen stetig verlaufen, solange nicht eine Zustandsänderung innerhalb des Stoffes eintritt (Änderung des Aggregatzustandes oder Umwandlung), die plötzliche Änderung im Verlauf der Linie herbeiführt.

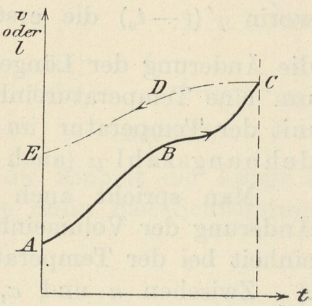

Abb. 435.

Im allgemeinen ist der Verlauf der Schaulinien für v und l umkehrbar, d. h. die durch den Versuch ermittelte Beziehung zwischen v und t ist dieselbe, ob man den Versuch bei steigender oder bei fallender Temperatur ausführt. Bei steigender Temperatur wird z. B. die Linie ABC (Abb. 435) erhalten, bei fallender Temperatur wird dann dieselbe Linie wieder im umgekehrten Sinne zurückgelegt.

Es gibt aber auch einige Fälle (z. B. bei gewissen Eisen-Nickel-Legierungen), wo der Vorgang der Volum- und Längenänderung bei Erhitzung und Abkühlung nicht umkehrbar ist. Man erhält dann bei steigender Temperatur beispielsweise eine Linie ABC, bei abfallender Temperatur eine davon abweichende Linie CDE. Solche Fälle sind möglich, wenn sich die Änderung des Volumens v oder der Länge l nicht sogleich mit der Temperatur t einstellt, sondern infolge starker innerer Reibung innerhalb des Stoffes hinter der Änderung der Temperatur zurückbleibt. Man hat dann eine Art Hysteresis, ähnlich wie beim Magnetisierungsvorgang. Die Energie, die bei der Erwärmung des Stoffes zur Volumvergrößerung aufgewendet wurde, wird in einem solchen Falle bei der Abkühlung nicht vollständig wieder abgegeben. Diese Ausnahmefälle sollen später besprochen werden (II B); im folgenden werde von ihnen vorläufig abgesehen.

Rechnet man die Temperatur von einer Temperatur t_0 als Nullpunkt an, und besitzt der Stoff bei t_0 das Volumen v_0, so kann man die Beziehung zwischen v und t und ebenso die zwischen l und t in die Form bringen

$$v = v_0\,\varphi_1(t - t_0) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$l = l_0\,\varphi(t - t_0) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Hierin sind φ_1 und φ Funktionen, die den Verlauf der Linie AB in Abb. 436 bestimmen.

Da man bei bekannten Längenabmessungen eines Körpers sein Volumen v berechnen kann, wollen wir vorläufig nur die Längenänderungen betrachten.

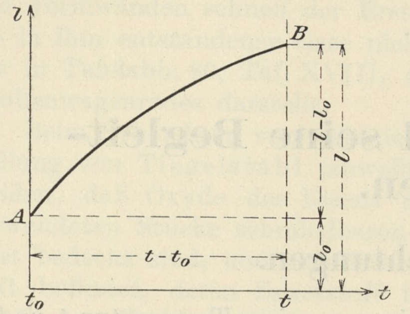

Abb. 436.

Der Verlauf der Linie AB entspreche der Gl. 2. Bei der Erwärmung von t_0 auf t wird ein Stab von der ursprünglichen Länge l_0 um den Betrag $\lambda_w = l - l_0$ verlängert. Das entspricht einer Wärmedehnung ε_w bezogen auf die Einheit der Länge l_0 von

$$\varepsilon_w = \frac{l - l_0}{l_0}.$$

Aus Gl. 2 ergibt sich der Wert der Wärmedehnung

$$\varepsilon_w = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{l}{l_0} - 1 = \varphi(t - t_0) - 1.$$

Sie ist sonach abhängig von der Temperatur. Einer sehr kleinen Temperaturänderung dt möge die ebenfalls sehr kleine Änderung $d\varepsilon_w$ der Dehnung entsprechen. Dann ist

$$\alpha = \frac{d\varepsilon_w}{dt} = \varphi'(t - t_0), \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

worin $\varphi'(t - t_0)$ die erste Ableitung der Funktion $\varphi(t - t_0)$ bedeutet. $\frac{d\varepsilon_w}{dt}$ gibt die Änderung der Längeneinheit des Stabes infolge der Änderung der Temperatur um eine Temperatureinheit bei der Temperatur t an. Man bezeichnet diesen mit der Temperatur im allgemeinen veränderlichen Wert als **lineare Wärmedehnungszahl** α (auch als linearen Ausdehnungskoëffizienten).

Man spricht auch von der **kubischen Wärmedehnungszahl**, die die Änderung der Volumeinheit infolge Änderung der Temperatur um eine Temperatureinheit bei der Temperatur t angibt. Sie soll das Zeichen α_1 erhalten.

Zwischen α und α_1 besteht eine Beziehung, die sich aus folgender Überlegung ergibt: Ein Würfel mit der Kantenlänge $l = 1$ werde bei einer bestimmten Temperatur t um 1 C° erhitzt. Jede Kante dehnt sich dann um den Betrag α und nimmt die Länge $1 + \alpha$ an. Das Volumen des Würfels nach der Erwärmung ist somit $(1 + \alpha)^3$; die Änderung des Volumens ist $(1 + \alpha)^3 - 1$; der Begriffserklärung nach muß somit sein

$$\alpha_1 = (1 + \alpha)^3 - 1 = 3\alpha + 3\alpha^2 + \alpha^3.$$

Da α erfahrungsgemäß bei flüssigen und festen Stoffen sehr klein ist, so kann man die höheren Potenzen α^2 und α^3 gegenüber dem Wert 3α vernachlässigen, und man erhält

$$\alpha_1 = 3\alpha. \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Die kubische Wärmedehnungszahl ist also dreimal so groß als die lineare.

a) Kann innerhalb eines Temperaturbereichs t_0 bis t die Linie AB, Abb. 436, mit genügender Annäherung durch eine Gerade ersetzt werden, so wird Gl. 2

$$l = l_0 [1 + a(t - t_0)],$$

mithin $\varphi(t - t_0) = 1 + a(t - t_0)$ und $\varphi'(t - t_0) = a$; nun ist aber nach Gl. 3

$$\varphi'(t - t_0) = \alpha,$$

folglich erhalten wir $a = \alpha$ und für den vorliegenden besonderen Fall

$$l = l_0 [1 + \alpha (t - t_0)] \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2\text{a})$$

Die Wärmedehnungszahl ist unter der gemachten Voraussetzung innerhalb der Grenzen t_0 bis t unveränderlich.

b) Läßt sich die Gl. 2 mit genügender Genauigkeit innerhalb der Grenzen t_0 bis t ersetzen durch die Gleichung

$$l = l_0 [1 + a (t - t_0) + b (t - t_0)^2 + c (t - t_0)^3 + \ldots], \quad \ldots \quad (2\text{b})$$

so ergibt sich $\alpha = \varphi' (t - t_0)$ durch Differentiieren der Ausdrucks in der Klammer der Gl. 2b zu

$$\alpha = a + 2b (t - t_0) + 3c (t - t_0)^2 + \ldots$$

367. Ein Stab, der bei der Temperatur t_1 die Länge l_1 hatte, werde abgekühlt auf die Temperatur t_2. Die Längenänderung werde entsprechend der Gleichung 2 dargestellt durch die Linie AB in Abb. 437:

$$l = l_2 \varphi (t - t_2) \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

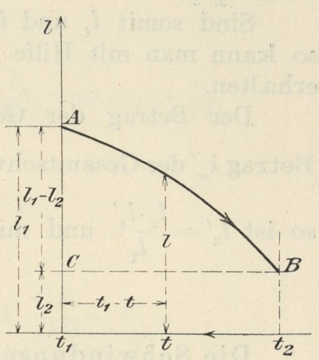

Abb. 437.

Die gesamte Verkürzung (Schwindung) bei der Abkühlung von t_1 auf t_2, wobei t_2 der atmosphärischen Temperatur entsprechen möge, ist $\lambda_w = AC = l_1 - l_2$, die Verkürzung, bezogen auf die Einheit der Länge l_2, wird $\frac{l_1 - l_2}{l_2}$. Man nennt diese Größe das Schwindmaß für den Temperaturabfall von t_1 bis t_2. Es soll mit $\varepsilon_{1.2}$ bezeichnet werden:

$$\varepsilon_{1.2} = \frac{l_1 - l_2}{l_2} \quad \ldots \ldots \quad (6)$$

Zuweilen bezieht man das Schwindmaß nicht auf die Einheit der Länge l_2, sondern auf 100 Einheiten dieser Länge. Man erhält dann das Schwindmaß in Prozenten, es ist

$$\frac{l_1 - l_2}{l_2} \cdot 100 = \varepsilon_{1.2} \cdot 100 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

Die Kenntnis des Schwindmaßes ist von großer Bedeutung für die technologische Verarbeitung der metallischen Stoffe. Wird z. B. ein Stab gegossen und hat das Modell und somit auch angenähert die Gußform die Länge l_1, so wird der fertige Abguß die Länge l_2 haben. Will man also einen Stab von der genauen Länge l_2 haben, so muß das Modell bzw. die Gußform um den Betrag der Schwindung $l_1 - l_2$ größer gemacht werden. Dieser Betrag ist $l_2 \cdot \varepsilon_{1.2}$. Bei Gußeisen ist das mittlere Schwindmaß von der Gießhitze bis zu gewöhnlicher Temperatur $\varepsilon \cdot 100 = 1\,^0/_0$. Um einen Gußeisenstab von der Länge 100 cm zu erhalten, muß man die Gußform 101 cm lang machen.

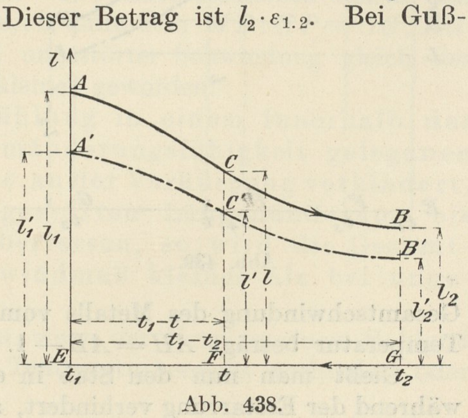

Abb. 438.

Von gleicher Wichtigkeit ist die Kenntnis des Schwindmaßes bei Walzmaterial, das genaue Querschnittsabmessungen haben soll. Sind z. B. Stahlschienen herzustellen mit einer Höhe h, so muß das Kaliber der Fertigwalze die Höhe $h (1 + \varepsilon)$ erhalten, wenn ε das Schwindmaß von der Temperatur des

Fertigstichs bis zu gewöhnlicher Temperatur bedeutet. Es ist bei schmiedbarem Eisen $\varepsilon \cdot 100 =$ etwa 1,3 bis 1,5%.

Zwei Stäbe eines und desselben Stoffes von verschiedener Länge l_1 und l_1' (vgl. Abb. 438) mögen von der Temperatur t_1 auf die Temperatur t_2 abkühlen. Es ergibt sich dann aus Gl. 5

$$l = l_2\,\varphi(t - t_2); \qquad l_1 = l_2\,\varphi(t_1 - t_2);$$

$$l' = l_2'\,\varphi(t - t_2); \qquad l_1' = l_2'\,\varphi(t_1 - t_2).$$

$$\frac{l}{l'} = \frac{l_2}{l_2'} \qquad \frac{l_1}{l_1'} = \frac{l_2}{l_2'}$$

mithin auch

$$\frac{l}{l'} = \frac{l_1}{l_1'},$$

d. h. das Verhältnis l/l' ist für jede Temperatur t unverändert gleich l_1/l_1' oder l_2/l_2'.

Sind somit l_1 und l_1' gegeben, und ist die Schwindungskurve AB bekannt, so kann man mit Hilfe des obigen Satzes die Punkte der Schwindungskurve $A'B'$ erhalten.

Der Betrag der Gesamtschwindung λ_w beim Stab l_1 ist $\lambda_w = l_1 - l_2$, der Betrag λ_w' der Gesamtschwindung für den Stab l_1' ist $\lambda_w' = l_1' - l_2'$. Da nun $\frac{l_1}{l_1'} = \frac{l_2}{l_2'}$, so ist $l_2' = \frac{l_2 \cdot l_1'}{l_1}$ und mithin $\lambda_w' = l_1' - \frac{l_2\,l_1'}{l_1} = \frac{l_1'}{l_1}(l_1 - l_2)$ und

$$\lambda_w' = \lambda_w \cdot \frac{l_1'}{l_1}. \quad \text{(8)}$$

Die Schwindungen zweier Stäbe eines und desselben Stoffes von verschiedener Länge, die von gleicher Anfangstemperatur aus auf gleiche Endtemperatur abkühlen, verhalten sich wie die ursprünglichen Längen.

368. Die metallischen Stoffe erfahren während der Erstarrung teilweise Volumab-, teilweise auch Volumzunahme. Ein Beispiel für den letzteren Fall bietet das graue Roheisen, das sich während der Erstarrung ausdehnt.

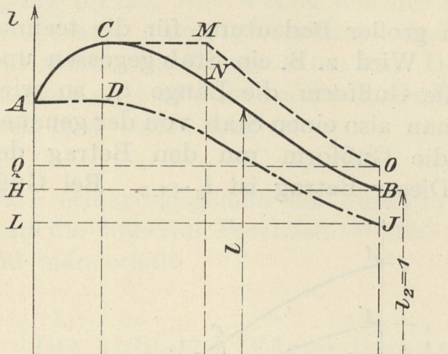

Abb. 439.

a) Die Schwindungslinie eines sich während der Erstarrung ausdehnenden metallischen Stoffes sei schematisch durch die Linie ACB in Abb. 439 gegeben. t_1 sei der Beginn der Erstarrung, t_3 das Ende derselben. Während der Erstarrung dehne sich das Material um den Betrag CD aus. t_2 sei die gewöhnliche atmosphärische Temperatur. Wählt man den Maßstab der Abbildung so, daß BG der Längeneinheit des gegossenen Stabes bei der Temperatur t_2 entspricht, so ist nach Gl. 5 für irgend eine Temperatur t

$$l = \varphi\,(t - t_2),$$

d. h. die Ordinate eines jeden Punktes der Kurve ACB stellt die Funktion φ dar. Die Gesamtschwindung des Metalls vom Beginn der Erstarrung bis zur gewöhnlichen Temperatur beträgt $AH = AE - 1$.

Gießt man nun den Stab in eine metallene Form, die die Ausdehnung CD während der Erstarrung verhindert, so wird er unter bleibender Zusammendrückung um den Betrag CD seine Länge bis zur Temperatur t_3 unverändert beibehalten. Er verhält sich nun bei seiner weiteren Abkühlung wie ein Stab desselben Stoffes von der Länge FD, der von der Temperatur t_3 ungestört auf t_2 abkühlt. Bei der letzteren Temperatur besitzt jede Einheit seiner Länge die Größe GJ, wobei sich GJ nach Abs. *367* ergibt zu

$$JG:BG = DF:CF,$$

also

$$JG = BG \cdot \frac{DF}{CF}.$$

Die Schwindung bei ungehinderter Ausdehnung des Metalls beträgt

$$\lambda_w = AE - BG,$$

die Schwindung λ_w' bei verhinderter Ausdehnung des Stoffes während der Erstarrung

$$\lambda_w' = AE - JG = AE - BG \cdot \frac{DF}{CF}.$$

λ_w' ist somit größer als λ_w.

Die Beziehung zwischen dem Gesamtschwindmaß $\varepsilon_{1.2} = \frac{\lambda_w}{BG}$ und $\varepsilon_{1.2}' = \frac{\lambda_w'}{JG}$ findet man ferner wie folgt:

$$\varepsilon_{1.2} = \frac{AE - BG}{BG} = \frac{AE}{BG} - 1 = AE - 1.$$

$$\varepsilon_{1.2}' = \frac{AE - BG \cdot \frac{DF}{CF}}{BG \cdot \frac{DF}{CF}} = \frac{AE}{BG} \cdot \frac{CF}{DF} - 1 = AE \cdot \frac{CF}{DF} - 1.$$

Das Schwindmaß $\varepsilon_{1.2}'$ ist also größer als $\varepsilon_{1.2}$.

Verhindert man einen Stoff, der sich während der Erstarrung ausdehnt, durch bleibende Formänderung an dieser Ausdehnung, so wird sowohl die Schwindung als auch das Schwindmaß gesteigert.

b) Wird ein Stoff, der von dem Beginn der Erstarrung bis zur gewöhnlichen Temperatur seine Länge nach der Linie ACB in Abb. 439 ändert, innerhalb des Temperaturintervalls t_3 bis t_4, in dem vorwiegend nur plastisches Formänderungsvermögen vorausgesetzt werde, an der freien Schwindung verhindert, so behält er bei t_4 noch die Länge $PM = CF$. Hört dann bei t_4 das der Schwindung entgegenstehende Hindernis auf, so entspricht die Weiterschwindung der Linie MO, also der Schwindung eines Stabes von der Länge $MP = CF$ nach demselben Gesetz, das dem Kurvenstück NB zugrunde liegt. Es muß dann sein $MP:NP = OG:BG$.

Die Schwindung ist jetzt statt AH bei ungestörter Schwindung gleich der Strecke AQ bei gestörter Schwindung, also kleiner geworden.

Wird ein Stoff während der Abkühlung in einem innerhalb der Zone der vorwiegend plastischen Formänderungsfähigkeit gelegenen Temperaturbereich durch äußere Kräfte an der Verkürzung verhindert, bei weiterer Abkühlung aber der ungestörten Längenänderung bis herab zu gewöhnlicher Temperatur überlassen, so wird die Gesamtschwindung und auch das Gesamtschwindmaß kleiner als bei ungestörter Längenänderung.

Der Fall b kann z. B. verwirklicht werden, wenn der Kern in einem Hohlguß die Schwindung innerhalb eines bestimmten Temperaturbereichs verhindert oder erschwert.

Die Fälle a und b können eintreten, wenn Formwände oder Kerne der freien Längenänderung des Gußstücks entgegenwirken; sie können aber auch dadurch bedingt werden, daß sich starr verbundene Teile des Gusses gegenseitig in ihrer Schwindung behindern, so daß der eine bleibend verkürzt, der andere bleibend gestreckt wird. Dieser Fall ist früher bereits bei den Spannungen besprochen worden (*331* bis *338*). Beide Fälle sind natürlich nur bis zu einem gewissen Grade möglich; übersteigen die Widerstände ein gewisses Maß, so treten Warmrisse auf (*335*).

B. Die Bildung von Schwindhohlräumen (Lunkern).

369. Zur groben Versinnlichung der Vorgänge bei der Bildung von Schwindhohlräumen diene folgende Betrachtung an der Hand der Abb. 441. Es liege eine Gußform vor, die einen würfelförmigen Hohlraum von 600 mm Seitenlänge umfaßt. In diese werde ein flüssiger Stoff eingegossen. Es wird vorausgesetzt, daß nach vollendetem Guß nichts mehr von dem flüssigen Material in die Gußform nachfließen kann. Die Schwindungslinie des gegossenen Stoffes habe den Verlauf wie in Abb. 440, d. h. weder das flüssige noch das feste Material ändere sein Volumen mit der Temperatur. Nur beim Übergang aus dem flüssigen in den festen Zustand trete eine Längenverkürzung um beispielsweise 25°/₀ ein. Dieser Verlauf der Schwindung ist zugrunde gelegt worden, weil sich hierbei die Überlegung am einfachsten gestaltet; insbesondere sind die Einflüsse von Strömungen innerhalb der Flüssigkeit durch diese Annahme ausgeschaltet gedacht, weil sie die Sachlage wesentlich verwickeln können.

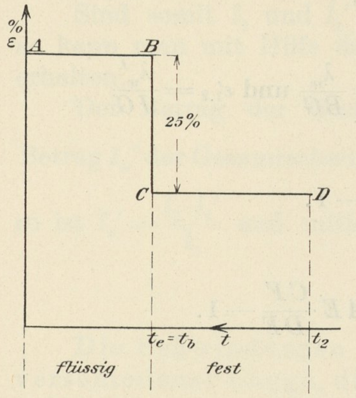

Abb. 440.

Wir denken uns die Erstarrung in drei Zeitabschnitte zerlegt. Die Abkühlung erfolgt von der Oberfläche der Gußform her von außen nach innen. Es werde vorausgesetzt, daß die Abkühlungsgeschwindigkeit in den Richtungen senkrecht zu den Würfelflächen an allen Stellen gleich sei.

1. Zeitabschnitt. Von dem Würfel von 600 mm Seitenlänge denke man sich eine Außenschicht von 120 mm Dicke abgetrennt und zur Erstarrung gebracht. Zurück bleibt dann von dem flüssigen Stoff ein Würfel von der Seitenlänge $600 - 2 \cdot 120 = 360$ mm, entsprechend einem Rauminhalt von 360^3 cbmm. Bei der Erstarrung der Außenschicht wird dem flüssigen Material Wärme von der Formwand entzogen. Es werden sich deswegen Kristalle an dieser ansetzen, und an diesen ersten Kristallen wachsen dann weitere an. Die erstarrte Kruste I wird daher außen einen Würfel von der Seitenlänge 600 mm bilden. Ihre Dicke, die im flüssigen Zustand 120 mm betrug, wird sich aber wegen der Schwindung von 25°/₀ auf 90 mm verringern. Man erhält so innerhalb der erstarrten Kruste einen würfelförmigen Hohlraum mit der Seitenlänge $600 - 2 \cdot 90 = 420$ mm. Dem flüssigen Rest von 360^3 cbmm Rauminhalt steht nun ein durch die erstarrte Kruste I gebildeter Hohlraum von 420^3 cbmm zur Verfügung, den er nicht auszufüllen vermag. Er wird sich deshalb im unteren Teil über der zur Verfügung stehenden Grundfläche von 420^2 qmm ausbreiten und eine Höhe h_1 annehmen, die sich aus der Beziehung $420^2 \cdot h_1 = 360^3$ ergibt, woraus $h_1 = 265$ mm. Von der zur Verfügung stehenden Höhe 420 mm des Hohlraums werden also nur 265 mm ausgefüllt. Über der Flüssigkeit bleibt deswegen ein luftlerer Raum H_1 von $420 - 265 = 155$ mm Höhe (Abb. 441).