

		c: Gehalt der Legierung an Zink			
		0—36%	36—47%	47—49%	49—60%
$\sigma_B$		b	a	b	—
$\delta$	a mit Wendepunkt		b	b oder c	—
$\xi$		a	b	b	b

Aus den beiden oben angegebenen Regeln ergibt sich weiter, daß in der Mehrzahl der Fälle einem Verlauf der  $c, \sigma_B$ -Linie nach  $a$  und  $b$  Abb. 324, ein Verlauf der  $c, \delta$ -Linie nach  $d$  und  $e$  der Abb. 324 entspricht, daß also, wenn die  $B$ -Grenze steigt, die Bruchdehnung im allgemeinen fällt. Ausnahmen treten aber auf, und zwar gehören hierzu die obengenannten Kupfer-Zink- und Kupfer-Aluminium-Legierungen.

## D. Wärmespannungen<sup>1)</sup>.

**324.** Kuppelt man drei Metallstäbe I, I', II von ursprünglich gleicher Länge  $l_0$  und gleicher Temperatur  $t_1$  durch zwei Querhäupter in gleicher Weise wie in Abb. 278, so ist das System zunächst spannungslos. Wird jetzt der Stab II auf eine Temperatur  $t_2$  größer als  $t_1$  erwärmt, während die Stäbe I und I' bei der niedrigeren Temperatur  $t_1$  verharren, so hat das System Eigenspannungen. Die beiden Stäbe I und I' möchten ihre ursprüngliche Länge  $l_0$  beibehalten, während der Stab II eine größere Länge, nämlich  $l_0 [1 + \alpha (t_2 - t_1)]$  annehmen möchte, wenn  $\alpha$  die Wärmedehnungszahl bedeutet. Da diese Verlängerung des Stabes II durch die starre Verkuppelung der drei Stäbe mittels der Querhäupter  $Q$  ausgeschlossen ist, so werden sich die drei Stäbe auf eine mittlere Länge  $l$  einigen, die größer ist als  $l_0$  und kleiner als  $l_0 [1 + \alpha (t_2 - t_1)]$ . Das ist aber nur möglich, wenn der Stab II elastisch zusammengedrückt und die Stäbe I und I' elastisch gedehnt werden. Wir haben also wieder das Schema wie in Abb. 277 und 278, nur ist in Abb. 277 statt  $l_1$  zu setzen  $l_0$  und statt  $l_2$  der Wert  $l_0 [1 + \alpha (t_2 - t_1)]$ .

Der wärmere Stab steht unter Druck-, der kältere unter Zugspannungen. Die Spannungen werden um so größer, je größer der Temperaturunterschied  $t_2 - t_1$  wird. Wir nennen solche durch Temperaturverschiedenheiten innerhalb des Systems bedingten Spannungen Wärmespannungen.

Wir setzen voraus, daß der Temperaturunterschied  $t_2 - t_1$  nicht so groß ist, daß eine bleibende Streckung der Stäbe I, I' oder eine bleibende Zusammendrückung des Stabes II eintritt. Dann wird bei einer Verminderung des Temperaturunterschiedes  $t_2 - t_1$  die Spannung abnehmen und nach Ausgleich der Temperatur, wenn  $t_2 = t_1$  geworden, wieder verschwunden sein. Die Spannungen sind dann vorübergehend.

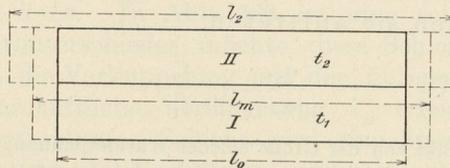


Abb. 327.

Man denke sich die beiden Stäbe I und II in Abb. 327 fest miteinander verkuppelt, so daß sie gezwungen sind, unter allen Umständen gleiche Länge zu behalten. Außerdem soll die Bedingung erfüllt sein, daß die Stäbe sich nicht krümmen können. Durch diese Verkuppelungsart werden ähnliche Verhältnisse

<sup>1)</sup> Vgl. E. Heyn *L*<sub>4</sub> 51, sowie E. Heyn und O. Bauer *L*<sub>4</sub> 52.

geschaffen, wie durch die Verkuppelung der drei Schraubenfedern in Abb. 278 durch die Querhäupter  $QQ$ . Die beiden Stäbe sollen bei der Temperatur  $t_1$  ohne Spannung sein und beide die gleiche Länge  $l_0$  besitzen. Dem Stab II werde die Temperatur  $t_2$  erteilt, der Stab I behalte seine Temperatur  $t_1$  bei;  $t_2$  sei größer als  $t_1$ . Wären die beiden Stäbe frei, nicht verkuppelt, so würde II die Länge  $l_2 = l_0 [1 + \alpha (t_2 - t_1)]$  annehmen. Wegen der Verkuppelung müssen sich die beiden Stäbe auf eine mittlere Länge  $l_m$  einigen, die zwischen  $l_0$  und  $l_2$  liegt. Hierbei wird der Stab I elastisch verlängert, II elastisch verkürzt; Stab I steht unter Zugspannung  $\sigma_1$ , Stab II unter Druckspannung  $\sigma_2$ . Der Querschnitt der beiden Stäbe sei  $f_1$  und  $f_2$ ; die Gleichgewichtsbedingung verlangt:

$$f_1 \cdot \sigma_1 + f_2 \cdot \sigma_2 = 0 \dots \dots \dots (7)$$

Hierbei wird ein positives  $\sigma$  Zug-, ein negatives Druckspannung bedeuten. Es ist nun

$$\sigma_1 = E \frac{l_m - l_0}{l_0}; \quad \sigma_2 = E \frac{l_m - l_0 [1 + \alpha (t_2 - t_1)]}{l_0} \dots \dots \dots (8)$$

wenn  $E$  der Elastizitätsmodul des Materials ist, und keine der Spannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  die Proportionalitätsgrenze des Materials erschreitet. Setzt man diese Werte in Gl. 7 ein, so erhält man

$$f_1 E \frac{l_m - l_0}{l_0} + f_2 E \frac{l_m - l_0 [1 + \alpha (t_2 - t_1)]}{l_0} = 0,$$

woraus folgt:

$$l_m = l_0 \left[ 1 + \frac{f_2}{f_1 + f_2} \alpha (t_2 - t_1) \right] \dots \dots \dots (9)$$

Nach Einsetzen des Wertes von  $l_m$  in die Gl. 8 findet man:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{E f_2}{f_1 + f_2} \alpha (t_2 - t_1) \\ \sigma_2 &= - \frac{E f_1}{f_1 + f_2} \alpha (t_2 - t_1) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

Die entstehenden Spannungen sind somit proportional dem Elastizitätsmodul, der Warmedehnungszahl und dem Temperaturunterschied  $t_2 - t_1$ , dagegen unabhängig von der Länge  $l_0$ . Die auf solche Weise entstandenen Spannungen sind folglich unter sonst gleichen Verhältnissen in langen Stäben nicht größer als in kürzeren.

Die Spannungen verhalten sich umgekehrt wie die Größe der Querschnitte, in denen sie auftreten.

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = - \frac{f_2}{f_1}.$$

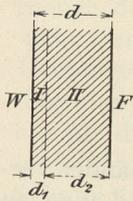


Abb. 328.

Um ein Bild von der Größe solcher Wärmespannungen zu gewinnen, werde z. B. ein Teil einer Kesselwand von der Dicke  $d$  betrachtet, wie in Abb. 328, deren eine Seite  $F$  Feuergase bespülen, und auf deren anderer Seite sich Wasser  $W$  befindet. Das letztere habe zunächst eine Temperatur von  $200\text{ C}^\circ$ , und diese Temperatur erstrecke sich im Gleichgewichtszustand über die ganze Dicke  $d$  des Kesselblechs. In einem gegebenen Augenblick werde plötzlich langsb der inneren Wandung  $W$  des Bleches kaltes Wasser von der Temperatur  $100\text{ C}^\circ$  vorbeigeführt (z. B. bei Speisung des Kessels). Infolgedessen sei nach einer bestimmten kurzen Zeit, bevor noch durch die Wärmeleitung der Beharrungszustand eingetreten ist, in der dünnen Schicht von der Dicke  $d_1$  die Temperatur  $100\text{ C}^\circ$  vorhanden; in der Schicht II von der Dicke  $d_2$  bestehe aber noch die Temperatur  $200\text{ C}^\circ$ . Es ist dann in Gl. 10 einzusetzen:

$$t_2 - t_1 = 100, \quad \frac{f_1}{f_1 + f_2} = \frac{d_1}{d}, \quad \frac{f_2}{f_1 + f_2} = \frac{d_2}{d},$$

und es ergibt sich

$$\sigma_1 = E \cdot \frac{d_2}{d} \cdot \alpha \cdot 100, \quad \sigma_2 = -E \cdot \frac{d_1}{d} \cdot \alpha \cdot 100.$$

Wählt man beispielsweise

$$\frac{d_1}{d} = 0,1, \quad \frac{d_2}{d} = 0,9,$$

so erhält man für Flußeisen unter Zugrundelegung von  $E = 2000000$  at und einer Ausdehnungszahl  $\alpha = 0,000012$

$$\sigma_1 = 2000000 \cdot 0,9 \cdot 0,000012 \cdot 100 = 2160 \text{ at.}$$

Die Spannung in der Schicht I würde also bereits sehr nahe der Streckgrenze des Flußeisens sein. Für Spannungen oberhalb der Streckgrenze ist die Formel nicht mehr zu gebrauchen; streng genommen gilt sie überhaupt nur bis zur Proportionalitätsgrenze. Die Rechnung gilt auch entsprechend der gemachten Voraussetzung nur dann, wenn der betrachtete Kesselwandteil sich nicht durchbiegen kann, wenn also an der in Frage kommenden Stelle der Kesselwand keine örtliche Beulung eintreten kann.

325. Der in Abb. 327 dargestellte Fall wird sich in Wirklichkeit schwerlich einstellen können, da die dort angenommene Temperaturverteilung unmöglich ist. Man kommt der Wirklichkeit näher, wenn man wie in Abb. 329 einen prismatischen Stab von der Dicke  $d$  und der Breite  $b$  betrachtet, der auf der Fläche II die höhere Temperatur  $t_2$  und auf der Fläche I die niedrigere Temperatur  $t_1$  besitzt.

Abb. 329 stellt einen Quer- und einen Längsschnitt durch den Stab dar. Krümmung des Stabes sei zunächst als ausgeschlossen gedacht. Der Abfall der Temperatur von der Fläche II nach der Fläche I werde durch die Linie  $AB$  veranschaulicht. Zu jedem Abstand  $x$  über der Fläche I gehört ein bestimmter Temperaturunterschied  $t = GH$ . Das Gesetz des Temperaturabfalls, also der Linie  $AB$  sei ausgedrückt durch die Gleichung

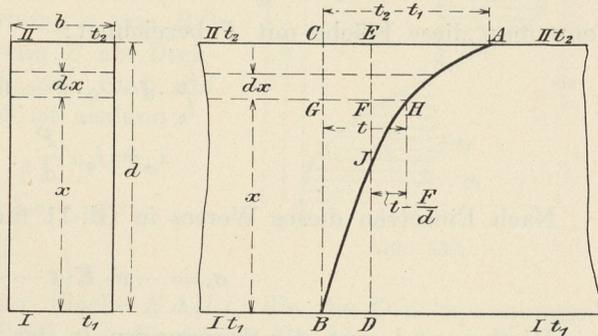


Abb. 329.

Zu jedem Abstand  $x$  über der Fläche I gehört ein bestimmter Temperaturunterschied  $t = GH$ . Das Gesetz des Temperaturabfalls, also der Linie  $AB$  sei ausgedrückt durch die Gleichung

$$t = f(x),$$

wobei  $f(x)$  eine beliebige Funktion bedeutet, die für  $x = 0$  den Wert 0 und für  $x = d$  den Wert  $CA = t_2 - t_1$  hat. Wir denken uns den Stab in viele Längsstreifen von der unendlich kleinen Dicke  $dx$  zerlegt. Jede solche Schicht hat dann den Querschnitt  $b \cdot dx$ . In Abb. 329 ist eine solche Schicht gezeichnet. Wegen des Temperaturunterschiedes möchte diese Schicht sich um den Betrag  $l_0 \alpha t$  verlängern. Durch die Verkuppelung mit den übrigen Stabteilen müssen alle Schichten eine gemeinschaftliche Verlängerung  $\lambda_m$  erleiden, die zunächst unbekannt ist. In der betrachteten Schicht wird eine Spannung  $\sigma_x$  entstehen, die dem Unterschied der beiden Verlängerungen proportional ist, nämlich

$$\sigma_x = E \cdot \frac{\lambda_m - l_0 \alpha t}{l_0}$$

$$\sigma_x = E \cdot \frac{\lambda_m}{l_0} - E \alpha t \dots \dots \dots (11)$$

Im Querschnitt  $b \cdot dx$  wirkt nun die Kraft  $b \cdot dx \cdot \sigma_x = P_x$ . Nach der Gleichgewichtsbedingung muß aber sein

oder

$$\Sigma P_x = 0,$$

$$b \int_0^d \sigma_x \cdot dx = 0.$$

Wird der Wert für  $\sigma_x$  aus Gl. 11 eingesetzt, so finden wir:

$$Eb \int_0^d \left[ \frac{\lambda_m}{l_0} - \alpha t \right] dx = 0.$$

Setzt man auch noch den Wert für  $t = f(x)$  ein, so ergibt sich:

$$\frac{\lambda_m}{l_0} \int_0^d dx - \alpha \int_0^d f(x) dx = 0.$$

Hierin bedeutet  $\int_0^d f(x) dx$  die Fläche  $CAB$  in Abb. 329, und man erhält,

wenn man diese Fläche mit  $F$  bezeichnet:

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_m}{l_0} \cdot d - \alpha \cdot F &= 0; \\ \lambda_m &= l_0 \alpha \frac{F}{d} \dots \dots \dots (12) \end{aligned}$$

Nach Einsetzen dieses Wertes in Gl. 11 findet man für  $\sigma_x$

$$\sigma_x = -\alpha \cdot E \left( t - \frac{F}{d} \right) \dots \dots \dots (13)$$

Hierbei sind nur die Spannungen in der Längsrichtung des Stabes berücksichtigt. Wegen der Querdehnung können auch noch Spannungen in der Ebene des Stabquerschnitts entstehen, auf die hier nicht näher eingegangen wird, da die Rechnung nicht zur Ableitung der quantitativen Verhältnisse benutzt werden soll.

$\sigma_x$  ist Zugspannung, wenn es positiv, Druckspannung, wenn es negativ ist.

Die Größe  $F/d$  läßt sich aus Abb. 329 bequem zeichnerisch ermitteln. Man bestimmt planimetrisch die Fläche  $CAB$ , wandelt sie in ein flächengleiches Rechteck  $CEDB$  mit der Seite  $d$  um, dann ist  $BD = CE = GF = F/d$ , und die Größe  $t - F/d$  ist gleich der Strecke  $FH$ .

Gl. 13 sagt also, daß die Spannung in jeder Schicht proportional ist dem Abstand der Temperaturlinie  $AB$  von der Senkrechten  $DE$ .

In Punkt  $J$  ist dieser Abstand Null, folglich ist dort auch die Spannung Null. Alle Schichten oberhalb  $J$  haben Druckspannungen, weil hier der Wert  $t - F/d$  positiv,  $\sigma_x$  also negativ wird. Alle Schichten unterhalb  $J$  stehen unter Zugspannung. Die im Stabe auftretenden Höchstspannungen entstehen dort, wo die Strecke  $FH$  den größten Wert erreicht, das ist z. B. in Abb. 329 bei  $EA$  und  $BD$ .

Obige Überlegung gilt unabhängig von dem Gesetz, nach dem der Temperaturabfall von Punkt  $A$  nach Punkt  $B$  vor sich geht. Bedingung bleibt immer nur, daß der Elastizitätsmodul  $E$  unveränderlich und für Zug und Druck derselbe ist, daß die Spannungen die Streckgrenze des Materials nicht überschreiten und Biegung des Stabes verhindert wird.

Geht der Temperaturabfall wie in Abb. 330 vor sich, so liegt der Höchstwert der Druckspannung nicht bei  $EA$ , sondern tiefer; der Höchstwert der Zugspannungen liegt bei  $BD$ .

**326.** Bisher wurde ausdrücklich jede Möglichkeit der Krümmung des Stabes ausgeschlossen. Diese Voraussetzung wird nicht immer zutreffen. Der Stab wird vielmehr dem Bestreben, an der Seite der höheren Temperatur eine größere Länge anzunehmen, dadurch nachzukommen suchen, daß er sich dort konvex biegt, während er auf der kälteren Seite die kleinere Länge dadurch annimmt, daß er sich konkav einstellt. Man kann sich dies mit einem Gelatineplättchen sehr leicht veranschaulichen, das man mit einer Seite auf die warme Hand legt. Die mit der Hand in Berührung stehende wärmere Fläche wird sich nach der Hand zu konvex krümmen, während die entgegengesetzte Fläche des Plättchens sich konkav einstellt.

Durch die Möglichkeit der Krümmung des Stabes lassen sich die Spannungen zum Teil, unter gewissen Umständen ganz aufheben. In der Entfernung  $x$  von  $B$  bestehe, wie in Abb. 330 gezeigt, eine Spannung  $\sigma_x$  proportional der Strecke  $FH$ . Sie entspricht einer Kraft  $b dx \cdot \sigma_x$  auf die Stabschicht von der Dicke  $dx$  und der Stabbreite  $b$  in der Entfernung  $x$  von  $BD$  und einem Moment  $b \cdot x \cdot dx \cdot \sigma_x$ , wenn  $B$  als Drehpunkt gedacht wird. Das gesamte den Stab auf Krümmung beanspruchende Moment ist alsdann:

$$M = b \int_0^d x \cdot \sigma_x \cdot dx.$$

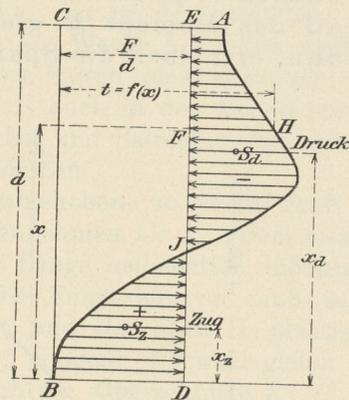


Abb. 330.

Bezeichnet man den Inhalt der Fläche  $EAHJ$ , die die Druckspannungen darstellt, mit  $F_d$ , den der Fläche  $BJD$  mit  $F_z$ , ferner den Abstand des Schwerpunktes der Fläche  $F_d$  von  $BD$  mit  $x_d$  und den Abstand des Schwerpunktes  $S_z$  der Fläche  $BJD$  mit  $x_z$ , so ergibt sich auch

$$M = b \cdot E \alpha [F_z x_z - F_d x_d], \dots \dots \dots (14)$$

wobei Drehung im Sinne des Uhrzeigers positiv angenommen wurde.

Ist  $W$  das Widerstandsmoment des Stabquerschnittes, so würde ein Drehmoment  $M$  von obiger Größe in den äußersten Schichten des Stabes für  $x=0$  und  $x=d$  die höchsten Spannungen erzeugen

$$\sigma'_{max} = \pm \frac{M}{W},$$

wobei das positive Vorzeichen Zug-, das negative Druckspannungen kennzeichnet. In den übrigen Teilen der Stabdicke verteilt sich die Spannung nach dem bekannten Gesetz proportional dem Abstand von der neutralen Faser. Die Spannungsverteilung infolge des Drehmoments  $M$  ist sonach wie in Abb. 331. Es verhält sich

$$\sigma'_x : \sigma'_{max} = \left(x - \frac{d}{2}\right) : \frac{d}{2},$$

$$\sigma'_x = \sigma'_{max} \left(\frac{2x}{d} - 1\right) = \pm \frac{M}{W} \left(\frac{2x}{d} - 1\right).$$

In jeder Schicht im Abstand  $x$  von der Fläche I herrschen die beiden Span-

nungen  $\sigma_x$  und  $\sigma'_x$ , die sich gegenseitig aufzuheben suchen. Die bleibende Restspannung ergibt sich zu

$$\varrho_x = \sigma_x - \sigma'_x.$$

Die Restspannung wird Null, wenn für alle  $x$  die Spannungen  $\sigma_x$  und  $\sigma'_x$  gleich werden. Da sich  $\sigma'_x$  nur nach einer Geraden ändern kann, kann dieser Fall nur eintreten, wenn auch die Linie  $AHJB$ , die den Temperaturabfall darstellt, eine Gerade ist, und  $AB$  und  $KL$  zusammenfallen.

In diesem Sonderfall werden die Wärmespannungen im Stab durch Krümmung aufgehoben. In allen anderen Fällen werden die Wärmespannungen zwar durch Krümmung vermindert, aber nicht ganz beseitigt. Es hinterbleiben in jeder Schicht Restspannungen  $\varrho_x$ . Die Verminderung der Spannungen durch Krümmung ist um so vollkommener, je mehr sich die Linien  $AB$  und  $KL$  decken. Für den Fall, daß das Moment  $M$  gleich Null ist, also Krümmung nicht eintreten kann, erreichen die Spannungen ihr Höchstmaß.

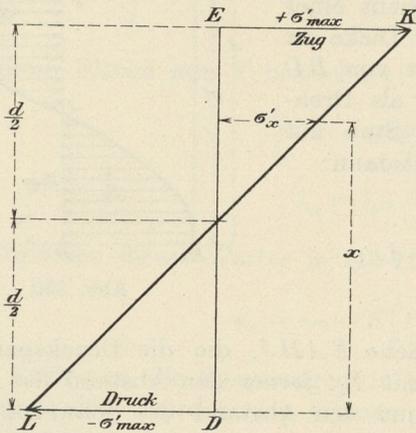


Abb. 331.

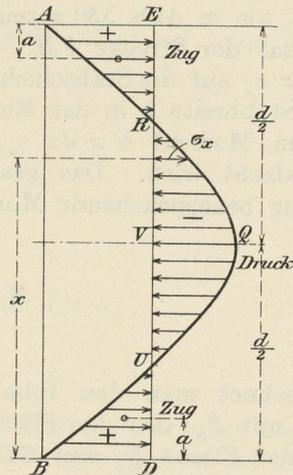


Abb. 332.

Ein solcher Fall liegt beispielsweise in Abb. 332 vor, wo die Schaulinie  $AQB$  für den Temperaturabfall ihren höchsten Punkt in der Mitte des Stabes erreicht. Dieser Fall tritt ein, wenn ein heißer Stab oder auch ein Blech von zwei Flächen her rasch abgekühlt wird. In der Mitte zwischen den beiden Abkühlungsflächen herrscht dann die höchste Temperatur; nach den Abkühlungsflächen hin tritt Temperaturabfall ein.

Wir legen nach Früherem die Gerade  $ED$  so, daß  $AEDB$  mit  $AQB$  flächengleich ist. Die Abstände der Linie  $ED$  von der Linie  $AQB$  sind dann den Spannungen proportional. An den heißesten Stellen des Stabes herrschen Druckspannungen, an den kälteren Zugspannungen.

Ist  $AQB$  völlig symmetrisch zur neutralen Faser des Stabes, so ist Fläche  $AER = BUD = RQU/2$ . Der Schwerpunkt der Fläche  $AER$  liegt in der Höhe  $d - a$ , der von  $BUD$  in der Höhe  $a$  über  $BD$ . Folglich wird

$$F_z x_z - F_d x_d = AER(d - a) - RQU \frac{d}{2} + BUD \cdot a = AER \cdot d - RQU \frac{d}{2} = 0.$$

Das Biegemoment  $M$  ist dann nach Gleichung 14 ebenfalls Null, der Stab kann sich nicht krümmen. Die Wärmespannungen werden also voll auftreten, weil ihnen keine Krümmung entgegenwirkt.

327. Bisher wurde vorausgesetzt, daß die vorkommenden Formänderungen rein elastischer Art waren, daß also keine bleibenden (plastischen) Formänderungen vor sich gingen.

Im Gegensatz hierzu wollen wir nun den Fall betrachten, daß das Material der drei Stäbe I, I', II in Abb. 278 nur plastischer, keiner elastischen Formänderungen fähig wäre. Die beiden Stäbe I und I' mit der ursprünglichen Länge  $l_0$  behalten die Temperatur  $t_1$  bei, der Stab II von der gleichen ursprünglichen Länge  $l_0$  werde auf die Temperatur  $t_2$  größer als  $t_1$  erhitzt. Er wird das Bestreben haben, sich auszudehnen. Seiner Verlängerung setzen sich aber die Stäbe I und I' wegen ihrer Verkuppelung mit II entgegen. Die Stäbe werden sich auf eine mittlere Länge  $l_m$  einigen, wobei I und I' plastisch gestreckt, II plastisch zusammengedrückt werden. Spannungen bleiben aber nicht zurück. Würde man den Stab II in der Mitte zerschneiden, so ändern die Stäbe I und I' die von ihnen bleibend angenommene Länge  $l_m$  nicht. Es ist derselbe Fall, als wenn man einen Violinboden und ebenso die Saiten aus Wachs herstellen wollte. Durch Anspannen des Wirbels ist Anspannung dieser Saiten nicht erzielbar; es findet zwar Formänderung sowohl im Violinboden, als auch in den Saiten statt; diese ist aber bleibend; die beiden Teile (Violinboden und Saiten) haben nicht mehr das Bestreben, die ursprüngliche Länge anzunehmen.

Wird nun der Temperaturunterschied wieder aufgehoben, so sucht Stab II wegen der Abkühlung wieder eine geringere Länge anzunehmen als  $l_m$ . Dem setzen sich die Stäbe I und I' entgegen, die die derzeitige Länge beibehalten möchten, weil sie ja keine Temperaturänderung erleiden. Die Folge hiervon muß sein, daß die Stäbe I und I' plastisch zusammengedrückt und der Stab II plastisch gestreckt werden und sich auf eine neue Länge  $l'_m$  einigen.  $l'_m$  wird gleich  $l_0$ , wenn während der plastischen Formänderungen sich die Querschnitte  $f_1, f'_1, f_2$  nicht geändert haben. Spannungen können auch nun nicht entstehen, weil ja Spannungen nur bei elastischen Formänderungen auftreten können.

Bei den metallischen Stoffen sind sowohl elastische, als auch plastische Formänderungen möglich. Solange die durch die Temperaturunterschiede bedingten Spannungen weder die Streckgrenze des Metalls für Zug, noch die für Druck überschreiten, verhalten sich die Metalle wie rein elastische Stoffe, und es gelten die früher gemachten Überlegungen. Sobald aber die Temperaturunterschiede so weit steigen, daß die daraus entstehenden Spannungen die ursprüngliche Streckgrenze des Metalls überschreiten, so treten plastische Formänderungen hinzu, und die Verhältnisse verschieben sich wesentlich.

Wir wollen, um möglichst einfache Verhältnisse zu erhalten, zu dem durch die Abb. 327 dargestellten Fall zweier verkuppelter Stäbe I und II zurückkehren und annehmen, daß die beiden Querschnitte  $f_1$  und  $f_2$  einander gleich sind. Wie früher wird vorausgesetzt, daß  $E$  für Zug und Druck gleich ist. Das Stabmaterial habe den in der Abb. 333 gezeichneten Verlauf der Dehnungs-Spannungslinie ( $\epsilon, \sigma$ ).

a) Wird der Stab II auf die Temperatur  $t_2$  erhitzt, so möchte er die Länge  $l_0 [1 + \alpha (t_2 - t_1)]$  entsprechend einer Dehnung von

$$\frac{l_0 [1 + \alpha (t_2 - t_1)] - l_0}{l_0} = \alpha (t_2 - t_1)$$

annehmen. Da die Querschnitte der Stäbe I und II als gleich vorausgesetzt sind, und da weiter angenommen wird, daß die  $\epsilon, \sigma$ -Linie für Zug und Druck, abgesehen von der Umkehr der Vorzeichen, gleichen Verlauf hat, so wird der Stab II um den Betrag  $\frac{\alpha}{2} (t_2 - t_1)$  gegenüber der von ihm angestrebten Länge verkürzt,

der Stab I um den gleichen Betrag gestreckt. Der Stab I wird also eine Dehnung um den Betrag  $OB = DG$ , der Stab II eine Stauchung um den gleichen Betrag  $OC = JE$  erleiden. Hiervon entfällt der Betrag  $FG$  und  $JH$  auf plastische, bleibende Formänderung, die keine Spannung erzeugt. Auf elastische Formänderungen kommen die Beträge  $DF$  und  $HE$ , wenn, was in der Mehrzahl der Fälle zutreffen wird, Proportionalität zwischen elastischer Dehnung und Spannung auch noch oberhalb der  $S$ -Grenze angenommen wird. Diese elastischen Änderungen entsprechen den Spannungen  $\sigma_1 = DO = GB$  (Zugspannung) in Stab I und  $-\sigma_2 = EO = JC$  (Druckspannung) in Stab II.

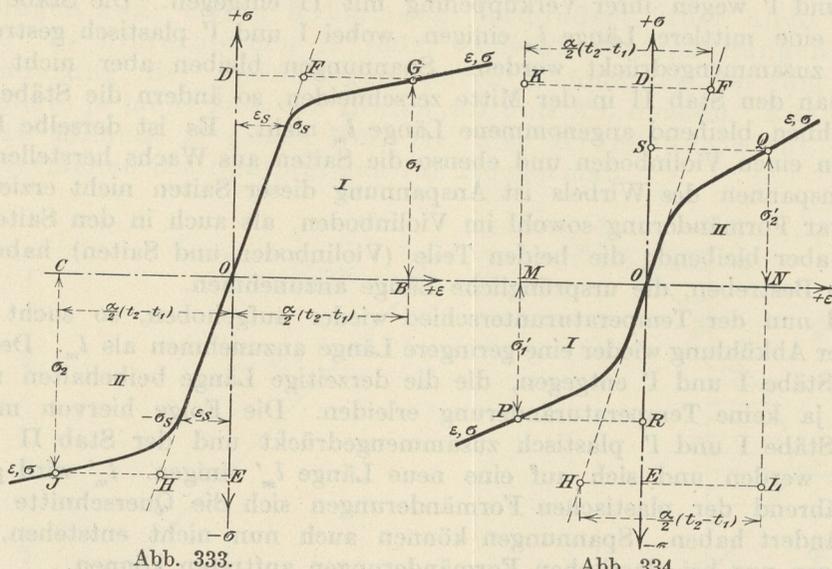


Abb. 333.

Abb. 334.

Bis jetzt sind die Verhältnisse ganz ähnlich wie früher, wo die Voraussetzung galt, daß keine der erzeugten Spannungen die  $S$ -Grenze des Materials überschritt, bleibende Formänderungen also ausgeschlossen waren.

b) Anders wird nun aber die Sachlage, wenn der Stab II von der hohen Temperatur  $t_2$  wieder rückwärts auf die ursprüngliche Temperatur  $t_1$  gebracht wird. Dabei wird der Stab II das Bestreben haben, sich auf jeder Einheit seiner Länge um den Betrag  $\alpha(t_2 - t_1)$  zu verkürzen. Wegen der Verkupplung mit Stab I, der seine Länge nicht ändern will, weil seine Temperatur unverändert ist, streckt er sich um den Betrag  $\frac{\alpha}{2}(t_2 - t_1)$ , auf die Längeneinheit bezogen, während Stab I eine Stauchung um  $\frac{\alpha}{2}(t_2 - t_1)$  erfährt. Um die Dehnungen der Stabteile I und II in Abb. 334 zu bekommen, muß man nun die Beträge  $\frac{\alpha}{2}(t_2 - t_1)$  nicht von  $O$  aus nach rechts und links auf der  $\epsilon$ -Achse abtragen, sondern die Beträge

$$\frac{\alpha}{2}(t_2 - t_1) - DF = KD = MO$$

und

$$\frac{\alpha}{2}(t_2 - t_1) - HE = EL = ON.$$

Hierbei ist  $OM = ON$ . Die in Abb. 334 stark ausgezogene  $\epsilon, \sigma$ -Linie braucht jetzt nicht mehr den gleichen Verlauf zu haben wie in Abb. 333, da ja nach

Bauschinger (I, 314) beim Anspannen eines Metalls bis über die  $P$ -Grenze für Zug die  $P$ -Grenze für Druck heruntergedrückt werden kann.

Den Dehnungen  $OM$  und  $ON$  entsprechen die Spannungen  $-\sigma_1' = OR$  und  $\sigma_2' = OS$ , wobei  $OR = OS$ .

Das Stabsystem I und II erlangt also dadurch, daß Stab II von  $t_1$  auf  $t_2$  erhitzt und dann wieder auf  $t_1$  abgekühlt wird, bleibende Spannungen  $\sigma_1'$  und  $\sigma_2'$ .

Ist die Temperaturänderung  $t_2 - t_1$  so, daß der Betrag  $\frac{\alpha}{2}(t_2 - t_1) < \epsilon_s$  (s. Abb. 333), daß also bei der Erhitzung die Streckgrenze des Materials nicht überschritten wird, so fallen in Abb. 334 die Punkte  $M$  und  $N$  mit  $O$  zusammen; d. h. nach der Wiederabkühlung des Stabes II von  $t_2$  auf  $t_1$  werden keine bleibenden Spannungen erzeugt.

Hieraus ergibt sich folgender Satz: Überschreiten die infolge ungleichmäßiger Erwärmung in einem Stab herbeigeführten Wärmespannungen die derzeitige Streckgrenze des Materials nicht, so verschwinden sie beim Ausgleich der Temperatur wieder. Die Spannungen sind vorübergehend. — Überschreiten aber die Wärmespannungen die derzeitige Streckgrenze des Materials, so daß bleibende Formänderungen eintreten, so werden beim Temperatúrausgleich wiederum bleibende Formänderungen im entgegengesetzten Sinne erzielt. Das Material erfährt Kaltrecken. Die Spannungen verschwinden nicht wieder, sondern sind bleibend, ähnlich wie die Reckspannungen.

Dies Gesetz gilt allgemein, auch wenn die oben gemachten Voraussetzungen über die Gleichheit des Elastizitätsmoduls für Zug und Druck, sowie über die Gleichheit der Querschnitte  $f_1$  und  $f_2$  nicht mehr erfüllt sind, denn diese Voraussetzungen beeinflussen das Ergebnis nur quantitativ, nicht qualitativ. Die durch den Temperaturunterschied  $t_2 - t_1$  bedingte Verlängerung  $\alpha(t_2 - t_1)$  verteilt sich bei Wegfall der obigen Voraussetzungen in anderer Weise auf die beiden Querschnitte  $f_1$  und  $f_2$  als durch Abb. 333 und 334 angedeutet. Man könnte dies beim Entwurf der beiden Abbildungen berücksichtigen; es hat aber keinen Zweck, diese Verwicklung einzuführen, da ja doch der Verlauf der  $\epsilon, \sigma$ -Linien in Abb. 334 nach der durch Abb. 333 herbeigeführten bleibenden Formänderung unbekannt ist. Liegt die Temperatur  $t_2$  verhältnismäßig hoch über der Zimmerwärme, so kommt noch hinzu, daß die Streck- bzw. Quetschgrenze des Materials in dem stärker erwärmten Stabteil II wesentlich niedriger liegen kann, als in dem kälteren Stabteil I.

**328.** Das im vorigen Absatz angegebene Gesetz ermöglicht es, unter gewissen Umständen die infolge Temperaturungleichmäßigkeiten bedingten bleibenden Wärmespannungen in Bauteilen nach erfolgtem Ausbau aus dem Bauwerk nachzuweisen (z. B. in Kesselblechen nach der Herausnahme aus dem Kessel). Falls feststeht, daß diese Spannungen nicht bereits vor dem Einbau, oder während des Ein- oder Ausbaus infolge bleibender Formänderungen (Reckspannungen) oder ungleichmäßiger Erwärmung hineingekommen sind, so läßt sich aus den gemessenen Spannungen schließen, daß sie während des Betriebs entstanden sind.

Sind bei Blechen die bleibenden Spannungen bedingt durch Temperaturungleichheit innerhalb der Blechdicke  $d$ , so liegt die Schaulinie  $AB$  (Abb. 329), von der die Größe der Spannungen abhängt, in einer zur Blechtafel senkrechten Ebene. Die dadurch etwa bedingten bleibenden Spannungen werden durch Schnitte senkrecht zur Blechtafel nicht ausgelöst, sondern nur durch Wegnahme von Schichten parallel zur Blechtafel. Man kann deswegen aus einer mit solchen Spannungen behafteten Blechtafel Stücke von der Dicke  $d$  herausschneiden und

die Spannungen in ihnen in ähnlicher Weise, wie bei den Reckspannungen, dadurch messen, daß man die Änderung der Entfernung zweier Marken  $m_1$  und  $m_2$  durch das Abhobeln einzelner Schichten 1, 2, 3 . . . mißt, wie in Abb. 335 angedeutet.

Anders liegt jedoch der Fall, wenn die Schaulinie  $AB$  (Abb. 329) in eine zur Blechtafel parallele Ebene fällt, wie in Abb. 336, wenn also die Temperaturungleichheit nicht innerhalb der Blechdicke, sondern innerhalb der Ebene der Blechtafel selbst bleibende Spannungen erzeugt hat. Dann muß man zur Feststellung der Gegenwart solcher Spannungen, soweit sie sich nicht schon durch Krümmung des Blechs ausgeglichen haben, die ganze Blechplatte, nicht nur Teile derselben zur Verfügung haben. Man kann dann beispielsweise wie folgt verfahren. Man bringt mehrere Marken  $m_1, m_2$  usw. etwa wie in Abb. 337

an und mißt ihre Abstände  $m_1 m_2, m_1 m_3, m_1 m_4, m_2 m_3, m_2 m_4, m_3 m_4$ . Dann bohrt man die schraffierte Fläche  $F$  in der Blechmitte unter Vermeidung von Verbiegen des Bleches heraus und mißt die oben genannten Entfernungen zurück, nachdem das Blech wieder die Temperatur angenommen hat, bei der die Messung der ursprünglichen Markenabstände geschah. Änderungen dieser Abstände geben einen Anhalt für vorhanden gewesene bleibende Spannungen. Zweckmäßig prüft man auch, ob das Blech vor und nach der Entfernung von  $F$  seine Krümmung geändert hat. Daß man das Blech vor der Untersuchung nicht etwa gerade walzen darf, ist wohl selbstverständlich, weil hierdurch ja Reckspannungen neu erzeugt werden. Auch autogenes Ausschneiden der Fläche  $F$  ist unstatthaft, da es die Spannungen beeinflusst.

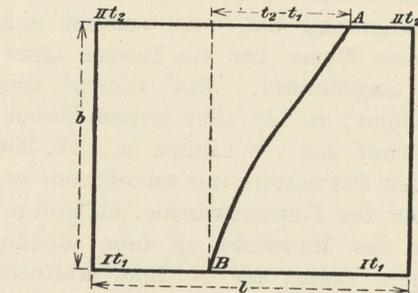


Abb. 336.

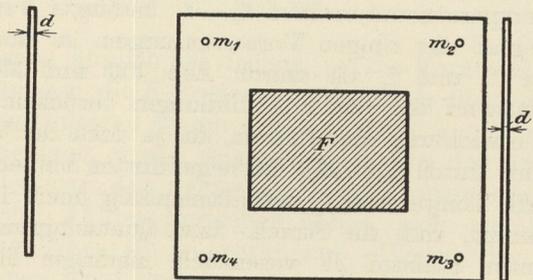


Abb. 337.

Das herausgebohrte Blechstück kann man noch auf Spannungen nach Abb. 335 untersuchen.

Je nach der besonderen Sachlage wird man von dem angegebenen Verfahren in der einen oder anderen Richtung abweichen müssen. Die Übertragung auf andere Fälle als auf die Spannungsmessung in Kesselblechen ergibt sich auch leicht aus der Überlegung.

**329.** Wegen des steilen Verlaufes der  $\epsilon, \sigma$ -Linie zwischen  $O$  und  $\sigma_S$  in Abb. 333 entspricht einem verhältnismäßig kleinen Zuwachs der Abszisse  $\epsilon$  ein recht großer Zuwachs der Spannung  $\sigma$ ; d. h. sehr kleine Beträge von  $\frac{\alpha}{2}(t_2 - t_1)$ , also sehr kleine Temperaturungleichheiten, können bereits recht große Wärmespannungen hervorrufen, solange diese Spannungen unterhalb der  $S$ -Grenze liegen. Wird diese Grenze überschritten, so verläuft die  $\epsilon, \sigma$ -Linie wesentlich flacher. Verhältnismäßig großes Anwachsen der Abszisse bedingt dann wesentlich kleineren Spannungs-

zuwachs als unterhalb der  $S$ -Grenze. Während z. B. bei Eisen unterhalb der Streckgrenze unter den Verhältnissen der Abb. 333 auf einen Temperaturunterschied  $t_2 - t_1 = 100\text{ C}^\circ$  eine Steigerung der Spannung um  $\frac{E\alpha}{2} \cdot 100 = 1200\text{ at}$  kommt, so entspricht oberhalb der Streckgrenze dem gleichen Temperaturunterschied nur ein Spannungszuwachs von etwa 12 at.

Daraus geht hervor, daß in Materialien, deren  $S$ -Grenze nahe der  $B$ -Grenze liegt, wie z. B. in sehr stark kaltgereckten Metallen oder solchen Materialien, die bereits auf Grund ihrer Eigenart auch ohne Kaltrecken eine mit der  $B$ -Grenze nahezu zusammenfallende  $S$ -Grenze haben, wie spröde Legierungen, Glas usw., bereits durch verhältnismäßig geringe Temperaturungleichmäßigkeiten  $t_2 - t_1$  die Wärmespannungen bis zur  $B$ -Grenze gesteigert, der Körper also zerbrochen werden kann. Bekannt ist ja die Neigung des Glases zum Zerspringen infolge ungleichmäßiger Erwärmung.

Mit Rücksicht hierauf hat man in Fällen, wo starke Temperaturunterschiede infolge ungleichmäßiger Erwärmung oder Abkühlung nicht verhindert werden können, wie z. B. in Lokomotivfeuerbüchsen, zu Materialien gegriffen, die sehr niedrige Streckgrenze haben, wie z. B. das nicht kaltgereckte Kupfer. Hierbei können in der Tat verhältnismäßig große Temperaturunterschiede  $t_2 - t_1$  nur geringe Steigerung der Spannung bewirken, weil sie sehr bald die Streckgrenze überschreiten. Dadurch wird aber andererseits bleibende Formänderung herbeigeführt, wie nach Abb. 333, so daß nach Aufhören der Temperaturungleichheit der Fall der Abb. 334 eintritt, also die Spannungen in den Teilen I und II das Vorzeichen wechseln. Wiederholt sich infolge häufigen Eintritts von Temperaturungleichheit und darauffolgendem Temperatúrausgleich der Spannungswechsel häufig, so wird das Material unter Überschreiten seiner ursprünglichen  $S$ -Grenze häufig zwischen zwei Anspannungsgrenzen  $\pm \sigma_A$  beansprucht, was nach Früherem (I, 321 bis 324) nach einer bestimmten Zahl von Anspannungen zum Bruch führen kann, wenn  $\sigma_A$  einen bestimmten Grenzwert überschreitet. Dadurch wird also der Vorteil der niedrigen ursprünglichen  $S$ -Grenze durch einen wesentlichen Nachteil wieder aufgehoben. Zugunsten des Kupfers spricht allerdings noch seine große Wärmeleitfähigkeit, durch die der Entstehung großer Temperaturunterschiede  $t_2 - t_1$  entgegengewirkt wird.

Man kann aber bei der Materialauswahl für die obengenannten Fälle auch den entgegengesetzten Weg einschlagen, indem man ein Material mit höherer  $S$ -Grenze wählt, die aber noch genügend weit von der  $B$ -Grenze abliegen muß, und indem man danach strebt, daß die Temperaturunterschiede  $t_2 - t_1$  innerhalb der Feuerbüchse oder des sonstigen Bauwerkes niemals ein solches Maß erreichen, daß die ursprüngliche Streckgrenze des Materials überschritten wird. Diese Bedingung ist natürlich nicht ohne weiteres zu erfüllen, da man sich ja von vornherein über das Maß der entstehenden Wärmespannungen in der Regel kein Bild machen kann.

Es wird sich daher bei Bauwerken, die wie die Feuerbüchsen starken Temperaturungleichmäßigkeiten ausgesetzt sind, darum handeln, zwischen den beiden angegebenen Gegensätzen die richtige Mitte zu finden. Bis zu einem gewissen Grad wird man sich durch Dauerversuche (häufig wiederholte wechselnde Beanspruchungen innerhalb bestimmter Anspannungsgrenzen) bei den verschiedenen Temperaturen, die der Baustoff innerhalb des Bauwerkes im Betrieb annehmen kann, von seiner Eignung ein Bild machen können (I, 309 bis 332).

**330.** Wenn sich die Temperaturunterschiede  $t_2 - t_1$  nicht allmählich, sondern plötzlich einstellen, so treten die Wärmespannungen stoßweise auf, und man kann so in Bauwerken, die man nur für statische Beanspruchung entworfen hat, recht kräftige dynamische Beanspruchungen erhalten.

Man denke sich z. B. einen Kessel, der zur Winterzeit eine niedrige Temperatur, beispielsweise  $t_1 = 0\text{ C}^\circ$ , angenommen habe. In diesen Kessel werden plötzlich große Mengen Teer von hoher Temperatur  $t_2$  eingelassen. Im ersten Augenblick kann dann eine Temperaturverteilung innerhalb der Blechstärke des Kessels nach Art der Linie  $AB$  in Abb. 338 möglich sein. Später wird die Linie sich ändern, etwa nach Linie  $A'B$  und  $A''B$  usw. Entsprechend der Linie  $AB$  tritt dann anfänglich mit großer Geschwindigkeit auf der Seite II vorübergehend eine sehr große Druckspannung ein, die Beanspruchung bis oberhalb der  $S$ -Grenze herbeiführen kann. Nach Ausgleich der Temperatur bleibt deshalb entsprechend den Abb. 333 und 334 bleibende Spannung übrig, und zwar Zugspannung auf Seite II. Die Schicht II erhält also in kurzer Zeit plötzlich hohe Druckspannung, die dann rasch in Zugspannung übergeht. Dies hat die Wirkung eines heftigen Schlages. Bei öfterer Wiederholung dieses Vorganges kann plötzlich Reißen des Kessels eintreten, ein Fall, der tatsächlich in Teerdestillationen vorkommt.

Kommt noch die Kerbwirkung (349) infolge schlecht gestoßener Nietlöcher hinzu und ist das Material bei stoßweiser Beanspruchung gegenüber der Kerbwirkung besonders empfindlich, so wird der oben beschriebene Eintritt des Bruchs begünstigt.

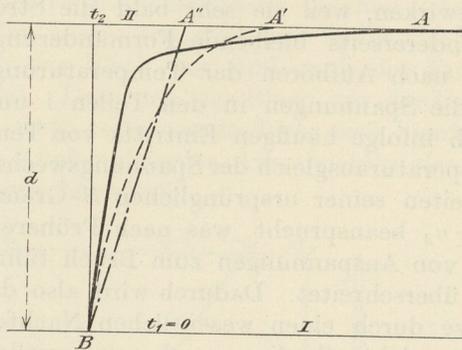


Abb. 338.

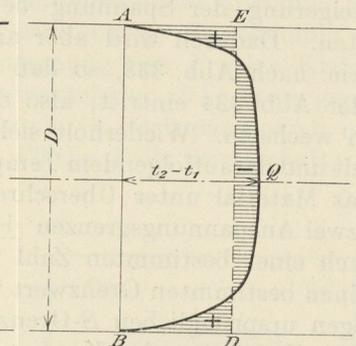
 $d$  = Blechstärke. (Vgl. Abb. 329.)

Abb. 339.

Würde man dem Aufreißen des Kessels unter den oben beschriebenen Verhältnissen etwa dadurch entgegenwirken wollen, daß man die Blechstärke größer wählt, so würde man einen Fehler begehen und das Übel verstärken. Je dicker nämlich die Wand ist, um so eher können zeitweilig größere Temperaturunterschiede zwischen der Innen- und Außenwand bestehen, und damit wächst die bei dem obigen Vorgang auf den Kessel ausgeübte Schlagarbeit.

Als Beispiele für die Wirkung der stoßweise eintretenden Wärmespannungen seien noch folgende erwähnt:

Eine Walzwerkswelle von  $D = 500$  mm Durchmesser lief heiß in ihrem Lager und wurde deshalb ab und zu mit Wasser bespritzt, um sie abzukühlen. Durch die plötzliche oberflächliche Abkühlung der warmen Welle entstanden an ihrem Umfang starke Zugspannungen. Denken wir uns einen Längsschnitt durch die Welle, so würde das plötzliche Bespritzen der Welle mit kaltem Wasser eine Temperaturverteilung etwa nach Art der Linie  $AQB$  in Abb. 339 liefern. Die früher angegebene zeichnerische Ermittlung der Spannungen gibt in diesem Falle quantitativ keine zutreffenden Ergebnisse, da die in die Querschnittsebene fallenden Spannungen mit berücksichtigt werden müssen. Qualitativ ist aber das Verfahren brauchbar. Wir ersehen aus Abb. 339, daß am Umfang der Welle über sehr kleine Querschnitte recht große Zugspannungen parallel zur Wellenachse auftreten müssen,

während im Innern die Druckspannungen sich über größere Querschnitte verteilen und daher ihrem Maß nach kleiner sind. Ist die Welle vor dem Abspritzen hoch erhitzt, so kann die Zugspannung am Umfange die ursprüngliche Streckgrenze des Materials überschreiten. Nach Ausgleich der Temperatur folgt dann an derselben Stelle auf Zugspannung eine Druckspannung. Bei Wiederholung der Erhitzung der Welle durch Warmlaufen und des Abspritzens entsteht wiederum stoßweise Zug an der Oberfläche usf. Es liegt also Dauerbeanspruchung vor, die um so schneller zum Bruch führt, je weiter die jedesmalige Anspannung die ursprüngliche Streckgrenze des Materials übersteigt.

Die so behandelte Welle brach schließlich quer zur Achse entzwei. Ihr Bruch ist in Abb. 340 wiedergegeben, während Abb. 341 einen Querschnitt durch die Welle zeigt. Am Umfang der Welle befinden sich Risse, die erst radial und dann konzentrisch verlaufen (Abb. 341). Die Risse setzen sich auf der Wellenoberfläche parallel zur Wellenachse fort. Die Längsrisse sind entstanden infolge Temperaturungleichmäßigkeiten innerhalb des Querschnitts am Wellenumfang und in der Wellen-

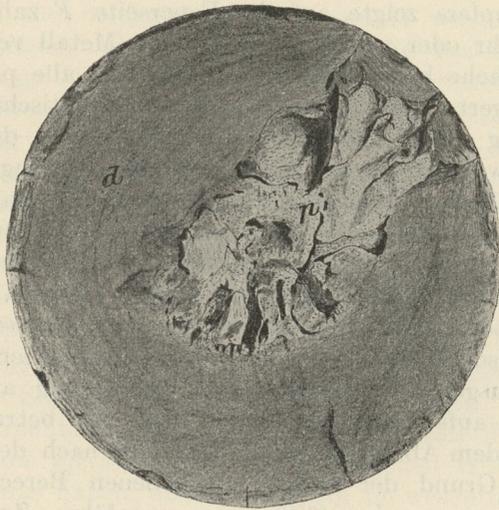


Abb. 340. Wellenbruch infolge Wärmespannungen.

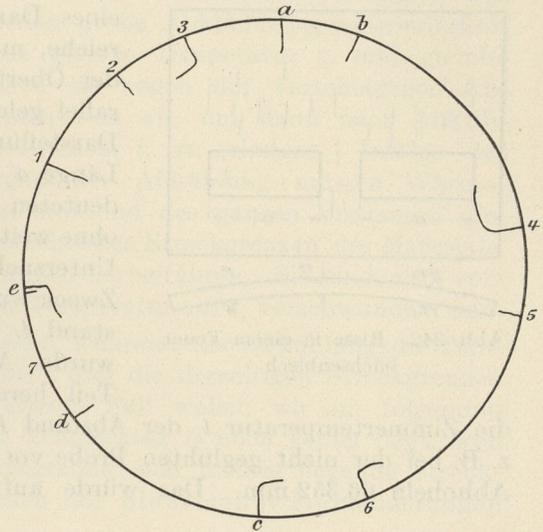


Abb. 341.

mitte, die zu Radial- und Tangentialspannungen geführt haben. Gleichzeitig müssen sich aber auch Risse quer zur Wellenachse gebildet haben; darauf deutet die Art des Bruches hin, der auf der Fläche *d* (Abb. 340) die Kennzeichen des allmählich fortschreitenden Dauerbruchs (matte, zuweilen ganz glatte Fläche ohne Körnung), auf der in Abb. 340 punktiert angedeuteten Fläche *p* dagegen den gewöhnlichen körnigen Stahlbruch zeigt. Der Bruch innerhalb *d* ist allmählich von außen nach innen vorgedrungen, bis der tragende Querschnitt der Welle soweit vermindert war, daß der Rest des Querschnittes *p* plötzlich abbrach.

Ich habe absichtlich ein schärferes Rechnungsverfahren vermieden. Es wäre möglich, wie es bisweilen geschehen ist, die in der Welle auftretenden axialen, radialen und tangentialen Spannungen zu errechnen, wenn man einen geradlinigen Verlauf der Linie *AQB* in Abb. 339 voraussetzt. Dadurch wird aber zugunsten einer bequemeren Rechnung eine unmögliche und der Natur widersprechende Voraussetzung gemacht. Wenn man wohl auch nach Eintritt des Temperaturbeharrungszustandes mit einigem Recht annähernd geradlinigen Verlauf der Linien *AQ* und *QB* annehmen darf, so interessiert für die Beanspruchung des Materials nicht dieser Beharrungszustand, sondern die diesem Beharrungszustand voraus-

gehende Temperaturungleichheit, die die gefährlichsten Beanspruchungen des Materials mit sich bringt.

In gußeisernen Absperrventilen für überhitzten Dampf kann man zuweilen Oberflächenrisse auf der Außenseite bemerken, die aller Wahrscheinlichkeit nach ebenfalls von Wärmespannungen herrühren. Die äußere Oberfläche, d. i. die im Betrieb kältere Fläche I, ist von Scharen feiner Haarrißchen durchzogen.

In Verbrennungsmotoren können sehr beträchtliche Wärmespannungen vorkommen, insbesondere in den Zylindern und Deckeln, die von innen bei der Explosion stoßweise sehr stark erhitzt und von außen durch Kühlung kalt erhalten werden. Um die Wirkung dieser unvermeidlichen Temperaturungleichheiten auf das Metall zu mildern, ist man bestrebt, die Zylinder und Deckel so zu konstruieren, daß sie kleine elastische Durchbiegungen erleiden können, wodurch nach unseren früheren Überlegungen (326) die Spannungen vermindert werden können. Umgekehrt werden die Spannungen um so stärker, je steifer man die Zylinder und Deckel ausführt.

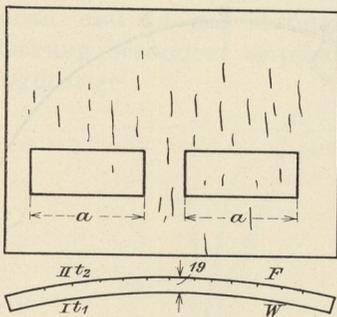


Abb. 342. Risse in einem Feuerbüchsenblech.

die Zimmertemperatur  $t_z$  der

z. B. bei der nicht geglühten Probe vor dem Abhobeln 66,286 mm und nach dem Abhobeln 66,352 mm. Das würde auf Grund der früher angegebenen Berechnungsweise (302) eine ungefähre Zugspannung  $\sigma_a$  von 1385 at in der Schicht A und etwa 2100 at Druckspannung  $\sigma_b$  in der Schicht B ergeben, wobei zu berücksichtigen ist, daß die Spannung  $\sigma_a$  der mittleren Spannung in der Schicht A entspricht, die Spannung also stellenweise, z. B. an der äußersten Schicht der Feuerseite, wesentlich höher sein kann.

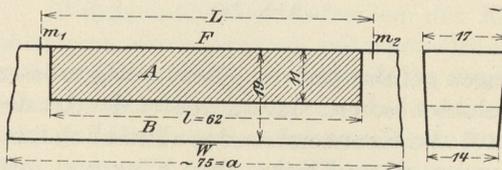


Abb. 343.

Der Fall gleicht dem in Abb. 333 und 334 dargestellten. Das Blech wird zeitweise auf der Feuerseite  $F=II$  die viel höhere Temperatur  $t_2$  angenommen haben, während auf der Wasserseite  $W=I$  die niedrigere Temperatur  $t_1$  herrschte. Es kann dadurch auf der Wasserseite  $W=I$ , wie in Abb. 333, eine die Streckgrenze überschreitende Zugspannung entstanden sein. Nach Temperatenausgleich kann sich dann der Fall Abb. 334 eingestellt haben, d. h. bleibende Zugspannung auf der Feuerseite  $F=II$  und bleibende Druckspannung auf der Wasserseite  $W=I$ . Diese Spannungen konnten nachträglich tatsächlich noch nachgewiesen werden, wie oben gezeigt worden ist.

**331.** Bei den bisherigen Betrachtungen sind wir davon ausgegangen, daß die zwei miteinander verkuppelten Teile I und II (Abb. 327) ursprünglich eine

Ein Blechausschnitt aus der Feuerbüchse eines Dampfers zeigte auf der Feuerseite  $F$  zahlreiche, mehr oder weniger tief in das Metall von der Oberfläche hervordringende Risse, die alle parallel gelagert waren, wie Abb. 342 in schematischer Darstellung zeigt. Zwei Probestreifen von der Länge  $a$  wurden in der in der Abbildung ange deuteten Weise herausgeschnitten. Der eine kam ohne weiteres, der zweite nach dem Ausglühen zur Untersuchung auf Eigenspannungen. Zu diesem Zweck wurden Marken  $m_1, m_2$  angebracht, deren Abstand  $L$  bei Zimmertemperatur  $t_z$  genau gemessen wurde. Alsdann wurde der in Abb. 343 schraffierte Teil herausgehobelt, worauf nach Abkühlung auf

den Abstand  $L$  aufs neue gemessen wurde. Er betrug

und dieselbe Temperatur  $t_1$  besaßen und bei dieser gleiche Länge  $l_0$  hatten. Der eine Teil wurde vorübergehend auf eine höhere oder niedrigere Temperatur  $t_2$  gebracht, worauf dann wieder Temperaturausgleich auf  $t_1$  erfolgte. Dies entspricht einer kreisartigen Temperaturänderung im Stabe II von  $t_1$  auf  $t_2$  und dann wieder rückwärts von  $t_2$  auf  $t_1$ . Während dieses Temperaturkreislaufs im Stabteil II traten im Stab Wärmespannungen auf. Solange diese nicht ein solches Maß annehmen, daß bleibende Formänderungen entstehen, sind die Spannungen vorübergehend, sie verschwinden nach Beendigung des Temperaturkreislaufs wieder.

Sobald aber während der Erhitzung des Stabteils II von  $t_1$  auf  $t_2$  bleibende Formänderungen eintreten, also die derzeitige Streckgrenze des Materials überschritten wird, bleiben nach Beendigung des Kreislaufs Spannungen zurück; diese sind bleibend.

Wir wollen jetzt einen anderen Fall betrachten, bei dem ein aus zwei miteinander verkuppelten Teilen I und II von gleicher Länge  $l_1$  bestehender Stab von der hohen Temperatur  $t_0$  aus auf gewöhnliche Zimmerwärme  $t_1$  abkühlt, wobei die beiden Stabteile I und II verschieden große Abkühlungsgeschwindigkeit besitzen. Ursprünglich haben die Stabteile gleiche Temperatur  $t_0$  und gleiche Länge  $l_1$ . Während der Abkühlung nehmen sie wegen der verschiedenen Abkühlungsgeschwindigkeit verschiedene Temperaturen an, um dann nach Abkühlung auf Zimmerwärme wieder gleiche Temperatur  $t_1$  zu erlangen. Infolge des zeitweiligen Temperaturunterschieds während der Abkühlung müssen Wärmespannungen auftreten. Überschreiten diese während des ganzen Vorganges niemals die den jeweiligen Temperaturen entsprechenden Streckgrenzen des Materials, so können sie nur elastische Formveränderungen herbeiführen. Sie sind also vorübergehend, und müssen nach Ausgleich der Temperatur auf  $t_1$  verschwunden sein.

Anders gestaltet sich aber die Lage, wenn während der Abkühlung die Temperaturunterschiede ein solches Maß erreichen, daß die derzeitigen Streckgrenzen des Stabmaterials überschritten werden. Diesen Fall wollen wir im folgenden betrachten. Er tritt sicher ein, wenn die Temperatur  $t_0$  hoch genug liegt, weil ja die metallischen Stoffe bei hohen Wärmegraden sehr niedrig liegende Streckgrenze haben, so daß sie dann im wesentlichen nur plastischer Formänderungen fähig sind.

Die beiden Stabteile I und II seien fest verkuppelt, so daß keiner eine Längenänderung ausführen kann, ohne den anderen zu beeinflussen. Außerdem sei zunächst vorausgesetzt, daß der aus den beiden Teilen I und II gebildete Stab sich nicht krümmen kann.

Die beiden Stabteile I und II haben zunächst die Temperatur  $t_0$ , also z. B. Schmelz- oder Glüh Temperatur. Der Teil I kühle sich rascher, der Teil II langsamer ab. Der Einfachheit halber werde angenommen, daß die Temperatur der Atmosphäre  $t_1$ , auf die sich schließlich beide Stabteile abkühlen, gleich 0 sei. Die beiden Linien  $t_I$  und  $t_{II}$  in Abb. 344 mögen die Abkühlung der Stabteile I und II darstellen, wobei die Zeit  $z$  als Abszisse, die zugehörige Temperatur  $t$  als Ordinate verwendet ist.

Um ein ungefähres Bild von dem Verlauf der Linien  $t_I$  und  $t_{II}$  zu erlangen, werde zugrunde gelegt, daß die Abkühlungsgeschwindigkeit  $dt/dz$  proportional einer Konstanten  $k$  und der  $n$ ten Potenz des Temperaturgefälles  $t$  (Überschuß der jeweiligen Temperatur des Stabteiles über die gleich Null angenommene Temperatur der umgebenden Atmosphäre) sei. Die Konstante  $k$  ist abhängig von dem Verhältnis zwischen Masse und Oberfläche des abkühlenden Stabteiles. Wir haben dann

$$\frac{dt}{dz} = -k \cdot t^n \dots \dots \dots (14)$$

Das Minuszeichen wird gesetzt, weil  $t$  mit wachsendem  $z$  abnimmt. Für unsere ausschließlich qualitative Betrachtung können wir im Interesse der Einfachheit  $n=1$  setzen und erhalten dann durch Integration

$$\ln \frac{t}{C} = -kz.$$

Die Integrationskonstante  $C$  ergibt sich aus der Bedingung, daß für  $z=0$   $t=t_0$  ist. Mithin muß  $C=t_0$  sein und

$$t = t_0 \cdot e^{-kz} \dots \dots \dots (15)$$

Hieraus ergibt sich die zur Abkühlung des Stabes auf  $t=0$  erforderliche Zeit zu  $z=\infty$ , d. h. die Linien  $t_I$  und  $t_{II}$  müssen sich asymptotisch der Abszissenachse nähern und sie erst nach unendlich langer Zeit erreichen. Setzt man die Konstante  $k$  für den rascher abkühlenden Stabteil I gleich  $k_1$  und die für den langsamer abkühlenden Stabteil II gleich  $k_2$ , so ergeben sich die beiden Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} t_I &= t_0 \cdot e^{-k_1 z} \\ t_{II} &= t_0 \cdot e^{-k_2 z} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (16)$$

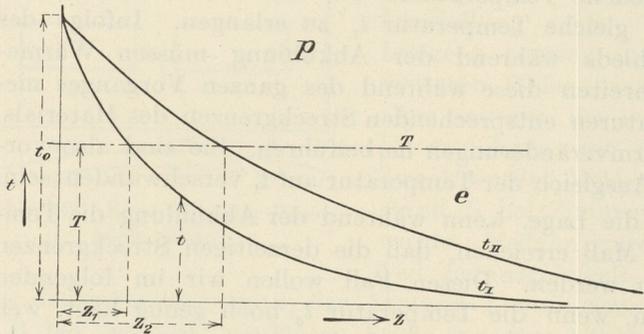


Abb. 344.

Da laut Voraussetzung der Stabteil I rascher abkühlt, muß seine Abkühlungsgeschwindigkeit  $dt/dz$  größer sein, weshalb  $k_1$  laut Gl. 14 größer sein muß als  $k_2$ .

Die folgende Betrachtung setzt nicht notwendigerweise das durch die Gl. 14 ausgedrückte Gesetz für die Abkühlung voraus. Sie stützt sich nur darauf, daß der allgemeine Verlauf der beiden Linien  $t_I$  und  $t_{II}$  dem in Abb. 344 ähnlich ist, daß die beiden Linien verschieden schnell der Abszissenachse zustreben, die für  $z=\infty$  ihre Tangente wird.

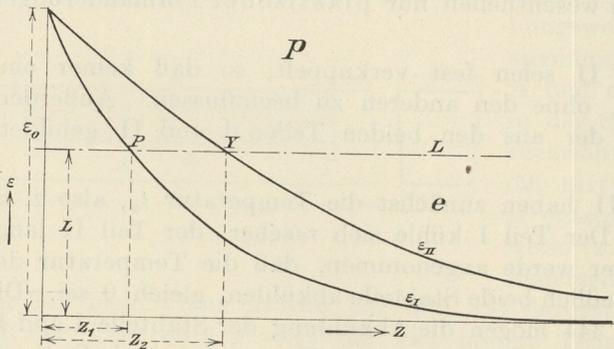


Abb. 345.

Aus dem Schaubild 344, das wir als  $z, t$ -Bild bezeichnen wollen, kann man ein anderes ableiten, das als Abszisse wiederum die Zeiten  $z$ , als Ordinaten aber die

Verlängerungen enthält, die die beiden Stabteile bei den Wärmegraden  $t$  gegenüber der Temperatur  $t=0$  erleiden würden, vorausgesetzt, daß die Verkuppelung der Stabteile aufgehoben wäre, und diese sich frei ausdehnen oder zusammenziehen könnten. Diese Verlängerungen sind in Abb. 345 auf eine Länge  $l=1$  bei  $t=0$  bezogen; sie entsprechen somit den Dehnungen  $\epsilon$ . Schaubild 345 soll als  $z, \epsilon$ -Bild bezeichnet werden, weil in ihm  $z$  als Abszisse und  $\epsilon$  als Ordinate gewählt ist. Bei der Aufzeichnung ist zunächst vorausgesetzt, daß die Wärme-

dehnungszahl  $\alpha$  für alle Wärmegrade von 0 bis  $t_0$  gleich sei. Diese Voraussetzung trifft in der Regel nicht zu; sie wurde gemacht, um nicht unnötige mathematische Verwickelungen zu erhalten. Wie später gezeigt wird, kann man leicht die entsprechenden Berichtigungen zeichnerisch anbringen. Da die im folgenden gezogenen Schlüsse nicht quantitativer, sondern nur qualitativer Art sind, so werden sie durch die unzutreffende Voraussetzung nicht beeinflusst. Die Dehnung  $\epsilon$  eines Stabes infolge einer Temperatursteigerung um  $t$  C° ist nun

$$\epsilon = \alpha t.$$

Setzt man die Dehnung für den Wärmegrad  $t_0$  gleich  $\epsilon_0$ , so erhält man aus Gl. 16

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_I &= \epsilon_0 \cdot e^{-k_1 z} \\ \epsilon_{II} &= \epsilon_0 \cdot e^{-k_2 z} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (17)$$

$\epsilon_0$  wird in der Regel als Schwindmaß bezeichnet.

Auf Grund der Gl. 17 erhält man zeichnerisch die  $z, \epsilon$ -Linien dadurch, daß man die Ordinaten der  $z, t$ -Linie mit  $\alpha$  multipliziert. Die beiden Linien  $z, t$  und  $z, \epsilon$  unterscheiden sich also nur durch die Wahl des Maßstabes für die Ordinaten. Der Maßstab für die Abszissen bleibt unverändert.

a) Würde das Material des Stabes I + II von  $t=0$  bis  $t=t_0$  ausschließlich elastischer Formänderungen fähig sein, so würde der senkrechte Abstand der beiden Linien  $\epsilon_I$  und  $\epsilon_{II}$  in Abb. 345 für jede Zeit  $z$  den auf die Längeneinheit bezogenen Längenunterschied angeben, der bei der Abkühlung des verkuppelten Stabesystems durch elastische Formänderung ausgeglichen werden müßte.

Nach einer bestimmten Zeit  $z$  (Abb. 346) strebt z. B. der Stab II die Dehnung  $da$ , der Stabteil I die Dehnung  $db$  an. Wegen der Verkuppelung müssen sich beide Stabteile auf eine mittlere Dehnung  $\epsilon_m$  entsprechend dem Punkte  $c$  einigen, der je nach der Größe der Querschnitte  $f_1$  und  $f_2$  der Stabteile und dem Verlauf der  $\epsilon, \sigma$ -Linien (Abb. 333 und 334) von der Mitte zwischen  $b$  und  $a$  aus mehr

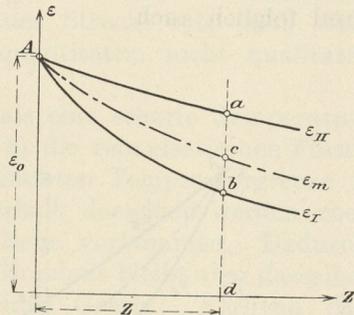


Abb. 346.

nach  $a$  oder nach  $b$  hin, auf jeden Fall aber zwischen  $a$  und  $b$  fällt. Die Strecke  $ab$  würde dann ein Maß für die elastischen Formänderungen sein. Wegen der unbekanntnen Lage des Punktes  $c$  würde nur die Frage offen bleiben, in welchem Verhältnis sich diese elastischen Formänderungen und die davon abhängigen Spannungen auf die beiden Stabteile I und II verteilen. Jedenfalls wissen wir, daß im Stabteil II entsprechend der elastischen Verkürzung um  $ac$  Druckspannung, im Teil I wegen der elastischen Dehnung um  $bc$  Zugspannung herrschen muß.

Bei Abkühlung auf  $t=0$  würde, da für  $z=\infty$  die beiden Linien  $\epsilon_I$  und  $\epsilon_{II}$  die Abszissenachse tangieren,  $ab=0$  und damit auch  $ac=bc=0$  sein. Das heißt die Spannungen müßten wieder verschwinden; der verkuppelte Stab I + II ist bei  $t=0$  spannungslos. Er erlangt während der Abkühlung entsprechend dem Wachsen des senkrechten Abstandes  $ab$  der beiden Linien  $\epsilon_I$  und  $\epsilon_{II}$  zunächst steigende Spannungen, die dann allmählich mit Abnahme des Abstandes  $ab$  auf Null ebenfalls dem Wert Null zustreben. Die Linie  $\epsilon_m$  (Abb. 346) gibt die Längenänderung des verkuppelten Stabes während der Abkühlung an.

b) Würde das Material des Stabes I + II in dem ganzen Temperaturbereich zwischen  $t=t_0$  und  $t=0$  ausschließlich plastischer Formänderungen fähig sein, so würden Spannungen nicht entstehen können. Die Längen der Stabteile gleichen sich durch plastische Formänderung auf eine mittlere Länge aus, so daß

die Längenänderung des verkuppelten Systems I+II bei der Abkühlung entsprechend der Linie  $\epsilon_m$  in Abb. 346 verläuft. Nach einer bestimmten Zeit  $z$  hat sich Stabteil II plastisch um den Betrag  $ac$  verkürzt, Stabteil I plastisch um den Teil  $bc$  verlängert.

c) Das Material des Stabteiles II sei innerhalb des Temperaturbereiches  $t=0$  bis  $t=t_0$  nur plastischer, der Stabteil I dagegen ausschließlich elastischer Formänderungen fähig. Dann würde sich in Abb. 346 die Linie  $\epsilon_m$  der Linie  $\epsilon_I$  sehr stark nähern und der Betrag der elastischen Spannung entsprechend der Strecke  $bc$  würde im Stabteil I sehr klein sein, während Stabteil II spannungslos bleibt.

d) Das Material der Stabteile I und II sei bis zu einer bestimmten Zeit  $z_2$  nur plastischer, von da ab nur elastischer Formänderungen fähig. Dann besteht bis zur Zeit  $z=z_2$  (Abb. 344 und 345) der Fall b. Die Stabteile haben sich ohne Spannungen auf eine dem Punkt  $c_2$  entsprechende Länge geeinigt (Abb. 347). Sie haben beide gleiche Länge, aber verschiedene Temperatur  $t$ . Die weitere Abkühlung wird bestimmt durch die  $z, t$ -Linien in Abb. 344. Die Längenänderungen folgen dagegen nach Überschreiten der Zeit  $z_2$  nicht mehr den Linien  $\epsilon_I$  und  $\epsilon_{II}$  in Abb. 345 und 347, sondern den Linien  $\epsilon'_I$  und  $\epsilon'_{II}$  in Abb. 347. Es ist<sup>1)</sup>

$$\left. \begin{aligned} \epsilon'_I &= \alpha t_I + b_2 c_2, \\ \epsilon'_{II} &= \alpha t_{II} - a_2 c_2. \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (18)$$

$$\left. \begin{aligned} \epsilon'_I &= \epsilon_I + b_2 c_2 \\ \epsilon'_{II} &= \epsilon_{II} - a_2 c_2 \end{aligned} \right\}$$

und folglich auch

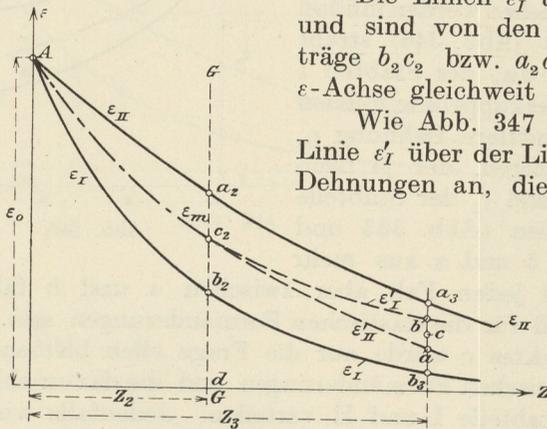


Abb. 347.

Die Linien  $\epsilon_I$  und  $\epsilon'_{II}$  gehen von Punkt  $c_2$  aus und sind von den Linien  $\epsilon_I$  und  $\epsilon_{II}$  um die Beträge  $b_2 c_2$  bzw.  $a_2 c_2$  in der Richtung parallel zur  $\epsilon$ -Achse gleichweit entfernt.

Wie Abb. 347 erkennen läßt, liegt jetzt die Linie  $\epsilon'_I$  über der Linie  $\epsilon'_{II}$ . Beide Linien geben die Dehnungen an, die die beiden Stabteile I und II annehmen würden, wenn ihre Verkuppelung gelöst würde, nachdem sie während

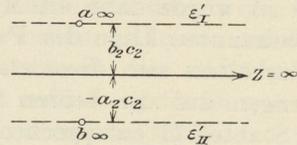


Abb. 348.

der Zeit  $z_2$  infolge ihrer Verkuppelung durch plastische Formänderung ohne zurückbleibende Spannungen gleiche Länge entsprechend dem Punkte  $c_2$  angenommen haben. Zur Zeit  $z_3 > z_2$  würden sich dann die Stäbe um den Betrag  $ab$  auf die Längeneinheit bezogen in ihrer Länge unterscheiden. Bleibt die Verkuppelung auch nach Ablauf der Zeit  $z_2$  bestehen, so müssen die Stabteile durch elastische Längenänderung um die Beträge  $bc$  und  $ca$  gemeinschaftliche Länge annehmen. Hierbei erhält der langsamer abkühlende Stabteil II die elastische Dehnung  $ac$ , der schneller abkühlende Teil I die elastische Verkürzung  $bc$ . Der erstere steht also unter Zug-, der letztere unter Druckspannung. Die Verhältnisse sind mithin

1) Unter Vernachlässigung sehr kleiner Größen zweiter Ordnung, nämlich der Längenänderungen von  $b_2 c_2$  und  $a_2 c_2$  infolge Abkühlung.

gerade umgekehrt, wie im Falle a), wo der langsamere abkühlende Teil II vorübergehend Druck-, der schneller abkühlende Teil Zugspannungen hatte.

Die Abkühlung der Stabteile I und II auf die Temperatur  $t=0$  erfolgt nach der Zeit  $z=\infty$ ; hierfür wird nach Gl. 17  $\varepsilon_I$  und  $\varepsilon_{II}=0$ , folglich ergibt Gl. 18 für  $z=\infty$  die Werte

$$\begin{aligned}\varepsilon'_I &= b_2 c_2, \\ \varepsilon'_{II} &= -a_2 c_2,\end{aligned}$$

d. h. die Linien  $\varepsilon'_I$  und  $\varepsilon'_{II}$  haben für  $z=\infty$  die in Abb. 348 gezeichnete Lage. Sie sind gestrichelt gezeichnet, während die Abszissenachse ausgezogen ist.  $\varepsilon'_I$  liegt um den Betrag  $b_2 c_2$  über der Abszissenachse,  $\varepsilon'_{II}$  um den Betrag  $a_2 c_2$  unterhalb dieser. Infolge der Verkuppelung müssen sich die beiden Stabteile I und II auf gleiche Länge entsprechend einem zwischen  $a_x$  und  $b_x$  liegenden Punkt  $c_x$  einigen. Das ist nur dadurch möglich, daß Stabteil I elastisch verkürzt, Stabteil II elastisch gedehnt wird, und dies entspricht einer Druckspannung in I und einer Zugspannung in II. Die Spannungen sind bleibend und können sich nicht mehr ändern, solange die Temperatur nicht mehr geändert wird.

Der Fall d) wird von Stoffen, die sich von einer hohen Temperatur abkühlen, nicht ganz eingehalten, da nach Abb. 344 der Stabteil I bereits nach der Zeit  $z_1$  die Grenztemperatur  $T$  durchläuft, bei der das Material aus der Zone  $p$  der rein plastischen in die Zone  $e$  der rein elastischen Formänderungen übergeht. In der Zeit zwischen  $z_1$  und  $z_2$  wird dann vorübergehend der Fall c) auftreten. Dadurch wird nur die Lage des Punktes  $c_2$  auf der Strecke  $a_2 b_2$  (Abb. 347) etwas verschoben, was an unserer Überlegung nur quantitativ, nicht qualitativ etwas ändert.

Ferner haben wir bei metallischen Stoffen niemals eine scharfe Temperaturgrenze  $T$  für den Übergang aus den rein plastischen in die rein elastischen Formänderungen, sondern es werden oberhalb einer bestimmten Temperaturgrenze  $T$  die Formänderungen vorwiegend plastisch sein, unterhalb derselben werden aber neben elastischen Formänderungen auch noch plastische vorkommen. Dadurch wird die Sachlage etwas verwickelter, das qualitative Ergebnis bleibt aber dasselbe.

Wir kommen demnach zu folgendem allgemeinen Gesetz: Kühlen die beiden miteinander verkuppelten Stabteile I und II eines metallischen Stoffes, die an der Biegung verhindert sind, von einer hohen Temperatur  $t_0$ , die innerhalb des Gebietes der vorwiegend plastischen Formänderungen liegt, bis auf gewöhnliche Temperatur ab, so verbleiben nach der Abkühlung in dem schneller abgekühlten Stabteil Druck-, in dem langsamer abgekühlten Stabteil Zugspannungen zurück.

Dieser Fall tritt bei der Abkühlung von Guß-, Schmiede- und Walzteilen ein, sobald hierbei starr miteinander verbundene und an der Biegung verhinderte Teile wegen verschiedener Massen verschieden schnell abkühlen. Bei Gußstücken bezeichnet man diese Art der Spannungen als Gußspannungen.

Sind die Unterschiede  $b_2 c_2$  und  $a_2 c_2$  sehr groß, so können die bleibenden Spannungen während der Abkühlung die Streckgrenze erreichen oder sogar überschreiten. Liegt bei einem Material die Streckgrenze ohnehin nahe der Bruchgrenze, so kann durch die Spannungen während der Abkühlung Zertrümmern des Werkstücks ohne Einwirkung äußerer Kräfte, oder wenigstens unter der Einwirkung verhältnismäßig geringer äußerer Kräfte eintreten.

**332.** Das obige Gesetz ist in der Praxis bekannt und es muß bei der Herstellung von gegossenen, geschmiedeten oder gewalzten Werkstücken scharf im Auge behalten werden, wenn nicht mit Spannungen behaftete Werkstücke erzeugt werden sollen, die bei ihrer Ingebrauchnahme zu gefährlichen Unfällen führen können.

Wie aus Abb. 348 hervorgeht, ist die Größe der bleibenden Spannungen wesentlich abhängig von den Größen  $b_2 c_2$  und  $a_2 c_2$ , diese wiederum von der Größe des Abstandes  $a_2 b_2$  in Abb. 347. Letzterer ist aber bei gegebenem Verlauf der Linien  $\varepsilon_I$  und  $\varepsilon_{II}$  abhängig von der Größe des Wertes  $z_2$ , also von der Lage der Grenzlinie  $GG$  in Abb. 347. Diese ist ihrerseits bedingt durch die Lage der Temperaturgrenze  $T$  (Abb. 344), bei welcher der Übergang aus dem Bereich  $p$  der rein plastischen in das Bereich  $e$  der vorwiegend elastischen Formänderungen stattfindet. Je höher diese Temperatur liegt, desto weiter rückt  $G$  nach links, desto kleiner wird  $z_2$ , und umgekehrt.

Wir können die im vorigen Absatz behandelten Fälle a) und b) als Sonderfälle von d) erhalten. Liegt nämlich die Grenze  $GG$  bei  $z=0$ , d. h. sind nur rein elastische Formänderungen möglich, so ergibt sich der Fall a). Die Strecke  $a_2 b_2$  in Abb. 347 wird gleich Null, mithin muß auch  $b_2 c_2$  und  $a_2 c_2 = 0$  sein. Nach erfolgter Abkühlung ( $z = \infty$ ) sind keine bleibenden Spannungen in dem System vorhanden.

Rückt man umgekehrt die Grenze  $GG$  sehr weit nach rechts, so daß schließlich  $z_2 = \infty$ , so bedeutet dies ein Material, das nur plastischer Formänderungen fähig ist. Dann ist wiederum der Abstand  $a_2 b_2 = 0$ . Nach der Abkühlung des Systems sind keine bleibenden Spannungen vorhanden.

Allgemein erhält man den Abstand der beiden Linien  $\varepsilon_I$  und  $\varepsilon_{II}$ :

$$\varepsilon_{II} - \varepsilon_I = \varepsilon_0 (e^{-k_2 z} - e^{-k_1 z}) = \alpha t_0 (e^{-k_2 z} - e^{-k_1 z}) \dots \dots \dots (19)$$

Die Größe  $\varepsilon_{II} - \varepsilon_I$  hat für  $z=0$  den Wert 0, steigt mit wachsendem  $z$  an, erreicht einen Höchstwert, um dann für  $z = \infty$  wieder auf Null abzusinken. Der Höchstwert wird erreicht bei einem Wert von  $z_m = \frac{1}{k_1 - k_2} \ln \frac{k_1}{k_2}$ , wie sich leicht aus Gl. 19 feststellen läßt.

Fällt nun die Grenze  $GG$  gerade so, daß  $z_2 = z_m$ , so hat  $\varepsilon_{II} - \varepsilon_I$  und damit auch  $a_2 b_2$  seinen Höchstwert. Demnach müssen auch die bleibenden Spannungen nach der Abkühlung auf  $t=0$  unter sonst gleichen Verhältnissen ihren Höchstbetrag erreichen.

Die Größe der bleibenden Spannungen, die bei der Abkühlung entstehen, ist mithin abhängig:

1. Von der Größe  $\alpha$ , also von der Wärmedehnungszahl des Materials; unter sonst gleichen Verhältnissen wächst sie mit dieser.
2. Von der Anfangstemperatur  $t_0$ , mit der sie unter sonst gleichen Verhältnissen ebenfalls wächst. Da  $\alpha t_0 = \varepsilon_0$  bei Gußstücken dem Schwindmaß entspricht, so kann man auch sagen, daß die Größe der Spannungen unter sonst gleichbleibenden Verhältnissen mit der Größe des Schwindmaßes des Materials wächst.
3. Von der Lage der Grenzlinie  $GG$ , also von der Lage der Grenztemperatur  $T$ , bei der das Material aus dem Bereich der vorwiegend plastischen in das Bereich der vorwiegend elastischen Formänderungen eintritt.
4. Von der Größe der Zahlen  $k_1$  und  $k_2$ , d. h. von dem Unterschiede der Abkühlungsgeschwindigkeit der einzelnen Stabteile.
5. Von der Größe der Querschnitte  $f_1, f_2$  usw. der Stabteile I, II . . . , weil diese auf die Lage von  $c_2$  (Abb. 347) wesentlichen Einfluß ausüben. Je größer der Querschnitt  $f_2$  des Stabteiles II ist, um so mehr wird  $c_2$  nach  $a_2$  rücken, um so kleiner wird die Spannung im Stabteil II, um so größer im Stabteil I.

Das Zusammenwirken aller dieser Einflüsse macht es erklärlich, daß z. B. bei Gußstücken nicht notwendigerweise das Material mit dem größten Schwindmaß  $\varepsilon_0 = \alpha t_0$  die größten Gußspannungen gibt, daß z. B. bei Stahlguß trotz des



sorten  $A$  und  $B$  in dem einen Gußstück die Eisensorte  $A$ , in einem anderen Gußstück, das wegen seiner Formgebung andere Unterschiede in den Abkühlungsgeschwindigkeiten der einzelnen Teile des Gusses bedingt, die Eisensorte  $B$  die geringeren Gußspannungen liefert. Die Verhältnisse liegen also in Wirklichkeit sehr verwickelt.

**333.** Wenn es sich darum handelt, der Entstehung von Spannungen entgegenzuarbeiten, so hat man, wenn ein bestimmtes Material vorgeschrieben ist, keinen Einfluß mehr auf die in Abs. 332 genannten Einflüsse 1, 2 und 3, sondern im wesentlichen nur auf die Größen  $k_1$  und  $k_2$ ; d. h. man wird nach Möglichkeit dahin streben müssen, alle Teile des Werkstücks, die starr miteinander verbunden sind, möglichst gleichmäßig abzukühlen. Ob dies möglich ist, hängt nun aber wiederum davon ab, ob das Werkstück Teile mit großer Masse und geringer Oberfläche neben anderen Teilen mit kleiner Masse und großer Oberfläche enthält. Das kommt in der Mehrzahl der Fälle darauf hinaus, ob das Werkstück fest miteinander verbundene Teile mit sehr verschiedenem Querschnitt besitzt, die sich gegenseitig in ihren Längenänderungen beeinflussen. Die Teile mit dem größeren Querschnitt  $f_2$  werden im allgemeinen langsamer abkühlen als die Teile mit dem geringeren Querschnitt  $f_1$ . Dadurch wird aber  $k_1$  größer als  $k_2$ , was auf Vermehrung der Spannungen hinwirkt. Bei sehr großen Unterschieden in den Querschnitten der einzelnen Teile eines Werkstücks wirken also die beiden Einflüsse 4 und 5 zu gleicher Zeit, sich gegenseitig verstärkend.

Deshalb hat der Konstrukteur von vornherein darauf zu achten, daß zu große Querschnittsverschiedenheiten in den einzelnen Teilen eines Werkstücks vermieden werden, die sich gegenseitig in ihrer freien Schwindung behindern können. Seine Aufgabe ist es, die Form so zu wählen, daß alle Teile des Werkstückes möglichst zu gleicher Zeit die gleiche Temperatur haben, also  $k_1 = k_2 \dots$  wird, und die bleibenden Spannungen Null werden.

Nur in den Fällen, wo dies dem Zweck der Konstruktion zuwiderläuft, darf der Konstrukteur von diesem Gesichtspunkt abweichen. In solchen Fällen muß bei der Herstellung des Werkstücks versucht werden, trotz der Verschiedenheit in den Massen und Querschnitten der einzelnen starr miteinander verbundenen Teile auf möglichste Gleichheit der Werte  $k_1, k_2 \dots$  dadurch hinzuwirken, daß man die Abkühlung der Teile mit großen Massen, also größerem Querschnitt  $f_2$  durch künstliche Hilfsmittel (Luftstrom, Bespritzen mit Wasser, Eingießen von eisernen Teilen, sogenannten Kühlplatten usw.) beschleunigt und diejenige der Teile mit kleinerem Querschnitt  $f_1$  verzögert (durch Abdecken mit Sand usw.).

Die obengenannte Aufgabe, die dem Konstrukteur bei den Bestrebungen, Spannungen besonders in Gußstücken zu verhindern, zufällt, wird von einem Teil der Konstrukteure verkannt. Diese stellen sich auf den Standpunkt, daß ihre Rolle beendet ist, wenn sie ihren Entwurf zu Papier gebracht haben, und daß die Überwindung der Schwierigkeiten bei der Herstellung des Gußstückes ausschließlich Sache des Gießers sei, der zusehen mag, wie er zurecht kommt. Ein gut geleitetes Werk, bei dem sowohl die Konstruktionsentwürfe als auch die Güsse selbst hergestellt werden, wird einem solchen Standpunkt schon aus rein wirtschaftlichen Gründen entgegenzuarbeiten. Schlimmer kann es kommen, wenn Entwurf und Guß von verschiedenen Erwerbsgemeinschaften ausgeführt werden. Dann fällt für den Konstrukteur der eben genannte Ansporn weg. Welcher Ansporn treibt dann den Gießer bei gedrückter Marktlage, unter Vermehrung der Selbstkosten, möglichst umfassende Maßnahmen zu treffen, um die Spannungen in den Gußstücken, die ohne diese Maßnahmen infolge der unsachgemäßen Konstruktion unvermeidlich sind, in stärkerem Maße zu beseitigen, als es die Rücksicht auf die Ablieferung des Gußstückes im unzerbrochenen Zustand erheischt? Wer trägt dann Sorge dafür, daß das Guß-

stück soweit spannungsfrei ist, daß es seiner Aufgabe im Betrieb unter Belastung im vollkommensten Maße entsprechen kann?

Meiner Auffassung nach gehört es zu den wesentlichen Aufgaben des Konstrukteurs, bei der Formgebung eines Konstruktionsteiles auch Rücksicht auf die Eigentümlichkeiten des Materials bei seiner Verarbeitung zu nehmen. Gerade zur Verminderung der Gußspannungen kann der Konstrukteur durch geeignete Massenverteilung ganz wesentlich beitragen.

Als Beispiel dafür, daß dies nicht immer geschieht, sei auf Abb. 350 verwiesen, die einen Kolbenschieber aus Gußeisen darstellt, der nach dem Guß infolge von Spannungen in den Rippen riß. Die Risse sind in der Abbildung durch Pfeile angedeutet. Die dünnen Rippen haben wegen der schnellen Abkühlung Druckspannungen erhalten, die die Festigkeit des Materials überschritten. Durch Verringerung der Rippenzahl und Vermehrung ihrer Dicke hätte der Spannungszustand wesentlich vermindert werden können.

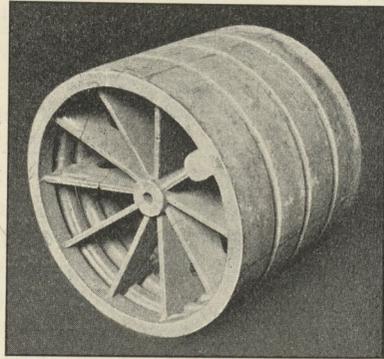


Abb. 350. Reißen eines Gußstückes infolge von Gußspannungen.

In Abb. 351 ist ein Teil eines Rahmens abgebildet, den ich mir absichtlich gießen ließ, um die Spannungserscheinungen zu erläutern. Der Querschnitt des äußeren Rahmens ist kräftiger gewählt, als der der dünnen Sprossen im Innern des Rahmens. Durch einen Schlag an der mit Pfeil angedeuteten Stelle wurde der Rahmen zerbrochen, womit die Spannungen aufgehoben worden sind. Da der dickere Außenrahmen langsamer abkühlt, muß er unter Zugspannung stehen. Dies zeigt die Abbildung deutlich, denn der Riß klapft sowohl in der Richtung  $aa$  als auch in der Richtung  $bb$  auseinander.

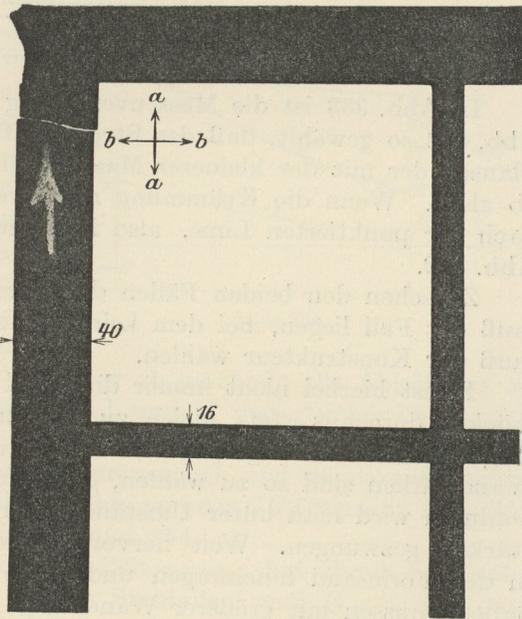


Abb. 351. Gußspannungen in Rahmengüssen.

Es werde angenommen, daß der Querschnitt des äußeren langsamer abgekühlten Rahmens  $f_2$ , der der schnell abgekühlten inneren Sprossen  $f_1$  sei und daß die Zugspannung  $\sigma_2$  im Querschnitt  $f_2$  die Bruchgrenze nahezu erreicht hat. Der Rahmen hat dann in dem Querschnitt  $f_2$  die Kraft  $f_2 \sigma_2$  auszuhalten. Wird durch die Bearbeitung des äußeren Rahmens der Querschnitt  $f_2$  auf  $f_2'$  verkleinert, so steigt die Zugspannung entsprechend an, da ja

$f_2' \sigma = f_2 \sigma_2$ , mithin  $\sigma = \sigma_2 \frac{f_2}{f_2'}$  in dem Verhältnis  $f_2/f_2'$  größer wird. Dadurch kann die Bruchgrenze  $\sigma_B$  erreicht werden und der Rahmen bei der Bearbeitung aufreißen.

Unter Umständen genügen bei Gußstücken mit hohen Spannungen ganz geringfügige Zusatzkräfte, um explosionsartigen Bruch herbeizuführen. Wird z. B.

ein Gußstück, dessen einer Teil II wegen langsamer Abkühlung gegenüber den übrigen Teilen bereits hohe Zugspannungen besitzt, durch irgendeine Wärmequelle ungleichmäßig erhitzt, so daß der Teil II kalt bleibt, während die mit ihm starr verbundenen anderen Teile vorübergehend warm werden, so kann sich zu den bleibenden Zugspannungen in II noch die vorübergehende Zugspannung infolge der ungleichmäßigen Erwärmung gesellen. Die Summe kann dann die Bruchgrenze überschreiten und Zertrümmerung herbeiführen.

Bisher wurde immer vorausgesetzt, daß die verkuppelten Stabteile I und II verhindert sind, sich zu krümmen. In vielen Fällen ist diese Bedingung nicht oder nicht vollkommen erfüllt.

Der gußeiserne  $\Gamma$ -Balken in Abb. 352 würde z. B. wegen der geringeren Abkühlungsgeschwindigkeit im Teile II dort Zugspannungen, in dem schneller abkühlenden Teil I Druckspannungen haben, wenn er sich nicht krümmen könnte. Da er aber hieran nicht verhindert ist, biegt er sich auf der Seite I konvex, auf der Seite II konkav, wie es die punktierten Linien in Abb. 352 andeuten. Er „wirft“ sich. Dadurch werden die Spannungen ganz oder teilweise aufgehoben, wie dies früher bereits bei den vorübergehenden Spannungen gezeigt worden ist (326).

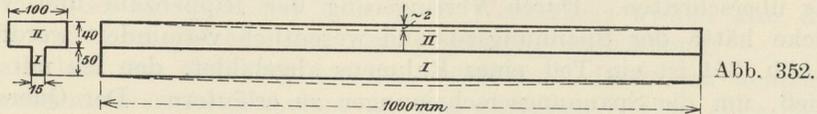


Abb. 352.

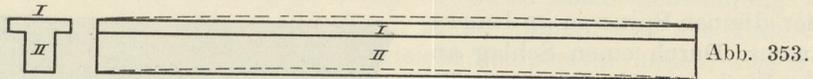


Abb. 353.

In Abb. 353 ist die Massenverteilung in einem  $\Gamma$ -Balken umgekehrt wie in Abb. 352 so gewählt, daß der Steg der Teil II mit der größeren Masse, und der Flansch der mit der kleineren Masse I ist. Der erstere kühlt deswegen langsamer ab als I. Wenn die Krümmung nicht verhindert wird, krümmt sich der Balken nach der punktierten Linie, also in entgegengesetztem Sinne wie der Balken in Abb. 352.

Zwischen den beiden Fällen der Querschnittsbemessung in Abb. 352 und 353 muß der Fall liegen, bei dem kein Werfen des Balkens stattfindet. Diese Form muß der Konstrukteur wählen.

Es ist hierbei nicht immer die Regel richtig, daß alle Wandstärken des Gußstückes durchaus stets gleich zu wählen seien. In dieser Fassung, in der die Regel manchmal ausgesprochen wird, ist sie irreführend. Es muß heißen: Die Wandstärken sind so zu wählen, daß alle Teile möglichst gleichschnell abkühlen. Dadurch wird man unter Umständen geradezu zur Wahl ungleichmäßiger Wandstärken gezwungen. Weit hervorragende Teile des Gußstückes, die wie Nasen in den Formsand hineinragen und große Oberfläche im Verhältnis zu ihrer Masse haben, müssen mit größerer Wandstärke gewählt werden als andere, die im Verhältnis zur Masse geringere Oberfläche besitzen. Dadurch kann ein Ausgleich in den Abkühlungsgeschwindigkeiten geschaffen werden.

Die Überlegungen, die mit Rücksicht auf Abkühlung und Spannungen in Gußstücken gemacht worden sind, gelten auch für Schmiedestücke und gewalzte Stäbe, sobald deren Abkühlung von einer Temperatur  $t_0$  aus geschieht, die oberhalb der Grenze  $GG$ , also im Bereiche der vorwiegend plastischen Formänderung liegt.

So können beispielsweise Spannungen bestehen zwischen dem Kopf und dem Steg von Schienen, zwischen den Flanschen und dem Steg von  $\Gamma$ -Trägern usw.



um den Betrag  $\alpha(t_{II} - t_m)$  entsprechend der Strecke  $a_3 d$  verkürzen. Durch die Verkupplung wird er daran verhindert, also um den Betrag  $a_3 d$  elastisch gestreckt; die gesamte elastische Streckung des Stabteils ist dann gleich dem Betrage

$$ac + a_3 d.$$

Der Stabteil I wird zur Zeit  $z_3$  von seiner augenblicklichen Temperatur  $t_I$  auf die gemeinschaftliche Temperatur  $t_m$  erwärmt. Er möchte sich also, wenn er nicht verkuppelt wäre, um den Betrag  $\alpha(t_m - t_I) = b_3 d$  ausdehnen; durch die Verkupplung wird er daran verhindert, also um den Betrag  $b_3 d$  elastisch verkürzt. Die gesamte elastische Verkürzung dieses Stabteiles entspricht also der Strecke  $bc + b_3 d$ .

Der gesamte Längenunterschied zwischen den Stabteilen I und II, der durch elastische Formänderung ausgeglichen werden muß, wird sonach dargestellt durch die Summe

$$ac + a_3 d + bc + b_3 d = ab + a_3 b_3.$$

Nun ist aber  $a_3 b_3 = a_2 b_2 - ab$ , da ja die Linie  $\varepsilon_{II}'$  von  $\varepsilon_{II}$  überall den Abstand  $a_2 c_2$  und die Linie  $\varepsilon_I'$  von  $\varepsilon_I$  überall den Abstand  $b_2 c_2$  hat. Es ergibt sich sonach

$$ab + a_3 b_3 = ab + a_2 b_2 - ab = a_2 b_2.$$

D. h. durch den Wärmeausgleich zur Zeit  $z = z_3$  werden elastische Formänderungen entsprechend der Strecke  $a_2 b_2$ , also dem Abstand der beiden Linien  $\varepsilon_{II}$  und  $\varepsilon_I$  zur Zeit  $z_2$  erzeugt. Denselben Betrag der elastischen Formänderung erhielt man aber auch nach Abkühlung des Systems I + II auf die Temperatur  $t = 0$ .

Daraus folgt, daß der Betrag der Spannungen der gleiche ist, ob man das Stabsystem auf gewöhnliche Temperatur abkühlen läßt, oder ob man nach Überschreiten der Grenze  $GG$  zu irgendeiner Zeit  $z_3$  Temperatúrausgleich im Stabsystem und daran anschließend gleichmäßige Abkühlung der beiden Stabteile I und II herbeiführt (Neumann, *L*<sub>4</sub> 53).

Der Temperatúrausgleich zur Zeit  $z_3$  kann dadurch erzielt werden, daß man das Werkstück in eine vorgeheizte Grube mit der Temperatur  $t_m$  einsetzt und es darin sehr langsam erkalten läßt. Dabei gibt der wärmere Stabteil II seinen Überschuß an Wärme an den Stabteil I ab, und beide nehmen die Temperatur  $t_m$  an. Wegen der großen Masse der vorgeheizten Grube erfolgt die Abkühlung mit dem darin befindlichen Werkstück sehr langsam, so daß Temperaturunterschiede nicht mehr vorkommen.

Aus obigem ergibt sich, daß das Einsetzen in die vorgeheizte Grube (Ausgleichgrube) nur dann die Spannungen beseitigen kann, wenn es zu einer Zeit  $z$  kleiner als  $z_2$  erfolgt, wo die  $GG$ -Grenze noch nicht überschritten ist. Geschieht es später, so bringt es keinen wesentlichen Nutzen mehr.

Von dem angegebenen Mittel macht man beispielsweise bei der Herstellung von Hartgußrädern Gebrauch, die besonders in den Vereinigten Staaten viel für Eisenbahnwagenräder verwendet werden. Die Gußform besteht hier teils aus Sand, teils aus Eisen (längs des Laufkranzes)<sup>1)</sup>. An den Stellen, wo das flüssige Eisen den Sand berührt, kühlt es wegen der schlechten Wärmeleitfähigkeit des Sandes langsam ab; diese Stellen entsprechen also dem Stabteil II. Dort wo das Gußeisen an den Eisenteilen der Form anliegt, findet rasche Abkühlung statt, entsprechend dem Stabteil I. Infolge des hierdurch bedingten großen Unterschiedes in der Abkühlungsgeschwindigkeit würden sehr starke Spannungen entstehen, die die Räder für ihren Verwendungszweck untauglich machen würden.

<sup>1)</sup> Um dort das Metall hart zu erhalten (II B).

Um diesen Übelstand zu beseitigen, werden die Räder möglichst warm noch aus der Form genommen und in vorgewärmte Ausgleichgruben in Stapeln übereinander gesetzt. Die Gruben werden dann gut geschlossen gehalten, damit die darin befindlichen Räder recht langsam und gleichmäßig abkühlen. Das Einsetzen der Räder in die Grube muß links von der Grenze  $GG$ , also oberhalb der Temperatur  $T$  geschehen, wenn die Spannungen vermieden werden sollen.

**335.** Der Ausgleich der Stabteile I und II während der Zeit  $z=0$  bis  $z=z_2$ , also innerhalb der Zone der plastischen Formänderungen, setzt voraus, daß das Material in diesen Temperaturen weitgehende plastische Formänderungen ohne Aufgabe des Zusammenhangs ertragen kann. Ist dies in irgendeinem Temperaturbereich innerhalb dieser Zone nicht der Fall, so kann es vorkommen, daß die beiden Stabteile I und II auseinanderreißen, und so die Verkuppelung ganz oder teilweise gelöst wird. Nun gibt es aber Materialien, die unmittelbar nach dem Übergang aus dem flüssigen in den festen Zustand oder bereits während dieses Überganges nur sehr geringe plastische Formänderungen ertragen können und leicht zum Reißen neigen. Wir wollen diesen kritischen Temperaturbereich mit  $t_k$  bezeichnen. Das schmiedbare Eisen zeigt ein solches kritisches Verhalten während und unmittelbar nach der Erstarrung. Denken wir uns z. B., daß der in Abb. 351 dargestellte Rahmen aus Stahl gegossen worden sei. Die dicken Teile des Rahmens entsprechen dann dem langsamer abgekühlten Stabteil II, die dünnen Sprossen dem schnell abkühlenden Teil I. Zu einer bestimmten Zeit zwischen  $z=0$  und  $z=z_2$  wird der Stabteil I wegen der schnelleren Abkühlung bereits eine verhältnismäßig dicke Kruste erstarrten Metalls gebildet haben, die sich unterhalb der kritischen Temperatur  $t_k$  befindet. Der langsamer abkühlende Teil II hat dagegen erst eine verhältnismäßig dünne Kruste angesetzt und ist im Innern noch flüssig, wie in Abb. 355 a durch Punktierung angedeutet

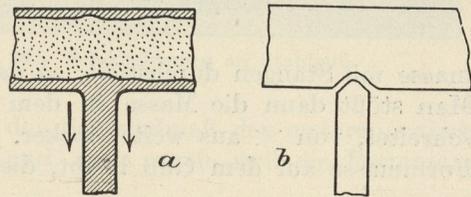


Abb. 355.

ist. Infolge der rascheren Schwindung sucht sich der Teil I von dem Teil II loszureißen, und es kann Trennung des Zusammenhanges wie in Abb. 355b erfolgen. Man nennt die entstehenden Risse Warmrisse, zum Unterschied von Kaltrissen, die entstehen können, wenn nach Abkühlung des Gusses die bleibenden Spannungen von selbst oder durch Hinzutritt von Zusatzspannungen örtlich die Bruchgrenze erreichen.

Im soeben besprochenen Fall entstanden Warmrisse dadurch, daß sich die miteinander verkuppelten Teile des Gußstückes innerhalb der kritischen Zone gegenseitig in der freien Schwindung behinderten. Häufiger noch entstehen Warmrisse dadurch, daß innerhalb der plastischen Zone des Metalles die freie Schwindung der Teile des Gusses durch das Material der Form verhindert wird, so daß Kräfte in der kritischen Zone  $t_k$  auf das Metall einwirken können. Dagegen gibt es zwei Mittel:

1. Das Formmaterial wird nachgiebig gemacht, wie z. B. im Falle der Abb. 356, die den Oberkasten der Gußform für ein Lokomotivspeichenrad aus Stahlguß darstellt.<sup>1)</sup> Die Formmasse wird zwischen den einzelnen Speichen an den in der Abb. 356 mit  $\times$  bezeichneten Stellen ausgeschnitten und durch lockere Koks-füllung ersetzt. Beim Schwinden des Rades wird auf den zwischen Radkranz und -speichen befindlichen Teil der Form ein Druck ausgeübt. Ist dieser Teil genügend nachgiebig, so wird er von dem schwindenden Eisen zusammengedrückt, ohne daß eine schädliche Beanspruchung des Gusses eintritt. Ist die Masse aber nicht genügend nachgiebig, so verhindert sie teilweise das Schwinden des Gusses,

<sup>1)</sup> Vgl. Abb. 448.

der erst aus einer dünnen Kruste mit flüssigem Kern besteht. Wenn die hierdurch auf den Guß ausgeübten Kräfte gerade in der kritischen Zone  $t_k$  wirken, so entstehen Warmrisse. Zuweilen sucht man diese Wirkung auch dadurch zu beseitigen, daß man nach dem Gusse, sobald sich eine dünne Kruste erstarrten Metalls gebildet hat, an den in Abb. 356 mit  $\times$  bezeichneten Stellen die Form-

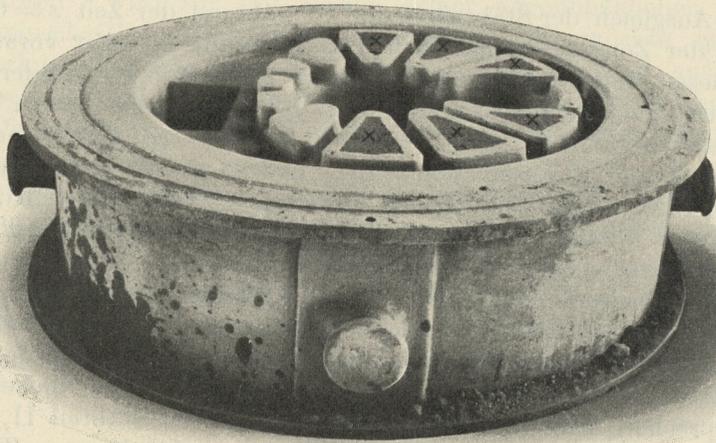


Abb. 356. Mittel zur Verhinderung von Warmrissen.

masse mit Stangen durchstößt, so daß sie aus den Kästen nach unten durchfällt. Man stößt dann die Masse in dem Maß, wie die Erstarrung des Gusses fortschreitet, von  $\times$  aus weiter locker, bis schließlich nur noch eine dünne Schicht Formmasse auf dem Guß bleibt, die die Schwindung nicht behindert.

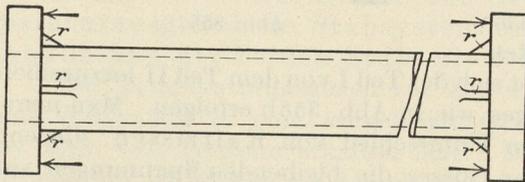


Abb. 357.

2. Man führt an den Stellen, wo die durch Behinderung des Schwindens auf den Guß wirkenden Kräfte ihr Höchstmaß erreichen, rasche Wärmeentziehung herbei, einmal um die den Kräften Widerstand leistende Kruste dicker zu gestalten, und zum andern, um diese Kruste genügend weit unter

die kritische Temperatur  $t_k$  herunterzubringen, so daß sie stärkere Formänderungen ertragen kann. Die rasche Wärmeentziehung wird durch dünne Rippen (Schwindrippen oder Federn) erzielt, die wegen ihrer großen Oberfläche ähnlich wie die Rippen an Rippenheizkörpern die Wärme aus dem Guß rasch ableiten. So würde z. B. bei einem Gußstück von der Gestalt der Abb. 357 (Rohr mit Flansch) das dünnwandige Rohr I der schneller, der dicke Flansch der langsamer abkühlende Teil II sein. Infolge seiner früheren Schwindung ist das Rohr I bestrebt, den Flansch nach innen

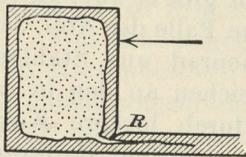


Abb. 358.

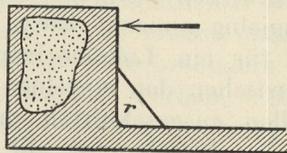


Abb. 359.

zu ziehen. Dem wirkt der Widerstand des Formmaterials in der Richtung der Pfeile entgegen. Wir haben also zu einer bestimmten Zeit den in Abb. 358 dargestellten Fall, wo die schraffierte Fläche der dünnen erstarrten Kruste von der kritischen Temperatur  $t_k$ , der punktierte Teil dem flüssigen Kern ent-

spricht. Der Flansch wird durch den Widerstand des Formmaterials nach außen abgebogen und wird an der einspringenden Kante, wie bei *R* angedeutet, einen Warmriß erhalten.

Werden aber, wie in Abb. 357 und 359 gezeichnet, die dünnen Rippen *r* angebracht, so bewirken diese rasche Abkühlung, so daß zur Zeit, wo das Rohr I den Zug nach innen ausübt, die erstarrte Kruste im Flansch bereits stärker und genügend weit unter die Temperatur  $t_k$  heruntergebracht ist, daß sie die Kräfte ohne Zerstörung aufnehmen kann.

Abb. 360 zeigt solche Schwindrippen an Zylinderdeckeln aus Stahlguß. (Das Bild wurde vom Stahlwerk Krieger in Düsseldorf freundlichst zur Verfügung gestellt.) Die zahlreichen Schwindrippen an den Verstärkungsrippen der Güsse sind vom Gießer angebracht worden. Sie müssen nach dem Guß entfernt werden, wenn der Abnehmer sie nicht haben will. In vielen Fällen stören die Rippen nicht und können am Gußstück daran bleiben.

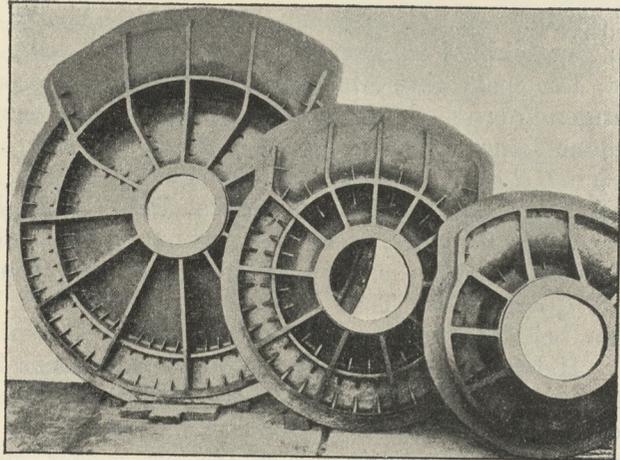


Abb. 360. Schwindrippen an Stahlguß.

Die Gefahr der Bildung von Warmrissen ist bei Stahlguß größer als bei Grauguß, einmal, weil das Schwindmaß des ersteren nahezu doppelt so groß ist als das von Grauguß, für Stahlguß in der Regel widerstandsfähiger ist als der gewöhnliche Formsand. Die Stahlgießer müssen zuweilen großes Geschick und Urteilsvermögen entwickeln, um die Bildung von Warmrissen zu verhindern.

**336.** Um Spannungen aus Werkstücken zu entfernen, bedient man sich in gewissen Fällen des Ausglühens (z. B. bei Güssen und Schmiedestücken aus schmiedbarem Eisen). Hier taucht nun die Frage auf, wie ist das Glühen zu leiten, wenn der beabsichtigte Zweck erreicht werden soll.

a) Zunächst werde vorausgesetzt, daß bei der Erhitzung des Werkstücks die Temperatur *T* nicht überschritten werde, bei der der eine der Stabteile I, II... in die Zone der vorwiegend plastischen Formänderungen eintritt.

Stabteil I sei wegen seiner geringeren Masse im Verhältnis zur Oberfläche schneller abgekühlt und wird sich aus dem gleichen Grunde auch schneller erhitzen; er steht unter Druckspannung. Wäre der Stabteil frei, so würde er sich bei  $t=0$  um *AC* elastisch dehnen (Abb. 361). Würde er frei auf die Temperatur *t* in der Zeit *z* erhitzt, so würde er die Dehnung  $AC + \alpha t = AC + DF$  annehmen, und diese ist gleich *DG*, wenn man  $FG = AC$  macht. Die Dehnung,

das Schwindmaß des ersteren nahezu und dann auch weil die Formmasse

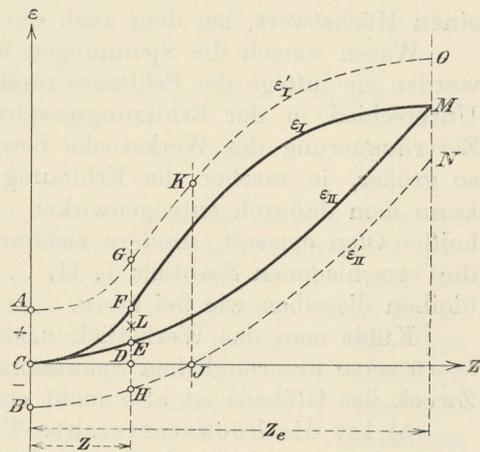


Abb. 361.

$$\begin{aligned} \epsilon_I &= \alpha t = \alpha f_1(z), & \epsilon_{II} &= \alpha t = \alpha f_2(z), \\ \epsilon_I' &= \epsilon_I + AC, & \epsilon_{II}' &= \epsilon_{II} - BC. \end{aligned}$$

die der Stab bei der Erhitzung anstrebt, ergibt sich somit aus den Ordinaten einer Linie  $\varepsilon_I'$ , die von den Punkten gleicher Abszisse der Linie  $\varepsilon_I$  überall den gleichen Abstand  $AC$  hat.

Der unter Zugspannung entsprechend der Strecke  $BC$  stehende Teil II würde sich, wenn er frei wäre, um  $BC$  kürzen. Infolge der Erhitzung wird er bestrebt sein, sich entsprechend der Linie  $\varepsilon_{II}$  zu dehnen. Linie  $\varepsilon_{II}$  steigt langsamer an als  $\varepsilon_I$ , weil der langsamer abkühlende Teil wegen seiner größeren Masse auch in der Regel langsamer erwärmt wird. Wäre der Stab frei, so würde er nach der Zeit  $z$  sich um  $ED - BC = -DH$  dehnen. Zieht man die Linie  $\varepsilon_{II}'$  im Abstand  $BC$  von  $\varepsilon_{II}$ , so geben die Ordinaten dieser Linie diejenigen Dehnungen an, die der Stabteil annehmen würde, wenn er nicht mit I verkuppelt wäre.

Der senkrechte Abstand der beiden Linien  $\varepsilon_I'$  und  $\varepsilon_{II}'$  entspricht somit dem Längenunterschied, der ausgeglichen werden muß, damit die beiden Stabteile gleiche Länge behalten können. Nach der Zeit  $z$  wäre dieser Längenunterschied gleich  $GH$ . Entspricht z. B. der Punkt  $L$  dem Längenausgleich, so würde sich Teil I um  $GL$  elastisch verkürzen, Teil II um  $HL$  elastisch dehnen. I stünde also unter Druck-, II unter Zugspannung. Wo der Punkt  $L$  liegt, ist nicht ohne weiteres bekannt; seine Lage hängt ab von dem Verhältnis der Querschnitte  $f_1$  und  $f_2$  der beiden Teile I und II und von dem Verlauf der  $\varepsilon, \sigma$ -Linie des Materials bei den betreffenden Temperaturen. Jedenfalls liegt  $L$  zwischen  $G$  und  $H$ .

Haben die beiden Teile I und II nach einer bestimmten Zeit  $z_e$  gleiche Temperatur, z. B. diejenige des Ofens, in den sie gebracht wurden, erreicht, so treffen sich die beiden Linien  $\varepsilon_I$  und  $\varepsilon_{II}$  im Punkte  $M$ . Der die Größe der Spannungen bedingende Längenunterschied  $ON$  ist wieder gleich  $AB$ , also gleich dem, der bei  $t=0$  bestand.

Während der Erhitzung vergrößern sich die Spannungen zunächst, um nach Ausgleich der Temperaturen wieder auf den ursprünglichen Betrag abzusinken. Zwischen diesen beiden Endzuständen erreicht der Abstand der Linie  $\varepsilon_I'$  und  $\varepsilon_{II}'$  einen Höchstwert, bei dem auch das Höchstmaß der Spannungen eintritt.

Waren sonach die Spannungen bei  $t=0$  in dem Werkstück bereits hoch, so werden sie infolge des Erhitzens zunächst noch gesteigert, und es kann bei großem Unterschied in der Erhitzungsgeschwindigkeit vorkommen, daß die Spannungen Zertrümmerung des Werkstücks bewirken. Diese Unterschiede werden aber um so größer, je rascher die Erhitzung des Werkstücks vorgenommen wird. Man kann dem dadurch entgegenwirken, daß man das Werkstück nicht kalt in den heißen Ofen einsetzt, sondern zusammen mit dem Ofen erwärmt. Alsdann werden die verschiedenen Stabteile I, II, ... gleichschnell erwärmt und die Spannungen bleiben dieselben wie bei  $t=0$ .

Kühlt man das Werkstück nach der Zeit  $z \leq z_e$  wieder ab, so erhält es bei  $t=0$  seine ursprünglichen Spannungen entsprechend der Strecke  $AB$  wieder; der Zweck des Glühens ist also nicht erreicht.

b) Ist die höchsterreichte Temperatur derart, daß Punkt  $M$  in die Zone der vorwiegend plastischen Formänderungen fällt, so geschieht hier bei gleicher Temperatur der plastische Längenausgleich der Stabteile I und II. Kühlt man darauf langsam ab, so daß Temperaturunterschiede in den Teilen I und II nicht auftreten, so können während der Abkühlung keine Spannungen entstehen, das Werkstück ist spannungsfrei. Der Zweck des Glühens ist erreicht.

Würde man dagegen von  $M$  aus rasch abkühlen, so daß die beiden Teile I und II verschiedene Abkühlungsgeschwindigkeit besitzen, so würden entsprechend dem durch die Abb. 347 dargestellten Fall aufs neue Spannungen entstehen, deren Maß abhängig wäre von der Strecke  $a_2 b_2$ , also von dem Temperaturunterschied an der  $GG$ -Grenze.

Von praktischer Bedeutung ist noch ein Fall der Abkühlung des Werkstückes, dessen Teile bei  $M$  innerhalb der plastischen Zone gleiche Temperatur und gleiche Länge angenommen haben. Das Werkstück werde mit dem geschlossenen Ofen sehr langsam auf die dem Punkte  $N$  entsprechende Temperatur, s. Abb. 362, abgekühlt, wobei  $N$  rechts von  $GG$  liege, also in die Zone der vorwiegend elastischen Formänderungen entfalle. Dann haben bis  $N$  die Stabteile I und II gleiche Länge und Temperatur. Zur Entstehung von Spannungen ist also kein Grund. Zu der dem Punkt  $N$  entsprechenden Zeit  $z_n$  werde das Werkstück aus dem Ofen genommen und an der Luft rasch abgekühlt. Sofort werden sich die beiden Linien  $\varepsilon_I$  und  $\varepsilon_{II}$  wegen der verschiedenen Abkühlungsgeschwindigkeit der Teile I und II voneinander trennen. Dadurch wird zu einer bestimmten Zeit  $z$  Spannung im Werkstück entstehen, die von der Größe der Strecke  $PQ$  abhängt. Die Spannung wird aber vorübergehend sein und nach Abkühlung auf  $t=0$  verschwinden, weil ja nach früherem die bleibenden Spannungen abhängig sind von dem Abstand der beiden Linien  $\varepsilon_I$  und  $\varepsilon_{II}$  auf der Grenzlinie  $GG$ . Dieser Abstand ist aber im vorliegenden Falle gleich Null. Nur falls die bei der Abkühlung

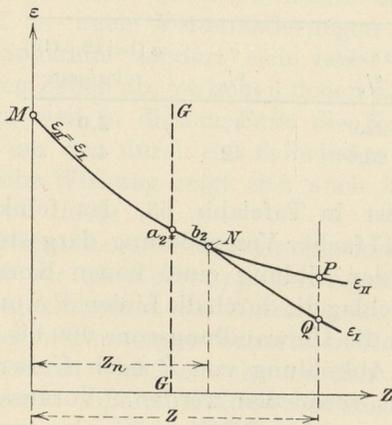


Abb. 362.

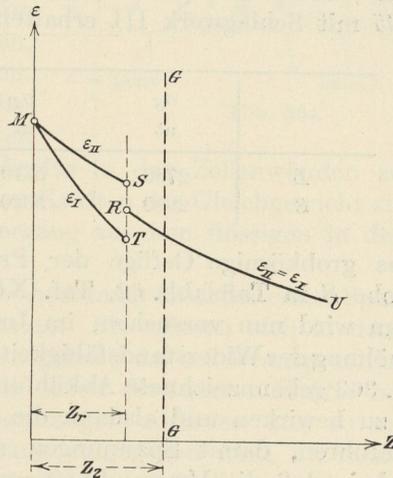


Abb. 363.

von  $N$  aus entstehenden Spannungen so groß werden, daß die Streckgrenze des Materials überschritten wird, können wieder bleibende Längenänderungen eintreten, und das Größenmaß dieser bleibenden Längenänderungen ist dann bestimmend für das Maß der im kalten Werkstück zurückbleibenden Spannungen.

Schließlich ist noch eine Abkühlungsart nach Abb. 363 möglich. Man läßt das Werkstück von der Temperatur  $M$  des Glühofens zunächst rasch abkühlen bis zur Zeit  $z_r$ , die kleiner als  $z_2$  sein muß, so daß die Punkte  $R, S, T$  innerhalb der Zone der vorwiegend plastischen Formänderungen liegen. Diese Abkühlung kann man dadurch erreichen, daß man alle Türen des Ofens offen macht und ihn durch die kalte durchziehende Luft abkühlen läßt. Die Linien  $\varepsilon_I$  und  $\varepsilon_{II}$  werden infolge der raschen Abkühlung voneinander abweichen; der Längenausgleich um den Betrag  $ST$  zwischen den beiden Stabteilen auf eine dem Punkt  $R$  entsprechende gemeinschaftliche Länge kann ohne Spannungen durch plastische Formänderung erfolgen. Schließt man nun zur Zeit  $z_r$  alle Öffnungen des Glühofens und läßt den Ofen mit den darin befindlichen Werkstücken langsam abkühlen, so müssen sich die beiden Linien  $\varepsilon_I$  und  $\varepsilon_{II}$  bei der Weiterabkühlung einander decken; die Stabteile I und II kühlen von gleicher Temperatur und gleicher Länge ab; infolgedessen können Spannungen nicht zurückbleiben.

Dieses Abkühlungsverfahren wird zum Teil bereits ausgenutzt zum Glühen von Werkstücken aus schmiedbarem Eisen (Stahlgüsse und Schmiedestücke). Vgl. Galli, *L*<sub>3</sub> 54. Es gewährt einen beachtenswerten Vorteil. Je langsamer Eisen-Kohlenstoff-Legierungen durch die Zone der Umwandlungen zwischen 900 und 700 C° hindurchgehen, um so gröber werden die Eisenkörner und um so gröber das aus Ferrit und Perlit bestehende Gefüge. Dadurch wird geringerer Widerstand des Metalls gegenüber Schlag bedingt, insbesondere, wenn der Schlag auf gekerbte Proben wirkt. Dies gibt sich bei der Kerbschlagprobe sehr deutlich zu erkennen (343 bis 345). Auf die Zahlen für  $\sigma_S$ ,  $\sigma_B$ ,  $\delta$  hat es meist keinen oder nur einen wenig in die Augen springenden Einfluß, wie das folgende Beispiel erkennen läßt:

*L* bedeutet aus einer Welle von 110 bis 120 mm Durchmesser ausgeschnittene Probestäbe, die bei der Herstellung langsam durch die obengenannte Umwandlungszone hindurchgegangen war. *S* sind kleine Proben, die aus der Welle herausgeschnitten, dann auf 850 bis 900 C° erhitzt, bei dieser Temperatur eine halbe Stunde erhalten und dann an der Luft verhältnismäßig schnell abgekühlt wurden. Der Wert *a* ist die spezifische Schlagarbeit, wie sie durch die Kerbschlagprobe nach 345 mit Schlagwerk III erhalten wird.

	$\sigma_S$ at	$\sigma_B$ at	$\delta_{11,3\sqrt{f}}$ %	<i>q</i> %	<i>a</i> (bei 19,5 C°) mkg/qcm
<i>L</i>	2760	5310	22,9	47	2,0
<i>S</i>	2990	5320	23,6	42	4,7

Das grobkörnige Gefüge der Probe *L* ist in Tafelabb. 63, das feinkörnige der Probe *S* in Tafelabb. 62, Taf. XII, in 117facher Vergrößerung dargestellt.

Man wird nun versuchen, im Interesse der Bildung eines feinen Kornes und der Erhöhung der Widerstandsfähigkeit gegen Schlag die durch die Linien *MS* und *MT* in Abb. 363 gekennzeichnete Abkühlung durch die Umwandlungszone 900 bis 700 C° rasch zu bewirken und alsdann die weitere Abkühlung von *R* nach *U* langsam durchzuführen, damit Spannungen möglichst vermieden werden. Voraussetzung ist hierbei, daß die Umwandlungszone links von der *GG*-Grenze, also innerhalb des Bereichs der vorwiegend plastischen Formänderungen liegt. Man muß sich jedenfalls durch Prüfung einiger Werkstücke auf Spannungen und auf Kerbschlagfestigkeit davon überzeugen, inwieweit dies für verschiedene Eisenlegierungen der Fall ist.

**337.** Verfasser hatte früher (*L*<sub>4</sub> 51) eine Möglichkeit angedeutet, um durch den Versuch die Grenztemperatur *T* für ein Material zu bestimmen, bei der der Übergang aus der Zone vorwiegend plastischer in die vorwiegend elastischer Formänderungen stattfindet. Infolge der Untersuchungen über die Reckspannungen (301 bis 307) ist diese Aufgabe sehr einfach geworden. Für die Wirkung des Glühens ist es gleichgültig, auf welche Weise die Eigenspannungen ins Material gelangt sind, ob sie die Folge von Temperaturverschiedenheiten oder von verschieden starkem Recken in verschiedenen Teilen des Werkstückes sind. Man braucht deshalb nur kaltgereckte Stäbe eines Materials, die Reckspannungen enthalten, auf verschieden hohe Temperaturen zu erhitzen ( $t_1, t_2, \dots t_n$ ) und von diesen aus langsam abzukühlen. Diejenige Temperatur, bei der nach der Abkühlung die Spannungen verschwunden sind, ist dann die gesuchte Grenztemperatur *T*. Die Begründung hierfür ergibt sich aus dem im vorigen Absatz Gesagten.

**338.** Zellenspannungen. Wir haben bisher angenommen, daß ein Stab eines metallischen Stoffes bei der Erstarrung und Abkühlung sich in seiner ganzen

Länge gleichmäßig zusammenzieht. Wir haben aber gesehen, daß beim Übergange aus dem flüssigen in den festen Zustand Zellenbildung stattfindet, so daß ein dünner Stabstreifen vom Querschnitt  $\Delta f$  und der Länge  $l$  aus einzelnen Zellen, wie in Abb. 364, zusammengesetzt ist. Es ist nun anzunehmen, daß innerhalb jeder Zelle bei der Abkühlung die Zusammenziehung senkrecht zu den Zellwänden gleichmäßig nach innen wirkt, etwa so wie es in der Abbildung durch die Pfeile in der Zelle 2 angedeutet ist. Infolge der Kohäsion zwischen den einzelnen Zellen wird das Stabelemente sich in der Richtung der Länge  $l$  zusammenziehen wollen. Das würde bedeuten, daß die Zellen einander in dieser Richtung näher rücken möchten. Was für die Richtung  $l$  gilt, gilt auch für alle andern Richtungen, z. B. auch die senkrecht zu  $l$ . Hierdurch werden die Zellen des Stabelementes 1 bis 5 seitlich eingeklemmt und können ihrem Annäherungsbestreben in der Richtung  $l$  nur zum Teil nachgeben. Die Folge davon ist, daß in der Zellenkette Spannungen auftreten, die auf Lostrennung der Zellen voneinander hinwirken.

Etwas ganz Ähnliches kann man z. B. beim Trocknen einer Schlammschicht beobachten, wobei ja auch Volumänderungen eintreten. Der Schlamm sondert sich meist zu sechseckigen Zellen ab, zwischen denen sich Spalten bilden, weil in diesem Falle die Kohäsionskräfte in den Zellwänden zu gering sind, um den durch das Schwinden bedingten Kräften das Gleichgewicht zu halten. Ähnliche Wirkung zeigt sich auch beim Übergang aus dem flüssigen in den festen Zustand (257).

Die auf Lostrennung der einzelnen Zellen voneinander hinarbeitenden Spannungen wollen wir als Zellenspannungen bezeichnen. Sie müssen sich in den Festigkeitseigenschaften des Materials zu erkennen geben, da bei Beanspruchung eines mit Zellenspannungen behafteten Körpers die durch die äußeren Kräfte bedingten Spannungen sich teilweise zu den Zellenspannungen addieren und so schon bei geringeren äußeren Kräften der Zusammenhang aufgegeben wird, als wenn Zellenspannungen nicht vorhanden wären. Namentlich empfindlich sind solche mit Zellenspannungen behaftete Materialien gegen stoßweise Beanspruchung. Hierdurch würden z. B. Brüche ihre Erklärung finden, die vorwiegend längs der Zellwänden verlaufen, wie z. B. in Tafelabb. 33, Taf. VI.

Ich möchte auf die theoretischen Folgerungen, die sich aus der oben angegebenen Betrachtungsweise ergeben, nicht näher eingehen, weil sie sich vorläufig zu wenig durch den praktischen Versuch nachprüfen lassen. Ich begnüge mich mit dem flüchtigen Hinweis. Jedenfalls wird aber ein Teil der Unterschiede in den Festigkeitseigenschaften, namentlich in der Kerbzähigkeit gegossener und überhitzter metallischer Stoffe gegenüber denen der geglähten und geschmiedeten Materialien auf Zellenspannungen zurückzuführen sein.

Der Einfluß der Zellenspannung auf die Ergebnisse der Festigkeitsprüfung wird sich noch in den aus dem Werkstück entnommenen Probestäben zu erkennen geben, weil die Größenordnung der Zellen in der Regel kleiner ist, als die der Stababmessungen, so daß die Spannungen durch die Zerlegung des Werkstücks nicht oder wenigstens nicht ganz beseitigt werden.

Es braucht wohl nicht besonders erwähnt zu werden, daß dies bei den größeren, unter 324 bis 337 beschriebenen Spannungen nicht mehr der Fall ist; sie werden durch die Zerlegung des Werkstücks zum Zweck der Probeentnahme zum allergrößten Teil ausgelöst.

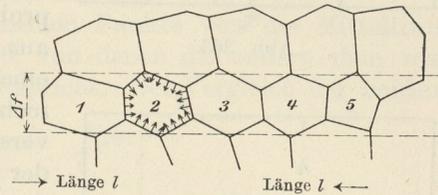


Abb. 364.