

als  $\pm r$  ist, ist also ebenso gross als die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er grösser als  $\pm r$  ist. Die Grösse  $\pm r$  ist ein charakteristisches Maass für die Güte der Messung; man nennt sie den wahrscheinlichen Fehler der Beobachtung.

Ist  $m$  die [grosse] Anzahl der Beobachtungen [Fehler], so ist nach Vorstehendem die Zahl der Fehler, die kleiner als  $\pm r$  sind, gleich  $m \cdot 0,500$  und nach dem bekannten Gesetz, nach dem die Häufigkeit der zufälligen Fehler verläuft, ist die Zahl der Fehler bis zur Grösse von:

$$\begin{aligned} \pm (0 \text{ bis } 1r) &= m \cdot 0,500 \\ \pm (0 \text{ bis } 2r) &= m \cdot 0,823 \\ \pm (0 \text{ bis } 3r) &= m \cdot 0,957 \\ \pm (0 \text{ bis } 4r) &= m \cdot 0,993 \\ \pm (0 \text{ bis } 5r) &= m \cdot 0,999 \end{aligned}$$

Hiernach ist also zu erwarten, dass ein Fehler, der grösser ist als  $5r$  unter 1000 Fehlern nur einmal vorkommt. In Fig. 435 habe ich in die rechte Hälfte die vorgenannten Zahlenwerthe eingetragen. Man erkennt aus Voraufgehendem leicht die Bedeutung des wahrscheinlichen Fehlers für die Beurtheilung der Güte der Beobachtung.

**649.** Ohne mich auf den Gegenstand weiter einzulassen, will ich hier noch kurz anführen, dass der wahrscheinliche Fehler einer Beobachtung, sowie der wahrscheinliche Fehler des Mittelwerthes der Beobachtungsreihen, aus der Differenzenreihe von  $m$  Beobachtungen  $A, A', A''$  u. s. w. gegen den Mittelwerth  $\frac{\sum A}{m}$  bestimmt wird, indem man die Differenzen  $\Delta = A - m, \Delta' = A' - m, \Delta'' = A'' - m$  .. bildet und die Quadrate  $\Delta^2, \Delta'^2, \Delta''^2$  . . . . summirt. Aus  $\sum \Delta^2$  folgt dann der wahrscheinliche Fehler der einzelnen Beobachtung:

$$r = \pm 0,67449 \sqrt{\frac{\Delta^2}{m-1}}$$

[Für die Rechnung:  $\log 0,67449 = 0,8289755 - 1$ ]

und der wahrscheinliche Fehler des Mittelwerthes der Beobachtungsreihe:

$$r_m = \pm 0,67449 \sqrt{\frac{\Delta^2}{m(m-1)}}$$

Man kann, wie man sieht, die absolute Grösse der Werthe  $r$  und  $r_m$  durch die Vermehrung der Beobachtungen gleicher Güte verringern, indessen ist es immer vorzuziehen und meistens auch wirtschaftlicher, die Grösse  $\Delta^2$  durch die Anwendung möglichster Sorgfalt klein zu halten.

Ueber die weitere Benutzung der Ausgleichrechnung geben die im Literaturverzeichniss genannten Werke Aufschluss (*L 103, 104, 252*).

## b) Maassstäbe.

**650.** Die für Längenmessungen benutzten Maassstäbe sind entweder Strichmaassstäbe oder Endmaassstäbe. Die Strichmaassstäbe sind auf einer Fläche mit Stricheintheilung versehen, durch die mit Untertheilen der

durch den Abstand der Hauptstriche gegebenen Einheit unmittelbar gemessen werden kann. Die Endmaassstäbe stellen immer nur ein bestimmtes Maass dar, das durch den Abstand der beiden Endflächen gegeben ist. Je nach der Art des benutzten Maassstabes ist auch die Art der Messung eine andere, und man kann unterscheiden zwischen Strichmessungen und Endmessungen.

Bei der Strichmessung kann die Messung unter Umständen durch unmittelbaren Vergleich durch Anlegen der zu messenden Länge an den Maassstab erfolgen. Maassstäbe, die für diese Art der Messung bestimmt sind, können als Anlegemaassstäbe bezeichnet werden.

Sehr häufig ist aber das unmittelbare Anlegen des Maassstabes nicht durchführbar, und man benutzt dann besondere Hilfsmittel, um die messende Grösse mit dem Maassstab zu vergleichen, z. B. den Spitzenzirkel, Messmarken, Nonien, Mikroskope, Fernrohre u. s. w., die am Maassstabe bis zur Einstellung auf die Endgrenzen der zu messenden Länge verschoben werden. Bei den Endmessungen muss man fast immer zu solchen Hilfsmitteln greifen und mittelst ihrer auf die Strichmessung übergehen, wenn es sich um die Feststellung handelt, wie viel eine zu messende Länge von dem Endmaassstab abweicht. In der Regel werden aber die eigentlichen Endmaassstäbe in der Technik für die Herstellung gleicher Körper benutzt; die Endmessung kommt dagegen ziemlich oft zur Anwendung, z. B. bei Tastern, Fühlhebeln, Schublehren, Mikrometerschrauben u. f. m.

Hier kann ich nicht eine regelrechte Entwicklung des Messwesens vorführen, ich muss mich vielmehr auf die Punkte beschränken, die ich für die Messungen im Materialprüfungswesen für beachtenswerth halte und will hauptsächlich einige Gesichtspunkte für die praktische Ausführung von Messungen geben, ohne mich an eine bestimmte Ordnung zu binden.

**651.** Die Sicherheit der Messung an einem Strichmaassstab und an einer Theilung überhaupt ist, ausser von der Richtigkeit des Maassstabes und seiner Theilung [seinen äusseren und inneren Fehlern], abhängig von der Grösse der Theilung. Am sichersten schätzt man erfahrungsgemäss die Zehntel der Theilung, wenn die Entfernung zweier auf einander folgender Striche zwischen 0,8 und 1,3 mm beträgt; feinere und gröbere Theilungen geben grössere Schätzungsfehler. Die Strichdicke, die Schärfe der Striche, der Zustand und die Farbe der Fläche, auf der die Theilung angebracht ist, die Farbe der Striche, sind von Einfluss auf die Grösse des Schätzungsfehlers. Die Strichdicke muss im richtigen Verhältniss zur Grösse der Theilung stehen, wenn nicht der Umstand, dass man unwillkürlich die Zehnteltheilungen neben dem Strich anders einschätzt als das Zehntel in der Mitte der Theilung, stark hervortreten soll. Die Strichränder müssen scharf und glatt sein, namentlich an Maassstäben, die mit Hülfe von Mikroskopen abgelesen werden sollen.

Beim Anlegemaassstab kommt die Beschaffenheit des Maassstabkörpers hinzu. Ein Maassstab mit scharfer schneidenförmiger Kante, wie beim Zeichenmaassstab, gestattet ein viel besseres Anlegen an die Fläche, auf welcher die beiden Endgrenzen der zu messenden Länge angebracht sind, als ein Maassstab von rechteckigem Querschnitt mit dicker Kante. Das Messen mit dem Anlegemaassstab gestaltet sich ohnehin in fast allen Fällen so, dass nicht unmittelbar Maassstabstrich in Strichmarke an zu messenden

Körper übergeht, sondern das Auge des Beobachters muss fast immer die Uebertragung zwischen beiden herstellen. Die Absehnlinie zwischen Maassstabpunkt und Endmarke muss stets senkrecht zur Längsachse der Maassstabtheilung stehen; wenn hierauf nicht geachtet wird, so entsteht der sogenannte parallaktische Fehler. Es tritt bei Punkten, die nicht in einer Ebene liegen, eine scheinbare Verschiebung [Parallaxe] ein, wenn das Auge gegen die Verbindungslinie bewegt wird; ich lese anders ab, wenn ich mit der Absehnlinie  $ab$  arbeite, als wenn ich das Auge in die Richtung  $a_1b$  bringe (Fig. 436); die Grösse des paral-

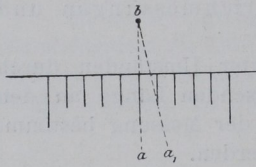


Fig. 436.

laktischen Fehlers ist abhängig von der Neigung der Absehnlinie gegen die Maassstabachse und von der Entfernung der Endmarke  $b$  von den Marken des Maassstabes.

Will man scharf messen, so muss auch jener methodische Fehler vermindert werden, der namentlich bei feingetheilten Maassstäben dadurch entsteht, dass man den Nullpunkt der Theilung zum Anlegen an eine Endmarke des Objectes benutzt. Das Auge schätzt die Uebereinstimmung des Endstriches anders als die Uebereinstimmung irgend eines Striches mitten in der Theilung. Man beeinflusst die Messung überhaupt schon einseitig, wenn man einen bestimmten Strich des Maassstabes mit dem einen Endstrich des Objectes zum Einspielen bringt und den anderen an der Theilung abliest; es ist viel richtiger, den Maassstab ganz willkürlich anzulegen, die Ablesungen an beiden Enden durch Schätzung an der Theilung zu machen und die Entfernung als Ablesungsunterschied zu bestimmen.

Die Güte der Beleuchtung, die Bequemlichkeit der Lage von Objekt und Maassstab gegenüber dem Standpunkt des Beobachters, der Umstand, ob dieser in Ruhe, sitzend oder stehend, ablesen kann u. a. m., haben einen viel erheblicheren Einfluss als man im Allgemeinen anzunehmen pflegt. Alle diese Dinge sind auch bei dem im Maschinenbau üblichen Messverfahren und mit den gewöhnlichen Maassstäben leicht dem Maasse nach feststellbar. Um die jungen Leute an zuverlässiges Arbeiten zu gewöhnen und um ihnen die vorgenannten Fehlerquellen einzuprägen, lasse ich in den Uebungen regelmässig eine Reihe von Messungen ausführen, bei denen die einzelnen Gruppen unter verschiedenen Umständen und mit verschiedenartigen Maassstäben die Entfernungen an Strichen auf Metallplatten ausmessen müssen. Von je 10 Beobachtern werden in jeder Gruppe 10 Messungen ausgeführt, die Mittelwerthe gebildet und die wahrscheinlichen Fehler bestimmt, um die persönlichen Fehler auszugleichen und die Ungeschicklichkeit einzelner Beobachter unschädlich zu machen. Eine solche Gruppe von Messungen eines Jahrganges theile ich hier in Tab. 44 mit.

Tabelle 44. **Wahrscheinliche Fehler für die Längenmessung zwischen Strichmarken mit Maassstäben von verschiedener Theilung.**

Alle Werthe beziehen sich auf je 30 Ablesungen.

| Grösse der Theilung in mm | Wahrscheinliche Fehler        |        |                                 |        | Art des Maassstabes:                                |
|---------------------------|-------------------------------|--------|---------------------------------|--------|---|
|                           | der Beobachtung in Theilungen | in mm  | des Mittelwerthes in Theilungen | in mm  |   |
| 3                         | 0,0038                        | 0,0114 | 0,0007                          | 0,0021 | schräge Kante, Messing.<br>der gleiche Maassstab.   |
| 3                         | 0,0080                        | 0,0240 | 0,0015                          | 0,0045 |   |
| 1                         | 0,0199                        | 0,0199 | 0,0036                          | 0,0036 | gew. Millimeterstab, Kante 1,5 mm dick.             |
| 1                         | 0,0038                        | 0,0038 | 0,0007                          | 0,0007 | schräge Kante, Holz.<br>der gleiche Maassstab.      |
| 1                         | 0,0057                        | 0,0057 | 0,0010                          | 0,0010 |   |
| 0,5                       | 0,0230                        | 0,0115 | 0,0048                          | 0,0096 | schräge Kante, Elfenbein.<br>der gleiche Maassstab. |
| 0,5                       | 0,0144                        | 0,0072 | 0,0026                          | 0,0013 |   |

**652.** Als Werkzeuge für Endmessungen kommen im Maschinenbau vornehmlich die Tasterzirkel vor; sie werden im Materialprüfungswesen fast gar nicht mehr benutzt. Den Uebergang zur Strichmessung bilden im Maschinenbau die Schublehren und die Schraubenlehren; beide werden im Materialprüfungswesen ausgiebig benutzt.

Die Schublehren gestatten mit Hilfe von Nonien in der Regel die Ablesungen bis auf 0,1 mm und Schätzung bis auf 0,05 mm; die Schraubenlehren lassen 0,01 mm ablesen und 0,001 mm schätzen. Aber die im Handel befindlichen Instrumente sind selten so genau gearbeitet, dass diesen Ablesungen und Schätzungen volles Zutrauen geschenkt werden darf. Wer also solche Instrumente zu genauen Messungen gebrauchen will, thut immer gut, sie nur aus anerkannt tüchtigen Werkstätten zu beziehen und sie selbst zu prüfen oder an zuständiger Stelle [wissenschaftliche Institute, Normalaichungsamt, Physikalisch-technische Reichsanstalt u. s. w.] prüfen und beglaubigen zu lassen.

Die Einrichtungen von Tastern, Nonien und Schraubenlehren darf ich hier wohl als bekannt voraussetzen, und es wird genügen, wenn ich hinzufüge, dass die allgemeinen Gesichtspunkte, die im vorigen Absatz entwickelt wurden, sich nach hierher übertragen lassen und dass ich auf die Mikrometerschraube im Abschnitt *c* zurückkommen werde. Hinsichtlich der Nonien sei noch bemerkt, dass es zweckmässig ist, die Nonien noch mit Uebertheilungen [über das Maass von 9 Theilungen der Hauptstäbe hinaus] versehen zu lassen. Dann kann der Hauptmaassstab leicht auf seine etwaigen Theilungsfehler untersucht werden, indem man mit Hilfe des Nonius die Längen zwischen den Strichen gleicher Ordnung über den ganzen Maassstab an mehreren Messungsreihen bestimmt und die wahrscheinlichen Fehler berechnet.

### c) Mikrometerschrauben.

**653.** Ausser in den Schraubenlehren wird im Materialprüfungswesen von den Mikrometerschrauben für allerlei Arten von Feinmessungen ein sehr ausgiebiger Gebrauch gemacht. Die nachfolgenden Beschreibungen von Instrumenten für die Formänderungsmessung während des Versuches wird erkennen lassen, wie sehr die Vorliebe für Mikrometerschrauben in einzelnen Ländern verbreitet ist. Deswegen ist es angezeigt, ihre Eigenschaften hier ein wenig eingehender zu beleuchten, wenn es selbstverständlich auch ausgeschlossen ist, dieses sehr weitläufige Feld erschöpfend zu behandeln.

Im Abs. 80 habe ich kurz die Uebelstände angedeutet, die mit dem Gebrauch der Mikrometerschraube verbunden sind, wenn man sie für die Materialprüfung benutzen will. Die Mikrometerschraube ist ein vorzügliches und praktisches Hilfsmittel, wenn man sie nur zur Messung sehr kleiner Längen [Zwischenmessung von Untertheilungen — Fadenkreuzverschiebungen —] benutzt, aber sie wird umständlich und unpraktisch, wenn man grössere Längenänderungen messen will, die viele Schraubenumdrehungen erfordern.

**654.** Die Fehler eines Schraubenmikrometers kann man, wie folgt, einordnen: