

$$M_d = \frac{\gamma}{r} \frac{1}{\beta} (\Theta_y + \Theta_z) = \tau \frac{(\Theta_y + \Theta_z)}{r} = \tau \frac{\Theta_p}{r}, \dots 30.$$

worin $(\Theta_y + \Theta_z) = \Theta_p$ das polare Trägheitsmoment genannt wird.

Für den Kreisquerschnitt ergibt sich also:

$$\Theta_y = \Theta_z = \frac{\pi}{4} r^4 \text{ und}$$

dementsprechend:

$$M_d = \tau \frac{\Theta_p}{r} = \tau \frac{\pi}{2} r^3.$$

Die Verdrehung des Querschnittes 2 gegen Querschnitt 1, der kleine Verdrehungswinkel S , Fig. 142, ist:

$$\varphi = \frac{\gamma}{r} \text{ oder nach Gl. 30:}$$

$$\varphi = \frac{M_d \beta}{\Theta_y + \Theta_z} = \frac{2\beta}{\pi} \cdot \frac{M_d}{r^4}.$$

Für den Cylinder von der Länge l wird also der Verdrehungswinkel der beiden Endquerschnitte gegen einander:

$$\varphi_l = \frac{2\beta}{\pi} \cdot \frac{M_d}{r^4} l \dots 31.$$

202. Die Schubspannungen treten immer paarweise (*L 137*, § 30.32.) und senkrecht zu einander gerichtet auf. Dementsprechend ist die Spannung τ auch senkrecht zur Querschnittsfläche in der Richtung der Axe vorhanden und nimmt auch hier proportional der Entfernung von der Axe zu, wenn β unveränderlich, oder wächst nach dem Gesetze von β , wenn dieses veränderlich. Die Folgen dieser Schubspannungen kann man an Körpern, deren Material nach den verschiedenen Richtungen verschiedene Schubfestigkeit hat, leicht erkennen. Walzeisen, Drähte u. s. w. zeigen beim Verdrehen leicht Verschiebungen des Materiales längs ihrer Fasern, die dann am verwundenen Stück oft sehr deutlich hervortreten.

2. Der Drehversuch.

203. Die Einspannung der Probekörper in die Maschine ist bei den Drehversuchen so auszuführen, dass der Körper nur ein Drehmoment erleidet und Nebenwirkungen möglichst ausgeschlossen sind; das ist meistens

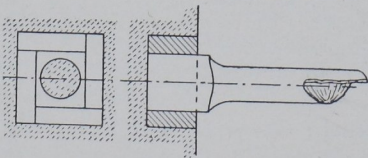


Fig. 143.

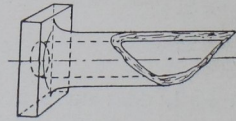


Fig. 144.

keine leichte Sache, und daher giebt es viele Arten der Einspannung, die ausführlicher bei Beschreibung der einzelnen Maschinen zu erörtern sind.

Bei Gusseisen und ähnlichen Materialien wird man den Probekörper in den meisten Fällen für den Versuch besonders giessen und kann dann

den, am besten cylindrisch oder prismatisch geformten Stab mit einem angegossenen Kopf versehen, der sich für die zur Verfügung stehende Maschine eignet. Bauschinger und Bach benutzten die in Fig. 143 und 144 skizzirten Stabformen, bei denen die angegossenen Vierkante, wenn nöthig mit Hilfe von Beilagestücken, in die entsprechenden Höhlungen der Werder-Maschine passten.

Müssen oder können die Proben aus grösseren Stücken herausgearbeitet werden, so pflegt man kleinere ähnliche Formen mit vierkantigen Enden, Fig. 145, zu verwenden. Kann man aber solche besonderen Köpfe nicht anarbeiten, sondern muss man die glatten cylindrischen Stäbe [Wellen und

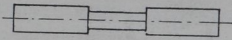


Fig. 145.

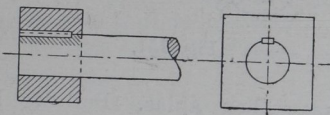


Fig. 146.

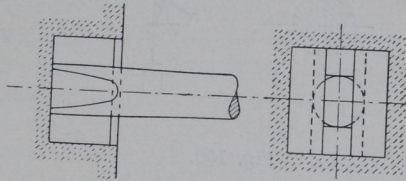


Fig. 147.

Rohre] als solche einspannen, so pflegt man mit Nuthe und Feder besondere Vierkante auf die Enden aufzuziehen, Fig. 146, oder man flacht das Wellenende mit schlankem Uebergange ab, Fig. 147. Bei diesen beiden Arten der Einspannung tritt leicht Bruch am Auflager ein. Zuweilen findet man auch Klemmkeile, die am Umfange der Welle wirken, ähnlich wie die Beisskeile in den Einspannungen für den Zugversuch und die sich mit wachsendem Drehmoment immer fester anspannen.

204. Die Messung der Verdrehung geschieht in der Regel an einem bestimmt abgegrenzten Stück des prismatischen Körpers mit der Messlänge l entweder durch Zeiger am Gradbogen oder durch Spiegelapparate.

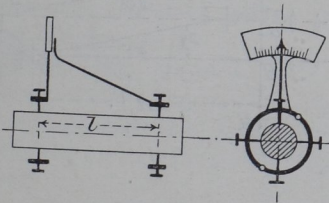


Fig. 148.

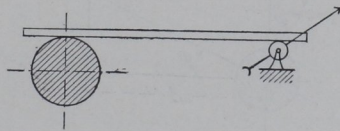


Fig. 149.

Man kann den Zeigerapparat etwa nach dem Schema der Fig. 148 konstruiren, indem man mit vier Spitzenschrauben den Gradbogen A so am Körper centrirt, dass der Mittelpunkt der Theilung möglichst genau in die Stabaxe fällt. In der Entfernung l wird dann der Zeiger Z ebenfalls mit Spitzenschrauben angeklemt. Der Verdrehungswinkel wird am Gradbogen abgelesen. Auch die bereits besprochenen (77, 180, 193) Bauschingerschen Rollenapparate lassen sich in sehr praktischer Weise für die Verdrehungsmessung benutzen, indem man zwei solche Apparate in den um l von einander entfernten Querschnittsebenen des Probestabes nach Maassgabe von Fig. 149 oder von Fig. 150 aufstellt und die Ablesungs-

unterschiede beider Apparate als Maass für die Verdrehung aufschreibt; man erhält die Verdrehung auf diese Weise in zehn- oder zwanzigfacher Vergrösserung. Der Apparat Fig. 149 arbeitet mit aufgelegtem Stab, der Apparat Fig. 150 mit feinem Blumendraht.

205. Für die Bestimmung des elastischen Verhaltens hat Bauschinger zwei Fernrohre benutzt, die er auf zweitheiligen Ringen zum Auseinanderklappen mittelst je vier Spitzenschrauben in den Endquerschnitten der Messlänge festklemmte, Fig. 151, und mit deren Hülfe er die Verdrehung

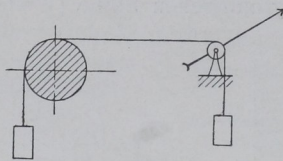


Fig. 150.

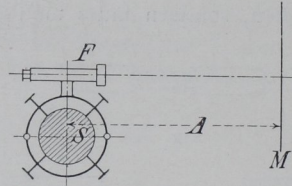


Fig. 151.

an entsprechend aufgestellten geraden Maassstäben ablas. Bei der Entfernung A des Maassstabes vom Stabmittelpunkt liest man am Millimetermaassstab den kleinen Verdrehungswinkel φ ab, wenn $A = 3^m$,

$$\varphi = \text{tg } \varphi = 1/3000$$

und schätzt ihn bis auf $1/30\,000$. Für grosse Verdrehungswinkel muss der Fehler wegen Ablesung am geraden Maassstab berücksichtigt werden [es gilt nicht mehr $\varphi = \text{tg } \varphi$]. Ausserdem wird bei der Aufstellung der Fernrohraxe ausserhalb der Drehaxe des Probestabes die Ablesung fehlerhaft, wie

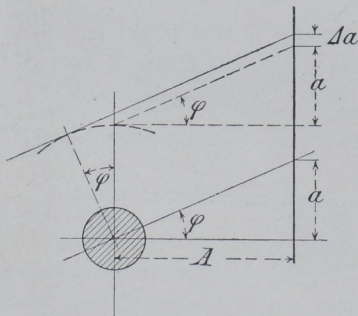


Fig. 152.

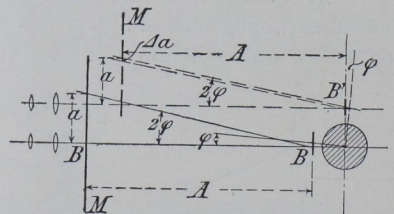


Fig. 153.

aus Fig. 152 einleuchtet, in welcher Δa der sich ergebende Fehler der Ablesung a sein würde.

206. Der Spiegelapparat von Martens kann bei Aufstellung nach Maassgabe von Fig. 153 ebenfalls zur Bestimmung kleiner Verdrehungswinkel benutzt werden; auch er zeigt fehlerhaft an, wenn die Excentricität der Aufstellung zur Wirkung kommen kann, also am fehlerhaftesten, wenn die Aufstellung im Punkt B^1 gewählt wird; der Abstand A ist bei gleichem Uebersetzungsverhältniss, wie bei der vorerwähnten Bauschingerschen Ablesungsart, nur halb so gross. Meine Aufstellung hat vor der Bauschingerschen den Vorzug, dass man nicht das schwere Fernrohr, sondern nur den

leichten Spiegel am Probekörper zu befestigen hat, was ganz gut mit ein wenig Wachs-Kolophoniumkitt geschehen kann. Ausserdem behält man die Fernrohre auf dem Stativ an ihrem gewöhnlichen Orte und vermeidet die Beeinflussung des Probekörpers und der Befestigungstheile für das Instrument durch die Körperwärme.

207. Schaulinienzeichner für Verdrehungsversuche werden später besprochen.

208. Bei den Verdrehungsversuchen wird meistens bei stufenweiser Zunahme des Drehmomentes die Verdrehung gemessen. Man findet hierbei, entsprechend den Ableitungen im Absatz 201, S. 143, bei den Materialien mit unveränderlichem β anfangs eine den Spannungen τ proportionale Schiebung γ und demnach eine Proportionalitätsgrenze, dann entsprechend der Fließ- und Biegegrenze, eine Drehgrenze und schliesslich die Bruchgrenze, ausgedrückt in den Spannungen τ und den zugehörigen Formänderungen γ , bezogen auf den Abstand 1 der Schichten von einander und auf den Halbmesser $r' = 1$.

Die Schubzahl β kann aus τ und γ nach Gleichung a, S. 143, gefunden werden:

$$\beta = \frac{\lambda}{\tau}$$

Sie steht, wie die Festigkeitslehre (*L* 137, § 31) entwickelt, im Verhältniss zur Dehnungszahl, wie:

$$\frac{a}{\beta} = \frac{m}{2(m+1)} \text{ oder in Zahlen, da } m = 3 \text{ bis } 4:$$

$$\frac{a}{\beta} = \frac{3}{8} \text{ bis } \frac{4}{10} = 0,375 \text{ bis } 0,400.$$

Auch bei den Drehversuchen kann die Elasticitätsgrenze, die elastische und bleibende Verdrehung, die Drehfederung, die Nachwirkung, die Formänderungsarbeit u. a. m. Gegenstand der Untersuchung sein; indessen würde eine eingehende Besprechung dieser Dinge zu weit führen.

209. Das Gesetz der Aehnlichkeiten lässt sich auch auf den Drehversuch übertragen, und man kann aussprechen, dass bei Anwendung geometrisch ähnlicher Abmessungen der Probekörper, gleiche Spannungen gleiche Formänderungen, bezogen auf die Längeneinheit, liefern müssen.

3. Bruchformen.

210. Auf Taf. 2 Fig. 25, 29 und 30 ist eine Reihe von Bruchflächen abgebildet, wie sie bei Flusseisen und Gusseisen an cylindrischen Probestäben in der Regel vorkommen. Beim Gusseisen, Stahl und Materialien von ähnlichem Gefüge folgt der Bruch auf der Cylinderfläche einem vollen Umgang einer Schraubenlinie, um dann von einem Endpunkt der Schraubenlinie zum anderen in einer Ebene zu verlaufen, die die Cylinderaxe enthält. (Vergl. 203 Fig. 143 und Taf. 2 Fig. 25, 29 und 30.) Bach gab eine Reihe von Abbildungen solcher Bruchflächen von Gusseisenstücken verschiedener Querschnittsformen in (*L* 138, 1889, S. 137, Fig. 8—19).